creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000239229

2009년 2월

석사학위논문

고세장비 3차원 공동 주위의 난류 유동 및 소음 해석에 관한 수치적 연구

조선대학교 대학원

항 공 우 주 공 학 과

문 바 울

고세장비 3차원 공동 주위의 난류유동 및 소음해석에 관한 수치적 연구

Numerical Analysis for Turbulent Flow and Aero-acoustics Over a Three Dimensional Cavity with Large Aspect Ratio

2009년 2월

조선대학교 대학원

항 공 우 주 공 학 과

문 바 울

고세장비 3차원 공동 주위의 난류유동 및 소음 해석에 관한 수치적 연구

지도교수 김 재 수

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함.

2009년 11월

조선대학교 대학원

항 공 우 주 공 학 과

문 바 울

문바울의 석사학위논문을 인준함

위 원 장	조선대학교 교수	이 상 기	인
위 원	조선대학교 교수	김 재 수	인
위 원	조선대학교 교수	김 태 규	인

2009 년 11 월 26 일

조선대학교 대학원

목 차

LIST OF TABLES ····· iii
LIST OF FIGURES ····· iv
NOMENCLATURE ····· vi
ABSTRACT ····· viii

제 1 장 서론 ····· 1
제 1 절 공동 소음의 개요 ····· 1
제 2 절 연구 내용 및 범위 ····· 1
제 2 장 Cavity 유동의 특성 ····· 3
제 1 절 Cavity 유동의 구분 ····· 3
제 2 절 Rossiter's Formula ····· 5
제 3 절 음압수준(Sound Pressure Level) ····· 6

제 3 장 지배방정식 및 변환 ····· 6
제 1 절 지배 방정식 ····· 6
1. 3차원 비정상 압축성 Navier-Stokes Equations ····· 6
제 2 절 무차원화 ····· 9
제 3 절 지배방정식의 좌표변환 ····· 10

제 4 장 수치해석기법 ····· 12
제 1 절 공간이산화 ····· 12
1. TVD Scheme의 개요 ····· 12
2. Second order TVD Scheme ····· 13
제 2 절 난류 모델 ····· 18
제 3 절 시간 이산화 ····· 20
제 4 절 병렬처리기법 ····· 21
1. 병렬처리기법을 사용한 속도 비교 ····· 23

2. 최적의 NODE를 이용한 공동의 분할 ····· 24

제 5 장 열린 공동 유동 해석 ····· 25
제 1 절 공동의 형상 및 파라미터 ····· 25
제 2 절 격자구성 및 경계조건 ····· 27
제 3 절 공동에서 발생하는 유동 및 소음 해석 ····· 28
1. 유동의 형태 분류 ····· 28
2. 한 주기에서의 유동현상 및 압력 ····· 30
제 4 절 3차원 유동해석 및 비교 ····· 34
1. 수치계산의 검증 ····· 34
2. L/D=5.5, W/D=2, 3, 4 인 3차원 공동 ····· 35
3. L/D=6.5, W/D=2, 3, 4 인 3차원 공동 ····· 39
4. L/D=7.5, W/D=2, 3, 4 인 3차원 공동 ····· 45
제 5 절 공동의 결과 비교 ····· 55
1 무차원 진동수의 비교 ····· 55

제 6 장 결론 ····· 56

참고문헌 ····· 57

LIST OF TABLE

Table. 5.1 Numerical condition of each case **26**

Table. 5.2 SPL, Strouhal number and MODE of each case **49**

LIST OF FIGURE

Fig. 2.1 Division of the cavity flow (Closed cavity & Open cavity) ····· 4

Fig. 4.1 Split eigenvalues of $\lambda_{1,2}^{\pm}$ ····· 17

Fig. 4.2 분산 메모리 시스템 ····· 21

Fig. 4.3 메시지 패싱 프로그래밍 모델 ····· 22

Fig. 4.4 comparison of relative performance ····· 23

Fig. 4.5 comparison of processing speed ····· 23

Fig. 4.6 공동의 형상 ····· 24

Fig. 4.7 분할된 공동의 노드 주소 ····· 24

Fig. 5.1 Schematic diagram of cavity configuration and computational domain 25

Fig. 5.2 Computational grid for the three dimensional calculation ····· 27

Fig. 5.3 Streamline of steady mode ····· 28

Fig. 5.4 Density contour and streamline of shear layer mode(case 1) ····· 29

Fig. 5.5 Acoustic fields of shear layer mode(case 1) ····· 29

Fig. 5.6 Density contour and streamline of wake mode(case 10) ····· 29

Fig. 5.7 Acoustic fields of wake mode(case 10) ····· 29

Fig. 5.8 Schematic of the cavity air flow receptivity between the shear layer instability wave the sound wave disturbances ····· 30

Fig. 5.9 Density and Streamlines of three dimensional cavity flow(Total12.366, Sampling time=0.308, Z/D=1, X/D=375)(CASE10) ····· 31

Fig. 5.10 Density and Streamlines of three dimensional cavity flow(Total time=12.366, Sampling time=0.308, Z/D=1, X/D=375)(CASE10) ····· 32

Fig. 5.11 SPL distribution for three dimensional cavity[8] ····· 35

Fig. 5.13 SPL distribution for three dimensional cavity(CASE1) ····· 35

Fig. 5.14 Residual history for three dimensional cavity (CASE1) ····· 36

Fig. 5.15 Residual history for two dimensional cavity (CASE10) ····· 36

Fig. 5.16 Sampling position of pressure data 37
Fig. 5.17 Pressure history at the two and three dimensional cavity downstream edge 38
Fig. 5.18 Pressure history at the two and three dimensional cavity bottom 38
Fig. 5.10 SPL distribution for two and three dimensional cavity downstream edge 39
Fig. 5.20 SPL distribution for two and three dimensional cavity bottom 40
Fig. 5.21 Sampling position of pressure data 41
Fig. 5.23 Pressure history at the two and three dimensional cavity downstream edge 42
Fig. 5.24 Pressure history at the two and three dimensional cavity bottom 42
Fig. 5.25 SPL distribution for two and three dimensional cavity downstream edge 43
Fig. 5.26 SPL distribution for two and three dimensional cavity bottom 44
Fig. 5.27 Sampling position of pressure data 45
Fig. 5.28 Pressure history at the two and three dimensional cavity downstream edge 46
Fig. 5.29 Pressure history at the two and three dimensional cavity bottom 46
Fig. 5.30 SPL distribution for two and three dimensional cavity downstream edge 47
Fig. 5.31 SPL distribution for two and three dimensional cavity bottom 48
Fig. 5.32 Non-dimensional resonant frequencies as a function of Mach number(1) 50
Fig. 5.33 Non-dimensional resonant frequencies as a function of Mach number(2) 51

NOMENCLATURE

a	Local Speed of Sound
Cp	Pressure Coefficient
D	Cavity Depth
e	Internal Energy per Unit Mass, $p/(\gamma-1)+\rho(u_x^2+u_y^2)/2$
$F,\ G,\ H$	Inviscid Flux Components in Navier-Stokes Equations
$F_v,\ G_v,\ H_v$	Viscous Flux Components in Navier-Stokes Equations
$i,\ j$	Grid Index in $\xi-$, $\eta-$ Directions
J	Jacobian of Coordinate Transformation
L	cavity Length
n	Mode Number of Fluid Dynamic Oscillations, 1, 2, 3, ...
M_∞	Free Stream Mach Number
p	Static Pressure
Pr	Prandtl Number, 0.72
Q	Conservative Flow Variable Vector
Re	Reynolds Number, $\rho_\infty V_\infty D/\mu_\infty$
SPL	Sound Pressure Level
PSD	Power Spectral Density
St	Strouhal Number fL/U_∞
t	Time
T	Static Temperature
Tp	Time Period
U	Freestream Velocity (m/s)
$u,\ v,\ w$	Cartesian Velocity Components in x, y Directions
$x,\ y,\ z$	Cartesian Coordinates in Streamwise and Normal Directions
y^+	Law-of-the-Wall Conditions

Greek Symbols

γ	Specific Heat Ratio (1.4 for Air)

$\triangle x$, $\triangle y$	Computational Mesh Step Sizes
μ, μ_t	Molecular and Turbulent Viscosity Coefficient
ξ, η, ζ	Computational Coordinates in Streamwise and Normal Directions
$\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$	Metric Coefficients of the Coordinate Transformation
ρ	Fluid Density
τ	Shear and Normal Stress Components
k	Turbulent Kinetic Energy
ω	Turbulent Kinetic Energy Dissipation Rate
Γ	Sakar's Compressibility Correction Function
δ^*	Displacement Thickness

Subscripts and Superscripts

$(.)_t$	Turbulent
$(.)_\infty$	Free Steam Condition
$(.)_{ref}$	Reference Value
$*$	Sonic Condition; also Non-Dimensional Variable

ABSTRACT

Analysis for Three dimensional Subsonic Turbulent Cavity Flow

by Mun, Pa Ul
Advisor : Prof. Kim, Jae-Soo, Ph. D.
Department of Aerospace Engineering,
Graduate School of Chosun University

The flight vehicles have cavities such as wheel wells and bomb bays. The flow around a cavity is characterized as unsteady flow because of the formation and dissipation of vortices due to the interaction between the freestream shear layer and cavity internal flow, the generation of shock and expansion waves. Resonance phenomena can damage the structures around the cavity and negatively affect aerodynamic performance and stability. In the present study, numerical analysis was performed for cavity flows by the unsteady compressible three dimensional Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations with Wilcox's $k-\omega$ turbulence model. The cavity has the aspect ratios of 5.5, 6.5 and 7.5 and W/D ratio of 2,3

and 4 for three-dimensional case. The Mach and Reynolds numbers are 0.53 and 1,600,000 respectively. The flow field is observed to oscillate in the "shear layer mode" with a feedback mechanism. Based on the SPL(Sound Pressure Level) analysis of the pressure variation at the cavity trailing edge, the dominant frequency was analyzed and compared with the results of Rossiter's formula. The MPI(Message Passing Interface) parallelized code was used for calculations by PC-cluster.

제 1 장 서 론

1절 공동 소음의 개요

비행체의 바퀴간, 폭탄 장착부, 자동차의 창문, 그리고 자동차의 sunroof, 창문 등 우리의 주변에서 쉽게 볼 수 있는 많은 구조물들에 공동이 존재하고, 이 공동 주위의 유동은 박리, 와류, 충격파, 팽창파, 재부착 등과 같은 복잡한 유동현상이 일어난다. 실제로 공동에서 유발되는 비정상 유동으로 인하여 항공기에 많은 사고가 발생됨이 보고되고 있다. 폭격기에서 폭탄을 투하할 때, 공동에서 발생하는 와동의 영향으로 폭탄이 제대로 투하되지 못하고 공중에서 서로 부딪혀 폭발한사고, 비행기의 랜딩 기어 벽에서 발생하는 압력 교란이 랜eld 기어를 가진하여 피로 하중의 누적으로 랜딩 기어가 파괴되어 동체 착륙을 하는 사고, 로켓 표면의 공동 형상에서 발생하는 소음으로 내부 탑재물 및 전자 장비가 고장나는 사고 등이 그 좋은 예이다. 이러한 공동유동은 세장비(L/D)가 작은 경우에도 비정상적이며 3차원 특성이 강한 소음과 진동이 발생한다.[1,2,3] 공동은 그 주위 유동에 커다란 영향을 주어, 큰 소음을 유발하고, 구조물의 고장 혹은 파괴의 원인이 되기도 하고, 공력성능 및 안정성에 해를 주고, 민감한 계기를 손상시킬 수도 있다. 생활 주변에서 발생하는 자동차의 내부 소음, 공항이나 철도 주변 소음, 청소기나 세탁기에서 나는 소음들은 생활수준의 향상으로 인하여 관심이 높아지고 있다. 따라서 공동 유동의 정확한 이해와 해석으로, 소음과 유동의 가진을 줄여 구조물의 안정성을 확보하고자 많은 연구가 수행되어 왔으며, 현재도 최신 기술을 접목시킨 연구가 많이 수행되고 있다.

지금까지 공동주위의 유동에 대한 결과를 보면 개방형($L/D < 10$)과 밀폐형($L/D > 13$)으로 구별 할 수 있다. 밀폐형 공동은 앞전에서 발생한 전단층이 공동의 바닥에 충돌하고, 이는 다시 바닥에서 반사되어 공동 뒷전으로 유출된다. 따라서 공동내부에 분리된 2개의 작은 박리영역을 형성하게 되어 공진현상이 심각하지 않다. 한편, 개방형 공동은 앞전에서 발생한 자유전단층이 뒷전에 재부착하여 공동 내부유동과 외부유동을 불안전하게 차단하기 때문에, 내외부유동의 상호작용에 의한 압력변화로 심한 진동현상이 나타날 수 있다.[4]

공동에서 발생하는 유동과 소음의 되먹임 관계는 유동과 소음이 강한 상호작용을 일으키는 대표적인 문제이므로 기초적인 연구로서 중요할 뿐만 아니라, 항공기, 자동차 가전제품 등 실제 산업 제품의 생산을 위해서도 그 중요성이 강조 되고 있으므로 예로부터 많은 연구가 수행 되어 왔다. 초기에는 Rossiter[1], Krishnamurty[5], Heller[6] 등의 연구에서 공동 유동의 압력진동은 규칙성과 불규칙적인 유동에 의해 발생한다고 알려져 있다. 이것은 일반적으로 공동에 유입되는 경계층, 공동의 형상, 유속 및 기타 인자들에 의해 다르게 나타나고, 공동의 깊이에 따라 소음의 발생 방법도 다르다고 알려져 있다. 2차원 공동의 유동은 세장비(L/D)가 커질수록 전단층 모드에서 후류모드로 바뀐다는 것이 Gharib & Roshko[7]의 연구를 통해서 입증이 되었다. 3차원 공동의 유동은 후류모드 보다는 전단층 모드가 우세한 특성을 갖는 것으로 알려져 있다[8]. 전단층 모드와 후류모드의 큰 특성 차이는 전단층 모드는 전단층에서 와류가 말려지면서 공동의 뒷전 벽면에 충돌하는 것으로 특징져지고, 후류모드는 공동의 앞전에서 박리된 유동이 공동의 바닥에 충돌하여 공동의 하류로 유출됨으로 유동이 매우 격렬하다.

2절 연구 내용 및 범위

본 연구에서는 비정상, 압축성 2차원과 3차원 Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)방정식에 Wilcox의 $k-\omega$난류 모델을 적용하여 수치 계산을 수행하였다. 공동에서의 세장비와 폭비의 변화에 따른 소음발생, 원음장으로의 소음 방사를 수치적으로 직접 모사함으로써, 공동에서의 소음 발생 메커니즘을 이해하고, 세장비와 폭비의 변화가 소음 및 유동에 미치는 영향을 해석하였다. 수치기법은 4차 Runge-Kutta 시간적분법을 사용하였고, 공간적분은 van Leer의 한계치를 이용한 FVS(Flux Vector Split) 법을 사용하였다. 공동유동의 주진동 주파수를 보기 위하여, FFT를 이용하여 SPL(Sound Pressure Level) 분석하였다. 이를 Rossiter 공식에 기초한 무차원진동수와 Ahuja & Mendoza[9]의 실험치 등으로 비교 검증하였으며, 2차원과 3차원의 각기 다른 유동현상을 등압력선도와 등밀도 및 유선도를 통하여 비교하였다.

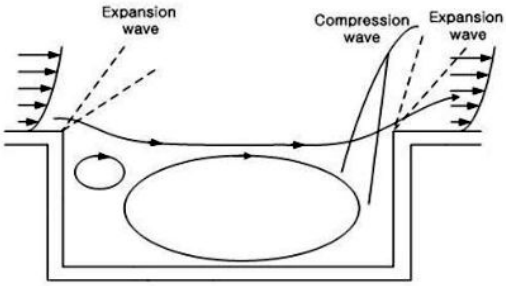
제 2 장 Cavity 유동의 특성

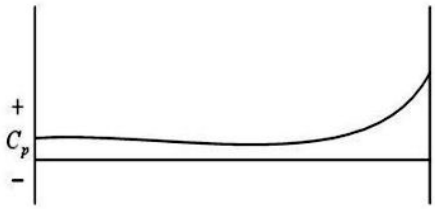
제 1 절 Cavity 유동의 구분

일반적으로 공동의 길이 대 깊이 비(aspect ratio)에 따라서 공동을 분류한다. 공동의 길이를 L, 공동의 깊이를 D라고 하였을 때, Fig. 2.1와 같이 개방형($L/D < 10$)과 밀폐형($L/D > 13$)으로 나뉘어 진다.

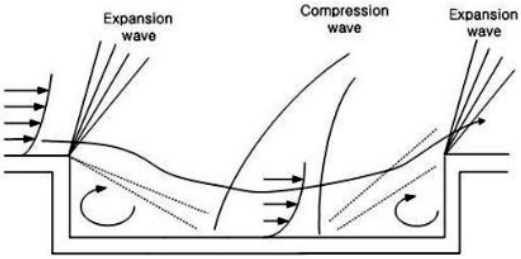
첫 번째로 개방형 공동은 세장비(L/D)가 10보다 작은 경우로, 전단층이 뒷전 부근에 재부착하여 공동을 완전히 연결하므로, 자유전단층과 외부유동과의 상호 작용으로 발생하는 심한 압력변화에 의하여 진동 현상이 나타난다. 개방형 공동(Cavity)에서의 이러한 압력 변동은 공동유동에 의해 발생하는 진동(oscillation)에 의한 것으로, 이러한 진동은 주로 공동을 덮고 있는 자유전단층(free share layer)과 외부유동과의 상호작용에 기인한 것이다. 이 진동은 스팬방향(spanwise), 종방향(longitudinal) 및 횡방향(transverse)으로 일어나고, 각 방향의 진동에 의해 심각한 소음문제가 유발된다. 또한 개방형 공동 중에서 L/D가 1보다 작은 경우를 깊은 공동(deep cavity), L/D가 1보다 큰경우를 얕은 공동 (shallow cavity)이라고 부른다. 깊은 공동의 경우에는 공동의 깊이 방향의 압력 진동 현상이 강하게 발생하는 반면, 얕은 공동의 경우 공동의 길이 방향의 진동이 강하게 발생한다.

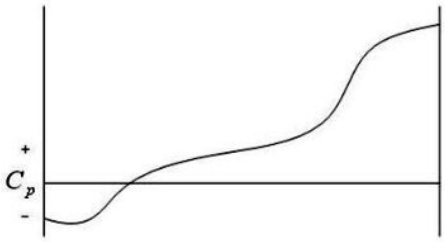
두 번째로 밀폐형 공동은 세장비(L/D)가 13보다 큰 경우로, 개방형 공동처럼 압력변동에 의해 발생하는 진동현상이 심각하게 나타나진 않지만, 고속의 외부유동과 저속의 공동 내부유동 사이에 형성된 전단층이 앞전 벽을 지나면서 팽창하여 공동 바닥에 부딪친다. 따라서 앞전에서는 팽창파가 형성되고, 공동 바닥에 부딪친 전단층은 연속적인 충격파를 형성하며 위쪽으로 이동해 뒷전 벽을 빠져나간다. 그러므로 앞전과 뒷전에서 두 개의 분리된 박리영역이 생기는 특징이 있다[4,10].





Open Cavity Flow
Length/Depth < 10





Closed Cavity Flow
Length/Depth > 13

Fig. 2.1 Division of the cavity flow
(Closed cavity & Open cavity)

제 2 절 Rossiter's Formula

공동에서 발생하는 공명 주파수를 예측하기 위하여 가장 많이 사용되는 Rossiter's equation을 사용하였다. 공동 주위를 지나는 유동이 비정상 전단층 형태일 경우 주어진 공동의 형상과 유동의 조건에 따라 어떠한 특정 주파수 대역을 가지게 된다. 이때 유동의 주파수는 유동의 조건과 공동의 형상에 따라 특정 모드($n = 1, 2, 3...$)의 값을 가지면서 특정 주파수가 결정된다. Rossiter는 공동의 공진(resonance) 주파수에 의해 수반되어진 일반식을 전단층을 따라 흘러가는 와류와 뒷전에서 부딪혀 나오는 압력파 사이의 피드백(Feedback)과정으로 차원해석과 경험적인 방법 등을 사용하여 무차원 진동수(Strouhal number)로 표현하였다[1].

$$St = \frac{fL}{U} = \frac{n-\beta}{1/k_v - \frac{M}{\sqrt{1+\frac{(\gamma-1)\times M^2}{2}}}} \tag{2-1}$$

여기서 St는 무차원 진동수를 나타내며, U는 자유흐름속도, L은 Cavity 공동부의 길이, M은 마하수, n은 n번째 진동 모드를 나타낸다. γ 은 비열비이고 β는 실험을 통하여 얻어진 상수, M은 자유유동 마하수이다. 속도비 k_v는 실험 데이터로부터 결정되며, Rossiter[1]가 수행한 연구에서 최적화되어 사용된 값 0.56이 가장 많이 사용된다.

Rossiter의 모델은 edge-tone analogy와 acoustic radiation이 공동 벽 뒤쪽에 부딪쳐서 발산되는 와류에 영향을 미친다는 가정에서 유래되었다. 그의 실험은 공동 내에 존재하는 것처럼 묘사 되어지는 정상파를 시각화 시킬 수 없음에도 불구하고, 발산하는 와류와 공동 외부의 압력파를 시각화 시켜준다. Rossiter의 식은 이전에 증명되었던 만큼 현저한 정확도로서 공동 진동의 주요한 주파수를 예상할 수 있다. 그러나 이 실험식은 유동의 마하수, 공동의 길이만 알면 쉽게 주파수를 예측할 수 있는 장점으로 인하여 널리 사용되지만, 많은 경우에 약 20% 전후의 상당히 큰 오차를 발생한다.[11]

제 3 절 음압수준(Sound Pressure Level)

음압의 대소를 나타낼 때는 어떤 기준의 음압을 정하고 그에 대한 비를 데시벨(dB)로 나타내는데 이 값을 음압 수준(Sound Pressure Level)이라고 한다. 일반적으로 소음, 진도, 전기 등의 크기를 나타낼 때 'dB(데시벨)'의 단위를 사용한다. 이것은 감각력에 대한 변화폭을 나타내기 쉽기 때문이다. 그러나 엄밀히 말하자면 dB는 단위라고 할 수 없다. 왜냐하면 기준을 어떻게 정하느냐에 따라 달라지는 값이기 때문이다. 또한 산업안전보건법에 제42조 및 동법시행령 제93조 제2항의 규정에 의하면 인체에 유해한 가스, 증기, 미스트 및 흄이나 분진과 소음 및 고온 등 화학물질 및 물리적인 인자에 대한 작업 환경 평가와 근로자의 보건 상 유해하지 아니한 기준을 정함으로써 유해요인으로부터 근로자의 건강을 보호하는데 목적으로 한다고 나타나 있다. 이때에 충격소음의 노출기준은 충격소음의 강도db(A)가 140dB일 때 1일 노출회수를 100회로 정하고 있다. 또한 최대 음압 수진이 140dB을 초과하는 충격소음에 노출 되어서는 안 된다고 명시 되어 있으며, 충격소음은 최대 음악 수준에 120dB 이상의 소음이 1초 이상의 간격으로 발생하는 것을 말한다고 명시하고 있다.

본 연구에서는 유동특성의 분석은 식(2-2)과 같은 FFT 분석을 이용한 SPL(Sound Pressure Level)분석으로 주진동 주파수를 구하였다.

$$SPL(f) = 20\log_{10}(FFT(p)/p_{ref})(dB) \qquad (2\text{-}2)$$

$$p_{ref} = 2 \times 10^{-5}\,(N/m^2)$$

f, p, 그리고 p_{ref}는 각각 주파수, 압력 그리고 기준음압이다.

제 3 장 지배방정식 및 변환

제 1 절 지배 방정식

1. 3차원 비정상 압축성 Navier-Stokes Equations

아음속 유동 문제를 정확하게 계산하기 위해서는 본 연구에서는 압축성 Navier-Stokes 방정식이 요구되어 지는데, 3차원 비정상 압축성 Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 무차원화 되어진 3차원 직교좌표계의 보존형(Conservation Form)으로 나타내면 다음과 같다. 2차원의 경우에 대해서는 3차원에 대해 유도된 식에서 Z-방향에 대한 항만을 삭제시키면 된다.[12]

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial y}+\frac{\partial G}{\partial z}=\frac{\partial E_v}{\partial x}+\frac{\partial F_v}{\partial y}+\frac{\partial G_v}{\partial z}+S_v \tag{3-1}$$

여기서 Q는 무차원 보존형의 유량함수벡터(Conservative Flow Variable Vector)를 나타내며 E, F, G는 각각 x, y, z 방향의 비 점성 유속벡터(Inviscid Flux Vector)이고, E_v, F_v, G_v는 각각의 점성유속벡터(Viscid Flux Vector)를 나타낸다. S_v항은 난류계산에 사용되는 소스 항이다. 유동변수벡터와 각 유속벡터들은 다음과 같은 식으로 정리되어진다.

$$Q=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho e_t\end{bmatrix},\qquad E=\begin{bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (\rho e_t+p)u\end{bmatrix} \tag{3-2}$$

$$F=\begin{bmatrix}\rho v\\ \rho vu\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ (\rho e_t+p)v\end{bmatrix},\quad G=\begin{bmatrix}\rho w\\ \rho wu\\ \rho wv\\ \rho w^2+p\\ (\rho e_t+p)w\end{bmatrix}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ e_v \end{bmatrix}, \qquad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ f_v \end{bmatrix}, \qquad G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ g_v \end{bmatrix} \tag{3-3}$$

ρ, u, v, w, p, e_t는 각각 밀도, x, y, z 방향의 속도 성분, 압력, 총 에너지(Total Energy)를 의미하며 이상 기체(공기의 경우 : $\gamma = 1.4$)에서 총에너지와 총 엔탈피의 관계식은 아래와 같다.

$$e_t = \frac{p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2 + w^2\right), \quad h_t = e_t + \frac{p}{\rho} \tag{3-4}$$

점성유속벡터에서 점성응력텐서 τ는 뉴턴 유체의 가정에 따라 다음과 같이 정의할 수 있으며, μ와 λ는 점성계수로 두 계수의 관계는 열적평형상태(Thermal Equilibrium)에서 Stokes 가정에 의해 다음과 같이 나타내어진다.

$$3\lambda + 2\mu = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{2}{3} \tag{3-5}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \end{aligned} \tag{3-6}$$

$$\begin{aligned} e_v &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial x} \\ f_v &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial y} \\ g_v &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial z} \\ T &= c^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma(\gamma-1)\left[e - \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2 + w^2\right)\right] \end{aligned} \tag{3-7}$$

이상기체 상태방정식을 이용하여 압력 p와 열 유속 q_i의 정의는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
p &= \rho(\gamma-1)\left(e-\frac{1}{2}\left(u^2+v^2+w^2\right)\right) \\
q_x &= -k\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial(p/\rho)}{\partial x} \\
q_y &= -k\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial(p/\rho)}{\partial y} \\
q_z &= -k\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial(p/\rho)}{\partial z}
\end{aligned}
\tag{3-8}
$$

여기서, k는 열전달계수, Pr는 Prantle계수를 나타낸다.

제 2 절 무차원화

유체의 지배방정식을 무차원화 하여 사용 하게 되면, 기하하적으로 유사한 상황에서 동력학적으로 유사성을 얻을 수 있으며, 마하수나 레이놀즈수와 같은 무차원수로써 유동의 상사성을 판단할 수 있고, 변수의 크기를 표준화함으로써 반복연산에 따른 정확도의 감소를 막을 수 있다. 무차원화에는 여러 가지 방법이 있으나 본 연구에서는 다음과 같은 무차원화[13] 방법을 이용하였다.

$$x^* = \frac{x}{L}, \qquad y^* = \frac{y}{L}, \qquad z^* = \frac{z}{L}$$

$$u^* = \frac{u}{u_\infty}, \qquad v^* = \frac{v}{u_\infty}, \qquad w^* = \frac{w}{u_\infty}$$

$$t^* = \frac{tu_\infty}{L}, \qquad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty}, \qquad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}$$

$$T^* = \frac{T}{T_\infty}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho_\infty u_\infty^2}$$

$$e_t^2 = \frac{e_t}{u_\infty^2}$$

$$Re_\infty = \frac{\rho_\infty u_\infty L}{\mu_\infty}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{k}$$

L은 무차원화를 위한 특성길이이며, 첨자 ∞는 자유흐름조건을 나타내고 이후 편의를 위해 무차원 변수를 뜻하는 기호 *는 생략하고 지배방정식을 정리하면 무차원화 된 3차원 Navier-Stokes 방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\sqrt{\gamma_\infty}\, M_\infty}{Re_\infty}\left(\frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} + S_v\right)$$

(3-9)

제 3 절 지배방정식의 좌표변환

수치해석기법의 효율성과 경계조건의 적용을 간단히 하기위하여 지배방정식의 직교좌표계 (x, y, z)에서 일반곡선좌표계 (ξ, η, ζ)로 변환하였다. 이때 직교좌표계에서의 독립변수 q가 일반좌표계에서도 유지되도록 변환을 정할 수 있고, 이와 같은 변환을 통하여 보존법칙이 그대로 유지될 수 있다. 주어진 직교좌표계의 물리영역을 다음과 같은 변환을 통하여 계산영역으로 변환하였다.

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(x, y, z) \\ \eta &= \eta(x, y, z) \\ \zeta &= \zeta(x, y, z) \end{aligned} \tag{3-10}$$

위의 좌표변환에 대하여 metric항들을 Chain rule에 의하여 전개하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\xi_x = J(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta), \quad \xi_y = J(z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta), \quad \xi_z = J(x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) \\ &\eta_x = J(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta), \quad \eta_y = J(z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta), \quad \eta_z = J(x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta) \\ &\zeta_x = J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi), \quad \zeta_y = J(z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi), \quad \zeta_z = J(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{aligned} \tag{3-11}$$

$$J^{-1} = x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\zeta y_\xi z_\eta + x_\eta y_\zeta z_\xi - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\eta y_\xi z_\zeta - x_\zeta y_\eta z_\xi \tag{3-12}$$

3차원 공동 계산에 사용한 좌표계는 x는 자유류방향, y는 평판에 수직방향, z는 스팬방향으로 정의하였다.

좌표변환을 해서 얻어진 지배 방정식은 다음과 같다.[12]

$$\frac{\partial \overline{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \overline{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \overline{G}}{\partial \zeta} = \left(\frac{\partial \overline{E_v}}{\partial \xi} + \frac{\partial \overline{F_v}}{\partial \eta} + \frac{\partial \overline{G_v}}{\partial \zeta d} + \overline{S} \right) \tag{3-13}$$

여기서 보존량 $\overline{Q}$와 플럭스벡터 $\overline{E}, \overline{F}, \overline{G}, \overline{E_v}, \overline{F_v}, \overline{G_v}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{Q} = \frac{Q}{J} \tag{3-14}$$

$$\overline{E} = \frac{1}{J}\left(\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G\right)$$

$$\overline{F} = \frac{1}{J}\left(\eta_x E + \eta_y F + \eta_z G\right)$$

$$\overline{G} = \frac{1}{J}\left(\zeta_x E + \zeta_y F + \zeta_z G\right)$$

$$\overline{E_v} = \frac{1}{J}\left(\xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v\right)$$

$$\overline{F_v} = \frac{1}{J}\left(\eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v\right)$$

$$\overline{G_v} = \frac{1}{J}\left(\zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v\right)$$

제 4 장 수치해석기법

제 1 절 공간이산화 (Space Discretization)

1. TVD Scheme의 개요

TVD(Total Variation Diminishing) Scheme[12,13]에는 1차 정확도 TVD Scheme과 2차 정확도의 TVD Scheme으로 나눌 수 있다

먼저 어떤 변수 $u(t,x)$에 대한 x방향으로의 Total Variation을 다음과 같이 정의한다.

$$TV(u) = \int \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| dx$$

이 정의를 discrete foam으로 나타내면

$$TV(u^n) = \sum_{-\infty}^{\infty} \left| u_{i+1}^n - u_i^n \right|$$

이 된다. 이때 어떤 Scheme 이 Total Variation Diminishing(TVD in time)이라는 말은 다음을 의미한다.

$$TV(u) \le TV(u^n)$$

TVD scheme는 일반적으로 다음의 특징을 갖는다.

가. 모든 Monotone Scheme은 1차 TVD Scheme에 속한다.

나. 일반적으로 파동방정식에 대한 Explicit Scheme을 다음의 형태로 표현할 때

$$u_i^{n+1} = u_i^n + A_{i+1/2} \Delta u_{i+1/2}^n - B_{i-1/2} \Delta u_{i-1/2}^n \tag{4-1}$$

$$\Delta u_{i+1/2} = u_{i+1}^n - u_i^n$$

$$\Delta u_{i-1/2} = u_i^n - u_{i-1}^n$$

A = 0, B = 1 일 때 후방차분,

A = 1, B = 0 일 때 전방차분,

A = 1/2, B = 1/2 일 때 중앙차분

여기서 A와 B는 사용되어진 Scheme에 따라 결정되는 계수이며, Harten[14]에 의하면 식(4-1)이 TVD가 되기 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$A_{i+1/2} \leq 0 \qquad \forall i \qquad (4\text{-}2)$$

$$A_{i-1/2} \leq 0 \qquad \forall i$$

$$0 \leq A_{i+1/2} + B_{i+1/2} \leq 1 \qquad \forall i$$

다. TVD Scheme의 특징은 Homogeneous Scalar Hyperbolic Conservation Equation에서만 적용되고, Non-Homogeneous Hyperbolic Equation에서는 특별한 경우에만 적용된다.

라. Flux Limiter의 사용으로 2차 TVD Scheme이 개발되었는데, 이 Scheme은 Smooth Region에서는 2차 정확도이고, 큰 구배가 있는 지역에서는 1차 정확도로 전환된다.

마. 경계조건 적용이 힘들고 경계를 포함하고 있는 식의 TVD Property의 증명은 매우 힘들다.

바. TVD Scheme의 비선형문제와 Multi-Dimensional System으로 확장이 아직 정립되어 있지 않으나 수치실험에 의하면 이들에 의한 확장이 가능한 것으로 알려져 있으며, 실질적으로 비선형 문제와 Multi-Dimensional System에도 TVD Scheme이 사용되고 있다.

사. TVD Scheme이 불연속성을 가지고 있는 유동계산에 적절한 방법으로 알려져 있으나, 통상적인 Explicit damping에 비해 계산시간이 많이 든다.

아. TVD Scheme은 불연속성의 Smearing효과를 줄여줌과 동시에 Oscillation도 줄여준다.

자. Centeral Difference를 기본으로 하는 TVD Scheme을 Symmetric TVD Scheme이라고 부르며, One-Sided Difference를 기본으로 하는 것을 Upwind TVD Scheme이라고 부른다.

2. Second order TVD Scheme

가. Harten Method

정확도가 1차에서 2차로 올라갔을 때 Harten[14]은 유량벡터 $\overline{E}$를 다음과 같이 정의 하였다.

$$\overline{E} = E + G \tag{4-3}$$

G는 Second order TVD의 limiter이고, 일반화된 방정식은 다음과 같다.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[h_{i+\frac{1}{2}}^n - h_{i-\frac{1}{2}}^n\right] \tag{4-4}$$

$$h_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2}\left[E_{i+1}^n + E_i^n + \phi_{i+\frac{1}{2}}^n\right] \tag{4-5}$$

$$h_{i-\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2}\left[E_i^n + E_{i-1}^n + \phi_{i-\frac{1}{2}}^n\right] \tag{4-6}$$

Harten-Yee의 Upwind TVD Limiter의 정의에 의하여 limiter는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = (G_{i+1} + G_i) - \psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i-\frac{1}{2}}\right)\Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n \tag{4-7}$$

$$\begin{cases} |y| & \text{for} \quad |y| \geq \epsilon \\ \dfrac{(y)^2 + \epsilon^2}{2\epsilon} & \text{for} \quad |y| < \epsilon \end{cases} \tag{4-8}$$

ϕ는 각각의 방정식이 TVD 성질을 만족하도록 구성된 벡터 행렬이다.

여기서 $0 \leq \epsilon \leq 0.125$ 이면

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \dfrac{E_{i+1} - E_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ \dfrac{u_{i+1} + u_i}{2} & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases} \quad \text{실제물리성분} \tag{4-9}$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \dfrac{G_{i+1} - G_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases}$$ 인공물리성분 (4-10)

Limiter G 의 특성은 다음과 같다.

$$G_i = S \times \max\left\{0,\ \min\left[\sigma_{i+\frac{1}{2}} \left| \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \right|,\ S \times \sigma_{i-\frac{1}{2}} \Delta u_{i-\frac{1}{2}}\right]\right\} \tag{4-11}$$

$$S = Sgn\left(\Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right) = \frac{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}}{\left|\Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right|}$$

$$\sigma_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[\psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)^2\right]$$

식 (4-7)을 다시 쓰면

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)\left(G_{i+1} + G_i\right) - \psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i+\frac{1}{2}}\right)\Delta u^n_{i+\frac{1}{2}} \tag{4-12}$$

$$\phi_{i-\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i-\frac{1}{2}}\right)\left(G_i + G_{i-1}\right) - \psi\left(\alpha_{i-\frac{1}{2}} + \beta_{i-\frac{1}{2}}\right)\Delta u^n_{i-\frac{1}{2}} \tag{4-13}$$

$$\sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) + \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)\begin{cases} \dfrac{G_{i+1} - G_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & ,\ \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & ,\ \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases}$$

Limiter G_i는 여러 방법 중 다음의 방법을 사용한다.

$$G_i = \left(\Delta u_{i-\frac{1}{2}},\ \Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right) \tag{4-14}$$

나. Flux Vecter splitting

A와 B의 고유값은 Diagonal matrices에 의해 다음과 같은 식이 나온다.

$$\Lambda_\xi = D[U, U, U + C(\xi x^2 + \xi y^2)^{1/2},\ U - C(\xi x^2 + \xi y^2)^{1/2}], \qquad (4\text{-}15)$$
$$\Lambda_\eta = D[U, U, U + C(\eta x^2 + \eta y^2)^{1/2},\ U - C(\eta x^2 + \eta y^2)^{1/2}],$$

여기서 C는 음속이고 D는 Diagonal matrices이다.

고유 값이 $\lambda^{\pm} = (\lambda \pm |\lambda|)/2$, 일 때 Mach=0.0과 1.0에서 불연속 구배가 있다. 불연속 지점에 해법에 결함을 발생시킨다. 왜냐하면 고유 값은 갑자기 0이 되거나 0이 되지 않기 때문이다. 이것은 전파파장의 정보 변환이 Mach=0.0과 1.0의 근방에서 충분하지 않다는 것을 의미한다. 이 문제를 극복하기 위하여, van leer[15]는 구배연속 Flux vector를 개발하였고 Liang 와 Chan[16] 이 잘 맞는 함수를 소개하였다. 고유 값은 추가된 함수의 도입으로 두 개의 구배연속 값으로 나눠진다.

$$\lambda_i^{\pm} = \frac{\lambda_i \pm |\lambda_i|}{2} \pm \varepsilon(\alpha), \qquad (4\text{-}16)$$

$$\varepsilon(\alpha) = \frac{C}{4\varepsilon_0}\alpha^2 - \frac{C}{2}\alpha + \frac{C}{4}\varepsilon_0$$

$\alpha = M - 1$, M 혹은 M+1($|\alpha| \le \varepsilon_0$)이다. 왜냐하면 전파파장의 갑작스러운 끊김은 수정된 고유 값 분할을 예방 할 수 있다. $\lambda_{1,2}^{\pm}$의 수정된 고유치는 Fig. 4.1에 표시하고 있다. 고유치는 잘 맞게 바뀌었다.

Jacobian matrices는 분할된 고유치와 함께 변형 matrices T와 inverse T^{-1}[17]로 분할한다.

$$A = T_\xi \Lambda_\xi T_\xi^{-1} = T_\xi(\Lambda_\xi^+ + \Lambda_\xi^-)T_\xi^{-1} = T_\xi \Lambda_\xi^+ T_\xi^{-1} + T_\xi \Lambda_\xi^- T_\xi^{-1} = A^+ + A^- \qquad (4\text{-}17)$$
$$B = T_\eta \Lambda_\eta T_\eta^{-1} = T_\eta(\Lambda_\eta^+ + \Lambda_\eta^-)T_\eta^{-1} = T_\eta \Lambda_\eta^+ T_\eta^{-1} + T_\eta \Lambda_\eta^- T_\eta^{-1} = B^+ + B^-$$

Flux vecter E와 F는 Q의 동일한 함수이기 때문에 다음과 같이 분할된다.

$$E = AQ = (A^{+} + A^{-})Q = A^{+}Q + A^{-}Q = E^{+} + E^{-} \tag{4-18}$$
$$F = BQ = (B^{+} + B^{-})Q = B^{+}Q + B^{-}Q = F^{+} + F^{-}$$

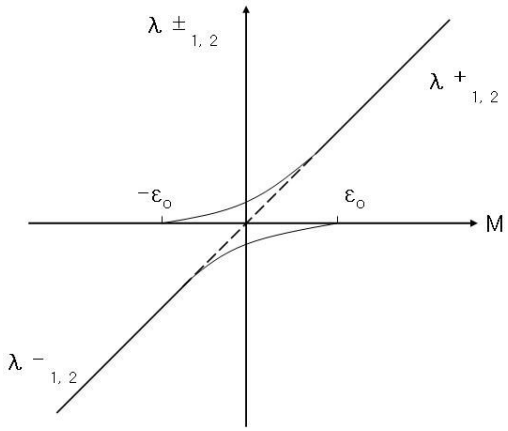


Fig. 4.1 Split eigenvalues of $\lambda_{1,2}^{\pm}$

제 2 절 난류 모델

실험적인 관측으로부터 아음속 혼합층(mixing layer)의 확산율(spreading rate)은 마하수가 증가함에 따라 감소한다는 것이 증명되었다. 이 마하수의 증가에 따른 확산율의 감소를 비압축성 난류모델은 제대로 모사하지 못하는 것 또한 잘 알려진 사실이다. 이러한 사실은 많은 연구자들로 하여금 비압축성 난류모델이 압축성 효과를 설명할 수 있도록 수정하게 하는 원인이 되었다.

Kolmogorov(1942)가 처음으로 난류의 two-equation을 제시하였다. kolmogorov는 난류운동 에너지를 그의 난류 매개변수와 Prandtl(1945)수의 차분방정식에서 선택하여 사용하였다. 그 후에 Wilcox는 Sarkar와 Zeman의 모델의 경계층 유동의 예측에 적합하지 않음을 밝히고 경계층 유동에 적용 가능한 팽창-소산항($k-\omega$) 모델을 제시하였다. $k-\omega$ 난류모델은 다음 식과 같이 정리가 된다.[18]

-. 운동학적 점성률 :

$$\nu_T = k/\omega \tag{4-19}$$

-. 난류 운동 에너지 :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j\frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k\omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma^*\nu_T)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{4-20}$$

-. 비 소산율 :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j\frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha\frac{\omega}{k}\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma\nu_{T)}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] \tag{4-21}$$

-. 근사계수 및 보조관계식 :

$$\alpha = \frac{13}{25}\ ,\quad \beta = \beta_o f_\beta\ ,\quad \beta^* = \beta_o^* f_{\beta^*}\ ,\quad \sigma = \frac{1}{2}\ ,\quad \sigma^* = \frac{1}{2}$$

$$\beta_o = \frac{9}{125}\ ,\quad f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega}\ ,\quad \chi_\omega \equiv \left|\frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_o^*\omega)^3}\right|$$

$$\beta_o^* = \frac{9}{100} \ , \quad f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & , \quad \chi_k \le 0 \\ \dfrac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & , \quad \chi_k > 0 \end{cases} \ , \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

$$\epsilon = \beta^* \omega k \ , \ \text{and} \quad l = k^{1/2}/\omega$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$$

위의 식들을 유량벡터형으로 표기하면 다음과 같이 정리가 된다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho u \omega \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \omega \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho w k \\ \rho w \omega \end{bmatrix} \tag{4-22}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} \mu k \dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \mu \omega \dfrac{\partial \omega}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad F_v = \begin{bmatrix} \mu k \dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \mu \omega \dfrac{\partial \omega}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad G_v = \begin{bmatrix} \mu k \dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \mu \omega \dfrac{\partial \omega}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{4-23}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_k \\ S_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - \beta^* \rho \omega k \\ (\alpha P - \beta \rho \omega k)\dfrac{\omega}{k} \end{bmatrix} \tag{4-24}$$

$$\alpha = \frac{13}{25} \ , \quad \sigma = \frac{1}{2} \ , \quad \sigma^* = \frac{1}{2} \ , \quad \beta = \frac{9}{125} \ , \quad \beta^* = \frac{9}{100}$$

제 3 절 시간 이산화

시간 적분법으로는 내재적(Implicit)방법과 외재적(Explicit)방법의 두 가지로 구분할 수 있다. 내재적 방법은 많은 기억용량과 복잡한 알고리즘을 필요로 하므로 수치계산에서 적용하기는 어려운 반면에, 안정성이 좋아 시간간격을 크게 할 수 있는 장점이 있다. 외재적 방법은 알고리즘이 비교적 간단하고 적은 기억용량을 요구하는 장점을 가지고 있으므로 비교적 단순한 문제나 비 정렬 격자와 같은 데이터 구조가 복잡한 문제의 경우에 편리하게 이용할 수 있다. 또한 적용이 간단하고 계산시간이 짧은 장점이 있는 반면, 안정성이 높지 않으므로 계산시간 간격을 크게 할 수 없어서 반복계산이 많아야 하는 단점을 가지고 있다.

정상유동문제의 수치 해를 구하는 경우에는 수렴성을 좋게 하기 위해서는 각 격자에서 최적의 시간 간격으로 시간진행을 할 수 있지만, 비정상 유동문제의 경우에는 각 격자에서 동일한 시간 간격으로 전진함으로써 시간에 따른 비정상해를 구하게 된다. 본 연구에서는 비정상 압축성 유동에 관한 외재적(Explicit)방법으로 Runge-Kutta 4th Order를 사용하였다.[12]

지배 방정식인 식 (3-1)을 차분화한 다음에 정리를 하면 다음과 같다.

$$a_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} + R_i = 0 \tag{4-25}$$

각각 i번째 격자에 대해서, a_i는 격자의 넓이이고, $R_i = \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i$는 잔류치를 나타낸다. Runge-Kutta의 외재적 시간 적분법은 다음의 식으로 정리가 된다.

$$\begin{aligned}
Q_i^{(1)} &= Q_i^n \\
Q_i^{(2)} &= Q_i^n - \frac{\triangle t}{4}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(1)} \\
Q_i^{(3)} &= Q_i^n - \frac{\triangle t}{3}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(2)} \\
Q_i^{(4)} &= Q_i^n - \frac{\triangle t}{2}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(3)} \\
Q_i^{n+1} &= Q_i^n - \triangle t\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(4)}
\end{aligned} \tag{4-26}$$

제 4 절 병렬처리기법

방대한 계산양의 처리를 위하여 MPI 처리기법을 사용하여 수치해석을 하였다. MPI(Message Passing Interface)는 병렬 프로그래밍 모델 중 “메시지 패싱” 모델의 표준으로 알려져 있다. 하나의 작업을 다수의 프로세스들에게 나누어 실행시키는 병렬 계산에서는 필연적으로 프로세스들 사이의 통신이 필요하다. 메시지 패싱 모델은 각자의 메모리를 지역적으로 따로 가지는 프로세스들로 구성된 분산 시스템 환경에서, 프로세스들 사이의 통신을 오직 메시지들의 송신(sending)과 수신(receiving)으로만 구현하는 프로그래밍 모델을 말한다.(Fig. 4.2) 그래서 메시지 패싱 모델은 프로세스들이 메모리 공간을 공유하지 않으며 한 프로세스가 다른 프로세스의 메모리에 직접 접근하는 것을 허용치 않는다.

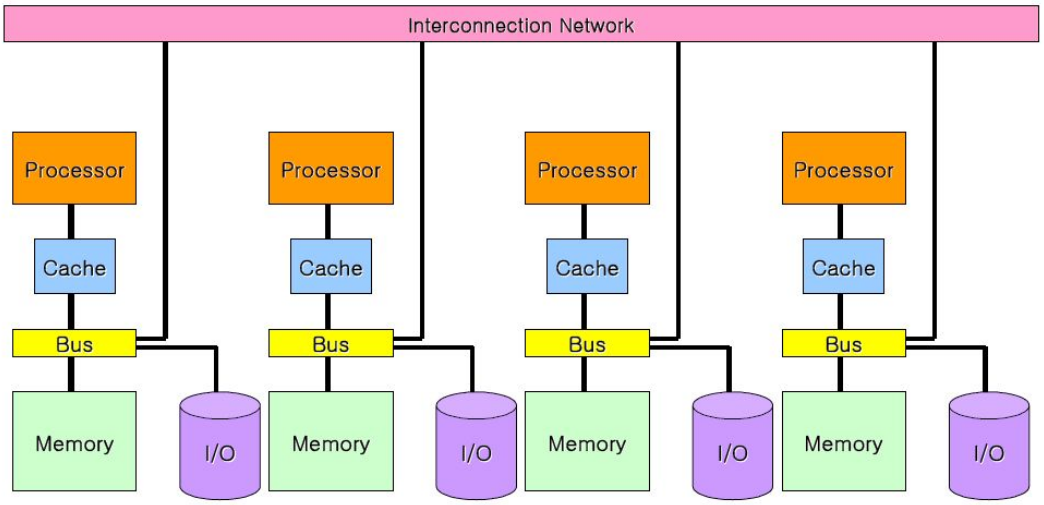


Fig. 4.2 분산 메모리 시스템

메시지 패싱 프로그래밍 모델은 최근 들어 많이 이용되고 있는데, 주된 이유 중의 한가지는 메시지 패싱 모델은 여러 가지 다양한 플랫폼에서 구현될 수 있기 때문이다. 메시지 패싱 스타일로 작성된 병렬 프로그램들은 분산, 공유메모리 다중 프로세서 환경, 워크스테이션들의 네트워크, 그리고 단일 프로세서 환경에서도 실

행할 수 있다. 지시어 기반의 OpenMP를 이용한 병렬 프로그래밍이 손쉬울지라도 메시지 패싱 모델이 병렬 컴퓨팅에서 널리 이용되고 있는 이유는 특별히 쉽기 때문이 아니라 보다 일반적이기 때문이다.

MPI는 'Message Passing Interface'의 약어로써 프로세스들 사이의 통신을 위해 코드에서 호출해 사용하는 서브루틴(Fortran) 또는 함수(C)들의 라이브러리이다.

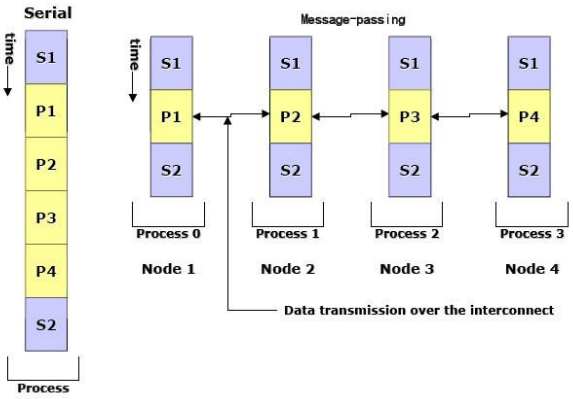


Fig. 4.3 메시지 패싱 프로그래밍 모델

Fig. 4.3은 MIP를 이용하여 시간을 절약 할 수 있다는 것을 보여주는 그림이다. 하나의 작업을 한 대의 프로세서에서 작업을 하면 예를 들어 4시간이 걸린다고 하면 MPI를 이용한다면 4대의 프로세서로 총 1시간이 걸린다는 것이다.

MPI는 Fortran 또는 C 로 작성된 메시지 패싱 또는 프로그램들에게 순차 프로그램들처럼 다양한 아키텍처들에 대한 풍부한 소스코드 이식성(Source-Code Portability)을 제공하고자 하는 표준화 작업의 결과이다. 본 연구에서는 Fortran을 이용한 병렬프로그램을 구축하였다.

본 연구를 수행하면서 사용된 병렬처리 컴퓨터의 스펙은 P4 3.2E GHz (800MHz)를 총 27대 Node를 활용하여 계산을 수행하였다.

1. 병렬처리기법을 사용한 속도 비교

본 연구에서는 27대의 Node를 사용해서 가장 효율적인 Node의 수를 알아보기 위하여 MPI기법을 사용한 Code의 수치계산 처리 속도를 비교하였다. Code의 병렬화를 하기 이전에 Serial Code의 최적화를 우선 수행하고 다음으로 병렬처리를 하였다. 1, 2, 4, 8, 12, 16, 20, 24 그리고 26대 Node를 이용하여 500회의 iteration을 각각 수치계산을 하여 Node 수에 따른 속도와 시간을 Fig. 4.4와 4.5에서 확인 할 수 있다. Fig. 4.4는 Node 1대였을 때의 처리 속도를 1로 잡고 나머지 Node수의 속도를 비교한 그래프이다. 20대의 Node까지는 속도가 계속 증가하다가 24대, 26대는 속도가 감소함을 확인 할 수 있었다. 이것은 20대의 Node 이상이 되면 Data 통신량의 증가로 인하여 계산속도가 느려지는 것을 짐작 할 수 있다. Fig. 4.5는 격자의 수를 434,000개와 685,000개의 2가지 Case로 나눠서 Code의 수치계산 처리 속도를 비교하여 보았다. 그래프는 Node수에 따른 계산 시간을 보여주고 있다. 이 경우에도 마찬가지로 20대의 Node를 기준으로 속도가 빨라졌다가 느려짐을 확인 할 수 있다. 이 비교를 통하여 20대의 Node가 최적의 속도를 낼 수 있다는 것을 확인 하여 모든 수치 계산을 20대의 Node를 사용하였다.

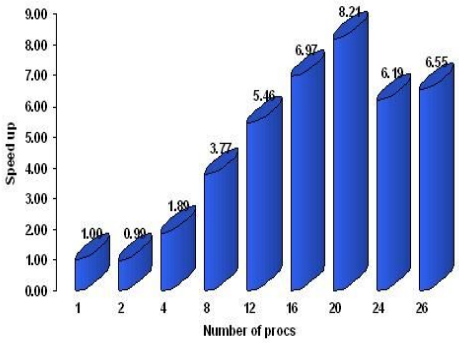


Fig. 4.4 comparison of relative performance

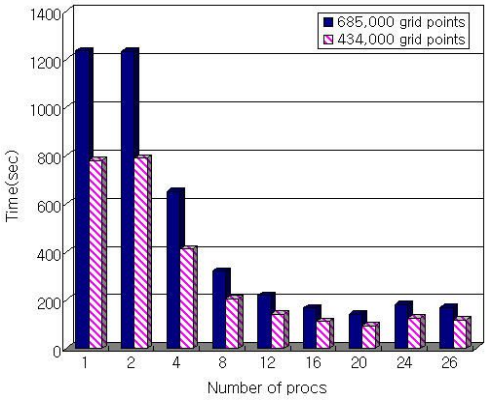


Fig. 4.5 comparison of processing speed

2. 최적의 NODE를 이용한 공동의 분할

27대의 노드를 이용한 최적의 계산 속도가 확인된 node수는 20대이다. 이 20대의 node를 이용하여 공동을 분할하는 방법에는 여러 가지가 있으나 본 연구에서는 형상(Fig 4.6)을 JK 방향을 나눠서 했다.

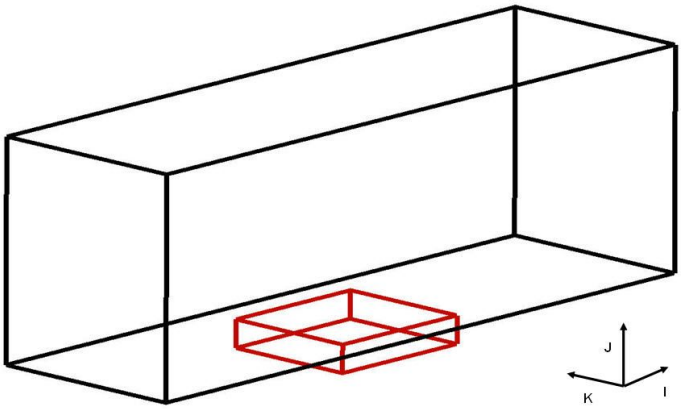


Fig 4.6 공동의 형상

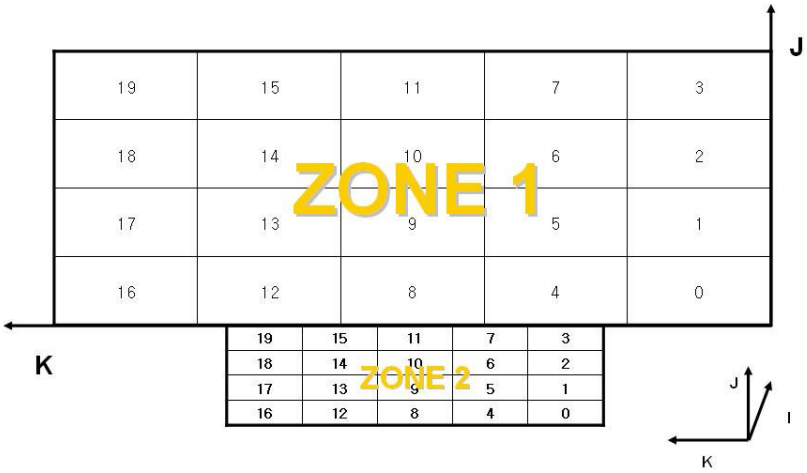


Fig. 4.7 분할된 공동의 노드 주소

그리고 공동을 분할한 결과는 Fig 4.7과 같다. 공동은 그림과 같이 2개의 ZONE으로 나눠지고 각각의 ZONE은 20(5×4)의 NODE로 나눠진다. 0~19는 각각의 CPU로 분할되어 계산이 되는 것을 의미한다. 계산되는 순서는 ZONE 1이 우선계산이 되고 다음으로 ZONE 2가 계산되어진다.

제 5 장 열린 공동 유동 해석

제 1 절 공동의 형상 및 파라미터

공동 주위의 유동현상을 관찰하기 3차원으로 수치해석을 통하여 그 결과를 비교하였다. 고세장비 공동 유동 특성이 결정되는 주요 인자인 길이 대 깊이비(L/D)와 폭비(W/D)가 고세장비 공동주위 유동의 특성에 어떠한 영향을 미치는지에 대해 알아보고 중 세자빙(L/D) 2.5 ~ 4.5와 얼마나 크게 다른 성향을 끼치고 고세장비(L/D) 5.5 ~ 7.5가 공동 유동에 어떠한 영향을 미치는지에 대해 알아보고자 한다.

이번 연구에서 사용한 형상 모델은 Ahuja & Mendoza[9]가 실험한 형상을 바탕으로 비슷한 범위에서 정해 졌으며, 이는 Choi & Kim의 중 세장비 유동과도 비슷한 형상을 가지고 있다. 공동의 주요 인자는 다음과 같이 정의 되어 졌다..

- L/D = 2.5, 5.5, 6.5, 7.5, W/D = 2, 3, 4, 5
- 깊이(D) = 5.08 cm , 길이(L) = 12.7 cm
- Reynolds Number = 1.6×10^6
- Mach Number = 0.53

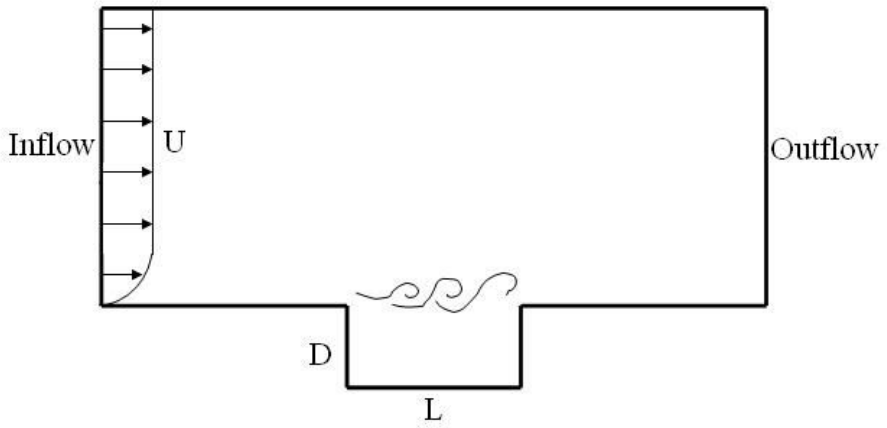


Fig. 5.9 Schematic diagram of cavity configuration and computational domain

열린 공동 형상에 대하여 Table 5.1과 같이 마하수가 0.53으로 일정하고 3차원 공동의 세장비가 2.5에서 7.5까지 변화하는 경우와, 세장비(L/D)가 5.5에서 7.5일 경우 공동의 폭비가 2에서 5로 변화하는 경우를 해석 하였다.. 이때 모든 경우에 대해 Re=1.6×10^6 인 경우가 해석 되었다.

	CASE	L/D	W/D	M	Re
3차원	CASE1	2.5	2	0.53	1.6×10
	CASE2	5.5	2	0.53	1.6×10
	CASE3	5.5	3	0.53	1.6×10
	CASE4	5.5	4	0.53	1.6×10
	CASE6	6.5	2	0.53	1.6×10
	CASE7	6.5	3	0.53	1.6×10
	CASE8	6.5	4	0.53	1.6×10
	CASE10	7.5	2	0.53	1.6×10
	CASE11	7.5	3	0.53	1.6×10
	CASE12	7.5	4	0.53	1.6×10

Table. 5.1 Numerical condition of each case

제 2 절 격자구성 및 경계조건

격자구성은 기본적으로 유동의 변화가 다른 영역에 비해 클 것으로 예상되는 공동의 벽면근처와 공동의 앞전 그리고 뒷전에 격자를 조밀하게 두었으며 유동의 변화가 작은 입구와 자유류 윗부분에 대해서는 성글게 주었다. 그리고 공동 벽면 주위에서 발생하는 경계층이나 전단층의 유동 변화가 윗면까지 영향이 가지 않도록 충분히 크게 잡았으며 공동의 후류 부분도 마찬가지로 충분히 뒤로 빠지도록 하였다.

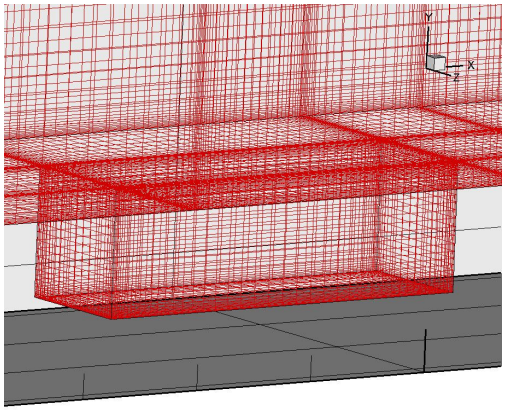


Fig. 5.10 Computational grid for the three dimensional calculation

Fig. 5.2은 공동 유동 해석을 위한 3차원 격자계의 일부를 보여주고 있다. 공동 전후의 평판과 바닥 및 벽 부근에 격자를 충분히 밀집시켜 주었으며, 첫 격자점의 $y^+(=y\sqrt{\rho_\omega\tau_\omega}/\mu_\omega)$는 약 0.01~1.5 정도로 벽함수를 사용하지 않고 직접 계산을 수행하였다. Abdol-Hamid, Lakshmanan and Carlson[19]의 연구에 의하면 큰 박리영역을 포함하는 유동에서 첫 격자점의 y^+가 10이하 이면 타당한 결과를 보여주는 것을 알 수 있다. 원방향 경계조건은 깊이(D)의 8배를 주었다. 격자수에 의한 계산의 영향을 확인하기 위하여 몇 셋의 격자계를 테스트하여, 3차원의 경우 각각 190×70×50, 70×50×30이다.

제 3 절 공동에서 발생하는 유동 및 소음 해석

1. 유동의 형태 분류

Gharib의 실험을 통한, 열린 공동유동의 형태를 구분하였다. 열린 공동의 유동 형태는 Steady mode, Shear layer mode, wake mode이다. 일반적으로 공동의 길이비가 증가하고 마하수가 커짐에 따라 공동의 모드가 steady mode에서 shear layer mode로, shear layer mode에서 wake mode로 변하게 되는 경향이 나타난다.[7]

Fig. 5.4[20]는 steady mode의 streamline의 형태로서 공동의 내부와 외부 사이에 상호작용이 전혀 일어나지 않아 소음과 진동이 발생하지 않고 매우 안정함을 알 수 있다. 이러한 steady mode의 경우 유동이 완전히 수렴됨으로 인하여 소음이 전혀 발생 하지 않는다.

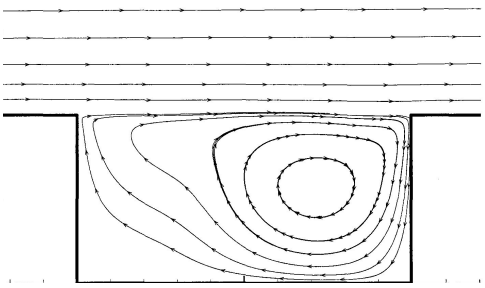


Fig. 5.11 Streamline of steady mode

Shear layer mode의 밀도와 streamline은 Fig. 5.5와 같다. 앞전에서 전단층이 발생하여 소용돌이가 뒷전에 부딪치고 공동의 내부에 있는 큰 와류가 전단층의 불안정한 유동으로 인해 공동 내부의 유동이 매우 불안정하고 요동치고 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 공동의 길이가 짧아서 vortex가 leading edge에 붙어 shear layer에서 완전히 떨어져 나올 만큼 발달하지 못하기 때문이다. 이러한 공동에서 발생하는 음향자에 대한 그림은 Fig. 5.6에서 살펴볼 수 있다. 그림에서 보는 것과 같이 뒷전 전방으로 음향장이 펴져 나가는 것을 확인 할 수 있다.

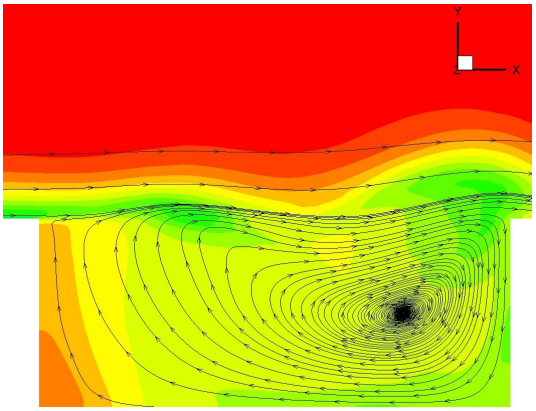


Fig5.12 Density contour and Streamline of shear layer mode(Case 1)

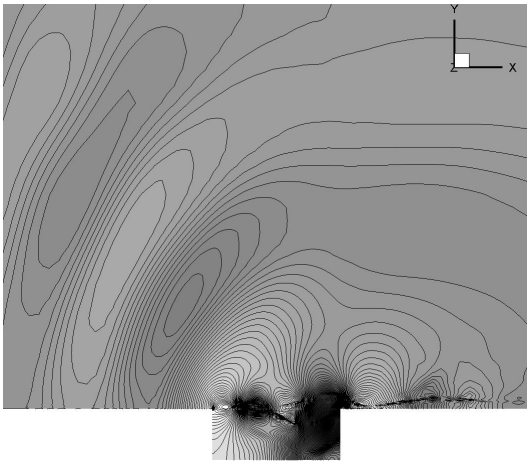


Fig. 5.13 Acoustic fields of shear layer mode(Case 1)

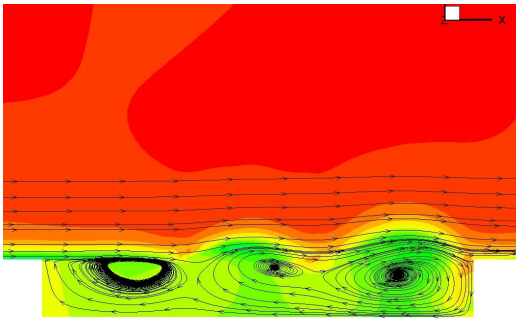


Fig5.14 Density contour and Streamline of shear layer mode(Case 10)

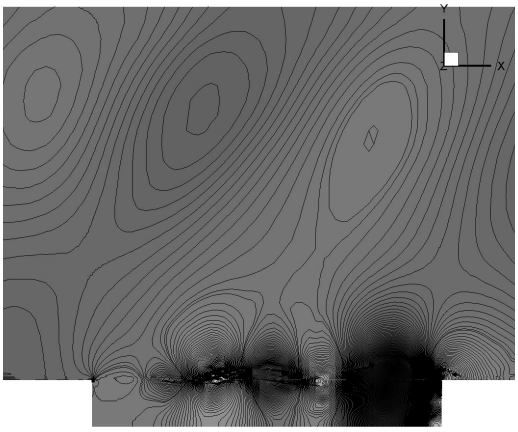


Fig. 5.15 Acoustic fields of shear layer mode(Case 10)

Fig. 5.7은 Wake mode 일 때 공동내부의 밀도와 streamline을 보여주는 그림이다. shear layer mode 보다 더 streamline의 선이 조밀하고 복잡하며 공동 내부의 뒤쪽에 항상 2~3개의 와류가 서로 coupling되어 회전하고 있는 것을 볼 수 있다. 이 형태의 경우 와류간의 복잡하고 다양한 현상으로 인하여 때로는 뒷전 모서리에 부딪히지 않고 바로 공동의 내부로 들어가거나 혹은 공동 밖으로 빠져나가 버리는 소용돌이가 존재하기도 한다. Fig. 5.8은 wake mode에서의 소음장을 보여주는 그

림이다. shear layer mode에 비하여 더 복잡하고 불규칙적으로 전파되어지는 것을 확인 할 수 있다.

공동에서 발생하는 유동과 소음의 개략적인 특성은 Fig. 5.9와 같이 그려볼수 있다. 우선 앞전의 전단층에서 교란이 발생하면, 이 교란은 유동을 따라 전파되면서 점점 증폭되게 된다. 그리고 뒷전 모서리에서 부딪히면 벽면에서 강한 압력 교란을 유발하며, Voltex의 일부는 공동 내부로 흘러가며 일부는 외부로 흘러가게 된다. 이것은 주요 소음원으로 작용하게 된다. 뒷전 모서리에서 발생한 소음 중 일부는 상류방향으로 전파되며 앞전에서 오는 전단층과 상호작용을 일으켜서 초기보다 더 큰 교란을 유발하게 된다. 이때 공동의 뒷전 모서리 아래 방향으로 반사되어서 생성된 파는 압력파이고 상류방향으로 전파되는 파는 음향파이다.

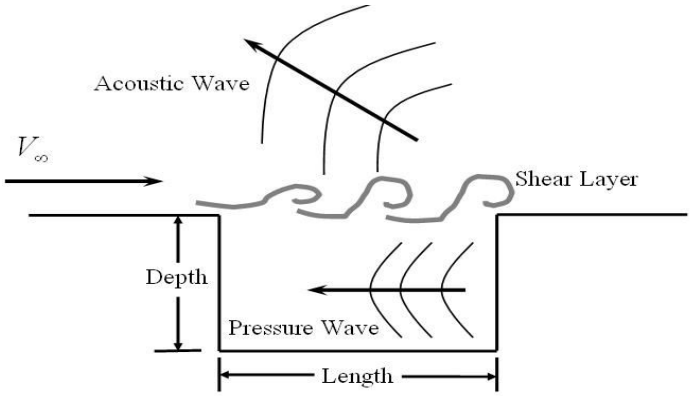


Fig. 5.16 Schematic of the cavity air flow
receptivity between the shear layer
instability wave the sound wave
disturbances

2. 한 주기에서의 유동현상 및 압력

공동의 주위에서 발생하는 물리적 현상 및 압력 신호의 위상을 알아보기 위해서, 1주기를 8등분하여 각 시간에서 공동 근처의 밀도와 유선에 대해서는 Fig. 5.10과 같다. Fig. 5.10은 3차원 유동의 중앙단면에서 한 주기에 대해 Δt=0.3084의 시간 간

격으로 샘플링 하여 공동내부의 밀도와 유선을 나타낸 그림이다 이때 사용 된 케이는 세장비가(L/D) 7.5, 폭비(W/D) 2.0인 CASE 16의 밀도와 Streamline이다.

ⅰ) t=175(A) : 3개의 큰 와류가 공동 안에 생성되고 있는 것을 볼 수 있다.

ⅱ) t=178.084(C) : 앞전에서 새로운 와류가 생성되면서 중간에 있던 와류는 공동의 뒷전에 있는 와류와 커플링을 이루면서 합쳐지는 것을 확인 할 수 있다..

ⅲ) t=180.5515(E) : 충분히 성장했던 앞전 와류가 벽면에서 떨어져 나가서 큰 와류가 있는 뒷전으로 이동하고, 뒷전에 있던 2개의 와류는 완전히 합쳐져 하나의 큰 와류로 변하는 과정을 볼 수 있다.

ⅳ) t=184.24(G) : 앞전에서 새로운 와류가 생성되면서 이전에 생성되었던 와류가 뒷전으로 밀려나며, 이때 앞전에서 생성되는 와류 아래쪽으로 뒷전에서부터 밀려온 작은 와류가 하나 더 생성되었다. 이때에는 공동 내에는 최대 4개의 와류가 생성 된다.

ⅴ) t=187.366(H) : 유동의 한 주기가 끝난 뒤 t=175(A)일 때와 똑같은 모습으로 돌아가 공동 안에 3개의 큰 와류가 다시 생성되는 것을 확인 할 수 있다.

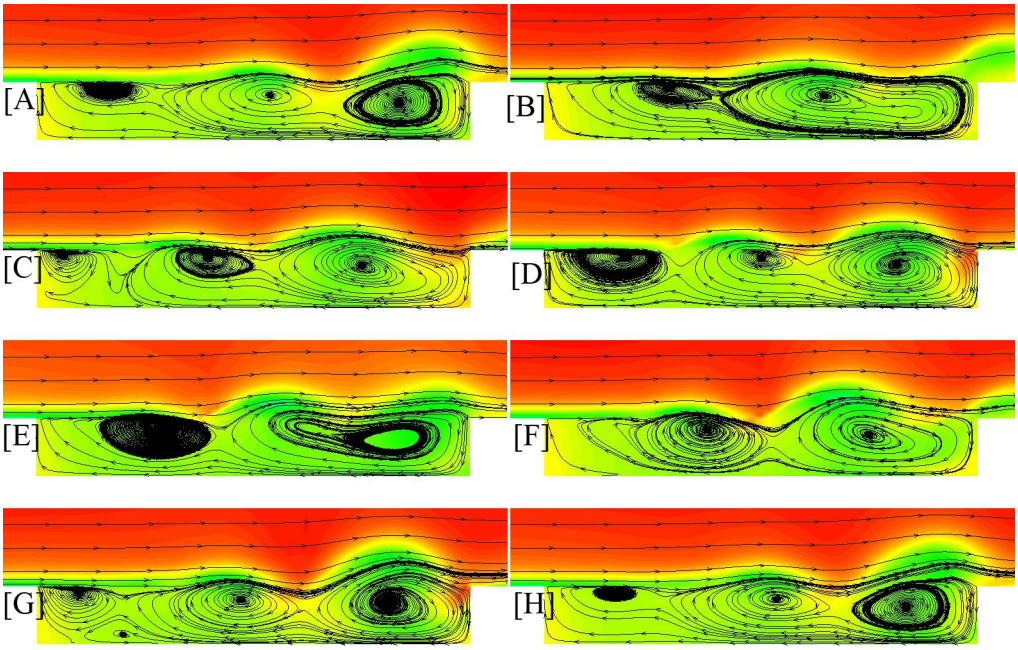


Fig. 5.17 Density and Streamlines of three dimensional cavity flow(Total time=12.366, Sampling time=0.308, Z/D=1,X/D=3.75)(CASE10)

이렇게 해서 3차원 공동의 한주기 동안의 유동현상을 관찰 할 수 있다. 이 그림을 보더라도 Heller-Bliss[6]의 파 반사 메커니즘과 동일하게 반복하면서 이동하는 것을 볼 수 있으며, 공동 내부유동의 주기적인 반복과 이동에 따라 자유전단층이 주기적으로 변화하면서 유동이 반복적으로 유입되는 것을 알 수 있다.

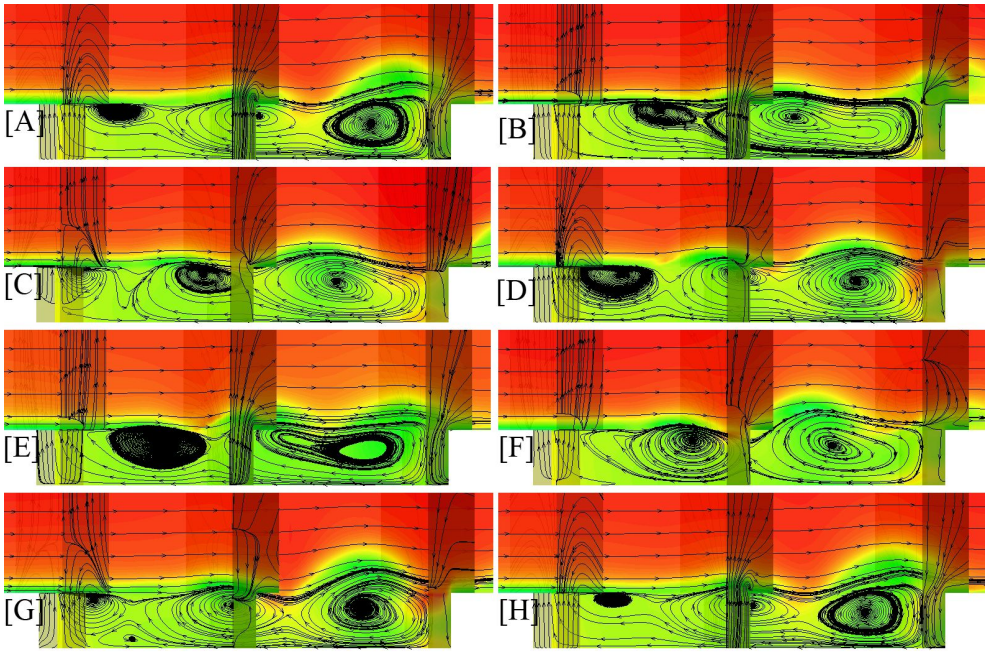


Fig. 5.18 Density and Streamlines of three dimensional cavity flow(Total time=12.366, Sampling time=0.308, Z/D=1,X/D=3.75)(CASE10)

Fig. 5.11은 Fig. 5.10과 같은 case1이고 같은 주기의 시간간격으로 Z/D=1.5이고 X/D=8.1, X/D=15.4, X/D=11.5에서의 밀도와 streamline의 그림이다. 이 그림은 K방향으로의 유동흐름을 관찰하기 위한 그림이다.

ⅰ) t=175(A) : 앞전에서 생성된 전단층의 소용돌이가 X/D=11.5부근에 가까워지면서 공동내부의 유동과 공동외부 유동이 소용돌이 쪽으로 향하는 것을 볼 수 있으며, K방향으로 모서리 부근에 작은 와류가 발생하는 것을 볼 수 있다.

ⅱ) t=178.084(C) : X/D=11.5지점을 지나서 뒤쪽으로 빠지면서 공동의 내부유동이 위쪽을 향해 흘러가는 것을 볼 수 있다.

ⅲ) t=184.24(G) : 첫 번째 생겼던 소용돌이가 지나가고 두 번째로 생성된 소용돌이가 X/D=11.5부근에 다가오므로 인해서 공동내부의 유동과 공동외부 유동이 소용돌이 쪽으로 향하는 것을 볼 수 있다.

ⅳ) t=187.366(H) : 유동의 한 주기가 끝난 뒤 t=175(A)일 때와 똑같은 모습으로

돌아가는 유동을 확인 할 수 있다. 한 주기의 유동을 확인함으로 인하여 앞전에 생성된 전단층이 공동의 유동흐름에 미치는 영향을 더 자세히 관찰할 수 있었다.

제 4 절 3차원 유동해석 및 비교

1. 수치계산의 검증

3차원의 유동해석 및 비교에 앞서 수치해석 프로그램의 정확도를 확인 해봐야 한다. 검증하기 위하여 수치해석을 통해 계산된 주진동 주파수와 Ahuja와 Mendoza[9]의 실험을 통해 나온 주진동 주파수의 결과 값을 비교를 해보았다. F Ahuja와 Mendoza[9]는 실험을 통하여 953Hz의 주진동 주파수를 구하였다(ig. 5.13). M=0.53, Re=1.6×10^6, L/D=2.5, W/D=2.0, L/W=1.25그리고 L=12.7cm과 같은 조건인 CASE1의 수치해석 계산한 결과는 Fig. 5.14와 같다. 이는 Ahuja와 Mendoza[9]의 실험과 같은 조건으로서, 수치해석을 통한 주진동 주파수는 903.753Hz로서 Ahuja와 Mendoza[9]의 실험 결과 값과 수치해석이 5.4%정도의 차이가 나는 것을 확인하였는데 이것은 수치해석이 잘 되었다는 것을 말해준다.

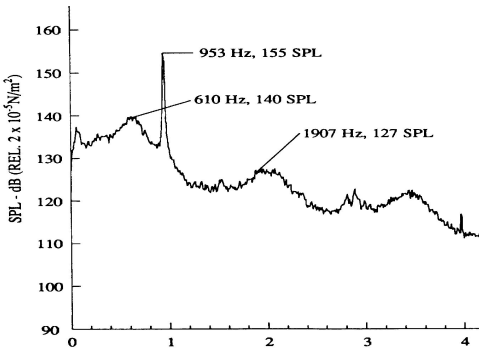


Fig. 5.19 SPL distribution for three dimensional cavity[9]

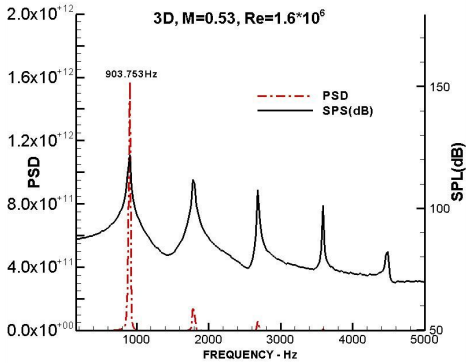


Fig. 5.20 SPL distribution for three dimensional cavity(CASE1)

2. L/D=5.5, W/D=2, 3, 4 인 3차원 공동

Table. 5.1에서의 CASE 2, 3, 4에 대한 공동의 유동해석 및 결과를 비교해보았다. Fig. 5.13은 마하수가 0.53일 때 계산 시간에 따른 수치 잔여치의 변화를 나타낸 그림이다. 무차원 시간으로 t = 120 이후에 불안정한 진동이 없어지고 주기적인 진동에 들어감을 확인 할 수 있다. 잔여치의 시간주기(Tp)는 Tp(time period) = 5.78로 유동의 진동주기를 잘 반영하고 있다.

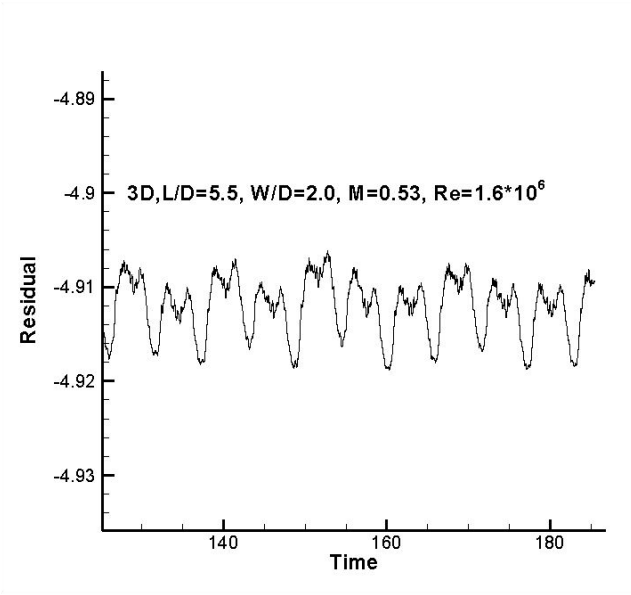


Fig. 5.21 Residual history for three dimensional cavity (CASE1)

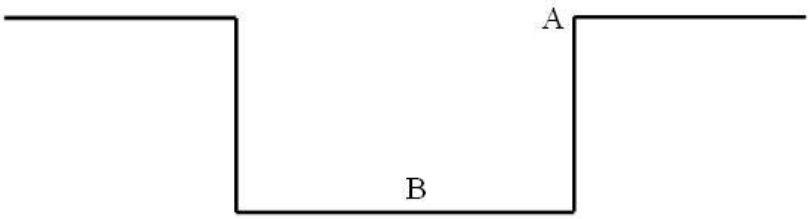


Fig. 5.22 Sampling position of pressure data

A : Downstream Edge X/D = 5.5, Y/D = 1.0, Z/D = 1.0, 1.5, 2.0

B : Bottom X/D = 2.75, Y/D = 0.0, Z/D = 1.0, 1.5, 2.0

Fig. 5.14은 수치계산 된 결과를 가지고 시간에 대한 압력 변화율을 측정하기 위해 공동의 뒷전(A)과 압력의 변화가 비교적 작은 바닥의 중간(B)에서의 그림을 보여주고 있다.

CASE 2, 3, 4에서 수렴이 된 상태의 두 점(A, B) 압력변화율은 Fig. 5.15와 Fig. 5.16 같다.

Fig. 5.15은 A점에서의 압력변화율을 나타내고 있다. 폭비(W/D)가 3.0일 때 압력값의 변위가 가장 크게 나타나며 폭비(W/D)가 4.0이 되면 다시 폭비(W/D)가 2.0일 때와 비슷하게 된다. 그러나 폭비(W/D) 3.0과 4.0은 비슷한 주기로 반복되는 것을 확인 할 수 있다.

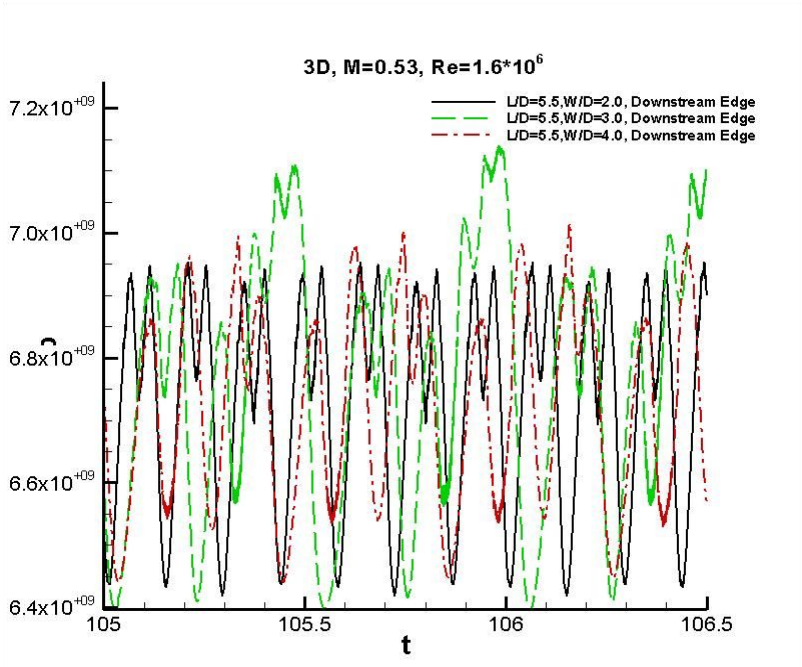


Fig. 5.23 Pressure history at the three dimensional cavity downstream edge

Fig. 5.16는 B점에서의 압력변화율을 나타내고 있다. 바닥면에서의 압력은 뒷전에서의 압력과는 반대로 폭비(W/D) 4.0이 폭비(W/D) 3.0일 때 보다 크다는 것을 볼 수 있다. 그리고 폭비(W/D)가 2.0일때는 비교적 Sin파의 형상을 유지하면서 바닥

면의 압력이 지나가는 것을 볼 수 있지만 폭비(W/D)가 3.0이상 이때는 보다 복잡한 현상을 가지면서 압력파가 형성 되어지는 것을 확인 할 수 있다.

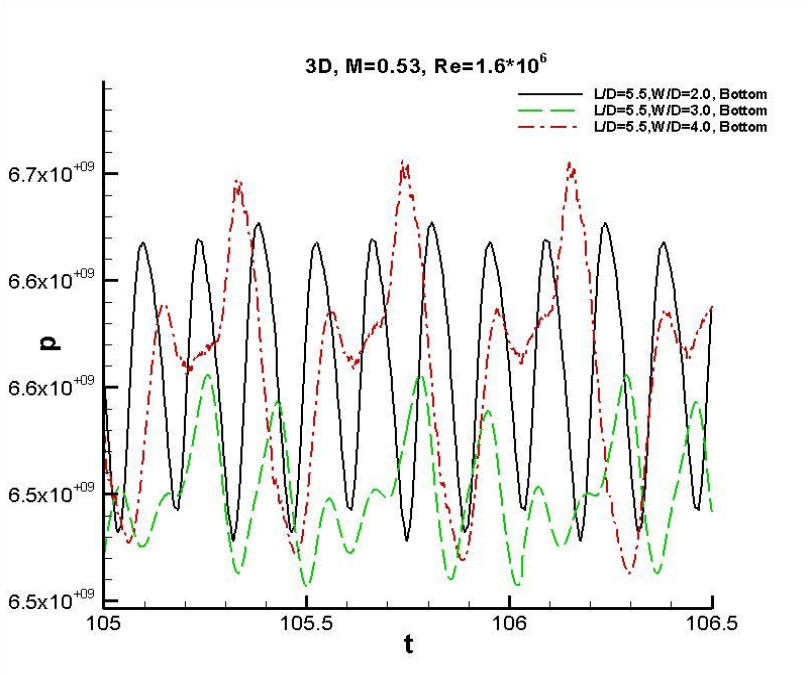


Fig. 5.24 Pressure history at the three dimensional cavity bottom

Fig. 5.17과 Fig. 5.18은 Case(2)의 주진동 주파수를 보기 위하여 Fig 5.14의 A, B 점에서 SPL(Sound Pressure Level)공식에 의해 주파수 특성을 분석한 그림이다. 뒷전 모서리에서의 SPL분석을 한 FIg. 5.17을 살펴보면 폭비(W/D)가 커짐에 따라서 주진동 주파수의 1차 모드가 앞쪽에서 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 이를 PSD(Power Spectrum Density)를 통해서 보면 좀더 정확히 알 수 있는데. PSD 분석의 결과를 보면 폭비(W/D)가 2.0와 3.0일 때는 주진동 주파수의 1차 모드가 600Hz 부근에서 나타나는 것을 확실히 알 수 있다. 그러나 폭비(W/D)가 4.0으로 커짐에 따라서 1차 MODE가의 주진동 주파수가 200Hz 부근에서 뚜렷하게 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

공동의 바닥 면에서의 SPL분석을 한 Fig. 5.18은 압력의 변화가 심한 뒷전 보다는 dB이 낮았지만 그 형태는 거의 비슷하였고, 주진동 주파수도 같다는 것을 알

수 있었다. 이처럼 폭비(W/D)가 커질수록 주진동 주파수 값이 크다는 것을 확인할 수 있었다.

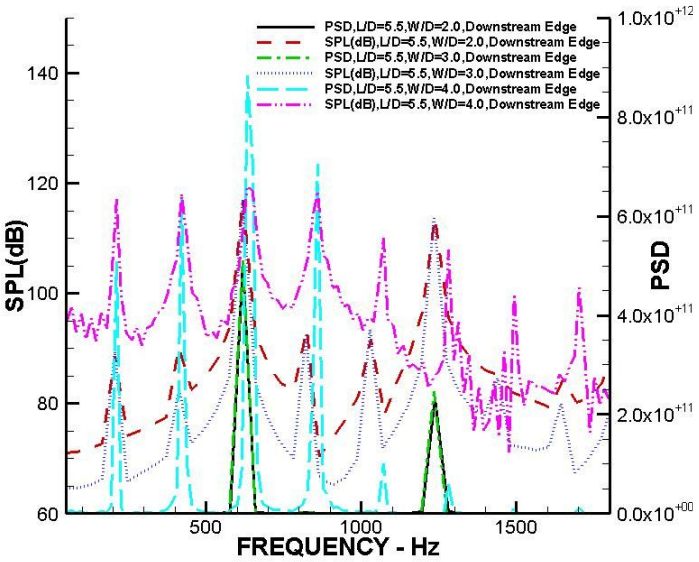


Fig. 5.25 SPL distribution for three dimensional cavity downstream edge

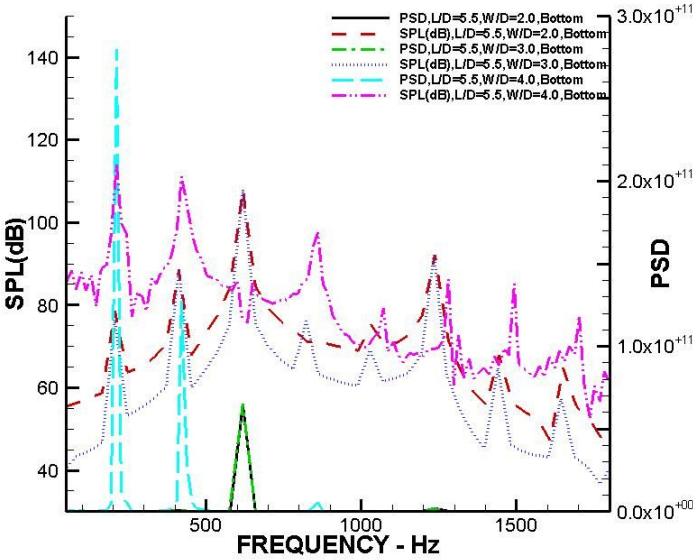


Fig. 5.26 SPL distribution for three dimensional cavity bottom

Fig. 5.19과 Fig. 5.20은 Case(2)의 공동과 중세장비의 공동(L/D=4.5, W/D=2.0)의 상관관계를 비교하기 위하여, Fig. 5.14의 A 점에서 SPL 공식에 의해 주파수 특성을 분석한 그림이다. 뒷전 모서리에서의 SPL과 PSD분석한 그래프(FIg. 5.15 & 5.16)을 비교해서면, 중세장비(L/D = 4.5, W/D=2.0)일 때 500Hz근방에서 나타나던 1차 모드의 세기가 고세장비(L/D = 5.5, W/D=2.0)일 때 600Hz 근방에서 강하게 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 그러나 전체적인 모드 변화는 비슷한 경향을 보이고 있는 것을 확인 할 수 있다.

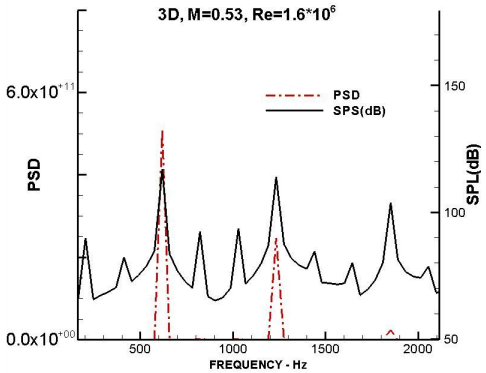


Fig. 5.27 SPL distribution for three dimensional cavity downstream edge(case 2)

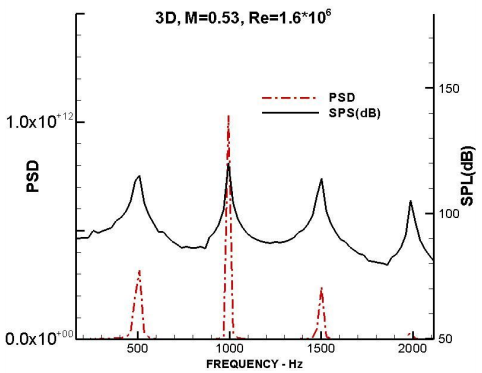


Fig. 5.28 SPL distribution for three dimensional cavity downstream edge (Choi & Kim)

Rossiter의 공식에 의한 Mode는 폭비가 2, 3 일 때 600Hz 근방에서 Mode 1에 해당하는 주진동 주파수가 나타나고 1200Hz 근방에서 Mode 2가 나타남을 확인 할 수 있었다. 폭비가 4일때는 Mode 1에 해당하는 주진동 주파수가 200Hz 근방에서 나타나며, 그 후 400Hz, 650Hz, 900Hz 근방에서 주진동 주파수가 나타났다.

폭비가 4일 때 나타나는 주진동 주파수중 900Hz 근방에서 나타나는 주진동 주파수는 중세장비(L/D=4.5)의 Mode2에서 나타나는 주파수와 비슷한 위치에서 나타나는 것을 확인 할 수 있었다.

Fig 5.22와 Fig 5.23은 CSD분석 결과이다. 이를 통해서 소음의 진행 방향을 좀더 정확하게 알 수 있다. 주진동 주파수가 낮은 영역에서 소음의 발생이 크게 나타나 소음의 진행 방향이 뒤쪽에서 약 45도 방향으로 나타나는 것과 앞전에서 발생하는 소음 그리고 뒷전에서 90도 방향으로 나타나는 소음으로 총 3개의 소음의 발생을 확인 할 수 있다. 그러나 주진동 주파수가 빠른 영역에서는 뒷전에서 강력한 소음원을 작용하여 약 45도 방향으로 지나가는 하나의 소음장을 확인 할 수 있다.

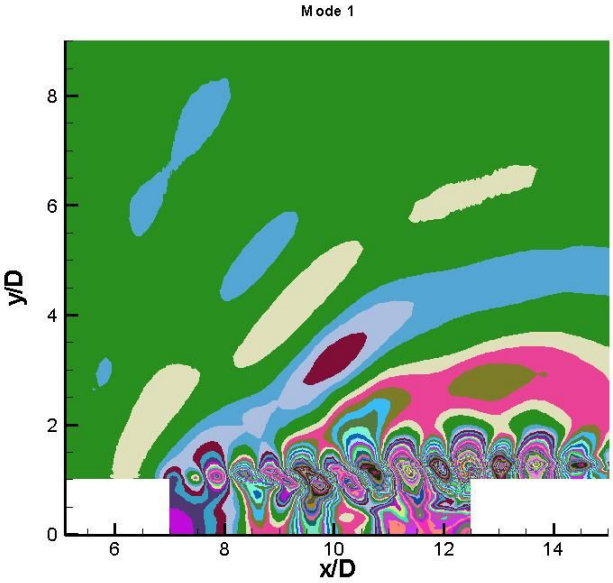


Fig. 5.29 CSD Distribution for Case2 at 1st pick

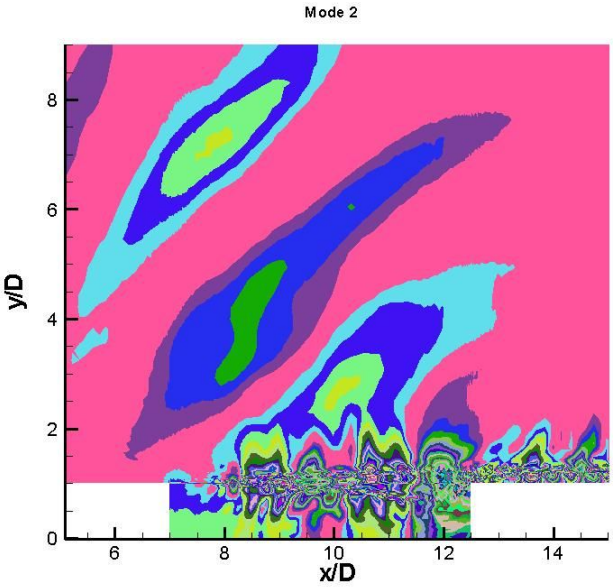


Fig. 5.30 CSD Distribution for Case2 at 2nd pick

3. L/D=6.5, W/D=2, 3, 4 인 3차원 공동

Table. 5.1에서의 CASE 4, 5, 6에 대한 공동의 유동해석 및 결과를 비교해보았다. Fig. 5.21는 수치계산 된 결과를 가지고 시간에 대한 압력변화율을 측정하기 위해 공동의 바닥의 중간(B)과 압력의 변화가 큰 뒷전(A)에서의 그림을 보여주고 있다.

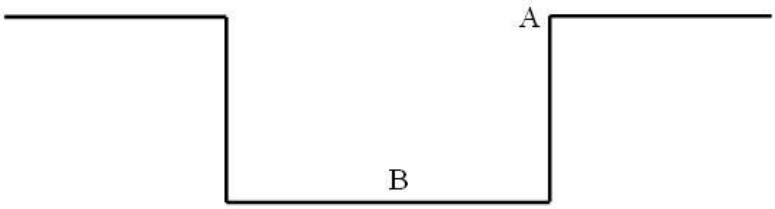


Fig. 5.31 Sampling position of pressure data

A : Downstream Edge X/D = 6.5, Y/D = 1.0, Z/D = 1.0, 1.5, 2.0

B : Bottom X/D = 3.25, Y/D = 0.0, Z/D = 1.0, 1.5, 2.0

CASE 4, 5, 6 에서 두 점(A, B) 압력변화율은 Fig. 5.23, Fig. 5.24와 같다. Fig. 5.24은 A점에서의 압력변화율을 나타내고 있다. 폭비가 증가하면서 압력값이 커지는 것을 확인 할 수 있었다. 압력값의 형태는 낮은 압력으로 한번 피크값을 가졌다가 다시 2배정도의 큰 피크값을 가짐으로서 한주기를 확인 할 수 있었는데 이것을 공동에서 유동현상으로 살펴보면 앞전에서 발생한 전단층의 소용돌이가 처음에는 한번 부딪히고 시간이 얼마 지나지 않아 다시 한 번 부딪쳤다는 것을 알 수 있다. 또한 폭비가 커짐에 따라서 압력은 낮은 지역에서 압력의 형태가 복잡하게 형성되는 것을 확인 할 수 있다.

Fig. 5.25는 B점에서의 압력변화율을 나타내고 있다. 폭비가 작을때에는 압력의 주기는 복잡하지 않는 문제이지만 폭비가 커짐에 따라서 복잡하게 형성 되어지는 것을 확인 할 수 있게 된다.

또한 이는 폭비가 커짐에 따라서 작은 폭비에서는 비교적 간단하게 형성되었던 와류가 폭비가 커짐에 따라서 와류의 형성이 더욱 복잡해지며, 또한 압력값의 크게 영향의 주어 폭비가 커짐에 따라서 더욱더 복잡한 압력값의 형태를 하고 있는 것을 확인 할 수 있다.

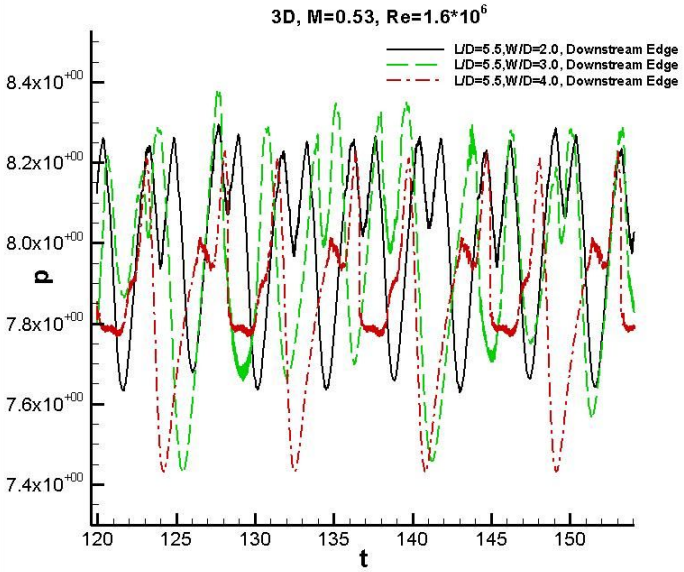


Fig. 5.32 Pressure history at the three dimensional cavity downstream edge

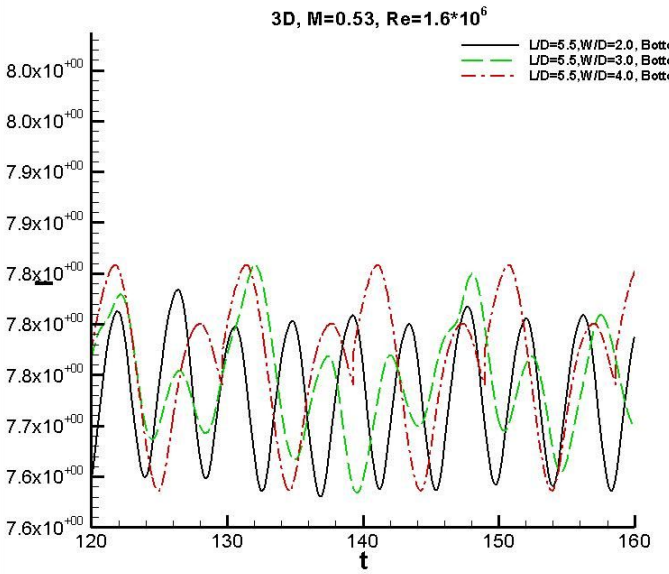


Fig. 5.33 Pressure history at the three dimensional cavity bottom

Fig. 5.26와 Fig. 5.27은 공동의 주진동 주파수를 보기 위하여, Fig. 5.23의 A, B 점에서 SPL(Sound Pressure Level)과 PSD(Power spectrum Density)공식에 의해 주파수 특성을 분석한 그림이다.

뒷전 모서리에서의 SPL과 PSD분석을 한 Fig. 5.26를 살펴보면 공동의 주진동 주파수 값이 큰 폭비보다 주진동 주파수 값이 크게 나타는 것을 볼 수 있다. 그리고 폭비가 커질수록 주진동 주파수 값이 크다는 것을 확인 할 수 있었다. 그리고 값들이 폭비가 3.0일때와 4.0일 때 거의 비슷한 곳에 위치하고 있고, 폭비가 작은 2.0에서는 200~600Hz때에서 크게 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 이는 공동내부의 와류들 간의 상호 작용에 의한 작용이라고 할 수 있겠다.

공동의 바닥 면에서의 SPL분석을 한 Fig. 5.27은 압력의 변화가 심한 뒷전보다는 dB이 낮았지만 형태는 거의 비슷하였고 주진동 주파수도 같다는 것을 알 수 있었다.

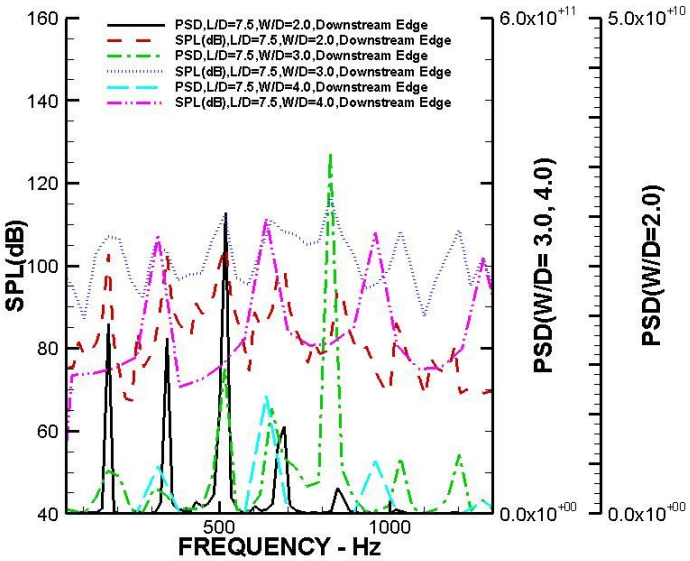


Fig. 5.34 SPL distribution for three dimensional cavity downstream edge

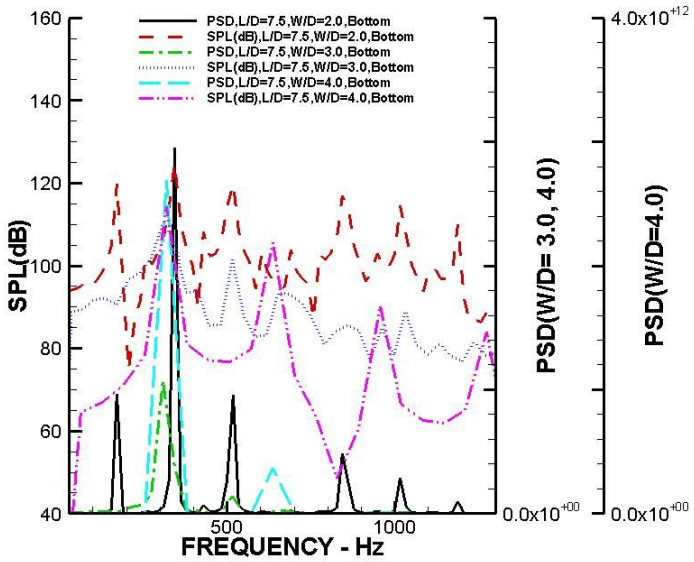


Fig. 5.35 SPL distribution for three dimensional cavity bottom

Fig 5.28 ~ Fig 5.31는 CASE 4의 CSD분석 결과로서 Fig 5.28는 첫 번째 피크에서의 CSD분석 결과이다. 소음의 압력장을 보면 주진동 주파수가 낮은 영역에서는 여러개의 큰 소음의 원인이 있는 것을 확인 할 수 있다. 그러나 주진동 주파수가 빨라짐에 따라서 CSD분석의 결과를 보면 소음의 원인은 뒷전에서 가장 크게 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

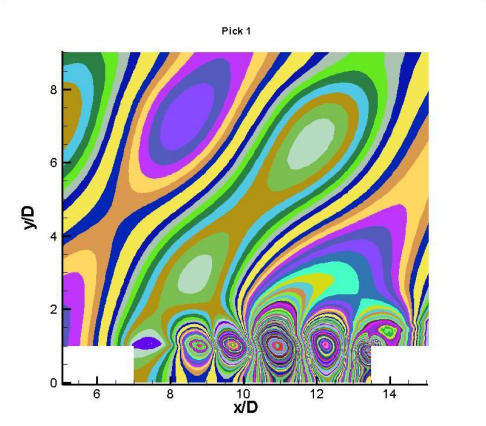


Fig. 5.36 CSD Distribution for Case4 at 1st pick

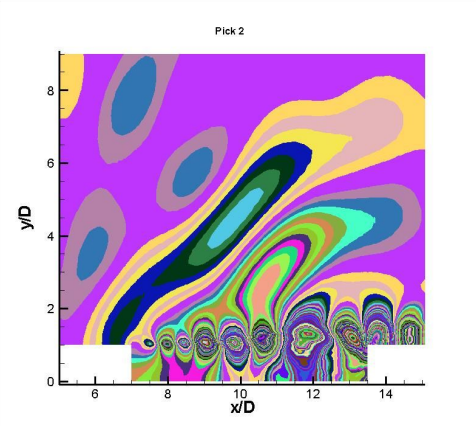


Fig. 5.37 CSD Distribution for Case4 at 2nd pick

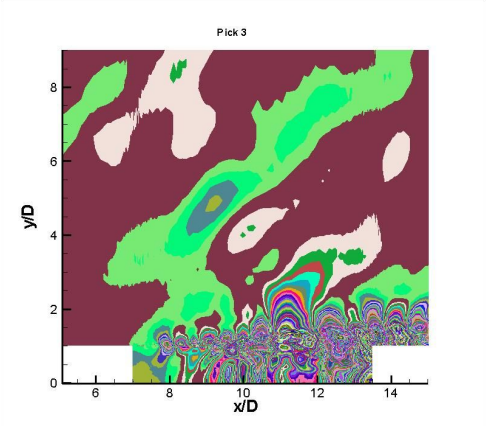


Fig. 5.38 CSD Distribution for Case4 at 3rd pick

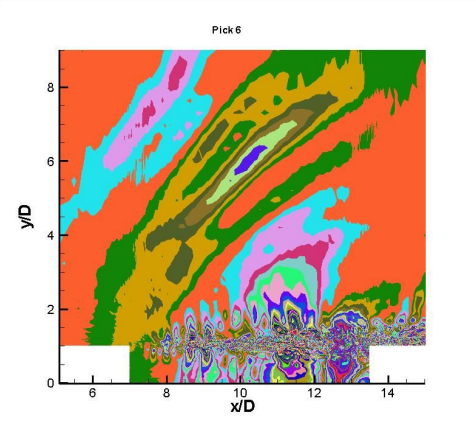


Fig. 5.39 CSD Distribution for Case4 at 6th pick

4. L/D=7.5, W/D=2, 3, 4 인 3차원 공동

Table. 5.1에서의 CASE 10, 11, 12에 대한 공동의 유동해석 및 결과를 비교해보았다. Fig. 5.22은 수치계산 된 결과를 가지고 시간에 대한 압력변화율을 측정하기 위해 공동의 뒷전(A)과 압력의 변화가 비교적 작은 바닥의 중간(B)에서의 그림을 보여주고 있다.

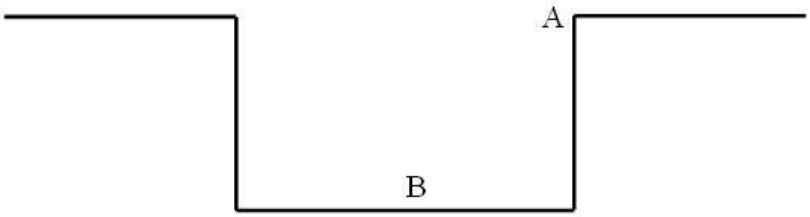


Fig. 5.40 Sampling position of pressure data

A : Downstream Edge X/D = 7.5, Y/D = 1.0, Z/D = 1.0, 1.5, 2.0

B : Bottom X/D = 3.75, Y/D = 0.0, Z/D = 1.0, 1.5, 2.0

CASE 10, 11, 12에서 두 점(A, B)의 압력변화율은 Fig. 5.23, Fig. 5.24와 같다. Fig. 5.23은 A점에서의 압력변화율을 나타내고 있다. 뒷전에서의 압력은 폭비(W/D)가 증가하면서 압력의 최소 피크가 점점 낮아지는 것을 확인 할 수 있었다. 압력값의 형태를 살펴보면 작은 압력으로 튀고 낮아졌다가 크게 튀면서 한주기를 이루는 것을 확인 할 수 있다. 이처럼 긴 세장비에서는 공동 내부에서 2개에서 3개 정도의 와류가 계속 커플링을 이루며 흘러가기 때문에 압력값의 형태가 복잡하게 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 이러한 압력값의 형태는 폭비(W/D)가 증가 함에 따라서 더욱 복잡하게 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

Fig. 5.24는 B점에서의 압력변화율을 나타내고 있다. 바닥면에서의 압력은 앞전에서의 크기보다 작다는 것을 볼 수 있다. 그리고 바닥면에서도 역시 뒷전의 압력과 같이 폭비(W/D)가 2인 경우 압력의 최소 피크 치가 가장 높았고, 폭비(W/D)가 늘어남에 따라 피크의 최소치가 낮아지는 것을 확인 할 수 있다.

압력값의 형태를 살펴보면 앞전에서와 비슷한 형태로 작은 압력으로 튀고 뒤쪽으로 가면서 크게 튀면서 한주기를 이루는 것을 확인 할 수 있다.

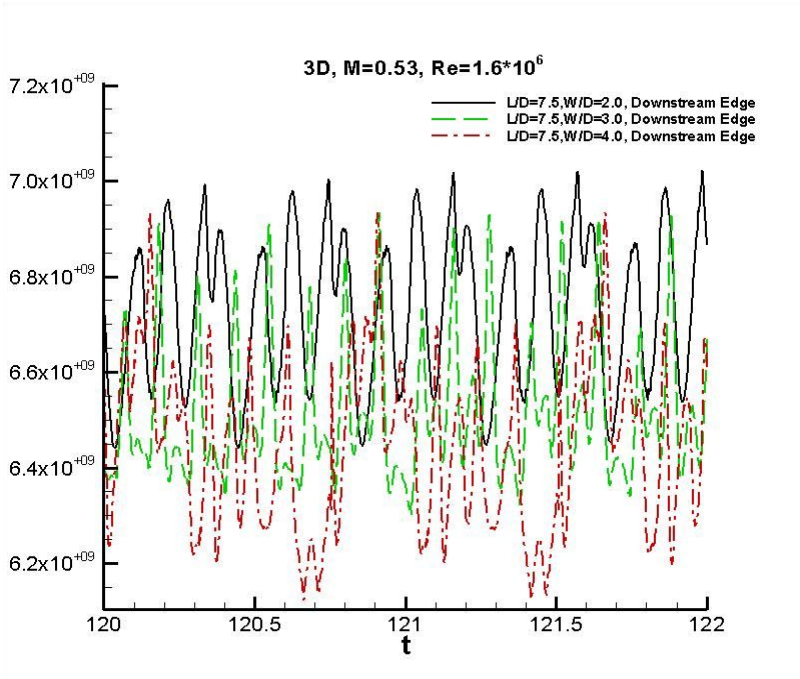


Fig. 5.41 Pressure history at the three dimensional cavity Downstream edge

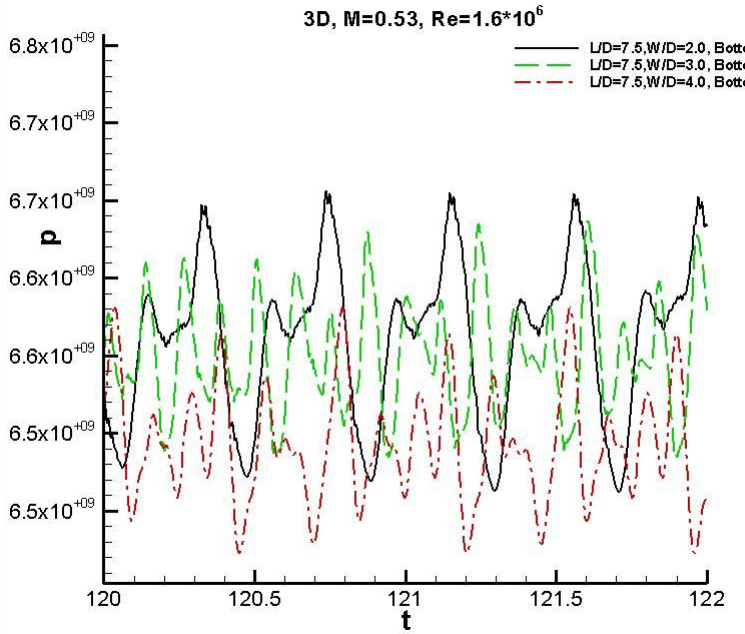


Fig. 5.42 Pressure history at the three dimensional cavity bottom

Fig. 5.25과 Fig. 5.26은 공동의 주진동 주파수를 보기 위하여, Fig. 5.27의 A, B 점에서 SPL(Sound Pressure Level)과 PSD(Power Spectrum Density)공식에 의해 주파수 특성을 분석한 그림이다. 뒷전 모서리에서의 SPL와 PSD분석을 한 Fig. 5.25을 살펴보면 주진동 주파수 값이 폭비(W/D)가 작을수록 크다는 것을 확인 할 수 있었다. Wake mode를 보이는 세장비(L/D) 7.5의 경우 세장비(L/D) 4.5(Choi & Kim)와 많은 차이가 보이고 피크점들의 여러 개 나타나면서 유동의 물성치의 변화가 불규칙적으로 보인다. 그리고 폭비(W/D)가 2.0과 3.0인 경우에는 비교적 세장비(L/D) 5.5, 폭비(W/D) 4.0인 공동의 경우와 비슷한 경향으로 진동 모드가 나타난다. 그러나 폭비(W/D) 4.0으로 커지면서 SPL분석 결과의 피크치는 더욱 복잡한 형상을 보이며, 또한 PSD분석을 통해서 보면 주진동 주파의 피크점들이 앞쪽에서 더 빨리 일어나는 것을 확인 할 수 있다. 또한 피크점의 크기는 폭비(W/D)가 작을 때인 2.0 일 때 가장 크게 나타나며, 폭비(W/D)가 가장 큰 4.0에서 가장 작게 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

폭비(W/D)가 2.0과 3.0일 때 Rossiter의 공식에 의한 Mode는 420Hz, 630Hz 근방

에서 Mode 1에 해당하는 주진동 주파수가 나타나고 850Hz 근방에서 Mode 2가 나타남을 확인 할 수 있었다. 공동의 바닥 면에서의 SPL과 PSD분석을 한 Fig. 5.16은 주진동 주파수가 Mode2보다 Mode1이 우세하게 나타나는 것을 확인 할 수 있었다. 바닥 면에서는 주진동 주파수 값이 폭비(W/D) 4.0일 경우가 크게 나타나며 폭비(W/D)가 3.0일 때 가장 작게 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 이는 폭비가 변화하면서 주진동 주파수의 특성이 변하는 지점으로 사료 되어 진다.

폭비(W/D)가 3.0일 경우에 대해서 살펴 보면 뒷전과 바닥 면에서 주진동 주파수가 가장 작게 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 폭비(W/D)가 3.0일 때 가장 작게 나타나는 이유는 주진동 주파수의 특성이 변화하는 영역으로 사료 되어지며 이 부분에 대해서는 좀더 연구가 필요할 것으로 사료 되어 진다.

Fig 5.29 ~ Fig 5.32는 CASE 7의 CSD분석 결과로서 Fig 5.29는 첫 번째 피크에서의 CSD분석 결과이다. 소음의 압력장을 보면 주진동 주파수가 낮은 영역에서는 여러개의 큰 소음의 원인이 있는 것을 확인 할 수 있다. 특히 뒷전에서 45도 방향으로 발생하는 소음장과 90도 방향으로 나타나는 소음장을 확인 할 수 있다. 그러나 주진동 주파수가 빨라짐에 따라서 CSD분석의 결과를 보면 소음의 원인은 뒷전에서 가장 크게 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

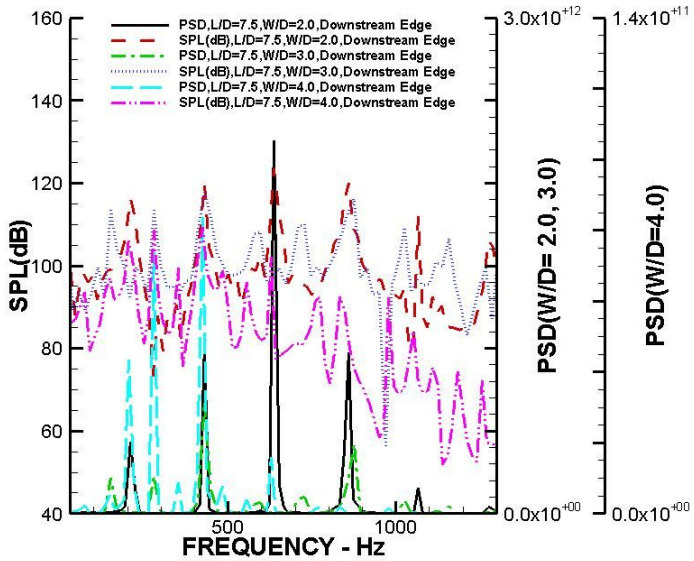


Fig. 5.43 SPL distribution for three dimensional cavity Downstream Edge

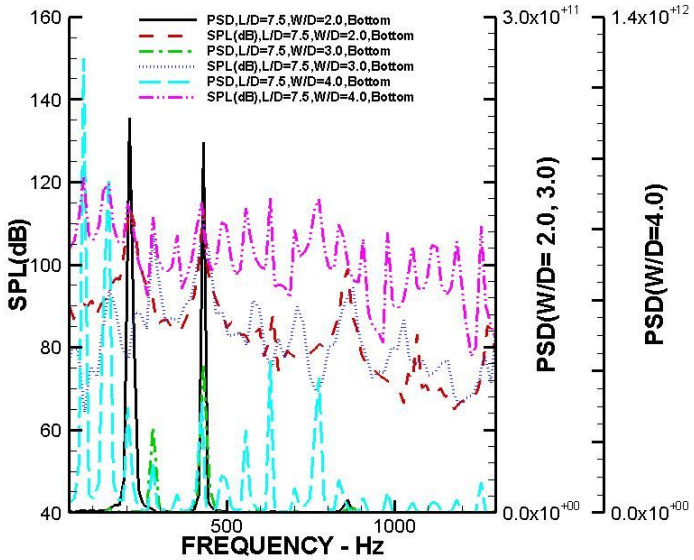


Fig. 5.44 SPL distribution for three dimensional cavity bottom

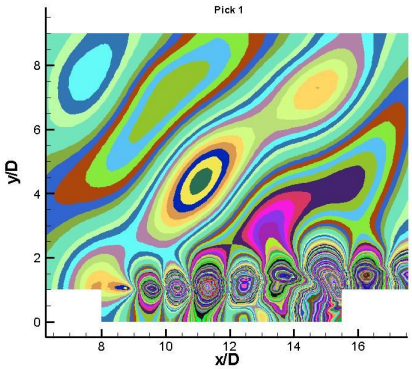


Fig. 5.45 CSD Distribution for Case7 at 1st pick

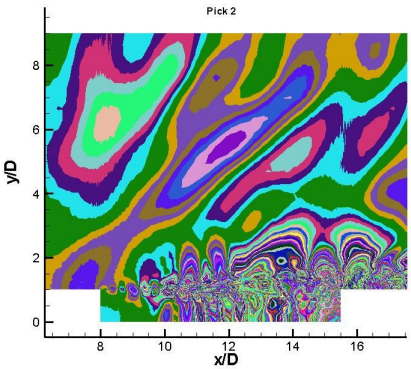


Fig. 5.46 CSD Distribution for Case7 at 2nd pick

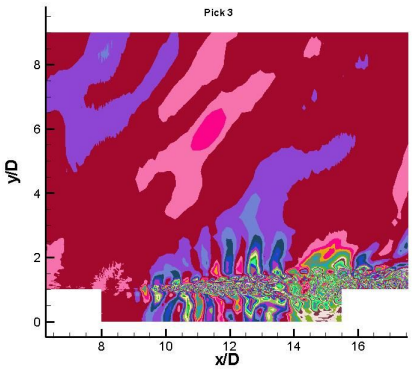


Fig. 5.47 CSD Distribution for Case7 at 3rd pick

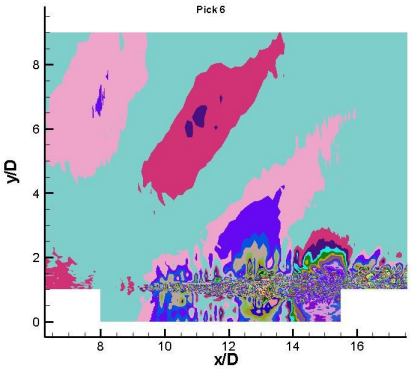


Fig. 5.48 CSD Distribution for Case7 at 4th pick

제 5 절 공동의 결과 비교

1. 열린 공동에서의 형태 결과 비교

총 10가지 경우에 대해 비교를 해본 결과 고 세장비(L/D 5.5 ~ 7.5) 와 중 세장비(L/D 2.5 ~ 4.5)에서와 다른 결과치를 볼 수 있다.

중 세장비에서는 공동 내부에 유동이 하나 또는 두 개의 와류가 생성 되어 서로 커플링이 되지만 고 세장비에서 두 개에서 세 개의 와류가 생성되어 서로 커플링이 되는 것을 공동 내부의 메커니즘을 통해서 알 수 있었다. 또한 이러한 와류의 생성의 소음의 원인의 주요 인자가 됨을 확인 할 수 있다. 특히 고 세장비로 넘어가면서 뒷전뿐만 아니라 와류와 와류가 서로 커플링이 되는 곳에서도 소음의 원인이 되는 것을 확인 할 수 있었다.

SPL과 PSD을 보면 공동의 세장비가 커질수록 SPL값은 낮은 주파수 영역 대에서 그 피크가 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 이는 공동의 폭비가 커짐에 따라서도 같은 현상이 나타나는 것을 확인 할 수 있다.

CSD 분석을 비교해 보면 모든 경우에서 SPL과 PSD에서 높은 주파수 영역대에서 있는 부분을 분석의 결과는 뒷전이 가장 큰 소음의 주요 원인이 됨을 확인 할 수 있다.

CASE	L/D	W/D	PSD (n1)	PSD (n2)	PSD (n3)	PSD (n4)	St=fL/U	St=fL/U	St=fL/U	St=fL/U
CASE1	2.5	2	.	.	.	904	.	.	.	0.857
CASE2	5.5	2	.	422	.	859	.	0.403	.	0.820
CASE3	5.5	3	.	617	.	1233	.	0.589	.	1.177
CASE4	5.5	4	.	618	.	1238	.	0.590	.	1.182
CASE5	6.5	2	172	344	516	689	0.164	0.328	0.492	0.658
CASE6	6.5	3	309	515	652	824	0.295	0.492	0.623	0.787
CASE7	6.5	4	318	636	955	1273	0.304	0.607	0.912	1.215
CASE8	7.5	2	207	429	637	859	0.198	0.410	0.608	0.820
CASE9	7.5	3	149	279	429	727	0.142	0.266	0.409	0.694
CASE10	7.5	4	204	277	424	628	0.195	0.264	0.405	0.600

제 6 장 결 론

본 연구에서는 비정상 Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS)방정식과 $k-\omega$ 난류모델을 이용하여, 공동 주위의 점성에 의해서 유발되는 와류의 생성과 이동, 자유전단층의 진동에 의한 파의 생성과 소멸 등 공동유동의 특징을 실제 유동에 가깝게 모사하였다. 계산에 사용된 모델은 마하수 0.53, 세장비(L/D)가 5.5, 6.5, 7.5, 폭비(W/D)가 2, 3 , 4이고, 레이놀즈수는 1.6×10^6이다. 세장비가 커짐에 따라서 Wake mode로 들어가며 그로 인하여 압력 값의 형태가 복잡해지며 한주기가 길어지게 된다. 세장비가 크게 될수록 주진동 주파수의 위치가 낮은 Frequency에서 나타나며 또한 폭비가 커질 때에도 같은 형상이 나타나게 된다.

앞전에서 전단층이 발생하여 소용돌이가 뒷전에 부딪치는 Shear layer mode 그리고 앞전에서 생성된 전단층의 소용돌이가 떨어져 공동 내부로 들어갔다가 다시 빠져 나오면서 뒷전에 부딪치는 Wake mode로 나누어진다. 이런 유동을 결정하는 중요한 변수로 세장비(L/D)와 폭비(W/D)를 조절하여 각각의 형태들을 알아보았는데 세장비가 증가할수록 폭비가 늘어날수록 Wake mode로 바뀌게 되면서 유동이 불안정해지는 것을 확인 할 수 있었다. 이러한 유동 현상들을 자세히 관찰하기 위하여 공동주위에서 발생하는 물리적 현상 및 압력신호의 위상변화를 잘 관찰할 수 있었다. 그리고 공동에서 발생한 소음이 far-field로 방사되는 현상도 잘 관찰할 수 있었다. Wake mode의 경우 SPL을 통해 주진동 주파수를 구해보면 shear layer mode의 경우에는 하나의 특정 주파수에 대한 중첩 점(Peak)을 나타내면서 유동의 물성치가 주기적으로 변하는데 반해 wake mode의 경우에는 중첩 점(peak)이 여러 개가 나타나면서 유동의 물성치의 변화가 불규칙적으로 나타나는 것도 확인 할 수 있었다.

3차원 공동의 비정상 유동을 해석해 봄으로써 공동 내부에서 발생하는 복잡한 3차원 비정상 와류 유동의 기본적인 특성을 파악할 수 있었다. 공동 바닥과 뒷전에서의 음압 수준 비교에서 뒷전에서 음압수준이 스팬을 따라 가장 큰 변화를 보여 3차원 효과의 영향이 큰 것으로 판단되었다.

이러한 결과를 토대로 자동차, 항공기, 가전제품 등의 공동 형상에 폭비와 세장비의 조절을 통하여 소음 저감 효과가 있을 뿐만 아니라, 구조물의 안정성을 향상시킬 수 있을 것으로 예상된다.

참고문헌

[1] Rossiter, J.E. "Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds." Aeronautical Research Council Reports and Memoranda 3438, 1964

[2] O. Baysal, & R. L. Stallings Jr. "Computational and experimental Investigation of Cavity Flowfields", AIAA J. Vol. 26, No. 1. Jan. 1998

[3] Maull, D. J. & East, L. F. "Three-dimensional flow in cavities," journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, 1963, pp. 620-632.

[4] Xin Zhang & John A. Edwards "Experimental Investigation of Supersonic Flow over Two Cavities in Tandem", AIAA J. Vol. 30, No. 3. May 1992.

[5] Krishnamurty, K., 1955, "Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces," NACA TN-3487.

[6] Heller, H.H., Holmes, D.G., and Covert, E.E., 1971, "Flow-induced pressure oscillations in shallow cavities," Journal of Sound and Vibration, Vol.18, p.545-553.

[7] Gharib, M. and Roshko, A., 1987, "The effect of flow oscillations on cavity drag," Journal of Fluid Mechanics, Vol.177, p.501-530.

[8] Chingwei M.S., Philip J.M., 2001, "Comparison of Two- and Three-Dimensional Turbulent Cavity Flows," AIAA A01-16385.

[9] Ahuja, K.K., and Mendoza, J., “Effects of cavity dimensions, boundary layer, and temperature in cavity noise with emphasis on benchmark data to validate computational aeroacoustics codes”, NASA CR-4653, 1995.

[10] Xin Zhang & John A. Edwards "Analysis of Unsteady Supersonic Cavity Flow employing an Adaptive Meshing Algorithm", Computers & Fluids Vol. 25, No. 4. Oct. 1995

[11] Colonius, T., Basu, A.J., and rowley, C.W., "Numerical investigation of the flow past a cavity," AIAA paper 99-1912.

[12] Hoffmann, K.C. and Chiang S.T., 1993, “Computational Fluid Dynamics for Engineers," Engineering Education System USA.

[13] Charles Hirsch, Numerical Computation of Internal and External Flows, John Wiley & Sons, 1988

[14] Harten, A., "High Resolution Schemed for Hyperbolic Conservation Laws", Journal of Computational Physics, vol. 49, pp. 357-393, 1983

[15] B. van Leer, "Flux vecter splitting for Euler equations", Lecture Notes in Physics, Vol. 170, 1982, pp. 501-512

[16] S. M. Liang and J. J. Chan, "An improved upwind scheme for the Euler equations", J. Comput. Phys., 84, 461-473, 1989

[17] T. H. Pulliam and D. S. Chaussee, "A diagonal form of an implicit approximate factorization algorithm", J. Comput. Phys., 39, 347-363, 1981

[18] Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models", AIAA journal, Vol. 19, No. 2, pp. 248-251

[19] C.S. Abdol-Hamid, B. Lakshmanan, J.R. Carlson, 1975, “Application of Navier-Stokes Code PAB3D With $k-\omega$ Turbulence Model to Attached and Separated Flows”, NASA Technical Paper 3480.

[20] 허대녕, "공동에서 발생하는 유동과 소음의 되먹임 특성 해석". 한국과학기술원, 2003, 박사 학위논문

[21] Hongil-il Choi, Pa-ul Mun, Jae-soo Kim, 2009, "Numerical analysis of the subsonic flow around a three-dimensional cavity", JMST, Vol.23, pp 1702 ~ 1709

감사의 글

어떻게 무엇을 써야 할지 모르는 감사의 글을 막상 작성 할려니 머리가 백지가 되어 버렸습니다. 석사 기간 2년을을 눈음 감고 잠시 생각해 보며, 논문을 다시 한번 보니 50여 쪽 남짓 논문을 쓰는데, 이 50쪽을 이름으로만 채워도 모자를 분들이 저에게 힘이 되어 주셨기 때문입니다. 이 공간을 빌려 감사의 마음을 전합니다.

우선 언제나 모범을 보이시며 새로운 학문의 길을 열어주시고 저에게 공학도가 가져야할 고민과 연구하는 자세를 가르쳐 주시어 너무도 부족한 저를 이 자리까지 지도해 주신 김재수 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 그리고 많은 가르침과 조언을 아끼시지 않으신 공창덕 교수님, 노형운 교수님, 정동규 교수님, 김우영 교수님, 김태규 교수님께 감사드립니다.

오랜 시간을 보내며 저에게 소중한 공간이었던 전산유체 실험실 사람들에게도 감사의 말씀을 전합니다. 직장 생활을 하면서도 가끔씩 실험실에 나오셔서 저를 도와주시고 격려해주신 남은이형, 종록이형, 상수형, 태훈이형, 홍일이형, 태수형과 이제 실험실에서 공부하여 좋은 길을 가야할 익태형, 명국이, 지수, 재경이, 상인이 또 구조 실험실에서 공부하면서 항상 함께 하였던 현범이형, 상훈이형, 영주형, 하승이, 민웅이, 성진이 또한 석사 기간동안에 나에게 힘을 주고 같이 모든 일이든 해결하였던 창오와 성호 그리고 금분이 누나에게도 그 외 모든 분들에게 감사의 말을 전합니다.

마지막으로 저를 낳아주시고 뒷바라지 해주시며 저를 무한한 사랑으로 보살펴 주신 부모님께 존경과 사랑의 마음의 전합니다. 효도 한번 제대로 못한 아들에게 사랑으로써 절 보살펴주신 부모님에게 이 논문으로써 용서를 빕니다.