



저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권으로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#) 

2008년 2월

석사학위논문

벽면효과를 고려한 후퇴익 주위의
3차원 초음속 유동장에 관한 연구

조선대학교 대학원

항공우주공학과

김태훈

벽면효과를 고려한 후퇴익 주위의 3차원 초음속 유동장에 관한 연구

*Numerical Analysis of Three Dimensional
Supersonic Flow over Sweepback Wing with Wall
Effect*

2008년 2월 25일

조선대학교 대학원

항공우주공학과

김태훈

벽면효과를 고려한 후퇴익 주위의 3차원 초음속 유동장에 관한 연구

지도교수 김 재 수

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함.

2007년 10월

조선대학교 대학원

항공우주공학과

김 태 훈

김태훈의 석사학위논문을 인준함

위 원 장 CFTech 대표이사

정 동 규



위 원 조선대학교 교수

김 재 수



위 원 조선대학교 교수

이 상 기



2007 년 11 월

조선대학교 대학원

목 차

<i>LIST OF FIGURES</i>	iii
<i>NOMENCLATURE</i>	ix
<i>ABSTRACT</i>	xi
 제 1 장 서론	 1
 제 2 장 지배방정식 및 좌표변환	 3
제 1 절 지배방정식	3
1. 3차원 비정상 압축성 <i>Navier-Stokes Equations</i>	3
제 2 절 무차원화	6
1. 무차원화 방법 사용	6
제 3 절 지배방정식의 좌표변환	8
1. <i>Jacobian of Transformation</i>	8
 제 3 장 수치해석기법	 10
제 1 절 <i>Second Order Upwind TVD Scheme</i>	10
1. <i>TVD Scheme</i> 의 개요	10
2. <i>First Order TVD Scheme</i>	12
3. <i>Second Order TVD Scheme</i>	16
가. <i>Harten Method</i>	16
나. <i>Flux Vector Split Method</i>	19
제 2 절 난류 모델 (<i>Turbulence Model</i>)	21
제 3 절 시간 이산화	23
제 4 절 병렬 처리 기법	25
 제 4 장 계산결과 및 고찰	 31
제 1 절 <i>Angle of Attack=0°</i> 인 벽면효과를 고려하지 않은	

2차원과 3차원 초음속 날개 유동	31
1. 격자계 및 경계조건	31
2. 받음각(<i>Angle of Attack</i>)이 0° 인 에어포일의 유동해석 결과 ...	34
제 2 절 <i>Angle of Attack</i> = 4° 인 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과	
3차원 초음속 날개 유동	40
1. 격자계 및 경계조건	40
2. 받음각(<i>Angle of Attack</i>)이 4° 인 에어포일의 유동해석 결과 ·	43
제 3 절 <i>Angle of Attack</i> = 10° 인 벽면효과를 고려하지 않은	
2차원과 3차원 초음속 날개 유동	46
1. 격자계 및 경계조건	46
2. 받음각(<i>Angle of Attack</i>)이 10° 인 에어포일의 유동해석 결과 ·	50
제 4 절 <i>Angle of Attack</i> = 0° 인 벽면효과를 고려한 3차원 초음속 날개 유동·	56
1. 격자계 및 경계조건	56
2. 받음각(<i>Angle of Attack</i>)이 0° 인 에어포일의 유동해석 결과 ...	58
제 5 절 <i>Angle of Attack</i> = 4° 인 벽면효과를 고려한 3차원 초음속 날개 유동 ..	62
1. 격자계 및 경계조건	62
2. 받음각(<i>Angle of Attack</i>)이 4° 인 에어포일의 유동해석 결과 ...	64
제 6 절 <i>Angle of Attack</i> = 10° 인 벽면효과를 고려한 3차원 초음속 날개 유동	66
1. 격자계 및 경계조건	66
2. 받음각(<i>Angle of Attack</i>)이 10° 인 에어포일의 유동해석 결과 ·	70
제 5 장 결론	76
참고문헌	78

LIST OF FIGURE

Fig. 1 고성능 병렬 컴퓨팅	26
Fig. 2 방송	26
Fig. 3 집합통신 (broadcast)	27
Fig. 4 MPI GATTER를 이용한 취합	28
Fig. 5 집합통신 (scatter & gather)	28
Fig. 6 병렬처리 노드별 속도향상 비	29
Fig. 7 노드별 계산 시간 비교 (Iteration=100)	30
Fig. 8 Computational domain	31
Fig. 9 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)	31
Fig. 10 Computational grid for the upper surface	32
Fig. 11 Computational grid for the three-dimensional wing	32
Fig. 12 Residual history for two-dimensional airfoil	33
Fig. 13 Residual history for three-dimensional wing	33
Fig. 14 Two-dimensional airfoil	34
Fig. 15 Three-dimensional wing	34
Fig. 16 Mohamed&Essam's C_p on the body	35
Fig. 17 Present-Cal.'s C_p on the body	35
Fig. 18 C_p on the body($M_\infty=1.5, \alpha=0^\circ$)	35
Fig. 19 P Contours at the two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5, \alpha=0^\circ$)	36
Fig. 20 C_p on the body(A-A)	37
Fig. 21 P contours at the A-A	37
Fig. 22 C_p on the body(B-B)	37
Fig. 23 P contours at the B-B	37
Fig. 24 C_p on the body(C-C)	38
Fig. 25 P contours at the C-C	38

Fig. 26 C_p on the body(D-D)	38
Fig. 27 P contours at the D-D	38
Fig. 28 C_p on the body(E-E)	38
Fig. 29 P contours at the E-E	38
Fig. 30 C_p on the upper surface	39
Fig. 31 P contours on upper surface of ONERA M6 wing	39
Fig. 32 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)	40
Fig. 33 Computational grid for the three-dimensional wing	40
Fig. 34 Residual history for two-dimensional airfoil	42
Fig. 35 Residual history for three-dimensional wing	42
Fig. 36 Two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=4^\circ$)	43
Fig. 37 Three-dimensional wing	43
Fig. 38 2D Present-Cal.'s C_p on the body	44
Fig. 39 P contours at the two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=4^\circ$)	44
Fig. 40 C_p on the body(A-A)	45
Fig. 41 P contours at the A-A	45
Fig. 42 C_p on the body(B-B)	45
Fig. 43 P contours at the B-B	45
Fig. 44 C_p on the body(C-C)	45
Fig. 45 P contours at the C-C	45
Fig. 46 C_p on the body(D-D)	46
Fig. 47 P contours at the D-D	46
Fig. 48 C_p on the body(E-E)	46
Fig. 49 P contours at the E-E	46
Fig. 50 C_p on the upper surface	47
Fig. 51 P contours on upper surface of ONERA M6 wing	47
Fig. 52 C_p on the lower surface	47

Fig. 53 <i>P</i> contours on lower surface of ONERA M6 wing	47
Fig. 54 Computational grid for the two-dimensional airfoil(<i>x-y</i> 면)	48
Fig. 55 Computational grid for the three-dimensional wing	48
Fig. 56 Residual history for two-dimensional airfoil	49
Fig. 57 Residual history for three-dimensional wing	49
Fig. 58 Two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=10^\circ$)	50
Fig. 59 Three-dimensional wing	50
Fig. 60 2D Present-Cal.'s C_p on the body	51
Fig. 61 <i>P</i> contours at the two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=10^\circ$)	51
Fig. 62 C_p on the body(A-A)	52
Fig. 63 <i>P</i> contours at the A-A	52
Fig. 64 vorticity at the A-A	52
Fig. 65 Streamline at the A-A	52
Fig. 66 C_p on the body(B-B)	52
Fig. 67 <i>P</i> contours at the B-B	52
Fig. 68 vorticity at the B-B	53
Fig. 69 Streamline at the B-B	53
Fig. 70 C_p on the body(C-C)	53
Fig. 71 <i>P</i> contours at the C-C	53
Fig. 72 vorticity at the C-C	53
Fig. 73 Streamline at the C-C	53
Fig. 74 C_p on the body(D-D)	54
Fig. 75 <i>P</i> contours at the D-D	54
Fig. 76 vorticity at the D-D	54
Fig. 77 Streamline at the D-D	54
Fig. 78 C_p on the body(E-E)	54
Fig. 79 <i>P</i> contours at the E-E	54
Fig. 80 vorticity at the E-E	55

Fig. 81 Streamline at the E-E	55
Fig. 82 C_p on the upper surface	55
Fig. 83 P contours on upper surface of ONERA M6 wing	55
Fig. 84 C_p on the lower surface	55
Fig. 85 P contours on lower surface of ONERA M6 wing	55
Fig. 86 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)	56
Fig. 87 Computational grid for the three-dimensional wing	56
Fig. 88 Residual history for three-dimensional wing	57
Fig. 89 Two-dimensional airfoil	58
Fig. 90 Three-dimensional wing	58
Fig. 91 C_p on the body(A-A)	59
Fig. 92 P contours at the A-A	59
Fig. 93 C_p on the body(B-B)	59
Fig. 94 P contours at the B-B	59
Fig. 95 C_p on the body(C-C)	60
Fig. 96 P contours at the C-C	60
Fig. 97 C_p on the body(D-D)	60
Fig. 98 P contours at the D-D	60
Fig. 99 C_p on the body(E-E)	61
Fig. 100 P contours at the E-E	61
Fig. 101 C_p on the upper surface	61
Fig. 102 P contours on upper surface of ONERA M6 wing	61
Fig. 103 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)	62
Fig. 104 Computational grid for the three-dimensional wing	62
Fig. 105 Residual history for three-dimensional wing	63
Fig. 106 Two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=4^\circ$)	64
Fig. 107 Three-dimensional wing	64
Fig. 108 C_p on the body(A-A)	65

Fig. 109 P contours at the A-A	65
Fig. 110 C_p on the body(B-B)	65
Fig. 111 P contours at the B-B	65
Fig. 112 C_p on the body(C-C)	66
Fig. 113 P contours at the C-C	66
Fig. 114 C_p on the body(D-D)	66
Fig. 115 P contours at the D-D	66
Fig. 116 C_p on the body(E-E)	66
Fig. 117 P contours at the E-E	66
Fig. 118 C_p on the upper surface	67
Fig. 119 P contours on upper surface of ONERA M6 wing	67
Fig. 120 C_p on the lower surface	67
Fig. 121 P contours on lower surface of ONERA M6 wing	67
Fig. 122 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x - y 면)	68
Fig. 123 Computational grid for the three-dimensional wing	68
Fig. 124 Residual history for three-dimensional wing	69
Fig. 125 Two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=10^\circ$)	70
Fig. 126 Three-dimensional wing	70
Fig. 127 C_p on the body(A-A)	72
Fig. 128 P contours at the A-A	72
Fig. 129 vorticity at the A-A	72
Fig. 130 Streamline at the A-A	72
Fig. 131 C_p on the body(B-B)	72
Fig. 132 P contours at the B-B	72
Fig. 133 vorticity at the B-B	73
Fig. 134 Streamline at the B-B	73
Fig. 135 C_p on the body(C-C)	73
Fig. 136 P contours at the C-C	73

Fig. 137 vorticity at the C-C	73
Fig. 138 Streamline at the C-C	73
Fig. 139 C_p on the body(D-D)	74
Fig. 140 P contours at the D-D	74
Fig. 141 vorticity at the D-D	74
Fig. 142 Streamline at the D-D	74
Fig. 143 C_p on the body(E-E)	74
Fig. 144 P contours at the E-E	74
Fig. 145 vorticity at the E-E	75
Fig. 146 Streamline at the E-E	75
Fig. 147 C_p on the upper surface	75
Fig. 148 P contours on upper surface of ONERA M6 wing	75
Fig. 149 C_p on the lower surface	75
Fig. 150 P contours on lower surface of ONERA M6 wing	75

NOMENCLATURE

a	<i>Local Speed of Sound</i>
C_p	<i>Pressure Coefficient</i>
C	<i>Chord Length</i>
e	<i>Internal Energy per Unit Mass, $p/(\gamma-1) + \rho(u_x^2 + u_y^2)/2$</i>
F, G, H	<i>Inviscid Flux Components in Navier-Stokes Equations</i>
F_v, G_v, H_v	<i>Viscous Flux Components in Navier-Stokes Equations</i>
i, j, k	<i>Grid Index in ξ-, η-, ζ- Directions</i>
J	<i>Jacobian of Coordinate Transformation</i>
α	<i>Angle of Attack</i>
e_t	<i>Total Energy</i>
M_∞	<i>Free Stream Mach Number</i>
p	<i>Static Pressure</i>
Pr	<i>Prandtl Number, 0.72</i>
Q	<i>Conservative Flow Variable Vector</i>
Re	<i>Reynolds Number, $\rho_\infty V_\infty D / \mu_\infty$</i>
t	<i>Time</i>
T	<i>Static Temperature</i>
U	<i>Freestream Velocity (m/s)</i>
u, v, w	<i>Cartesian Velocity Components in x, y Directions</i>
x, y, z	<i>Cartesian Coordinates in Streamwise and Normal Directions</i>
y^+	<i>Law-of-the-Wall Conditions</i>
μ	<i>Viscosity</i>
ρ	<i>Density</i>

Greek Symbols

γ	<i>Specific Heat Ratio (1.4 for Air)</i>
$\Delta x, \Delta y$	<i>Computational Mesh Step Sizes</i>
μ, μ_t	<i>Molecular and Turbulent Viscosity Coefficient</i>
ξ, η, ζ	<i>Computational Coordinates in Streamwise and</i>

Normal Directions

$\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ *Metric Coefficients of the Coordinate Transformation*

ρ *Fluid Density*

τ *Shear and Normal Stress Components*

k *Turbulent Kinetic Energy*

ω *Turbulent Kinetic Energy Dissipation Rate*

Γ *Sakar's Compressibility Correction Function*

δ^* *Displacement Thickness*

Subscripts and Superscripts

$(\cdot)_t$ *Turbulent*

$(\cdot)_\infty$ *Free Stream Condition*

$(\cdot)_{ref}$ *Reference Value*

$*$ *Sonic Condition; also Non-Dimensional Variable*

ABSTRACT

Numerical Analysis of Three Dimensional Supersonic Flow over Sweepback Wing with Wall Effect

by Kim, Tae-Hoon

Advisor : Prof. Kim, Jae-Soo, Ph. D.

*Department of Aerospace Engineering,
Graduate School of Chosun University*

The supersonic flow around sweep back wings was investigated by two- and three-dimensional numerical analysis using the Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) equation with the Wilcox's $k - \omega$ turbulence model. The 2nd-order upwind TVD scheme based on the flux vector split using Van Leer's limiter was used as the numerical method. Numerical calculations were performed by the parallel processing with time discretizations carried out by the 4th-Order Runge-Kutta method. The taper ratio of wing is 0.6 for the sweep back wings. The Mach number and the Reynolds number were 1.5 and 1.0×10^4 , respectively.

Pressure Coefficient(C_p) for the two-dimensional airfoil flow was compared with the reference literature[1]. And Airfoil's Pressure Coefficient(C_p) when the angle of

attack(AOA) was 0.0° computed, the first case of the three-dimensional wing at the angle of attack(AOA)'s 0.0° and considering the wall effect condition was computed the Pressure Coefficient(C_p). Second case of the three-dimensional wing at the angle of attack(AOA)'s 0.0° and ignore wall condition was computed the Pressure Coefficient(C_p). And Third case of the three-dimensional wing at the angle of attack(AOA)'s 4.0° , 10.0° and considering the wall effect condition was computed the Pressure Coefficient(C_p). The analysis cases of the three-dimensional wing are 6.

제 1 장 서 론

20세기 초 라이트 형제의 동력 비행의 성공 이후 빠른 비행기의 발전이 있어 왔으며 이는 비행기 날개의 발전에 따라 이루어졌다고 할 수 있다. 특히 비행기 날개의 발전은 날개의 단면 형상인 에어포일(airfoil)의 개발과 그 성능의 형상에 대부분 기인한다[1].

에어포일(airfoil)주변의 유동흐름은 공기역학(aerodynamics)의 가장 기초적인 문제를 다루는 학문이라 할 수 있다. 또한 20세기 초부터 현재까지 날개형태와 에어포일의 형상에 대한 연구는 꾸준히 수행되어 왔으며, 특히 초음속으로 비행하는 날개에서의 유동은 받음각에 따른 유동의 박리와 재 부착, 와류의 생성과 소멸, 충격파와 팽창파 등과 같은 매우 복잡한 유동현상을 보인다. 그리고 받음각에 따른 와류의 벽면효과와 세장비에 따른 3차원 특성을 나타내게 된다.

이러한 날개주위에서 발생되어지는 복잡한 유동현상은 와류의 생성과 소멸, 동체를 통한 벽면효과에 의해 유동의 소음과 진동을 유발시키며, 그로 인한 날개 내부의 크랙(creak) 발생과 날개 구조물의 파손, 공기역학적인 성능과 안정성에 커다란 악영향을 미치게 된다.

지금까지 대부분의 연구자들은 아음속, 천음속에 관한 연구를 수행하였고, 초음속에 대한 연구는 방대한 계산 량의 요구로 인하여 이루지기 힘든 실정이었다. 하지만 병렬처리(Parallel Processing)기법의 발전으로 인하여 3차원 계산이 가능하게 되었다. 지금까지 날개 주위의 초음속 유동에 대한 연구결과를 보면, 받음각(Angle of Attack)에 따른 앞전과 뒷전에서 2개의 분리된 박리영역이 발생되며, 날개의 윗면과 뒷전사이에는 후류가 발생하여 압력변동을 일으키며 이로 인하여 양력과 항력의 변화를 초래하며, 진동과 소음의 문제까지도 발생시킨다.

CFD를 도구로 하여 완전한 항공기 주위의 유동장을 해석하려는 욕구는 과거 몇 십년간 꾸준히 증가되어 왔다. 초기에는 적은 컴퓨터 메모리와 느린 계산 속도의 탓으로 천음속 미소 섭동 방정식과 완전 퍼텐셜 방정식을 푸는데 만족해야 했으나 점차 비 점성 Euler 방정식을 풀어 엔트로피 구배가 있는 유동장을 해석하였으며 강한 충격파를 수반한 유동장의 압력계수 등과 같은 유용한 자료들을 구할 수 있었다. 국내에서는 완전한 3차원 항공기 형상에 대한 Euler Solver가 국방과학연구소 장기 기초 제1단계 연구에서 이루어졌다. 하지만 Euler Solver는 경

계층의 두께나 난류의 성장 등에 대한 정보를 가지고 있지 않으며 마찰계수와 같은 물리량들은 산출할 수가 없고, 점성과 비 점성 영역간의 상호작용과 같은 현상들도 규명할 수 없다. 점성 유동 연구의 초기에는 적은 메모리와 계산 시간으로 점성 영향을 확인할 수 있는, Euler 방정식과 경계층 방정식을 연계한 점성 상관 기법이 사용되었으며 이들은 복잡한 형상을 가진 항공기에도 적용될 수 있다. 그러나 이 방법은 경계층의 두께를 반복 계산해야 하고 경계층의 경계면을 결정하는 유동 변수들이 부정확하다는 단점 때문에, 박리 영역이 크지 않을 경우에 사용이 가능한 Thin layer Navier-Stokes 방정식[2]이나, 좀 더 복잡하지만 한층 더 완전한 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 3차원 항공기 주위의 유동장을 해석하려는 노력으로 점차 확대 되었다[3,4,5].

본 연구는 비정상, 압축성의 3차원 Unsteady Reynolds Averaged Navier-stokes (RANS) 방정식에 $k-w$ 난류 모델을 적용하여 2차원으로 수치해석 된 Mohamed Hafez & Essam Wahba[6]의 결과와 비교 및 검증 후 이를 확장하여 3차원 계산에 적용하여, 벽면효과 여부와 더불어 받음각에 따른 후퇴익 날개인 3차원 Onera M6 날개의 유동해석을 목적으로 한다.

제 2 장 지배방정식 및 좌표변환

제 1 절 지배방정식

1. 3차원 비정상 압축성 *Navier-Stokes Equations*

본 연구와 같은 초음속 유동 문제를 정확하게 계산하기 위해서는 압축성 Navier-Stokes 방정식이 요구되어지는데, 3차원 비정상 압축성 Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 무차원화 되어진 3차원 직교좌표계의 보존형(Conservation Form)으로 나타내면 다음과 같다. 2차원의 경우에 대해서는 3차원에 대해 유도된 식에서 Z-방향에 대한 항만을 삭제시키면 된다[7].

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} + S_v \quad \text{식(2-1)}$$

여기서 Q 는 무차원 보존형의 유량함수벡터(Conservative Flow Variable Vector)를 나타내며 E, F, G 는 각각 x, y, z 방향의 비 점성 유속벡터(Inviscid Flux Vector)이고, E_v, F_v, G_v 는 각각의 점성유속벡터(Viscid Flux Vector)를 나타낸다. S_v 항은 난류계산에 사용되는 소스 항이며, 유동변수벡터와 각 유속벡터들은 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho e_t + p)u \end{bmatrix} \quad \text{식(2-2)}$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho e_t + p)v \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho e_t + p)w \end{bmatrix} \quad \text{식(2-3)}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ e_v \end{bmatrix}, \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ f_v \end{bmatrix}, \quad G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ g_v \end{bmatrix} \quad \text{식(2-4)}$$

ρ, u, v, w, p, e_t 는 각각 밀도, x, y, z 방향의 속도성분, 압력, 총에너지(Total Energy)를 의미하며 이상기체(공기의 경우 : $\gamma = 1.4$)에서 총에너지와 총 엔탈피의 관계식은 다음과 같다.

$$e_t = \frac{p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad , \quad h_t = e_t + \frac{p}{\rho} \quad \text{식(2-5)}$$

점성유속벡터에서 점성응력텐서 τ 는 Newtonian 유체의 가정에 따라 다음과 같이 정의되며, μ 와 λ 는 점성계수로 두 계수의 관계는 열적평형상태(Thermal Equilibrium)에서 Stokes가정에 따라 다음과 같이 나타낸다.

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad \text{식(2-6)}$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$e_v = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)Pr} \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{식(2-7)}$$

$$f_v = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)Pr} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$g_v = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)Pr} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$T = c^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma(\gamma-1) \left[e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right]$$

이상기체 상태방정식을 이용하여 압력 p 와 열 유속 q_i 의 정의는 다음과 같다.

$$p = \rho(\gamma-1) \left(e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right) \quad \text{식 (2-8)}$$

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial (p/\rho)}{\partial x}$$

$$q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial (p/\rho)}{\partial y}$$

$$q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial (p/\rho)}{\partial z}$$

여기서 k 는 열전달계수, Pr 는 Prantle계수를 나타낸다.

제 2 절 무차원화

1. 무차원화 방법 사용

유체의 지배방정식을 무차원화 할 경우, 기하학적으로 유사한 상황에서 동력학적으로 유사성을 얻을 수 있으며, 마하수나 레이놀즈수와 같은 무차원수로써 유동의 상사성을 판단할 수 있고, 변수의 크기를 표준화함으로써 반복연산에 따른 정확도의 감소를 막을 수 있다. 무차원화에는 여러 가지 방법이 있으나 본 연구에서는 다음과 같은 무차원화[8] 방법을 사용하였다.

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad z^* = \frac{z}{L}$$

$$u^* = \frac{u}{u_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{v_\infty}, \quad w^* = \frac{w}{w_\infty}$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty}, \quad t^* = t \frac{u_\infty}{L}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}$$

$$\hat{T} = \frac{T}{T_\infty}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho_\infty u_\infty^2}$$

$$e_t^2 = \frac{e_t}{u_\infty^2}$$

$$Re_\infty = \frac{\rho_\infty u_\infty L}{\mu_\infty}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

L은 무차원화를 위한 특성길이, 첨자 ∞ 는 자유흐름조건을 나타내며 이 후 편의를 위해 무차원 변수를 뜻하는 기호 *는 생략하고 지배방정식을 정리하면 무차원화 된 3차원 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\sqrt{\gamma_{\infty}} M_{\infty}}{Re_{\infty}} \left(\frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} + S_v \right) \quad \text{식 (2-9)}$$

제 3 절 지배방정식의 좌표변환

1. *Jacobian of Transformation*

수치해석기법의 효율성과 경계조건의 적용을 간단히 하기위하여 지배방정식의 직교좌표계 (x, y, z) 에서 일반 곡선 좌표계 (ξ, η, ζ) 로 변환하였다. 이때 직교좌표계에서의 독립변수 q 가 일반좌표계에서도 유지되도록 변환을 정할 수 있고, 이와 같은 변환을 통하여 보존법칙이 그대로 유지될 수 있다. 주어진 직교좌표계의 물리영역을 다음과 같은 변환을 통하여 계산영역으로 변환하였다.

$$\begin{aligned}\xi &= \xi(x, y, z) \\ \eta &= \eta(x, y, z) \\ \zeta &= \zeta(x, y, z)\end{aligned}\tag{2-10}$$

위의 좌표변환에 대하여 편미분 방정식의 Chain 법칙에 의하면,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \zeta}\tag{2-11}$$

하첨자 표시법을 활용하여 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta}\end{aligned}\tag{2-12}$$

좌표변환을 해서 얻어진 지배 방정식은 다음과 같다[8].

$$\frac{\partial \overline{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \overline{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \overline{G}}{\partial \zeta} = \left(\frac{\partial \overline{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \overline{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \overline{G}_v}{\partial \zeta} + \overline{S} \right) \quad \text{식(2-13)}$$

여기서 보존량 \overline{Q} 와 플럭스벡터 $\overline{E}, \overline{F}, \overline{G}, \overline{E}_v, \overline{F}_v, \overline{G}_v$ 는 다음과 같다.

$$\overline{Q} = \frac{Q}{J} \quad \text{식(2-14)}$$

$$\overline{E} = \frac{1}{J} (\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G)$$

$$\overline{F} = \frac{1}{J} (\eta_x E + \eta_y F + \eta_z G)$$

$$\overline{G} = \frac{1}{J} (\zeta_x E + \zeta_y F + \zeta_z G)$$

$$\overline{E}_v = \frac{1}{J} (\xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v)$$

$$\overline{F}_v = \frac{1}{J} (\eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v)$$

$$\overline{G}_v = \frac{1}{J} (\zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v)$$

제 3 장 수치해석기법

제 1 절 Second Order Upwind TVD Scheme

1. TVD Scheme의 개요

TVD(Total Variation Diminishing) Schemes은 크게 First-Order TVD Scheme과 Second-Order TVD Scheme로 구분 지을 수 있으며, 아래와 같은 특징을 갖는다 [8].

- ① 모든 Monotone Scheme은 1차 TVD Scheme에 속한다.
- ② 일반적으로 파동방정식에 대한 Explicit Scheme을 다음의 형태로 표현할 때

$$u_i^{n+1} = u_i^n + A_{i+\frac{1}{2}} \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n + B_{i-\frac{1}{2}} \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-1)}$$

$$\Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n = u_{i+1} - u_i$$

$$\Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n = u_i - u_{i-1}$$

여기서 A, B는 Schemes에 따라 결정되는 계수이다.

A = 0, B = 1 일 때 → 후방차분,

A = 1, B = 0 일 때 → 전방차분,

A = $\frac{1}{2}$, B = $\frac{1}{2}$ 일 때 → 중앙차분

Harten[9]에 의하면 (식 3-1)이 TVD가 되기 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$A_{i+\frac{1}{2}} \geq 0 \quad \text{식(3-2)}$$

$$B_{i-\frac{1}{2}} \geq 0$$

$$0 \leq A_{i+\frac{1}{2}} + B_{i+\frac{1}{2}} \leq 1$$

- ③ TVD 특징은 Homogenous Scalar Hyperbolic Conservation Equations에서만

적용되고, Non-Homogenous Hyperbolic Equations에서는 제한적으로 적용된다.

④ Flux Limiter의 사용에 의하여 Second-Order TVD Schemes이 개발 되었는데, 이 Scheme은 Smooth Region에서는 Second-Order이고, 큰 구배가 있는 지역에서는 First-Order로 전환된다.

⑤ Boundary Condition의 적용은 어렵고, 일반적으로 Interior과 Boundary Formulation의 결합을 위한 TVD 특징의 증명은 힘들다.

⑥ TVD Scheme의 비선형 방정식과 다차원 system의 확장은 정립되지 않았지만 수치실험에 의하면 이들에 의한 확장이 가능한 것으로 알려져 있고, 다차원 system에도 TVD Scheme가 사용되고 있다.

⑦ TVD Scheme는 불연속성을 가지고 있는 면의 계산에 사용되고 있다고 알려져 있으나, 선형 dissipation term과 비교할 경우 더욱 계산 시간이 오래 걸리게 된다.

⑧ TVD Scheme은 Shock Smearing하는 동안 면에서의 진동을 감소시킨다.

⑨ TVD Scheme는 Central Difference을 기본으로 하며, Symmetric TVD Scheme이라 부르며, One-Sided Difference를 기본으로 하는 것을 Upwind TVD Scheme라 한다.

2. First Order TVD Scheme

Inviscid Burgers Equation은 다음과 같다[7].

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad \text{식(3-3)}$$

이를 Explicit, First-Order Upwind Algorithm으로 다시 쓰게 되면,

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \begin{cases} E_{i+1}^n - E_i^n & \text{for } \alpha_{i+\frac{1}{2}} < 0 \\ E_i^n - E_{i-1}^n & \text{for } \alpha_{i-\frac{1}{2}} > 0 \end{cases} \quad \text{식(3-4)}$$

여기서, α 는 속도 개념으로 사용되며,

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} u_i^n & \text{if } \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n = 0 \\ \frac{E_{i+1}^n - E_i^n}{u_{i+1}^n - u_i^n} & \text{if } \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n \neq 0 \end{cases} \quad \text{식(3-5)}$$

(식 3-4)를 다시 표현하면,

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[1 - \text{Sgn}(\alpha_{i+\frac{1}{2}}) \right] (E_{i+1}^n - E_i^n) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[1 + \text{Sgn}(\alpha_{i-\frac{1}{2}}) \right] (E_i^n - E_{i-1}^n) \quad \text{식(3-6)}$$

(식 3-5)와 유사하게, $\alpha_{i-\frac{1}{2}}$ 을 정의하면,

$$\alpha_{i-\frac{1}{2}} = \begin{cases} u_i^n & \text{if } \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n = 0 \\ \frac{E_i^n - E_{i-1}^n}{u_i^n - u_{i-1}^n} & \text{if } \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \neq 0 \end{cases} \quad \text{식(3-7)}$$

(식 3-5)와 (식 3-7)를 (식 3-6)에 대입하여 다시 쓰면,

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\alpha_{i-\frac{1}{2}} \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n - \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n + \alpha_{i-\frac{1}{2}} \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n + \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-8)}$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(E_{i+1}^n - E_i^n) + (E_i^n - E_{i-1}^n) - \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n + \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-9)}$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(E_{i+1}^n + E_i^n) - \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n - (E_i^n + E_{i-1}^n) + \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-10)}$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(E_{i+1}^n - E_{i-1}^n) \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n + \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-11)}$$

(식 3-10)은 Flux Limiter와 종종 연결하여 쓰이며, 이를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[h_{i+\frac{1}{2}}^n - h_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-12)}$$

여기서,

$$\begin{aligned} h_{i+\frac{1}{2}}^n &= \frac{1}{2} \left[(E_{i+1}^n + E_i^n) - \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n \right] \\ h_{i-\frac{1}{2}}^n &= \frac{1}{2} \left[(E_i^n + E_{i-1}^n) - \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \end{aligned} \quad \text{식(3-13)}$$

이며, h는 Numerical Flux Function으로 정의 된다.

TVD Scheme을 다시 정의하기 위해서, (식 3-2)를 다시 사용하며, (식 3-1)는 일반적인 Explicit 형식의 방정식인 (식 3-8)형태로 다시 쓰면 아래와 같다.

(식 3-10)은 Flux Limiter와 종종 연결하여 쓰이며, 이를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad \text{식(3-14)}$$

$$\left(\left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| - \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right) \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| + \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right) \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n$$

혹은,
$$u_i^{n+1} = u_i^n + A_{i+\frac{1}{2}} \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n - B_{i-\frac{1}{2}} \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-15)}$$

여기서,

$$A_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| - \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right) \quad \text{식(3-16)}$$

$$B_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| + \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right)$$

$$B_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| + \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right) \quad \text{식(3-17)}$$

로 정의 된다.

Numerical Scheme의 특성을 갖는 TVD는 아래와 같은 조건을 따를 때, 안정할 수 있다.

$$A_{i+\frac{1}{2}} \geq 0 \quad \text{식(3-18)}$$

$$B_{i-\frac{1}{2}} \geq 0 \quad \text{식(3-19)}$$

$$0 \leq A_{i+\frac{1}{2}} + B_{i+\frac{1}{2}} \leq 1 \quad \text{식(3-20)}$$

(식 3-18)과 (식 3-19)는 (식 3-16)에 의하여 항상 안정된다. 그리고 (식 3-20)는 (식 3-16)과 (식 3-17)를 다시 사용하면,

$$0 \leq \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad \text{식(3-21)}$$

가 되며, 이는 Courant Number Type가 된다. First-Order Upwind Scheme의 TVD 특성은 Courant Number에 의하여 안정성이 결정된다.

(식 3-11)을 다시 고려하면,

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{i+1}^n - E_{i-1}^n) + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n - \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \right) \quad \text{식(3-22)}$$

(식 3-22)를 Multi-Step Fashion에서 쪼개어 풀게 되면 아래와 같다.

$$u_i^* = u_i^n - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{i+1}^n - E_{i-1}^n) \quad \text{식(3-23)}$$

그리고

$$u_i^{n+1} = u_i^* + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\phi_{i+\frac{1}{2}}^n - \phi_{i-\frac{1}{2}}^n \right) \quad \text{식(3-24)}$$

$$\text{여기서, } \phi_{i+\frac{1}{2}}^n = \left| \alpha_{i+\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-25)}$$

$$\phi_{i-\frac{1}{2}}^n = \left| \alpha_{i-\frac{1}{2}} \right| \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-26)}$$

(식 3-25)와 (식 3-26)에서 ϕ 는 Flux Limiter Function이다.

3. Second Order TVD Scheme

가. Harten Method

정확도가 1차에서 2차로 올라갔을 때 Harten[9]은 유량벡터 \overline{E} 를 다음과 같이 정의 하였다.

$$\overline{E} = E + G \quad \text{식(3-27)}$$

G 는 Second order TVD의 limiter이며, 일반화된 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[h_{i+\frac{1}{2}}^n - h_{i-\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-28)}$$

$$h_{i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} \left[E_{i+1}^n + E_i^n + \phi_{i+\frac{1}{2}}^n \right] \quad \text{식(3-29)}$$

$$h_{i-\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} \left[E_i^n + E_{i-1}^n + \phi_{i-\frac{1}{2}}^n \right]$$

Harten-Yee의 Upwind TVD Limiter의 정의에 의하여 limiter는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = (G_{i+1} + G_i) - \psi \left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i-\frac{1}{2}} \right) \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-30)}$$

$$\psi(y) = \begin{cases} |y| & \text{for } |y| \geq \epsilon \\ \frac{(y)^2 + \epsilon^2}{2\epsilon} & \text{for } |y| < \epsilon \end{cases} \quad \text{식(3-31)}$$

ϕ 는 각각의 방정식이 TVD 성질을 만족하도록 구성된 벡터 행렬이다.

여기서 $0 \leq \epsilon \leq 0.125$ 이면

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \frac{E_{i+1} - E_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & \text{for } \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ \frac{u_{i+1} + u_i}{2} & \text{for } \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases} \quad \text{실제물리성분} \quad \text{식(3-32)}$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \frac{G_{i+1} - G_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & \text{for } \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & \text{for } \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases} \quad \text{인공물리성분} \quad \text{식(3-33)}$$

Limiter G의 특성은 아래와 같다[8].

$$G_i = S \times \max \left\{ 0, \min \left[\sigma_{i+\frac{1}{2}} \left| \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \right|, S \times \sigma_{i-\frac{1}{2}} \Delta u_{i-\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad \text{식(3-34)}$$

$$S = \text{Sgn} \left(\Delta u_{i+\frac{1}{2}} \right) = \frac{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}}{\left| \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \right|} \quad \text{식(3-35)}$$

$$\sigma_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[\psi \left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} \right)^2 \right] \quad \text{식(3-36)}$$

(식 3-30)을 다시 쓰면

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = \sigma \left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} \right) (G_{i+1} + G_i) - \psi \left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i+\frac{1}{2}} \right) \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-37)}$$

$$\phi_{i-\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i-\frac{1}{2}}\right)(G_i + G_{i-1}) - \psi\left(\alpha_{i-\frac{1}{2}} + \beta_{i-\frac{1}{2}}\right)\Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n \quad \text{식(3-38)}$$

$$\sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) + \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) \begin{cases} \frac{G_{i+1} - G_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & , \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & , \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases}$$

Limiter G_i 는 여러 방법 중 아래와 같은 방법을 본 연구에서는 채택하여 사용 하였다.

$$G_i = \min\text{mod}\left(\Delta u_{i-\frac{1}{2}}, \Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right) \quad \text{식(3-39)}$$

나. Flux Vector Split Method

시간 이산화 과정에서 증가 벡터는 $\Delta Q = Q_{n+1} - Q_n$, $\Delta E = E_{n+1} - E_n$, $\Delta F = F_{n+1} - F_n$, 그리고 $\Delta G = G_{n+1} - G_n$ 으로 정의되어진다. 증가 벡터 함수 ΔE , ΔF , 그리고 ΔG 를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial Q} \Delta Q = A \Delta Q \quad \text{식(3-40)}$$

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial Q} \Delta Q = B \Delta Q$$

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial Q} \Delta Q = C \Delta Q$$

여기서, A , B , C 는 각각 Jacobian matrices이다.

$$A_\xi = D \left[U, U, U + C(\xi x^2 + \xi y^2)^{1/2}, U - C(\xi x^2 + \xi y^2)^{1/2} \right], \quad \text{식(3-41)}$$

$$A_\eta = D \left[V, V, V + C(\eta x^2 + \eta y^2)^{1/2}, V - C(\eta x^2 + \eta y^2)^{1/2} \right],$$

$$A_\zeta = D \left[W, W, W + C(\zeta x^2 + \zeta y^2)^{1/2}, W - C(\zeta x^2 + \zeta y^2)^{1/2} \right]$$

여기서, C 는 음속을 나타내고, D 는 대각선 행렬(diagonal matrix)를 나타낸다.

$\lambda^\pm = (\lambda \pm |\lambda|)/2$ 에 의해 고유 값이 분할될 때, mach=0.0과 ± 1.0 은 불연속 구배를 가지고 있다. 그 불연속적인 요소들은 음속의 해를 구하는데 있어 결함을 만들어 낸다. 왜냐하면 그 고유 값은 갑작스럽게 영(zero)이 되거나 비영(non-zero)값이 되기 때문이다. 이것은 mach=0.0과 ± 1.0 근처에서 파장 전파의 정보의 변화가 충분치 않음을 의미한다. 이런 문제점을 극복하기 위해, Van Leer[10]는 연속적인 구배 유량 벡터들을 개발하였고, Liang와 Chan은 smooth[11] 함수를 도입하였다.

이 논문에서, 고유 값들은 추가적인 함수의 도입으로부터 2개의 연속적인 구배로 분할하게 된다. :

$$\lambda_i^\pm = \frac{\lambda_i \pm |\lambda_i|}{2} \pm \epsilon(\alpha), \quad \text{식(3-42)}$$

$$\epsilon(\alpha) = \frac{C}{4\epsilon_0} \alpha^2 = \frac{C}{2} \alpha + \frac{C}{4} \epsilon_0$$

여기서, $\alpha = M-1, M$, 또는 $M+1$ ($|\alpha| \leq \epsilon_0$)이다.

Jacobian matrices 변환 행렬 T 와 이것의 역행렬인 T^{-1} 로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= T_\xi \Lambda_\xi T_\xi^{-1} = T_\xi (\Lambda_\xi^+ + \Lambda_\xi^-) T_\xi^{-1} \\ &= T_\xi \Lambda_\xi^+ T_\xi^{-1} + T_\xi \Lambda_\xi^- T_\xi^{-1} = A^+ + A^-, \end{aligned} \quad \text{식(3-43)}$$

$$\begin{aligned} B &= T_\eta \Lambda_\eta T_\eta^{-1} = T_\eta (\Lambda_\eta^+ + \Lambda_\eta^-) T_\eta^{-1} \\ &= T_\eta \Lambda_\eta^+ T_\eta^{-1} + T_\eta \Lambda_\eta^- T_\eta^{-1} = B^+ + B^-, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= T_\zeta \Lambda_\zeta T_\zeta^{-1} = T_\zeta (\Lambda_\zeta^+ + \Lambda_\zeta^-) T_\zeta^{-1} \\ &= T_\zeta \Lambda_\zeta^+ T_\zeta^{-1} + T_\zeta \Lambda_\zeta^- T_\zeta^{-1} = C^+ + C^-. \end{aligned}$$

왜냐하면, 유량 벡터 E, F , 그리고 G 는 Q 의 동차 함수이기 때문이며, 아래와 같이 분할된다.

$$\begin{aligned} E &= A Q = (A^+ + A^-) Q = A^+ Q + A^- Q = E^+ + E^-, \\ F &= B Q = (B^+ + B^-) Q = B^+ Q + B^- Q = F^+ + F^-, \\ G &= C Q = (C^+ + C^-) Q = C^+ Q + C^- Q = G^+ + G^-. \end{aligned} \quad \text{식(3-44)}$$

제 2 절 난류 모델 (Turbulence Model)

실험적인 관측으로부터 초음속 혼합층(mixing layer)의 확산율(spreading rate)은 마하수가 증가함에 따라 감소한다는 것이 증명되었다. 이 마하수(Mach Number)의 증가에 따른 확산율의 감소를 비압축성 난류모델은 제대로 묘사하지 못하는 것 또한 잘 알려진 사실이다. 이러한 사실은 많은 연구자들로 하여금 비압축성 난류모델이 압축성 효과를 설명할 수 있도록 수정하게 하는 원인이 되었다.

Two-Equation 난류는 Kolmogorov(1942)에 의해 처음으로 제시되었다. kolmogorov는 난류운동에너지를 그의 난류 매개변수와 Prandtl(1945)수의 차분방정식에서 선택하여 사용하였다. 그 후에 Wilcox는 Sarkar와 Zeman의 모델의 경계층 유동의 예측에 적합하지 않음을 밝히고 경계층 유동에 적용 가능한 팽창-소산항($k - \omega$) 모델을 제시하였다.

$k - \omega$ 난류모델은 다음 식과 같이 정리가 된다[12].

① 운동학적 점성률 :

$$\nu_T = k/\omega \quad \text{식(3-45)}$$

② 난류 운동 에너지 :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma^* \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad \text{식(3-46)}$$

③ 비 소산율 :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma \nu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad \text{식(3-47)}$$

④ 근사계수 및 보조관계식 :

$$\alpha = \frac{13}{25} \quad , \quad \beta = \beta_o f_\beta \quad , \quad \beta^* = \beta_o^* f_{\beta^*} \quad , \quad \sigma = \frac{1}{2} \quad , \quad \sigma^* = \frac{1}{2} \quad \text{식(3-48)}$$

$$\beta_o = \frac{9}{125} \quad , \quad f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega} \quad , \quad \chi_\omega \equiv \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_o^*\omega)^3} \right|$$

$$\beta_o^* = \frac{9}{100} \quad , \quad f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & , \quad \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & , \quad \chi_k > 0 \end{cases} \quad , \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

$$\epsilon = \beta^* \omega k \quad , \quad \text{and} \quad l = k^{1/2} / \omega$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \right)$$

위의 식들을 유량 벡터형으로 표기하면 다음과 같이 정리가 된다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix} \quad , \quad E = \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho u \omega \end{bmatrix} \quad , \quad F = \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \omega \end{bmatrix} \quad , \quad G = \begin{bmatrix} \rho w k \\ \rho w \omega \end{bmatrix} \quad \text{식 (3-49)}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} \mu k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu \omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \end{bmatrix} \quad , \quad F_v = \begin{bmatrix} \mu k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu \omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \end{bmatrix} \quad , \quad G_v = \begin{bmatrix} \mu k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu \omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \text{식 (3-50)}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_k \\ S_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - \beta^* \rho \omega k \\ (\alpha P - \beta \rho \omega k) \frac{\omega}{k} \end{bmatrix} \quad \text{식 (3-51)}$$

$$\alpha = \frac{13}{25} \quad , \quad \sigma = \frac{1}{2} \quad , \quad \sigma^* = \frac{1}{2} \quad , \quad \beta = \frac{9}{125} \quad , \quad \beta^* = \frac{9}{100}$$

제 3 절 시간 이산화

시간 적분법으로는 내재적(Implicit)방법과 외재적(Explicit)방법의 두 가지로 구분할 수 있다. 내재적 방법은 많은 기억용량과 복잡한 알고리즘을 필요로 하므로 수치계산에서 적용하기는 어려운 반면에, 안정성이 좋아 시간간격을 크게 할 수 있는 장점이 있다. 외재적 방법은 알고리즘이 비교적 간단하고 적은 기억용량을 요구하는 장점을 가지고 있으므로 비교적 단순한 문제나 비 정렬 격자와 같은 데이터 구조가 복잡한 문제의 경우에 편리하게 이용할 수 있다. 또한 적용이 간단하고 계산시간이 짧은 장점이 있는 반면, 안정성이 높지 않으므로 계산시간 간격을 크게 할 수 없어서 반복계산이 많아야 하는 단점을 가지고 있다.

정상유동문제의 수치 해를 구하는 경우에는 수렴성을 좋게 하기 위해서는 각 격자에서 최적의 시간 간격으로 시간진행을 할 수 있지만, 비정상 유동문제의 경우에는 각 격자에서 동일한 시간 간격으로 전진함으로써 시간에 따른 비정상해를 구하게 된다. 본 연구에서는 비정상 압축성 유동에 관한 외재적(Explicit)방법으로 Runge-Kutta 4th Order를 사용하였다[13].

지배 방정식인 (식 2-1)을 차분화한 다음에 정리를 하면 다음과 같다.

$$a_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} + R_i = 0 \quad \text{식(3-52)}$$

각각 i번째 격자에 대해서, a_i 는 격자의 넓이이고 $R_i = \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)_i$ 는 잔류치를 나타낸다. Runge-Kutta의 외재적 시간 적분법은 다음의 식으로 정리가 된다.

$$\begin{aligned} Q_i^{(1)} &= Q_i^n \\ Q_i^{(2)} &= Q_i^n - \frac{\Delta t}{4} \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)^{(1)}_i \end{aligned} \quad \text{식(3-53)}$$

$$Q_i^{(3)} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{3} \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)_i^{(2)}$$

$$Q_i^{(4)} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)_i^{(3)}$$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \Delta t \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)_i^{(4)}$$

제 4 절 병렬 처리 기법

방대한 계산 량의 처리를 위하여 MPI를 이용한 병렬처리기법을 사용하여 유동 해석을 실시하였다. MPI는 'Message Passing Interface'의 약어으로써 프로세스들 사이의 통신을 위해 코드에서 호출해 사용하는 서브루틴(Fortran) 또는 함수(C)들의 라이브러리이다. MPI는 Fortran 또는 C 로 작성된 메시지 패싱 또는 프로그램들에게 순차 프로그램들처럼 다양한 아키텍처들에 대한 풍부한 소스코드 이식성(Source-Code Portability)을 제공하고자 하는 표준화 작업의 결과이다. 본 연구에서는 Fortran을 이용한 병렬프로그램을 구축하였다. 지난 1994년 봄에 40개의 서로 다른 기구들을 대표하는 약 60명의 메시지 패싱 시스템 전문가들로 구성된 MPIF(MPI Forum)는 MPI-1 표준을 내놓았고, 1997년에 기존의 MPI-1,에 병렬 I/O, C++와 Fortran 90 지원, 동적 프로세스 관리 등의 도구를 추가한 MPI-2를 발표하였다[14].

고성능 병렬 컴퓨팅의 개념은 아래 Fig. 1과 같다. 왼쪽 그림은 단일 프로세스를 이용하여 계산하는 경우에 대한 그림이다. 1개의 프로세스가 수행하는 처리시간은 A, B, C, D 각각의 프로그램의 양을 다 합한 시간으로 그 성능을 평가할 수 있다. 반면에 멀티 프로세스의 경우에는 부 프로그램으로 분해하여 병렬로 실행한다. 프로세스 P_0은 A를 처리하고, P_1은 B를 처리하며, P_2는 C, P_3는 D를 처리하게 된다. 이 경우에는 P_2 프로세스가 처리하는 C의 프로그램 처리량이 가장 많으므로, 이 병렬시스템의 처리속도는 가장 프로그램 처리량이 가장 많은 C에 의해 결정이 된다. 이 처럼 병렬처리 시스템의 효율성을 높이기 위해서는 각 프로세스에 할당하는 프로그램 처리량의 분할이 매우 중요함을 알 수 있다.

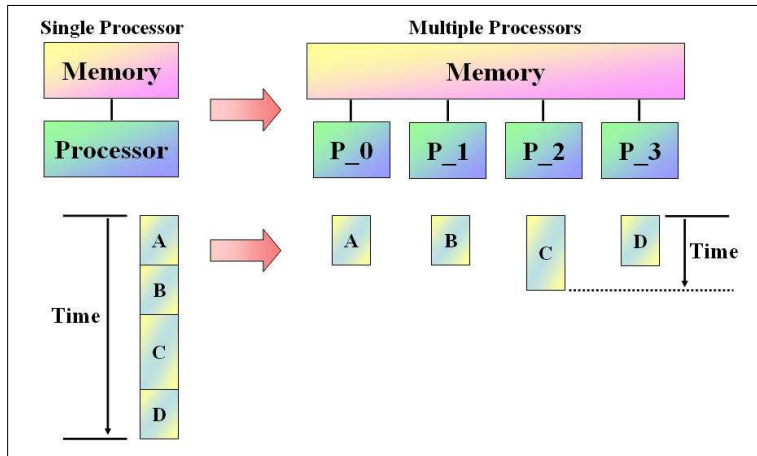


Fig. 2 고성능 병렬 컴퓨팅

MPI_BCAST 루틴은 루트 프로세스의 메모리에 있는 데이터를 동일한 커뮤니케이터내의 다른 모든 프로세스들의 메모리의 같은 위치로 복사하는 일대다 (ont-to-all) 통신이다. Fig. 2는 rank=0인 프로세스를 루트 프로세스로 하여, 루트 프로세스에서 4개의 정수를 MPI_COMM_WORLD내의 다른 프로세스에 방송하는 것을 나타낸 그림이다.

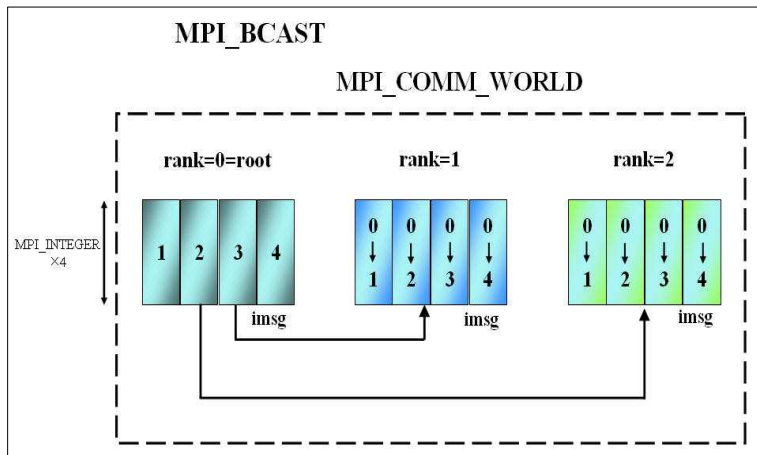


Fig. 3 방송

Fig. 3은 집합통신 중에서 broadcast를 나타내는 그림이다. 함수 broadcast의 기능은 그림에서 볼 수 있듯이 프로세스 0의 A를 프로세스 1부터 3까지 동일하게 할당하는 기능을 한다.

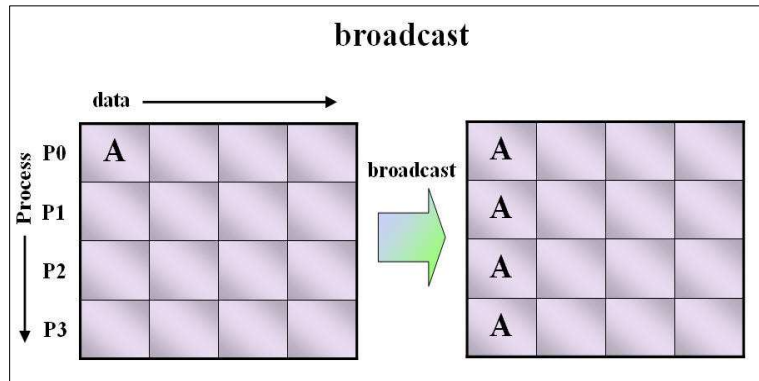


Fig. 4 집합 통신 (broadcast)

MPI_GATHER 루틴은 커뮤니케이터에 있는 모든 프로세스들로부터 하나의 수신프로세스 (루트 프로세스)로 데이터를 전송하는 다대일(all-to-one) 통신이다. MPI_GATHER 루틴이 호출되면, 루트 프로세스를 포함한 모든 프로세스는 각자의 송신버퍼에 있는 데이터를 루트 프로세스로 보내고, 루트 프로세스는 데이터를 받아 랭크 순서대로 메모리에 저장한다.

이 때, 각 프로세스로부터 취합된(gathered) 데이터의 크기는 모두 같아야 한다.

Fig. 4는 프로세스 0, 1, 2 의 버퍼 isend에 각각 저장된 정수 1, 2, 3을 MPI_GATHER가 수신 프로세스(프로세스 0)로 취합하여 랭크가 증가하는 순서대로 정수 배열 irecv에 저장하는 것을 보여주고 있다.

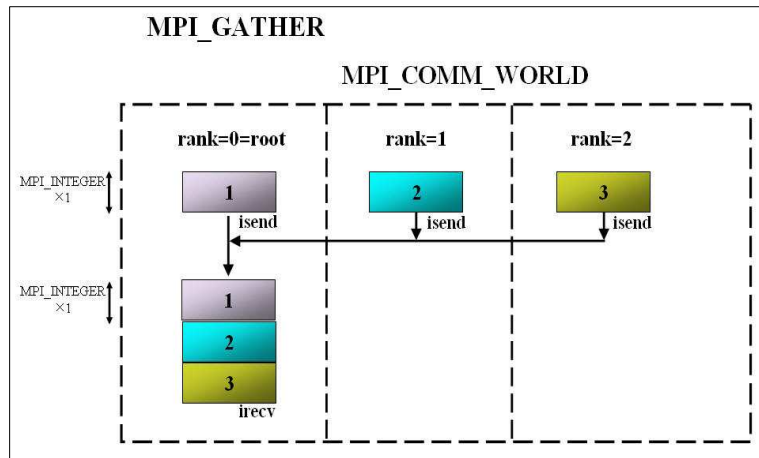


Fig. 5 MPI_GATHER를 이용한 취합

Fig. 5은 집합통신 중에서 scatter와 gather을 나타내는 그림이다. 함수 scatter의 기능은 그림에서 볼 수 있듯이 프로세스 0의 A, B, C, D를 프로세스 0부터 3까지 각각 데이터를 동일하게 각 프로세스로 할당하는 기능을 가지고 있다. 역으로 gather의 경우에는 각 프로세스에 분할된 데이터를 프로세스 0에 취합하는 기능을 한다.

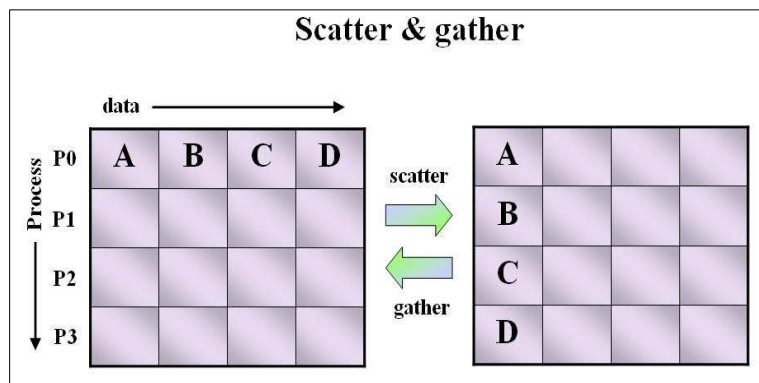


Fig. 6 집합통신 (scatter & gather)

본 연구를 수행하면서 사용된 병렬처리 컴퓨터의 스펙은 다음과 같다.

HPC Dual-Boot Cluster ThunderBolt-M으로 INTEL P4 3.2E GHz(800MHz)를 총 32대 중 메인 컴퓨터를 1대를 제외한 31대의 Node를 활용하여 계산을 수행하였다. 다음 Fig. 6은 앞서 설명한 MPI 함수 등을 이용한 병렬처리 프로그래밍을 활용한 계산에 한 장비의 성능 비교를 나타낸다. 첫 번째 노드 2대를 기준으로 하였을 경우에 노드수가 증가함에 따라 속도향상 비가 증가하게 된다. 하지만 노드가 26대가 되었을 경우에는 24대 보다 더 속도향상비가 낮음을 확인하였다. 이는 y-방향과 k-방향으로 계산량을 분할하는 과정에서 효율이 떨어졌음을 확인할 수 있다. 또한 24대 이상의 노드에서는 뚜렷한 속도향상비를 보이지 않으므로 24대의 노드수가 본 연구에 사용된 코드에는 가장 적당하다고 판단되어진다.

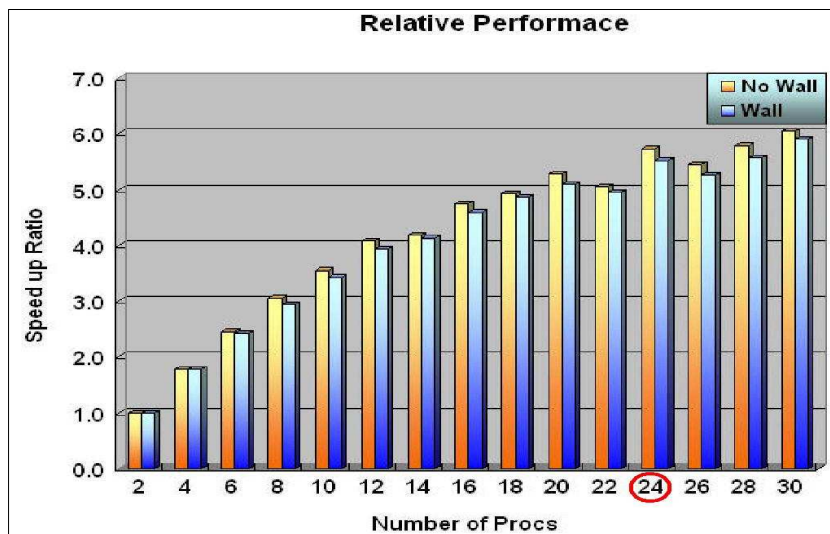


Fig. 7 병렬처리 노드별 속도향상 비

Fig. 7의 경우에는 100번의 계산수행을 하는데 소요되는 시간을 비교한 그림이다. 보는 바와 같이 노드를 2개 사용했을 경우에는 360(s) 정도가 소요 되었다.

노드의 수가 증가함에 따라 계산 시간은 감소하며, 24대의 노드가 수행한 계산 시간이 60(s)로 가장 짧아 계산 수행에 있어 가장 효과적인 계산 노드의 수라 판단되어진다.

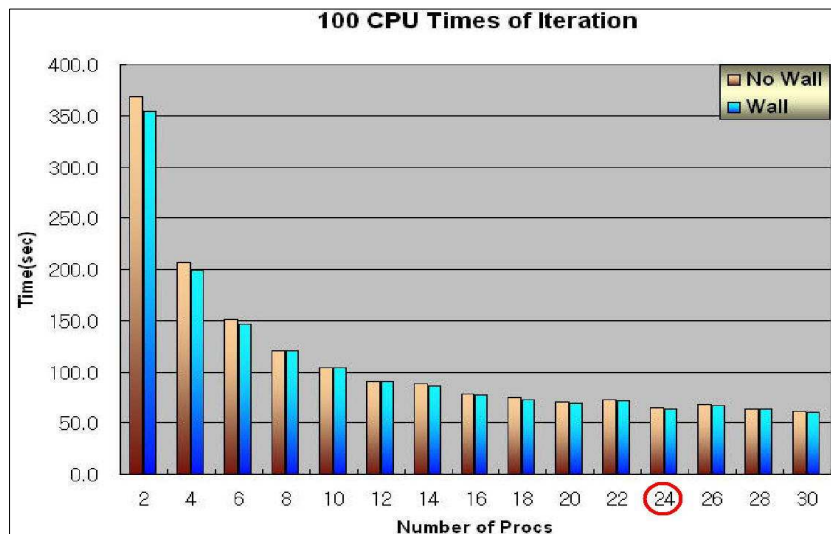


Fig. 8 노드별 계산 시간 비교 (Iteration=100)

제 4 장 계산결과 및 고찰

제 1 절 $Angle\ of\ Attack=0^\circ$ 인 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과 3차원 초음속 날개 유동

1. 격자계 및 경계조건

앞서 언급한 수치적 기법을 활용하여 아래와 같은 초음속 점성 유동에 대하여 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과 3차원에 관한 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

- Without Wall
- Angle of Attack = 0.0°
- Taper Ratio = 0.6
- Reynolds No. = 1.0×10^4
- Mach No. = 1.5

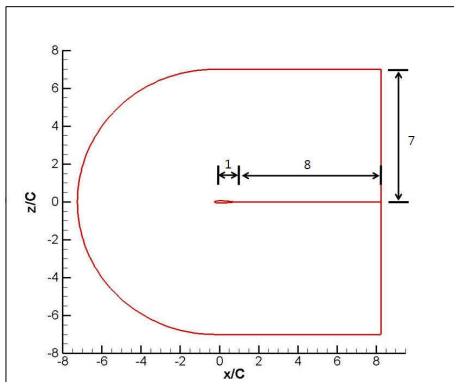


Fig. 9 Computational domain

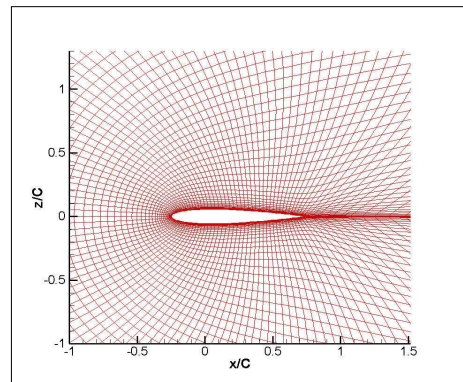


Fig. 10 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)

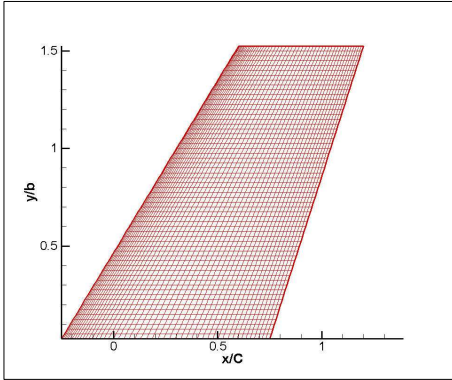


Fig. 11 Computational grid for the upper surface

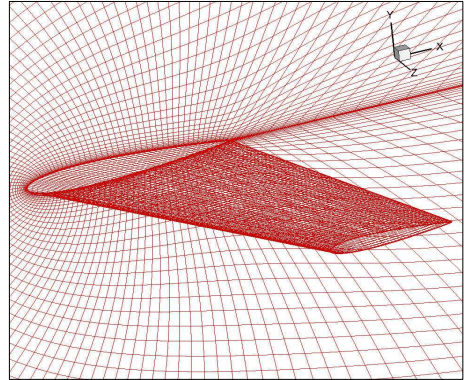


Fig. 12 Computational grid for the three-dimensional wing

본 논문에서는 테이퍼 비가 0.6이며, 3차원 ONERA M6 날개의 받음각에 따른 계산과 벽면 효과 고려 여부에 관한 비정상 유동을 계산 하였다.

기본적인 유동 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여 하였으며, 날개단면인 에어포일 벽면 부근에 격자를 밀집하게 줌으로써 벽면에서 나타나는 전단 층에서 발생되어지는 압력변화를 관찰 할 수 있도록 하였다. 격자계의 구성은 Fig. 8 과 Fig. 9와 같이 Sorenson의 Poisson 방정식[15]을 이용한 C-형 격자계를 161×102 로 구성하였다. 또한 3차원 날개의 경우에는 벽면 효과를 확인하기 위하여 날개 길이 방향으로 첫 번째 격자점인 $k=1$ 지점의 계산 영역에 대하여 격자계를 크게 두 부분으로 구분하여 구성하였다. C-형 격자계 161×102 중에서 161×61 까지는 벽면효과를 나머지 $161 \times 62 \sim 161 \times 102$ 까지는 자유유동(freestream) 조건을 고려하여 격자를 구성하였다. 또한 3차원 날개의 경우는 Fig. 11과 같이 $161 \times 102 \times 61$ 의 격자를 사용하였다.

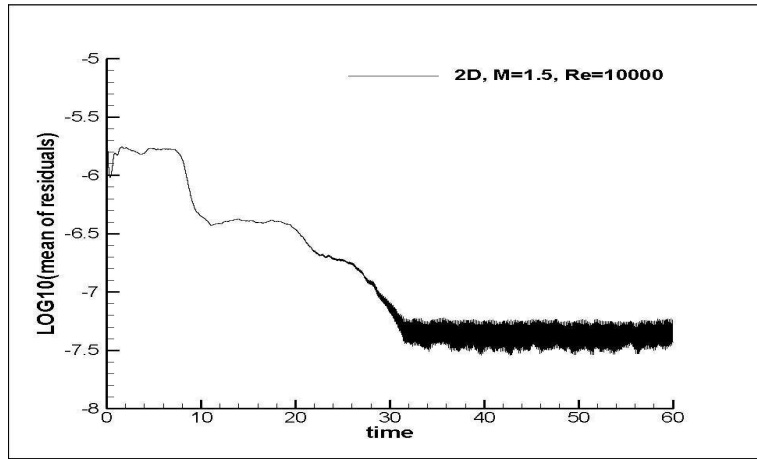


Fig. 13 Residual history for two-dimensional airfoil

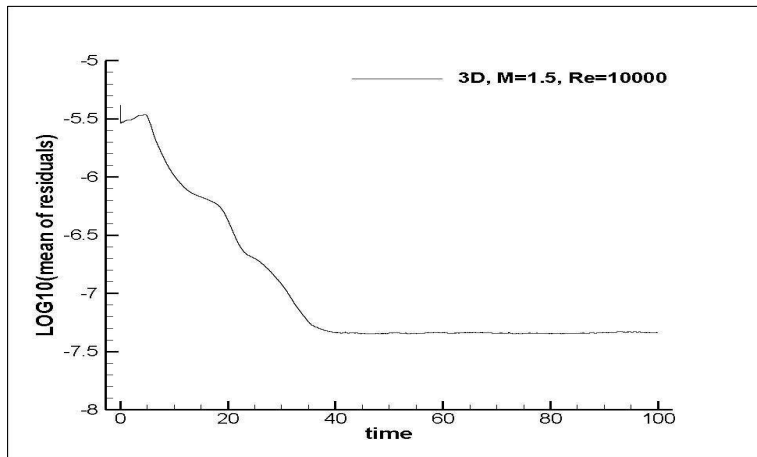


Fig. 14 Residual history for three-dimensional wing

Fig. 12와 Fig. 13은 마하수 1.5에서의 계산시간에 따른 수치 잔여치(residual history)의 변화를 나타내고 있다. 무차원 시간으로 2차원 에어포일인 경우에는 $t = 30(s)$, 3차원 날개의 경우에는 $t = 40(s)$ 이후에 일정한 수렴성을 보임을 확인할 수 있다. 2차원에서 $t = 30(s)$ 이후에 큰 진동을 보이며, $t = 140(s)$ 까지 수치잔여치의 변화를 보였다. 때문에 $t = 60(s)$ 까지의 수렴성만을 그림에 반영하였다.

2. 받음각(*Angle of Attack*)이 0° 인 에어포일의 유동해석 결과

Fig. 14는 수치계산 된 결과를 비교하기 위하여, 2차원 NACA 0012 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내기 위해 데이터를 획득한 면을 나타내는 그림이다. 또한 Fig. 15는 3차원 날개에서 각 단면의 에어포일의 형상 및 위치를 나타내는 그림으로, A-A는 루트(root)인 $y/b=0.0$ 에서의 에어포일 단면에서의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포의 변화를 나타내고, B-B의 경우에는 날개의 1/4지점인 $y/b=0.25$ 에서의 C_p 값을 나타내며, C-C는 날개 중앙 부분인 $y/b=0.5$ 인 지점을 나타내고, D-D는 3/4지점으로 $y/b=0.75$ 인 부분을 나타내며, 마지막으로 E-E는 팁(tip)지점으로 $y/b=1.0$ 이다. 이처럼 3차원 날개에 대하여 총 5 지점에서 C_p 값을 구하였다.

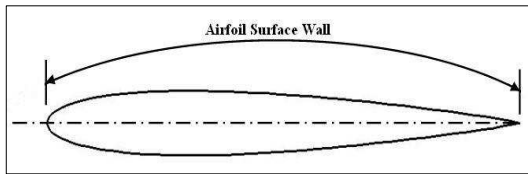


Fig. 15 Two-dimensional airfoil

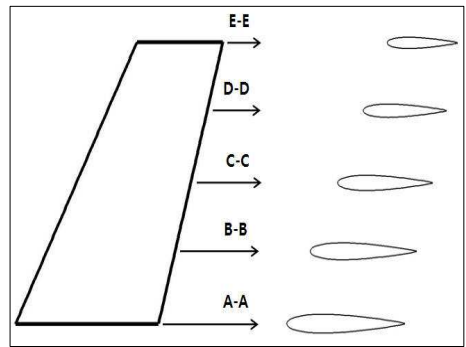


Fig. 16 Three-dimensional wing

Fig. 16은 수치계산 된 결과를 비교하기 위한 Mohamed & Essam이 수행한 2차원 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내는 그림이다[1].

Fig. 17은 이 논문에서 계산된 수치계산이며, NACA 0012 에어포일은 대칭 에어포일이기 때문에 에어포일의 윗면에서 획득한 압력데이터를 가지고서 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타낸 것이다.

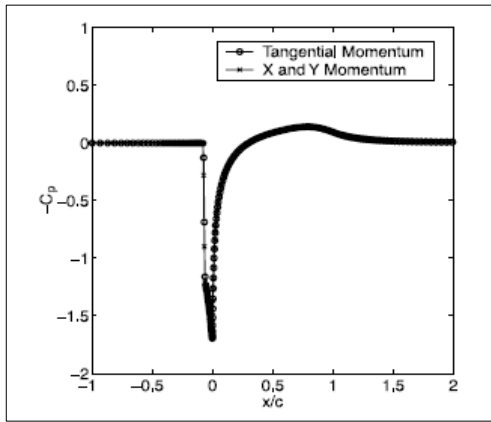


Fig. 17 Mohamed&Essam's C_p on the body

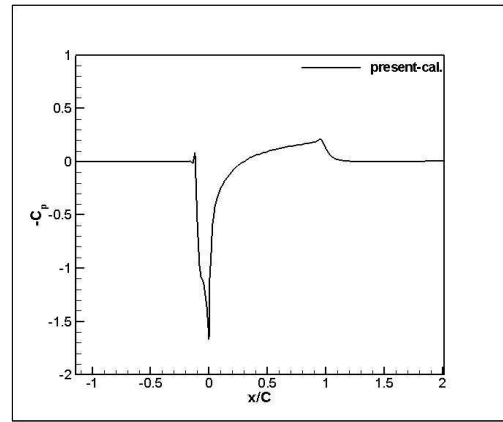


Fig. 18 Present-Cal.'s C_p on the body

위의 두 그림을 쉽게 비교하기 위하여, Fig. 16와 Fig. 17의 그림을 한 그래프에 나타내면 Fig. 18과 같다.

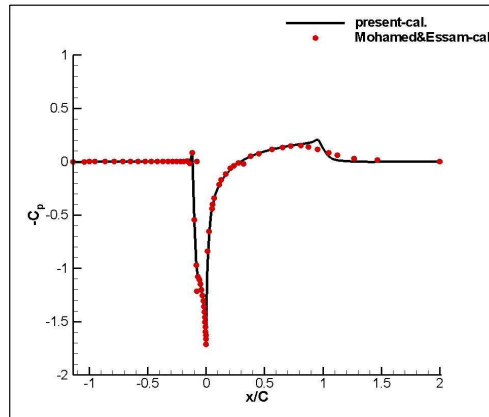


Fig. 19 C_p on the body($M_\infty=1.5$, $\alpha=0^\circ$)

Fig. 18을 보면 검은 실선의 경우에는 본 연구에서 실시한 수치적 계산을 나타내며, 붉은 색 원은 Mohamed & Essam이 수행한 결과로써 두 계산 결과를 비교

한 그래프이다. 두 계산된 결과를 살펴보면 에어포일이 시작되는 앞전(Leading Edge)과 끝나는 뒷전(Tailing Edge)에서의 약간의 수치적인 Error가 발생되었다. 하지만 비교적 두 그래프가 일치함을 확인할 수 있다.

Fig. 19는 2차원 에어포일에서 압력 P Contours를 보여주는 그림이다. 본 연구에서 이용한 에어포일이 NACA 0012로써 대칭 에어포일이므로 압력 분포 선도 역시 대칭적으로 분포되어짐을 확인 할 수 있다.

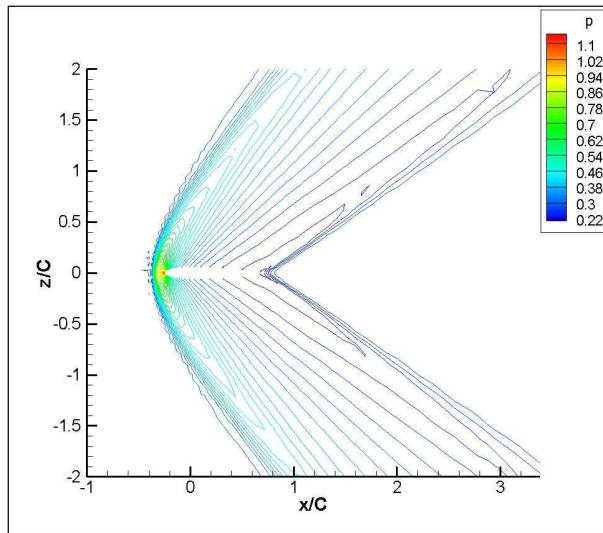


Fig. 20 P Contours at the two-dimensional airfoil ($M_\infty=1.5$, $\alpha=0^\circ$)

Fig. 20은 3차원 날개에서 날개길이(span)방향으로 $y/b=0.0$ 인 지점에서의 표면압력 계수 값을 나타낸다. 이 그래프를 보면 2차원에서의 표면압력 계수 값과 비슷함을 확인할 수가 있다. Fig. 21은 $y/b=0.0$ 인 지점에서의 압력 분포를 나타내는 그림으로 2차원과 유사하게 윗면과 아랫면의 압력 분포가 대칭적임을 확인할 수 있다. Fig. 22는 $y/b=0.25$ 인 지점에서의 표면압력 분포를 나타내는 그림이며, Fig. 23은 압력분포를 나타내는 그림이다. Fig. 24와 Fig. 26 Fig. 28 역시 각각 $y/b=0.5$, 0.75 , 1.0 인 지점에서의 표면압력 계수 값을 나타낸다. 벽면 효과를 고려하지 않

았으므로 Fig. 30을 확인하면, 표면압력 계수 값의 그래프 형태가 유사함을 확인할 수 있 수 있다. Fig. 31은 3차원 날개의 평면도를 나타내는 그림으로 윗면에서의 압력 분포를 나타낸다. 그림에서 확인할 수 있는 것과 같이 에어포일의 앞전(leading edge)에서 압력의 분포가 조밀함을 확인 할 수 있으며, 뒷전(tailing edge)에서의 압력 분포는 듬성함을 확인할 수 있다.

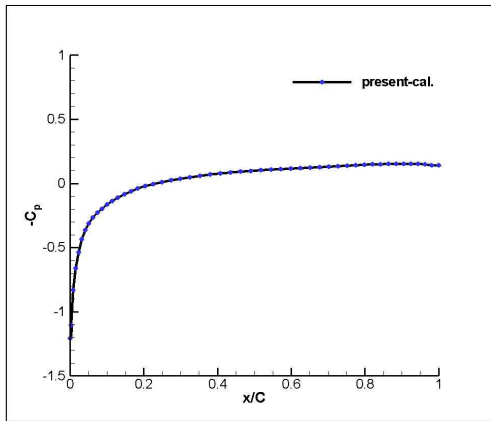


Fig. 21 C_p on the body(A-A)

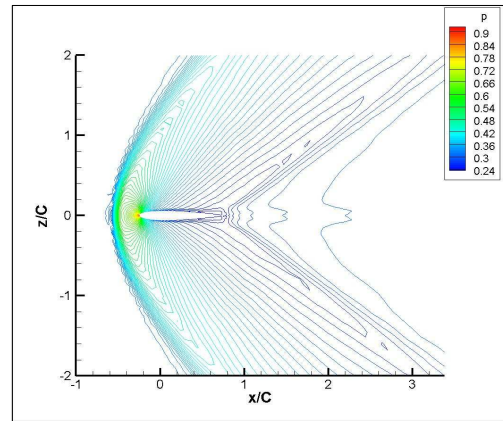


Fig. 22 P contours at the A-A

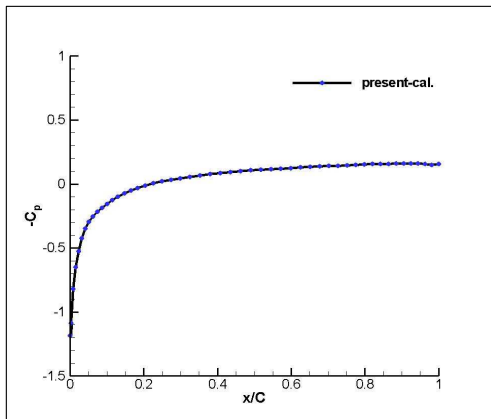


Fig. 23 C_p on the body(B-B)

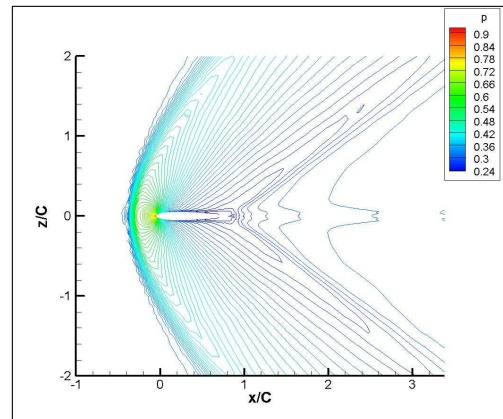


Fig. 24 P contours at the B-B

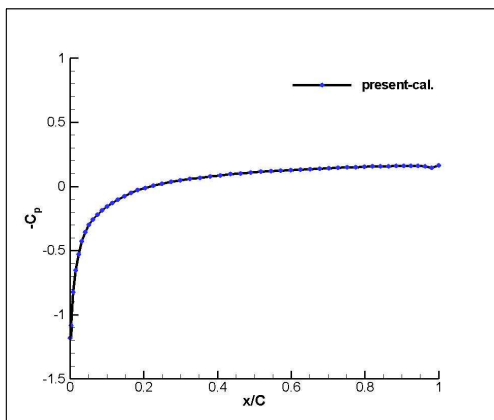


Fig. 25 C_p on the body(C-C)

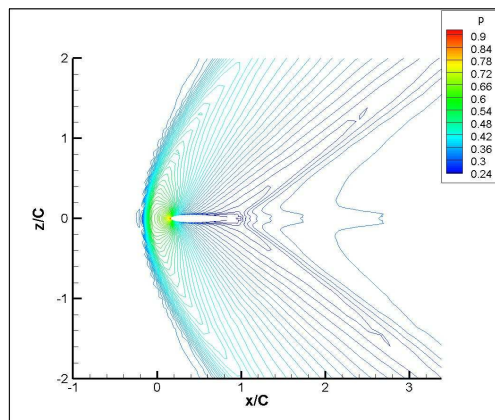


Fig. 26 P contours at the C-C

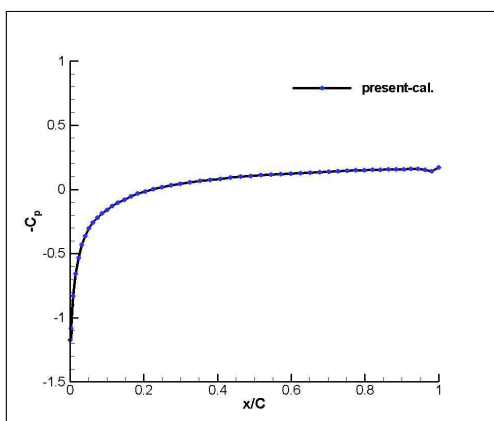


Fig. 27 C_p on the body(D-D)

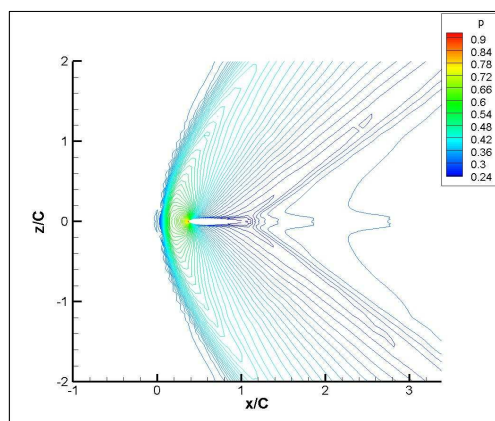


Fig. 28 P contours at the D-D

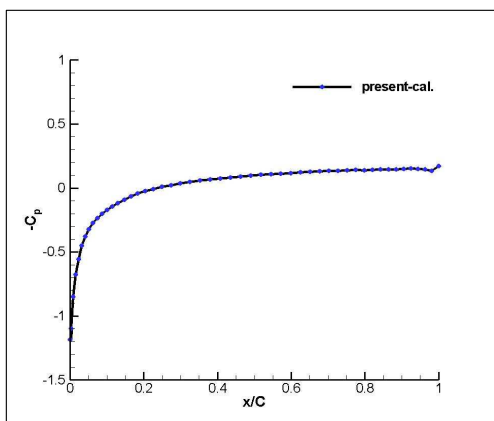


Fig. 29 C_p on the body(E-E)

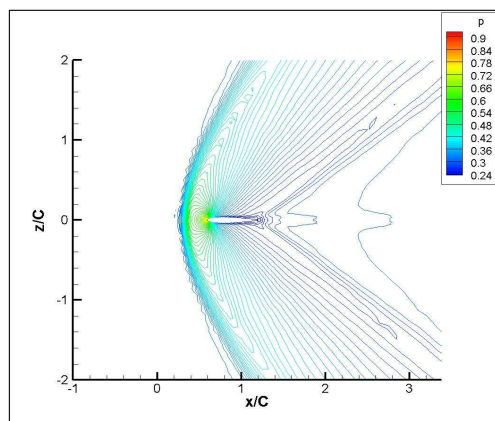


Fig. 30 P contours at the E-E

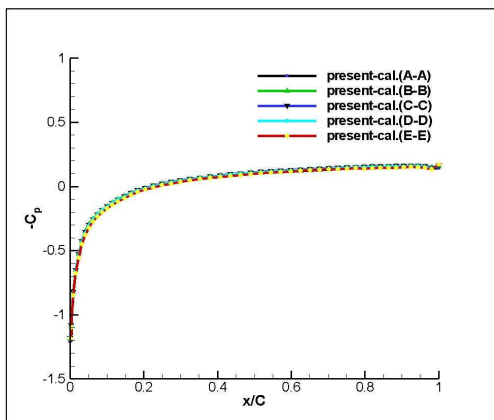


Fig. 31 C_p at the upper surface

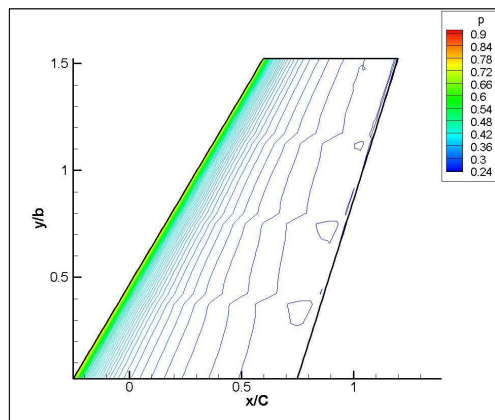


Fig. 32 P contours on upper surface of ONERA M6 wing

제 2 절 $Angle\ of\ Attack=4^\circ$ 인 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과 3차원
초음속 날개 유동

1. 격자계 및 경계조건

앞서 언급한 수치적 기법을 활용하여 아래와 같은 초음속 점성 유동에 대하여 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과 3차원에 관한 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

- Without Wall
- Angle of Attack = 4°
- Taper Ratio = 0.6
- Reynolds No = 1.0×10^4
- Mach No = 1.5

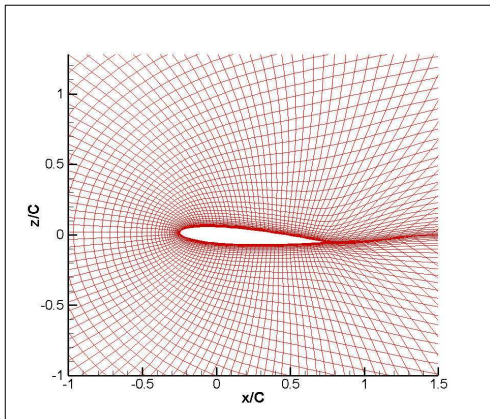


Fig. 33 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)

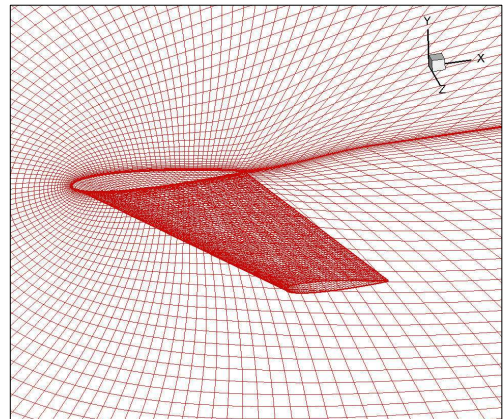


Fig. 34 Computational grid for the three-dimensional wing

본 연구에서는 테이퍼 비(Taper Ratio)가 0.6인 받음각 4° 를 갖는 2차원 에어포일과 3차원 날개유동은 벽면효과를 고려하지 않았을 경우에 대한 비정상 유동이다.

기본적인 유동 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여 하였다. 또한 날개단면인 에어포일 벽면 부근에 격자를 밀집하게 줌으로써 벽면에서 나타나는 전단 층에서 발생되어지는 압력변화를 알 수 있도록 하였다. 격자계의 구성은 Fig. 32와 같이 Sorenson의 Poisson 방정식[15]을 이용한 C-형 격자계를 161×102 로 구성하였으며, 받음각에 따른 에어포일의 뒷전(Tailing Edge)의 후류 영역 계산 격자점의 오차율(Error)을 감소하기 위하여 완만한 기울기를 갖도록 격자를 구성하였다. 또한 3차원 날개의 경우는 Fig. 33과 같이 $161 \times 102 \times 61$ 의 격자를 사용하였다.

Fig. 34는 받음각이 4° 인 2차원의 수치 잔여치에 관한 그림이다. 무차원 시간으로 40(s)후부터 진동을 하며 수렴함을 확인하였다. Fig. 35의 경우에는 3차원의 수치 잔여치에 관한 그림으로, 이 역시 약 무차원 시간 40(s)이후부터 수렴함을 확인 할 수 있었다.

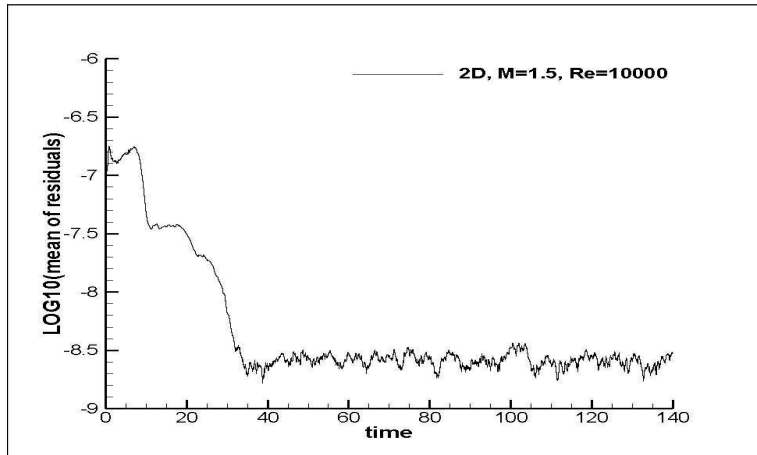


Fig. 35 Residual history for two-dimensional airfoil

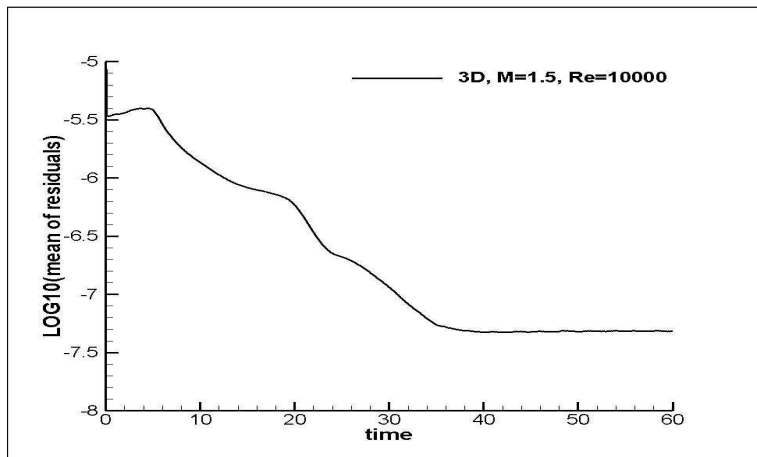


Fig. 36 Residual history for three-dimensional wing

2. 받음각(Angle of Attack)이 4° 인 에어포일의 유동해석 결과

Fig. 36은 수치계산 된 결과를 비교하기 위하여, 받음각이 4° 인 2차원 NACA 0012 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내기 위해 데이터를 획득한 면을 나타내는 그림이다. 또한 Fig. 37은 3차원 날개에서 각 단면의 에어포일의 형상 및 위치를 나타내는 그림으로, A-A는 루트(root)인 $y/b=0.0$ 에서의 에어포일 단면에서의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포의 변화를 나타내고, B-B의 경우에는 날개의 1/4지점인 $y/b=0.25$ 인 지점에서의 C_p 값을 나타내며, C-C는 날개 중앙 부분인 $y/b=0.5$ 인 지점을 나타내고, D-D는 3/4지점은 $y/b=0.75$ 인 지점을 가리키며, 마지막으로 E-E는 팁(tip)지점으로 $y/b=1.0$ 이다.

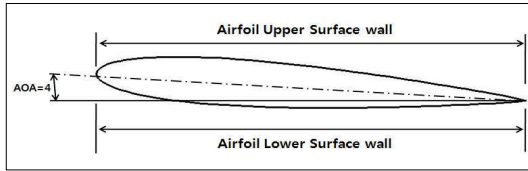


Fig. 37 Two-dimensional airfoil
($M_\infty = 1.5$, $\alpha = 4^\circ$)

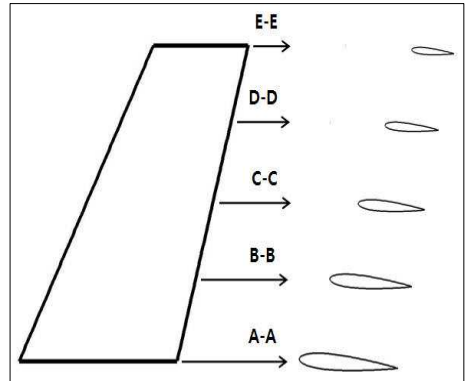


Fig. 38 Three-dimensional wing

Fig. 38는 받음각(Angle of Attack) 4° 인 2차원 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타낸 그림이다. 빨간색 실선은 에어포일의 윗면(upper surface)의 C_p 값을 나타내며, 파란색 점선은 아랫면(lower surface)의 C_p 값을 나타낸다. 받음각이 4° 인 각 구간에서의 표면 압력 계수값을 확인하면, Fig. 41~50까지의 그림과 같다. 각 구간에서의 표면 압력 계수값의 형태를 살펴보면, 벽면효과를 고려하지 않았기 때문에 유사함을 확인 할 수 있다. 이를 Fig. 50과 52에서 각 구간의 표면 압력 계수값을 한 그래프에 나타내면 보는바와 같이 거의 유사

함을 확인 할 수 있다.

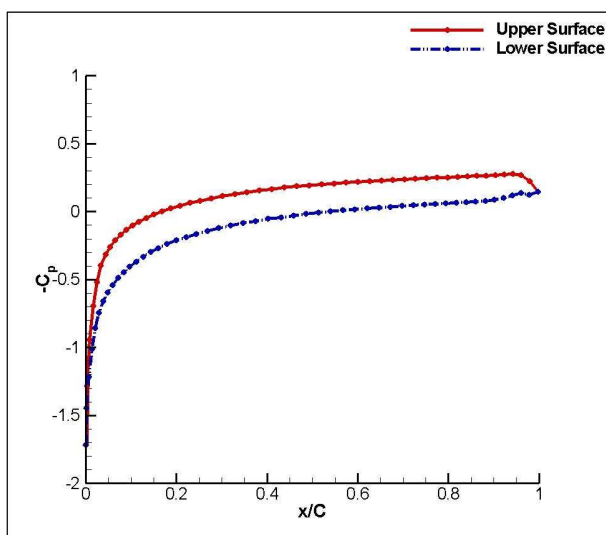


Fig. 39 2D Present-Cal.'s C_p on the body

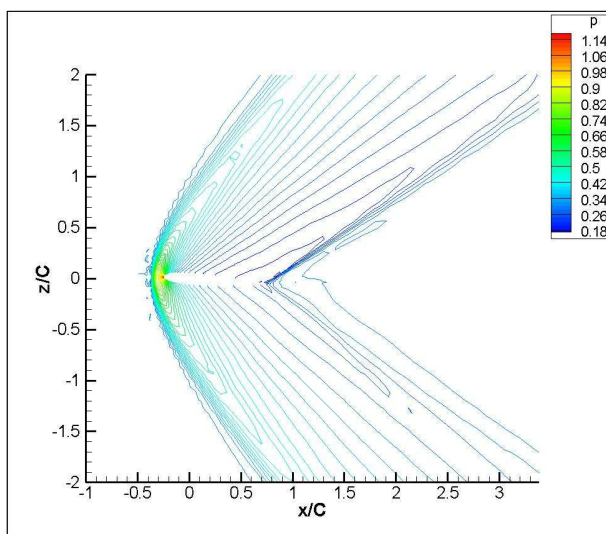


Fig. 40 P contours at the two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=4^\circ$)

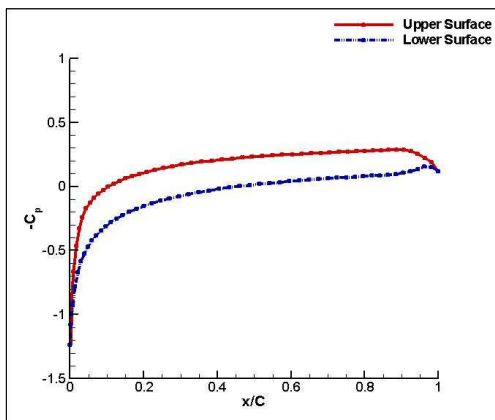


Fig. 41 C_p on the body(A-A)

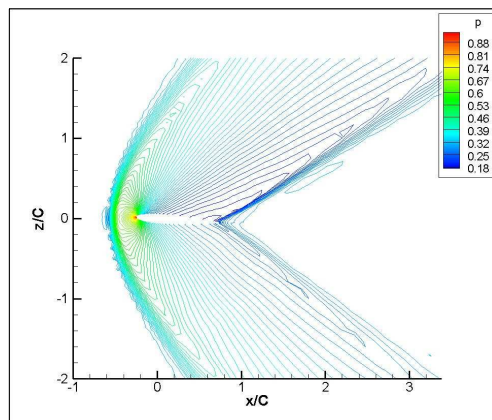


Fig. 42 P contours at the A-A

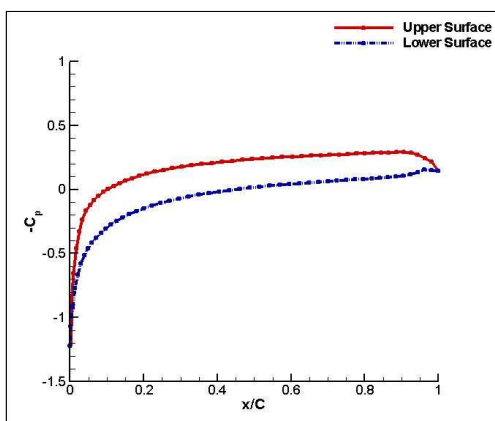


Fig. 43 C_p on the body(B-B)

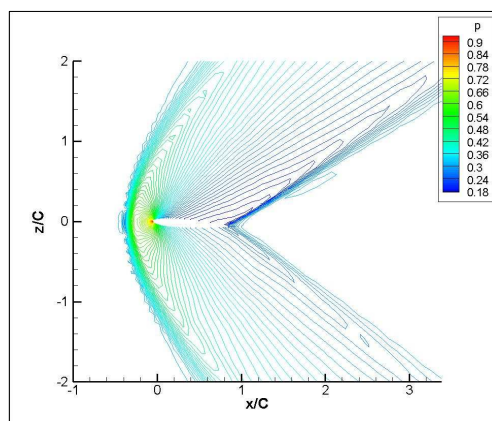


Fig. 44 P contours at the B-B

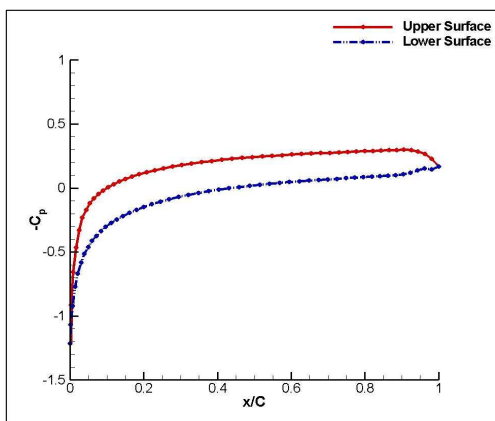


Fig. 45 C_p on the body(C-C)

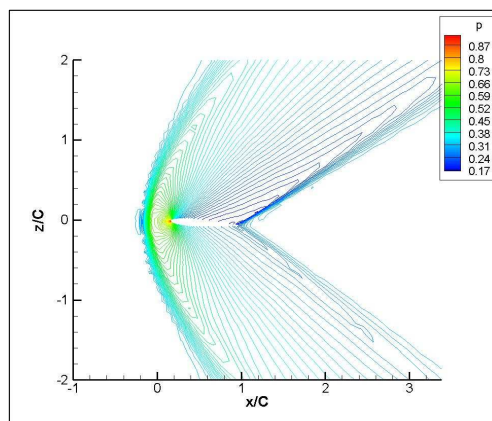


Fig. 46 P contours at the C-C

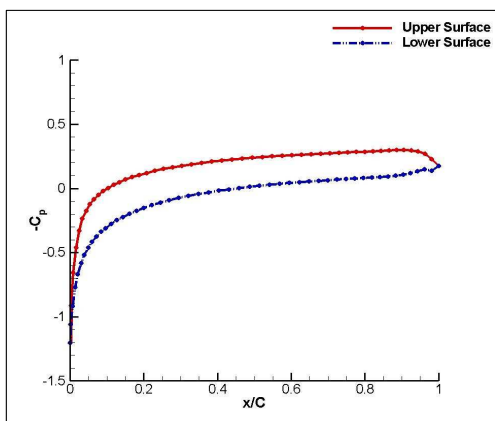


Fig. 47 C_p on the body(D-D)

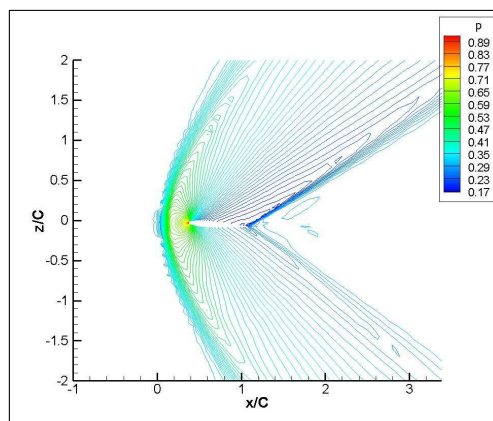


Fig. 48 P contours at the D-D

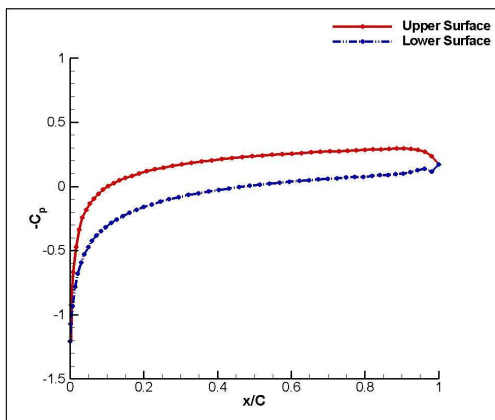


Fig. 49 C_p on the body(E-E)

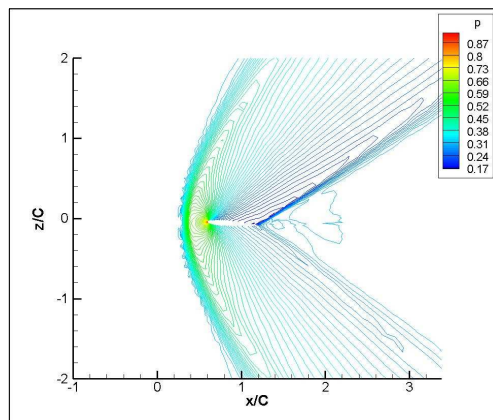


Fig. 50 P contours at the E-E

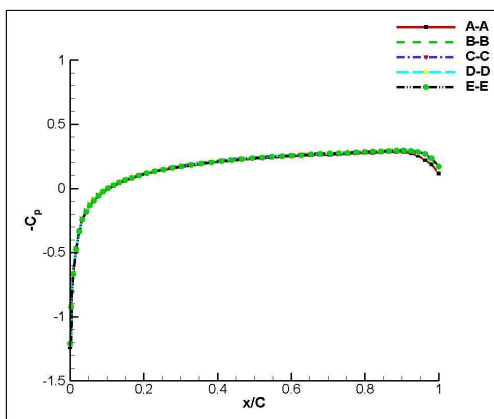


Fig. 51 C_p at the upper surface

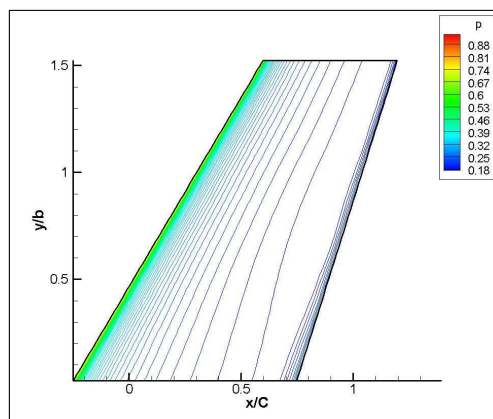


Fig. 52 P contours on upper surface of ONERA M6 wing

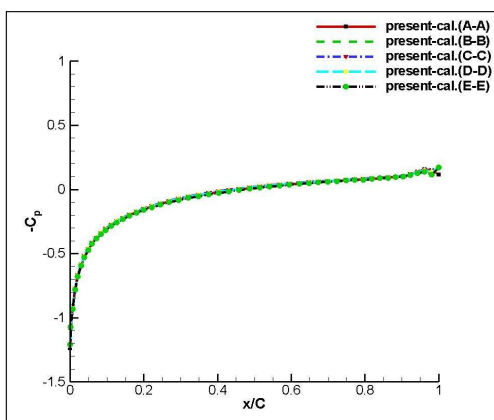


Fig. 53 C_p at the lower surface

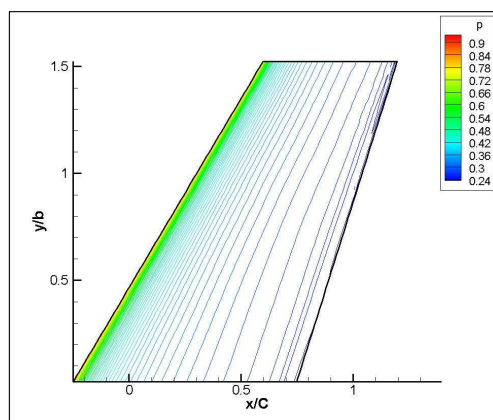


Fig. 54 P contours on lower surface of ONERA M6 wing

제 3 절 $Angle\ of\ Attack=10^\circ$ 인 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과 3차원 초음속 날개 유동

1. 격자계 및 경계조건

앞서 언급한 수치적 기법을 활용하여 아래와 같은 초음속 점성 유동에 대하여 벽면효과를 고려하지 않은 2차원과 3차원에 관한 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

- Without Wall
- Angle of Attack = 10°
- Taper Ratio = 0.6
- Reynolds No = 1.0×10^4
- Mach No = 1.5

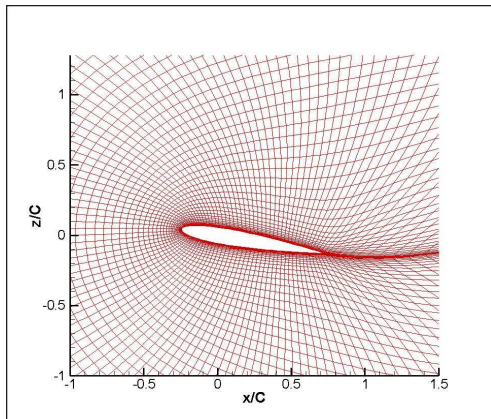


Fig. 55 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)

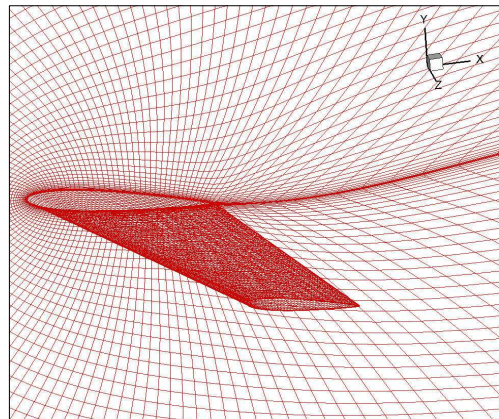


Fig 56 Computational grid for the three-dimensional wing

본 연구에서는 테이퍼비가 0.6인 받음각 10° 를 갖는 2차원 에어포일과 3차원 날개유동은 벽면효과를 고려하지 않았을 경우에 대한 비정상 유동이다.

기본적인 유동 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여 하였다. 또한 날개단면인 에어포일 벽면 부근에 격자를 밀집하게 줌으로써 벽면에서 나타나는 전단 층

에서 발생되어지는 압력변화를 알 수 있도록 하였다. 격자계의 구성은 Fig. 54와 같이 Sorenson의 Poisson 방정식[15]을 이용한 C-형 격자계를 161×102 로 구성하였으며, 받음각에 따른 에어포일의 뒷전(Tailing Edge)의 후류 영역 계산 격자점의 오차율(Error)을 감소하기 위하여 완만한 기울기를 갖도록 격자를 구성하였다. 또한 3차원 날개의 경우는 Fig. 55와 같이 $161 \times 102 \times 61$ 의 격자를 사용하였다.

Fig. 56의 경우에는 받음각이 10도인 경우의 2차원 에어포일의 수치 잔여치(residuals history)에 관한 그림이다. 무차원 시간으로 40(s)이후 수렴함을 확인하였으며, Fig. 57의 경우에는 3차원 일 때 수치 잔여치(residuals history)에 관한 그림이다. 이 역시 무차원 시간 40(s)이후 수렴함을 확인할 수 있다.

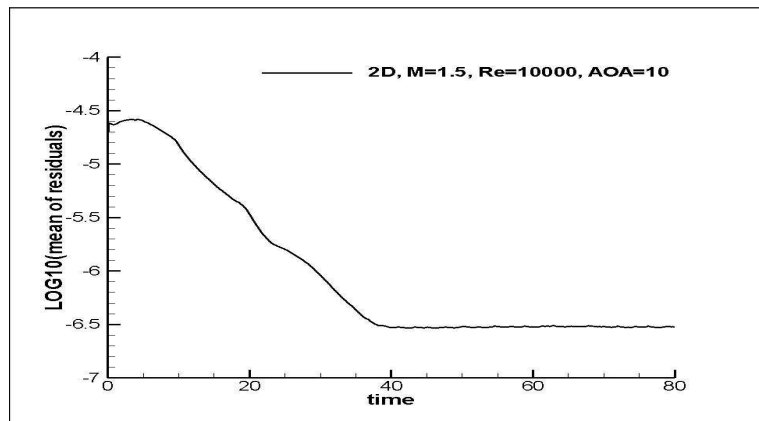


Fig. 57 Residual history for two-dimensional airfoil

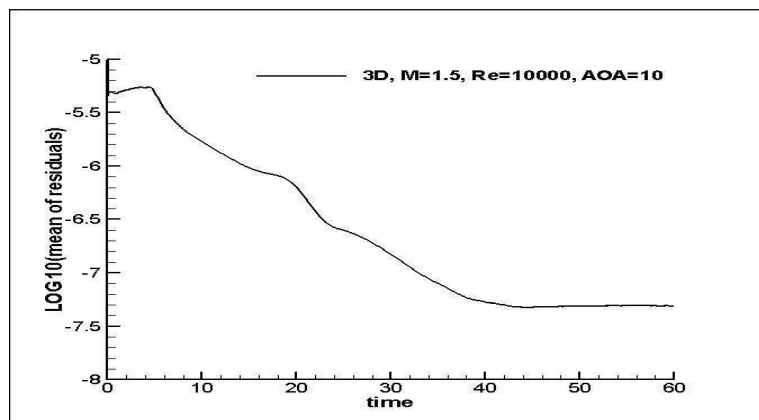


Fig. 58 Residual history for three-dimensional wing

2. 받음각(Angle of Attack)이 10° 인 에어포일의 유동해석 결과

Fig. 58은 수치계산 된 결과를 비교하기 위하여, 받음각이 10° 인 2차원 NACA 0012 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내기 위해 데이터를 획득한 면을 나타내는 그림이다. 또한 Fig. 59는 3차원 날개에서 각 단면의 에어포일의 형상 및 위치를 나타내는 그림으로, A-A는 루트(root)인 $y/b=0.0$ 에서의 에어포일 단면에서의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포의 변화를 나타내고, B-B의 경우에는 날개의 1/4지점인 $y/b=0.25$ 인 지점에서의 C_p 값을 나타내며, C-C는 날개 중앙 부분인 $y/b=0.5$ 인 지점을 나타내고, D-D는 3/4지점은 $y/b=0.75$ 인 지점을 가리키며, 마지막으로 E-E는 팁(tip)지점으로 $y/b=1.0$ 이다.

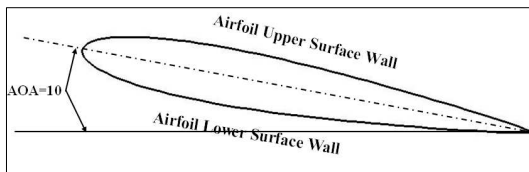


Fig. 59 Two-dimensional airfoil
($M_\infty = 1.5$, $\alpha = 10^\circ$)

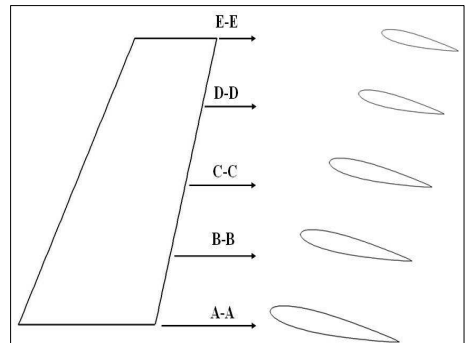


Fig. 60 Three-dimensional wing

Fig. 60은 받음각(Angle of Attack) 10° 인 2차원 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타낸 그림이다. 빨간색 실선은 에어포일의 윗면(upper surface)의 C_p 값을 나타내며, 파란색 점선은 아랫면(lower surface)의 C_p 값을 나타낸다. 에어포일의 길이(chord length) 0.85지점에서 표면 압력 계수의 변화가 급격히 일어남을 확인할 수 있다. 이는 그 지점에서 와류가 생성되었음을 의미한다.

3차원에 대한 결과를 살펴보면, Fig. 62~81까지 살펴보면, 2차원에서의 표면 압력 계수값과 유사하게 에어포일의 길이(chord length) 0.85부근에서 변화함을 확인할 수 있다. 이는 벽면효과를 고려하지 않은 경우에는 날개면의 표면 압력 계수

값은 같은 값을 보임을 확인 하였다.

Fig. 82는 에어포일의 윗면에서 5구간의 전체 표면 압력 계수값을 보여주는 그림이다. 그래프를 확인하면, A-A구간부터 E-E구간까지 같음을 확인할 수 있고, Fig. 84의 경우에는 에어포일의 아랫면에서의 전체 표면 압력 계수값으로써 이 역시 거의 일정한 표면 압력 계수값을 가짐을 확인할 수 있었다.

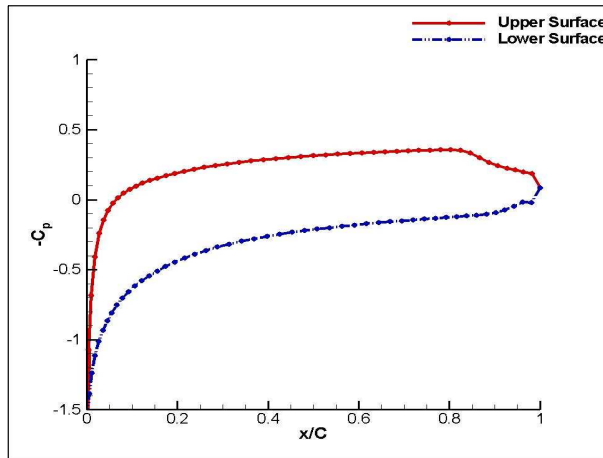


Fig. 61 2D Present-Cal.'s C_p on the body

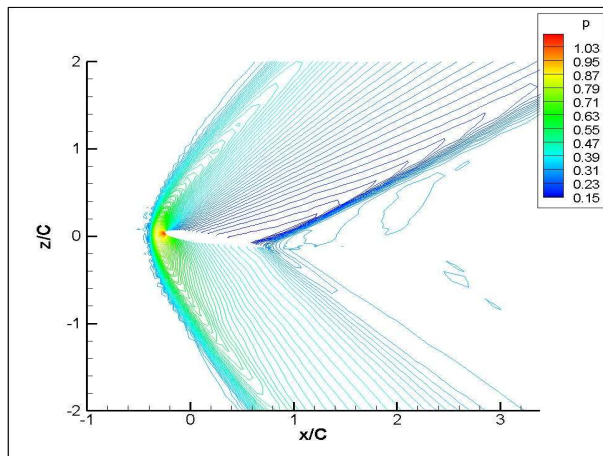


Fig. 62 P Contours at the two-dimensional airfoil($M_\infty=1.5$, $\alpha=10^\circ$)

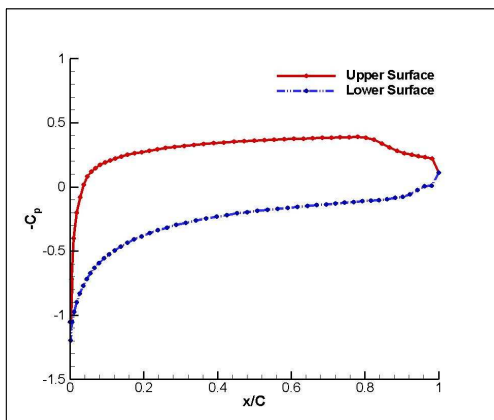


Fig. 63 C_p on the body(A-A)

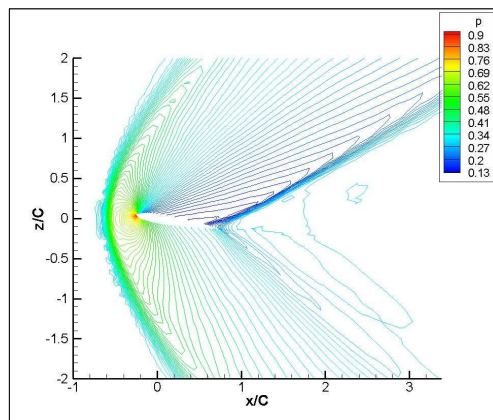


Fig. 64 P contours at the A-A

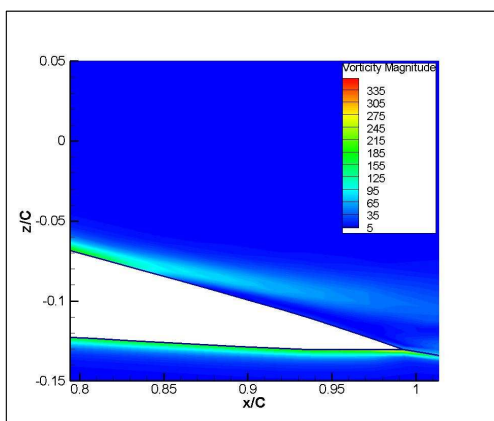


Fig. 65 vorticity at the A-A

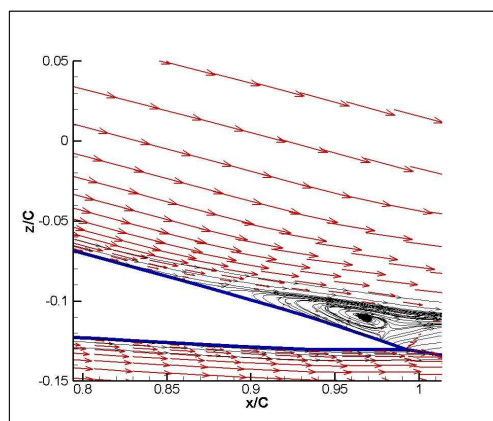


Fig. 66 Streamline at the A-A

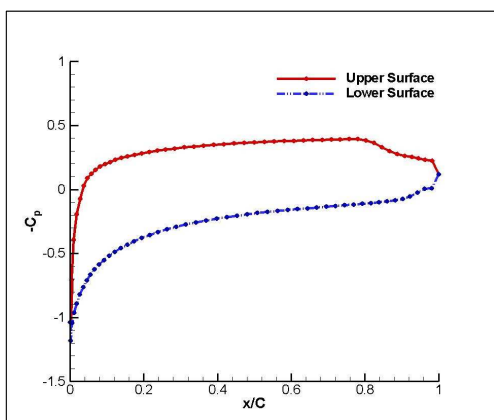


Fig. 67 C_p on the body(B-B)

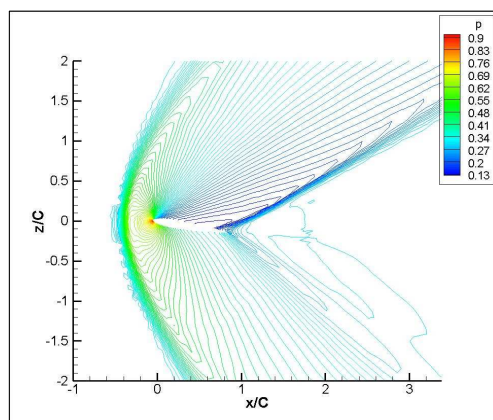


Fig. 68 P contours at the B-B

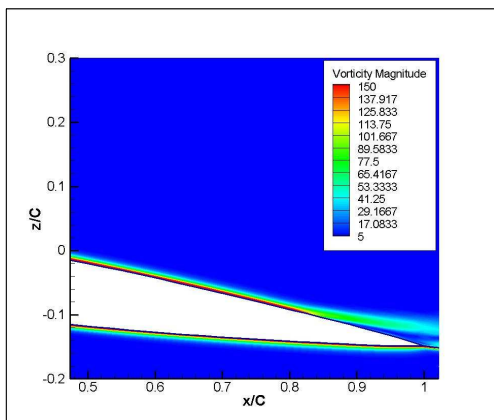


Fig. 69 vorticity at the B-B

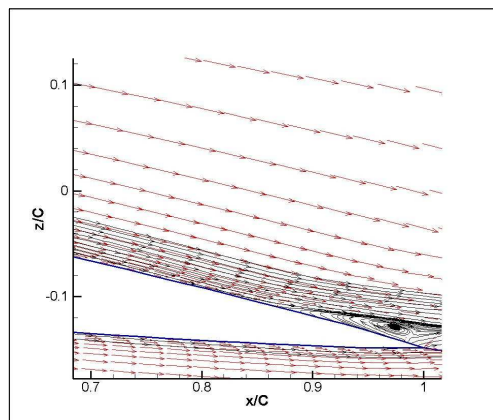


Fig. 70 Streamline at the B-B

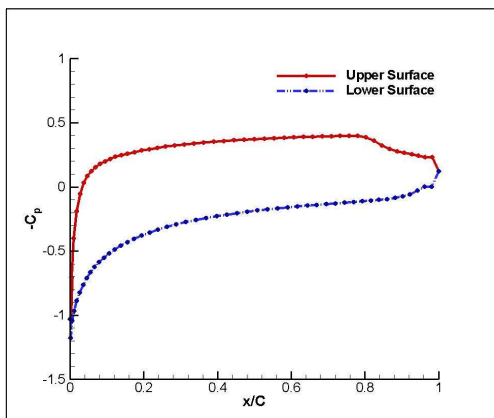


Fig. 71 C_p on the body(C-C)

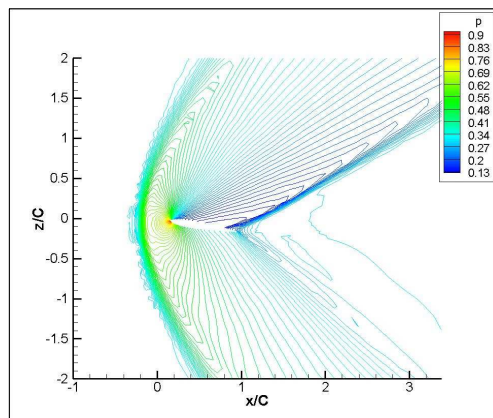


Fig. 72 P contours at the C-C

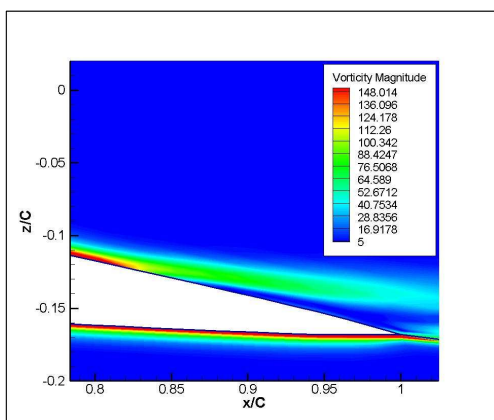


Fig. 73 vorticity at the C-C

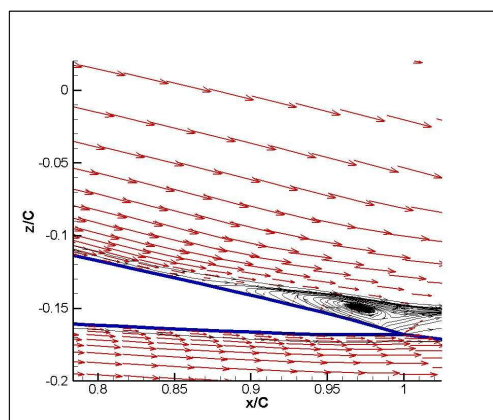


Fig. 74 Streamline at the C-C

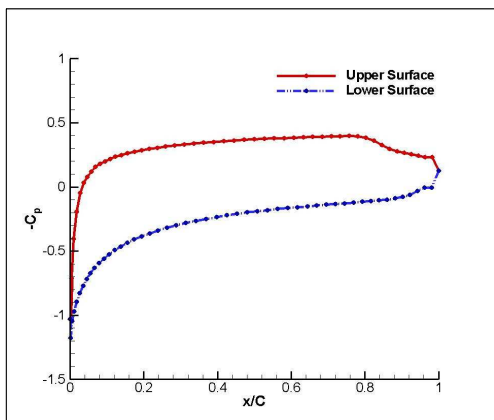


Fig. 75 C_p on the body(D-D)

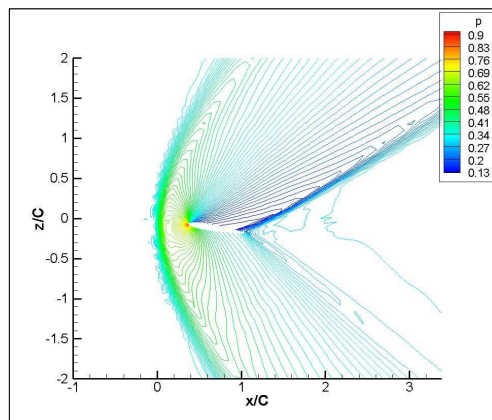


Fig. 76 P contours at the D-D

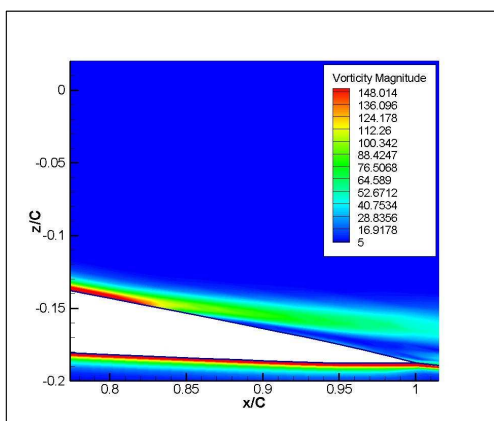


Fig. 77 vorticity at the D-D

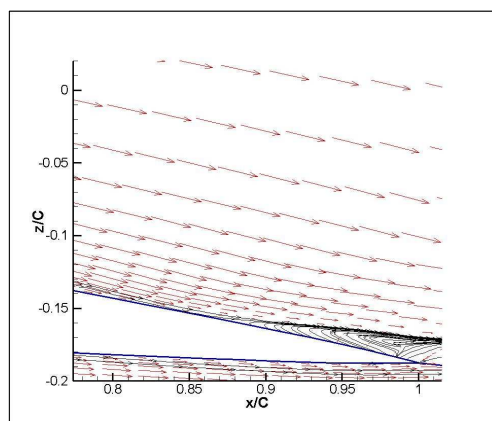


Fig. 78 Streamline at the D-D

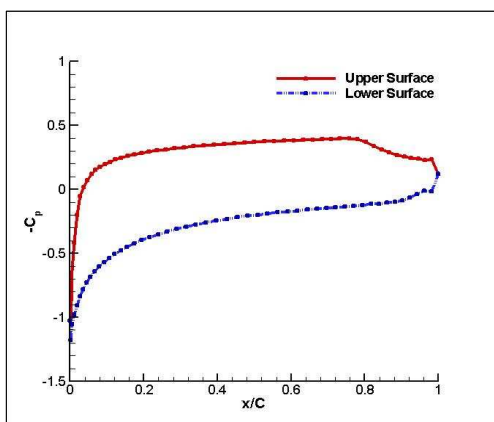


Fig. 79 C_p on the body(E-E)

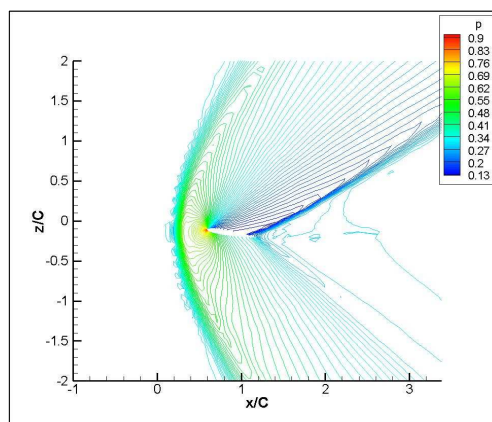


Fig. 80 P contours at the E-E

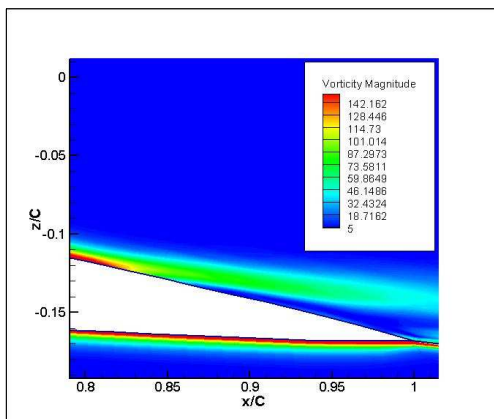


Fig. 81 vorticity at the E-E

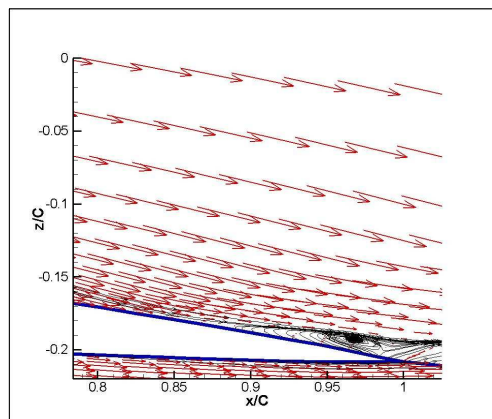


Fig. 82 Streamline at the E-E

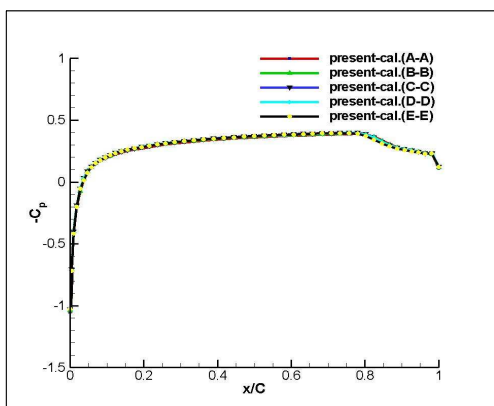


Fig. 83 C_p at the upper surface

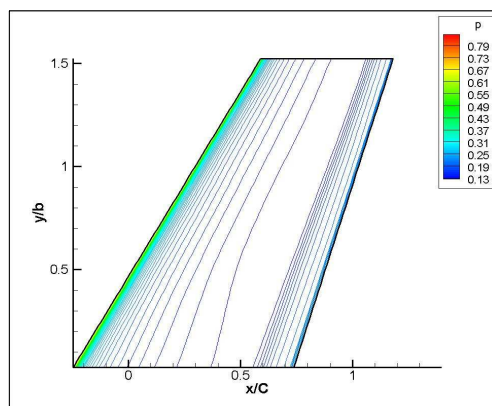


Fig. 84 P contours on upper surface of ONERA M6 wing

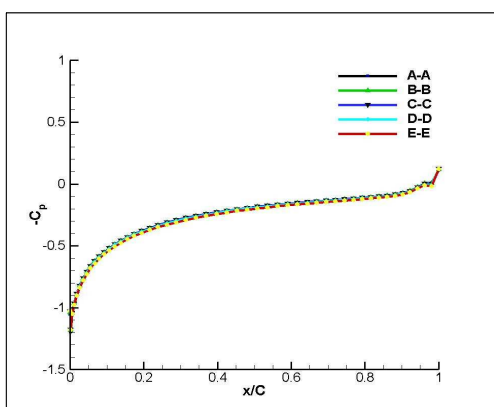


Fig. 85 C_p at the lower surface

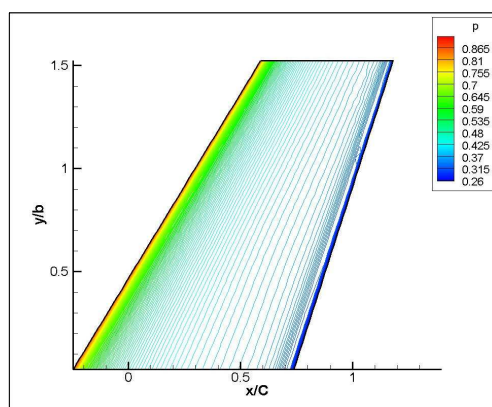


Fig. 86 P contours on lower surface of ONERA M6 wing

제 4 절 $Angle\ of\ Attack=0^\circ$ 인 벽면효과를 고려한 3차원 초음속 날개 유동

1. 격자계 및 경계조건

앞서 언급한 수치적 기법을 활용하여 아래와 같은 초음속 점성 유동에 대하여 벽면효과를 고려하여 3차원에 관한 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

- With Wall
- Angle of Attack = 0°
- Taper Ratio = 0.6
- Reynolds No. = 1.0×10^4
- Mach No. = 1.5

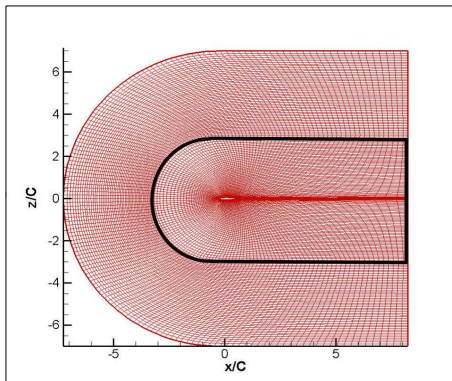


Fig. 87 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)

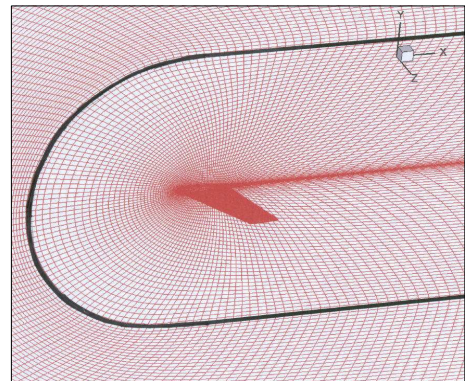


Fig. 88 Computational grid for the three-dimensional wing

본 논문에서 계산한 테이퍼 비 0.6인 3차원 날개에 대하여 받음각에 따른 계산과 벽면 효과 고려 여부에 관한 비정상 유동을 계산 하였다.

날개단면인 에어포일 벽면 부근에 격자를 밀집하게 줌으로써 벽면에서 나타나는 전단 층에서 발생되어지는 압력변화를 알 수 있도록 하였다. 격자계의 구성은

Fig. 86과 같이 Sorenson의 Poisson 방정식[15]을 이용한 C-형 격자계를 161×102 로 구성하였으며, 벽면 효과를 위하여 $k=1$ 인 계산 영역에 대하여 벽면효과를 고려하기 위하여 격자계를 크게 두 부분으로 구분하여 격자계를 구성하였다[16]. C-형 격자계 161×102 중 161×61 까지는 벽면효과를 나머지 $161 \times 62 \sim 161 \times 102$ 까지는 자유유동(freestream)조건을 고려하여 격자를 구성하였다. 또한 3차원 날개의 경우는 Fig. 87과 같이 격자계를 $161 \times 102 \times 61$ 로 구성하여 사용하였다.

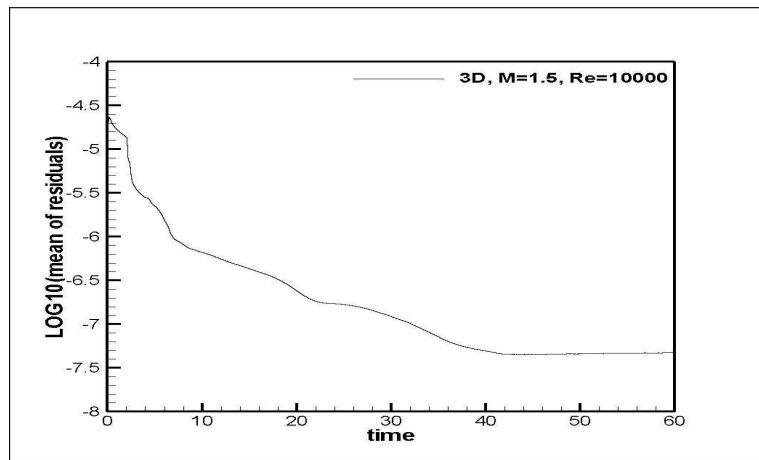


Fig. 89 Residual history for three-dimensional wing

Fig. 88은 마하수 1.5이며, 받음각이 0° 이고, 레이놀즈수를 10000으로 하여 벽면 효과를 고려했을 경우의 계산시간에 따른 수치잔여치의 변화를 나타낸 그림이다. 무차원 시간으로 $t=40(s)$ 시간 이후에 일정하게 수렴함을 확인할 수 있다.

2. 받음각(Angle of Attack)이 0° 인 에어포일의 유동해석 결과

Fig. 89는 수치계산 된 결과를 비교하기 위하여, 2차원 NACA 0012 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내기 위해 데이터를 획득한 면을 나타내는 그림이다. 또한 Fig. 90은 3차원 날개에서 각 단면의 에어포일의 형상 및 위치를 나타내는 그림으로, A-A는 k-방향 2번째 격자 지점으로, $y/b=0.06$ 인 이 계산의 경우에는 벽면에서 날개 방향으로의 첫 번째 격자로서 벽면의 효과를 고려하기 위하여 에어포일 단면에서의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포의 변화를 나타내고, B-B의 경우에는 날개의 1/4지점인 $y/b=0.25$ 인 지점에서의 C_p 값을 나타내며, C-C는 날개 중앙 부분인 $y/b=0.5$ 인 지점을 나타내고, D-D는 3/4지점은 $y/b=0.75$ 인 지점을 가리키며, 마지막으로 E-E는 팁(tip)지점으로 $y/b=1.0$ 이다.

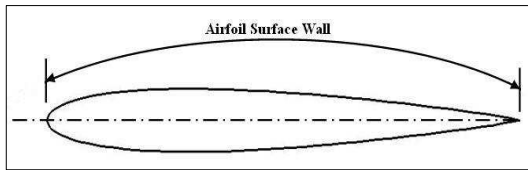


Fig. 90 Two-dimensional airfoil

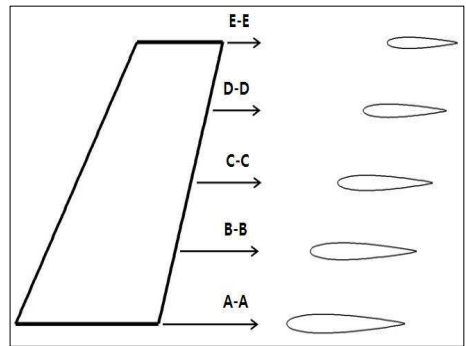


Fig. 91 Three-dimensional wing

Fig. 91은 날개길이(span)방향으로 2번째 격자에서 획득한 표면 압력 계수 값으로 그래프를 확인하면, 그 값이 거의 일정함을 알 수가 있다. 이는 벽면의 효과로 판단되어지며, 벽면과 날개에서의 상호 간섭에 의한 현상으로 판단된다. Fig. 93부터 Fig. 99까지의 표면 압력 계수 값의 그래프를 확인하면 벽면에서 멀어질수록 벽면효과를 고려하지 않은 경우와 유사한 형태로 표면 압력 계수 값이 변화함을 확인할 수 있다. Fig. 92는 압력 분포 선도를 나타내는 그림으로, 벽면에서 발생되어지는 간섭효과로 인해 분포 선도가 에어포일의 앞전보다 훨씬 전방에서 발생되어지며, 그 간격 역시 매우 성글게 분포함을 확인하였다. 압력 분포

선도 역시 벽면에서 떨어져 날개의 팁(tip)방향으로 가까워져 갈수록 벽면효과를 고려하지 않은 경우와 유사한 압력 분포를 갖는 것을 확인 하였다.

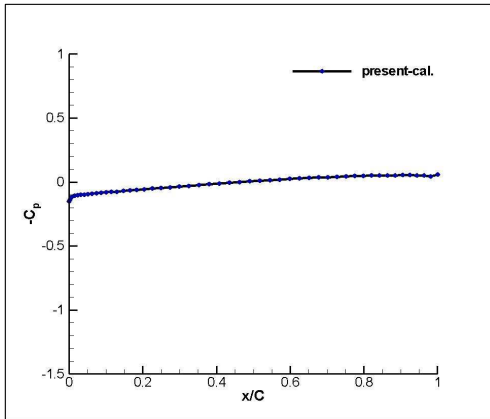


Fig. 92 C_p on the body(A-A)

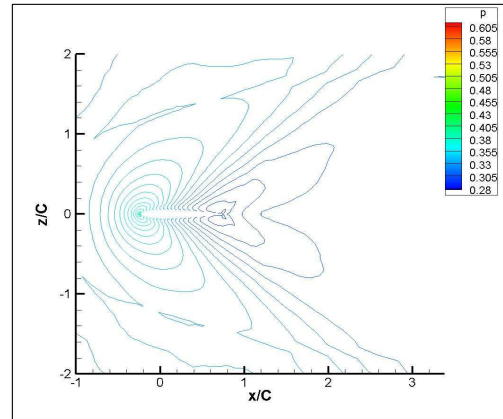


Fig. 93 P contours at the A-A

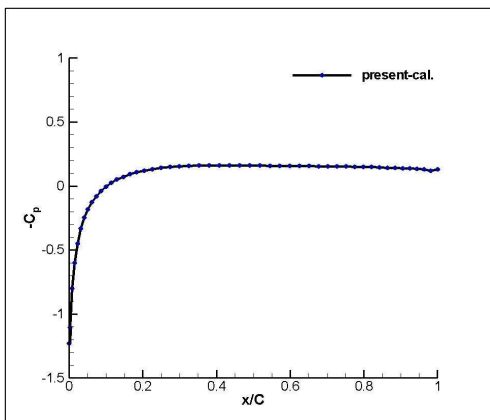


Fig. 94 C_p on the body(B-B)

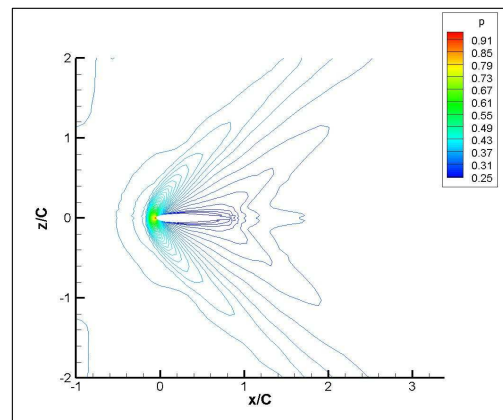


Fig. 95 P contours at the B-B

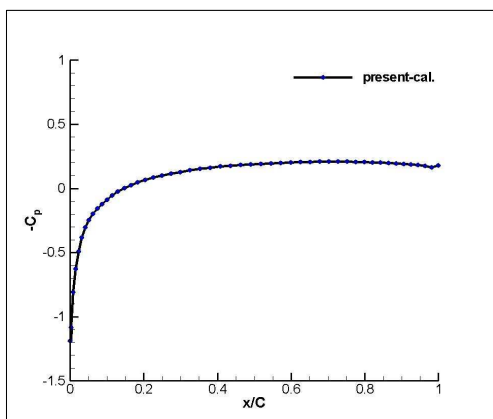


Fig. 96 C_p on the body(C-C)

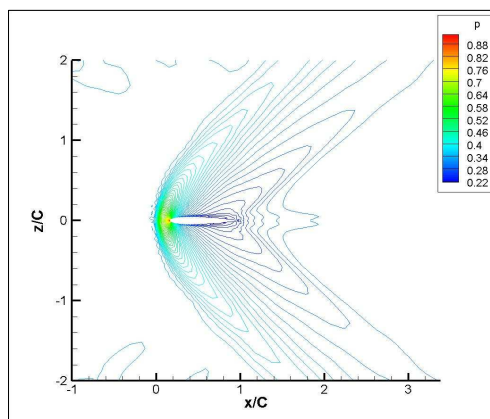


Fig. 97 P contours at the C-C

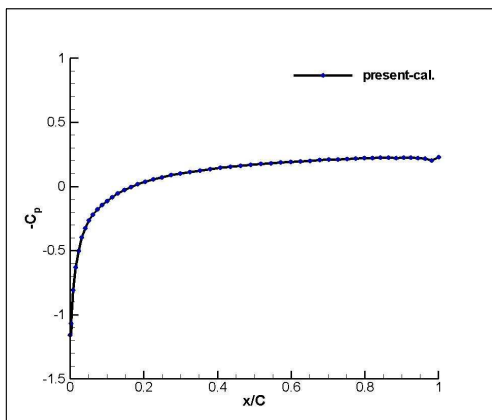


Fig. 98 C_p on the body(D-D)

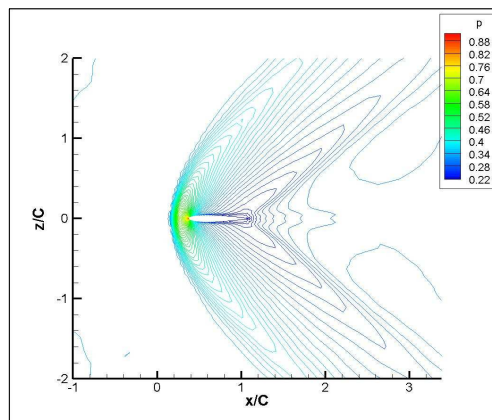


Fig. 99 P contours at the D-D

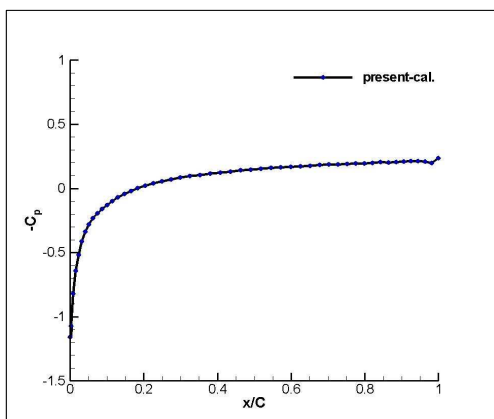


Fig. 100 C_p on the body(E-E)

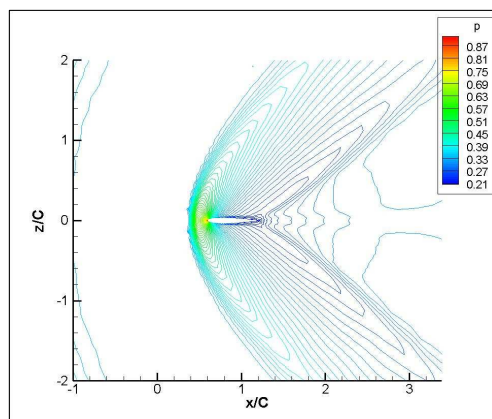


Fig. 101 P contours at the E-E

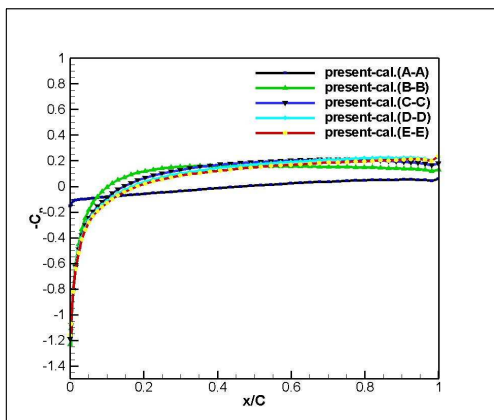


Fig. 102 C_p at the upper surface

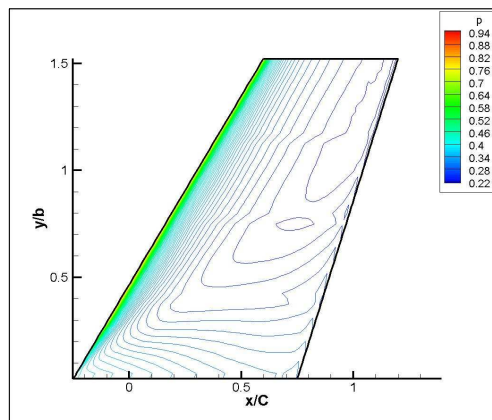


Fig. 103 P contours on upper surface of ONERA M6 wing

제 5 절 $Angle\ of\ Attack=4^\circ$ 인 벽면효과를 고려한 3차원 초음속 날개 유동

1. 격자계 및 경계조건

- With Wall
- Angle of Attack = 4°
- Taper Ratio = 0.6
- Reynolds No. = 1.0×10^4
- Mach No. = 1.5

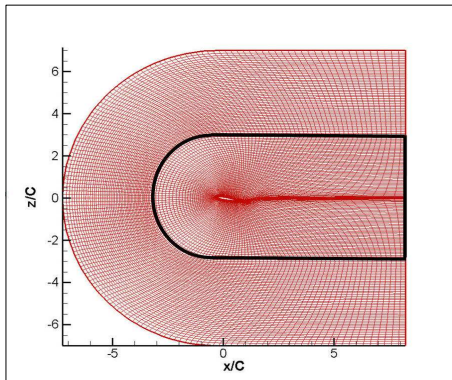


Fig. 104 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)

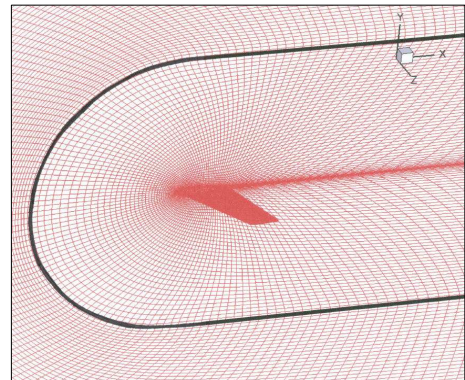


Fig. 105 Computational grid for the three-dimensional wing

본 논문에서 계산한 테이퍼 비 0.6인 3차원 날개에 대하여 받음각에 따른 계산과 벽면 효과 고려 여부에 관한 비정상 유동을 계산 하였다.

날개단면인 에어포일 벽면 부근에 격자를 밀집하게 줌으로써 벽면에서 나타나는 전단 층에서 발생되어지는 압력변화를 알 수 있도록 하였다. 격자계의 구성은 Fig. 103과 같이 Sorenson의 Poisson 방정식[15]을 이용한 C-형 격자계를 161×102 로 구성하였으며, 받음각에 따른 에어포일의 뒷전(Tailing Edge)의 후류 영역 계산

격자점의 오차율(Error)을 감소하기 위하여 완전한 기울기를 갖도록 격자를 구성하였다. 또한 벽면 효과를 위하여 $k=1$ 인 계산 영역에 대하여 벽면효과를 고려하기 위하여 격자계를 크게 두 부분으로 구분하여 격자계를 구성하였다[16]. C-형 격자계 161×102 중 161×61 까지는 벽면효과를 나머지 $161 \times 62 \sim 161 \times 102$ 까지는 자유유동(freestream)조건을 고려하여 격자를 구성하였다. 또한 3차원 날개의 경우는 Fig. 104와 같이 격자계를 $161 \times 102 \times 61$ 을 이용하여 계산을 수행하였다.

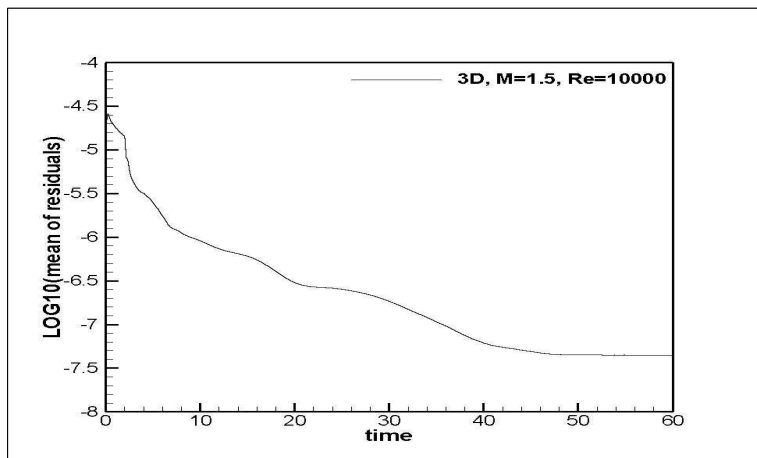


Fig. 106 Residual history for three-dimensional wing

Fig. 105는 마하수 1.5이며, 받음각이 4° 이고, 벽면 효과를 고려했을 경우의 계산시간에 따른 수치잔여치의 변화를 나타낸 그림이다. 무차원 시간으로 $t=50(s)$ 시간 이후에 일정하게 수렴함을 확인할 수 있다.

2. 받음각(Angle of Attack)이 4° 인 에어포일의 유동해석 결과

Fig. 106은 수치계산 된 결과를 비교하기 위하여, 2차원 NACA 0012 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내기 위해 데이터를 획득한 면인 upper면과 lower면을 나타내는 그림이다. 또한 Fig. 108은 3차원 ONERA M6 날개를 보여주며, A-A는 $y/b=0.06$ 인 이 계산의 경우에는 벽면에서 날개(span)방향으로의 첫 번째 격자로써 벽면의 효과를 고려하기 위하여 에어포일 단면에서의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포의 변화를 나타내고, B-B의 경우에는 날개의 1/4 부분인 $y/b=0.25$ 인 지점에서의 C_p 값을 나타내며, C-C는 날개의 중간지점인 $y/b=0.5$ 인 에어포일의 단면을 나타내고, D-D는 날개의 3/4지점인 $y/b=0.75$ 인 부분이며, 마지막으로 E-E는 날개의 팁(tip) 지점인 $y/b=1.0$ 인 지점을 나타낸다.

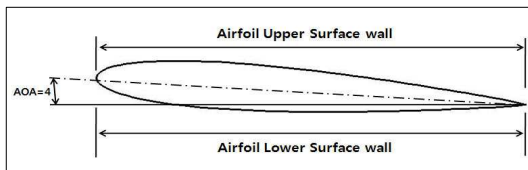


Fig. 107 Two-dimensional airfoil
($M_\infty = 1.5$, $\alpha = 4^\circ$)

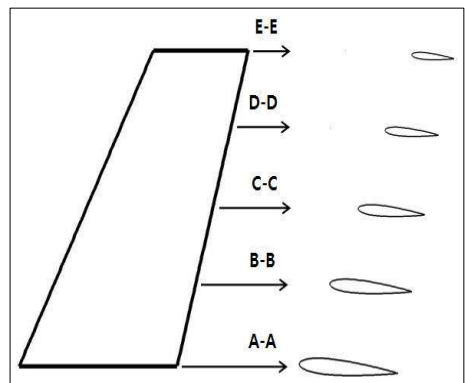


Fig. 108 Three-dimensional wing

Fig. 108은 벽면의 효과를 최대로 받는 $y/b=0.06$ 인 지점(A-A)에서의 표면 압력 계수 값으로써 그림에서 확인 할 수 있듯, 에어포일의 윗면과 아랫면에서의 그 값의 변화가 거의 없음을 확인할 수 있다. 이는 앞서 언급한 것과 같이 벽면에서의 상호 간섭 작용으로 인한 현상으로 판단되어지며, Fig. 109와 같이 압력 분포 선도 역시 그 간격이 상당히 드물게 되며, 분포가 앞전보다 훨씬 이전에 분포 선도가 발생됨을 확인하였다. Fig. 110, 112, 114, 그리고 116에서 확인할 수 있듯

벽면에서 떨어질수록 표면 압력 계수 값의 변화는 벽면을 고려하지 않은 경우와 비슷하게 나타나고, 벽면효과로부터 이탈되어짐을 확인하였다. 받음각(AOA)이 4도인 경우에는 에어포일의 뒷전(tailing edge)에서 와류가 발생되지 않음을 확인할 수 있었다. 본 연구에서는 mach가 1.5로써 초음속 유동이기 때문에 저 받음각에서는 와류의 발생되지 않음 역시 확인할 수 있었다. 이를 다시 Fig. 118과 Fig. 120에서 확인하면, 날개길이(span)방향에 따른 표면 압력 계수 값의 변화를 명확히 확인할 수 있다. Fig. 119의 경우는 에어포일의 윗면에서 획득한 압력 분포선도로써 그림을 보면, ONERA M6 날개에서 발생되어지는 λ 형태의 압력 분포를 보임을 확인할 수 있다.

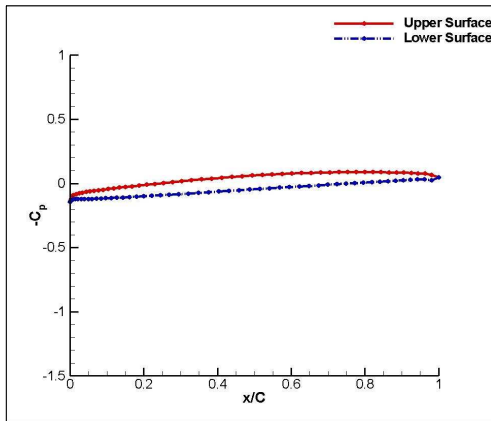


Fig. 109 C_p on the body(A-A)

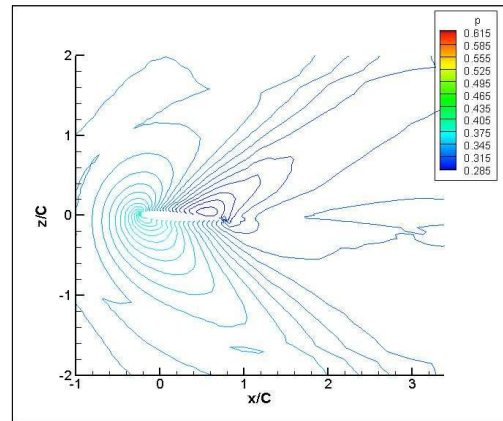


Fig. 110 P contours at the A-A

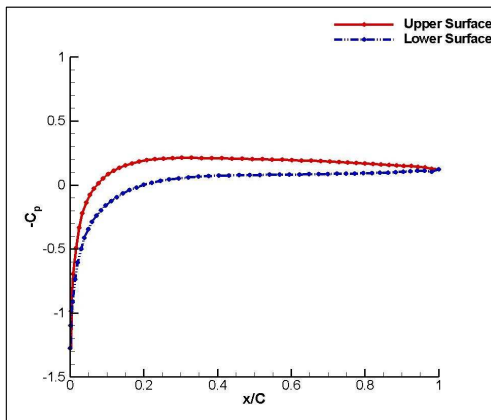


Fig. 111 C_p on the body(B-B)

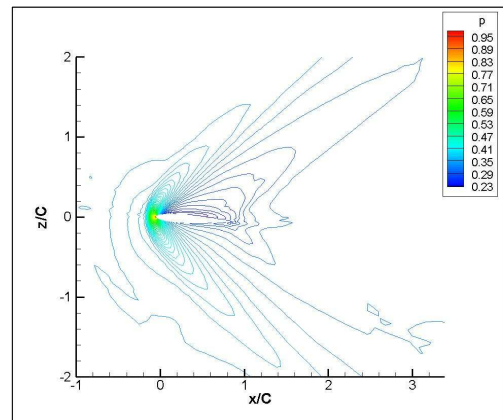


Fig. 112 P contours at the B-B

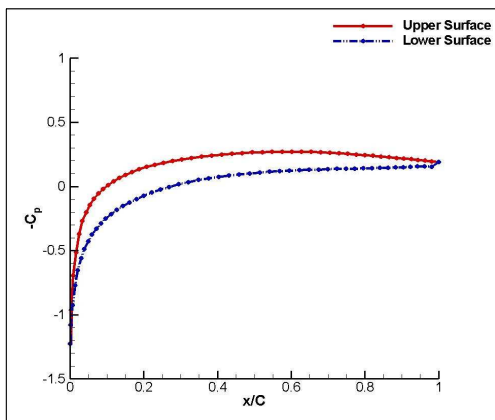


Fig. 113 C_p on the body(C-C)

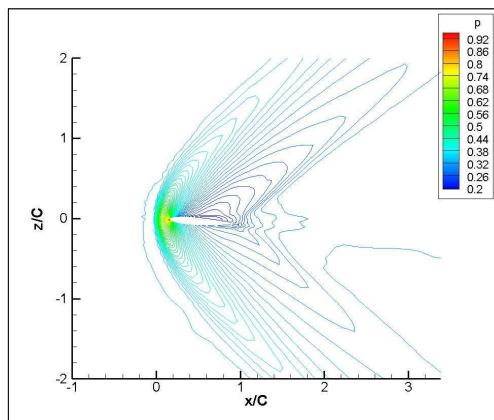


Fig. 114 P contours at the C-C

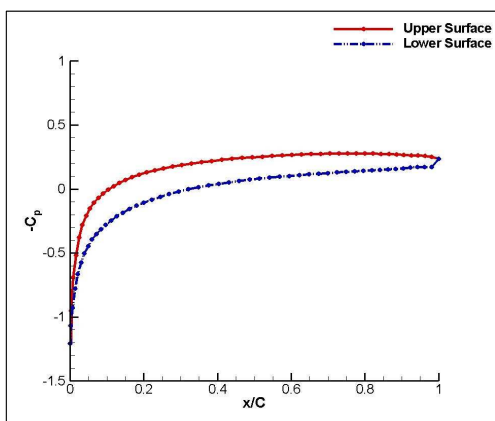


Fig. 115 C_p on the body(D-D)

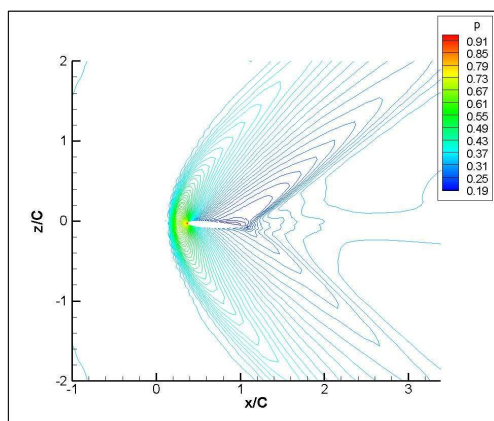


Fig. 116 P contours at the D-D

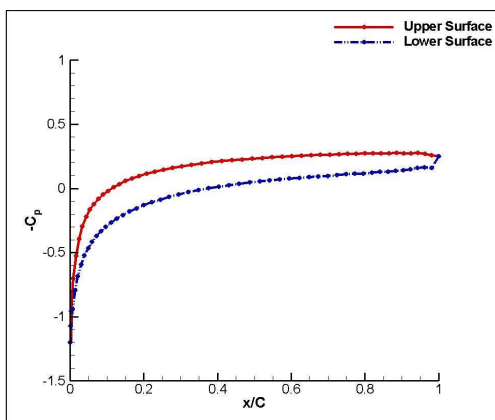


Fig. 117 C_p on the body(E-E)

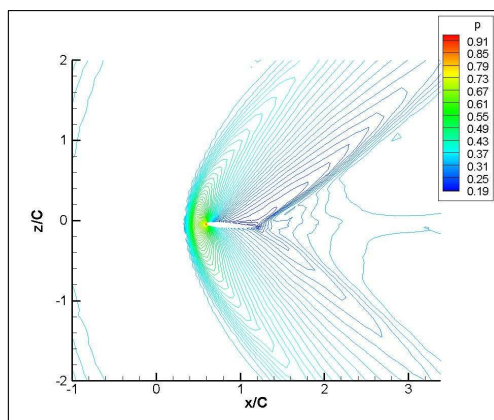


Fig 118 P contours at the E-E

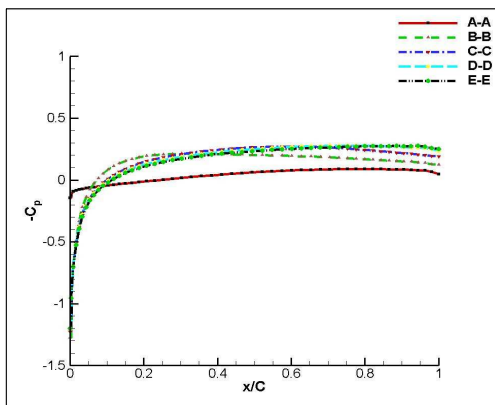


Fig. 119 C_p at the upper surface

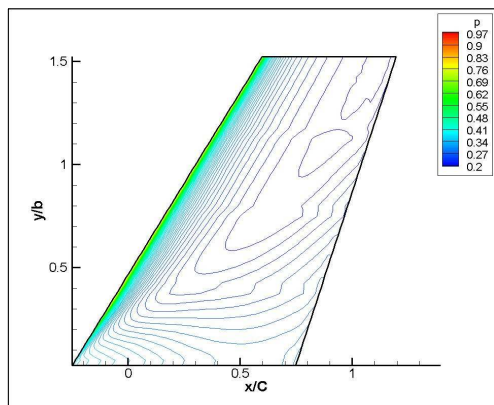


Fig. 120 P contours on upper surface of ONERA M6 wing

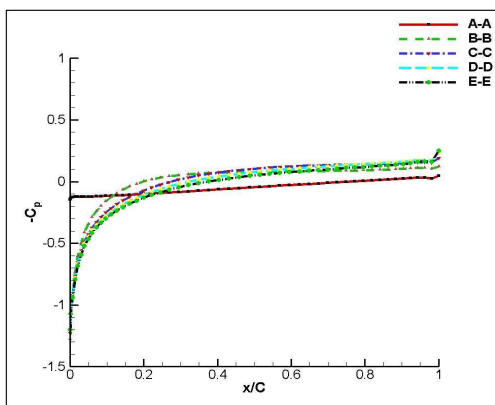


Fig. 121 C_p at the lower surface

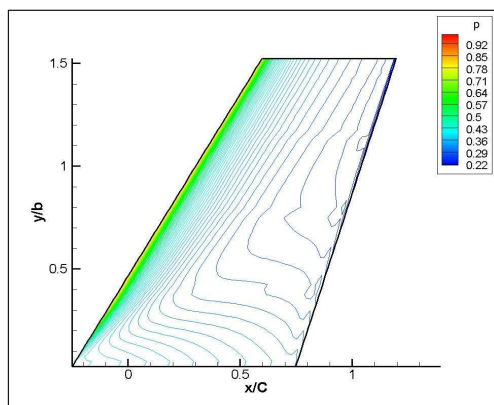


Fig. 122 P contours on lower surface of ONERA M6 wing

제 6 절 $Angle\ of\ Attack=10^\circ$ 인 벽면효과를 고려한 3차원 초음속 날개 유동

1. 격자계 및 경계조건

- With Wall
- Angle of Attack = 10°
- Taper Ratio = 0.6
- Reynolds No. = 1.0×10^4
- Mach No. = 1.5

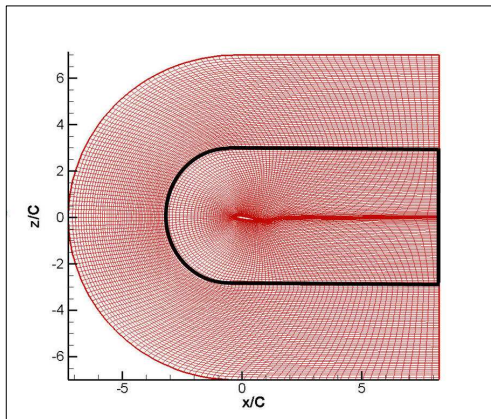


Fig. 123 Computational grid for the two-dimensional airfoil(x-y면)

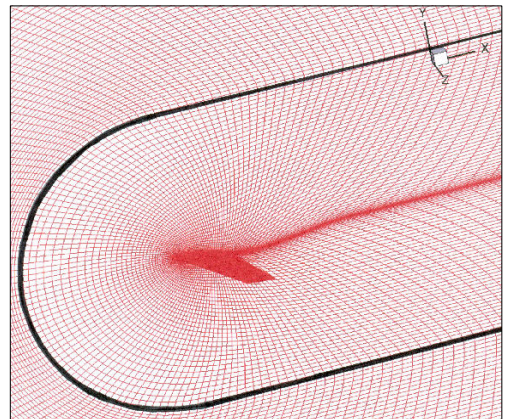


Fig. 124 Computational grid for the three-dimensional wing

본 논문에서 계산한 테이퍼 비 0.6인 3차원 날개에 대하여 받음각에 따른 계산과 벽면 효과 고려 여부에 관한 비정상 유동을 계산 하였다.

날개단면인 에어포일 벽면 부근에 격자를 밀집하게 줌으로써 벽면에서 나타나는 전단 층에서 발생되어지는 압력변화를 알 수 있도록 하였다. 격자계의 구성은 Fig. 122와 같이 Sorenson의 Poisson 방정식[15]을 이용한 C-형 격자계를 161×102 로 구성하였으며, 받음각에 따른 에어포일의 뒷전(Tailing Edge)의 후류 영역 계산

격자점의 오차율(Error)을 감소하기 위하여 완전한 기울기를 갖도록 격자를 구성하였다. 또한 벽면 효과를 위하여 $k=1$ 인 계산 영역에 대하여 격자계를 크게 두 부분으로 분할하여 격자계를 구성하였다. C-형 격자계 161×102 중 161×61 까지는 벽면효과를 나머지 $161 \times 62 \sim 161 \times 102$ 까지는 자유유동(freestream)조건을 고려하여 격자를 구성하였다[16]. 또한 3차원 날개의 경우는 Fig. 123과 같이 격자계를 $161 \times 102 \times 61$ 을 이용하여 계산을 수행하였다.

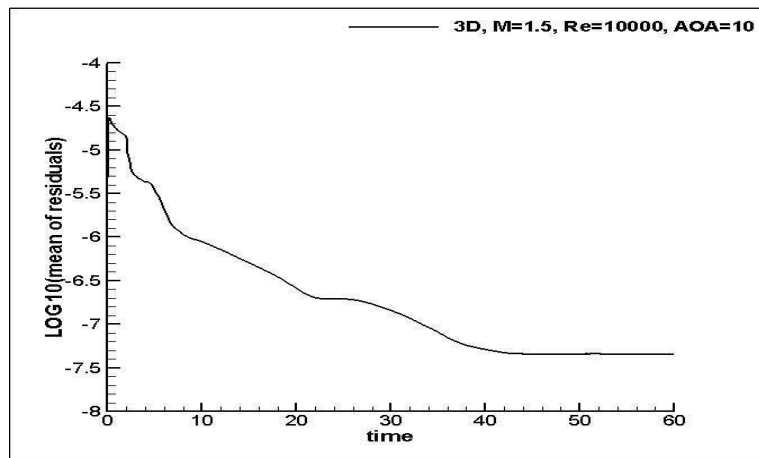


Fig. 125 Residual history for three-dimensional wing

Fig. 124는 마하수 1.5이며, 받음각이 10° 이고, 벽면 효과를 고려했을 경우의 계산시간에 따른 수치잔여치의 변화를 나타낸 그림이다. 무차원 시간으로 약 $t=45(s)$ 시간 이후에 일정하게 수렴함을 확인할 수 있다.

2. 받음각(Angle of Attack)이 10° 인 에어포일의 유동해석 결과

Fig. 125는 수치계산 된 결과를 비교하기 위하여, 2차원 NACA 0012 에어포일의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포를 나타내기 위해 데이터를 획득한 면인 윗면과 아랫면을 나타내는 그림이다. 또한 Fig. 126은 3차원 ONERA M6 날개를 보여주며, A-A는 $y/b=0.06$ 인 이 계산의 경우에는 벽면에서 날개(span)방향으로의 첫 번째 격자로서 벽면의 효과를 고려하기 위하여 에어포일 단면에서의 Surface Pressure Coefficient(C_p) 분포의 변화를 나타내고, B-B의 경우에는 날개의 1/4 부분인 $y/b=0.25$ 인 지점에서의 C_p 값을 나타내며, C-C는 날개의 중간지점인 $y/b=0.5$ 인 에어포일의 단면을 나타내고, D-D는 날개의 3/4지점인 $y/b=0.75$ 인 부분이며, 마지막으로 E-E는 날개의 팁(tip) 지점인 $y/b=1.0$ 인 지점을 나타낸다.

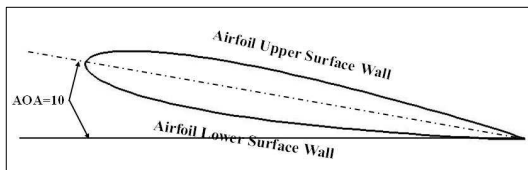


Fig. 126 Two-dimensional airfoil
($M_\infty = 1.5$, $\alpha = 10^\circ$)

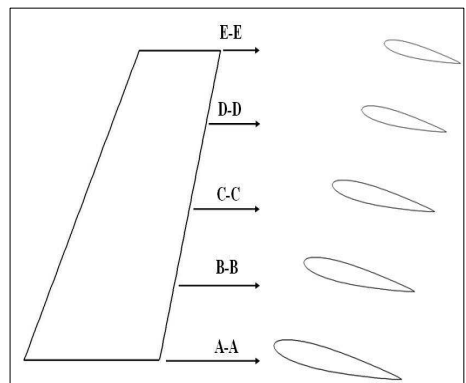


Fig. 127 Three-dimensional wing

Fig. 127은 벽면효과를 가장 크게 받게 되는 $y/b=0.06$ 인 A-A지점에서 획득한 표면 압력 계수 값이다. 그림을 보면 받음각이 4도의 경우보다 표면 압력 계수 값의 변화가 더 큼을 확인할 수 있으며, 다른 구간에서의 표면 압력 계수 값 보다는 그 값이 매우 작음을 확인하였다. Fig. 128은 압력 분포 선도를 나타내는 그림으로 앞서 언급한 바와 같이 에어포일의 앞전(leading edge)에서 보다 훨씬 이전에 압력 분포 선도가 발생되어지며, 받음각이 커짐에 따라 에어포일의 아랫면

(lower surface)에서 압력의 분포가 조밀하게 발생되어짐을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 129와 Fig. 130에서 확인할 수 있는 것과 같이 에어포일의 길이(chord length) 약 0.8 이후 와류가 뒷전(tailing edge)에서 발생되어짐을 확인할 수 있다. 이는 받음각에 따른 영향으로 벽면효과를 고려하지 않은 경우의 보다 훨씬 복잡한 유동 현상을 보이게 된다. Fig. 130의 유선에서 확인할 수 있는 것과 같이 와류가 발생됨과 동시에 에어포일의 윗면(upper surface)에서 벽면효과로 인한 유동의 불완전성이 크게 발생됨을 보인다. 이 현상을 각 구간에 따라 살펴보면, Fig. 131은 B-B 구간으로 벽면효과로부터 완전히 벗어나진 못했지만 표면 압력 계수 값을 살펴보면, 에어포일의 윗면에서 와류는 발생되어지지 않지만, 벽면으로부터 밀려나오는 유동의 영향으로 인해 에어포일의 중앙부분인 0.5지점부터 완만한 기울기를 갖는 표면 압력 계수 값을 갖게 된다. 이는 받음각의 영향과 동시에 벽면효과로 인한 유동특성이라 판단되어진다. 날개길이(span)방향의 중앙지점인 C-C에서의 표면 압력 계수 값은 에어포일 길이(chord length)가 0.7 근처에서 급격한 변화 값을 갖는다. 이는 받음각에 따른 에어포일 뒷전(tailing edge)에서의 와류 발생과 동시에 벽면으로부터 밀려나오는 유동의 영향으로부터 멀어졌음을 의미한다.

또한 Fig. 147과 Fig. 149는 5구간에서의 표면 압력 계수를 한 그래프에 표현한 그림이다. 보는 바와 같이 A-A구간을 제외한 그 외의 구간에서는 날개길이(span) 방향으로 갈수록 벽면효과는 사라짐을 확인할 수 있고, 날개의 팁(tip)에서는 벽면효과를 고려치 않은 경우와 거의 유사함을 확인할 수 있다.

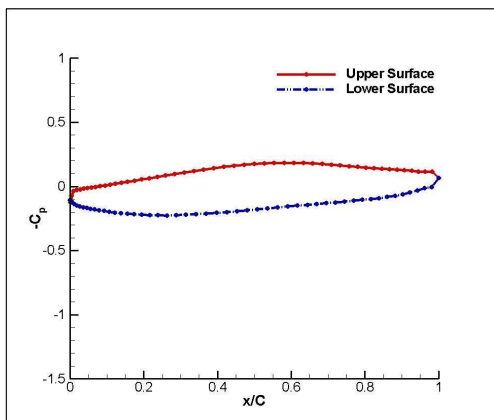


Fig. 128 C_p on the body(A-A)

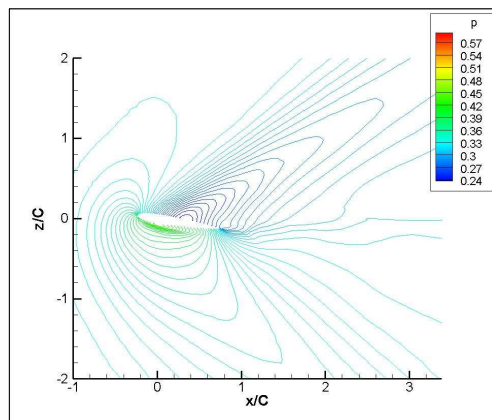


Fig. 129 P contours at the A-A

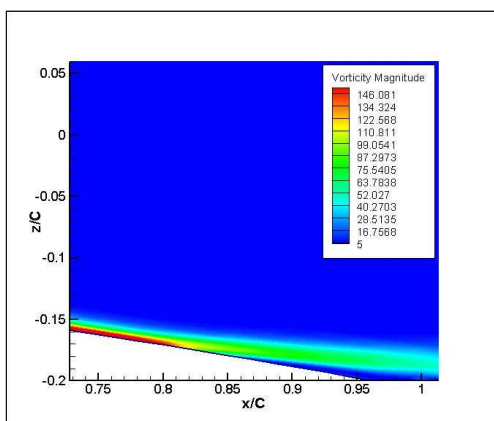


Fig. 130 vorticity at the A-A

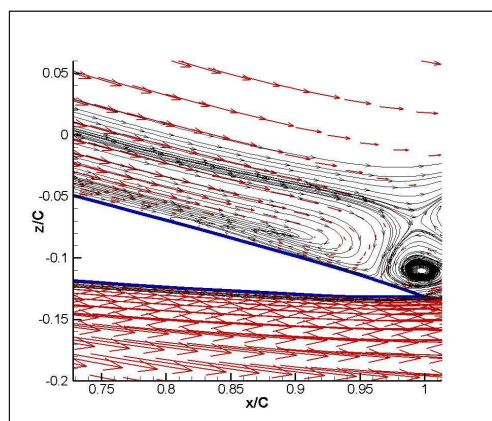


Fig. 131 Streamline at the A-A

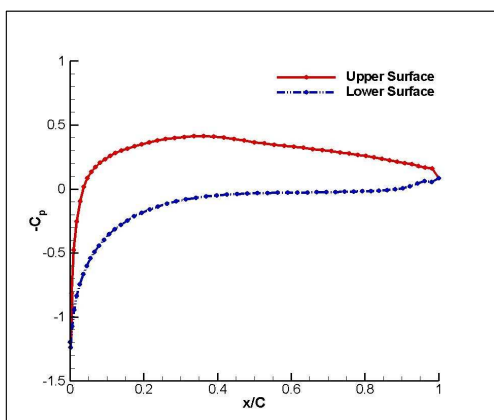


Fig. 132 C_p on the body(B-B)

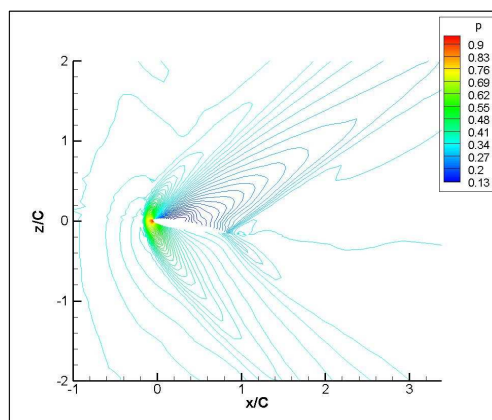


Fig. 133 P contours at the B-B

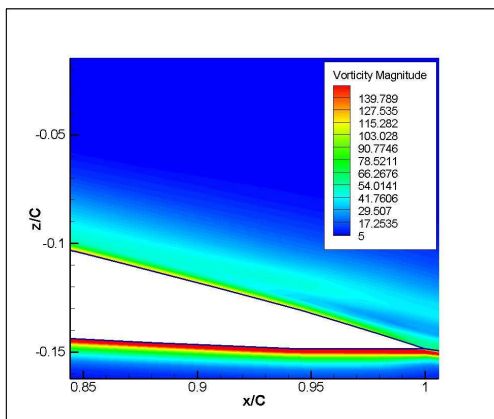


Fig. 134 vorticity at the B-B

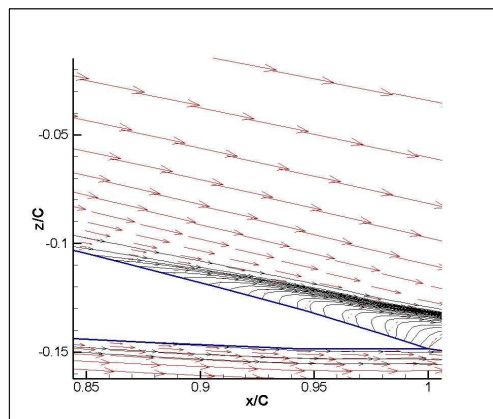


Fig. 135 Streamline at the B-B

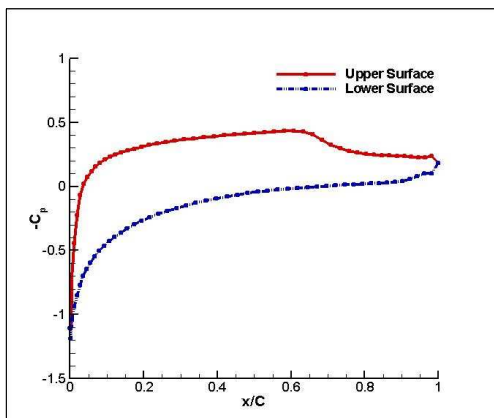


Fig. 136 C_p on the body(C-C)

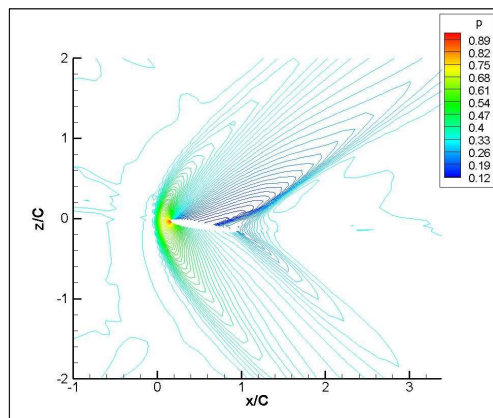


Fig. 137 P contours at the C-C

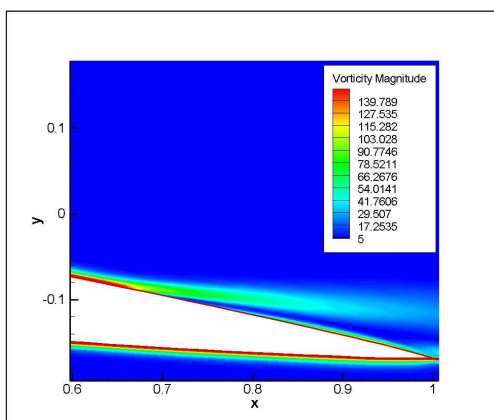


Fig. 138 vorticity at the C-C

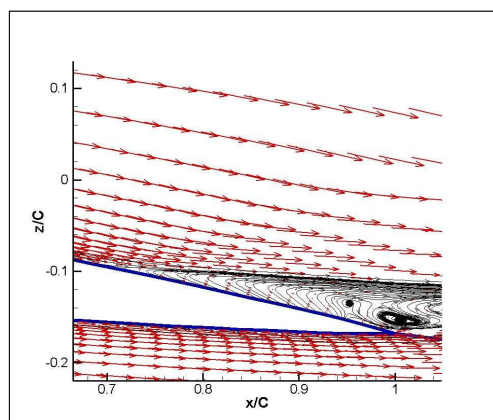


Fig. 139 Streamline at the C-C

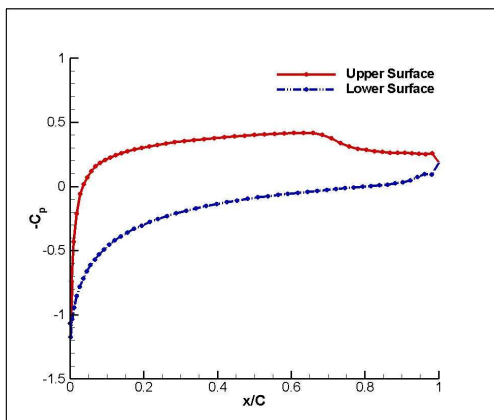


Fig. 140 C_p on the body(D-D)

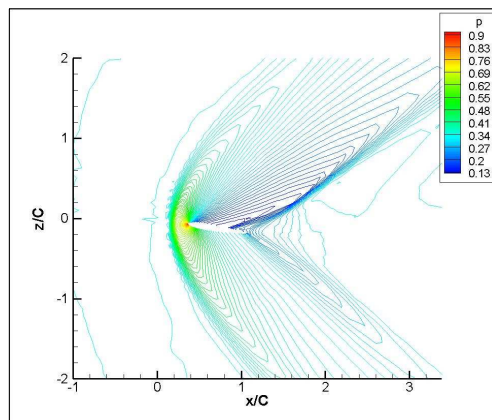


Fig. 141 P contours at the D-D

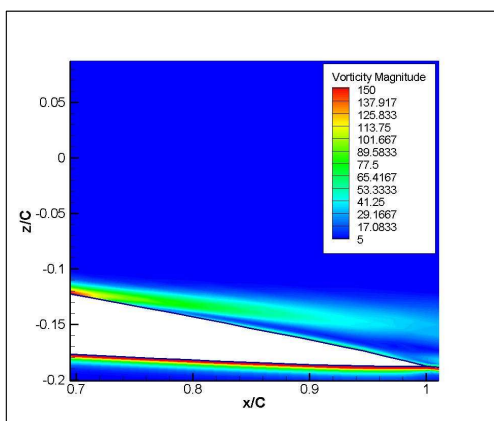


Fig. 142 vorticity at the D-D

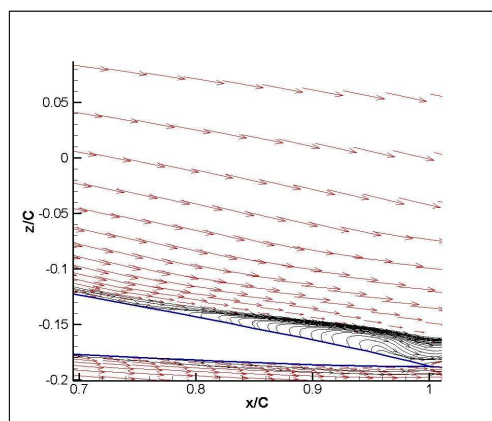


Fig. 143 Streamline at the D-D

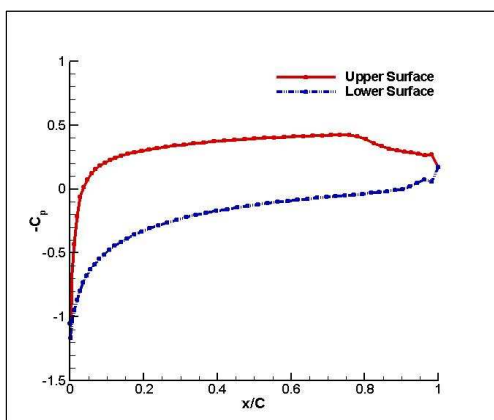


Fig. 144 C_p on the body(E-E)

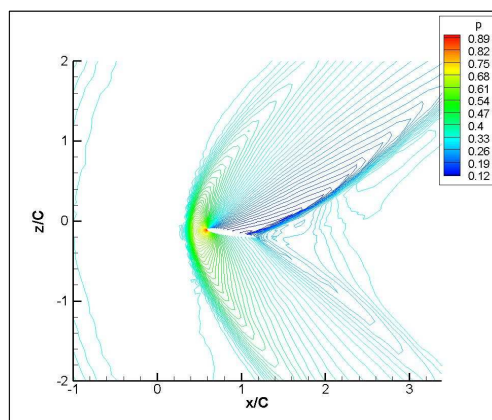


Fig. 145 P contours at the E-E

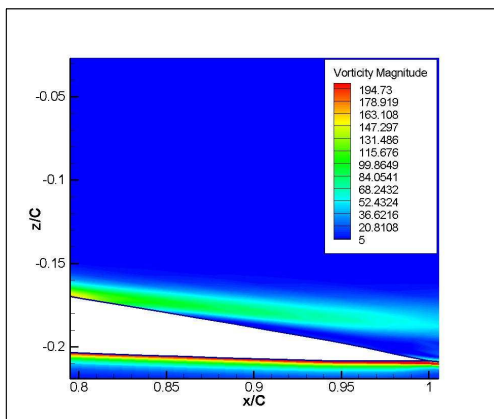


Fig. 146 vorticity at the E-E

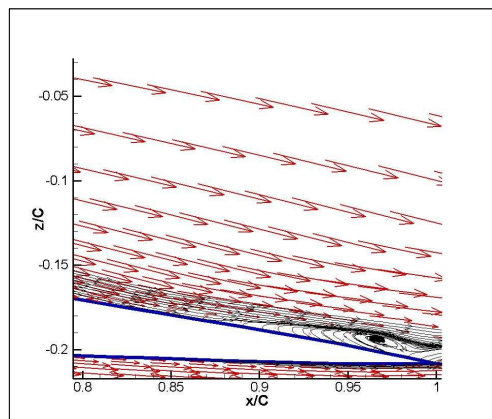


Fig. 147 Streamline at the E-E

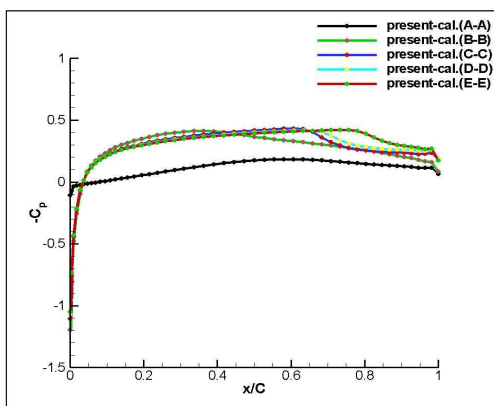


Fig. 148 C_p at the upper surface

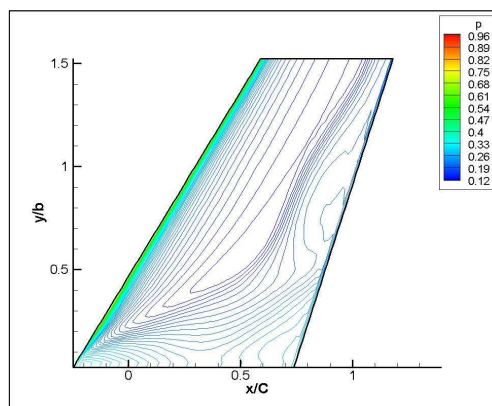


Fig. 149 P contours on upper surface of ONERA M6 wing

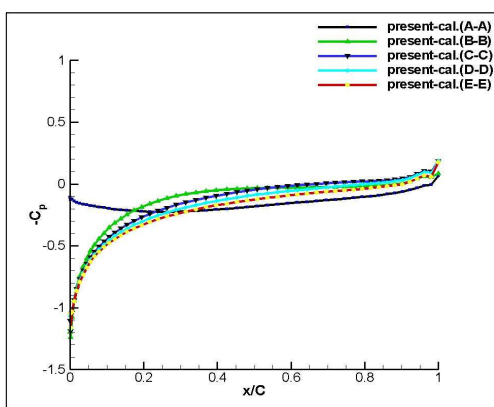


Fig. 150 C_p at the lower surface

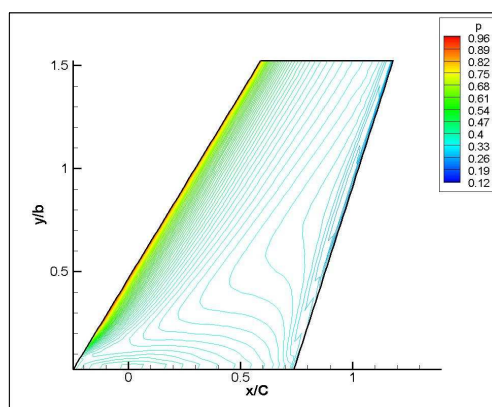


Fig. 151 P contours on lower surface of ONERA M6 wing

제 5 장 결론

본 연구에서는 비정상 초음속 에어포일 유동을 해석하는데, Unsteady-Reynolds Averaged Navier-Stokes(RANS) 방정식과 Wilcox $k-w$ 난류모델을 이용하여, NACA 0012 에어포일 형태의 ONERA M6 날개 주위의 점성에 의해 유발되어지는 와류의 생성과 소멸, 그리고 이동 등의 날개 주위 유동장의 특징을 실제 유동현상과 유사하게 모사하였다.

계산에 수행된 모델은 마하수(Mach Number) 1.5, 레이놀즈 수(Reynolds Number) 1.0×10^4 이고, 받음각(Angle of Attack)이 0도, 4도, 10도로 벽면효과를 고려하지 않은 경우와 고려한 경우로 총 6가지 모델로 수치해석을 수행하였다. 결과의 검증 및 비교는 Mohamed & Essam의 2차원 수치계산의 결과와 비교하여 검증하였다.

받음각(Angle of Attack)이 0도인 NACA 0012의 2차원 에어포일의 표면 압력 계수 값의 결과와 본 연구에서 수행한 수치계산과 잘 일치함을 확인하였다.

3차원 날개의 계산 수행은 날개길이(span)방향으로 총 5구간을 분할하여 각 구간에서의 표면 압력 계수 값을 측정하였다. 벽면효과를 고려하지 않은 날개의 각 구간에서의 표면 압력 계수 값은 거의 변화가 없이 앞전(leading edge)에서 압력 선도가 조밀하게 나타남을 확인하였으며, 받음각이 증가함에도 표면 압력 계수 값의 변화하지 않음을 확인할 수 있었다.

벽면효과를 고려한 날개 유동 해석에서는 받음각이 증가함에 따라 유동이 더 격렬하게 흐름을 확인하였다. 이는 벽면 부근에서의 간섭효과로 인하여 날개길이(span)방향으로 와류가 생성이 되고, 동시에 에어포일의 윗면(upper surface)의 뒷전(tailing edge)에서 와류가 생성이 되기 때문이다. 에어포일을 지난 유동은 시계 방향으로 커다란 원을 그리며, 유동이 빠져 나가는 현상을 확인하였다. 또한 각 구간에서 에어포일의 표면 압력 계수 값의 변화를 살펴보면, 에어포일의 윗면(upper surface)에서의 유선 분석으로부터 확인할 수 있었다. 그리고 3차원 유동에서 역류의 영역과 3차원 유동박리 특성에 나타나는 역 압력 구배로부터 확인할 수 있었으며, 벽면으로부터 멀어질수록 벽면효과는 상쇄되어지고, 벽면효과를 고려하지 않은 경우와 표면 압력 계수 값이 유사해짐을 확인할 수 있었다.

향후 계획으로는 좀 더 다양한 받음각과 에어포일의 유동특성에 대해서 심도 있게 연구할 계획이며, 날개 끝 와류(wing tip vortex)에 관한 유동장 해석을 하고

자 한다.

참 고 문 헌

- [1] 이봉준, 김학봉, 김문상 공저, “항공역학”, 도서출판 세화, 134-137, 2002.
- [2] Heller, H. H., Holmes, D. G., & Covert, E. E., "Flow-induced pressure oscillations in shallow cavities" Journal of Sound and Vibration, Vol. 18, 1971, pp. 545-553
- [3] O. Baysal, & R. L. Stallings Jr. "Computational and experimental Investigation of Cavity Flowfields", AIAA J. Vol. 26, No. 1. Jan. 1998
- [4] Maull, D. J. & East, L. F. "Three-dimensional flow in cavities," journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, 1963, pp. 620-632.
- [5] Krishnamurty, K., "Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces," NACA TN-3487, 1955.
- [6] Mohamed Hafez & Essam Wahba, "Simulations of viscous transonic flows over lifting airfoils and wings", Computers&Fluids 36 39-52, 2007.
- [7] Hoffmann, K. C. & Chiang, S. T. "Computational Fluid Dynamics for Engineers" , Engineering Education System USA, Vol.1 pp. 237, 1993.
- [8] Klaus A. Hoffmann & Steve T. Chiang "Computational Fluid Dynamics (4th)" , Engineering Education System USA, Vol.II, 1993.
- [9] Harten, A., "High Resolution Schemed for Hyperbolic Conservation Laws", Journal of Computational Physics, vol. 49, pp. 357-393, 1983
- [10] B. van Leer, "Flux vector splitting for Euler equations", Lecture Notes in Physics, Vol. 170, pp. 501-512, 1982.
- [11] S. M. Liang & J. J. Chan, "An improved upwind scheme for the Euler equations", J. Comput. Phys., 84, 461-473, 1989.
- [12] David C. Wilcox, "Turbulence Modeling for CFD(second Edition)", pp. 119-122, 2000.
- [13] Chingwei M.Shieh, Philip J.Morris "Comparison of Two- and Three-Dimensional Turbulent Cavity flows", AIAA 2001-0511, A01-16385
- [14] 한국과학기술정보연구원, “MPI를 이용한 병렬 프로그래밍”, 슈퍼컴퓨팅센터,

2002.

- [15] J. L. Steger and R. L. Sorenson, "Automatic mesh-point clustering near a boundary in grid generation with elliptic partial differential equation", J. Comput. Phys., Vol. 33, pp. 405-410, 1979.
- [16] C. A. J. Fletcher, "Computational Techniques for Fluid Dynamics 2", Springer-Verlag, pp. 114-123, 1991.

감사의 글

대학원에 입학한지가 엇그제 같은데 어느덧 2년이라는 시간이 훌쩍 흘러 졸업 논문을 쓰는 시기까지 이르렀습니다. 대학원 생활을 하는 2년 동안 나름 열심히 연구 한다고 했지만 지금 돌이켜 생각해 보면 보람찬 일보다는 아쉬움이 더 많이 남는 것 같습니다. 좀 더 밤을 새며 노력하였더라면 더욱 성취도 높은 학위 논문을 완성을 했을 터인데 하는 마음뿐입니다. 하지만 2년 동안의 노력을 통해 이 작은 결실을 맺게 됨은 참으로 제 자신에게 감사함을 느끼게 됩니다.

힘드신 내색 한번 없이 항상 막내아들 뒷바라지에 고생하신 부모님께 가장 먼저 감사의 말씀을 진심으로 전해 드리고 싶습니다. 석사과정동안 학업 적으로 한층 성장케 해 주시고, 인생의 선배님으로써 좋은 말씀 많이 해주신 김재수 교수님께 감사의 말씀을 드립니다. 또한 항상 가까운 곳에서 제 분야가 아닌 다른 분야의 의문사항에 대해 성심껏 지도해주시고 조언해주신 공창덕 교수님, 이상기 교수님, 김동규 교수님, 김우영 박사님 등 학과교수님들께도 깊이 감사드리며, 일주일에 한번이지만 전산유체역학의 기초를 공부하는데 많은 지도를 해주신 정동규 교수님께도 감사의 말씀을 드립니다. 배고픈 저희에게 삼겹살과 소주를 사주시며 학생의 본분은 공부임을 항상 강조해 주신 (주)정광기공의 전승배 이사님께도 감사드린다는 말씀을 전합니다. 때론 방향제시를 해 주시고, 미처 간과하고 넘긴 일을 꼼꼼히 챙겨 주시던 전산유체역학 실험실 대장이신 종록이형, 지금은 사천에서 근무하며 얼마 전 여자 친구가 생긴 철훈이, 대학원 생활하는 동안 큰 의지가 되고 때론 쓰디쓴 소주한잔을 기우리며 앞날을 같이 고민하였던 정신적 지주 카이사원 상수형, 공대가 아닌 경상대를 나왔으면 더욱 대성했을 홍일이, 실험실 형들 때문에 기 한번 제대로 퍼지 못했지만 지금은 열심히 CFX 돌리고 있는 현식이, 실험실 곳은 일 싫은 소리 한번 하지 않고 묵묵히 생활하는 태수, 토익공부 같이 하며 항상 많은 자료 주던 창희, 조지랑 어려움 없이 영어로 대화하는 바울이, 뱃살이 고민인 우리 팬더 명국이 등등 실험실 구성원 모두에게 감

사의 뜻을 전합니다. 또 대학입학시절부터 지금까지 오랫동안 붙어살며 진심으로 잘 챙겨주던 형 같은 철희, 나이 어린 여자 친구가 생겨 화색이 남 다른 밤의 왕자 주연이, 서울 말씨가 잘 어울리는 바른말 고운 말 여수 노총각 영광이형, 박사과정에서 열심히 학업중인 우리 천우회 회장 현범이, 간지가 줄줄 흐르는 간지남 재휘 등 항공과 최고의 학번인 98동기 여러분께도 감사의 말씀을 드리며, 1년여 동안 싫은 내색 한번 하지 않고 내게 참 많이도 맞은, 배울 점이 참 많은 경상도 개미핥기 승현이, 스쿠터가 제법 잘 어울리는 수현이, 사회 생활하다가 학업을 다시 시작하신 우리 과 최고의 조교 상훈이형, 그리고 구조역학 실험실에서 근로 장학생으로 있는 호진이, 영주 모든 이들에게 역시 감사의 말을 전합니다.

7여 년 동안 제 곁을 한결 같이 지켜준 약혼녀 소희에게도 사랑한다는 말과 함께 고맙다는 말을 전하며, 최고의 가방끈이라며 술자리에서 술값 열외 시켜준 몽썩 회원 여러분께도 감사의 뜻을 전합니다. 저의 항상 든든한 지원자인 큰누나, 큰 매형, 작은 누나, 작은 매형 그리고 우리 사랑스런 조카 호진이, 주연이, 수윤이에게도 감사의 뜻을 전합니다. 이 모든 분들께 다시 한 번 감사의 말씀을 드립니다.

이제 또 다른 시작을 위해 세상으로 나가는 저에게 대학원에서의 생활은 많은 지식과 경험을 쌓을 수 있는 좋은 밑거름이었다고 생각합니다. 저에게 많은 도움을 주신 많은 분들께 다시 한 번 감사의 말을 전하며 더욱더 열심히 하는 모습 보여드릴 수 있도록 열심히 최선을 다하겠습니다. 모두들 행복하시고, 건강하십시오.

저작물 이용 허락서

학 과	항공우주공학과	학 번	20057110	과 정	석사
성 명	한글: 김 태 훈 한문 : 金 泰 勳 영문 : Kim Tae Hoon				
주 소	전남 담양군 봉산면 대추리 327번지				
연락처	E-MAIL : aud8893@hotmail.com				
논문제목	<p>한글 : 벽면 효과를 고려한 초음속 후퇴익 주위의 3차원 유동장에 관한 연구</p> <p>영문 : Numerical Analysis of Three-Dimensional Supersonic Flow over a Sweep back-Wing with the Wall-Effect</p>				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2007 년 12 월 5 일

저작자: 김 태 훈 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하