creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000234351

구륜이동로봇의 모델링과 시간 스케링 기법을 이용한 경로추적

Modeling of Wheeled-Mobile Robots and Path-Tracking using Time-Scaling Method

2007年 8月 日

朝鮮大學校 大學院

電子工學科

朴 京 元

구륜이동로봇의 모델링과 시간 스케링 기법을 이용한 경로추적

指導敎授　朴 世 承

이 論文을 工學碩士學位 論文으로 提出함.

2007年　　8月　　日

朝鮮大學校 大學院

電子工學科

朴　京　元

朴京元의 碩士學位論文을 認准함

委員長　朝鮮大學校 敎授　　朴 光 埰　　印

委員　　朝鮮大學校 敎授　　李 康 鉉　　印

委員　　朝鮮大學校 敎授　　朴 世 承　　印

2007 年　 8月　　日

朝鮮大學校 大學院

목 차

ABSTRACT

제 *1*장 서 론 ····· *1*

제 *2*장 기구학 모델 ····· *4*

제 *1*절 *WMR*의 구조 및 좌표할당 ····· *4*

제 *2*절 역기구학과 정기구학 ····· *5*

1. 역기구학 ····· *6*

2. 정기구학 ····· *11*

*3. WMR*의 *nonholonomic* 제약과 가제어성*(controllability)* ·*13*

제 *3*장 *WMR*의 동역학적 모델링 ····· *16*

제 *1*절 힘/토크의 수식화 ····· *16*

제 *2*절 힘/토크의 전파 ····· *18*

제 *3*절 운동 방정식 ····· *20*

제 *4*장 초음파 센서를 이용한 주행 ····· *24*

제 *1*절 *Dead-reckoning* 알고리즘을 이용한 위치추적 ····· *24*

제 *2*절 초음파 센서에 의한 벽면으로부터의 거리 측정 ····· *25*

제 *5*장 제어기 설계 ····· *27*

제 *1*절 궤적의 시간 스케링 ····· *27*

제 *2*절 시간 스케러의 결정 ····· *29*

제 *6*장 모의실험 및 고찰 ····· *31*

제 7장 결 론 ····· 42

參考文獻 ····· 43

ABSTRACT

Modeling of Wheeled-Mobile Robots and
Path-Tracking using Time-Scaling Method

Park, Kyung Won
Advisor : Ph D, Park, Sei-Seung
Graduate school of Chosun university

In this paper are presented kinematic and dynamic modeling and path-tracking of four-wheeled mobile robots with 2 d.o.f having the limited drive-torques. Controllability of wheeled-mobile robots is revealed by using the kinematic model. Instantaneously coincident coordinate system, force/torque propagation and Newton's equilibrium law are used to induce the dynamic model. When drive-torques generated by inverse dynamics exceed the limitation, we make wheeled-mobile robots follow the reference path by modifying the planned reference trajectory with time-scaling. The controller is introduced to compensate for error owing to modeling uncertainty and measurement noise. And simulation results prove that method proposed by this paper is efficient.

Key Words : wheeled-mobile robots, kinematic and dynamic modeling, time-scaling, modification of the planned trajectory

제1장 서론

균일한 고품질 제품의 대량생산과 위험한 작업환경에서의 작업수행을 위해 로봇 매니퓰레이터가 이용되고 있다. 그러나 매니퓰레이터는 고정된 위치에서 작업을 수행하므로 작업 반경이 제한되며 일련의 공정을 수행하기 위해 다수의 매니퓰레이터가 요구되는 단점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하고 이동기능을 겸비한 다기능 로봇이 필요함에 따라 이동로봇에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다[1][2][3][4]. 이동로봇은 이동수단에 따라 구륜이동로봇(Wheeled-Mobile Robot, WMR)과 보행 이동로봇(Legged-Mobile Robot)으로 구분된다. 보행용 이동로봇은 다수의 구동기로 구성되는 관절을 이용하여 본체를 이동시키는 기능을 가지고 있다. 이러한 종류의 이동로봇은 주행 면의 불규칙성에 강건하고 계단을 오를 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 다수의 관절로 구성되므로 동작제어가 어렵고 구조가 복잡하며, 이동속도가 느려지는 단점을 가진다. 이에 비해 구륜이동로봇은 2개 또는 3개의 독립된 구동기에 구동되므로 구조가 단순하고 제어가 용이하며, 이동속도가 빠르다는 장점을 가지고 있다. 또한 본체의 무게가 경량이므로 주행 면을 손상시키지 않는 장점을 가지고 있다. 그러나 이러한 종류의 로봇은 주행 면의 불규칙성의 영향을 받으며 계단을 오를 수 없다는 단점을 가지고 있다. 그러나 신속한 이동기능과 광범위한 응용성으로 인하여 가정용, 군사용, 농업용등 다양한 분야에서 이용될 수 있는 장점을 가지고 있다.

구륜이동로봇은 구동기에 연결된 구동구륜의 속도를 제어하여 본체의 동작을 제어한다. 따라서 구륜의 속도와 본체의 속도 사이의 관계를 규명하기 위해 기구학 모델이 요구되며, 기구학 모델에 기초한 구륜이동로봇에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다.

J.C. Alexander와 J.H. Maddocks는 쿨롱의 법칙(Coulomb's law)을 이용하여 주행 면과 구륜 사이의 접촉점에서의 마찰을 모델화하였다[5].

Y. Kanayama는 안정한 궤적추적을 위해 Lyapunov 함수를 이용하여 제어입력을 결정하였으며, 비선형 모델의 선형화를 통하여 임계감쇠비(critical damping ratio)를 결정하였다[6].

C. Samson과 K. Ait-Abderrahim는 가상 기준이동체(virtual reference vehicle)를 이용하여 전 상태궤환 제어(full state-feedback control)를 구성함으로써 구륜이동로봇의 위치와 방향을 제어하였다[7].

L. Kleeman은 초음파 비이콘(ultrasonic beacon)과 dead-reckoning을 이용한 순환확장 칼만 필터(iterated extended Kalman filter)를 구성하여 이동로봇의 위치와 방향을 추정하였다[8].

그러나 이러한 방법들은 단순한 형태의 기구학 모델을 대상으로 하였으므로 주행시 발생하는 마찰을 보상할 수 없게 되어 WMR는 궤적에서 이탈되거나 지시된 목점지점에 도달할 수 없을 수 있다[9].

구륜이동로봇에 대한 외란 요소는 크게 내적 요인과 외적요인으로 구분될 수 있다[10]. 내적외란요인으로 구륜반경의 불일치 및 차축의 불확실성 등을 들 수 있다. 구륜이동로봇의 모델링 및 동작제어에 대한 대부분의 연구는 양구륜의 반경은 동일하며 명시된 크기와 실제 크기는 동일하다는 가정 하에 이루어진다. 그러나, 실제 상황에서 구륜이동로봇의 구륜 반경은 무게 중심의 이동, 구륜에 부하되는 하중, 구륜의 재질, 또는 구륜 반경의 측정 불확실성 등으로 인하여 명시된 크기를 유지하지 못할 수 있다[10]. 구륜 반경의 불일치로 인하여 구륜이동로보봇은 경로설계에 의해 명시된 기준궤적을 정확히 수행할 수 없다. 즉, 기준궤적이 직선 궤적으로 주어질 경우, 양구륜의 반경이 동일하지 않다면 구륜이동로봇은 한 방향으로 치우치게 된다. 예를 들어, 좌구륜의 반경이 우구륜의 반경보다 클 경우, 구륜이동로봇은 우측으로 회전 이동하게 된다. 엔코더

는 이러한 편향을 감지할 수 없으므로 구륜 반경의 불일치로 인한 오차는 제어기에 의해 보상될 수 없다. 또한 구륜 반경의 불일치로 인한 주행오차는 주행거리에 비례하여 증가되므로 구륜이동로봇의 실제 주행을 위해서는 구륜 반경의 보정은 필수적이다. 본 연구에서는 구륜 반경의 보정을 위해 구륜 하중을 도입한다. 기준궤적이 직선 궤적으로 주어질 경우, 양구륜의 반경이 동일하다면 구륜이동로봇은 직선궤적을 추적할 수 있다. 그러나 양구륜의 반경이 일치하지 않을 경우, 구륜이동로봇은 좌 또는 우측으로 치우치게 된다. 따라서 곡률각은 양구륜의 반경으로 표현될 수 있으므로 이를 이용하여 양구륜의 반경의 차를 구할 수 있으며, 구륜 하중을 이용하여 우구륜의 반경을 좌구륜 반경의 상대적인 크기로 명시할 수 있다. 역기구학에 의해 결정된 구륜속도는 구륜하중을 포함한 기구학으로 변환된다.

본 논문에서는 구동토크의 제약을 갖는 4륜 2자유도 구륜이동로봇의 기구학 및 동력학 모델링과 경로추적을 다룬다. 유도된 기구학 모델을 이용하여 구륜이동로봇의 가제어성을 조사한다. 순간일치좌표계와 힘/토크의 전파, 뉴튼의 평형법칙을 이용하여 동력학 모델을 유도한다. 역동력학에 의해 산출된 구동토크가 한계 구동토크를 초과할 경우, 시간 스케링 기법을 이용하여 기준궤적을 수정함으로써 구륜이동로봇이 기준경로를 추적하도록 한다. 제어기는 모델링 불확실성과 측정 잡음 등으로 인하여 발생하는 오차를 보상하도록 설계한다. 또한 본 논문에서 제시된 기법의 유효성을 입증하기 위해 모의실험을 수행하고 그 결과를 제시한다.

제2장 기구학 모델

제1절 WMR의 구조 및 좌표할당

본 논문의 실험을 위해 구성된 4륜 2자유도 구륜이동로봇의 구조는 그림 1과 같다. 좌우 구륜은 구동 구륜(driven-wheel)이며 전후의 구륜은 보조구륜(castor)이다. 첫째 자유도는 구륜의 회전에 대한 방향이고 둘째 자유도는 z-축을 중심으로 한 주행 면과 구륜 사이의 접촉점에 대한 회전이다. 기계적 시스템에 좌표계를 할당하는 방법으로 크게 Denavit- Hartenberg 표기법과 Sheth-Uicker 표기법이 이용된다. Denavit- Hartenberg 표기법은 인접한 관절의 상대적 위치 및 속도를 이용하여 현 관절의 위치를 구할 수 있을 때 이용되며, 주로 로봇 매니퓰레이터의 관절좌표계(joint coordinate system)를 명시하는 데 이용된다. 그러나 구륜이동로봇의 각 관절은 고정된 위치와 방향을 가지므로 구륜이동로봇을 구성하는 주요소의 동작을 분석하기 위해 Sheth-Uicker 표기법을 이용하여 각 구성요소의 질량중심 또는 양단에 좌표계를 할당한다. B는 본체의 질량중심에 할당된 본체 좌표계(body coordinate)이며, F는 고정된 기준좌표계(reference coordinate)이다. C_i ($i = 1, 2, 3$)은 구륜과 주행면 사이의 접촉점에 할당된 접촉점 좌표계(contact-point coordinate)이고, S는 조향축에 할당된 조향좌표계(steering coordinate)이다. H는 조향좌표계의 z-축과 동일한 방향을 갖지만 본체에 할당된 좌표계이며, A는 구륜과 본체의 접촉점에 할당된 구륜축 좌표계(driven-axle coordinate)이다.

본 논문에서는 두 개의 비조향 구동구륜(conventional non-steered wheel)을 가지는 구륜이동로봇에 대한 기구학적, 동역학적 모델링을 수행한다. 이러한 종류의 이동로봇은 양구륜의 속도 차에 의해 방향 전환을 하게 된다.

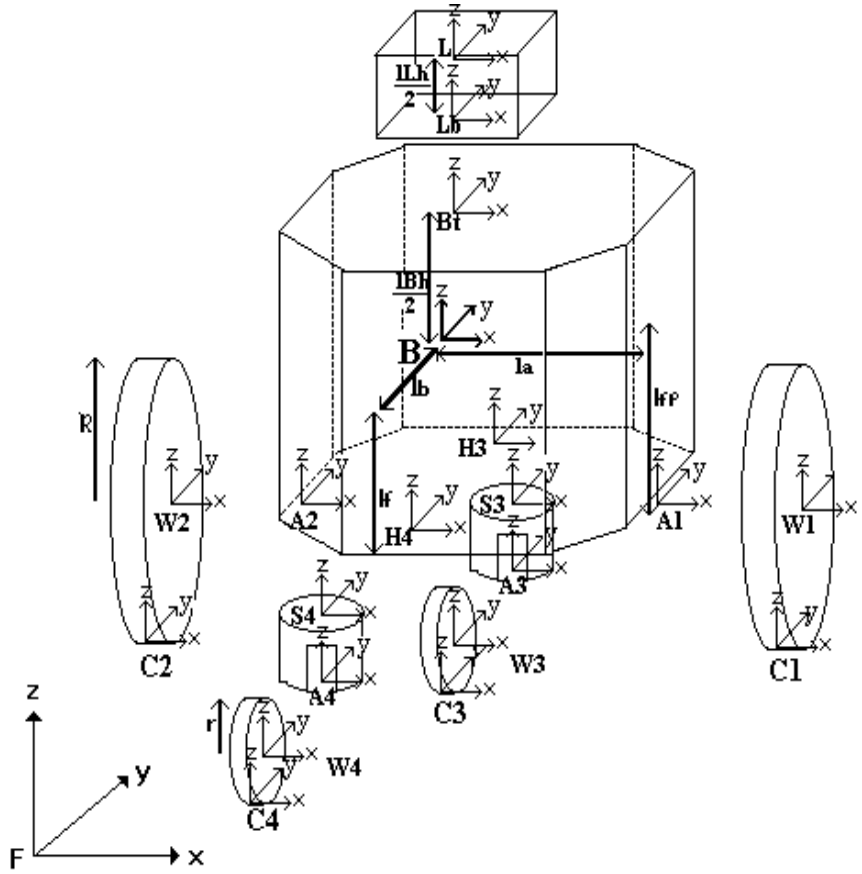


그림 1. 4륜 2자유도 구륜이동로봇
Fig. 1. Four-wheeled mobile robot with 2 d.o.f

제2절 역기구학과 정기구학

WMR의 기구학은 본체와 양구륜 사이의 동작을 서술한다. 연속적인 변환행렬을 이용하여 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 유도하여 구륜의 선속도와 회전속도 사이의 관계를 서술한다. 구륜의 속도성분을 구동 성분(actuated component)

과 비구동 성분(unactuated component)으로 구분하여 WMR이 기준궤적을 추적하기 위한 양구륜의 속도를 구함으로써 역기구학(inverse kinematics)을 구성한다. 즉 역기구학은 기준궤적이

본체의 속도궤적으로 주어질 경우, 이를 구현하기 요구되는 양구륜의 속도를 계산하기 위해 이용된다.

또한 구륜의 속도성분을 감지 성분(sensed component)과 비감지 성분(non-sensed component)으로 구분하여 엔코더에 의해 감지된 구륜속도로부터 본체의 속도를 구함으로써 정기구학(forward kinematics)을 유도한다. 따라서 정기구학은 엔코더에 의해 감지된 양구륜의 속도로부터 본체의 속도를 계산함으로써 본체의 현 위치를 계산하고 위치오차를 검출하기 위해 이용된다.

WMR의 모델링 단순화를 위해 다음과 같은 가정을 설정한다[11].

(1) 구륜 이동 로봇은 평지에서 이동한다.

(2) 구륜과 주행면 사이의 마찰력은 접촉점에서의 미끄러짐이 발생하지 않을 정도로 충분히 크다.

(3) WMR의 구조는 강체이며, 유연한 요소는 포함하고 있지 않다.

(4) 양구륜의 반경은 동일하며, 측정된 차축거리(wheel base)와. 실제의 차축거리는 동일하다.

1. 역기구학

이동로봇의 위치는 그림 2에서 보듯이 (x, y, Θ)로 나타낼 수 있다. 여기서 (x, y)는 WMR의 직각좌표계를, Θ는 기준좌표계의 X-축에 대한 구륜 이동로봇의 방향각(heading angle)을 나타낸다. 그리고 v는 구륜이동로봇의 본체 속도를 나타내며 ω는 회전속도를 나타낸다.

모델링 과정의 단순화를 위해 순간일치 좌표계(instantaneous coincident coordinate system)를 정의한다. 임의의 좌표계 A에 대한 순간일치 좌표계 $\overline{A}$는 A와 동일한 위치와 방향을 갖지만 상대속도 및 상대 가속도는 0이 아니다. 순간일치 좌표계를 정의함으로써 WMR의 구륜과 본체의 속도 및 가속도를 WMR의 위치에 대해 독립적으로 명시할 수 있다. 임의의 두 좌표계 A와 B 사이의 상대적 위치와 방향은 4×4 동차변환행렬(homogeneous transformation matrix) ${}^{A}\Pi_{B}$로 표현할 수 있다[12].

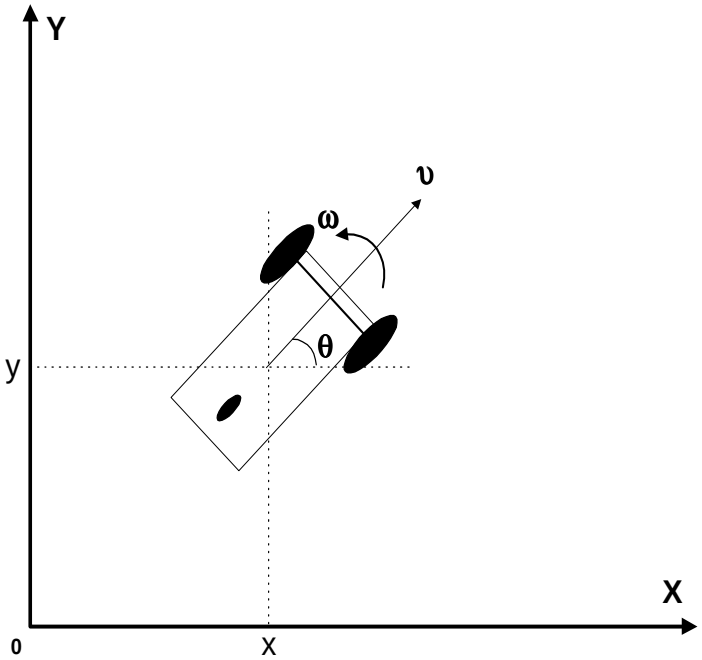


그림 2. 구륜이동로봇의 위치

Fig. 2. Position of WMR

$$
{}^{A}\Pi_{B} = \begin{bmatrix} \cos{}^{A}\Theta_{B} & -\sin{}^{A}\Theta_{B} & 0 & {}^{A}d_{B_x} \\ \sin{}^{A}\Theta_{B} & \cos{}^{A}\Theta_{B} & 0 & {}^{A}d_{B_y} \\ 0 & 0 & 1 & {}^{A}d_{B_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2-1}
$$

${}^{A}\Theta_{B}$는 A 좌표계에 대한 B 좌표계의 상대적 방향 각을, ${}^{A}d_{B_i}$는 A 좌표계에 대한 B 좌표계 원점의 i-축 변위량을 나타낸다. 그림 1의 매개변수를 이용하여 좌표변환 행렬 ${}^{F}T_{\overline{B}}$, ${}^{F}T_{\overline{C}}$, ${}^{B}T_{C_i}$, ${}^{\overline{B}}T_{B}$, ${}^{\overline{C}}T_{C_i}$를 구할 수 있다. 또한 자코비안 행렬(Jacobian matrix)은 다음과 같은 연속적인 변환행렬을 이용하여 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned} {}^{\overline{B}}\Pi_{B} &= {}^{F}T_{\overline{B}}^{-1}\,{}^{F}T_{C_i}\,{}^{\overline{C_i}}T_{C_i}\,{}^{B}T_{C_i}^{-1} \\ &= {}^{B}T_{C_i}\,{}^{\overline{C_i}}T_{C_i}\,{}^{B}T_{C_i}^{-1} \end{aligned} \tag{2-2}
$$

그림 1의 매개변수와 식 (2-2)로부터 본체 속도와 구륜 속도 사이의 관계를 구할 수 있다.

$$
{}^{\overline{B}}\dot{P}_{B} = \begin{bmatrix} {}^{\overline{B}}\dot{v}_{B_x} \\ {}^{\overline{B}}\dot{v}_{B_x} \\ {}^{\overline{B}}\dot{v}_{B_x} \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \cos {}^{B}\Theta_{C_i} & -\sin {}^{B}\Theta_{C_i} & {}^{B}d_{C_{iy}} & -{}^{B}d_{H_{iy}} \\ \sin {}^{B}\Theta_{C_i} & \cos {}^{B}\Theta_{C_i} & -{}^{B}d_{C_{ix}} & {}^{B}d_{H_{ix}} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\overline{C_i}}v_{C_{ix}} \\ {}^{\overline{C_i}}v_{C_{iy}} \\ {}^{\overline{C_i}}\omega_{C_i} \\ {}^{\overline{H_i}}\omega_{S_z} \end{bmatrix}
$$

$$
= \hat{J}_i \, \hat{\dot{q}}_i \qquad (2\text{-}3)
$$

구륜은 구륜 축을 중심으로 회전동작을 하므로 구륜속도를 회전속도로 명시할 필요가 있다. 식 (2-3)의 구륜속도와 회전속도 사이의 관계는 다음과 같다.

$$
\begin{bmatrix} {}^{\overline{C_i}}v_{C_{ix}} \\ {}^{\overline{C_i}}v_{C_{iy}} \\ {}^{\overline{C_i}}\omega_{C_i} \\ {}^{\overline{H_i}}\omega_{S_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A}\omega_{W_x} \\ {}^{\overline{C}}\omega_{C_z} \end{bmatrix}
$$

$$
= W \dot{q} \qquad (2\text{-}4)
$$

식 (2-3)과 (2-4)로부터 구륜속도와 본체 속도사이의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$
\begin{aligned}
{}^{\overline{B}}\dot{P}_B &= \hat{J}\, W \dot{q}_i \\
&= J_i \dot{q}_i \qquad\qquad (2\text{-}5) \\
&= \begin{bmatrix} -R\sin {}^{B}\Theta_{C_z} & l_b \\ R\cos {}^{B}\Theta_{C_z} & -l_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A}\omega_{W_x} \\ {}^{\overline{C}}\omega_{C_z} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

R은 구동구륜의 반경을, l_a 는 구륜이동로봇의 폭의 1/2 을 나타낸다. ${}^{\overline{B}}v_{B_x}$와 ${}^{\overline{B}}v_{B_y}$는 본체 속도의 x, y 방향 성분이며, ${}^{\overline{B}}\omega_{B_z}$는 본체의 회전속도이다. ${}^{\overline{C_j}}\omega_{C_{jz}}$는 접촉점에서의 각 구륜의 z-축을 중심으로 한 회전속도를 나타내며, ${}^{A_j}\omega_{C_{jz}}$는 구륜 구동 축에 대한 구륜의 회전속도를 나타낸다. ${}^{\overline{C_j}}\omega_{C_{jz}}$는 좌우 구륜의 속도 차에 의해 발생되는 종속적인 비구동 성분이므로 구륜이동로봇이 기준궤적을 추적하도록 하기 위해서는 독립적인 구동 성분을 구하여야 한다. 식 (2-5)를 구동 성분과 비구동 성분으로 구분하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$
{}^{\overline{B}}\dot{P}_B = J_{ia} \cdot q_{ia} + J_{iu} \cdot q_{iu} \qquad \text{(i=1,2,3,4)} \qquad (2\text{-}6)
$$

밑첨자 a는 구동성분을, u는 비구동성분을 나타낸다. 식 (2-6)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{bmatrix} \cdot {}^{\overline{B}}\dot{P}_B = \begin{bmatrix} J_{1a} & 0 & 0 & 0 & J_{1u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{2a} & 0 & 0 & J_{2u} & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & J_{3a} & 0 & 0 & J_{3u} & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & J_{4a} & 0 & 0 & J_{4u} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1a} \\ \cdot \\ q_{4a} \\ q_{1u} \\ \cdot \\ q_{4u} \end{bmatrix}
$$

$$S_o{}^{B}\dot{P}_B = Z_o Q_a \tag{2-7}$$

여기서 I_i는 각각 3×3 항등행렬이다. Z_0는 overdetermined 시스템이므로 Q_a는 최소 자승 해(least-squares-method)를 이용하여 구할 수 있다[13].

$$Q_a = (Z_o^T Z_o)^{-1} Z_o^T S_o{}^{\overline{B}}\dot{P}_B \tag{2-8}$$

그림 1의 매개변수와 식 (2-8)의 $Q_a=[q_{ia} \quad q_{iu}]^T$로부터 구동성분 q_{ia}를 구하면 다음과 같다.

$$q_{ia} = \begin{bmatrix} A_1\omega_{w_1} \\ A_2\omega_{w_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{R(l_b^2+1)} \begin{bmatrix} -l_a l_b & -l_b^2-1 & l_a \\ l_a l_b & -l_b^2-1 & l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\overline{B}}v_{Bx} \\ {}^{\overline{B}}v_{By} \\ {}^{\overline{B}}\omega_{Bz} \end{bmatrix} \tag{2-9}$$

l_b 는 구륜이동로봇의 길이의 1/2 을 나타낸다. 식 (2-9)의 ${}^{\overline{B}}\dot{P}_B$가 기준궤적으로 주어질 경우 q_{ia}는 WMR가 기준궤적을 추적하기 위해 요구되는 구륜 속도를 의미한다.

2. 정기구학

식 (2-5)에서 보듯이 구륜 속도는 구륜 축을 중심으로 한 구륜의 회전속도 성분과 접촉점 좌표계의 z-축을 중심으로 한 구륜의 회전 속도성분으로 구분할 수 있다. 그러나 엔코더에 의해 측정될 수 있는 성분은 구륜 축을 중심으로 한

구륜의 회전속도 성분 ${}^{A_i}\omega_{w_{ix}}$이므로 검출된 구륜 속도로부터 본체의 속도를 계산하기 위해 구륜 속도를 감지 성분과 비감지 성분으로 구분한다.

$$ {}^{\overline{B}}\dot{P}_B = J_{is}q_{is} + J_{in}q_{in} \tag{2-10} $$

밑첨자 s는 감지성분을, n은 비감지 성분을 나타내며, 식 (2-10)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$ \begin{bmatrix} I_1 & -J_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ I_2 & 0 & -J_{2n} & 0 & 0 \\ I_3 & 0 & 0 & -J_{3n} & 0 \\ I_4 & 0 & 0 & 0 & -J_{4n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{\overline{B}}\dot{P}_B \\ q_{1n} \\ q_{2n} \\ q_{3n} \\ q_{4n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{2n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{3n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{4n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1s} \\ q_{2s} \\ q_{3s} \\ q_{4s} \end{bmatrix} $$

$$ S_n \dot{P}_n = Z_s Q_s \tag{2-11} $$

식 (2-11)은 overdetermined 시스템이므로 최소 자승 해를 적용하여 $\dot{P}_n$을 구할 수 있다[13].

$$ \dot{P}_n = (S_n^T S_n)^{-1} S_n^T Z_s Q_s \tag{2-12} $$

식 (2-12)의 $\dot{P}_n = [{}^{\overline{B}}\dot{P}_B \quad q_{in}]^T$로부터 ${}^{\overline{B}}\dot{P}_B$를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} {}^{\overline{B}}v_{B_x} \\ {}^{B}v_{B_y} \\ {}^{\overline{B}}\omega_{B_z} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_a & l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} {}^{A_1}\omega_{W_1} \\ {}^{A_2}\omega_{W_2} \end{bmatrix} \tag{2-13}$$

${}^{\overline{A_j}}\omega_{j_x}$가 엔코더에서 측정된 구륜 속도일 경우, 식 (2-13)을 이용하여 본체의 속도를 계산할 수 있다.

3. WMR의 nonholonomic 제약과 가제어성(controllability)

WMR는 평지에서 이동하고 z-축을 중심으로 회전 운동을 하므로 기준 좌표계에 대한 본체의 속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\omega_{Bz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta & 0 \\ \sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} {}^{\overline{B}}v_{Bx} \\ {}^{\overline{B}}v_{By} \\ {}^{\overline{B}}\omega_{Bz} \end{bmatrix} \\ &= \frac{R}{2l_a}\begin{bmatrix} -l_a\sin\Theta & -l_a\sin\Theta \\ l_a\cos\Theta & l_a\cos\Theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} {}^{A_1}\omega_{w_{1x}} \\ {}^{A_2}\omega_{w_{2x}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{R}{2l_a}\,{}^{F}S_B\begin{bmatrix} {}^{A_1}\omega_{w_{1x}} \\ {}^{A_2}\omega_{w_{2x}} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2-14}$$

WMR의 기구학적 제약의 가적분성과 가제어성을 조사하기 위해 다음과 같은 전제를 제시한다.

[전제 1] f_1과 f_2가 벡터 공간 Rn의 vector field라 할 때, 다음과 같이 정의되는 Lie Brackets [f1, f2]는 벡터 공간 R^n의 제 3의 vector field이다[14].

$$[f_1, f_2] = \frac{\partial f_2}{\partial x} f_1 - \frac{\partial f_1}{\partial x} f_2$$

[전제 2] (Frobenius의 가적분성의 원리) $[f_1, f_2] = \sum_{k=1}^{2} \alpha_{ijk} f_k(x)$가 성립하는 스칼라 함수 $\alpha_{ijk} : R^n \rightarrow R^0$이 존재하면 [$f_1$, f_2]는 involutive하다. 이때 2개의 vector field로 구성되는 시스템은 적분가능(integrable)하다[15].

[전제 3] $rank[f_1, f_2] = rank[f_1, f_2, [f_1, f_2]] = n$이면 시스템은 가제어하다[15]. ${}^{F}S_B$를 구성하는 2개의 열 벡터(column vector)는 선형 독립적(linearly independent)이므로 각각의 열 벡터를 vector field f_1, f_2로 간주할 수 있다[15]. Lie Bracket [f_1, f_2]는 다음과 같다.

$$[f_1, f_2] = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$[f_1, f_2] = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$를 만족하는 α_1, α_2는 존재하지 않으므로 식 (2-14)로 표현되는 시스템은 적분가능하지 않는 nonholonomic 제약을 가진다. $rank[f_1, f_2] = rank[f_1, f_2, [f_1, f_2]] \neq 3$이므로 그림 1의 구조를 갖는 2 자유도 구륜이동로봇은 가제어하지 않다. 제어점(controlled point)을 본체의 질량 중심에서 l_b만큼 떨어져 있는 보조구륜의 접촉점에 설정하였을 경우, 2.2.1과 2.2.2에서 제시된 과정을 통하여 얻어진 기구학은 다음과 같다.

$$ {}^{F}\dot{P}_B = \begin{bmatrix} {}^{F}v_{Bx} \\ {}^{F}v_{By} \\ {}^{F}\dot{\omega}_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} l_b\cos\Theta - l_a\sin\Theta & l_b\cos\Theta - l_a\sin\Theta \\ l_b\sin\Theta + l_a\cos\Theta & l_b\sin\Theta + l_a\cos\Theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{A_1}\omega_{w_{1x}} \\ {}^{A_2}\omega_{w_{2x}} \end{bmatrix} \tag{2-15} $$

식 (2-15)의 열 벡터를 vector field f_1, f_2로 간주하여 Lie Brackets $[f_1, f_2]$를 구하면 다음과 같다.

$$ [f_1, f_2] = [-2l_a\cos\Theta \quad -2l_a\sin\Theta \quad 0]^T $$

$[f_1, f_2] = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$를 만족하는 스칼라 함수가 존재하지 않으므로 식 (2-15)로 표현되는 시스템은 nonholonomic하다. 그러나 $rank[f_1, f_2] = rank[f_1, f_2, [f_1, f_2]] = 3$이므로 시스템은 가제어하다. 이것은 WMR가 임의의 초기위치에서 평면상의 임의의 다른 위치와 방향으로 이동할 수 있음을 의미한다.

제 3장 *WMR*의 동역학적 모델링

본 논문에서는 WMR의 각 구성요소에 작용하는 힘/토크를 수식화하고 힘/토크의 전파와 중첩, Newton의 평형법칙을 이용하여 동역학 모델을 유도한다. WMR의 각 요소 사이에서 발생하는 상호 마찰을 법선력(normal force)과의 결합으로 분석하며, 위치, 속도, 가속도 및 힘/토크 는 6×1 벡터로 나타낸다. 즉 $P_{osition}=[p_x\ p_y\ p_z\ \Theta_x\ \Theta_y\ \Theta_z]^T$, $V_{elocity}=[v_x\ v_y\ v_z\ \omega_x\ \omega_y\ \omega_z]^T$, $A_{ccelation}=[a_x\ a_y\ a_z\ \alpha_x\ \alpha_y\ \alpha_z]^T F_{orce|torque}=[f_x\ f_y\ f_z\ \tau_x\ \tau_y\ \tau_z]^T$ 이다. 각 행렬의 상위 3×1은 병진운동을, 하위 3×1은 회전운동을 나타낸다.

제 1절 힘/토크의 수식화

WMR에 작용하는 힘/토크 요소는 관성, 중력, 구동력, 점성마찰, 접촉 마찰력 등으로 구분될 수 있으며, 각각의 요소를 밑첨자 i, g, a, v, e로 표기한다. 본체와 부하, 구동 구륜에 대한 관성 벡터는 다음과 같다[16].

$$
{}^{B}F_{iB} = \begin{bmatrix} -m_B\,\widehat{{}^{B}a_{Bx}} \\ -m_B\,\widehat{{}^{B}a_{By}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_{Bz}\,\widehat{{}^{B}\alpha_{Bz}} \end{bmatrix} \qquad {}^{L}F_{iL} = \begin{bmatrix} -m_L\,\widehat{{}^{L}a_{Lx}} \\ -m_L\,\widehat{{}^{L}a_{Ly}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_{Lz}\,\widehat{{}^{L}\alpha_{Lz}} \end{bmatrix} \tag{3-1}
$$

$$
\widehat{{}^{W_j}F_{i\,Wj}} = \begin{bmatrix} -m_w\,\widehat{{}^{w_j}a_{Wjx}} \\ -m_w\,\widehat{{}^{w_j}a_{Wjy}} \\ -m_w\,\widehat{{}^{w_j}a_{Wjz}} \\ -I_{Wx}\,\widehat{{}^{w_j}\alpha_{Wjx}} \\ -I_{Wy}\,\widehat{{}^{w_j}\alpha_{Wjy}} - (I_{Wx}-I_{Wy})\,\widehat{{}^{w_j}\omega_{Wjx}}\,\widehat{{}^{w_j}\omega_{Wjz}} \\ -I_{Wy}\,\widehat{{}^{w_j}\alpha_{Wjz}} - (I_{Wy}-I_{Wx})\,\widehat{{}^{w_j}\omega_{Wjx}}\,\widehat{{}^{w_j}\omega_{Wjy}} \end{bmatrix} \tag{3-2}
$$

m_B, m_W, m_L은 각각 본체와 구륜, 부하의 질량을, I_{uv}는 WMR를 구성하는 임의의 요소 u의 v축에 대한 관성 모멘트를 나타낸다. 보조구륜의 관성은 무시한다. 본체와 구륜, 부하에 대한 중력을 6×1 벡터로 표시하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
{}^{\widehat{B}}F_{gB} &= [0 \quad 0 \quad -m_B g \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\
{}^{G(W_j)}F_{g\,w_j} &= [0 \quad 0 \quad -m_w g \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\
{}^{L}F_{g\,L} &= [0 \quad 0 \quad -m_L g \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T
\end{aligned}
\tag{3-3}
$$

g는 중력가속도를 나타내며, '-'는 z-축이 중력방향과 반대임을 나타낸다. 구동기에 의해 구륜에 인가되는 구동토크는 다음과 같다.

$$
{}^{w_j}F_{a\,Wj} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \beta\tau_j \quad 0 \quad 0]^T \tag{3-4}
$$

β는 기어비(gear ratio)를, τ_j는 구동기에서 발생된 토크를 나타낸다. 구륜과 주행면 사이의 접촉 마찰력은 다음과 같다.

$$
{}^{C_i}F_{eW_i} = [f_{xi} \quad f_{yi} \quad f_{zi} \quad \tau_{xi} \quad \tau_{yi} \quad \tau_{zi}]^T \tag{3-5}
$$

접촉 마찰력은 역동역학에 의해 계산되는 미지의 변수로 간주된다. 점성 마찰력은 속도에 비례하므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$
{}^{\widehat{B}}F_{v\,B} = [-\mu_{Bx}\,{}^{\widehat{B}}V_{Bx} \quad -\mu_{By}\,{}^{\widehat{B}}V_{By} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\mu_{Bz}\,{}^{\widehat{B}}\omega_{Bz}^{T}] \tag{3-6}
$$

여기서 μ_{Bi}는 i축에 대한 점성 마찰 계수이다.

제2절 힘/토크의 전파

제1절에서 수식화된 힘/토크는 링크와 관절을 통하여 본체로 전파된다. 전파 과정의 설명을 위해 구륜과 주행면 사이에서 발생된 접촉 마찰력이 본체로 전파되는 과정을 살펴보자. 설명을 위해 다음과 같은 기호를 사용한다.

${}^{Zi}f_A$: 임의의 요소 A에 할당된 좌표계 Z_i에 인가된 힘/토크

${}^{Ai}L_{Aj}$: 좌표계 A_i로부터 좌표계 A_j로의 전파(*link propagation*)

${}^{Bi}C_{BA}$: 좌표계 B_i를 통한 좌표계 A로부터 B로의 전파(*joint propagation*)

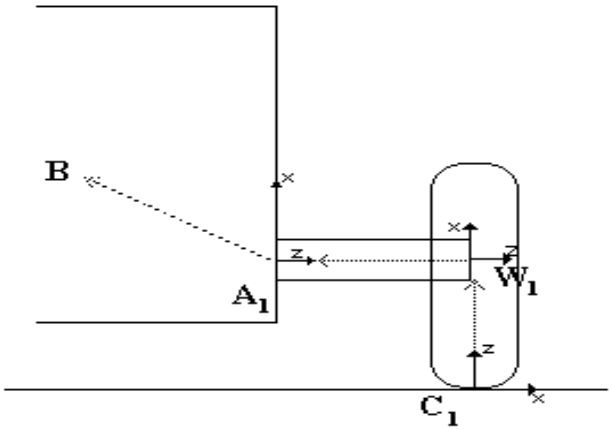


그림 3. 접촉 마찰력의 본체로의 전파

Fig. 3 . Propagation to the body for the contact frictional force

접촉 마찰력 ${}^{C_1}f_W$는 구륜을 통하여 좌표계 W_1로 전파된다. 좌표계 W_1에 전파된 힘/토크는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$ {}^{W_1}f_w = {}^{C_1}L_{W_1} \cdot {}^{C_1}f_W \tag{3-7} $$

L은 인접한 좌표계의 상대적 위치와 방향으로 결정되는 변환행렬이다. W_1으로 전파된 힘/토크는 구륜축을 통하여 본체로 전파된다. 이때 구륜축은 구륜과 본체를 연결하는 관절의 역활을 하며, 관절을 통해 전파된 힘/토크는 법선력에 비례하므로 본체로 전파된 힘은 다음과 같다.

$$ {}^{A_1}f_B = \zeta_{ij}\, {}^{W_1}f_W \tag{3-8} $$

ζ_{ij}는 마찰계수이며, ${}^{W_1}f_W$는 법선력으로 작용한다. 식 (3-8)을 일반화하여 구륜축을 통하여 구륜으로부터 본체로 전파된 힘/토크를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$ {}^{A_1}f_B = {}^{A_1}C_{BW} \cdot {}^{W_1}f_W \tag{3-9} $$

${}^{A_1}C_{BW}=[k_{ij}]$는 관절 A_1을 통해 구륜으로부터 본체로 전파되는 힘/토크의 마찰결합 행렬(friction coupling matrix)이며 다음과 같이 정의되는 마찰계수로 구성된다.

$$k_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \text{ 이고 비자유도축 } (non-d.o.f\ axis) \text{ 일 경우} \\ \zeta_{ij} & \text{자유도축 } (d.o.f\ axis) \text{일 경우} \end{cases} \tag{3-10}$$

본체로 전파된 힘/토크는 본체의 질량 중심 좌표계 B로 전파된다. 따라서 접촉점에서 발생한 접촉 마찰력이 본체로 전파되는 과정을 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^{B}f_{B} &= {}^{A_1}L_{B}\ {}^{A_1}C_{BW}\ {}^{C_1}L_{W_1}\ {}^{C_1}f_{W} \\ &= {}^{B}\Psi_{C_1}\ {}^{C_1}f_{W} \end{aligned} \tag{3-11}$$

이러한 개념을 각각의 링크와 관절에 적용하여 힘/토크의 전파과정을 일반화할 수 있다.

제3절 운동 방정식

그림 4는 임의의 링크에서 발생한 힘/토크가 링크와 관절을 통하여 전파되면서 임의의 다른 링크에서 발생한 힘/토크와 중첩되는 과정을 설명한 것이다.

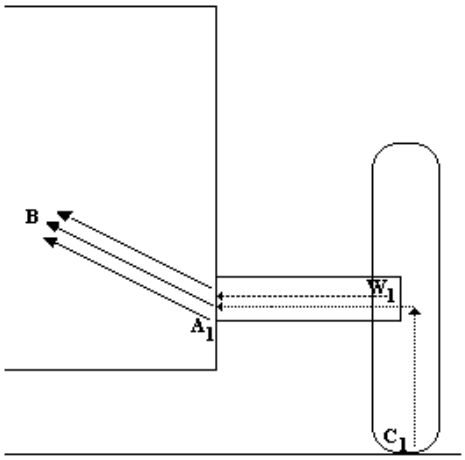


그림 4. 힘/토크의 중첩

Fig. 4 . Superposition of force/torque

그림 5에서, 접촉 마찰력은 구륜과 구륜축, 본체를 통하여 전파되면서 각각의 링크에서 발생한 힘/토크(관성, 중력, 구동기 토크, 또는 점성 마찰력)와 중첩된다. 이러한 개념을 구륜, 부하, 본체에 적용하여 WMR에 작용한 힘/토크를 일반화할 수 있다. Newton의 평형법칙에 따라 WMR에 작용한 힘/토크의 본체의 질량 중심에서의 총합은 0 (zero)이 된다. 즉,

$$\sum_{M}\sum_{\rho}\left({}^{B}P_{M(A)}\cdot{}^{M(A)}f_{\rho A}\right) = 0 \qquad (3\text{-}12)$$

여기서 ρ는 임의의 힘/토크를 나타낸다. 식 (3-1)~(3-6)과 (3-11), (3-12)를 이용하여 6개의 독립된 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$f_{x_1}+f_{y_2}+f_{x_3}c\Theta_{z_3}+f_{x_4}c\Theta_{z_4}-f_{y_3}s\Theta_{z_3}-f_{y_4}s\Theta_{y_4}-(2m_W+m_B+m_L)\,{}^{B}a_{B_x}-2m_Wg(c^{F}\Theta_z+s^{F}\Theta_z)-\mu_{vBx}\,{}^{B}v_{B_x}=0$$

$$-s\Theta_{z_3}f_{x_3}-s\Theta_{z_4}+f_{y_1}+f_{y_2}+f_{y_3}c\Theta_{z_3}+f_{y_4}c\Theta_{z_4}-{}^{B}a_{B_y}(2m_W+m_B+m_L)-2m_Wg(c^{F}\Theta_z-s^{F}\Theta_z)-\mu_{vBy}\,{}^{B}v_{B_y}=0$$

$$f_{z_1}+f_{z_2}+f_{z_3}+f_{z_4}+1/2(l_{BH}+l_{LH})m_L\,{}^{B}a_{B_y}-g[2m_W+m_L+m_B]=0$$

$$f_{x_3}(l_f+l_s+r)s\Theta_{z_3}+f_{x_4}(l_f+l_s+r)s\Theta_{z_4}+(l_p+l_f)f_{y_2}+f_{y_3}(l_f+l_s)c\Theta_{z_3}+f_{y_4}(l_f+l_s)c\Theta_{z_4}+\zeta_{cw_1}f_{z_1}+\zeta_{cw_2}f_{z_2}+$$
$$f_{z_3}(l_c+\zeta_{cw_3}c\Theta_{z_3})+f_{z_4}(-l_c+\zeta_{cw_4}c\Theta_{z_4})-\beta\tau_1-\beta\tau_2+1/2\,m_L(l_{BH}+l_{LH})\,{}^{B}a_{B_y}-2m_W(l_p+l_f)\,{}^{B}a_{B_y}-$$
$$m_W g(\zeta_{cw_1}\zeta_{cw_2}+2(l_p+l_f)(c^{F}\Theta_{B_z}-s^{F}\Theta_{B_z}))=0$$

$$-l_c f_{x_3}c\Theta_{z_3}+l_c f_{x_4}c\Theta_{z_4}+l_a f_{y_1}-l_a f_{y_2}+l_c f_{y_3}s\Theta_{z_3}-l_c f_{y_4}s\Theta_{z_4}+\zeta_{cc1}f_{z_1}+\zeta_{cc2}f_{z_2}+\zeta_{cc3}f_{z_3}+\zeta_{cc4}f_{z_4}-$$
$$\,{}^{B}\alpha_{B_z}(m_w l_a^2+2I_{W_y}+I_{B_z}+I_{L_z})-\varepsilon_{vBz}\,{}^{B}\omega_{B_z}=0$$

$$-f_{x_1}(l_p+l_f+R)-f_{x_2}(l_p+l_f+R)-f_{x_3}(l_p+l_f+R)c\Theta_{z_3}-f_{x_4}(l_p+l_f+R)c\Theta_{z_4}+f_{y_3}(l_s+l_f)s\Theta_{z_3}-l_a f_{z_1}+l_a f_{z_2}+$$
$$\zeta_{cw_3}f_{z_4}s\Theta_{z_3}+\zeta_{cw_4}f_{z_4}s\Theta_{z_3}+(l_f+l_s)f_{y_4}s\Theta_{z_4}+2m_W(l_p+l_f)\,{}^{B}a_{B_x}+(I_{w_y}-I_{w_x})\,{}^{A_1}\omega_{w_{1x}}+I_{w_y}\,{}^{B}\omega_{B_z}\,{}^{A_1}\omega_{w_{1x}}+I_{w_y}\,{}^{B}\omega_{B_z}\,{}^{A_2}\omega_{w_{2x}}$$
$$(I_{W_y}-I_{W_x})\,{}^{A_2}\omega_{w_{2x}}\,{}^{B}\omega_{B_z}-1/2(l_{BH}+l_{LH})m_L\,{}^{B}a_{B_x}+2m_w g(c^{F}\Theta_{B_z}+s^{F}\Theta_{B_z})=0$$

여기서 $c\Theta=\cos\Theta$, $s\Theta=\sin\Theta$이다. 위의 6개의 운동방정식을 정리하여 구동토크항과 접촉 마찰력항, 관성력항, 코리올리 및 원심력항등으로 나타낼 수 있다.

$$N\cdot\tau_a + F\cdot f_e + M\cdot\,{}^{B}a_B = C_r \qquad (3\text{-}13)$$

τ_a는 구동기에서 발생한 구동토크를, fe는 접촉 마찰력을, ${}^{B}a_B$은 WMR의 본체의 가속도를 나타낸다. C_r는 코리올리(Coriolis) 및 원심력을 나타내며, N, F, M은 적절한 차원을 갖는 행렬이다. 구동토크와 접촉 마찰력을 미지의 변수로 간주하여 식 (3-13)을 재정리하면 다음과 같다.

$$Z_i\cdot X_i = Y_i \qquad (3\text{-}14)$$

여기서 $Z_i = [N \quad F]$, $X_i = [\tau_a^T \quad f_e^T]^T$, $Y_i = C_r - M \cdot {}^{\widehat{B}}a_B$이다. Z_i는 underdetermined 시스템이므로 $Z_i \cdot X_i - Y_i = 0$를 만족하는 해 X_i는 무한히 많다. 따라서 하중 최소 놈 해(weighted-minimum norm solution)를 이용하여 $\| X_i \|$를 최소화하는 해를 구할 수 있다[13].

$$X_i = W^{-1} Z_i^T [Z_i W^{-1} Z_i^T]^{-1} Y_i \tag{3-15}$$

여기서 하중 행렬(weighting matrix) W 는 다음과 같다.

$$\mathrm{W} = diag[\ W_a \quad W_e\ ]$$

W_a 는 구동토크에 대한 하중이며 W_e 는 접촉 마찰력에 대한 하중이다.

제4장 초음파 센서를 이용한 주행

WMR이 실내주행을 하기위해서는 자신의 현 위치를 파악하고, 벽면과 일정한 거리를 유지하기 위해 벽면으로부터의 거리를 검출할 수 있는 기능이 요구된다. 본 논문에서는 엔코더에서 발생한 펄스의 기초하여 저신의 현 위치를 파악하기 위해 dead-reckoning 알고리즘을 이용하고, 벽면으로부터의 거리를 검출하기 위해 초음파 센서를 이용한다.

제1절 *Dead-reckoning* 알고리즘을 이용한 위치추정

WMR의 위치추적은 엔코더에서 발생한 펄스의 수에 기초한 dead-reckining에 의해 이루어진다. Dead-reckoing은 실시간에서 이동로봇의 위치를 결정하기 위하여 각각의 샘플링 구간에서의 위치의 증분을 전단계의 위치에 더함으로써 현 위치를 추정하는 알고리즘이다[17]. 각각의 샘플링 구간에서의 속도가 일정하다고 가정할 경우, $t = nT$에서의 구륜이동로봇의 이동거리 ΔD_k와 방향의 증분 $\Delta\Theta_k$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta D_k = \frac{R\Delta\omega_{1k} + R\Delta\omega_{2k}}{2} T \tag{4-1}$$

$$\Delta\Theta_k = \frac{R\Delta\omega_{1k} - R\Delta\omega_{2k}}{2\, l_b} T \tag{4-2}$$

여기서 R는 구동구륜의 반경이며, $\Delta\omega_1$과 $\Delta\omega_2$는 각각 양 구륜의 한 주기당 속도의 증분을 나타내고, T는 샘플링 구간이다.

현재의 위치는 구륜의 속도 및 속도차를 이용하여 구해지며 기준좌표계에 대한 현재 위치는 전단계에서의 샘플링 순간의 위치증분과 $t=(n-1)T$에서의 이동로봇의 위치의 합에 의해서 현재의 샘플링 순간 $t=nT$에서의 구륜이동로보트의 위치를 구한다.

$$\begin{aligned} x[k+1] &= x[k] + \Delta D[k]\cos(\Theta[k] + \Delta\Theta[k]/2) \\ y[k+1] &= x[k] + \Delta D[k]\sin(\Theta[k] + \Delta\Theta[k]/2) \\ \Theta[k+1] &= \Theta[k] + \Delta\Theta[k] \end{aligned} \tag{4-3}$$

이러한 시스템은 다음과 같은 일반적인 비선형 시스템으로 표현될 수 있다[14].

$$X[k+1] = F(X[k]) \tag{4-4}$$

제2절 초음파 센서에 의한 벽면으로부터의 거리 측정

WMR이 벽면을 따라 이동하기 위해서는 벽면으로부터의 거리를 검출할 수 있는 기능을 가지고 있어야 한다. 본 논문에서는 WMR의 좌 또는 우측에 위치한 2개의 초음파 센서를 이용하여 벽면으로부터의 거리를 검출한다. 일반적으로 실내구조는 직각 및 직선구조로 되어 있으므로 초음파 센서를 사용하는 것이 경제적으로 유리할 수 있다. WMR이 좌측 통행을 한다고 가정할 경우, 벽면으로부터 WMR의 까지의 거리를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z = [z_1 \quad z_2]^T = H(X) \tag{4-5}$$

$$H(X) = \begin{bmatrix} \dfrac{x - x_r}{\cos\Theta} - l_a - l_b \tan\Theta \\ \dfrac{x - x_r}{\cos\Theta} - l_a + l_b \tan\Theta \end{bmatrix}$$

여기서 z_1과 z_2는 구륜이동로봇의 좌측에 부착된 센서로부터 벽면까지의 거리를 나타낸다. 측정된 벽면까지의 거리를 이용하여 벽면과 구륜이동로봇 사이의 방향각은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi = \tan^{-1} \frac{d}{|z_1 - z_2|} \tag{4-6}$$

제5장 제어기 설계

제1절 궤적의 시간 스케링

기준궤적을 수행하기 위해 식 (3-15)로부터 계산된 구동토크가 허용가능한 구동기 입력범위를 초과할 경우, 설정된 기준 속도 및 가속도는 WMR에 의해 수행될 수 없다. 본 절에서는 구동토크가 최대 구동기 입력을 초과하였을 경우, 시간 스케링을 이용하여 속도 궤적 및 가속도 궤적을 부분적으로 수정함으로써 기준경로의 재설계 없이 기존의 기준경로를 추적하는 방법을 제시한다.

경로 설계기와 궤적 설계기에 의해 기준 경로(s) 및 속도(v), 가속도(a)가 결정되었다고 가정한다. 시간 스케러를 다음과 같이 정의한다.

$$\delta(t) = \eta t$$

여기서 η를 임의의 양(+)의 상수로 가정하면 time-scaler는 단조 증가 함수이다. 임의의 시간 t에서 시간 스케러에 의해 스케일된 새로운 기준 경로는 다음과 같다.

$$\bar{s}(t) = s(\delta) \qquad (5\text{-}1)$$

여기서 $\bar{s}(t)$는 스케일된 궤적을 나타낸다. 식 (4-1)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{d\bar{s}(t)}{dt} = \frac{ds(\delta)}{d\delta} \cdot \frac{d\delta}{dt}$$
$$\dot{\bar{s}}(t) = s'(\delta)\,\dot{\delta} \qquad (5\text{-}2)$$

여기서 ′은 δ에 대한 미분을, ˙ 는 시간에 대한 미분을 나타낸다. 식 (5-2)를 시간에 대해 미분하여 스케일된 가속도 궤적을 구하면 다음과 같다.

$$\ddot{\bar{s}}(t) = s''(\delta)\,\dot{\delta}(t)^2 + s'(\delta)\,\ddot{\delta}(t) \qquad (5\text{-}3)$$

$\dot{\delta}(t) = \eta$, $\ddot{\delta}(t) = 0$이므로 식(5-2)와 (5-3)으로부터 스케일된 속도와 가속도를 정의할 수 있다.

$$\dot{\bar{s}}(t) = \bar{v}(t) = \eta \cdot v(\eta t)$$
$$\ddot{\bar{s}}(t) = \bar{a}(t) = \eta^2 \cdot a(\eta t) \qquad (5\text{-}4)$$

식 (5-2)~(5-4)를 이용하여 스케일된 역 동력학을 계산할 수 있다. 식 (3-13)의 행렬 N, F, M은 WMR의 기구적 요소와 마찰계수, 기어비로 구성되는 상수 행렬이므로 (3-13)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_i(t) = W^{-1} Z_i^T [Z_i W^{-1} Z_i^T]^{-1} [v(t)\, C_r v(t) - M\, \hat{}^{B} a_B(t)] \qquad (5\text{-}5)$$

식 (5-4)의 정의를 이용하여 스케일된 구동토크를 구하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
\overline{X}_i(t) &= \eta^2 W^{-1} Z_i^T [Z_i W^{-1} Z_i^T]^{-1} [v(\delta) C_r v(\delta) - \widehat{M}^B a_B(\delta)] \\
&= \eta^2 W^{-1} Z_i^T [Z_i W^{-1} Z_i^T]^{-1} [v(\eta t) C_r v(\eta t) - \widehat{M}^B a_B(\eta t)] \qquad (5\text{-}6) \\
&= \eta^2 \cdot X_i(\eta t)
\end{aligned}
$$

제2절 시간 스케러의 결정

역동력학에 의해 계산된 구동토크가 최대 구동기 입력을 초과할 경우 설계된 기준궤적은 WMR에 의해 수행될 수 없다. 따라서 기준궤적의 수행 가능성은 명시된 최대 구동기 입력과 역동력학에 의해 계산된 구동토크를 비교함으로써 이루어진다. 허용가능한 구동토크의 범위를 $-\tau_{min} \le \tau(t) \le \tau_{max}$로, 역동력학에 의해 계산된 구동토크를 $\tau_{com}(t)$로 나타내면 스케러의 허용가능한 구간 $[\eta^{2-} \quad \eta^{2+}]$은 다음과 같다.

	η^{2-}	η^{2+}
$\tau_{com} > 0$	0	$\frac{\tau_{max}}{\tau_{com}}(t)$
$\tau_{com} < 0$	0	$\frac{\tau_{min}}{\tau_{com}}(t)$
$\tau_{com} = 0$	0	∞

(5-7)

식 (5-6)과 (5-7)로부터 $\tau_{max} > \tau_{com}$일 경우, $\eta > 1$은 속도의 증가와 주행 시간의 단축을 의미하며 $\tau_{max} < \tau_{com}$일 경우,$\eta < 1$은 속도의 감소와 주행 시간의 증가를 의미한다.

2장과 3장에서는 WMR의 수학적 모델을 유도하였다. 그러나 모델링 불확실성(modeling uncertainty)과 측정 잡음 등으로 인하여 WMR는 기준 경로에서 이탈될 수 있다[8]. 제어기의 목적은 오차를 최소화하여 WMR가 기준궤적을 신속히 추적하도록 하는 것이다.

그림 5에서 적분 블록은 dead-reckoning을 나타낸다. dead-reckoning은 encoder에 의해 측정된 일련의 속도의 증분값을 수치적으로 적분하여 현재의 위치를 추정하는 방법이다. 첨자 r는 기준궤적을, ${}^{F}u_{B}$, ${}^{\overline{B}}u_{B}$는 WMR에 대한 입력이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{F}u_{B}(nT) &= {}^{F}a_{rB} + k_{d}\cdot({}^{F}V_{rB} - {}^{F}\dot{p}_{B}) + k_{p}\cdot({}^{F}p_{rB} - {}^{F}p_{B}) \\ &= {}^{F}a_{rB} + k_{d}\cdot\dot{e}(nT) + k_{p}e(nT) \end{aligned} \quad (5\text{-}8)$$

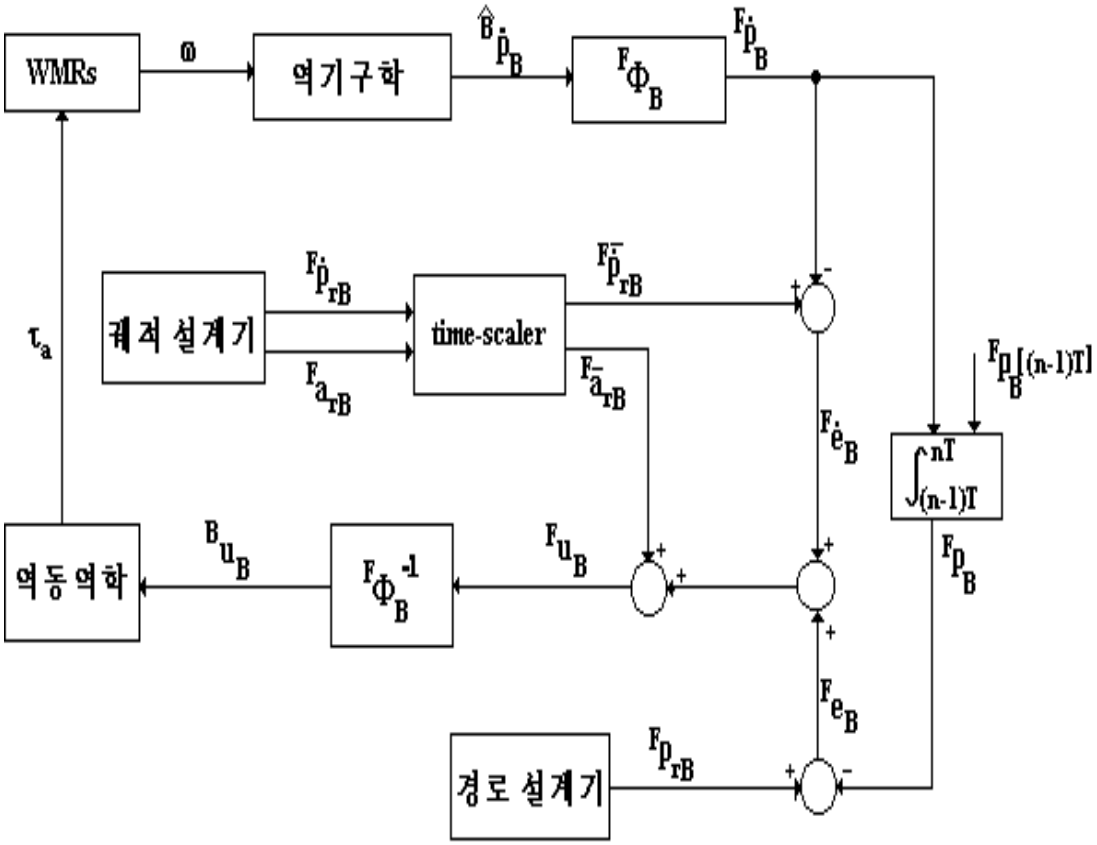


그림 5. 제어 시스템의 블록선도
Fig. 5. Block diagram for control system

제6장 모의실험 및 고찰

본 논문에서 제시된 WMR의 모델링과 알고리즘의 유효성을 입증하기 위해 모의실험을 수행한다. 모의실험에 이용된 4륜 2 자유도 WMR의 제원과 사용된 매개변수를 표 1에 나타내었다.

표 1. WMR의 제원

Table 1. Standard of wheeled-mobile robot

기호	수치값	단위	내 용	기호	수 치 값	단위	내 용
l_{Bh}	0.8	m	본체높이	r	0.04	m	보조구륜의 반경
l_{Lh}	0.2	m	부하높이	m_b	120.5	kg	본체질량
l_a	0.8	m	본체 폭/2	m_w	1.55	kg	구동구륜질량
l_b	0.8	m	본체길이/2	m_L	0 또는20	kg	부하질량
l_c	0.8	m	보조구륜의 y-변위	β	4		기어비
l_d	0.16	m	구동구륜의 z-변위	ξ_v	40.0	kg/s	점성마찰계수
l_e	0.8	m	보조구륜의 x-변위	ξ_c	0.01		쿨롱마찰계수
l_f	0.14	m	보조구륜의 z-변위	ξ_r	0.001		구름마찰계수
l_g	0.018	m	조향축 길이	τ_{max}	30	Nm	구동토크한계값
R	0.18	m	구동구륜의 반경	τ_{min}	-30	Nm	구동토크한계값

WMR는 초기에 $(x, y, \Theta)=(0, 0, 0°)$에 있다고 가정하고, 목적 궤적은 $(x_r, y_r, \Theta_r) = (1.5, 7, 90°)$이다. 속도 궤적은 그림 6과 같이 설정하였다.

그림 6에서 가속 및 감속 시간은 0.5초, 총 주행 시간은 17초이다. 그림 6의 속도 궤적을 수행했을 때의 구동토크를 그림 7에 나타내었다. 최대 구동토크는 35.84(Nm)이고 구동기 입력의 한계값인 30(Nm)를 초과하고 있으므로 그림 6에 제시된 속도 궤적은 WMR에 의해 수행될 수 없다. 식 (5-7)로부터 시간 스케러는 $\tau_{max}/\tau_{com}(t)$=30/35.84=0.84이다. 시간 스케러에 의해 스케일된 속도 궤적과 속도궤적의 추적을 그림 7(a)에, 이에 대한 구동토크를 그림 7(b)에 나타내었다.

그림 7(b)로부터 구동토크는 한계값 이내에 있음을 알 수 있으며, 총 주행시간은 18.58초로 증가된다. 이러한 결과는 이동 속도의 감소를 의미한다. 그림 7(c)는 스케일된 궤적에 대한 경로추적을 나타낸다. 목적지점에서의 오차는 $(x-x_r, y-y_r, \Theta-\Theta_r)=(x_e,y_e,\Theta_e)=(0.015, 0.005, 0°)$이며, 이러한 오차는 감속으로 인한 마찰력의 증가에 기인한 것이다.

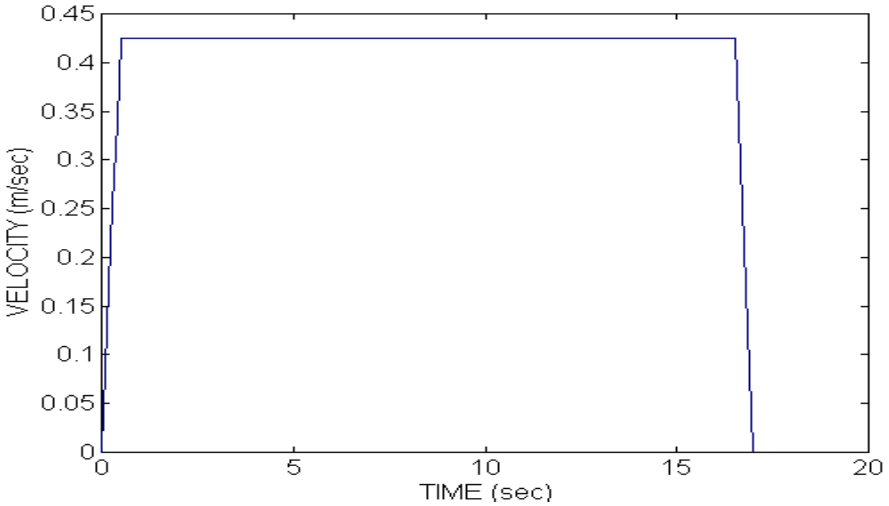
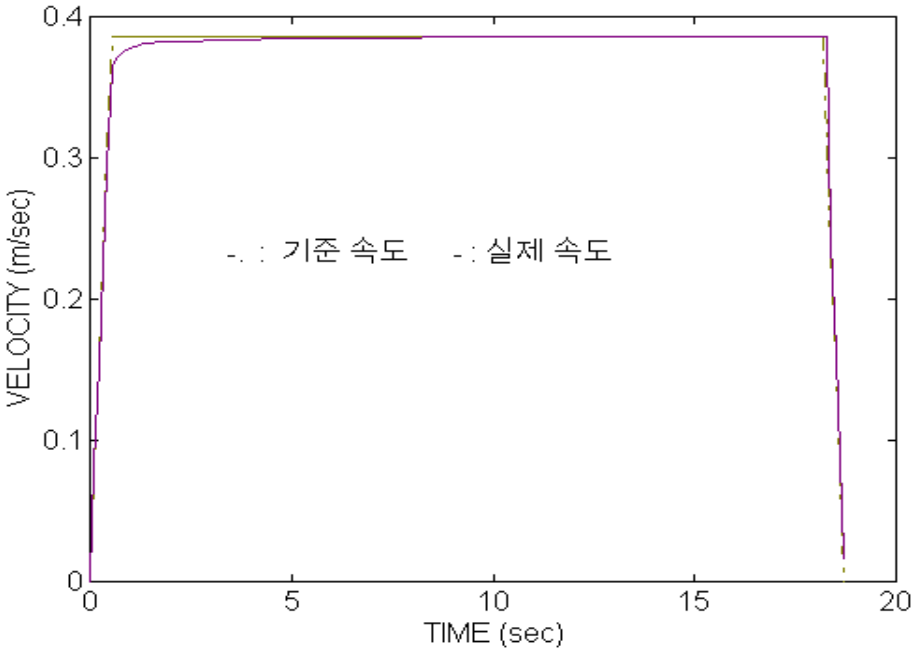


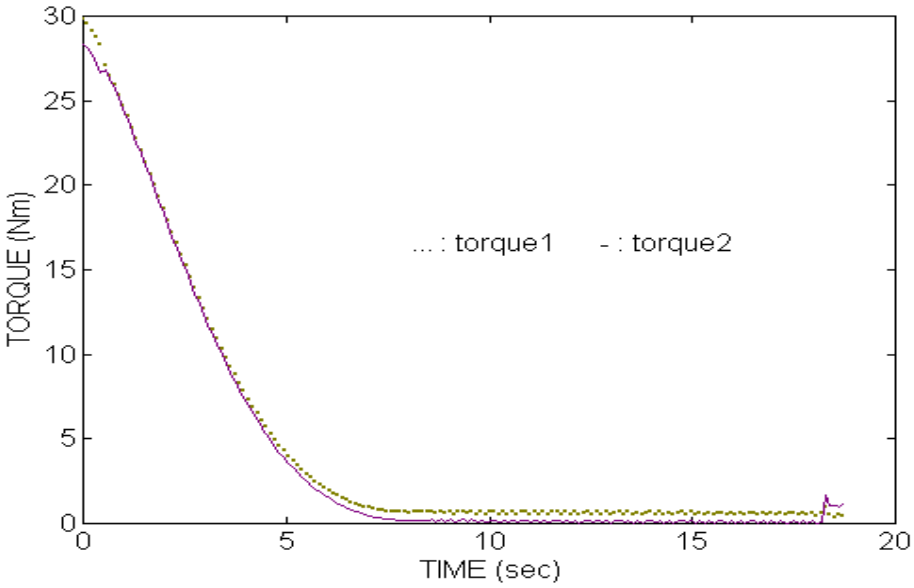
그림 6. 속도 궤적

Fig. 6. Velocity trajectory

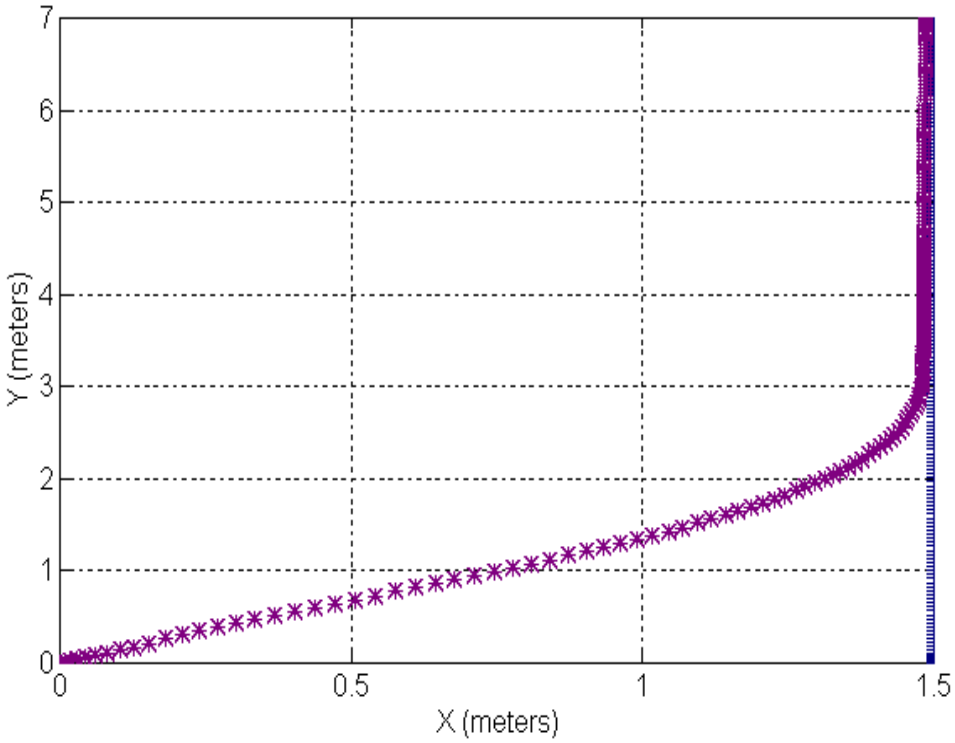
20㎏의 부하질량을 적재하였을 때의 속도 추적과 구동토크, 경로 추적을 각각 그림 8(a), (b), (c)에 나타내었다. 그림으로부터 부하 탑재시 WMR는 정상상태 부근에서의 이탈을 나타내고 있다. 이것은 부하의 관성과 원심력에 기인한 것이며, 최대 구동토크는 40.92(Nm)로서 한계값을 초과하고 있다. 식 (4-7)로부터 시간 스케러는 0.73이다. 스케링되었을 경우의 속도 추적과 구동토크 및 경로추적을 그림 9(a) ,(b), (c)에 나타내었다. 그림 9(a)로부터 구동토크는 허용가능한 구동기 입력 범위에 있음을 알 수 있다. 목적 지점에서의 오차는 (X_e, Y_e, Θ_e) =(-0.020, 0.011, 0°)이며, 이러한 오차는 감속으로 인한 마찰력의 증가와 부하에 의한 관성 및 원심력의 증가에 기인한다. 위의 실험결과는 본 논문에서 제시된 동력학 모델의 정교성과 이에 기초한 WMR의 제어알고리즘의 효율성을 보여준다.


0.4
0.3
0.2
0.1
0
VELOCITY (m/sec)
-. : 기준 속도
- : 실제 속도
0
5
10
15
20
TIME (sec)

(a)


30
25
20
15
10
5
0
TORQUE (Nm)
... : torque1
- : torque2
0
5
10
15
20
TIME (sec)

(b)



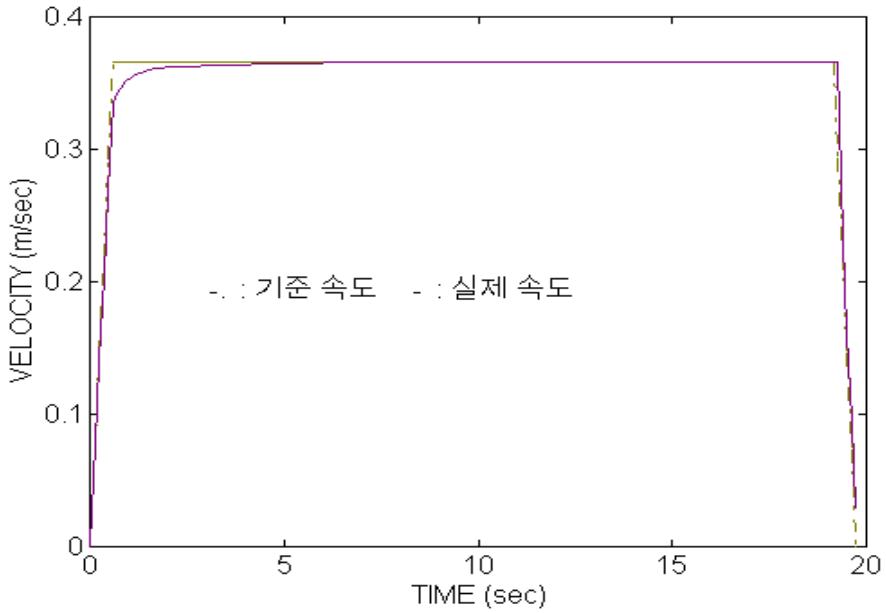
(c)

그림 7. (a)속도 궤적과 궤적 추적

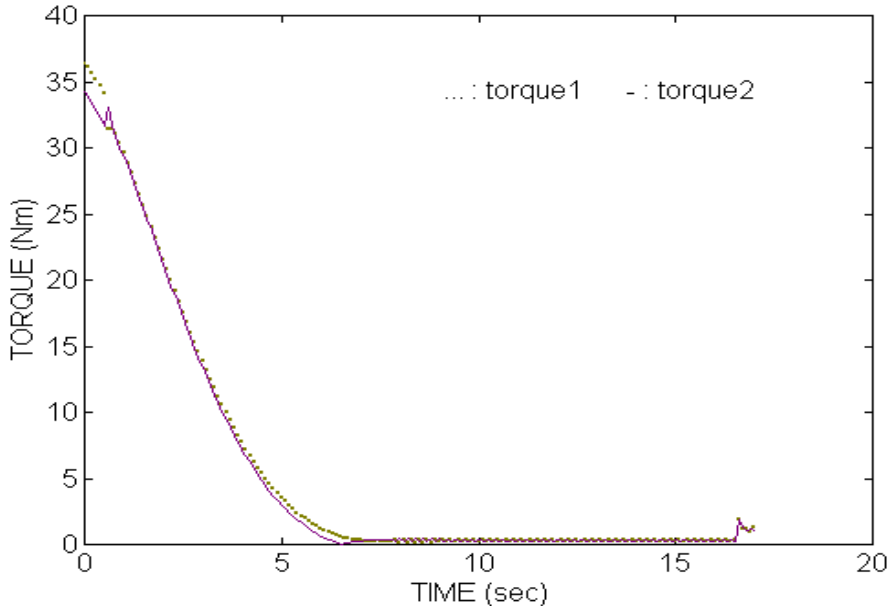
(b)구동토크 (c)경로추적 $(x_r, y_r, \Theta_r)=(1.5,7,90°)$

Fig. 7. (a)The scaled velocity trajectory and trajectory tracking

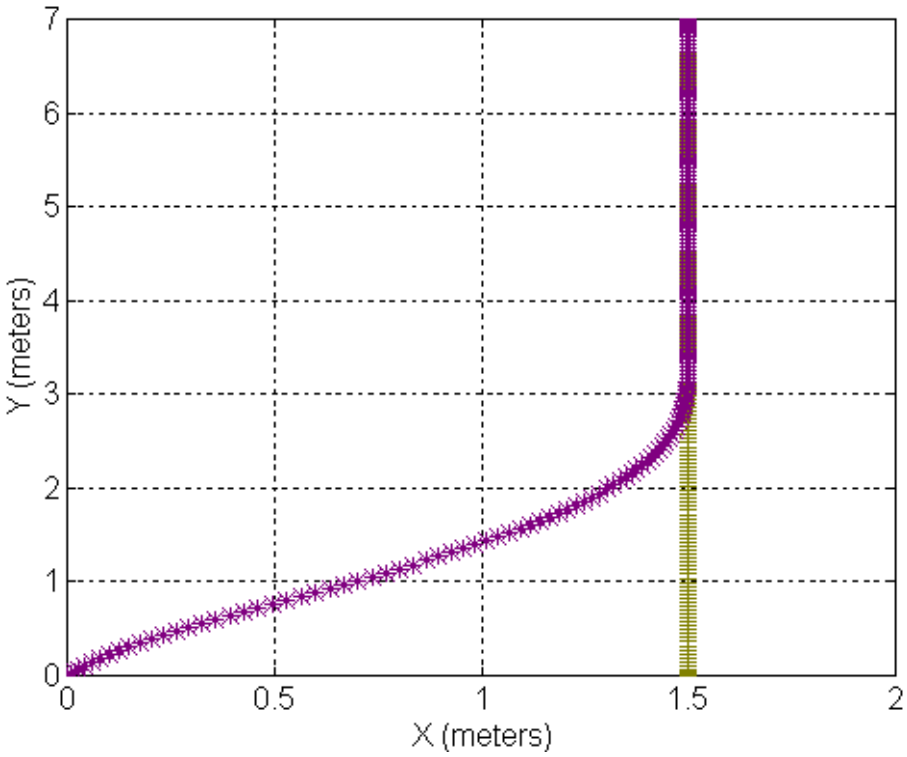
(b)actuator torques (c)path-tracking$(x_r, y_r, \Theta_r)=(1.5,\ 7,\ 90°)$


0.4
0.3
0.2
0.1
0
VELOCITY (m/sec)
-. : 기준 속도
- : 실제 속도
0
5
10
15
20
TIME (sec)

(a)


40
35
30
25
20
15
10
5
0
TORQUE (Nm)
... : torque1
- : torque2
0
5
10
15
20
TIME (sec)

(b)



(c)

그림 8. (a)20㎏의 부하를 추가하였을 때의 속도 궤적 및 궤적 추적
(b)구동토크 (c)경로추적

Fig. 8. (a)The velocity trajectory and trajectory tracking with 20㎏ load
(b)actuator torques (c)path-tracking

또한 본 논문에서 제시된 기구학 모델의 유효성을 입증하기 위해 모의실험을 수행한다. 편의를 위하여 벽면은 기준 좌표계의 y-축으로부터 -1m 거리에 있으며 변형이 없는 직선경로로 가정한다. 따라서 기준궤적은 $(x_d,\ y_d\ \Theta_d) = (0,\ y_d,\ \frac{\pi}{2}(rad))$으로 주어진다.

WMR의초기위치는 $\eta_0 = (1.5,\ 0,\ \frac{\pi}{2}(rad))$이고 목적위치는 $\eta_d = (0,\ 5,\ \frac{\pi}{2}(rad))$이다. 그림 9는 초기위치로부터 목적위치까지의 거리의 변화를, 그림 10은 방향각 오차의 변화를 나타낸다. 그림 11, 12는 주행시간의 경과에 따른 x-변위와 y-변위의 변화를 나타내고 있다. 그림 9, 10에서 보듯이 목적위치까지의 거리와 방향각 오차는 0으로 수렴된다. 이것은 WMR의 기준궤적으로의 수렴을 의미하며, 그림 11,12로부터 목적위치로 수렴함을 알 수 있다. 그림 11, 12로부터, x-변위는 초기위치인 1.5m에서 목적위치인 0m로, y-변위는 0m에서 5m로 수렴함을 알 수 있다.

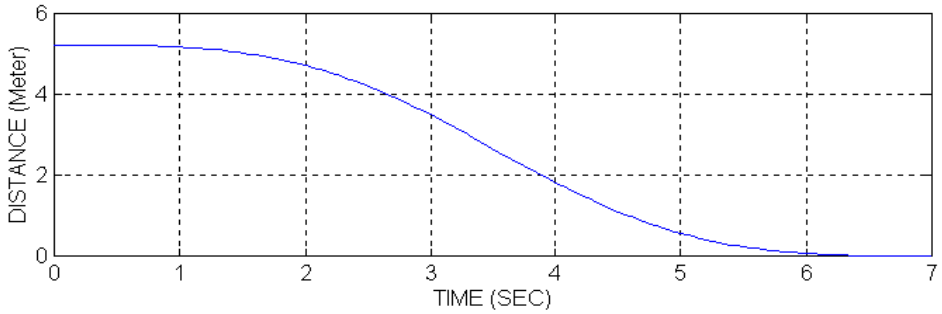


그림 9. 초기 위치로부터 목적 위치까지의 거리의 변화

Fig. 9. The distance from the initial position to the desired position

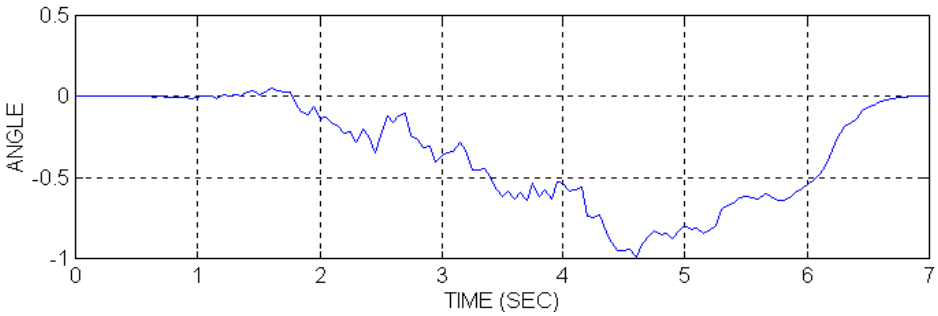


그림 10. 방향각 오차의 수렴

Fig. 10. Convergence of heading-angle error

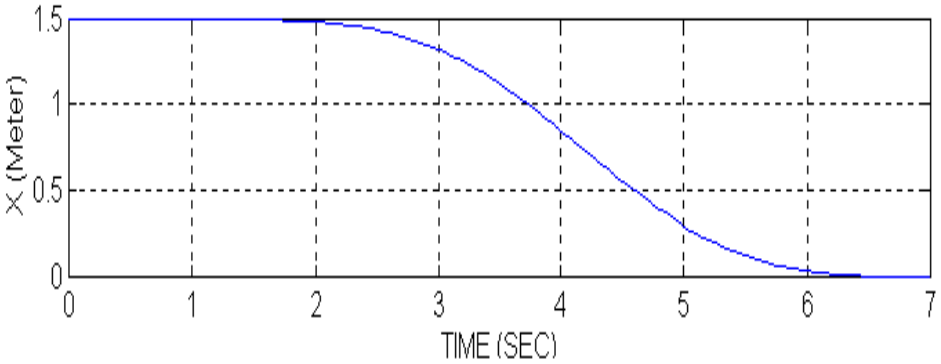


그림 11. x-변위의 수렴

Fig. 11. Convergence of x-displacement

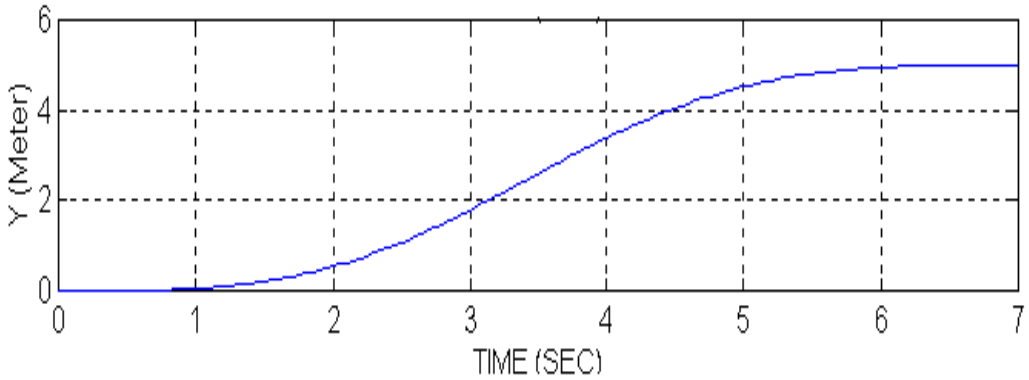


그림 12. y-변위의 수렴

Fig. 12. Convergence of y-displacement

그림 13, 14, 15, 16은 초기위치 $\eta_0 = (5,\ 0,\ 0(rad))$, 목적위치 $\eta_d = (0,\ 2,\ \frac{\pi}{2}(rad))$에 대한 모의실험 결과를 나타낸 것이다. 그림 13, 14는 주행시간의 경과에 따른 x-변위와 y-변위의 기준궤적으로의 수렴을, 그림 15는 방향각의 변화를 나타낸 것이다. 그림 13, 14, 15로부터 WMR는 초기위치에서 목적위치로 수렴함을 알 수 있다. 그림 16은 그림 13, 14, 15에 대한 x-y 평면상에서의 WMR의 기준궤적 추적을 보여준 것이다.

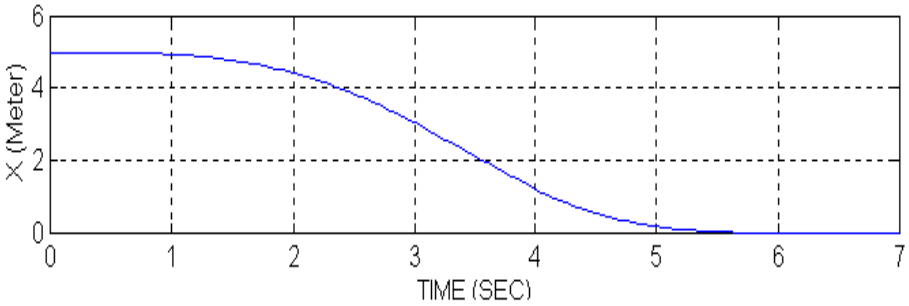


그림 13. x-변위의 수렴

Fig. 13. Convergence of x-placement

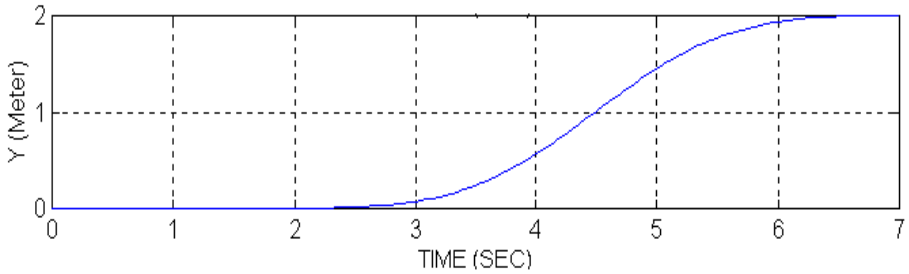


그림 14. y-변위의 수렴

Fig. 14. Convergence of y-placement

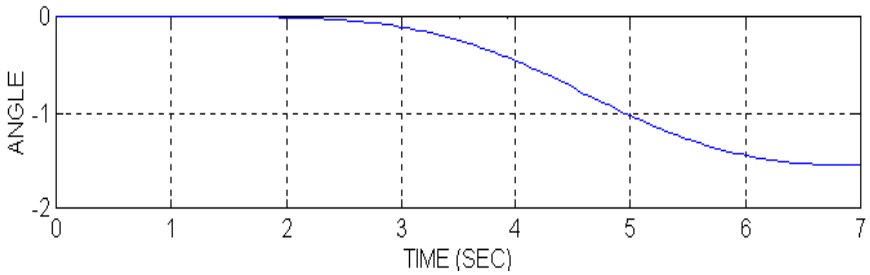


그림 15. 방향각의 수렴

Fig. 15. Convergence of heading angle

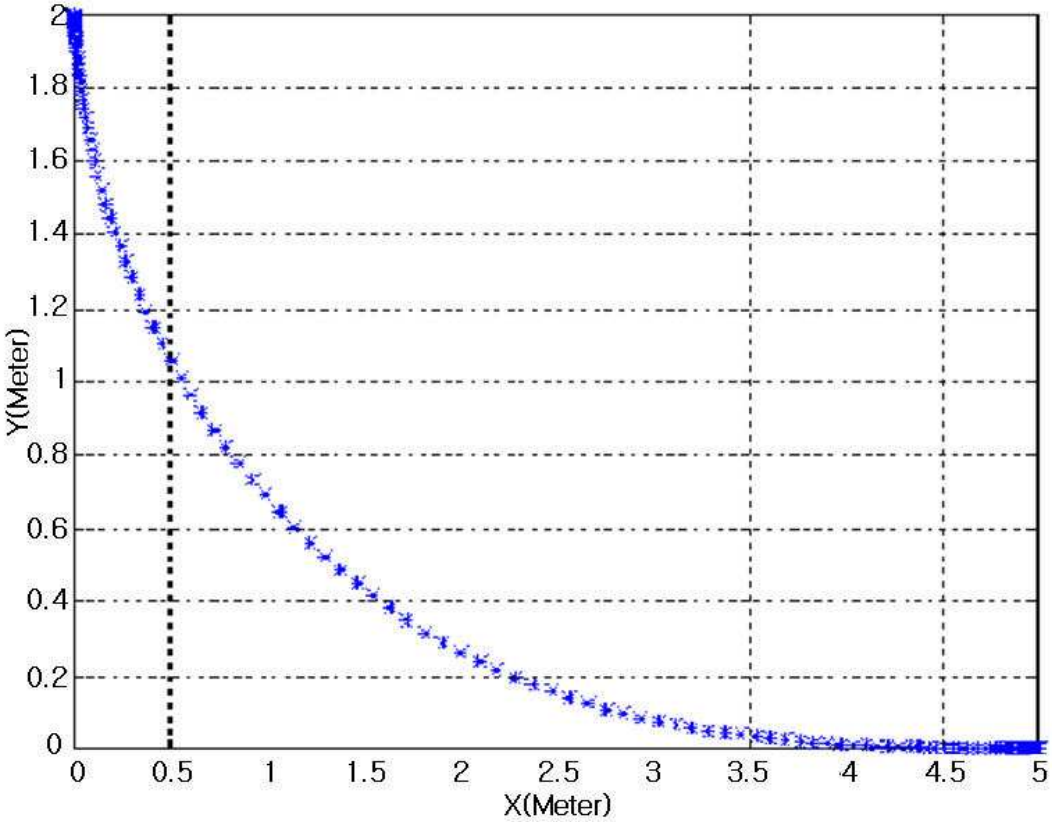


그림 16. x-y평면에서의 기준궤적 추적

Fig. 16. Tracking of reference trajectory in x-y plane

제 7장 결론

본 논문에서는 제한된 구동기 입력을 갖는 4륜 2 자유도 구륜이동로봇의 모델링과 경로추적에 대해 다루었다. WMR에 작용하는 힘/토크의 수식화와 이들 요소들의 링크 및 관절을 통한 전파 그리고 Newton의 평형법칙을 이용하여 WMR의 운동 방정식을 구성하였다. 이때 마찰력을 관절에서의 힘/토크의 중첩 현상으로 분석하였다. 수행가능한 궤적의 설계를 위해 시간 스케링을 이용하였으며, 이것은 주행시간의 연장 또는 단축을 의미한다.

모델링의 불확실성에 기인한 오차의 감소를 위해 제어기를 설계하였다. 모의실험을 통하여 본 논문에서 제시된 모델의 정교성과 제어 방법의 효율성을 입증하였다.

參考文獻

[1] J. C. Whitehead, "Rear Steering Dynamics Compared to Front Steering," *Jour. Dyna. Measu. and Cont.,* vol.12, pp.88-93, 1990

[2] L. Kolmanovsky and N. H. McClamroch, "Development in Nonholonomic Control Problems," *IEEE Control Systems Magazine,* vol.15, pp.20-36, 1995

[3] Y. F. Zheng, *Recent Trends in Mobile Robot,* World Scientific, 1993

[4] B. d'Andrea-Novel, G. Bastin, and G. Campion, "Modeling and Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots," *IEEE Inter. Conf. on Robotics and Auto.,* pp.1130-1135, 1991

[5] J.C.Alexander and J.H.Maddocks, "On the Kinematics of Wheeled Mobile Robots," *Int. Jour. Robotics Res.,* vol. 8, no. 5, pp.15-27, 1987

[6] Y.Kanayama, Y.Kimura, F.Miyazaki, and T.Noguchi, "A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot," *IEEE Int. Conf. Robotics and Auto.,* pp.384-389, 1990

[7] C.Samson and K.Ait-Abderrahim, "Feedback Control of a Non-holonomic Wheeled Cart in Cartesian Space," *IEEE Int. Conf. Robotics and Auto.,* pp.1136-1141, 1991

[8] L.Kleeman, "Optimal Estimation of Position and Heading for Mobile Robots Using Ultrasonic Beacons and Dead-reckoning," *IEEE Int. Conf. Robotics and Auto.,* Nice, France, pp. 2582-2587, 1992

[9] F.D.Boyden and S.A.Velinsky, "Dynamic Modeling of Wheeled Mobile Robots for High Load Applications," *IEEE Int. Conf. Robotics and Auto.,* vol. 4, pp.3071-3078, 1994

[10] J. Borenstein and L. Feng, "Correction of Systematic Odometry Errors in Mobile Robots," *IEEE/RSJ Inter. Conf. on Intell, Robot and Sys.,* pp.569-574, 1995

[11] Xiaoping Yun and Yoshio Yamamoto, "Internal Dynamics of a Wheeled Mobile Robot," *IEEE/RSJ Inter. Conf. on Intell. Robots and Sys.*, pp.1288- 1294, 1993

[12] K.S., Fu, R.C.Gonzalez, and C.S.G Lee, *Robotics : Control, Sensing, Vision and Intelligence,* Mcgraw-Hill, pp.36-77, 1987

[13] W.L.Brogan, Modern Control Theory, Prentice-Hall, 3rd., pp.207-241, 1991

[14] Jean-Jacques E. Slotine, and W. Li, *Applied Nonlinear Control,* Prentice- Hall, 1991

[15] A. Isidori, *Nonlinear Control System,* Springer-Velag, 2nd, 1989

[16] J.N.Reddy and M.L.Rasmussen, *Advanced Engeering Analysis,* John Wiley & Sons, 1992

[17] T. Logsdon, *The Navstar Global Positioning System,* Van Nostrand Reihood, 1992

[18] Petros A. Ioannou and Jing Sun, *Robust Adaptive Control,* Prentice-Hall, 1996

[19] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems,* Prentice-Hall, pp.71-92, 1989

저작물 이용 허락서

학 과	전자공학과	학 번	20067071	과 정	석사
성 명	한글: 박경원 한문 : 朴京元 영문 : Kyung-Won Park				
주 소	광주광역시 북구 운암동 운암 3단지 363동 507호				
연락처	Email : salemkwp@naver.com				
논문제목	한글 : 구륜이동로봇의 모델링과 시간 스케링 기법을 이용한 경로추적 영문 : Modeling of Wheeled-Mobile Robots and Path-Tracking using Time-Scaling Method				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2007년 8 월 일

저작자 : 박 경 원 (인)

조선대학교 총장 귀하