



### 저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



**저작자표시.** 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



**비영리.** 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



**변경금지.** 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

**저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.**

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2008년 8월

박사학위논문

실험계획법을 이용한 차량  
리프스프링의 최적설계

조선대학교 대학원

기계공학과

최병희

실험계획법을 이용한 차량  
리프스프링의 최적설계

An Optimum Design of Vehicle Leaf Spring using  
Design Method of Experiment

2008 년 8 월 일

조선대학교 대학원

기계공학과

최병희

실험계획법을 이용한 차량  
리프스프링의 최적설계

지도교수 최 병 기

이 논문을 공학박사학위신청 논문으로 제출함.

2008 년 4 월 日

조선대학교 대학원

기계공학과

최 병 희

# 최병희의 박사학위 논문을 인준함.

위원장    조선대학교    교수    심    재    기



위    원    조선대학교    교수    양    인    영



위    원    조선대학교    교수    정    재    강



위    원    조선대학교    교수    차    용    훈



위    원    조선대학교    교수    최    병    기



2008 년 6 월 日

조선대학교 대학원

# 목 차

List of Tables	iii
List of Figures	v
Nomenclatures	viii
Abstract	x
<b>제 1 장 서 론</b>	<b>1</b>
제 1 절 연구 배경	1
제 2 절 연구 동향	4
제 3 절 연구 목적	8
<b>제 2 장 이론적 배경</b>	<b>11</b>
제 1 절 Leaf spring의 관련 이론	11
제 2 절 Leaf spring의 소재와 형상	29
제 3 절 실험계획법의 관련 이론	36
<b>제 3 장 실험 방법</b>	<b>47</b>
제 1 절 실험 모델	47
제 2 절 실험 방법	52
1. 정적 실험	52
2. 동적 실험	52

<b>제 4 장</b>	<b>유한요소해석</b>	54
제 1 절	유한요소 모델링	54
제 2 절	유한요소 해석 방법	60
<b>제 5 장</b>	<b>Leaf spring의 특성 평가</b>	62
제 1 절	정적 특성 평가	62
1.	정적 이력곡선	64
2.	정적 스프링상수	69
제 2 절	동적 특성 평가	72
1.	동적 이력곡선	72
2.	동적 스프링상수	78
<b>제 6 장</b>	<b>실험계획법을 이용한 leaf spring의 최적설계</b>	87
제 1 절	선정된 leaf spring의 실험 및 유한요소해석	87
제 2 절	FRP leaf spring의 유한요소해석	93
제 3 절	Carbon/Epoxy leaf spring의 최적설계	102
제 4 절	E-glass/Epoxy leaf spring의 최적설계	105
제 5 절	최적설계 모델의 유한요소해석 및 검증	108
<b>제 7 장</b>	<b>결 론</b>	110
<b>참 고 문 헌</b>		112

## List of Tables

Table 2-1	The value of stiffness factor in leaf spring .....	17
Table 2-2	Properties of materials .....	31
Table 2-3	Characteristics of steel leaf spring and FRP leaf spring ...	34
Table 2-4	Characteristics of taper leaf spring type .....	35
Table 2-5	$3^k$ factorial experimental table for $k=2$ .....	40
Table 2-6	ANOVA(Analysis of variation) table .....	45
Table 3-1	Chemical compositions of leaf spring steel .....	48
Table 3-2	Mechanical properties of leaf spring steel .....	48
Table 3-3	Specification of leaf spring .....	49
Table 4-1	Input conditions for FEA of leaf spring .....	55
Table 4-2	Static and dynamic coefficient of friction .....	58
Table 5-1	Comparison of static spring constant and error .....	70
Table 5-2	Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 800kgf .....	80
Table 5-3	Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 1,200kgf .....	81
Table 5-4	Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 1,600kgf .....	82
Table 5-5	Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 2,000kgf .....	83
Table 5-6	Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) .....	84



Table 5-7	Comparison of dynamic spring constant error(%) .....	86
Table 6-1	Specification of selected leaf spring .....	88
Table 6-2	Input conditions for FEA of selected leaf spring .....	89
Table 6-3	Static spring constant of experiment and FEA .....	92
Table 6-4	Input conditions for FEA of FRP leaf spring .....	94
Table 6-5	ANOVA table of Carbon/Epoxy leaf spring .....	103
Table 6-6	Optimum design variables of Carbon/Epoxy leaf spring .....	104
Table 6-7	ANOVA table of E-glass/Epoxy leaf spring .....	106
Table 6-8	Optimum design variables of E-glass/Epoxy leaf spring .....	107
Table 6-9	Static spring constant of steel and FRP leaf springs ...	109

## List of Figures

Fig. 1-1	Flow diagram of the leaf spring parameter design .....	10
Fig. 2-1	Load-deflection diagram of leaf spring .....	13
Fig. 2-2	The deflection of the asymmetrical leaf spring under the loading .....	16
Fig. 2-3	The change of width and thickness in leaf spring .....	22
Fig. 2-4	The $i^{th}$ leaf counted from the shortest leaf spring .....	23
Fig. 2-5	Asymmetrical leaf spring under the loading .....	24
Fig. 2-6	The simplest representation of leaf spring suspension .....	27
Fig. 2-7	Hysteresis curve for 1 cycle of stocking and estimation of effective spring constant .....	28
Fig. 2-8	Specific strain energy of materials .....	31
Fig. 3-1	Schematic diagram of leaf spring .....	49
Fig. 3-2	Schematic diagram of the leaf spring test equipment .....	51
Fig. 3-3	Static and dynamic experimental method of leaf spring .....	53
Fig. 4-1	Finite element analysis process .....	56
Fig. 4-2	FEA model of leaf spring and boundary conditions .....	57
Fig. 4-3	Load-friction force characteristic .....	59
Fig. 5-1	Deformed shape of leaf spring by load .....	63
Fig. 5-2	Comparison of clamped and unclamped state with experiment .....	65

Fig. 5-3	Comparison of clamped and unclamped state with FEA	66
Fig. 5-4	Comparison of static hysteresis curve at clamped state	67
Fig. 5-5	Comparison of static hysteresis curve at unclamped state .....	68
Fig. 5-6	Comparison of static spring constant	71
Fig. 5-7	Comparison of static spring constant and error	71
Fig. 5-8	Static and dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with experiment	74
Fig. 5-9	Static and dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with FEA .....	75
Fig. 5-10	Dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with experiment	76
Fig. 5-11	Dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with FEA	77
Fig. 5-12	Dynamic spring constant at 800kgf with experiment and FEA .....	80
Fig. 5-13	Dynamic spring constant at 1,200kgf with experiment and FEA .....	81
Fig. 5-14	Dynamic spring constant at 1,600kgf with experiment and FEA .....	82
Fig. 5-15	Dynamic spring constant at 2,000kgf with experiment and FEA .....	83
Fig. 5-16	Dynamic spring constant with experiment and FEA	85
Fig. 5-17	Dynamic spring constant error of FEA	86
Fig. 6-1	Schematic of selected leaf spring	88

Fig. 6-2	FEA model and elements of selected leaf spring .....	90
Fig. 6-3	Experiment and FEA of selected leaf spring .....	92
Fig. 6-4	FEA model and boundary conditions of FRP leaf spring ...	95
Fig. 6-5	Deformed shapes of Carbon/Epoxy leaf springs(C.T-E.T-W) .....	97
Fig. 6-6	Load-deflection curves of Carbon/Epoxy leaf springs .....	98
Fig. 6-7	Spring constant of Carbon/Epoxy leaf springs .....	98
Fig. 6-8	Deformed shapes of E-glass/Epoxy leaf springs(C.T-E.T-W) .....	100
Fig. 6-9	Load-Deflection curves of E-glass/Epoxy leaf springs .....	101
Fig. 6-10	Spring constant of E-glass/Epoxy leaf springs .....	101
Fig. 6-11	Optimized shape of FRP leaf springs .....	108
Fig. 6-12	Load-Deflection of steel and FRP leaf springs(C.T-E.T-W) .....	109

## Nomenclatures

$K_s$	:	Static spring constant
$K_d$	:	Dynamic spring constant
$S_F$	:	Stiffness factor
$E$	:	Young's modulus
$C_F$	:	Coulomb friction
$K_E$	:	Effective spring constant
$\mu_s$	:	Static coefficient of friction
$\mu_d$	:	Dynamic coefficient of friction
$\delta$	:	Spring deflection
$\gamma$	:	Specific strain energy
$\rho$	:	Specific gravity
$V$	:	Maximum allowable stress
$\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$	:	Design variables
$\eta$	:	Object function
$y_1, y_2, y_3$	:	Object function value
$x_i$	:	Feasible region
$\alpha$	:	Values of orthogonal central composite design
$N$	:	Number of experiment
$k$	:	Number of design variables
$\beta_0, \beta_1, \beta_2 \dots \beta_k$	:	Undermined terms
$\epsilon$	:	Error term

$y_i$	:	Measurement values
$\bar{y}$	:	Average of measurement values
$SST$	:	Total sum of squares
$SSE$	:	Residual sum of squares
$SSR$	:	Regression sum of squares
$S$	:	Sum of squares
$\Phi$	:	Degree of freedom
$V$	:	Average of squares
$F_0$	:	$F$ -statistic
$F(\sigma)$	:	$F$ -distribution
$\sigma$	:	Critical value
$MSR$	:	Regression mean squares
$MSE$	:	Residual mean squares

# ABSTRACT

## An Optimum Design of Vehicle Leaf Spring using Design Method of Experiment

Choi, Byung-Hui

Advisor : Prof. Choi, Byung-Ky, Ph. D.

Department of Mechanical Engineering

Graduate School of Chosun University

Relations between deflection and load in the leaf spring of the suspension system have inherent nonlinearity caused by the inter leaf friction. The leaf spring affects the riding comfort and handling performance of vehicles. Therefore, it is important that the static and dynamic hysteresis of leaf spring be properly described in order to improve the reliability of its design and analysis. However, as the theoretical approach of the leaf spring is difficult and complex, its design procedures remain rather an art than science. We are looking forward to optimize the design process of the leaf spring by applying the design method of experiment.

In this thesis, the necessity and validity in the finite element modeling of the leaf spring are observed with considering the inter leaf contact and friction. The theoretical and experimental methods are compared through the load–deflection hysteresis which indicates the static and dynamic characteristics of leaf spring. The static and dynamic characteristics of leaf spring are predicted by MARC software used in finite element analysis. The leaf spring applied in the design method of experiment is based on FEA results. The design method for the optimization is proposed by approaching the characteristic of the FRP leaf spring (Carbon/Epoxy and E–glass/Epoxy) into the characteristic of the steel leaf spring.

Following the above study, conclusions are drawn as below;

1. The hysteresis of the leaf spring is ignored in the unfolding and judgment methods because these theoretical analyses don't consider the inter leaf friction. But, the finite element analysis used in this thesis takes account of the load–deflection hysteresis of the leaf spring.
2. In results of experiment and FEM which apply theory of the leaf spring, the static spring constant in the judgment method and the finite element method exists within a acceptable range,  $\pm 10\%$ . It is verified that these conventional methods are not suitable for describing the spring constant according to load and the hysteresis. Finite element method which enables the variation of shape and friction to express is required.



3. The more initial load increases under same amplitude, the more spring constant increases. If the amplitude is increase, the spring constant decreases. A numerical difference between experiment and FEA is 0.44~4.30%. So, results of the finite element analysis agree well with results of experiment.
4. The reliability of optimum design is acceptable because error is about 0.33~0.87% as shown in results on the static spring constant of steel leaf spring and FRP leaf spring. Easy design method of leaf spring is proposed by using design method of experiment.
5. Steel leaf spring has the hysteresis caused by the inter leaf friction. But, FRP leaf spring shows the linear behaviors without the inter leaf friction.
6. The design method for the optimization of FRP leaf spring is proposed by applying design method of experiment in order to improve the characteristics of steel leaf spring. It is expected that the excellent design such as the simple and reduction of design process leads to extend the applications in machines.

# 제 1 장 서 론

## 제 1 절 연구 배경

차량의 현가 시스템(suspension system)은 차량의 주행 중에 발생하는 노면으로부터의 차체에 전달되는 불규칙한 진동과 충격을 효과적으로 감소시키며, 동시에 노면과 타이어 접지면에서의 수직 하중을 적절한 수준으로 유지하여 선회, 제동 및 구동 시 승차감과 조종안정성을 확보하기 위한 차량의 구성 요소이다.

현재, 상용차량에 사용되는 차축식 현가장치의 경우, 설치 공간과 비용 측면에서의 제약적인 조건으로 인해 리프스프링을 주 현가장치로 사용하고 있다.<sup>1-3)</sup>

리프스프링의 변위와 하중 관계는 판간마찰(inter leaf friction)에 의한 비선형 특성을 보이며, 차량 승차감이나 조종 안정성의 동특성에 주요한 영향을 끼치므로 리프스프링을 장착한 차량에서 리프스프링의 설계 및 컴퓨터 시뮬레이션 결과에 대한 신뢰도를 높이기 위하여 정적 및 동적 이력 특성의 적절한 묘사가 상당히 중요하다. 그러나 지금까지 유한요소해석을 통한 정적 및 동적 이력곡선을 재현하는 연구는 미비한 실정이다.

차량의 승차감과 조종 안정성의 두 가지 특성은 서로 상반되기 때문에 차량 주행 상태에 따라 이러한 요구 특성을 동시에 만족시키는 것은 불가능하다. 이러한 차량 성능을 극대화하기 위한 요구가 다양해짐에 따라 전자제어장치의 적용으로 인하여 여러 가지 부품의 장착은 차량의 중량 증가의 요인으로 작용되고 있다.

특히, 환경오염 문제의 심각성과 자동차 수요의 급격한 증가에 따른 에너지 자원의 고갈로 인해 이미 선진국에서는 자동차 연료소비율 및 배기가스의 규제 강화에 대비한 연료소비율 개선이 절실히 요구되고 있다. 환경 보호에 관련한 자동차 기술 개발의 동향은 무공해자동차, 전기자동차 및 하이브리드자동차 등에 대한 연구와

함께, 기존 자동차의 연비 향상뿐만 아니라 부품의 내구성 향상, 소음·진동 방지, 배기가스의 저감 그리고 자원재활용을 위한 리사이클링 등을 위한 폭넓은 연구와 개발이 이루어지고 있다. 이를 위한 방법으로 엔진·구동계의 효율 향상, 주행저항 감소, 구조 변경 및 소재의 경량화 등을 들 수 있으나, 엔진효율 향상 및 구동전달 효율 향상은 기술적으로 한계에 도달하여 대폭적인 효율향상은 기대하기 어렵다. 하지만 구조 변경 및 부품의 경량화는 자동차 성능향상을 극대화시킬 수 있으며 이로 인한 연비 향상을 도모할 수 있으므로 환경오염방지와 에너지절감에 가장 효과적인 방법이다.<sup>4~6)</sup> 이에 따라 우수한 기계적 강도, 내열성, 내부식성 및 설계자유도 등의 특성을 가지고 있는 섬유강화 복합재료의 적용 부분 및 사용량이 증가하고 있다.

최근에는 차체의 경량화를 추진하기 위해서 FRP로 차량의 구조부품의 소재를 대체하는 것이 가장 바람직한 방법으로 대두되고 있으며, 미국, 일본 등의 선진국에서는 차량의 차체, 패널, 액슬 및 리프스프링 등을 SMC(sheet molding compound) 또는 BMC(bulk molding compound)등의 제조공법에 따라 제작된 FRP의 사용범위가 점차 확대되고 있는 실정이다.

그러므로 자동차의 구조부품의 소재 중 일부를 FRP의 부품으로 대체할 수 있는 기술력이 필요하다, 그 중에서도 가장 복잡하면서도 큰 하중이 작용하고 있는 리프스프링에 FRP 리프스프링의 적용은 차체의 경량화로 인한 에너지 자원의 절감으로 인한 여러 효과가 기대되며, 하질량(unsprung mass)의 진동특성이 개선됨에 따라 조종안정성과 승차감 향상 등을 도모할 수 있다.<sup>7~9)</sup>

현재, 차량의 리프스프링의 제작은 판과 판 사이는 짧은 판의 끝 부분에서만 접촉한다는 가정의 “판단법(Judgment method)”<sup>10~11)</sup>과 겹판 스프링의 판을 옆으로 펼쳐 2점지지 단순보로 근사시킬 수 있다는 “전개법(Unfolding method)”<sup>12)</sup>을 이용한 설계가 이루어지며 이를 제작하여 성능 및 내구성을 평가하여 문제점을 보완하는 방법으로 진행되고 있으며, 이는 제작 효율의 상당한 저하 요인으로 나타

나고 있다. 차량의 초기 레이아웃 설계 시 현가장치의 기구학적 특성은 현가장치의 종류에 따른 설계점(hard point)의 선정에 의해 대부분 결정되는데, 초기 설계 단계에서 목표로 하는 현가장치의 기구학적 특성을 얻기 위하여 변화시켜야 할 설계점의 선정이 어렵고 여러 가지의 기구학적 특성을 동시에 향상시키는 설계를 위해서는 무수히 많은 설계 변수가 있을 수 있다. 따라서 단기간 내에 간단하고 효과적인 설계를 수행하기 위해서는 설계자가 목표로 하는 기구학적 특성 향상을 이룰 수 있는 설계 방향의 제시가 필요하며 이에 대한 연구들이 진행되고 있다.

최근에 실험계획법(Design method of experiment)의 공학 분야는 제한적으로 적용되고 있으나 일반적인 기계부품 설계에서도 실험계획법을 이용한 최적 설계가 실용적으로 사용될 것으로 판단된다. 현재까지는 최적설계 시 초기설계 후 시제품을 제작하여 성능을 비교·검토하고 문제점이 발견되면 다시 설계를 실시함으로써 많은 시간과 경비가 소요되고 있다. 그러므로 시제품 제작을 하지 않고 컴퓨터를 이용하여 성능을 평가한 후 재설계를 한다면 보다 더 신뢰성 있는 설계를 얻을 수 있으며, 설계 기간의 단축 효과와 비용 절감 효과도 기대할 수 있으리라 생각된다.

## 제 2 절 연구 동향

차량 현가장치 중 리프스프링의 이력특성은 판간 마찰에 의해 비선형 특성을 보이며, 차량 승차감이나 조종 안정성 등의 동특성에 중요한 영향을 미치기 때문에 리프스프링에 대한 연구는 일찍부터 시작되어 많은 문헌들이 발표되었는데, 그 중에서 해석하는 방법의 기본 가정에 따라 판단법, 전개법, 등반경법 등 여러 가지 이론해석법이 개발되었다.<sup>10~13)</sup> 이러한 이론해석법들은 실제 차량에 적용 시 설계에서 원하는 승차감과 조향안정성에 차이가 발생하였으며, 상용차의 고속화와 경량화에 필수적인 요건인 동 특성 개선과 경량화 측면에서 한계점에 도달한 것으로 여겨지고 있다. 이와 같은 리프스프링이 가지고 있는 문제점을 개선할 뿐 아니라 중량도 줄이기 위한 전산해석, 단품시험 및 실차시험을 통한 리프스프링의 동 특성, 판간 마찰력에 대한 연구, 판간 마찰력이 차량 승차성능에 미치는 영향에 대한 연구, 유한요소법을 사용한 리프스프링의 특성 해석 등 다양한 연구들이 수행되고 있다.<sup>14~40)</sup> 특히 자동차용 steel 스프링의 대체 스프링으로 FRP 스프링에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며,<sup>41~54)</sup> 최근에는 범용 다물체 해석 프로그램의 발달로 실험 결과값을 입력 자료로 삼아 통계학적 이론을 바탕으로 한 새로운 설계 기법인 실험계획법을 적용시켜 복잡한 수식의 계산 과정 없이 최적 설계값을 구해낼 수 있는 설계 방법이 제시되고 있다.<sup>55~79)</sup>

따라서 차량 리프스프링에 관한 연구동향은 리프스프링의 이력 특성 및 해석, FRP 리프스프링에 관한 연구 등과 본 논문에서 적용하고자 하는 실험계획법을 이용한 최적설계에 관한 연구 등으로 분류할 수 있다.

리프스프링에 관한 연구로 Aoyama<sup>10~11)</sup>는 판과 판 사이는 짧은 판의 끝 부분에서만 접촉한다는 가정의 판단법과 일본스프링학회(JSAI)<sup>12)</sup>에서는 겹판스프링의 판을 옆으로 펼친 2점지지 단순보로 근사시킬 수 있다는 전개법 그리고 SAE<sup>13)</sup>에서는 겹판 스프링 전체에 걸쳐 응력이 일정하게 분포되어 변형형상이 항상 전체길

이에 대해 일정한 곡률이 유지 된다는 등반경법을 개발하였다. 또한 Shimoseki<sup>18)</sup>는 낱장판을 여러 부분으로 나누고 각 부분을 강성체와 등가스프링으로 모델링하여 매트릭스를 계산하였고, Nigro<sup>19)</sup>는 테이퍼 리프스프링의 1차원적 등가해석을 시도하였다. 최근에는 유한요소법을 사용한 리프스프링의 해석으로 Hamano<sup>14)</sup>가 낱장판을 평면응력요소로 판 사이의 접촉을 유한요소법의 GAP 요소를 사용하여 해석하였다. 리프스프링의 판과 판 사이의 마찰을 고려한 연구는 Chishima<sup>20~22)</sup>가 적은 변위에서의 판간 마찰을 고려한 연구, 큰 변위에서의 판간 마찰을 고려한 연구, 동적응답성을 고려한 최적 판간 마찰력의 크기에 대한 연구 등이 수행되었으며, Ota<sup>23)</sup>는 진동특성이 판간마찰에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

리프스프링의 동적특성에 대해서는 Kato<sup>24)</sup>는 리프스프링의 고유진동수 및 변형 모드에 대한 연구, Chishima<sup>25)</sup>는 자동차의 급발진 및 급제동시 발생하는 와인드업 진동에 대한 연구, Cebon<sup>26)</sup>은 노면에서 발생하는 광범위한 주파수의 진동에 따른 스프링의 동적 응답에 대한 연구, Song<sup>27)</sup>은 상용 동역학 해석 전용프로그램인 ADAMS에 의한 리프스프링의 동적특성해석을 연구하였다.

이외에도 Francher<sup>2)</sup>는 겹판 스프링의 거동을 시험 데이터를 이용하여 지수 방정식 형태로 도출하였고, Liu<sup>28)</sup>는 하중의 증가에 따른 변형을 고려하여 비선형성을 포함한 해석방법을 제시한 연구, Aoyama<sup>29)</sup>는 트럭에 사용되는 일반적인 리프스프링의 응력분포를 해석한 연구, BANE학회<sup>30)</sup>는 대형트럭에 사용되는 리프스프링의 경량화 방법을 설계, 제조 등 여러 가지 방법론으로 접근한 연구, Aoyama 등<sup>31~32)</sup>은 리프스프링의 피로수명에 대한 연구, Rowland 등<sup>33~40)</sup>은 비선형 특성의 리프스프링 설계에 관한 연구, 문<sup>35)</sup>은 리프스프링의 이력특성이 조종성능에 미치는 영향에 관한 연구, 최<sup>36~38)</sup>는 리프스프링의 설계프로그램 개발과 특성을 해석한 연구, 김<sup>39)</sup>은 차량동역학 해석을 위한 리프스프링의 힘요소 모델링 기법 연구, 박 등<sup>15,40)</sup>은 상용차량 리프스프링의 모델링기법을 개발한 연구 등 다양한 연구가 진행되었다.

FRP 리프스프링에 관한 연구로는 자동차용 steel 리프스프링의 대체 스프링으로써 FRP 리프스프링에 대한 연구가 많이 이루어지고 있으며,<sup>41~43)</sup> 리프스프링의 테이퍼의 형상에 따라 Triangular spring, parabolic spring, hyperbolic spring 및 trapezoidal spring 등 다양한 형상에 대한 연구와 더불어 실제 차량 장착에 대한 FRP 리프스프링의 특성까지 승차감의 고급화와 차량 경량화를 통한 에너지 절감 등에 대한 연구가 진행되고 있다.<sup>44~49)</sup>

Goette<sup>7,50)</sup>은 상용차량에 적용하기 위한 FRP 리프스프링에 대한 연구, Erol<sup>51)</sup>은 경차량에 대한 복합재료 스프링에 대한 설계, 해석 및 최적화 연구, 유<sup>52)</sup>은 자동차 현가장치에 응용하기 위한 이중 테이퍼를 갖는 섬유강화 리프스프링에 관한 연구, 김<sup>53)</sup>은 복합재료 리프스프링 제작시의 동적유전성 분석 연구, 최<sup>54)</sup>는 횡방향 전단하중을 받는 단일방향 복합재료의 거동 연구 등으로 분석할 수 있다.

그리고 실험계획법을 이용한 최적설계에 대한 연구에 있어서 최적설계는 대상물을 정확하게 이해하고 복잡한 기구학적 방정식을 세워야 하는 어려움이 요구된다. 이론적인 방법을 적용하지 않고 단시간 내에 정확한 설계를 할 수 있는 방법들에 대한 여러 가지 연구들이 진행되었다.

이<sup>55)</sup>는 초기 타이어 설계 과정에서 타이어의 속도 내구에 대한 제조 설계 변수들의 영향 연구에 다구찌 강건 설계법(Taguchi's robust design method)을 적용하는 방법을 소개하였고, 백<sup>56)</sup>은 유전자 알고리즘 프로그램을 개발하여 이를 5자유도 차량 모델에 적용하여 최적의 승차감을 구현하는 현가장치의 파라미터를 구함으로써 유전자 알고리즘의 유효성을 검증하였으며, 이<sup>57)</sup>는 스프링 상수와 감쇠(damping) 계수와 같은 설계 변수들이 중형 트럭의 승차감에 미치는 영향을 평가하는 해석적 방법을 나타내었다.

최근의 연구 방향은 통계학적인 방법인 실험계획법<sup>58)</sup>을 이용한 최적설계가 활발히 이루어지고 있다. 이<sup>59)</sup>는 다구찌 실험 계획을 소개와 실험 계획 응용의 예로서 압전형 가속도계 제작 실험, 절삭 실험, 엔진 마운트(engine mount) 실험 등을 수

행하였고, Sakai 등<sup>60~62)</sup>는 다구찌 실험 계획을 적용한 차량의 승차감 및 조종안정성에 대한 최적화 기법의 연구 등 다구찌법을 이용한 연구들이 주로 진행되었다.

그리고 반응표면분석법(Response surface analysis)을 이용한 연구들을 살펴보면, 이<sup>63)</sup>는 전륜 독립 현가장치에 대해 반응표면분석법을 이용한 민감도 해석 및 최적설계 프로그램을 적용하여 기구학적 특성에 대한 최적설계 방법을 제시하였고, 한 등<sup>64~65)</sup>은 기구에 있어서 설계 변수와 성능과의 관계를 추정하기 위하여 반응표면분석법과 범용 기구 해석 프로그램을 이용한 강건 설계 방법을 제시하였으며, Kang<sup>66)</sup>은 중형 트럭의 조종 안전성 최적화를 위해 반응표면해석과 다목적 함수 최적화 과정을 적용하는 기법을 나타내었다. Venter<sup>67)</sup>는 복잡한 형상과 하중 조건들을 갖는 구조물의 피로 수명을 예측하기 위해 반응표면분석법을 적용하는 방법을 제시하였고, 박<sup>68)</sup>은 철도 차량의 1차 현가장치의 탄성조인트 최적 설계에 반응표면분석법을 적용하였으며, 이<sup>69)</sup>는 여러 가지 구조강도를 동시에 고려하여 설계해야 하는 차량의 새시 프레임 최적설계에 반응표면분석법을 적용하여 수행하였다. 또한 홍 등<sup>70~71)</sup>은 반응표면법을 이용하여 차체 부재의 충돌성능 향상을 위한 설계 최적화와 승객 상해를 최소화하는 충돌특성곡선을 결정하였고 송<sup>72)</sup>은 반응표면분석법을 이용하여 휠 베어링 허브 단조용 금형설계에 적용하였으며, 신<sup>73)</sup>은 사출성형 디스크의 진동특성 향상을 위하여 반응표면분석을 수행한 후 동적 안정성을 개선하기 위한 공정조건을 제시한 연구 등 실험계획법 중 반응표면분석법과 이를 최적화하는 다양한 연구<sup>74~79)</sup>들이 진행되고 있다.



### 제 3 절 연구 목적

차량 현가장치 중 리프스프링을 장착한 차량에서 리프스프링의 설계 및 컴퓨터 시뮬레이션 결과에 대한 신뢰도를 높이기 위하여 정적 및 동적 이력특성의 적절한 묘사가 상당히 중요하다.

그리고 리프스프링 제작 시 기존에는 복잡한 이론식과 설계자의 경험, 직관 또는 그래픽적인 방법에 의한 설계로 이루어지고 있으나 본 논문에서는 보다 단기간 내에 효과적 설계를 도모하기 위해 실험계획법을 응용하여 최적 설계 과정을 연구하고자 한다.

실험계획법의 적용 시 설계 변수와 목적 함수와의 관계를 회귀 모형 함수(Regression model function)로 나타내는 방법인 반응표면분석법을 이용하였는데, 이에 대한 설계 변수는 3 수준계로서 회귀 모형의 곡면적인 반응을 감지할 수 있는 2차 회귀 모형의 추정이 가능한 기본적인 방법인  $3^k$  요인 배치법을 사용하여 실험 계획을 한다. 또한 실험 계획에 의해서 실험을 한 후 실험 결과값을 이용하여 회귀 모형 함수를 추정하고 이를 분산 분석표(ANOVA table)<sup>58)</sup>를 이용하여 신뢰성과 정확성을 검증한다. 그리고 최적설계 프로그램인 DOT(Design optimization tools)를 이용하여 회귀 모형 함수를 목적 함수로 입력한 후 요소의 최적 설계 변수를 선정하며 최적 모델에 대하여 평가한다.

본 논문에서는 상용 유한요소해석 프로그램인 MARC를 이용하여 판간 접촉뿐만 아니라 마찰력까지 고려한 리프스프링의 유한요소 모델링의 필요성과 타당성을 제시하고자 리프스프링의 정적 및 동적 특성을 나타내는 비선형 하중-변위 이력곡선을 재현하여 실험으로부터 얻어진 결과값을 바탕으로 이론식과 해석값을 비교·평가하였다. 그리고 실험과 유한요소해석의 비교·평가된 검증 과정을 토대로 다시, 실험 계획법에서 적용하고자 하는 특정 대상의 리프스프링을 선정하여 그 스프링의 특성에 FRP 리프스프링의 특성을 근접시키는 최적설계 기법을 시도하였다.

FRP 리프스프링의 소재로는 Carbon/Epoxy 소재와 E-glass/Epoxy 소재의 두 가지를 선택하였으며, 이때 얻어진 각각의 리프스프링 모델의 변위값은 반응표면 분석법에서 목적 함수로 사용되며, 설계 변수와 함께 회귀 모형 함수를 추정하여 최적설계 프로그램인 DOT를 이용하여 최적설계 변수를 구하게 된다. 그리고 최적 설계 변수를 갖는 최적 모델을 해석하여 대상 리프스프링의 특성과 비교하여 실험 계획법을 통한 최적설계의 신뢰성을 검증한다. Fig. 1-1은 최적설계 과정을 나타낸 것이며, 실험계획법에 의한 새로운 차량 리프스프링의 최적설계 방법을 제시하고자 한다.

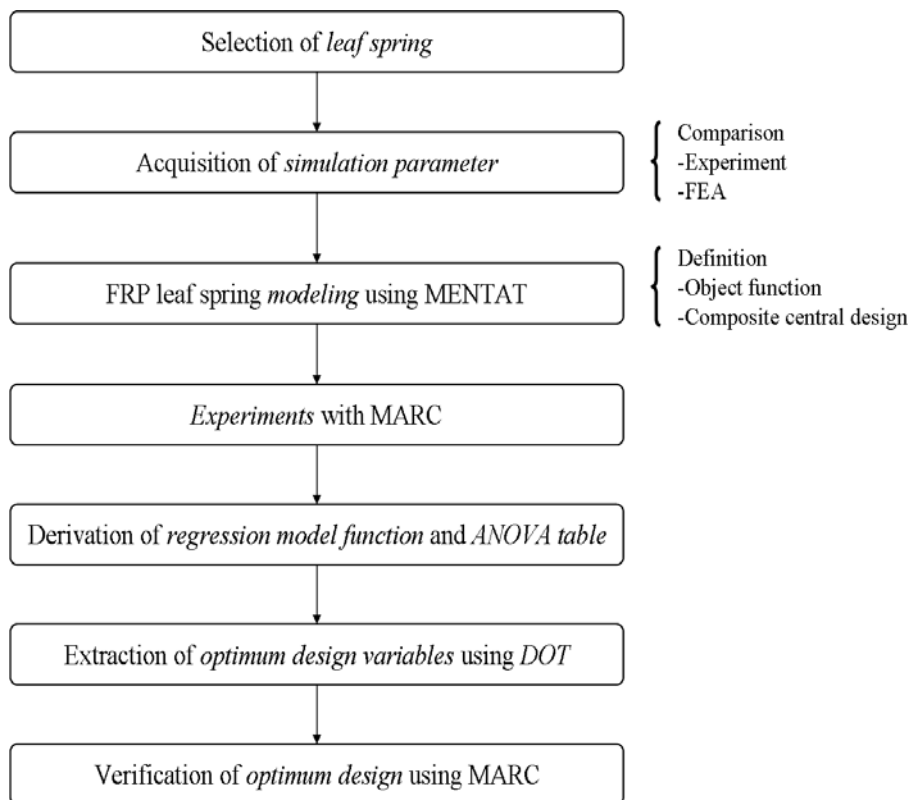


Fig. 1-1 Flow diagram of the leaf spring parameter design

## 제 2 장 이론적 배경

### 제 1 절 Leaf spring의 관련 이론

차량 장착용 리프스프링은 겹판으로 구성되어 판간 마찰(inter leaf friction)에 의한 에너지 손실이 크고 이로 인한 이력현상(hysteresis)때문에 미소진폭 거동에 서 동적 스프링상수가 높아져 승차감이 저하되는 단점을 가지고 있다<sup>1)</sup>.

Fig. 2-1은 리프 스프링의 하중-치짐 곡선으로 판간 접촉 마찰력으로 인한 이력 형태의 곡선을 나타낸 것이다. 이 곡선은 초기 상태에서 리프 스프링에 가부하 (loading)를 작용시키면 “O'B” 를 따라서 변위가 발생하고, 감부하(unloading)를 작용시키면 “BCDE” 를 따라서 변위가 발생한다. 다시 가부하를 작용하면 “EFG” 를 따라서 변위가 발생하여 한 사이클의 폐루프(closed loop)를 이루게 된다.

이력곡선이라고 일컫는 이 폐루프는 하중이 증가하거나 감소함에 따라 하중의 작동 방향이 바뀔 때 리프스프링 끝 접촉부와 인접하는 판 사이의 마찰 즉, 판간 미끄러짐 때문에 발생한다고 알려진 과도 변형 구간(transition area)인 비선형 구간 “BC” , “EF” 에 의해 특성이 결정된다.<sup>2)</sup> 이력 곡선에 의해 둘러싸인 면적에 의해 계산되는 리프스프링의 판간 마찰에 의한 한 사이클 당 손실되는 운동에너지는 하중이 가해지는 주파수에는 무관하지만, 진폭의 제곱에 근사하게 비례한다.<sup>80)</sup> 판간 마찰에 의해 손실되는 운동에너지는 차량에 구조적인 감쇠력을 제공하여 차량의 동 특성에 많은 영향을 미친다.

이력곡선에서 대각 스프링 상수라고도 일컫는 “B” 점과 “E” 점을 연결한 직선의 기울기는 동적 스프링상수, “OA”의 기울기는 정적 스프링상수라고 정의되며, “D” 점과 “G” 점 간의 하중 차이를 변위 폭에서의 판간 마찰력(2F)이라 한다.<sup>3)</sup>

이러한 특성의 중요한 한 부분은 쿨롱 마찰(coulomb friction)에 의해 에너지를 소비하는 장치일 뿐만 아니라 에너지를 저장하는 기능을 가지고 있다. 하중-변위 이력곡선의 불룩한 모양의 폐곡선 면적은 한 사이클 동안의 판스프링이 소모한 에너지와 같다. 그러나 리프스프링은 코일 스프링이나 토션 바(torsion bar)와 달리 판과 판이 겹쳐 있으므로 판간 마찰을 일으키고 진동의 감쇠 작용을 하고 있다. 이러한 판간 마찰은 스프링 작동을 둔화 시켜 동적 스프링 상수를 낮게 하기 때문에 노면의 요철에 의한 미세한 진동 흡수가 불충분하여 승차감을 저하시키고 뼈격거리는 소리가 발생하는 원인이 되고 있다. 이를 위해 판간 마찰을 감소하는 것이 겹판 스프링에 있어서는 큰 과제가 되고 있으며, 판과 판 사이에 인터리프(inter leaf)라는 라이너(liner)를 삽입하는 예가 있다.

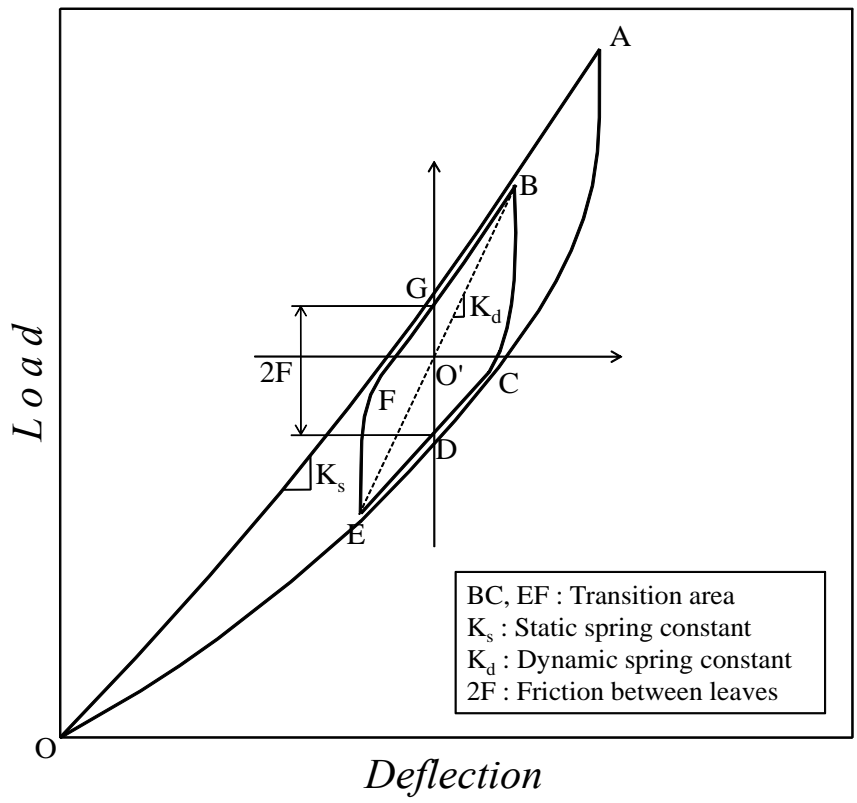


Fig. 2-1 Load-deflection diagram of leaf spring

리프스프링에 대한 정적 이론은 전개법과 판단법 등으로 구분할 수 있는데, 전개법<sup>12)</sup>은 리프스프링을 길이방향으로 이등분하여 동일 평면상에 재배열해서 생기는 한 장으로 된 스프링 특성이 원래의 리프스프링의 특성과 동일하다는 계산법이다. 판이 전장에 걸쳐서 서로 접촉하고 있으며, 판의 곡률 반경에 비해서 판 두께를 무시하여 동일 위치의 곡률이 각 스프링판에 걸쳐 일정하다고 가정한다.

스프링의 변위는 Fig. 2-2에서 보는 바와 같이 곡률( $\frac{1}{\rho}$ )이 일정한 경우에는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} \quad (1)$$

양단은 단순지지 되어 있고 곡률반경이  $R_0$ 에서  $R$ 로 변했을 때 하중점에서의 변위( $\delta$ )는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta = \frac{l_f l_r}{2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \quad (2)$$

여기서,  $l$ 은 겹판스프링의 길이를 나타내며,  $l_f$ 와  $l_r$ 은 판의 하중점으로부터 전면(front) 및 후면(rear)의 길이를 나타낸다.

그리고 전개법에서의 정적 스프링상수는  $R_0$ 에서  $R$ 로 곡률 변화가 있을 때 하중점에서의 변형률( $\epsilon$ )은 다음과 같다.

$$\epsilon = \frac{t}{2} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \quad (3)$$

여기서,  $t$  는 날장판의 두께이다.

응력이 전구간에 걸쳐 일정하다고 가정하였지만, 실제 리프스프링은 균일하지 않으므로 보정계수  $S_F$  (stiffness factor)를 고려하여 하중점에서의 최대 응력을 구하면 식 (4)와 같다. 응력보정계수  $S_F$ 는 차종, 스프링 선단에서의 테이퍼 여부 및 전장판의 수에 따라 실험적으로 결정되며, 이를 Table 2-1에 나타내었다.<sup>12)</sup>

$$\sigma = \frac{E t}{l_f l_r} \delta \cdot S_F \quad (4)$$

여기서,  $E$ 는 Young's Modulus이다.

한편, 단순 지지보 구속형상으로부터 리프스프링에 발생하는 최대응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{\max} = \frac{l_f l_r t}{2l \sum I} P \quad (5)$$

여기서,  $\sum I$ 는 단면 2차 모멘트의 합을 나타내고,  $P$ 는 하중을 나타낸다.



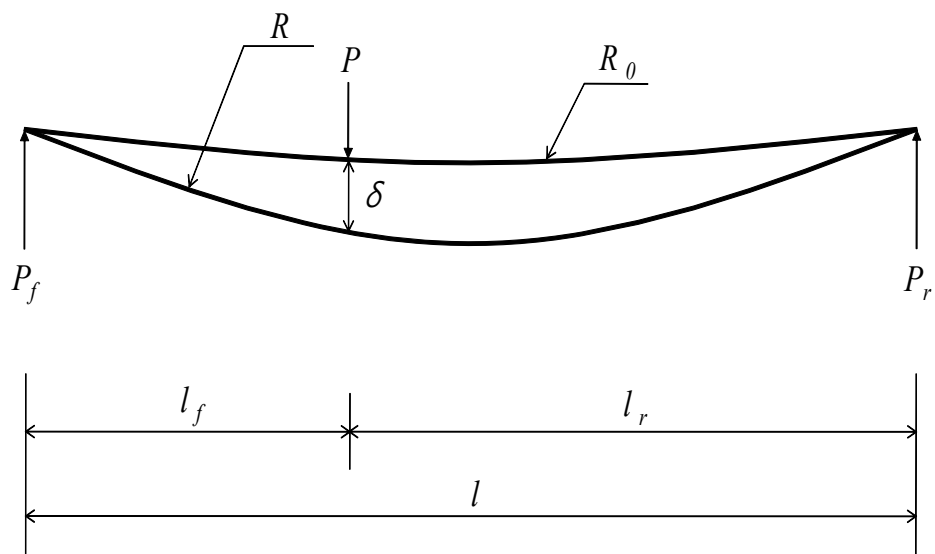


Fig. 2-2 The deflection of the asymmetrical leaf spring under the loading

Table 2-1 The value of stiffness factor in leaf spring

Type of car	Edge Taper	No. of Extended Leaves	$S_F$
Passenger car Small Truck	○	1	1.10
"	○	2	1.15
"	×	1	1.15
Truck	×	1	1.15
"	×	2	1.20
"	×	3	1.25
"	×	Small Length	1.50

식 (4)의 곡률 변화로부터 유도되는 응력은 식 (5)의 모멘트로부터 유도된 응력과 같아야 한다. 그러므로

$$\frac{Et\delta}{l_f l_r} S_F = \frac{l_f l_r t}{2l \sum I} P \quad (6)$$

라는 식이 성립된다.

결국, 정적 스프링상수( $K_s$ )는 식 (6)으로부터

$$\begin{aligned} K_s = \frac{P}{\delta} &= \frac{2El \sum I}{l_f^2 l_r^2} \cdot S_F \\ &= \frac{2E \sum I}{l^3} \cdot \frac{(1+\lambda)^4}{\lambda^2} \cdot S_F \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\lambda$ 는  $\frac{l_f}{l_r}$  을 나타내며, 대칭 접판스프링인 경우에는 1이 된다.

U-bolt가 체결된 경우의 정적 스프링상수( $K_{s,u}$ )는 다음과 같다.

$$K_{s,u} = K_s \times \frac{l^3}{(l-0.6u)^3} \quad (8)$$

여기서,  $u$ 는 U-bolt의 체결폭이고,  $K_s$ 는 U-bolt가 체결되지 않았을 때의 스프링상수이다.

판단법은 서로 인접한 판 사이에서 힘의 전달이 판의 선단에서만 행하여진다고 가정한다.<sup>10~11)</sup> 전개법과 비교하여 판 두께가 다를 경우, 스프링판 단부가 테이퍼 가공되어 있는 경우, 판의 단이 일정하지 않는 경우 등에 대해서도 계산할 수 있으며, 특히, 판 수가 적은 경우에 대하여 매우 정확하게 계산할 수 있다.

스프링의 변위는 Fig. 2-3에서 보는 바와 같이  $n$ 개의 스프링 판으로 구성된 리프스프링에서 가장 짧은 판으로부터  $i$ 번째의 스프링 판에 대해 센터 볼트(center bolt)를 원점으로 두고 고정단으로부터  $l_i^*$ 까지는 단면이 일정하고,  $l_i^*$ 에서 자유단  $l_i$ 까지는 단면이 변하는 외팔보라 생각하면, 자유단에 수직하중  $P_i$ 가 작용할 때의 변위  $\delta$ 를 계산하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{P_i}{EI_i} \int_0^{l_i^*} dx \int_0^x (l_i - \lambda) d\lambda + \frac{P_i}{E} \int_{l_i^*}^{l_i} dx \int_0^x \frac{(l_i - \lambda)}{I_i^*} d\lambda \\ &= P_i \frac{(l_i - l_i^*)^3 Q_i + l_i^3}{3EI_i} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $I_i$ 는 단면이 일정한 부분의 단면 2차 모멘트이고,  $I_i^*$ 는 단면이 변하는 부분의 단면 2차 모멘트이며,  $i$ 번째 판 끝 모양에 따라 변하는 판단 형상계수  $Q_i$ 는 다음과 같다.

$$Q_i = -1 + \frac{3[(t_2/t_1) - 3(b_2/b_1)]}{2[(t_2/t_1) - (b_2/b_1)]^2} + \frac{3(b_2/b_1)^2}{[(t_2/t_1) - (b_2/b_1)]^3} \log \frac{t_2/t_1}{b_2/b_1} \quad (10)$$

여기서,  $t_1, b_1$ 은 단면이 일정한 부분의 단면의 두께와 폭이며,  $t_2, b_2$ 은 단면이 변하는 부분의 단면 끝단의 두께와 폭을 나타낸다.

한편, Fig. 2-4에서 판의 곡률 반경  $R_i$ 가  $2l_i$ 에 비해서 크고 곡률이 충분히 작다고 가정한다. 그리고  $x=l_i$ 에  $P_i$ 와  $x=l_{i-1}$ 에  $P_{i-1}$ 라는 힘이 작용하고,

$\mu_{i-1} = \frac{l_{i-1}}{l_i}$  (스프링 판의 길이의 비),  $\alpha_{i-1} = \frac{P_{i-1}}{P_i}$  (스프링 판에 전달되는 하중의 비)라고 하면,  $n$ 번째 판의 변위  $\delta_n$ 은 다음과 같다.

$$\delta_n = \frac{Pl_n^3}{3EI_n} \left[ 1 + (1 - \mu_{n-1})^3 Q_n - \alpha_{i-1} \frac{(3 - \mu_{n-1})\mu_{n-1}^2}{2} \right] \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \alpha_{i-1} &= \frac{P_{i-1}}{P_i} \\ &= \frac{3 - \mu_{i-1}}{2\mu_{i-1}} / \left\{ \frac{1 + I_i}{I_{i-1}} \left[ 1 + (1 - \mu_{i-2})^3 Q_{i-1} - \alpha_{i-2} \frac{(3 - \mu_{i-2})\mu_{i-2}^2}{2} \right] \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

이다. 식 (12)는 각 스프링판에 전달되는 하중의 비가 계산되는 점화식이며,  $\alpha_0=0$ 이기 때문에  $i=2$ 를 대입하여  $\alpha_1$ 를 얻고, 반복적으로  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ 을 계산할 수 있다.

그리고 판단법에서의 정적 스프링상수는 스프링의 센터 볼트를 중심으로 하여 반쪽만 고려할 때 정적 스프링상수는 식 (11)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K = \frac{P}{\delta_n} = \frac{3EI_n}{l_n^3} \left[ 1 + (1 - \mu_{n-1})^3 Q_n - \alpha_{n-1} \frac{(3 - \mu_{n-1})\mu_{n-1}^2}{2} \right]^{-1} \quad (13)$$

리프스프링이 비대칭인 경우, 전체 정적 스프링상수는 전면의 정적 스프링상수를  $K_{s, f}$ , 후면의 정적 스프링상수를  $K_{s, r}$  라 할 때 Fig. 2-5에서 리프스프링의 기하학적 관계로부터 식 (14)와 같이 된다.

$$K_s = (K_{s, f} + K_{s, r}) \frac{\phi(1 + \lambda)^2}{(1 + \phi)(1 + \phi\lambda^2)} \quad (14)$$

여기서,  $\lambda = \frac{l_f}{l_r}$ ,  $\phi = \frac{K_{s, f}}{K_{s, r}}$  이고, 대칭 스프링인 경우에  $K_s$ 는  $2K_{s, f}$  또는  $2K_{s, r}$  이다.

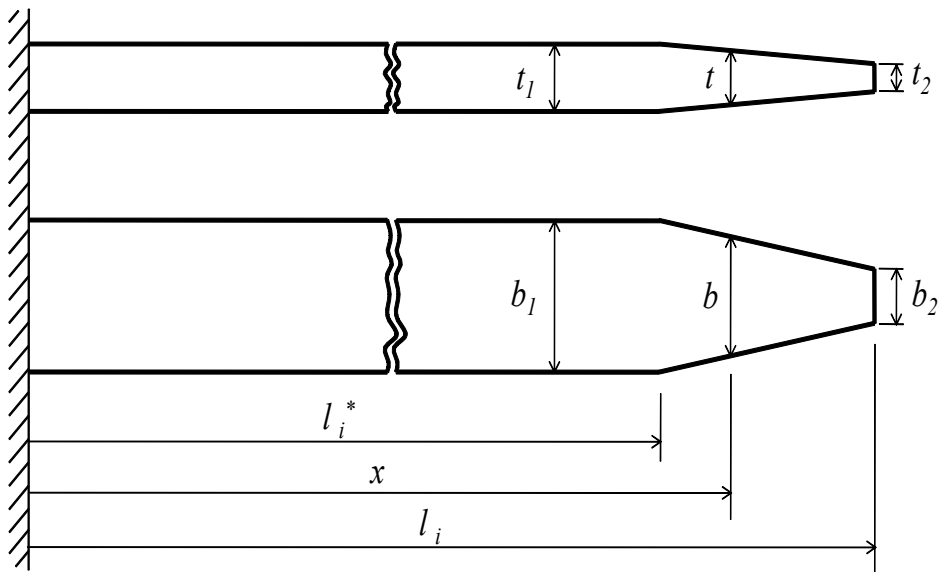


Fig. 2-3 The change of width and thickness in leaf spring

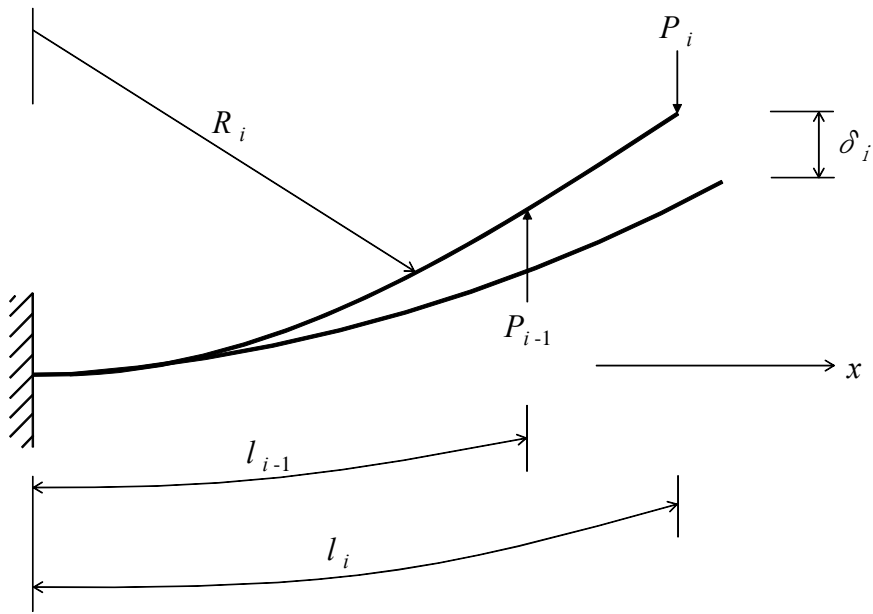


Fig. 2-4 The  $i^{th}$  leaf counted from the shortest leaf spring



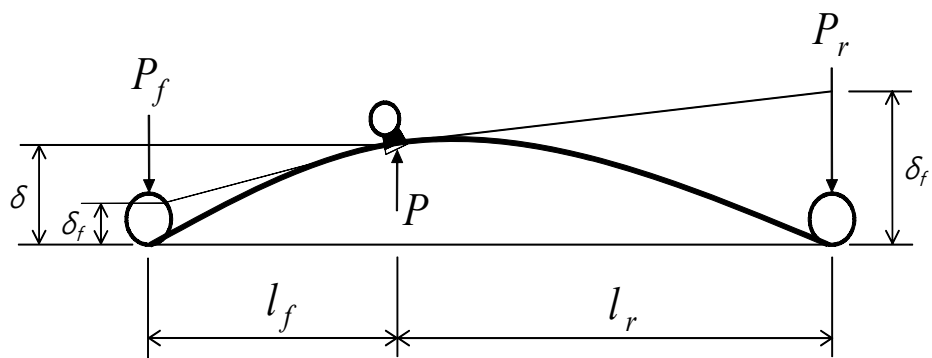


Fig. 2-5 Asymmetrical leaf spring under the loading

리프스프링에 대한 동적 이론을 살펴보면, 리프스프링은 금속판 형상에 의한 비선형성과 판간 마찰력에 의한 완전한 비선형성을 가지고 있다. 이러한 특성의 중요한 부분은 쿨롱 마찰(coulomb friction)에 의해 에너지를 소비하는 장치일 뿐만 아니라 에너지를 저장하는 기능을 가지고 있다.

Fig. 2-6은 리프스프링의 전형적인 수학적 모델을 보여준다. 리프 스프링의 모델은 리프 스프링의 스프링상수와 마찰 감쇠로 나타낼 수 있다.

Fig. 2-6과 2-7에서와 같이 리프스프링의 하중-처짐의 관계는 타이어 하중의 크기와 마찰 감쇠, 양쪽 모두에 연관을 보여준다. 여기서 하중의 크기와 마찰 감쇠의 효과를 측정하기 위하여 평균 Coulomb 감쇠력  $C_F$ 와 유효 스프링상수  $K_E$ 가 정의된다.<sup>2-3)</sup>

$C_F$ 는 한 사이클 주기에서 소모되는 에너지에 기초한다. 한 사이클에서의 총 소모 에너지는 Fig. 2-7에서 보여주는 변위-힘 곡선의 둘러싸인 면적  $A$ 와 같다. 평균 감쇠력 특성은 한 사이클 동안의 스프링의 움직임에 의한 총 이력곡선의 면적을 스프링의 처짐으로 나눔으로써 아래의 식 (15)와 같이 결정할 수 있다.

$$C_F = \frac{A}{4\delta} \quad (15)$$

여기서,  $\delta$ 는 스프링의 처짐을 나타낸다.

Coulomb 감쇠가 결정되면, 유효 스프링상수  $K_E$ 는 식(16)과 같이 구할 수 있다. Fig. 2-7에서 점선으로 나타낸 사다리꼴 사각형은 리프스프링의 한 사이클에 대한 이력곡선의 근사값으로 가정할 수 있다.

$$A = (2 C_F)(2\delta) \quad \text{or} \quad C_F = \frac{A}{4\delta}$$

$$2F = 2 C_F + 2\delta K_E$$

$$K_E = \left( \frac{2F - 2 C_F}{2\delta} \right) \quad (16)$$

개략적으로, parameter  $C_F$  와  $K_E$  는 리프스프링처럼 한 사이클 당 같은 에너지를 소모하고, 측정된 이력곡선처럼 같은 크기의 힘과 크기를 갖는 근사적인 이력곡선을 정의할 수 있다.

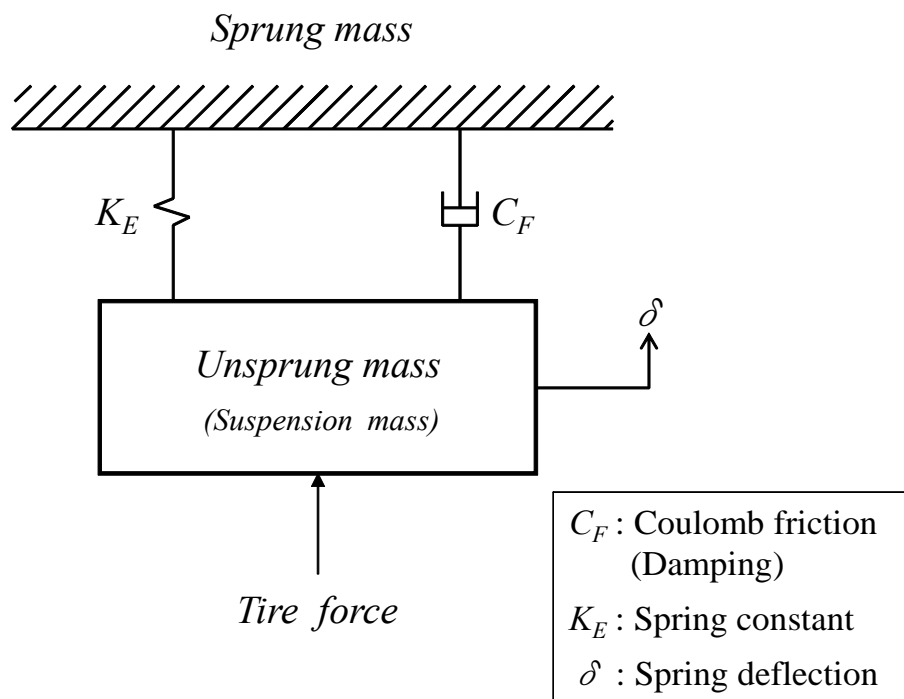


Fig. 2-6 The simplest representation of leaf spring suspension

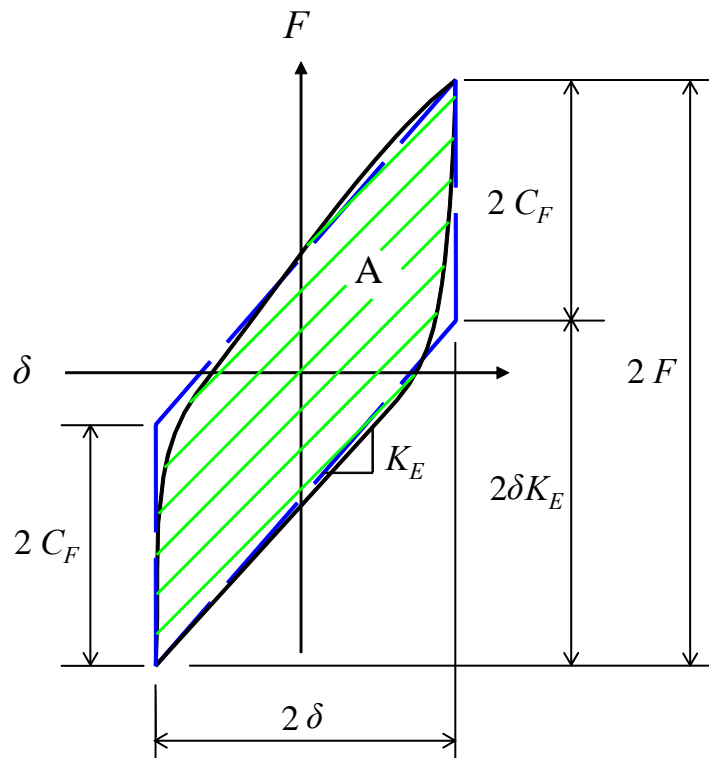


Fig. 2-7 Hysteresis curve for 1 cycle of stocking and estimation of effective spring constant

## 제 2 절 Leaf spring의 소재와 형상

FRP 리프스프링의 특성을 살펴보면, 우선 일반적인 차량장착용 리프스프링은 곁판으로 구성되어 판간 마찰에 의한 에너지 손실이 크고 이로 인한 이력현상(hysteresis) 때문에 미소진폭 거동에서 동적 스프링상수가 높아져 승차감이 저하되는 단점을 가지고 있다. Steel 리프스프링은 소재의 탄성이 약  $21 \times 10^3 \text{kgf/mm}^2$ 로 높기 때문에 단판으로 제작하여 사용하기 보다는 여러 곁의 판을 겹친 multi leaf spring으로 제작하여 사용한다.

Multi leaf spring은 가압 및 감압에 따른 정적 및 동적 거동에 있어서 스프링 상수가 상이한 관계로 복잡한 양상을 나타내지만 FRP 리프스프링은 사용되는 소재가 높은 인장강도와 낮은 탄성률로 인하여 스프링 상수가 일정하므로 설계상의 스프링 상수를 실현시킬 수 있다.

특히, FRP 리프스프링의 소재는 Steel 리프스프링보다 단위 중량당 변형에너지를 나타내는 specific strain energy가 약 13배 정도 우수하므로 높은 경량화 효과를 얻을 수 있으며, 중량 감소에 따른 연료소비율 향상, 가속성능 향상, 승차감 및 조향안전성 향상 등의 효과가 예상된다<sup>7~9)</sup>.

그리고 FRP 리프스프링의 적용에 따른 중량감소 효과는 그대로 하질량 감소 효과를 나타내며, bumping시 차체에 전달되는 충격과 진동을 감소시키고 스프링의 운동이 경쾌해진다. 또한 점탄성(viscoelasticity)재료로 내부 마찰에 의한 진동 감소효과가 있으므로 axle이나 P/T(power train)로부터 전달되는 고주파 진동 및 소음을 저하시키는 효과가 기대된다.<sup>49)</sup>

FRP 리프스프링의 소재 선정에 있어서 리프스프링의 저장 에너지량에 영향을 미치는 요인으로는 첫째는 소재이고 둘째는 형상이다.

리프스프링용 소재의 저장 에너지를 비교하는 단위 중량당 변형에너지인

specific strain energy( $\gamma$ )는 식 (17)과 같다.<sup>50)</sup>

$$\gamma = \frac{V^2}{2\rho E} \quad (17)$$

여기서,  $E$ : Young's modulus,  $\rho$ : Density(Specific gravity),  $V$ : Maximum allowable stress(static or fatigue) 이다.

Table 2-2는 리프스프링 소재들의 specific strain energy를 구하기 위한 특성을 나타낸 것이다. 각 소재들의 정적 강도는 큰 차이를 보이지 않았으나 피로 강도에서는 Carbon/Epoxy 소재가 가장 크게 나타났고, E-glass/Epoxy 소재가 가장 작게 나타났다.

Fig. 2-8은 리프스프링 소재로 사용 가능한 소재들의 정적 및 피로 강도에 대한 specific strain energy를 비교하였다. 각 소재들의 저장에너지는 Steel spring, Carbon/Epoxy, E-glass/Epoxy 및 S-glass/Epoxy의 소재 순으로 크게 나타났으며, Steel 소재보다 FRP 소재의 리프스프링의 저장에너지가 약 10~16배 정도 높게 나타났다. 그리고 E-glass/Epoxy 소재와 단가 비교 시 S-glass/Epoxy 소재는 2~3배, Carbon/Epoxy의 소재는 3~5배 정도 높은 단가를 형성하고 있으므로 성능과 단가를 고려할 때, E-glass/Epoxy의 소재가 FRP 리프스프링용으로 적합하다고 할 수 있다.

Table 2-2 Properties of materials

Materials	Density (g/cm <sup>3</sup> )	Young's modulus (kgf/mm <sup>2</sup> )	Strength (kgf/mm <sup>2</sup> )	
			Static	Fatigue
Steel spring	7.85	21 × 10 <sup>3</sup>	150	100
Carbon/Epoxy	1.60	14 × 10 <sup>3</sup>	150	120
E-glass/Epoxy	1.90	4.3 × 10 <sup>3</sup>	130	87
S-glass/Epoxy	1.90	5.4 × 10 <sup>3</sup>	150	100

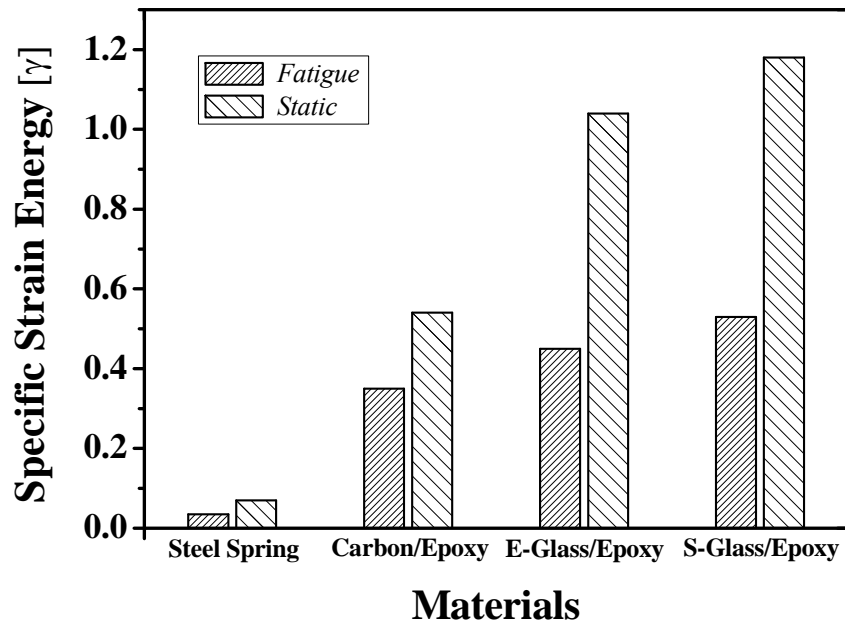


Fig. 2-8 Specific strain energy of materials



FRP 리프스프링의 형상(모델) 선정은 리프스프링의 단점을 보완하고 높은 경량화 효과를 얻을 수 있다. 그리고 중량 감소에 따른 연료소비율, 가속성능, 승차감 및 조향안전성 향상 등의 효과를 만족시키기 위하여 FRP 테이퍼 리프스프링을 설계 모델로 선정하였다.

테이퍼 리프스프링의 장점으로는 응력분포가 균일하게 분포되도록 설계되고 우수한 피로 수명과 주행 안정성을 갖는다. 또한 판간 마찰이 발생되지 않기 때문에 동적 스프링상수가 정적 스프링상수와 거의 일치하게 되어 뛰어난 승차감 향상을 나타나게 된다. 그러나 판간 마찰 감소로 인한 진동 감쇠가 부족하여 속 업소버(Shock absorber)에서 그 기능을 보강해야 하며, 설계 및 제작 시 높은 차원의 정밀도가 요구되는 단점이 있다.

Table 2-3에서는 일반적인 Steel 리프스프링과 FRP 리프스프링의 특성을 비교하여 나타내었다.<sup>9)</sup>

리프스프링의 주요 기능은 노면에서의 진동을 효과적으로 감쇠시켜 차체로 전달시킨다. 이 진동 감쇠의 원리는 외부 하중을 스프링이 변형되면서 에너지로 저장하였다가 스프링이 복원되면서 에너지를 방출시키며 이루어진다. 높은 에너지의 저장 능력을 갖기 위해서는 리프스프링 전반에 걸쳐 균일하게 응력이 분포되어야 한다.

균일한 굽힘 응력을 갖는 테이퍼 리프스프링의 형상에 대한 특성을 Table 2-4와 같이 Triangular, Parabolic, Hyperbolic, Trapezoidal 등의 4가지 형상으로 나타냈으며, 스프링 재질의 체적당 저장할 수 있는 이상적인 에너지의 비례값인 에너지 저장 형상 계수(Energy storage shape factor)  $k$ 는 식 (18)과 같다.<sup>7)</sup>

$$k = \frac{W}{W_{ideal}} = \frac{\int \frac{\sigma^2}{2E} dV}{\frac{\sigma_{ideal}^2}{2E}} \quad (18)$$

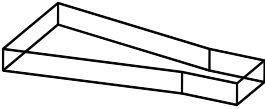
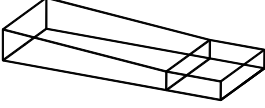
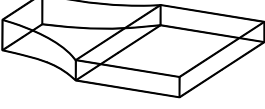

여기서,  $\sigma$ 는 스프링 각각의 위치에서의 응력,  $\sigma_{ideal}$ 는 허용 가능한 응력,  $E$ 는 스프링의 탄성 계수,  $V$ 는 체적 그리고  $W$ ,  $W_{ideal}$ 은 각각의 위치에서의 저장에너지와 허용 가능한 저장 에너지를 나타낸다.

Table 2-4에서와 같이 에너지 저장 효율이 가장 좋은 테이퍼 리프스프링의 형상은 Parabolic type이다. 그리고 스프링 설계 시 중요한 내용 중 하나는 기존의 steel 리프스프링과의 호환성을 갖는 것이다. 따라서 4가지 type 중에서 폭이 일정하고 두께가 변하는 Parabolic type 리프스프링은 체결부분을 변경하지 않고도 호환하여 사용이 가능하므로 최적 설계 모델 형상으로 Parabolic spring을 선택하였다.<sup>7,9)</sup>

Table 2-3 Characteristics of steel leaf spring and FRP leaf spring

Characteristics	Steel leaf spring	FRP leaf spring
중 량 비	1	0.3 ~ 0.6
내 구 성	1	1.5 ~ 2.0
제품 원가	1	1.3 ~ 1.7
스프링상수	반복하중에 따른 spring constant 변화.	반복하중에 따른 spring constant 고정.
장 점	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 단순한 구조.</li> <li>• 우수한 내구성.</li> <li>• 스프링 자체의 강성이 크므로 차축 지지를 위한 link나 rod 설치가 불필요.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Steel leaf spring 장점 유지 및 단점 보완.</li> <li>• 총중량 및 하질량 감소로 인한 승차감, 연비, 주행안전성 향상.</li> <li>• 내식성 우수, 소음 저감.</li> <li>• Spring 점유 공간 감소.</li> <li>• 설계 자유도 증대.</li> <li>• 길이 방향의 Fiber 보강으로 파손시에도 차축의 위치 유지</li> <li>• 가압 및 감압에 따른 spring constant 변화 작음.</li> </ul>
단 점	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 큰 스프링 하질량.</li> <li>• 낮은 스프링상수 사용 불가.</li> <li>• 판간 마찰로 인한 소음 발생.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 제품 원가 높음.</li> <li>• Turning이 어려움.</li> </ul>

Table 2-4 Characteristics of taper leaf spring type

Taper type	Model	Characteristics
Triangular spring		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 두께가 일정함.</li> <li>• 에너지의 저장과 효율이 양호함.</li> </ul>
Parabolic spring		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 스프링의 폭이 일정함.</li> <li>• Steel leaf spring과의 호환 가능함.</li> <li>• 두께의 변화로 section 단면적이 end부로 가면서 작아짐.</li> <li>• 체적당 에너지 저장효율이 가장 우수함.</li> </ul>
Hyperbolic spring		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 폭과 두께가 변화함.</li> <li>• 길이 방향의 단면적이 일정함.</li> <li>• Steel leaf spring과 호환 시 한계.</li> </ul>
Trapezoidal spring		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 두께가 일정함.</li> <li>• 에너지 저장과 효율이 낮음.</li> </ul>

### 제 3 절 실험계획법의 관련 이론

실험계획법(Design method of experiment)은 실험에 대한 계획방법을 의미하는 것으로 제품의 특성에 미치는 여러 가지 인자를 선정하고 이들의 관계를 알아보기 위한 실험을 실시하여 데이터를 얻고 이를 분석함으로써 최적 제조 조건을 경제적으로 찾아내는 기법이다.<sup>58)</sup> 본 논문에서 최적화의 목적은 원하는 목적 함수에 가장 근접하도록 결과값을 가지게 하는 설계 변수들을 설정해 주는 것으로서 이를 행하는 데는 이론적인 방법과 실험계획법을 이용한 실험적인 방법이 있다.

먼저, 이론적인 방법은 시스템의 운동 방정식을 정의하여 원하는 목적 함수에 가장 가까운 결과값을 가지게 하는 설계 변수들을 해석적으로 식을 계산하여 지정해 주는 방법이다. 이것은 복잡한 3차원 기계 시스템 즉, 현가장치와 같은 복잡한 시스템에 적용하기는 매우 어렵고, 기계 시스템에 대한 전문적인 지식과 많은 시간을 필요로 하며, 시스템이 바뀔 때마다 운동 방정식을 세워 이러한 과정을 다시 거쳐야 하는 어려움을 가지고 있으므로 범용성을 가지기가 어렵다.

이에 반하여, 실험적인 방법은 설계 변수와 목적 함수와의 관계를 이미 널리 사용되고 있는 상용 유한요소해석 프로그램을 이용하여 구하고, 이 모델을 이용하여 통계학적 이론인 실험계획법을 통하여 설계 변수와 목적 함수와의 함수 관계를 구한 다음, 이 함수를 이용하면 최적화가 가능하게 된다. 시스템의 운동 방정식을 상용 유한요소해석 프로그램에서 자동적으로 얻을 수 있으며, 필요로 하는 입력과 결과를 상용 유한요소해석 프로그램의 전처리 프로그램과 후처리 프로그램을 이용하여 얻어낼 수 있다. 또한, 이론적인 방법에서와 같은 어렵고 복잡한 과정을 거치지 않아도 되며, 기계 시스템의 운동 방정식에 대한 전문적인 지식이 없는 사람도 이용 가능하다.

실험계획법의 방법 설정은 여러 실험계획법 중에서 설계 변수와 목적 함수와의 관계를 회귀 모형 함수(Regression model function)로 나타내는 방법인 반응 표

면 분석법(Response surface analysis)을 이용하였다.<sup>58)</sup> 반응 표면 분석법의 적용에 있어서 설계 변수는 3 수준계로서 회귀 모형의 곡면적인 반응을 감지할 수 있는 2차 회귀 모형(second order regression model)의 추정이 가능한  $3^k$  요인 배치법을 이용하였다.

반응 표면 분석이란 여러 개의 설계 변수  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_k$  가 복합적인 반응을 함으로써 어떤 목적함수  $\eta$  에 영향을 주고 있을 때, 이러한 반응의 변화가 이루는 반응 표면에 대한 통계적인 분석 방법을 말한다. 여기서 설계 변수는 반응에 영향을 주는 독립 변수 또는 인자를 말하고, 반응 변수는 설계 변수의 영향을 받아서 어떤 반응을 나타내는 종속 변수를 말한다.

반응 표면 분석에서 다루는 내용은 반응 표면 분석법을 이용하여 통계적 모형을 만들고  $\eta$  와  $\epsilon_k$  간의 방정식을 표현해 주고자 하는 것인데, 실제로 통계적인 접근 방법은 인자들에 대한 적절한 실험계획법을 통하여  $\eta$  에 관한 측정값  $y_1, y_2, y_3$  등을 얻고, 이들을 분석함으로써 독립 변수에 대한 종속 변수의 함수 관계를 추정하게 되는데, 여기서 이용되는 실험 계획 방법이 반응 표면 분석법이다.

반응 표면 모형(response surface model)의 설정에서 모형에 대한 함수의 관계를 독립 변수  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k$  와 종속 변수  $\eta$  간의 미지의 함수 관계로 나타내면 식 (19)와 같다.

$$\eta = f(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k) \quad (19)$$

이와 같이 반응 함수(response function)로 일반적으로 가정되는 반응 표면 모형은 설계 변수에 종속인 목적 함수값의 변화를 설명하기 위해  $k$  개의 설계 변수를 사용하여 각 설계 변수의 주어진 범위 내에서 목적 함수와의 관계를 표현하는 회귀 모형(regression model)을 구해내는 것이다.

그리고 회귀 모형 함수(regression model function)는 1차, 2차, 3차의 회귀

모형 함수로 나타낼 수 있다. 만약  $x_i$ 의 흥미 영역에서  $\eta$ 와  $x_1, x_2, \dots, x_k$  간의 함수 관계가 식 (20)과 같고 함수  $g$ 의 반응 표면이 곡면으로 표현될 것이라고 믿어진다면 즉, 반응이 비선형일 때는 2차 회귀 모형(second order regression model)을 사용하는 것이 바람직하다.

$$\eta = g(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (20)$$

이와 같은 회귀 모형의 가정은 Taylor 급수전개의 측면에서 보면, 식 (20)의 함수  $g$ 를  $x_1, x_2, \dots, x_k = 0$ 을 중심으로 1차 Taylor 급수전개를 하면 식 (21)로 표현된다.

$$g(x) = g(0) + \left(\frac{\partial g}{\partial x_1}\right)_{x=0} x_1 + \left(\frac{\partial g}{\partial x_2}\right)_{x=0} x_2 + \dots + \left(\frac{\partial g}{\partial x_k}\right)_{x=0} x_k + (\text{나머지}) \quad (21)$$

여기서,  $g(0)$ 를  $\beta_0$ 로,  $\left(\frac{\partial g}{\partial x_k}\right)_{x=0}$ 는 미지의 상수이므로  $\beta_i$ 로, 나머지를  $\epsilon$ 으로 표시하기로 하면, 식 (22)와 같은 1차 회귀 모형(first order regression model)이 된다.

$$\eta = g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \quad (22)$$

만약, 함수  $g$ 를  $x=0$ 을 중심으로 2차 Taylor 급수전개를 하면,

$$g(x) = g(0) + \sum_{i=1}^K \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{x=0} x_i + \sum_{i=1}^K \left( \frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \right)_{x=0} x_i^2 / 2! + \dots + \sum_{i \leq j}^K \left( \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{x=0} x_i x_j + \epsilon \quad (23)$$

가 되며,  $\left( \frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \right)_{x=0} x_i^2 / 2!$  와  $\left( \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{x=0}$  를  $\beta_{ij}$  로 놓고 식 (23)을 정리하면 식 (24)와 같은 2차 회귀 모형이 된다.

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \leq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (24)$$

따라서, 반응 표면은 식 (24)와 같이 표현할 수 있으며, 이 2차 회귀 모형에 대하여 변수의 변화에 따라 발생하는 반응량의 곡면적인 변화를 추정하기 위해 설계 변수의 수 ( $k$ )가 2일 때의 실험표는 Table 2-5와 같다.

Table 2-5에서 나타낸 바와 같이 9번의 실험은  $3^k$  요인(factorial) 실험표를 그대로 사용하였고, 1은 설계 변수의 최대값, 0은 중간값, -1은 최소값을 의미한다.

또한, 실험 횟수는  $k > 2$  인 경우에는 2차의 회귀 모형을 나타내는 기본적인 방법인  $3^k$  요인 배치법보다 적은 양의 실험 횟수로 회귀 모형을 구해낼 수 있는 중심 합성 계획법을 사용할 수 있지만, 본 논문에서의 요인은 2개이므로  $3^k$  요인 배치법을 이용할 경우, 총  $3^2$  즉, 9회의 실험만 하면 된다.



Table 2-5  $3^k$  factorial Experimental table for  $k=2$

Experiment No.	$x_1$	$x_2$
1	-1	-1
2	-1	0
3	-1	1
4	0	-1
5	0	0
6	0	1
7	1	-1
8	1	0
9	1	1

회귀 모형 함수의 추정은 설계 변수에 종속인 목적 함수값의 변화를 설명하기 위해  $k$  개의 설계 변수를 사용한다. 각 설계 변수의 주어진 범위 내에서 목적 함수와의 관계를 표현하는 것을 회귀 모형이라고 한다. 이 모형은  $n$  개의 데이터에 대하여 식 (25)와 같이 표현할 수 있다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i \quad (25)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

식 (25)에서  $\beta$  항은 미지수이며, 이는 다음과 같이 구해진다.

$$Y_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \epsilon_i \quad (26)$$

식 (26)을 행렬식으로 표현하면,

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (27)$$

식 (27)에서 각각의 행렬을 정의하면 다음과 같다.

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_k \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서,  $Y$ 는 실험 결과값,  $\beta$ 는 미지수,  $\epsilon$ 는 에러항이며,  $X$ 의 일반적인 표현은 실험 계획표에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{11}x_{21} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{12}^2 & x_{22}^2 & x_{12}x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{1n}x_{2n} \end{bmatrix} \quad (29)$$

최소 제곱법에 의하여 최소화시키려는 오차 제곱의 합을 행렬을 사용하여 표현하면, 식 (30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon^T \epsilon &= (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \\ &= Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X \beta \end{aligned} \quad (30)$$

이를  $\beta$ 로 미분하여 0으로 놓으면, 아래의 값을 얻을 수 있다.

$$X^T X \beta = X^T Y \quad (31)$$

식 (31)의 양변에  $(X^T X)^{-1}$  을 곱하면

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (32)$$

식 (32)를 계산하면, 식 (25)에서의 회귀 모형 함수를 구할 수 있다.

이런 과정을 이용하여 2차 모형 함수를 구하는 방법은 다음과 같다. 2개의 독립 변수  $x_1, x_2$  에 의한 데이터를 2차식으로 표현하면 식 (33)과 같이 된다.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (33)$$

각 변수를 계산하기 위한 행렬  $X$ 를  $3^k$  요인 배치법에 의해 정의된 Table 2-5의 실험표를 식 (29)에 적용하여 나타내면, 식 (34)와 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서,  $X$ 의 첫 번째 열은 모두 1이고, 두 번째 열부터 세 번째 열까지는  $3^k$  요인 실험 계획표에서 정의된 행렬을 대입하며, 네 번째 열부터 여섯 번째 열까지는 식 (29)에서 정의한 대로 계산해서 대입하면 된다. 그리고  $Y$ 는 실험 결과값을 대입해서 정의할 수 있으므로 미지의 계수인  $\beta$ 의 값을 식 (32)를 이용하여 계산하면 2차 회귀 모형 함수를 구할 수 있다.

그리고 구해진 회귀 모형 함수의 신뢰성 검증을 통하여 회귀 모형 함수가 설계 변수와 목적 함수와의 관계를 어느 정도 잘 표현하였는가를 확인하는 과정이 필요하다. 그 이유는 식 (25)의 모형 함수가 의미가 있는 경우에 한하여 올바른 최적 설계를 할 수 있기 때문이다. 따라서 회귀 모형 함수의 신뢰성과 정확성 검토를 위해 분산 분석표인 ANOVA(analysis of variation) Table을 이용한다.

분산 분석표를 작성하기 위해서는 다음 항목들을 고려해야 한다. 즉  $y_i$ 를 측정값,  $\hat{y}_i$ 를 추정 함수값이라 하면,  $y_i$ 들의 평균  $\bar{y}$ 와의 차이인 총편차는 식 (35)와 같이 두 편차의 합으로 나타낼 수 있다.

$$(y_i - \bar{y}) = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}) \quad (35)$$

식 (35)의 양변을 제곱하고, 모든  $i$ 에 대해 합하여 근사화 시키면 식 (36)으로 된다.

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (36)$$

식 (36)의 좌변동을 총변동이라 하여,  $SST$  (Total Sum of Squares)로 표기하면, 식 (36)을 식 (37)과 같이 표현할 수 있다.

$$SST = SSE + SSR \quad (37)$$

여기서,  $SSE$  (Residual Sum of Squares)는 잔차 제곱합으로써 주어진 설계 변수값에서 목적 함수값의 변동을 나타내는 것으로 회귀 모형 함수에 의하여 설명되

지 않는 변동을 뜻하고,  $SSR$  (Regression Sum of Squares)은 회귀 제곱합이라고 하며 회귀 모형 함수에 의해 설명되는 변동을 나타낸다.

앞에서 논의된 3가지 변동의 계산 방법은 식 (38)과 같다.

$$SST = Y^T Y - n(\bar{Y})^2 = SSE + SSR \quad (38)$$

$$SSR = \beta^T X^T Y - n(\bar{Y})^2$$

$$SSE = Y^T Y - \beta^T X^T Y$$

이제 분산 분석표(ANOVA Table)를 작성하면 Table 2-6과 같이 나타난다.

Table 2-6 ANOVA (Analysis of variation) table

Factor	$S$	$\Phi$	$V$	$F_0$	$F(\sigma)$
Regression variation	$SSR = \beta^T X^T Y - n(\bar{Y})^2$	$k$	$MSR$	$\frac{MSR}{MSE}$	$F$ -distribution
Residual variation	$SSE = SST - SSR$	$n - k - 1$	$MSE$	.	.
Sum	$SST = Y^T Y - n(\bar{Y})^2$	$n - 1$	.	.	.

위의 표에서,  $MSR$  (Regression Mean Squares)은  $SSR$ 을  $k$ 로 나눈 값으로 회귀 평균 제곱이며,  $MSE$  (Residual Mean Squares)는  $SSE$ 를  $n - k - 1$ 로 나눈 값으로 잔차 평균 제곱이다.  $MSR$ 과  $MSE$ 는 다음의 식 (39)와 같이 계산할 수 있다.

$$MSR = \frac{SSR}{k} \quad (39)$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-k-1}$$

Table 2-6에서 검정 통계량인  $F_0 = \frac{MSR}{MSE}$ 의 값이 크면 클수록 회귀방정식의 정도가 좋다고 말할 수 있다. 회귀방정식의 정도를 측정하는 또다른 방법으로 결정 계수(coefficient of determination)  $R^2$ 으로써 식 (40)과 같이 검증할 수 있다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (40)$$

이때,  $R^2$ 이  $0 \leq R^2 \leq 1$ 의 범위에 있고  $R^2$ 의 값이 1에 가까울수록 높은 정도를 가진다.

지금까지의 과정에서 회귀 모형 함수를 정의하여 그 회귀 모형 함수에 대한 정확성과 신뢰성도 확인되었다. 그러므로 이를 이용하여 최적값을 나타내는 함수값과 그 때의 각 설계 변수를 선정하여야 한다.

최적설계 변수를 구하기 위하여 최적 설계 프로그램인 DOT(Design Optimization Tools)에 추정된 모형 함수를 직접 목적 함수로 이용하였으며, 구속 조건이 없고, 상, 하한 경계값을 입력한 후 실행시켜 최적값을 구한다.

그리고 이런 과정을 통해 나온 결과를 다시 상용 유한요소해석 프로그램에 입력하여 결과값을 확인한다.

## 제 3 장 실험 방법

### 제 1 절 실험 모델

중형버스용 rear 리프스프링의 모델을 대상으로 정적인 상태와 동적인 상태에서의 이력특성을 파악하고자 리프스프링 단품에 대한 정적 실험과 동적 실험을 수행하였다.

리프스프링의 재료는 현가장치용으로 가장 많이 사용되고 있는 스프링강(SPS 5A)으로 Table 3-1에 화학적 성분을 나타내고 있다.

Table 3-2는 리프스프링 재료의 기계적 성질을 나타낸 것으로 열처리 조건은 850℃에서 30분 동안 담금질(quenching)하여 마르텐사이트(martensite) 조직을 얻은 후, 다시 500℃에서 60분 동안 뜨임(tempering)하여 조직이 안정화되도록 하였다.

Fig. 3-1은 선정된 리프스프링 모델의 차량에 장착되기 전의 형상을 나타낸 것으로 spring eye, camber, center bolt, U-bolt 등으로 구성되며, Table 3-3은 각각의 판의 치수를 나타낸다. Spring eye가 있는 No. 1판은 주판을 포함하여 총 7개의 판의 shot peening 된 steel 판으로 구성되어 있으며, 좌우 대칭인 대칭 리프스프링이다. 리프스프링의 7개의 판은 폭이 70mm, 두께는 11mm이며, No. 1판에 걸리는 힘을 분산하기 위해 모판(No. 1판)과 준모판(No. 2판)의 길이가 1,400mm으로 되어 있다. 그리고 No. 2 ~ No. 7판까지 step을 두어 판의 길이가 점점 짧아지는 형상을 가지고 있다. No. 2, No. 6 및 No. 7판에 테이퍼가 있으며, 두 개의 spring eye의 중심을 잇는 직선부터 No. 1판까지의 최대 중심 거리인 camber의 길이는 60mm이다. U-bolt 체결폭은 center bolt를 기준으로 좌우 50mm로 총 100mm이며, 리프스프링의 전체 중량은 48kg이다.



Table 3-1 Chemical compositions of leaf spring steel

(wt. %)

Steel	C	Si	Mn	P	S	Cr
SPS 5A	0.59	0.29	0.85	0.01	0.01	0.85

Table 3-2 Mechanical properties of leaf spring steel

Steel	Yield strength (kgf/mm <sup>2</sup> )	Tensile strength (kgf/mm <sup>2</sup> )	Young's Modulus (kgf/mm <sup>2</sup> )	Elongation (%)	Hardness (Hv)
SPS 5A	83.6	125.5	$21 \times 10^3$	14.1	Hv 350

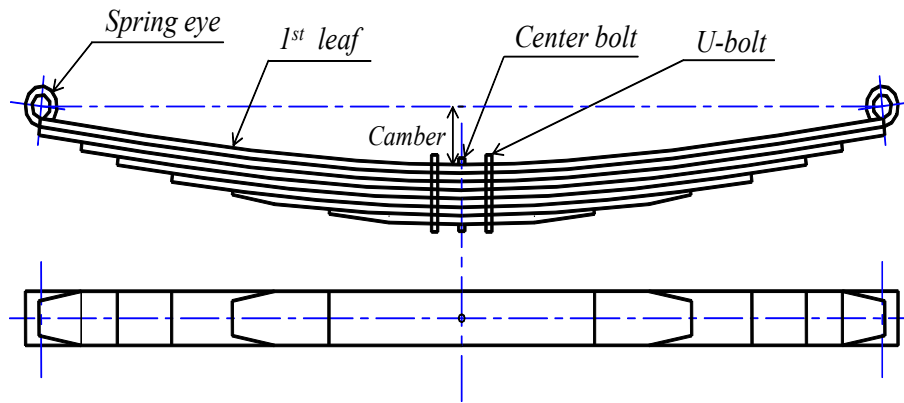


Fig. 3-1 Schematic diagram of leaf spring

Table 3-3 Specification of leaf spring

Leaf No.	Thickness (mm)	Width (mm)	Length (mm)		
			Total	Left	Right
1	11	70	1,400	700	700
2	11	70	1,400	700	700
3	11	70	1,260	630	630
4	11	70	1,140	570	570
5	11	70	960	480	480
6	11	70	760	380	380
7	11	70	440	220	220

Fig. 3-2는 리프스프링 단품에 대한 정적 상태와 동적 상태의 이력특성을 평가하기 위하여 사용된 실험 장치의 개략도를 나타낸 것으로 hydraulic actuator, data acquisition & control, pumping unit 및 roller 등으로 구성되어 있으며, hydraulic actuator로 리프스프링 중앙부에 상하 방향으로 하중을 가할 수 있도록 하였다. 그리고 리프스프링 단품의 좌·우측 끝단을 roller에 부착하여 최대한 마찰이 없이 미끄러질 수 있도록 하였다.

실제 차량의 설계 중량 및 진폭 변화가 actuator를 통하여 리프스프링에 적용되며, 이때의 리프스프링이 갖는 이력 선도는 로드셀 및 변위계에서 전기신호로 출력된다. 이 신호를 오실로스코프(oscilloscope)에서 하중, 변위의 단위로 환산하여 저장할 수 있도록 설정하였다.

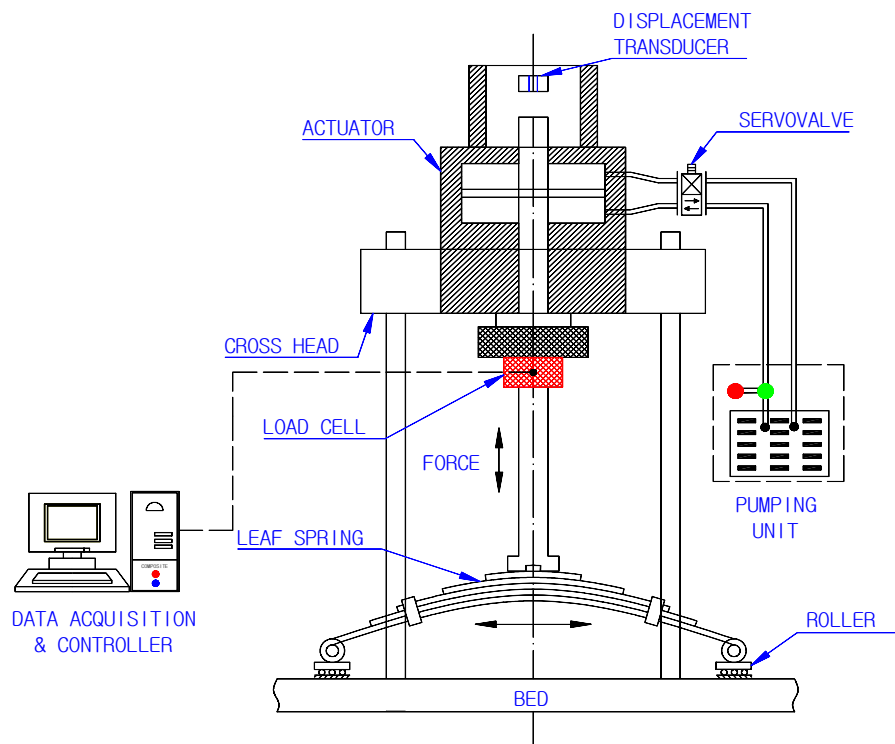


Fig. 3-2 Schematic diagram of the leaf spring test equipment

## 제 2 절 실험 방법

리프스프링의 정적인 상태와 동적인 상태에서의 이력특성을 파악하기 위해 리프스프링 단품에 대한 정적 실험과 동적 실험을 실시하였다. 정적 실험에서는 리프스프링의 정적 이력곡선 및 정적 스프링 상수를 구했으며, 동적 실험에서는 초기 하중 조건에서 각각의 진폭에 따른 동적 이력곡선 및 동적 스프링 상수를 구하였다.

Fig. 3-3에서는 리프스프링의 이력특성을 파악하기 위한 정적 및 동적 실험의 체결 조건과 하중 및 진폭 조건에 대하여 나타내었다.

### 1. 정적 실험

리프스프링의 중앙부에 다관의 리프스프링을 연결하여 결속하기 위한 U-볼트의 체결 조건에 따라 U-볼트가 체결된 상태(clamped state)와 체결되지 않은 상태(unclamped state)로 실험을 수행하였다. 리프스프링의 중앙부에 상하 방향으로 무하중 상태인 0kgf에서 최대 하중 2,600kgf까지 하중을 일정한 속도로 가하고 다시, 2,600kgf에서 0kgf까지 하중을 줄이면서 정적 이력곡선을 얻었다. 그리고 정적 이력곡선의 공차상태와 적차상태 사이의 구간 800~1,600kgf에서 정적 스프링상수를 구하였다.

### 2. 동적 실험

리프스프링의 동적 실험에서는 실험 시의 안전을 고려하여 리프스프링의 중앙부에 U-볼트가 체결된 상태(clamped state)에서만 실시하였다. 공차 상태인 800kgf, 공차와 적차 상태의 중간 상태인 1,200kgf, 적차 상태인 1,600kgf 그리고 과적차 상태인 2,000kgf 등의 정적 하중을 리프스프링의 중앙부에 가한 후, 각

각의 진폭( $\pm 5$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 15$ ,  $\pm 20$ mm)을 4가지 경우로 변경시키면서 하중과 리프 스프링 중심변위의 동적 이력곡선과 동적 스프링상수를 구하였다.

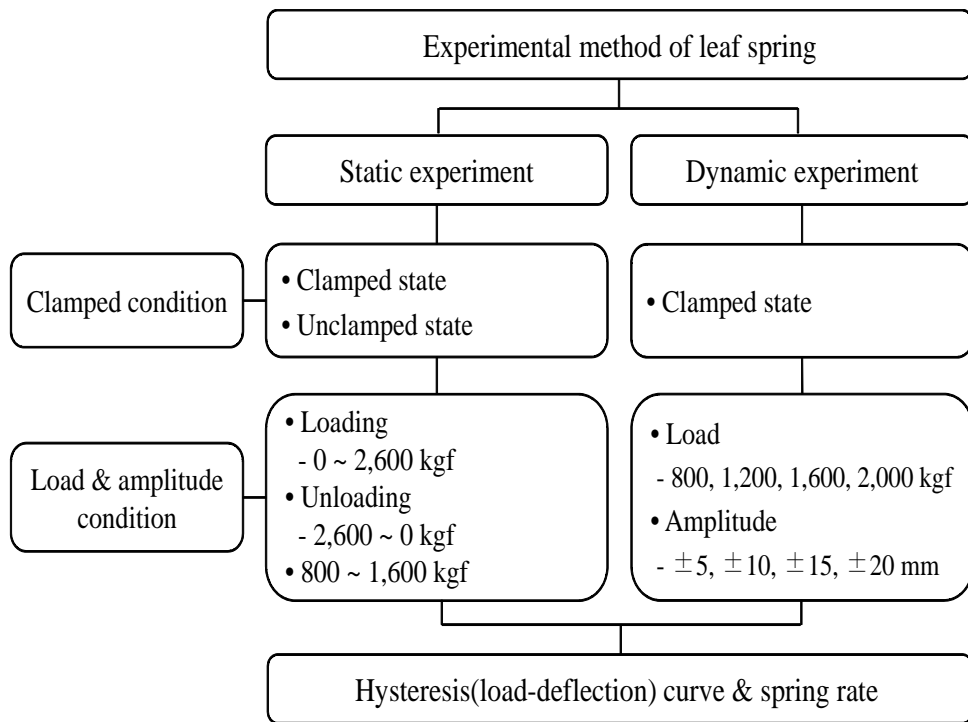


Fig. 3-3 Static and dynamic experimental method of leaf spring

## 제 4 장 유한 요소 모델링 및 해석 방법

차량 리프스프링을 대상으로 정적 및 동적 특성을 나타내는 비선형 하중-변위 선도를 재현하여 실험으로부터 얻어진 결과값을 바탕으로 이론식과 유한요소 해석 값의 비교·평가를 실시하고자 하였다, 따라서 유한요소해석(finite element analysis, FEA)을 통한 정적 상태와 동적 상태에서의 이력특성을 파악하기 위하여 리프스프링 단품에 대한 정적 해석과 동적 해석을 수행하였으며, 리프스프링의 유한 요소 모델링 및 해석 방법에 대하여 서술하였다.

### 제 1 절 유한 요소 모델링

리프스프링의 유한 요소 모델링 순서는 리프스프링 형상 데이터로부터 CAD 데이터를 만들고 상용 유한 요소 프로세서인 IDEAS(Version 6.0)을 이용하여 3차원으로 모델을 완성하였다. 그리고 유한 요소 모델링은 MENTAT(version 3.3)으로 hexahedral solid element로 모델링을 하였으며, 상용 유한 요소 프로그램인 MARC(version 7.3.2)를 이용하여 Fig. 4-1과 같은 과정에 의해 해석을 수행하였다.

리프스프링의 유한요소해석을 위한 입력 조건을 Table 4-1과 같이 나타내었다. 스프링 강의 물성치는 Table 3-2에서 나타낸 것을 이용하였으며, 리프스프링의 모델에서 element type은 8-node isoparametric brick을 사용하여 node의 수는 1,980개, element의 수는 769개로 설정하였다.

Fig. 4-2은 유한 요소 모델링 및 구속 조건을 나타낸 것으로 스프링 핀의 중심 node들은 고정경계로 주었고 하중조건은 스프링의 센터볼트의 중앙 node에 집중 하중을 가하였다.

판 간의 접촉은 각 판 끝의 상하 4개의 element가 서로 접촉할 수 있도록 하였다. 각 판을 하나의 contact body로 지정한 다음, 지정된 contact body들의 상호 접촉을 정의하는 contact table을 구성하였다. Contact table을 이용하여 contact body들 사이의 loading과 unloading시의 접촉상태 및 마찰계수를 지정하였다.

Table 4-1 Input conditions for FEA of leaf spring

Leaf spring		
Mesh	Mesh type	Hexahedral solid element
	Contact conditions	Friction contact
	Element type	8-node isoparametric brick
	Nodes	1,980
	Elements	769
Properties	Elastic modulus	$21 \times 10^3 \text{ kgf/mm}^2$
	Yield strength	$83.6 \text{ kgf/mm}^2$
	Tensile strength	$125.5 \text{ kgf/mm}^2$
	Poisson's ratio	0.29
	Density	$7.85 \text{ g/cm}^3$
Boundary conditions		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fix : Spring pin</li> <li>• Force : Center bolt</li> </ul>



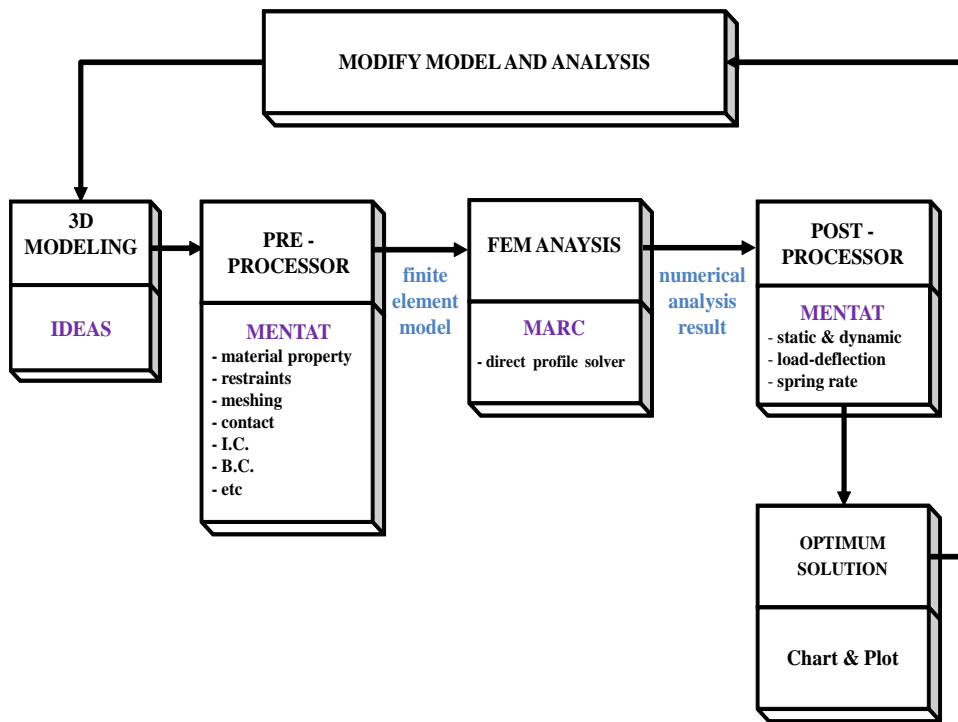


Fig. 4-1 Finite element analysis process

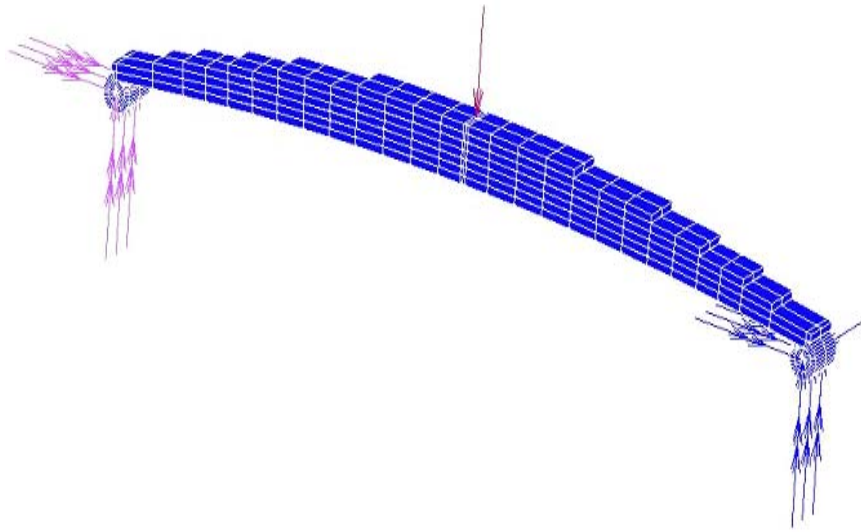


Fig. 4-2 FEA model and boundary conditions of leaf spring

유한 요소 모델에 사용된 마찰력은 리프스프링의 강철판과 강철판간의 마찰력 특성 실험 데이터를 근거하여 설정하였다.<sup>16)</sup> 리프스프링 강철판간의 마찰력 특성 실험 장치는 리프스프링의 중앙부에 actuator로 하중을 가하고, actuator의 상하 움직임에 따라 리프스프링이 처짐이 발생하면서 스프링 좌측 끝 부분이 마찰재료 상에서 좌우로 이동할 수 있도록 되어 있다. 리프스프링과 마찰재료 사이에 마찰력이 발생할 때 스프링 중앙부의 하중과 마찰력 사이의 관계는 Fig. 4-3과 같이 나타낼 수 있다. 하중과 마찰력으로부터 식 (41) 및 (42)와 같이  $F, L, f$  및  $l$  을 이용하여 마찰계수를 구하였으며, Table 4-2에서는 실험적으로 구한 정적 및 동적 마찰계수를 나타낸다.

$$\text{정적 마찰계수} : \mu_s = \frac{2F}{L} \quad (41)$$

$$\text{동적 마찰계수} : \mu_d = \frac{2f}{l} \quad (42)$$

Table 4-2 Static and dynamic coefficient of friction

	Steel - Steel	
	Static coefficient ( $\mu_s$ )	Dynamic coefficient ( $\mu_d$ )
Loading	0.51	0.62
Unloading	0.46	0.38

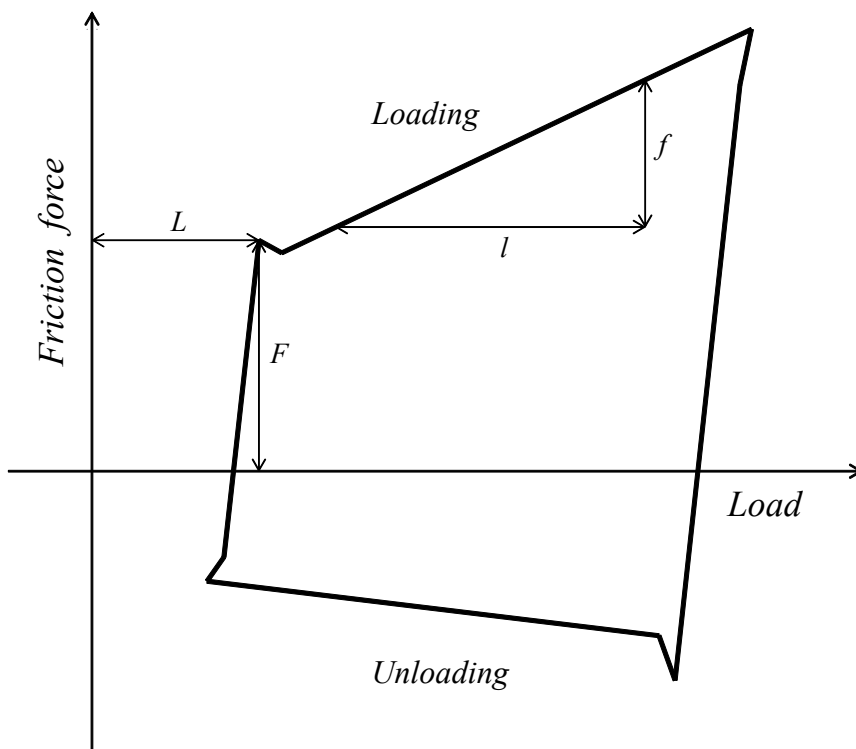


Fig. 4-3 Load-friction force characteristic

## 제 2 절 유한요소 해석 방법

### 1. 정적 해석

리프스프링의 정적 해석은 중앙부의 U-볼트 체결 조건에 따라 해석을 수행하였는데, 모델링에 있어서 U-볼트가 체결된 상태(clamped state)를 구현하기 위하여 리프스프링의 센터 볼트와 U-볼트의 체결폭 100mm내의 요소를 강체 요소(rigid element)로 정의하였다. 그리고 U-볼트가 체결되지 않은 상태(unclamped state)에서는 센터 볼트를 강체 요소로 설정하였다.

하중 조건에 따라 스프링의 센터 볼트의 중앙 node에 집중하중을 가하였는데, 무부하 상태인 0kgf에서 최대 하중 2,600kgf까지 50단계로 loading을 하고, 다시 2,600kgf에서 0kgf까지 50단계로 unloading을 하면서 정적 이력곡선을 얻었다. 정적 이력곡선으로부터 800~1,600kgf에서 정적 스프링상수를 구하였으며, Table 4-1의 마찰계수를 이용하여 loading시의 정적 마찰계수 0.51, unloading시의 정적 마찰계수 0.46을 입력하여 정적 비선형 유한요소해석을 수행하였다.

### 2. 동적 해석

리프스프링의 동적 해석에서는 동적 실험방법과 같이 스프링의 중앙부에 U-볼트가 체결된 상태(clamped state)에서만 해석을 수행하였다. 리프스프링의 센터 볼트와 U-볼트의 체결폭 100mm내의 요소를 강체 요소로 설정하였다.

초기하중을 가한 상태에서 진폭의 변화에 따른 이력곡선을 재현하기 위해 Table 4-2의 마찰계수를 이용하여 loading시의 동적 마찰계수 0.62와 unloading시의 정적 마찰계수 0.38을 입력하여 해석하였다. 그리고 공차상태(800kgf), 공차와 적차상태의 중간상태(1,200kgf), 적차상태(1,600kgf) 및 과적차상태(2,000kgf)의 초

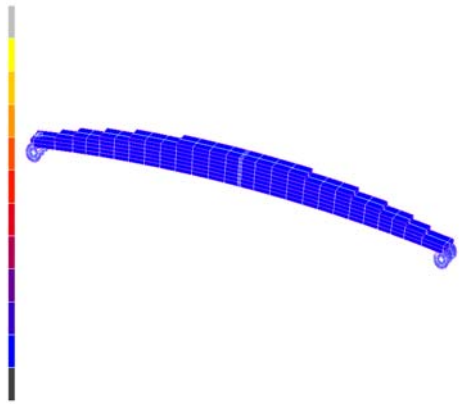
기 하중 조건까지는 Table 4-2에서의 loading시의 정적 마찰계수 0.51을 입력하여 수행하였다. 진폭의 변화에 따른 하중-변위 선도를 얻기 위해 동적 실험에서와 같이 각각의 진폭( $\pm 5$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 15$ ,  $\pm 20$ mm)의 변화를 줄 수 있는 교번하중을 주었고, loading시의 동적 마찰계수 0.62와 unloading시의 동적 마찰계수 0.38을 설정하여 각각 30단계로 해석을 수행하였다.

## 제 5 장 Leaf spring의 특성 평가

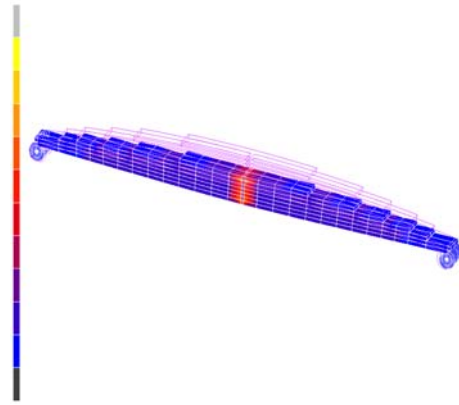
### 제 1 절 정적 특성 평가

차량 리프스프링의 정적인 상태에서의 U-볼트 체결 조건에 따른 특성을 평가하였다. 정적 특성 평가에서는 정적 실험을 수행하여 실험값과 유한요소해석(FEA)에 대한 정적 이력곡선을 재현하여 고찰하였다. 그리고 실험을 통하여 얻어진 정적 스프링상수 값과 정적 이론을 바탕으로 한 전개법(Unfolding method) 및 판단법(Judgement method)에서 정적 스프링상수 값을 구하여 유한요소해석의 정적 스프링상수 값을 비교하여 고찰하였다.

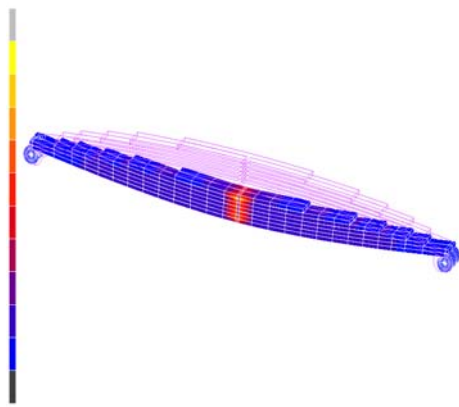
Fig. 5-1에서는 리프스프링의 유한요소해석에 있어서 하중에 따른 변형된 형상을 나타낸 것이다. 리프스프링의 중앙부에 상하 방향으로 무하중 상태인 0kgf에서 최대 하중 2,600kgf까지의 loading과 unloading의 100단계 중 4단계에서의 형상이다. Fig. 5-1(a)에서는 리프스프링의 센터 볼트에 하중을 가하지 않은 무하중 상태로 초기 상태의 리프스프링의 형상을 보여주며, Fig. 5-2(b)는 공차와 적차 상태의 중간 상태인 1,200N의 하중을 가하였을 때의 형상으로 camber의 형태가 거의 일직선을 나타낸다. Fig. 5-2(c)~(d)는 각각 적차 상태인 1,600kgf과 최대 하중을 가한 상태인 2,600kgf에서의 리프스프링 중앙부에 하중을 가한 상태로 camber의 형태가 초기 상태와 반대로 됨을 알 수 있으며, 리프스프링의 중앙부에 하중이 증가할수록 스프링의 중심 변위가 증가하는 것을 볼 수 있다.



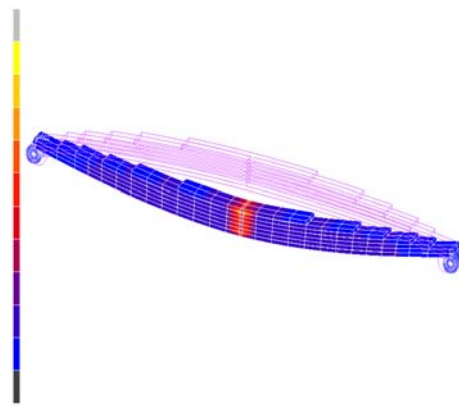
(a) 0 kgf



(b) 1,200kgf



(c) 1,600kgf



(d) 2,600kgf

Fig. 5-1 Deformed shape of leaf spring by load



## 1. 정적 이력곡선

Fig. 5-2와 5-3에서는 리프스프링 중앙부의 U-볼트 체결 조건(clamped & unclamped state)에서의 실험과 유한요소해석에 의한 정적 이력곡선(하중-변위 선도)을 비교하여 나타내었다. U-볼트가 체결된 상태에서 U-볼트의 체결폭에 따른 영향으로 스프링의 작용이 감소하게 된다. 그러므로 U-볼트가 체결되지 않은 상태보다 실험과 유한요소해석에서 각각 약 15% 및 13% 정도의 정적 이력곡선의 차이를 볼 수 있는데, 이것은 정적 스프링상수의 증가를 의미한다.

Fig. 5-4와 Fig. 5-5는 각각 리프스프링의 U-볼트가 체결된 상태와 U-볼트가 체결되지 않은 상태에서의 정적 하중-변위 선도를 실험, 판단법, 전개법 및 유한요소해석으로 비교하여 나타내었다. 정적 상태에서의 하중-변위의 차이를 실험 결과를 기준으로 유한요소 해석결과와 비교하여 보면, U-볼트의 체결 조건에 따라 약 5~6% 정도의 차이가 있음을 알 수 있다. 그 이유는 실험에서와 동일한 조건으로 유한요소해석을 수행하였으나 리프스프링의 판간 접촉 상태에 따른 영향에 기인한 것으로 풀이되며, 유한요소해석의 모델은 판간 접촉 상태를 각각의 판 끝의 상하 4개의 element가 서로 접촉하도록 설정하였지만 하중 작용에 따라 리프스프링이 상하 방향으로 운동할 때, 리프스프링의 판간 접촉에 대한 형상의 변화를 더욱 세밀하게 모델링하기가 곤란하기 때문으로 판단된다.

그리고 이론적인 전개법과 판단법은 리프스프링의 하중에 따른 형상의 변화에서 발생하는 비선형성을 고려하지 않기 때문에 일정한 정적 하중-변위가 나타남을 볼 수 있으며, 유한요소해석에서는 형상의 변화를 고려하였기 때문에 비선형성으로 리프스프링 변위의 증가에 따라 실험과 같은 이력곡선의 변화를 볼 수 있다. 또한 최대 하중에서 unloading시 전개법과 판단법에서는 판 사이의 마찰력을 고려하지 않기 때문에 이력현상이 나타나지 않았으나, 유한요소해석의 경우 판간 마찰력의 영향으로 실험의 경우처럼 리프스프링의 이력현상을 표현할 수 있었다.

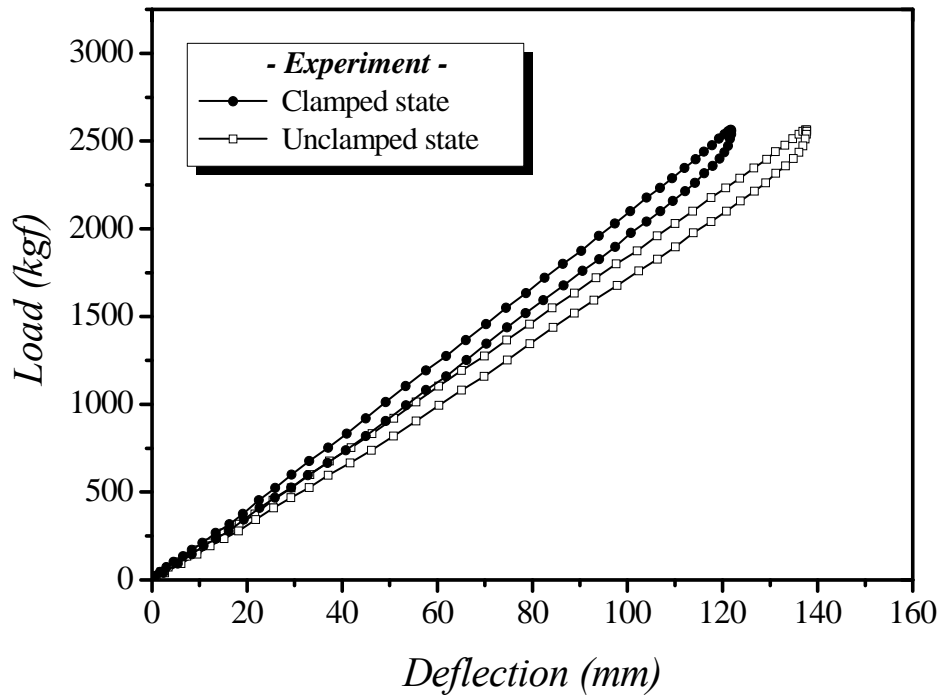


Fig. 5-2 Comparison of clamped and unclamped state with experiment

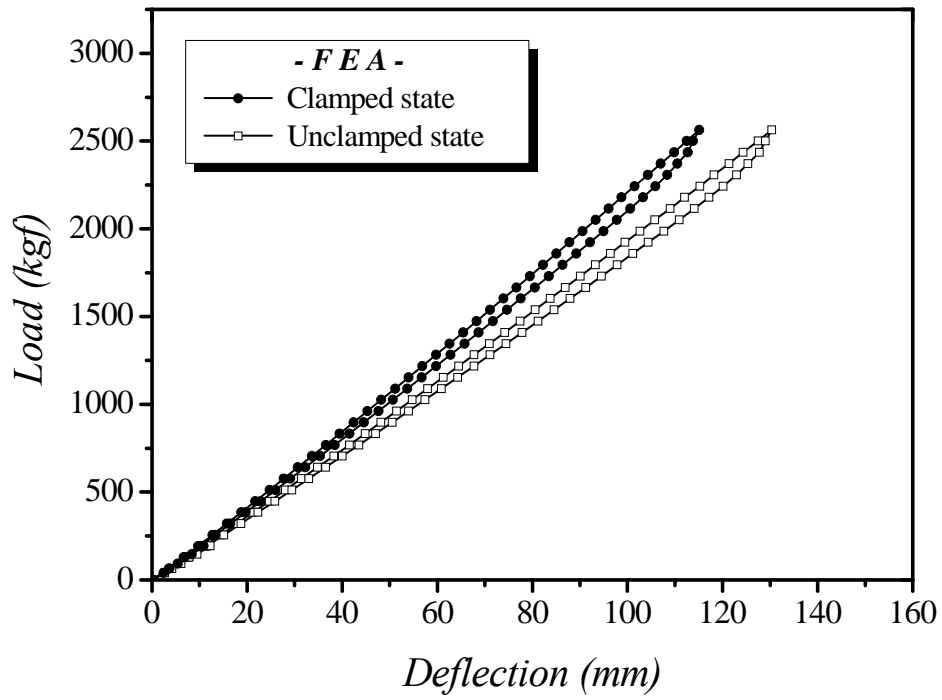


Fig. 5-3 Comparison of clamped and unclamped state with FEA

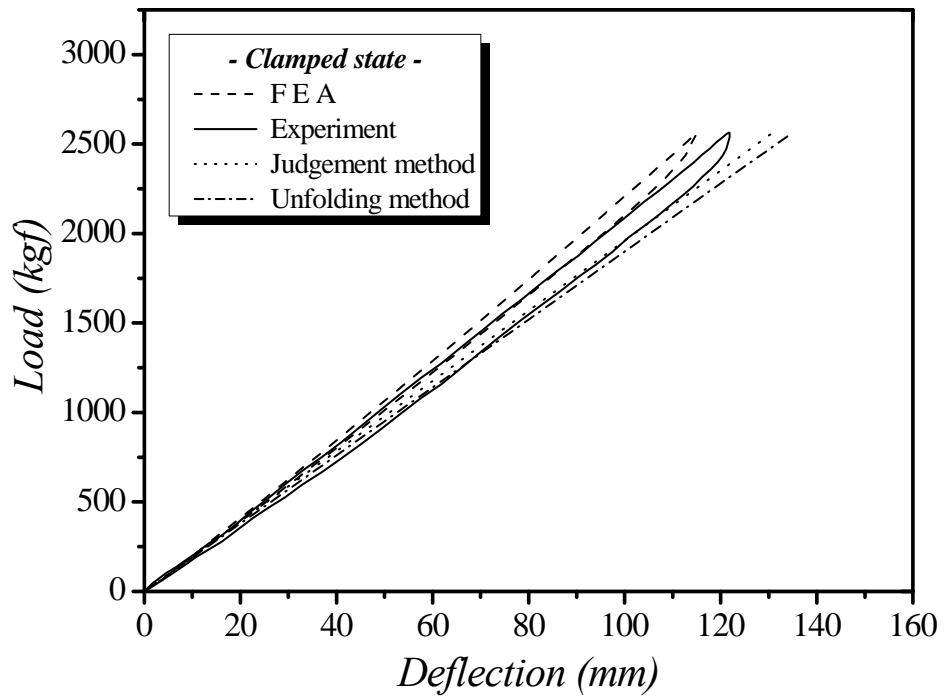


Fig. 5-4 Comparison of static hysteresis curve at clamped state

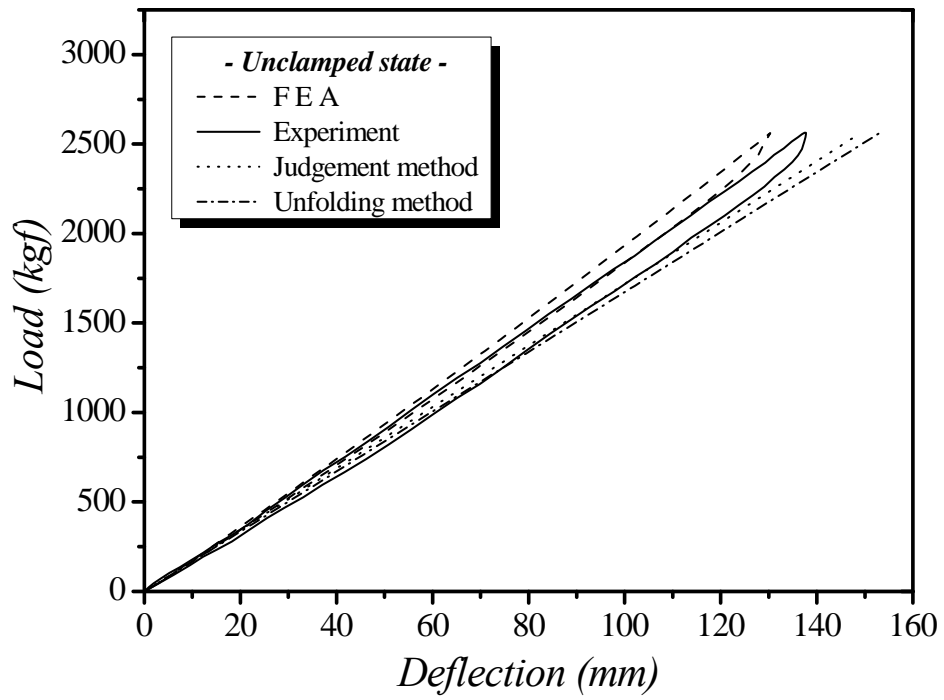


Fig. 5-5 Comparison of static hysteresis curve at unclamped state

## 2. 정적 스프링상수

Table 5-1과 Figs. 5-6 ~ 5-7에서는 리프스프링 중앙부에 U-볼트가 체결되지 않은 상태(unclamped state)와 U-볼트가 체결된 상태(clamped state)에서의 공차 상태와 적차 상태의 구간 800~1,600kgf에서 이론식, 정적 실험 및 정적 유한요소해석에 대한 정적 스프링상수 값을 나타내었다.

U-볼트가 체결되지 않은 상태에서 정적 스프링상수의 실험값은 18.5kgf/mm, 유한요소 해석값은 19.8kgf/mm, 전개법은 16.7kgf/mm, 그리고 판단법은 17.2kgf/mm의 정적 스프링상수를 구할 수 있었으며, 실험과의 편차는 유한요소해석에서 6.6%, 전개법에서 9.4%, 그리고 판단법에서는 7.5%로 나타났다.

리프스프링의 중앙부에 U-볼트가 체결된 상태의 정적 실험값은 21.2kgf/mm, 유한요소 해석값은 22.4kgf/mm, 전개법은 19.0kgf/mm 그리고 판단법은 19.6kgf/mm로 나타났으며, 실험값과의 편차는 유한요소해석에서 5.4%, 전개법에서 11.5% 그리고 판단법에서는 8.1%로 나타났다. 스프링상수 값의 KS규격에서 허용하는 값은  $\pm 10\%$ 이므로 U-볼트가 체결된 상태에서의 전개법에 의한 스프링상수 값의 결과를 제외하고 모두 만족함을 알 수 있었다.

따라서 리프스프링의 정적 이력곡선 및 스프링상수의 정적 특성 평가를 종합해보면, 실험과 유한요소해석 및 오차 범위 내에 있는 판단법이 전개법보다 정적 스프링상수를 예측하는 것이 타당함을 알 수 있었다. 결론적으로 실제의 리프스프링 처럼 하중에 따른 스프링상수 값의 변화와 하중-변위의 이력곡선을 표현하는데 있어서 기존에 발표된 이론식만으로는 적당하지 않음을 알 수 있었다. 그리고 U-볼트의 체결 조건에 따른 실험 결과와 유한요소해석 결과의 차이는 약 5~7% 정도로 작게 나타났으며, 유한요소해석의 정도는 매우 높다고 할 수 있다. 그러므로 하중에 따른 스프링상수의 변화 및 이력곡선을 적절하게 표현하기 위해서는 리프스

프링의 형상 변화와 마찰력의 변화를 줄 수 있는 유한요소해석의 적용 및 필요성을 고찰할 수 있었다.

Table 5-1 Comparison of static spring constant and error

Load : 800 ~ 1,600kgf		Unclamped state	Clamped state
Experiment	Spring constant (kgf/mm)	18.5	21.2
	Error (%)	0	0
FEA	Spring constant (kgf/mm)	19.8	22.4
	Error (%)	6.6	5.4
Unfolding method	Spring constant (kgf/mm)	16.9	19.0
	Error (%)	9.4	11.5
Judgement method	Spring constant (kgf/mm)	17.2	19.6
	Error (%)	7.5	8.1

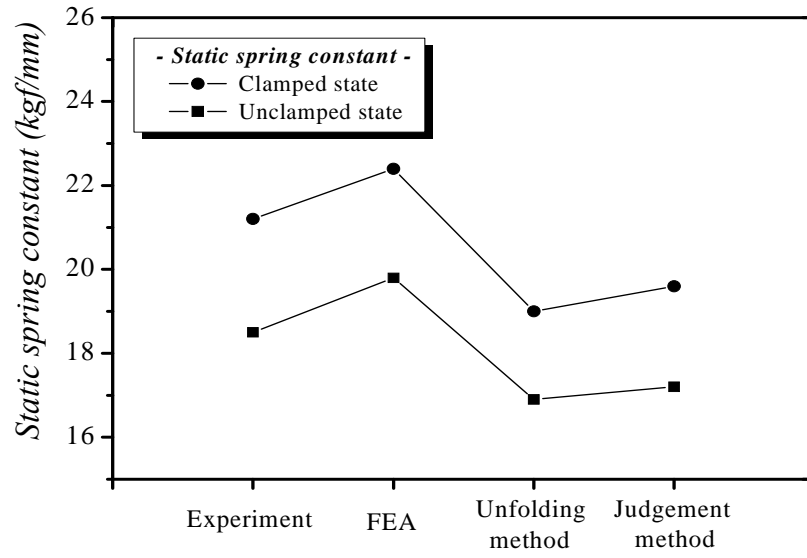


Fig. 5-6 Comparison of static spring constant

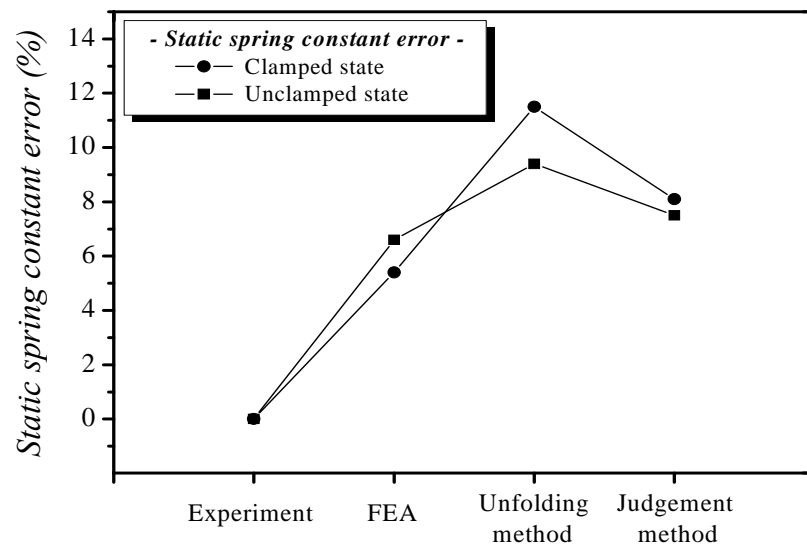


Fig. 5-7 Comparison of static spring constant error



## 제 2 절 동적 특성 평가

### 1. 동적 이력곡선

차량 리프스프링에 U-볼트가 체결된 상태에서의 초기하중 조건 즉, 공차상태(800kgf), 공차와 적차의 중간상태(1,200kgf), 적차상태(1,600kgf) 및 과적차상태(2,000kgf)에 따른 각각의 진폭( $\pm 5$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 15$ ,  $\pm 20$ mm)에 대하여 동적 이력곡선을 실험과 유한요소해석을 통하여 구하였다.

Figs. 5-8 ~ 5-11은 동적 이력곡선 중 공차와 적차의 중간상태인 1,200kgf에서의 하중-변위 곡선을 실험과 유한요소해석으로 비교하여 나타내었으며, 동적 실험에서 구한 이력곡선을 판간 접촉과 마찰력을 고려함으로써 동적 특성을 나타내는 리프스프링의 비선형 이력곡선에 대하여 유한요소해석으로 재현하였다.

Fig. 5-8과 5-9는 정적 이력곡선과 진폭의 변화에 대한 동적 이력곡선을 실험값과 유한요소 해석값으로 나타낸 것이며, 동적 이력곡선들은 진폭의 변화와 관계없이 정적 이력곡선 내에 있음을 확인할 수 있었다.

리프스프링은 금속판 형상에 의한 비선형성과 판간 마찰력에 의한 완전한 비선형성을 가지고 있다. 이러한 특성의 중요한 부분은 쿨롱 마찰(coulomb friction)에 의해 에너지를 소비하는 장치일 뿐만 아니라 에너지를 저장하는 기능을 가지고 있으며, 동적 이력곡선의 내부 면적은 리프스프링이 한 cycle 동안 마찰력에 의해 소모한 에너지와 같다. Fig. 5-10과 5-11의 동적 이력곡선의 내부 면적에 대하여 실험값과 유한요소 해석값이 서로 차이를 보이고 있는데 이러한 이유는 세 가지로 요약할 수 있다.

첫째, 유한요소해석은 리프스프링의 U-볼트가 체결되었을 때 모판(No. 1판)에 무하중 시 마이너스 응력이 걸리는 조립 응력을 고려하지 않았기 때문이다. 실제 리프스프링의 경우, No. 1판에 응력 집중으로 인한 스프링의 파손을 방지하기 위

해서 아래 판의 곡률 반경을 점차적으로 짧게 하여 U-볼트를 조립할 때 체결 토 크를 고려한다. 그러므로 No. 1판을 보호하기 위하여 조립 응력이 부과되도록 조립한다.

둘째, 피로수명의 증대를 위하여 재료표면에 압축잔류응력을 생성시키는 쇼트 피닝(shot peening)과 냉간 세팅에 의한 곡률 변화 및 내부응력을 고려하지 않았다.

그리고 셋째는 리프스프링의 양쪽 끝 부분에 마찰력을 줄이는 역할을 하는 인터 리프(inter leaf)라는 라이너(liner)가 존재하지만 유한요소해석의 모델에서는 loading과 unloading시의 마찰계수의 변화만을 고려하였다.

따라서 잔류응력의 크기와 곡률 변화를 첨가시켜 판의 변형에 따른 마찰계수의 보정과 리프스프링 각 부분의 마찰계수를 변화시킨다면 실제와 비슷한 동적 이력 곡선을 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

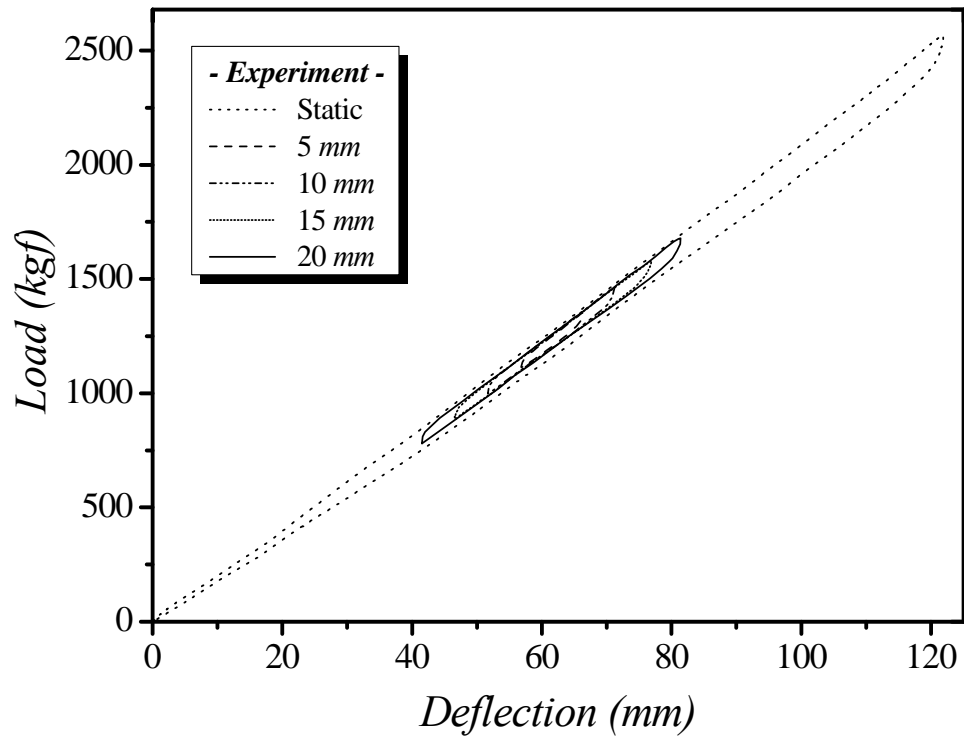


Fig. 5-8 Static and dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with experiment

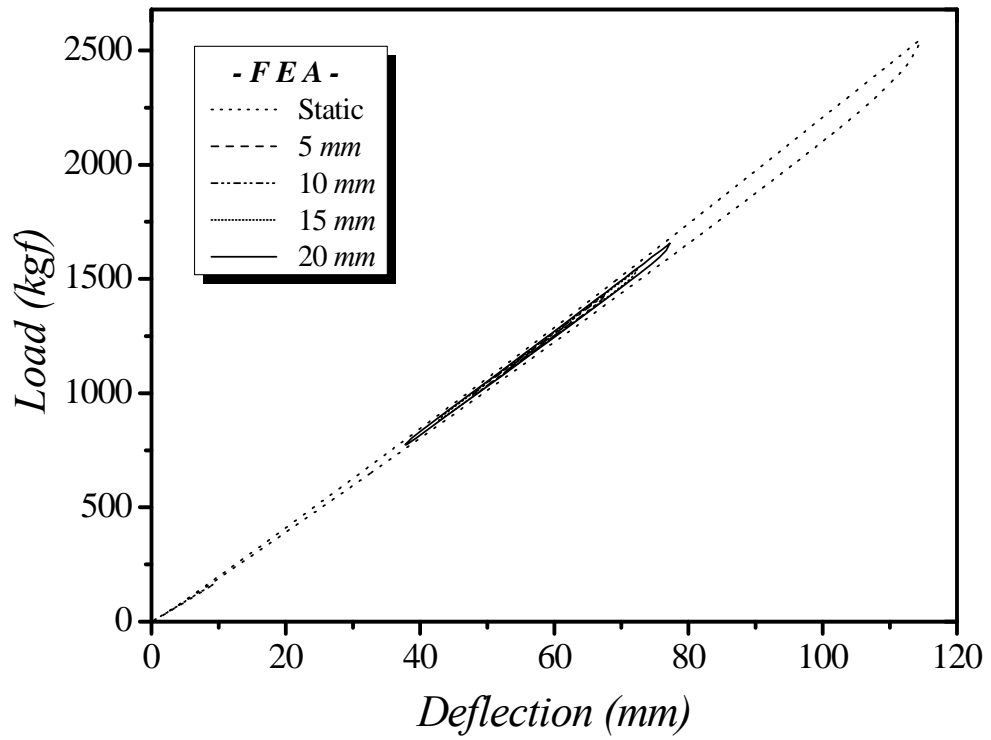


Fig. 5-9 Static and dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with FEA

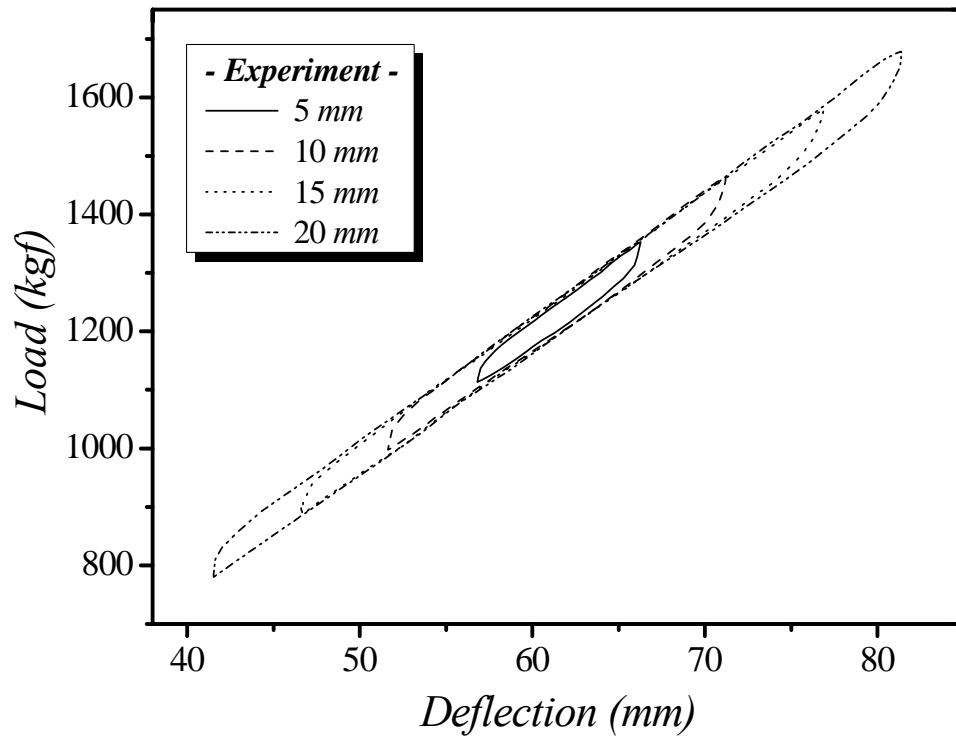


Fig. 5-10 Dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with experiment

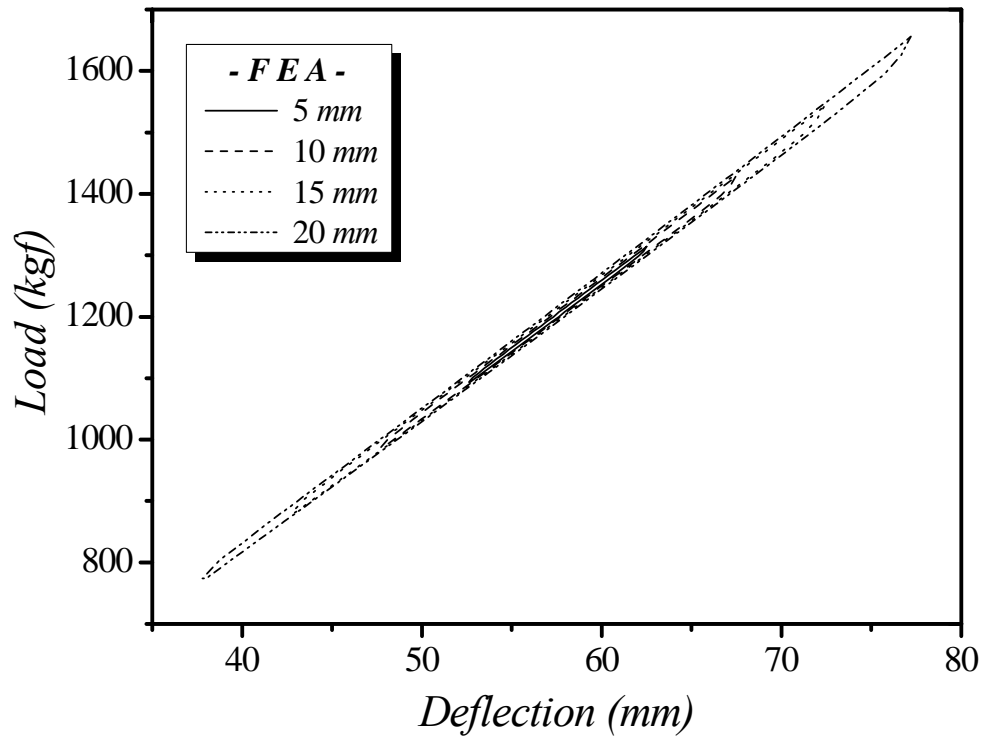


Fig. 5-11 Dynamic hysteresis curve at 1,200kgf with FEA

## 2. 동적 스프링상수

리프스프링의 중앙부에 U-볼트가 체결된 상태에서의 초기하중에 따른 각각의 진폭을 변경하여 동적 실험과 유한요소해석을 통해 얻은 동적 스프링상수를 비교·평가한 결과를 분석하였다.

Tables 5-2 ~ 5-7과 Figs. 5-12 ~ 5-17은 초기하중 800kgf, 1,200kgf, 1,600kgf 및 2,000kgf에 따른 각각의 진폭( $\pm 5$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 15$ ,  $\pm 20$ mm) 변화에 대한 동적 스프링상수의 실험값과 유한요소 해석값을 비교하여 나타내었다.

먼저, 초기하중에 대한 실험과 유한요소해석의 동적 스프링상수의 편차를 살펴보면, 공차 상태인 800kgf의 경우, 가장 높게 나타난 편차가 1.26%로 진폭  $\pm 10$ mm에서 나타났다. 공차와 적차의 중간 상태인 1,200kgf의 경우는 가장 큰 진폭인  $\pm 20$ mm에서 2.60%의 최고 편차가 있었으며, 적차 상태인 1,600kgf의 경우와 과적차 상태인 2,000kgf의 경우에는 가장 작은 진폭인  $\pm 5$ mm에서 각각 3.18%와 4.30%로 가장 높은 편차를 보였다. 그리고 진폭에 대한 실험과 유한요소해석의 동적 스프링상수의 가장 높은 편차를 살펴보면,  $\pm 5$ mm에서는 초기하중 2,000kgf에서 4.30%,  $\pm 10$ mm에서는 초기하중 1,600kgf에서 2.30% 그리고  $\pm 15$ mm와  $\pm 20$ mm에서는 1,600kgf에서 각각 2.45%와 2.95%로 나타났다.

따라서 초기하중과 진폭에 따른 실험과 유한요소해석의 동적 스프링상수의 전체적인 편차를 비교한 결과, 0.44~4.30%로 나타났으며, 이러한 편차는 아주 작은 것으로 유한요소해석의 동적 스프링상수는 실험 결과와 거의 일치한다. 그러므로 본 논문에서의 유한 요소 모델링 및 해석의 타당성을 증명하고 있다.

동적 스프링상수는 실험과 유한요소해석의 결과에서 같은 경향을 나타내었는데, 동일한 진폭에서 초기하중이 증가할수록 커지며, 진폭이 커질수록 스프링상수가 작아짐을 파악할 수 있었다.

초기하중의 변화에 따른 실험과 유한요소해석의 편차는  $\pm 5\text{mm}$ 에서 각각 13.15%와 15.89%,  $\pm 10\text{mm}$ 에서 10.61%와 11.48%,  $\pm 15\text{mm}$ 에서 8.50%와 9.52% 및  $\pm 20\text{mm}$ 에서 4.68%와 6.64%로 나타났으며, 진폭이 커질수록 동적 스프링상수의 편차는 작아짐을 알 수 있었다.

그리고 진폭의 변화( $\pm 5\text{mm} \rightarrow \pm 20\text{mm}$ )에 대한 실험과 유한요소해석의 동적 스프링상수의 편차는 초기하중 800kgf에서 각각 12.05%와 12.89%, 1,200kgf에서 16.89%와 16.02%, 1,600kgf에서 19.13%와 19.41% 그리고 2,000kgf에서는 22.98%와 25.31%로 초기하중이 증가할수록 편차의 크기가 커짐을 알 수 있었다. 그러므로 초기하중이 작을 때보다 클 때, 진폭 변화가 심하며, 이에 따라 차량의 승차감 저하의 원인으로 판단할 수 있었다.



Table 5-2 Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 800kgf

Load		Amplitude			
		±5mm	±10mm	±15mm	±20mm
800kgf	Experiment	25.1	23.6	22.6	22.4
	FEA	25.4	23.9	22.8	22.5

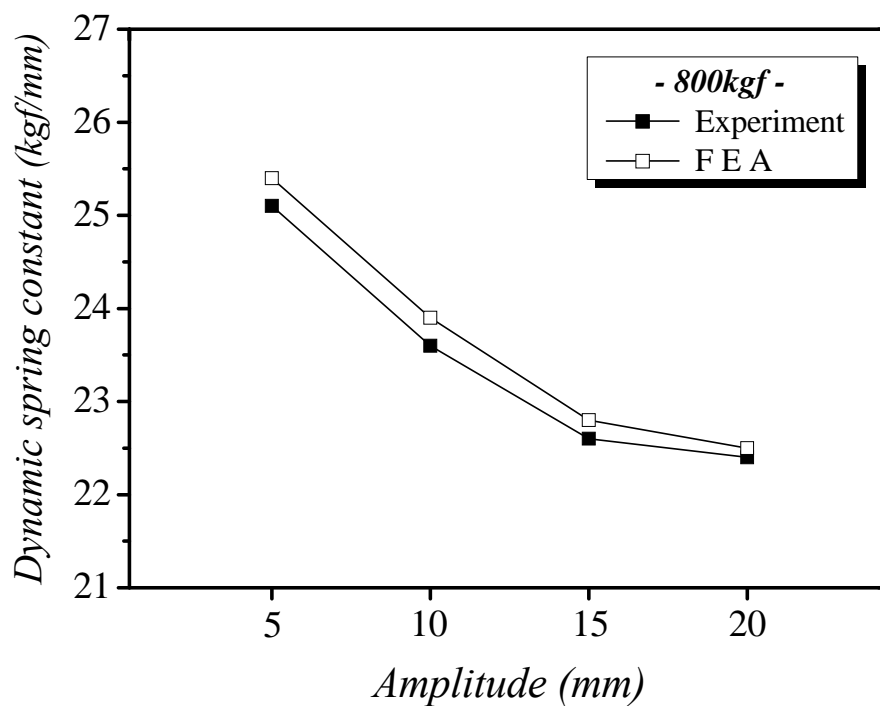


Fig. 5-12 Dynamic spring constant at 800kgf with experiment and FEA

Table 5-3 Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 1,200kgf

Load \ Amplitude		Amplitude			
		±5mm	±10mm	±15mm	±20mm
1,200kgf	Experiment	26.3	24.7	23.1	22.5
	FEA	26.8	24.9	23.5	23.1

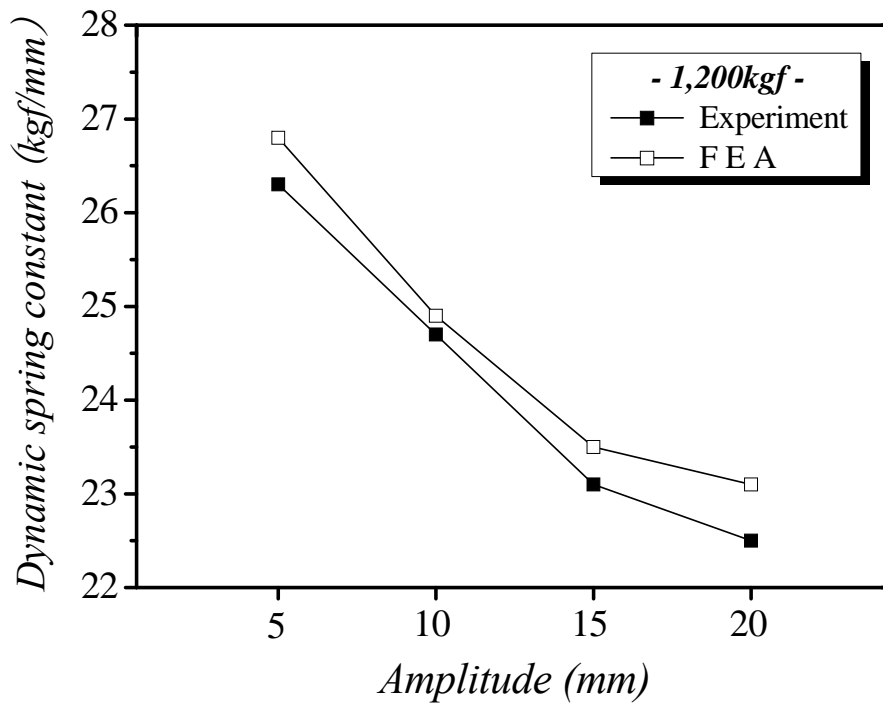


Fig. 5-13 Dynamic spring constant at 1,200kgf with experiment and FEA

Table 5-4 Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 1,600kgf

Load \ Amplitude		Amplitude			
		±5mm	±10mm	±15mm	±20mm
1,600kgf	Experiment	27.4	25.4	23.9	23.0
	FEA	28.3	26.0	24.5	23.7

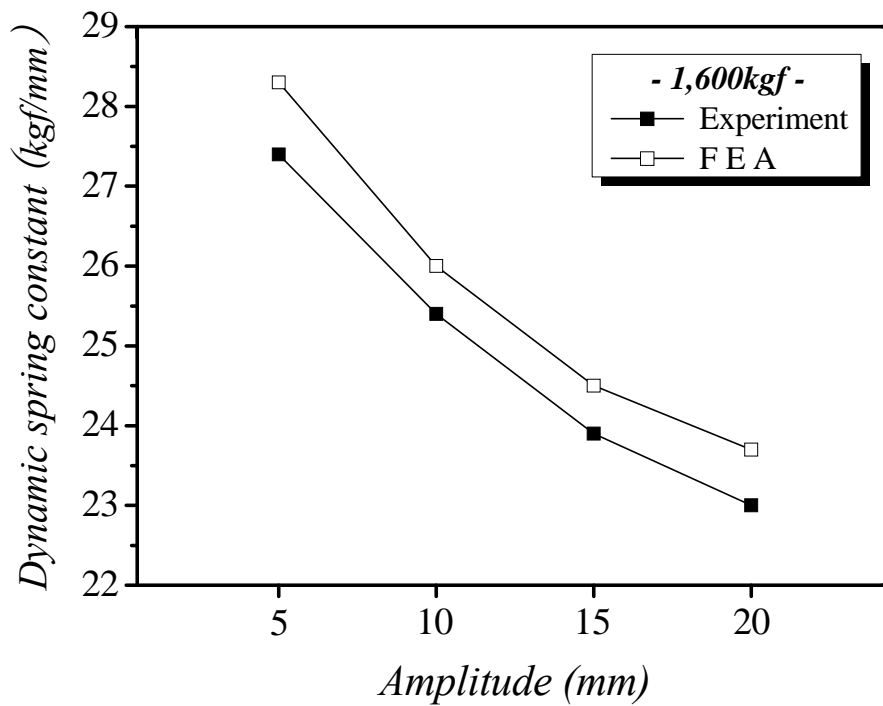


Fig. 5-14 Dynamic spring constant at 1,600kgf with experiment and FEA

Table 5-5 Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm) at 2,000kgf

Load \ Amplitude		Amplitude			
		±5mm	±10mm	±15mm	±20mm
2,000kgf	Experiment	28.9	26.4	24.7	23.5
	FEA	30.2	27.0	25.2	24.1

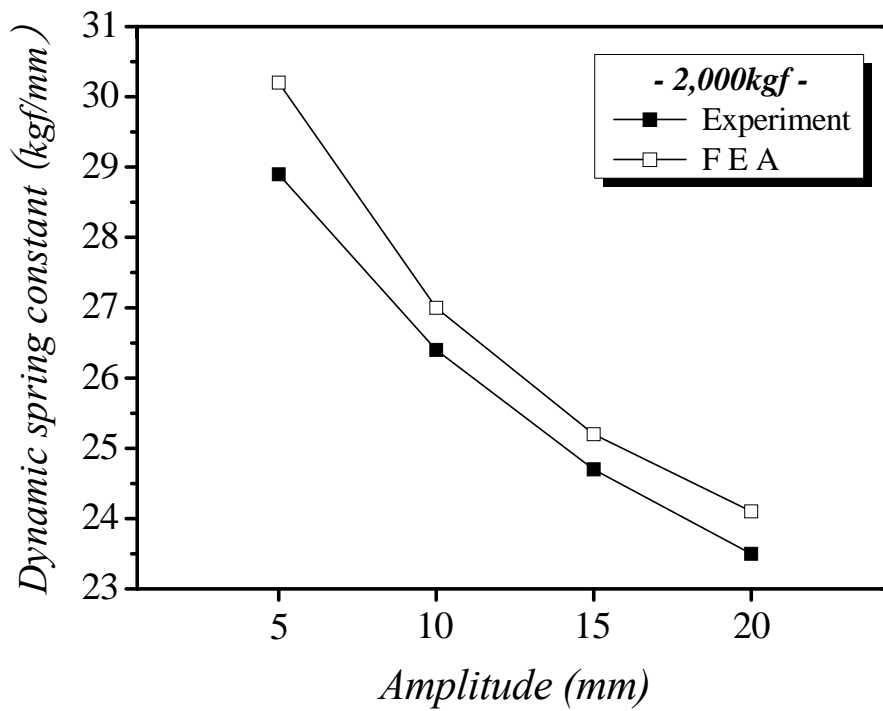


Fig. 5-15 Dynamic spring constant at 2,000kgf with experiment and FEA

Table 5-6 Comparison of dynamic spring constant(kgf/mm)

Load \ Amplitude		±5mm	±10mm	±15mm	±20mm
800kgf	Experiment	25.1	23.6	22.6	22.4
	FEA	25.4	23.9	22.8	22.5
1,200kgf	Experiment	26.3	24.7	23.1	22.5
	FEA	26.8	24.9	23.5	23.1
1,600kgf	Experiment	27.4	25.4	23.9	23.0
	FEA	28.3	26.0	24.5	23.7
2,000kgf	Experiment	28.9	26.4	24.7	23.5
	FEA	30.2	27.0	25.2	24.1

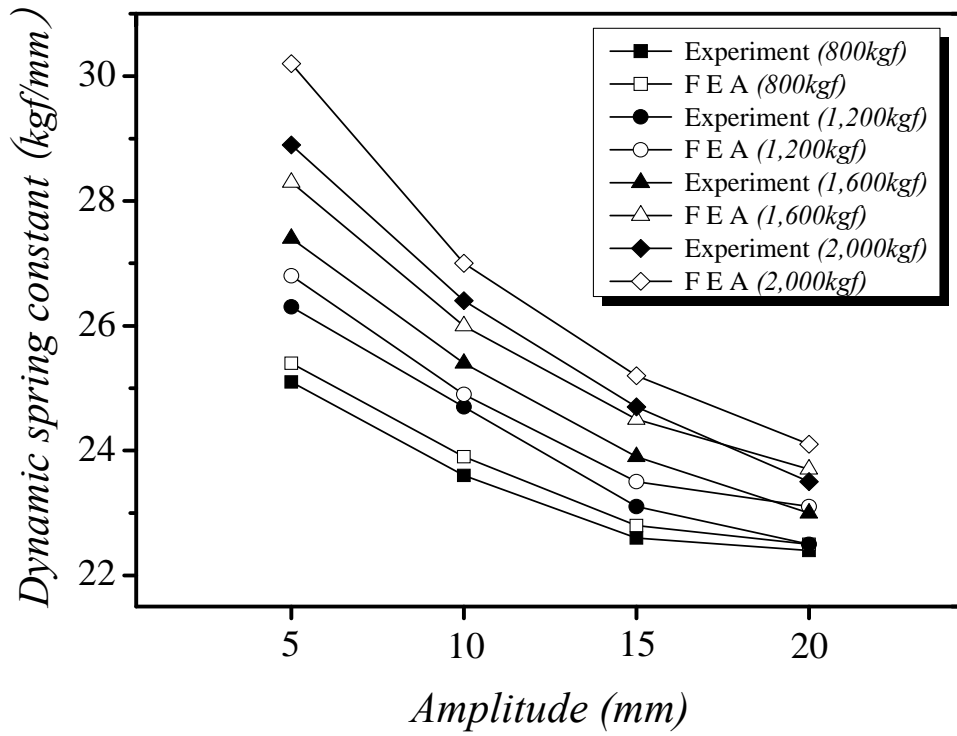


Fig. 5-16 Dynamic spring constant with experiment and FEA

Table 5-7 Comparison of dynamic spring constant error(%)

Load \ Amplitude		Amplitude			
		±5mm	±10mm	±15mm	±20mm
800kgf	Experiment	-	-	-	-
	FEA	1.18	1.26	0.88	0.44
1,200kgf	Experiment	-	-	-	-
	FEA	1.87	0.80	1.70	2.60
1,600kgf	Experiment	-	-	-	-
	FEA	3.18	2.30	2.45	2.95
2,000kgf	Experiment	-	-	-	-
	FEA	4.30	2.22	1.98	2.49

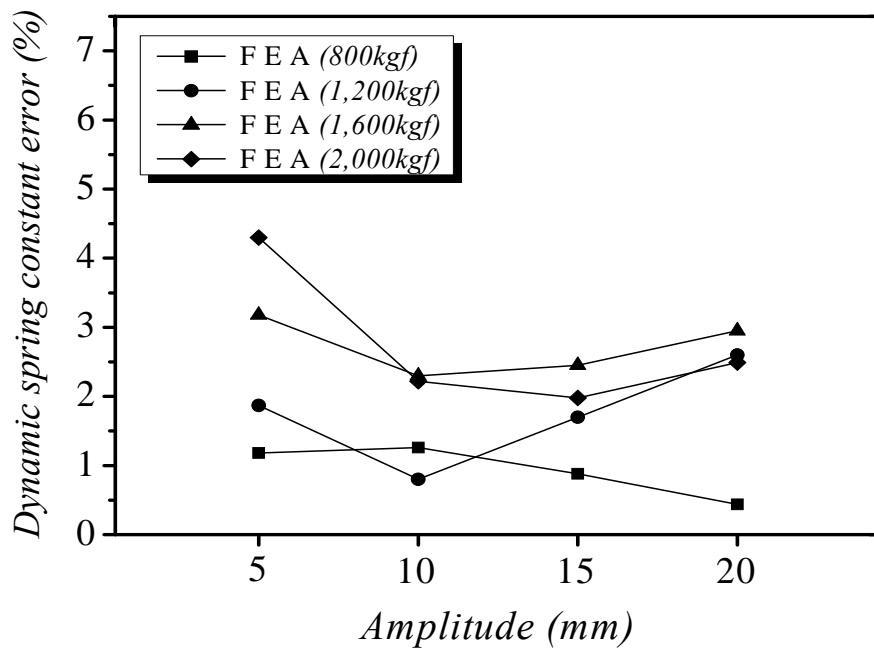


Fig. 5-17 Dynamic spring constant error of FEA

## 제 6 장 실험계획법을 이용한 leaf spring의 최적설계

### 제 1 절 선정된 leaf spring의 실험 및 유한요소해석

차량 리프스프링의 정적 및 동적 특성을 실험과 유한요소해석으로 병행하여 비교·평가된 검증 과정을 토대로, 실험계획법에서 적용하고자 하는 특정 대상의 리프스프링을 선정하였다. 그리고 선정된 리프스프링에 대하여 정적 실험을 통한 이력곡선의 스프링 상수와 유한요소해석에서의 스프링 상수를 비교, 분석하여 유한요소해석의 결과가 실험 결과에 근사한 값을 얻도록 유도함으로써 최적화의 기본 자료로 활용하였다.

Fig. 6-1은 최적설계에 적용하기 위하여 선정된 리프스프링의 형상을 나타낸 것으로 좌우 대칭인 총 4개의 판으로 구성되어 있으며, Table 6-1는 각각의 판의 치수를 나타낸다.

정적 실험에서는 U-볼트의 체결 조건과 하중 조건을 각각 U-볼트가 체결되지 않은 상태(unclamped state) 및 최대 하중 1,000kgf로 하였으며, 실험 장치 및 방법은 제3장 실험 방법에서와 동일하게 실시하였다. 그리고 유한요소 모델링 및 해석 방법 역시 제4장에서와 같은 방법으로 설정하였으며, Table 6-2는 선정된 리프스프링의 유한요소해석을 위한 입력 조건을 나타내었다.

Fig. 6-2는 선정된 리프스프링의 유한요소 모델 및 요소를 나타내었으며, spring eye부는 모델링 과정에 포함하지 않았다. 유한요소해석은 공차 상태인 700kgf의 하중에서 스프링 상수를 구하기 위하여 1,000kgf까지 정적 해석을 실시하였으며, 판간 마찰에 대한 마찰계수는 Table 4-2에서의 loading시의 정적 마찰계수( $\mu_s$ ) 0.51, unloading시의 정적 마찰계수( $\mu_s$ ) 0.46을 입력하여 비선형 유한요소해석을 진행하였다.



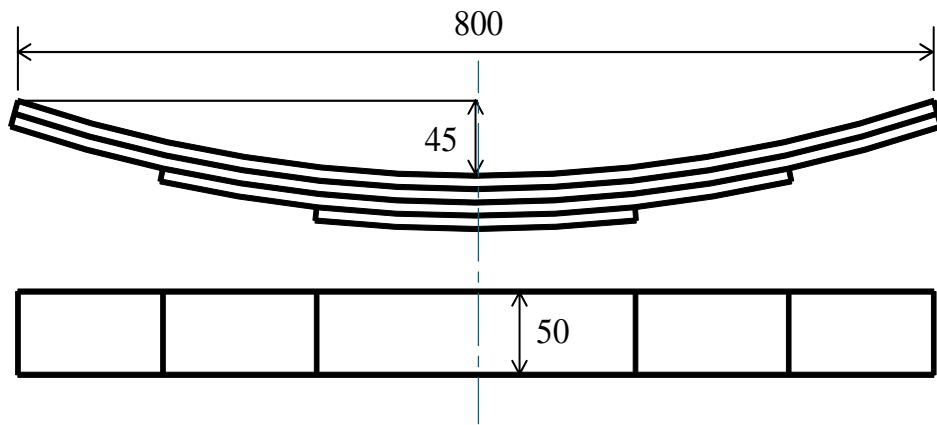


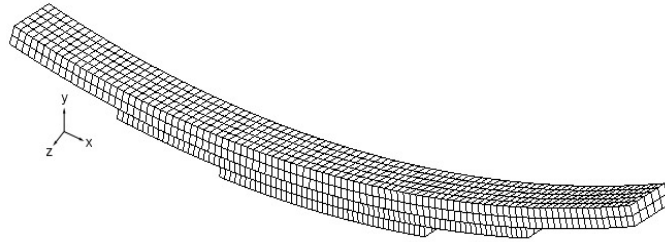
Fig. 6-1 Schematic of selected leaf spring

Table 6-1 Specification of selected leaf spring

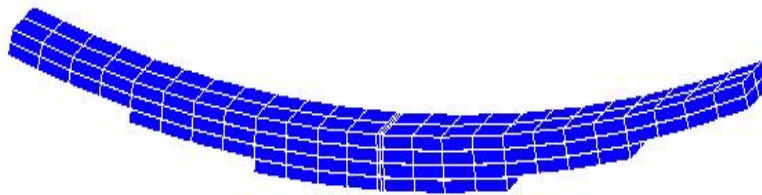
Leaf No.	Thickness (mm)	Width (mm)	Length (mm)		
			Total	Left	Right
1	9	50	800	400	400
2	9	50	800	400	400
3	9	50	600	300	300
4	9	50	300	150	150

Table 6-2 Input conditions for FEA of selected leaf spring

Selected leaf spring		
Mesh	Mesh type	Hexahedral solid element
	Contact conditions	Friction contact
	Element type	8-node isoparametric brick
	Nodes	1,630
	Elements	633
Properties	Elastic modulus	$21 \times 10^3$ kgf/mm <sup>2</sup>
	Yield strength	83.6 kgf/mm <sup>2</sup>
	Tensile strength	125.5 kgf/mm <sup>2</sup>
	Density	7.85 g/cm <sup>3</sup>
Boundary conditions		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fix : Spring left &amp; right ends</li> <li>• Force : Center bolt</li> </ul>



(a) FEA model



(b) FEA elements

Fig. 6-2 FEA model and elements of selected leaf spring

Fig. 6-3에서는 선정된 리프스프링의 실험 및 유한요소해석을 통하여 얻어진 정적 이력곡선의 결과를 나타낸 것으로 리프스프링의 판간 마찰로 인한 이력현상을 볼 수 있으며, 이로 인해 마찰 손실이 나타나고 있다. Table 6-3은 실험과 유한요소해석의 결과로부터 정적 스프링상수는 각각 19.85kgf/mm와 18.51kgf/mm로 나타났으며, 스프링상수 값의 오차는 약 7.24% 정도로 작은 차이를 보였다. 따라서 선정된 리프스프링의 유한요소해석 결과를 FRP 리프스프링의 최적 설계에 적용하였다.

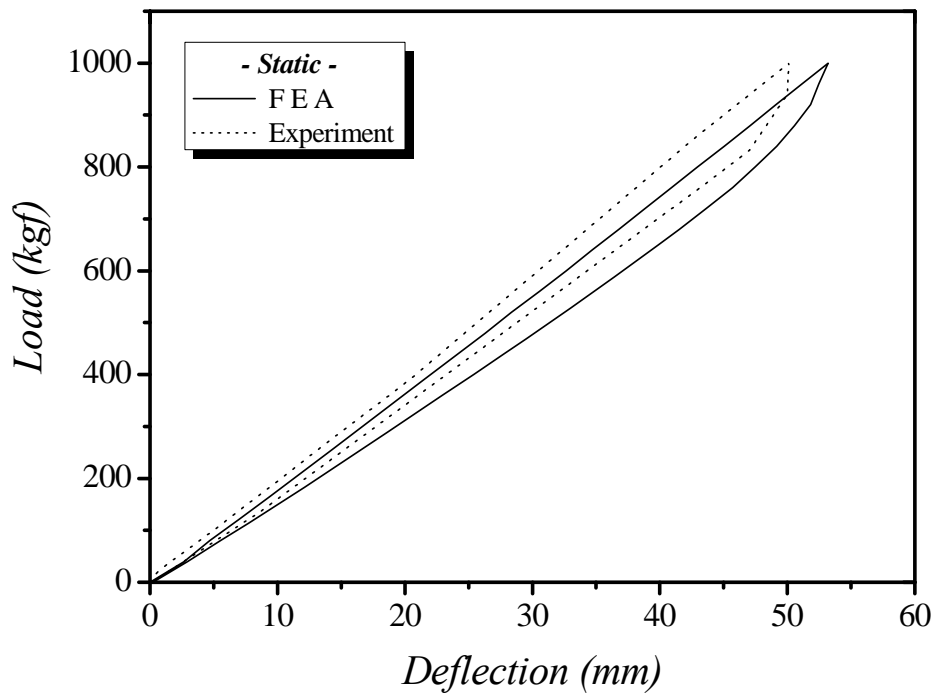


Fig. 6-3 Experiment and FEA of selected leaf spring

Table 6-3 Static spring constant of experiment and FEA

	Experiment	FEA
Static spring constant (kgf/mm)	19.85	18.51

## 제 2 절 FRP leaf spring의 유한요소해석

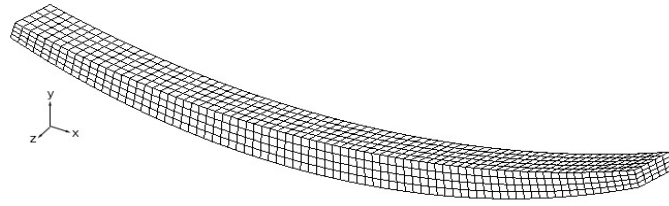
FRP 리프스프링의 최적 설계를 위하여 이용한 소재로는 실용화가 가능하며 제작이 용이한 E-glass/Epoxy와 Carbon/Epoxy 소재의 두 가지를 선택하였다. 그리고 steel 리프스프링의 유한요소해석 결과를 바탕으로 스프링 상수값에 근접한 유한요소해석의 모델이 정의되면 FRP 리프스프링에 대한 유한요소 모델링 및 해석을 실시하였다. 이것은 실험계획법에서 목적함수로 사용될 변위를 얻기 위함으로써 스프링 상수값을 적용하였다.

FRP 리프스프링의 전체 길이는 steel 리프스프링과 동일하게 하여 리프스프링의 장착 시 설계점(hard point)의 변경 없이 바로 적용할 수 있고 스프링 상수에 가장 영향이 크게 작용할 것으로 판단되는 두께와 폭으로 결정하였으며, 이에 대한 최적 모델을 산출하였다.

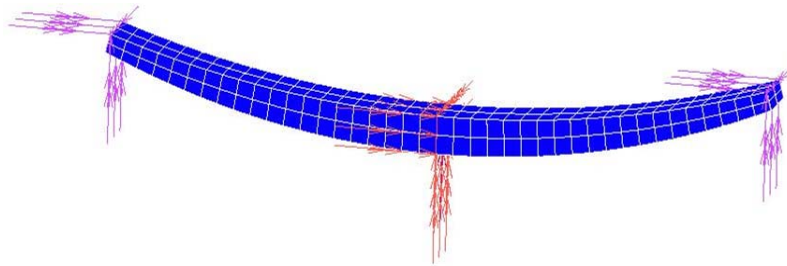
E-glass/Epoxy와 Carbon/Epoxy 소재를 각각 9가지로 모델링하여 700kg까지의 정적 해석을 실시하였다. 섬유는 직교 이방성 재료로 스프링의 길이 방향으로 배열되었다고 가정하였다. 그리고 FRP 리프스프링의 유한요소해석은 steel 리프스프링의 유한요소해석에서 검증된 방법의 조건으로 모델링하였다. Table 6-4와 Fig. 6-4는 각각 FRP 리프스프링의 유한요소해석을 위한 입력 조건과 유한요소 모델 및 구속 조건을 나타내었다.

Table 6-4 Input conditions for FEA of FRP leaf spring

FRP leaf spring			
Mesh	Mesh type		Hexahedral solid element
	Element type		8-node isoparametric brick
	Nodes		1,630
	Elements		483
Properties	Elastic modulus	Carbon/Epoxy	$14 \times 10^3 \text{ kgf/mm}^2$
		E-glass/Epoxy	$4.3 \times 10^3 \text{ kgf/mm}^2$
	Tensile strength	Carbon/Epoxy	150 kgf/mm <sup>2</sup>
		E-glass/Epoxy	130 kgf/mm <sup>2</sup>
	Density	Carbon/Epoxy	1.60 g/cm <sup>3</sup>
		E-glass/Epoxy	1.90 g/cm <sup>3</sup>
Boundary conditions			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fix : Spring left &amp; right ends</li> <li>• Force : Center bolt</li> </ul>



(a) FEA model



(b) FEA boundary conditions

Fig. 6-4 FEA model and boundary conditions of FRP leaf spring



Fig. 6-5에서는 Carbon/Epoxy 리프스프링의 9가지 모델에 대한 유한요소해석 결과로 변형된 형상을 나타내고 있다. 각각의 모델의 치수는 중앙부 두께(center thickness, C.T)-끝단 두께(end thickness, E.T)-폭(width, W)의 순으로 표시하였으며, 이러한 과정에서 얻어진 700kgf에서의 리프스프링의 변위는 실험계획법에서 목적함수로 사용된다.

Fig. 6-6과 6-7은 정적 해석을 통하여 얻어진 Carbon/Epoxy 리프스프링의 하중-변위 곡선 및 스프링 상수를 나타내고 있다. 단판이므로 판간 마찰이 일어나지 않으며, loading과 unloading시 이력현상이 나타나지 않음을 알 수 있다. 그리고 두께와 폭이 커질수록 변위는 작으며, 폭에 의한 스프링 상수의 변화보다는 두께에 의한 변화가 크게 나타났다.

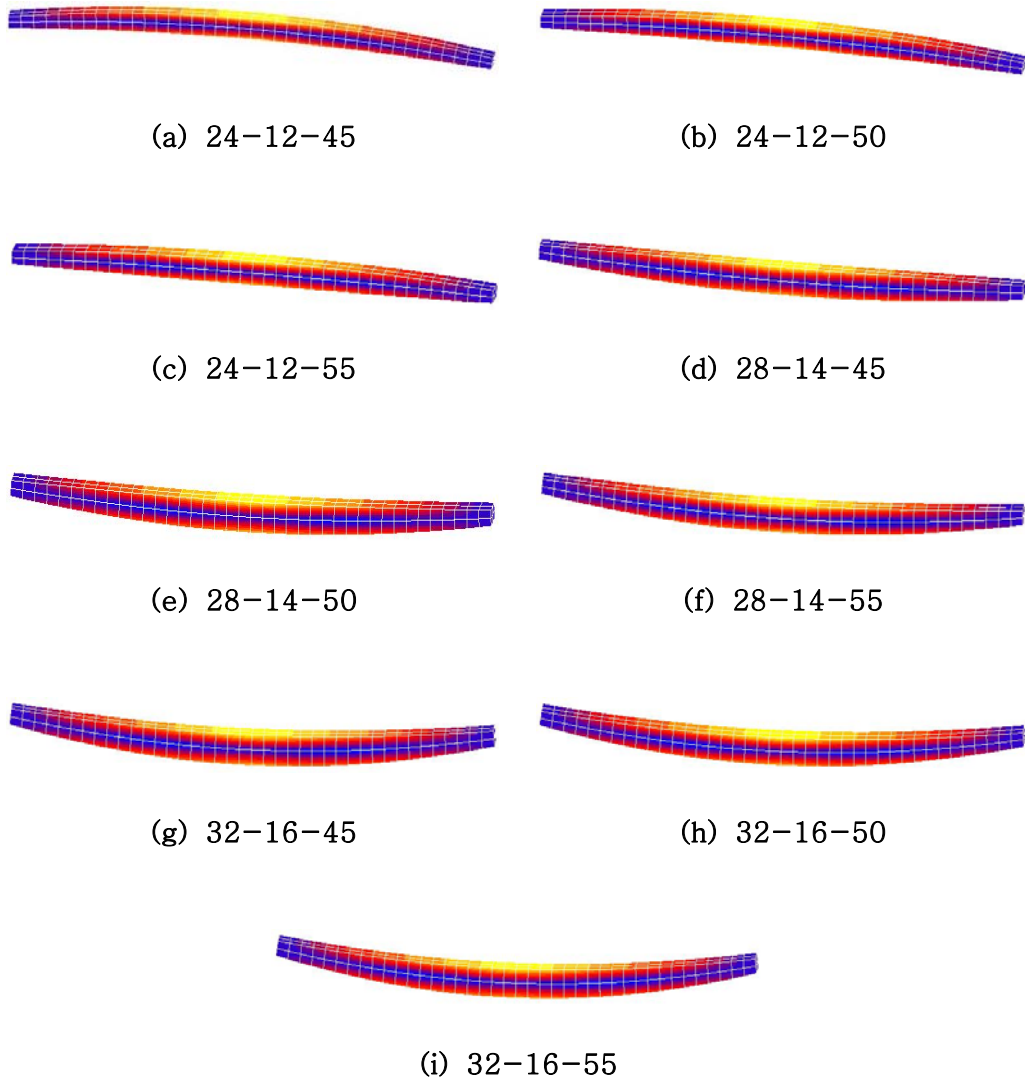


Fig. 6-5 Deformed shapes of Carbon/Epoxy leaf springs(C.T-E.T-W)

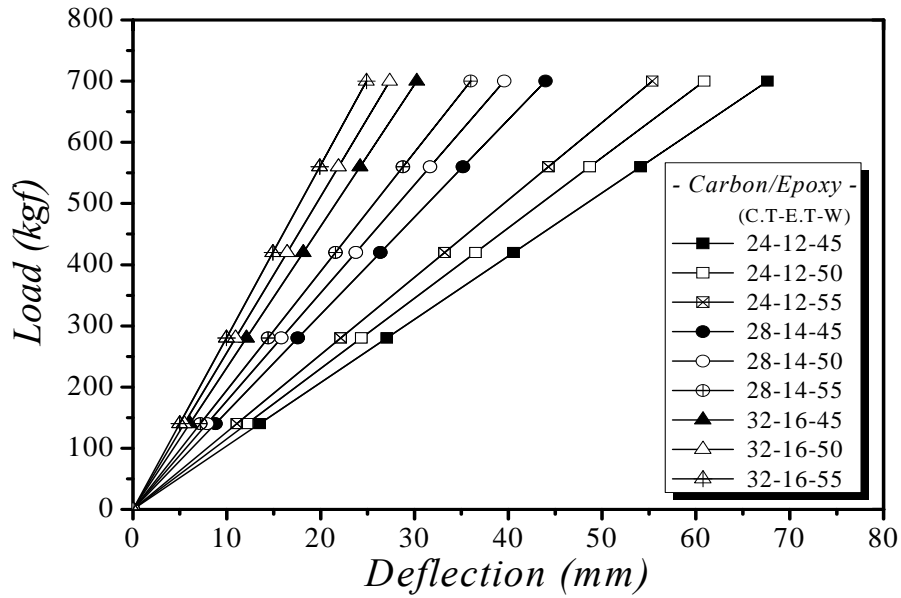


Fig. 6-6 Load-deflection curves of Carbon/Epoxy leaf springs

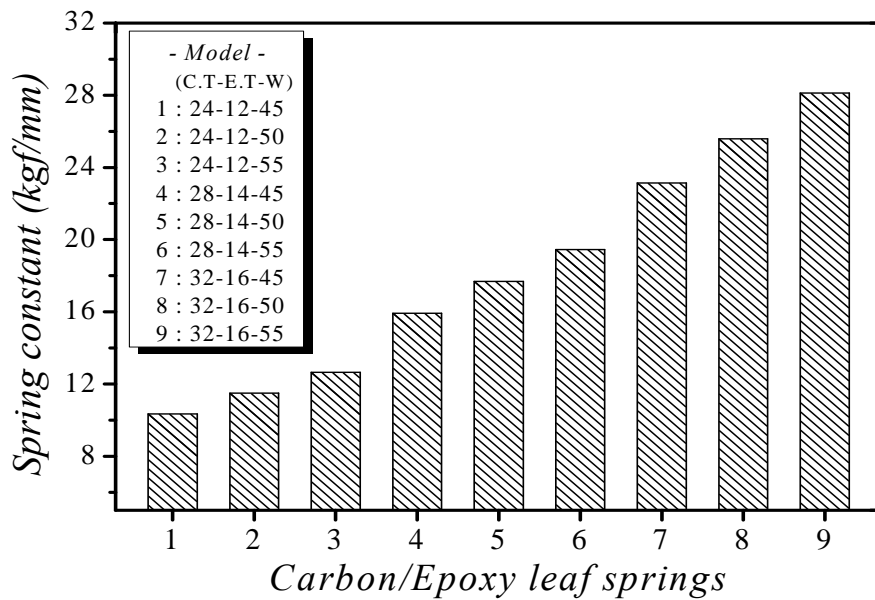


Fig. 6-7 Spring constant of Carbon/Epoxy leaf springs

E-glass/Epoxy 소재는 Carbon/Epoxy 소재보다 탄성계수가 약 3~4배 정도 작으므로 Fig. 6-8에서와 같이 모델링 과정에서 Carbon/Epoxy 리프스프링보다 두께가 두꺼워지게 하였다. 폭의 변화는 Carbon/Epoxy 리프스프링과 동일한 변화를 주었는데, 이것은 선정된 steel 리프스프링을 대체하기 위한 것으로 실제 차량에 적용하기 위하여 폭의 변화보다는 두께의 변화를 주는 것이 타당하다고 판단된다.

Fig. 6-9와 6-10은 700kgf에서의 정적 해석을 실시하여 얻어진 E-glass/Epoxy 리프스프링의 하중-변위 선도 및 스프링 상수를 나타내고 있다. Carbon/Epoxy 소재의 리프스프링에서와 같이 판간 마찰이 일어나지 않으므로 리프스프링의 이력현상이 나타나지 않았다. 그리고 리프스프링의 두께와 폭이 커질수록 변위는 작아지며, 이에 따른 스프링 상수값이 커짐을 알 수 있다.

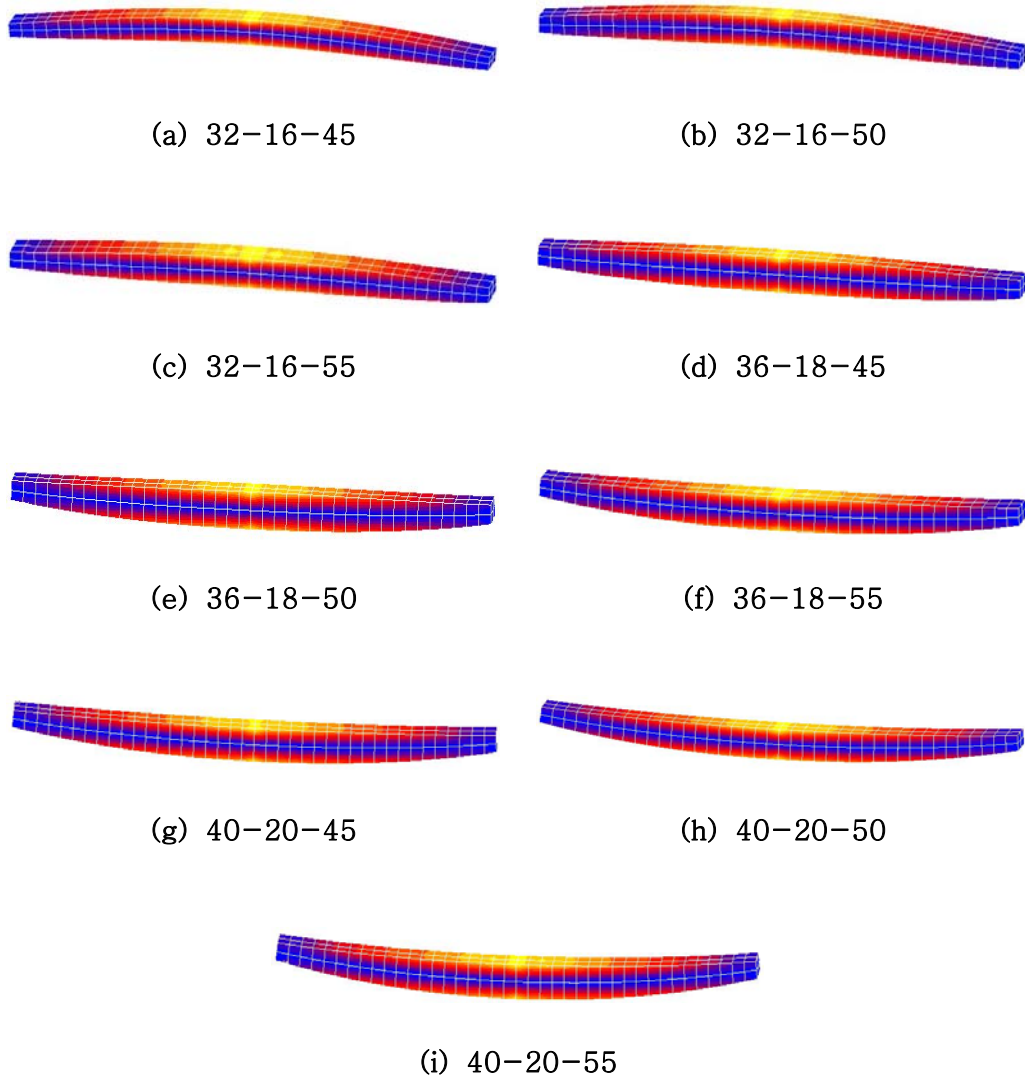


Fig. 6-8 Deformed shapes of E-glass/Epoxy leaf springs(C.T-E.T-W)

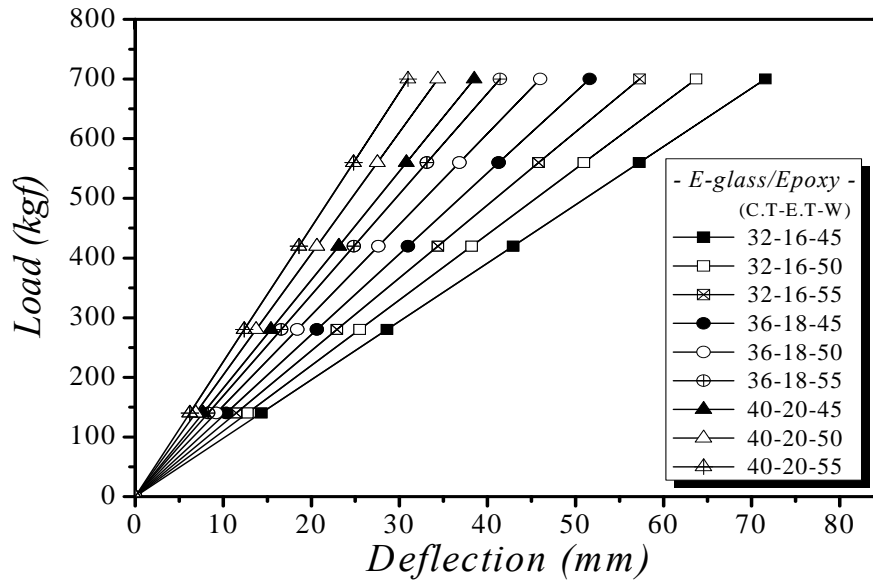


Fig. 6-9 Load-Deflection curves of E-glass/Epoxy leaf springs

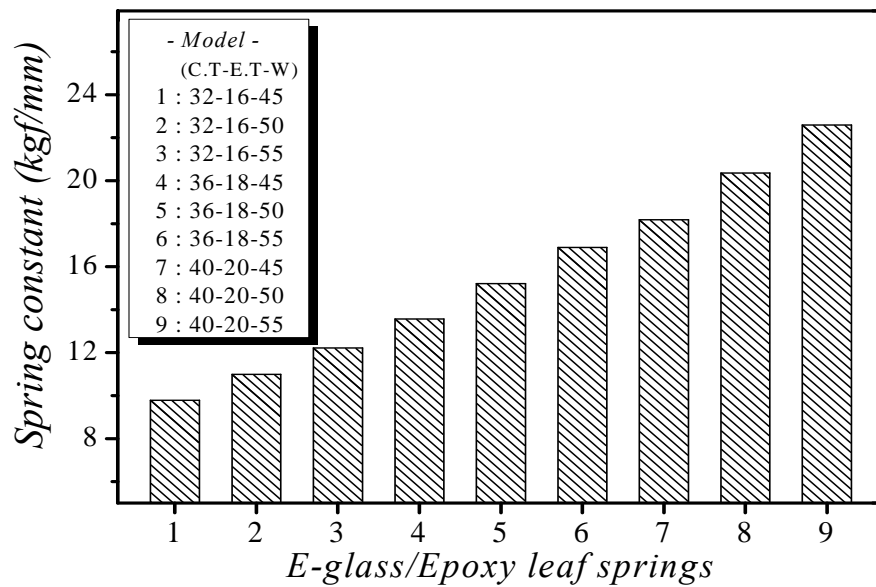


Fig. 6-10 Spring constant of E-glass/Epoxy leaf springs

### 제 3 절 Carbon/Epoxy leaf spring의 최적설계

회귀 모형 함수의 추정을 살펴보면, Steel 리프스프링의 변위는 유한요소해석 결과 700kgf의 하중에서 37.82mm로서 스프링 상수는  $k_s$ 는 18.51kgf/mm이었다. FRP 리프스프링의 각각의 변위값은 회귀 모형 함수에서 목적함수로 사용된다. 행렬 계산의 편의를 위해 설계 변수인 두께와 폭  $x_1, x_2$ 를 식 (43)과 같이 최소값이 -1, 최대값이 1인  $X_1, X_2$ 로 변환시켰다.

$$X_1 = \frac{x_1 - 28}{4}, \quad X_2 = \frac{x_2 - 50}{5} \quad (43)$$

이에 따른 목적 함수와 설계 변수 그리고 식(32)에서 계산된  $\beta$ 는 행렬식으로 식 (44)와 같이 표현할 수 있다.

$$Y = \begin{bmatrix} 29.81 \\ 23.05 \\ 17.52 \\ 6.14 \\ 1.75 \\ -1.83 \\ -7.57 \\ -10.45 \\ -12.93 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 1.749 \\ -16.889 \\ -4.270 \\ 4.551 \\ 0.406 \\ 1.731 \end{bmatrix} \quad (44)$$

이때 얻어진 회귀계수  $\beta$ 를 회귀 모형에 적용하면, 식 (45)와 같은 최적 방정식을 구할 수 있다.

$$Y = 1.749 - 16.889 X_1 - 4.270 X_2 \quad (45)$$

$$+ 4.551 X_1^2 + 0.406 X_2^2 + 1.732 X_1 X_2$$

그리고 Carbon/Epoxy 리프스프링의 회귀 모형 함수에 대한 신뢰성 검증을 위하여 분산분석(Analysis of variation)표를 작성하면, Table 6-5와 같이 구할 수 있다.

Table 6-5 ANOVA table of Carbon/Epoxy leaf spring

Factor	<i>S</i>	$\Phi$	<i>V</i>	$F_0$	$F(\sigma)$
Regression variation	1,874.62 ( <i>SSR</i> )	2	937.31	18,746.2	10.9
Residual variation	0.3	6	0.05	.	.
Sum	1,874.92 ( <i>SST</i> )	8	.	.	.

Table 6-5에서 검정 통계량인  $F_0$ 의 값이 크면 클수록 회귀방정식의 정도가 좋으며, 결정계수(coefficient of determination)  $R^2$ 이  $0 \leq R^2 \leq 1$ 의 범위에 있고  $R^2$ 의 값이 0.999로 1에 가깝기 때문에 Carbon/Epoxy 리프스프링에 대한 회귀 모형 함수는 신뢰할 수 있다고 판단된다.



지금까지의 과정에서 회귀 모형 함수를 유도하여 회귀 모형 함수에 대한 정확성과 신뢰성을 확인하였으므로 이 회귀 모형 함수를 이용하여 회귀 모형 함수가 최소값을 가지게 되는 최적설계 변수들을 선정하여야 한다. 본 논문에서 리프스프링의 최적설계 문제는 conjugate direction을 이용한 최소한 방법으로 2차적 수렴을 통해 유한한 반복횟수를 찾을 수 있는 비구속 최소화(unconstrained minimization) 문제로서 식 (46)과 같이 정의할 수 있다.

$$Y = 1.749 - 16.889 X_1 - 4.270 X_2 \quad (46)$$

$$+ 4.551 X_1^2 + 0.406 X_2^2 + 1.732 X_1 X_2$$

$$\text{Subject to : } -1 \leq X_1 \leq 1, \quad -1 \leq X_2 \leq 1$$

식 (46)과 같은 최적설계 문제에서 최적설계 변수를 구하기 위해 최적설계 프로그램인 DOT(Version 4.20)을 이용하였다. 최적설계 해석을 통해 구해진 변수의 값은  $X_1 = 0.0795$ ,  $X_2 = 0.1058$ 로 나타났다. 그러므로 이 값들을 식 (43)에 적용하여 설계 변수값들을 구하면, Table 6-6에서와 같이 리프스프링의 중앙부 두께( $x_1$ )는 28.32mm, 폭( $x_2$ )은 50.53mm 그리고 끝단의 두께는 중앙부 두께의 반인 14.16mm로 나타났다.

Table 6-6 Optimum design variables of Carbon/Epoxy leaf spring

	Thickness (mm)	Width (mm)
Carbon/Epoxy spring	28.32	50.53

## 제 4 절 E-glass/Epoxy leaf spring의 최적설계

회귀 모형 함수의 추정에서는 E-glass/Epoxy 리프스프링에 대하여 Carbon/Epoxy 스프링과 같이 행렬 계산의 편의를 위해 설계 변수인 두께와 폭인  $x_1, x_2$ 를 식 (47)과 같이 최소값이  $-1$ , 최대값이  $1$ 인  $X_1, X_2$ 로 변환시켰다.

$$X_1 = \frac{x_1 - 36}{4}, \quad X_2 = \frac{x_2 - 50}{5} \quad (47)$$

이에 따른 목적 함수와 설계 변수 그리고 식(32)에서 계산된  $\beta$ 는 행렬식으로 식 (48)과 같이 표현할 수 있다.

$$Y = \begin{bmatrix} 33.73 \\ 25.88 \\ 19.45 \\ 13.78 \\ 8.19 \\ 3.60 \\ 0.69 \\ -3.44 \\ -6.82 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 8.171 \\ -14.772 \\ -5.330 \\ 3.061 \\ 0.527 \\ 1.690 \end{bmatrix} \quad (48)$$

이때 얻어진 회귀계수  $\beta$ 를 회귀 모형에 적용하면, 식 (49)와 같은 최적 방정식을 구할 수 있다.

$$Y = 8.171 - 14.773 X_1 - 5.330 X_2 + 3.061 X_1^2 + 0.527 X_2^2 + 1.690 X_1 X_2 \quad (49)$$

그리고 E-glass/Epoxy 리프스프링의 회귀 모형 함수에 대한 신뢰성 검증을 위하여 분산분석표를 작성하면, Table 6-7과 같이 구할 수 있다.

Table 6-7 ANOVA table of E-glass/Epoxy leaf spring

Factor	S	$\Phi$	V	$F_0$	$F(\sigma)$
Regression variation	1,510.47 (SSR)	2	755.235	21,578.14	10.9
Residual variation	0.21	6	0.035	.	.
Sum	1,510.68 (SST)	8	.	.	.

Table 6-7에서 검정 통계량인  $F_0$ 의 값이 크면 클수록 회귀방정식의 정도가 좋으며, 결정계수(coefficient of determination)  $R^2$ 이  $0 \leq R^2 \leq 1$ 의 범위에 있고  $R^2$ 의 값이 0.999로 1에 가깝기 때문에 E-glass/Epoxy 리프스프링에 대한 회귀 모형 함수는 신뢰할 수 있다고 판단된다.

지금까지의 과정에서 회귀 모형 함수를 유도하여 회귀 모형 함수에 대한 정확성과 신뢰성을 확인하였으므로 이 회귀 모형 함수를 이용하여 회귀 모형 함수가 최소값을 가지게 되는 최적설계 변수들을 선정하여야 하며, 식 (50)과 같이 정의할 수 있다.

$$Y = 8.171 - 14.773 X_1 - 5.330 X_2 \quad (50)$$

$$+ 3.061 X_1^2 + 0.527 X_2^2 + 1.690 X_1 X_2$$

$$\text{Subject to : } -1 \leq X_1 \leq 1, \quad -1 \leq X_2 \leq 1$$

식 (50)과 같은 최적설계 문제에서 최적설계 변수를 구하기 위해 최적설계 프로그램인 DOT를 이용하였다. 최적설계 해석을 통해 구해진 변수의 값은  $X_1 = 0.4498$ ,  $X_2 = 0.4962$ 이므로, 이 값들을 식 (47)에 적용하여 설계 변수값들을 구하면, Table 6-8에서와 같이 리프스프링의 중앙부 두께( $x_1$ )는 37.79mm, 폭( $x_2$ )은 52.48mm 그리고 끝단의 두께는 중앙부 두께의 반인 18.89mm로 나타났다.

Table 6-8 Optimum design variables of E-glass/Epoxy leaf spring

	Thickness (mm)	Width (mm)
E-glass/Epoxy spring	37.79	52.48

## 제 5 절 최적설계 모델의 유한요소해석 및 검증

Fig. 6-11은 최적 설계변수를 이용한 최적 모델의 형상으로서 중앙부 두께 (center thickness, C.T)-끝단 두께(end thickness, E.T)-폭(width, W)의 순으로 나타내었으며, 하중 1,000kgf까지의 정적 유한요소해석을 실시하였다.

Fig. 6-12는 steel 리프스프링과 Carbon/ Epoxy 및 E-glass/Epoxy 리프스프링의 유한요소해석 결과를 비교하였으며, 정적 스프링상수는 Table 6-9에 나타내었다. 최적설계 모델의 해석 결과, steel과 FRP 리프스프링의 오차가 약 0.33~0.87% 정도로 거의 유사함을 나타내었다. 그리고 기존의 steel 리프스프링은 판간 마찰로 인한 마찰 손실로 인하여 이력현상이 뚜렷하게 나타나고 있으나 FRP 리프스프링의 경우에는 loading과 unloading시 모두 선형거동을 함으로써 이력현상이 나타나지 않음을 볼 수 있다.

따라서 동적 스프링상수 역시 마찰 손실에 대한 변화가 없기 때문에 댐퍼 등을 보완해 줌으로써 승차감 및 조종안정성 등의 향상이 이루어질 것으로 사료되며, FRP 리프스프링의 적용은 차체의 경량화를 도모할 수 있기 때문에 이로 인한 에너지 자원의 절감으로 연료소비율 개선 등의 효과가 기대된다.

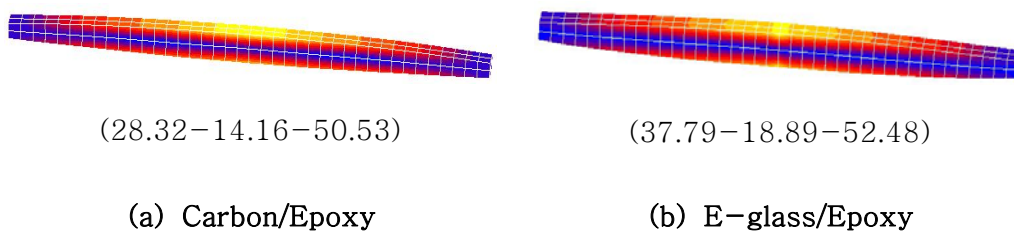


Fig. 6-11 Optimized shape of FRP leaf spring(C.T-E.T-W)

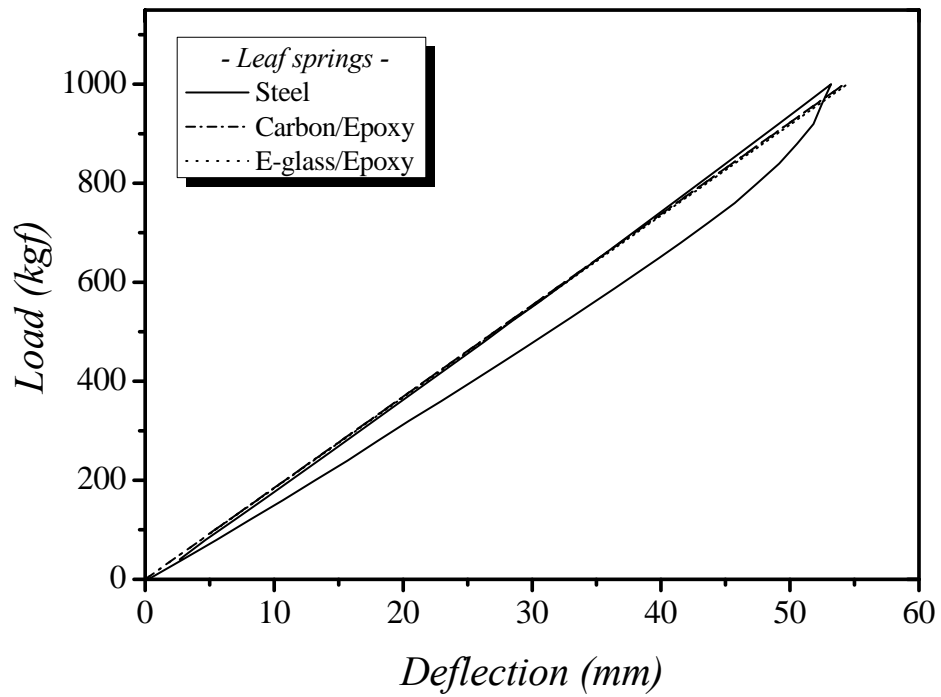


Fig. 6-12 Load-Deflection of steel and FRP leaf springs

Table 6-9 Static spring constant of steel and FRP leaf springs

	Steel leaf spring	FRP leaf spring	
		Carbon/Epoxy	E-glass/Epoxy
Spring constant (kgf/mm)	18.51	18.35	18.45

## 제 6 장 결 론

차량의 현가장치 중 리프스프링의 설계 및 시뮬레이션 결과에 대한 신뢰도를 높이기 위하여 리프스프링의 판간 접촉과 마찰력을 고려한 유한요소해석의 필요성과 타당성을 제시하였으며, 정적 및 동적 특성을 나타내는 비선형 이력곡선을 재현하여 이론식(전개법, 판단법) 및 실험과 비교·평가하여 검증하였다. 그럼으로써 실험 계획법에서 적용하고자 하는 steel 리프스프링의 특성에 FRP 리프스프링의 특성을 근접시키는 최적설계 기법을 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 리프스프링의 이론인 전개법과 판단법은 리프스프링의 하중에 따른 형상의 변화에서 판 사이의 마찰력을 고려하지 않기 때문에 이력현상이 나타나지 않았으나, 유한요소해석의 경우에는 판간 마찰력의 영향을 실험의 경우처럼 표현할 수 있었다.
2. 리프스프링의 이론(전개법, 판단법)을 정리하여 실험과 유한요소해석 값을 비교한 결과, 전개법을 제외한 판단법과 실험 및 유한요소해석의 정적 스프링상수가 허용 범위( $\pm 10\%$ )내에서 만족하였으며, 실제의 리프스프링처럼 하중에 따른 스프링상수 값의 변화와 이력곡선을 표현하는데 있어서 기존에 발표된 이론식만으로는 적당하지 않음을 알 수 있었다. 따라서 하중에 따른 스프링상수의 변화 및 이력곡선을 재현하기 위해서는 형상의 변화와 마찰력의 변화를 줄 수 있는 유한요소해석이 필요하였다.
3. 스프링상수는 실험과 유한요소해석 결과 모두 동일한 진폭에서 초기하중이 증가할수록 커지고 진폭이 커질수록 스프링상수가 작아지는 경향을 파악할 수 있

었으며, 초기하중과 진폭에 따른 실험과 유한요소해석의 스프링상수의 전체 편차는 0.44~4.30%로 실험 결과와 거의 근사하였다.

4. Steel 리프스프링과 최적설계 모델(FRP leaf spring)의 정적 스프링상수에 대한 유한요소해석 결과, 오차는 약 0.33~0.87% 정도로 거의 일치하였다. 그러므로 기존의 설계방법을 탈피한 실험계획법을 이용함으로써 간편한 설계방법을 제시하였다.
5. Steel 리프스프링은 판간 마찰에 의한 마찰 손실로 이력현상이 나타났으나, FRP 리프스프링에서는 판간 마찰이 없는 선형거동으로 마찰 손실로 인한 이력 현상이 나타나지 않았다.
6. 실험계획법을 바탕으로 steel 리프스프링의 특성 향상을 위하여 FRP 리프스프링의 최적화 방법을 제시하였으며, 설계 과정의 단축과 간편화 등 효율적인 설계로 인하여 여러 가지 기계부품 등의 적용이 확대될 것으로 기대된다.



## 참 고 문 헌

- 1) Gillespie, T. D., "Fundamentals of Vehicle Dynamics." Society of Automotive Engineers, 1992.
- 2) Fancher, P. S., Ervin, R. D., MacAdam, C. C., Winkler, C. B., "Measurement and Representation of the Mechanical Properties of Truck Leaf Springs." SAE, 800905, 1980.
- 3) Yamamoto, E., Hamano, T., Enomoto, H., Numazaki, I., "Characteristic of Hysteresis Curve of the Leaf Spring." SAE, 9530751, 1995.
- 4) 박규섭, "자동차 경량화의 현황과 전망." 『자동차경제』, 24-29, 1997.
- 5) 권문식, "한국자동차 신기술의 동향(VI)." 『한국자동차공학회지』, Vol. 26, No. 6, pp. 30-35, 2004.
- 6) Song, S. I., Bae, K. J., Lee, K. H. and Park, G. G., "Light weight Design for Automotive Door Using Optimizations and Design of Experiments." *Transactions of KSAE* 10:125-132, 2002.
- 7) Goette, T., Jakobi, R., "Fundamentals of the Dimensioning of Fibre/Plastics Composite Leaf Springs for Commercial Vehicle Application." *Kunststoffe* 75(2), pp. 100-104, 1985.
- 8) 이상관, 김병선, "섬유강화 복합재료와 자동차." 『한국자동차공학회지』, Vol. 18, No. 5, pp. 96-120, 1996.
- 9) 장중철, "Jeep 차량의 FRP Spring 소개." 아시아기보, pp. 111-124, 1996.
- 10) Aoyama, T., "The Calculation of a Tip Contact Leaf Spring." ばね論文

- 集, Vol. 16, pp. 47-50, 1971.
- 11) Aoyama, T., Tsurui, Y., "The Calculation of a Tip Tapered Contact Leaf Spring." *ばね論文集*, Vol. 19, pp. 64-67, 1974.
  - 12) *ばね技術委員會*, *ばね*(3 edition), 1989.
  - 13) SAE HS788, "Design and Application of Leaf Springs." 1990.
  - 14) Hamano, T., Itoh, M., "Analysis of Leaf Spring using Finite Element Method with a Joint Element." *ばね論文集*, Vol. 37, pp. 39-46, 1992.
  - 15) 박태원, 임홍재, 이기호, 박찬중, 정일호, "소형버스의 동역학 해석을 위한 판스프링 모델링기법 개발." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 6, No. 6, pp. 1-6, 1998.
  - 16) Song, J., Maruyama, Y., "Dynamic Characteristics of Leaf Spring by ADAMS software." *ばね論文集*, Vol. 38, pp. 31-36, 1993.
  - 17) 김동우, 임종훈, "테이퍼 판스프링 적용 차량의 승차감 향상에 관한 연구." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 4, No. 6, pp. 229-235, 1996.
  - 18) Shimoseki, M., Hayasaka, Y., "Analysis of Leaf Springs by RBMS Method." *ばね論文集*, Vol. 29, pp. 12-18, 1984.
  - 19) Nigro, N. J., "Equivalent One-dimensional System for Analysis of Taper Leaf springs." *J. of Engineering for industry*, 1976.
  - 20) Chishima, K., "Hysteresis characteristics of Laminated Spring (in the case of Small Amplitude)." *ばね論文集*, Vol. 10, pp. 38-45, 1964.
  - 21) Chishima, K., "Hysteresis characteristics of Laminated Spring (in the case of Large Amplitude)." *ばね論文集*, Vol. 12, pp. 74-79, 1967.

- 22) Chishima, K., Kurihara, Y., "On the Optimum Inter-leaf Friction force of Laminated Spring." *ばね論文集*, Vol. 16, pp. 40-46, 1971.
- 23) Ota, H., Yamamoto, T., "The Effect of interleaf Friction of Laminated Leaf Springs on their Vibration Characteristics." *ばね論文集*, Vol. 18, pp. 28-57, 1973.
- 24) Kato, K., Aoyama, T., "Calculation of Natural Frequencies and Modes of Leaf Springs depend on Successive Approximate Method." *ばね論文集*, Vol. 14, pp. 61-67, 1969.
- 25) K. Chishima, K., Takahashi, S., "Windup Vibration of Laminated Spring." *ばね論文集*, Vol. 12, pp. 80-86, 1967.
- 26) Cebon, D., "Simulation of the Response of Leaf Spring to Broad Band Random Excitation." *Vehicle system Dynamics*, Vol. 15, 1986.
- 27) Song, J., Maruyama, Y., "Dynamic Characteristics of Leaf Spring by ADAMS software." *ばね論文集*, Vol. 38, pp. 31-36, 1993.
- 28) Liu, W., "Nonlinear Analysis Theory of Single Leaf Steel Springs." SAE, 881744, 1988.
- 29) Aoyama, S., Yoshikawa, K., "Calculation of the Stress Distribution of Conventional Leaf Springs for Motor Truck Use." *ばね論文集*, Vol. 22, pp. 43-51, 1977.
- 30) ばね委員会, "Study on Lightness of Heavy Truck Leaf Spring." *ばね論文2集*, Vol. 23, pp. 37-105, 1978.
- 31) Aoyama, S., "Considerations for fatigue Life of Leaf Spring." *ばね論文*

- 集, Vol. 12, pp. 3-12, 1967.
- 32) Ota, K., "On the Reliability of Leaf Spring." *ばね論文集*, Vol. 15, pp. 56-63, 1970.
- 33) Rowland, F., "Variable Rate Leaf Springs-their Design and Characteristics." SAE, 730271, 1973.
- 34) Mikaila, J., "Two-stage Multi-Leaf Spring Design." SAE, 730272, 1973.
- 35) 문일동, 오재윤, "판스프링의 이력특성이 대형트럭의 조종성능에 미치는 영향에 관한 연구." 『한국자동차공학회논문집』 Vol. 9, No. 5, pp. 157-164, 2001.
- 36) 최선준, 최연창, 최재찬, 권혁홍 "현가장치용 겹판스프링의 설계프로그램 개발." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 3, No. 1, pp. 20-31, 1995.
- 37) 최선준, 권혁홍, 최재찬, "아이부를 갖지 않고 자유고가 큰 겹판스프링의 특성 해석." 『한국정밀공학회지』, Vol. 12, No. 5, pp. 88-97, 1995.
- 38) 최선준, 권혁홍, 최재찬, "현가장치장치에서의 공기스프링과 겹판스프링의 최적 조합방법 연구." 『한국정밀공학회지』, Vol. 12, No. 7, pp. 82-91, 1995.
- 39) 김광석, 이정우, 유완석, "차량동역학 해석을 위한 겹판스프링의 힘요소 모델링 기법 개발에 관한 연구." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 7, No. 1, pp. 187-191, 1999.
- 40) 유승환, 김영배, "상용차량의 비선형 Hotchkiss 스프링 모델링." 『한국 CAD/CAM학회논문집』, Vol. 7, No. 1, pp. 1-8, 2002.

- 41) Huchette, Paul V., "Composite Material Springs and Manufacture." *United States Patent* : 3900357, 1975.
- 42) Spear, P. W. and Paul, A. A., "A Fiber Reinforced Resin Composite Leaf Spring for Determining the Magnitude of a Load." *United States Patent* : 4411159, 1983.
- 43) Fukui, H. and Iwatsu, G., "Leaf Spring Construction." *United States Patent* : 3814410, 1974.
- 44) Daugherty, R. L., "Composite Leaf Springs in Heavy Truck Applications." Composite Materials Japan-US Conference, pp. 529-538, 1981.
- 45) Lea, M. and Dimmock, J., "The Development of Composite Leaf Springs for Commercial Vehicle Application." Fibre Reinforced Composites, International Conference, Liverpool, pp. 10.1-10.7, April, 1984.
- 46) Tanabe, K., Seino, T. and Kajio, Y., "Characteristics of Carbon/Glass Reinforced Plastic Leaf Spring." SAE, 820403, pp. 1628-1636, 1982.
- 47) Morris, C. J., "Composite intergrated Rear Suspension." *Composite Structures* 5, pp. 233-242, 1986
- 48) Yu, W. J. and Kim, H. C., "Double Tapered FRP Beam for Automotive Suspension Leaf Spring." *Composite Structures* 9, pp. 279-300, 1988.
- 49) "FRP Spring." Automotive Plastic Reports, Market Search Inc., pp. 4D/5-11, 1989.

- 50) Goette, T., Jakobi, R., "On the Development of Fiber/Plastics Composite Leaf Springs for Commercial Vehicle Application." *Kunststoffe* 75(6), pp. 355-361, 1985.
- 51) Erol, S. and Mathieu, G., "Design, Analysis, and Optimization of Composite Leaf Springs for Light Vehicle Applications." *Composite Structures* 44, pp. 195-204, 1999.
- 52) 유원재, "자동차 현가장치에의 응용을 위한 이중 테이퍼를 갖는 섬유강화복합재 판스프링." 박사학위논문, 1987.
- 53) 김호철, 유원재, "Composite 판스프링 제작시의 동적유전성 분석." 『한국복합재료학회지』, Vol. 4, No. 2, pp. 30-37, 1991.
- 54) 최홍섭, Achenbach, J. D., "횡방향 전단하중을 받는 단일방향 복합재료의 미시역학적 거동연구." 『대한기계학회논문집(A)』, Vol. 21, No. 11, pp. 1896-1911, 1997.
- 55) 이정환, 유순원, 최병하, 유환중, "다구찌 기법을 이용한 타이어의 속도내구력 수명예측." 『한국자동차공학회 추계학술대회논문집』, Vol. 2, pp. 454-459, 1996.
- 56) 백운태, 성활경, "유전자 알고리즘을 이용한 차량 승차감 개선에 관한 연구." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 6, No. 4, pp. 76-85, 1998.
- 57) 이희범, 이기호, 김태식, 손한규, 안찬우, "중형 트럭의 피칭 운동 저감을 위한 현가계의 설계 변수에 관한 해석적 연구." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 6, No. 3, pp. 154-160, 1998.
- 58) 박성현, 현대실험계획법(개정판), 민영사, 2003.

- 59) 이종원, "Taguchi방법에 의한 실험 계획." 『한국자동차공학회지』, Vol. 16, No. 6, pp. 3-16, 1989.
- 60) Sakai, T. and Maruyama, Y., "The Optimum Designing of Riding Comfort by Application of Taguchi Methods." *SAE Technical Paper* 912673, 1991.
- 61) Cheng, B., Yanagisawa, M., Shimoyama, A., "Analysis and Optimization on Bus Handling and Stability by Numerical Simulation." *Proceeding of the 8th International Pacific Conference on Automotive Engineering*, Paper No. 9530887, pp. 7-12, 1995.
- 62) Lee, Y. L., Dziuba Jr., J. C., Lu, M. W., "Vehicle handling design process using DOE." *Int. J. of Vehicle Design*, Vol. 18, No. 11, pp. 2883-2893, 1994.
- 63) 이윤기, "반응표면분석법을 이용한 Front Bump Steer의 최적설계." 전남대학교 박사학위논문, 2001.
- 64) 한형석, 박태원, "반응표면 분석법을 이용한 기구의 강건설계." 『한국정밀공학학회지』, Vol. 13, No. 10, pp. 56-61, 1996.
- 65) 이우혁, 박정진, 최주호, 이수용, "불확정성을 고려한 적층판 결합공정의 강건 최적설계." 『대한기계학회논문집(A)』, Vol. 31, No. 1, pp. 113-120, 2007.
- 66) Kang, S. H., Nam, K. H., Lee, G. H. and Sohn, H. G., "A Study of Handling Performance Optimization of a Medium Truck." *Proceedings of the 9th International Pacific Conference on Automotive Engineering*, Paper No. 971389, pp. 141-147, 1997.

- 67) Venter, G., Haftka, R. T., Chirehdast, M., "Response Surface Approximations for Fatigue Life Prediction." *AIAA-97-1331*, pp. 1383-1396, 1997.
- 68) 박찬경, 이광기, "반응표면모델에 의한 철도 차량 대차의 탄성조인트 최적설계." 『대한기계학회논문집(A)』, Vol. 24, No. 3, pp. 661-666, 2000.
- 69) 이태희, 이광기, 구자겸, "D-Optimal 반응표면모델에 의한 새시 프레임 최적설계." 『대한기계학회논문집(A)』, Vol. 24, No. 4, pp. 894-899, 2000.
- 70) 나승렬, 송정한, 허훈, 김현섭, "반응표면법을 이용한 차체 부재의 충돌성능 향상을 위한 설계 최적화." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 13, No. 4, pp. 81-89, 2005.
- 71) 홍을표, 신문균, 박경진, "승객 상해를 최소화하는 충돌특성곡선의 결정 및 반응표면을 이용한 충돌 부품의 최적설계." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 9, No. 2, pp. 116-129, 2001.
- 72) 송요선, 여홍태, 허관도, "반응표면분석법을 이용한 휠 베어링 허브 단조에 관한 연구." 『한국정밀공학회지』, Vol. 22, No. 8, pp. 100-107, 2005.
- 73) 신호철, 남지근, "사출성형 디스크의 진동특성 향상을 위한 공정조건 제어." 『대한기계학회논문집(A)』, Vol. 30, No. 6, pp. 615-621, 2000.
- 74) Sheu, G. J., Yang, S. M. and Yang, C. D., "Design of Experiments for the Controller of Rotor Systems With a Magnetic Bearing." *Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 200-207, 1997.
- 75) Dasgupta, A., Pecht, M. G. and Mathieu, B., "Design-of-Experiment



Methods for Computational Parametric Studies in Electronic Packaging." *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 30, pp. 125–146, 1998.

- 76) Loh, W., White, I., Rumpel, M. and Li, D., "The Application of Experimental Design Method to Brake Induced Vehicle Vibrations." SAE Technical Paper 980902, 1998.
- 78) 이광기, 모중운, 양욱진, "고속 안정성을 고려한 속업소버 최적설계." 『한국자동차공학회논문집』, Vol. 6, No. 4, pp. 1–8, 1998.
- 79) Jang, T. S., Lee, J. J. and Yoon, Y. S., "Occupant behaviour simulation using DADS and design of seat belt for occupant safety." *Int. J. Vehicle Design*, Vol. 21, Nos 4/5(Special Issue), pp. 402–423, 1999.
- 80) Singiresu, S. R., "Mechanical Vibration." Published by Addison–Wesley, 1992.

## 저작물 이용 허락서

학 과	기계공학과	학 번	20067580	과 정	박 사
성 명	한글 : 최 병 희      한문 : 崔炳熙      영문 : Choi, Byung-Hui				
주 소	광주광역시 서구 풍암동 우미아파트 105-1702				
연 락 처	E-Mail : cbh-1225@hanmail.net				
논문제목	한글 : 실험계획법을 이용한 차량 리프스프링의 최적설계				
	영문 : An Optimum Design of Vehicle Leaf Spring using Design Method of Experiment				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함.
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

동의여부 : 동의( O )      반대(   )

2008 년 8 월 일

저작자: 최 병 희 (인)

조선대학교 총장 귀하