[UCI]I804:24011-200000234118

2007년 2월
석사학위 논문

유체가 흐르는 Pipe의 지지점 운동으로 인한 강제진동연구

On the Forced Vibration due to Motion of End Support of Pipe Conveying Fluid

조선대학교 대학원
선 박 해 양 공 학 과
곽 현 호

유체가 흐르는 Pipe의 지지점 운동으로 인한 강제진동연구

On the Forced Vibration due to Motion of End Support of Pipe Conveying Fluid

2007년 2월 23일

조선대학교대학원

선 박 해 양 공 학 과

곽 현 호

유체가 흐르는 Pipe의 지지점 운동으로 인한 강제진동연구

지도교수 윤 덕 영

이 논문을 공학석사 학위신청 논문으로 제출함

2006년 11월

조선대학교대학원

선 박 해 양 공 학 과

곽 현 호

곽현호의 석사학위 논문을 인준함

위원장 조선대학교 교수 권 영 섭 (인)

위원 조선대학교 교수 박 제 웅 (인)

위원 조선대학교 교수 윤 덕 영 (인)

2006년 11월

조선대학교 대학원

Contents

List of table ····· i
List of Figures ····· ii
Abstract ····· iv
NOMENCLATURE ····· v

제1장 서 론 ····· 1

제2장 운 동 방 정 식 ····· 2

제3장 동 적 해 석 ····· 9

3-1. 운동방정식의 무차원화 ····· 9
3-2. 자유진동 ····· 13
3-3. 강제진동 ····· 18
3-3-1. clamped-clamped, clamped-pinned ····· 18
3-3-2. pinned-pinned ····· 19

제4장 결 론 ····· 25

List of Table

Table 1. Nonhomogeneous boundary conditions ••••••••••••••••••4

Table 2. Homogeneous boundary conditions ••••••••••••••••••••••8

Table 3. Dimensionless boundary conditions ••••••••••••••••••10

List of Figures

Figure 1. Schematic diagram of clamped-pinned pipe conveying fluid ••2

Figure 2. Natural frequencies of a clamped-pinned pipe as a function of flow velocity for $\beta=0.3$ ••••••••••••••••••••••••••••••15

Figure 3. Natural frequencies of a clamped-clamped pipe as a function of flow velocity for $\beta=0.3$ ••••••••••••••••••••••••••••••16

Figure 4. Natural frequencies of a pinned-pinned pipe as a function of flow velocity for $\beta=0.3$ ••••••••••••••••••••••••••••••17

Figure 5. Response curves of a clamped-pinned pipe as a function of dimensionless exiting frequency for $\beta=0.3$ (β=mass ratio, u= dimensionless flow velocity) ••••••••••••••••••••••••••••••••••••••21

Figure 6. Response curves of a clamped-clamped pipe as a function of dimensionless exiting frequency for $\beta=0.3$ (β=mass ratio, u= dimensionless flow velocity) ••••••••••••••••••••••••••••••••••••••22

Figure 7. Response curves of a pinned-pinned pipe as a function of dimensionless exiting frequency for $\beta=0.3$ (β=mass ratio, u= dimensionless flow velocity) ••••••••••••••••••••••••••••••••••23

Figure 8. Response curves of a clamped-pinned pipe as a function of dimensionless exiting frequency for u=2 (u= dimensionless flow velocity, β=mass ratio) ••••••••••••••••••••••••••••••••••••••24

ABSTRACT

On the Forced Vibration due to Motion of End Support of Pipe Conveying Fluid

Kwak Hyun-ho
Advisor : Prof.Yoon Duck-young
Department of Naval Architecture
Graduate School of Chosun University

This paper deals with the effect of a motion of end support on the vibration of pipe conveying fluid. The governing equation of motion is derived by using extended Hamilton's principle. As the equation of system with nonhomgeneous boundary condition converts into the equation with homogeneous boundary condition, the resulting equation becomes the form of forced vibration with the forcing function. The resulting equation is cast into a matrix form by applying the Galerkin method. Comparisons are made between the approximate results and the exact ones for the natural frequency with various boundary conditions such as clamped-clamped, clamped-pinned, pinned-pinned end conditions. There sponse curves in terms of flow velocity and mass ratio are presented for various boundary conditions.

NOMENCLATURE

A	internal cross sectional area of pipe
$[D]$	centrifugal matrix , square matrix
$[E]$	diagonal matrix
E	Young's modulus of pipe material
$[G]$	Coriolis matrix , skew-symmetric matrix
I	area moment of inertia of a pipe
$[K]$	stiffness matrix, symmetric matrix
ℓ	length of pipe
$[M]$	mass matrix, diagonal matrix
m_f	fluid mass per unit length
m_p	pipe mass per unit length
P	fluid pressure
$\{q\}$	column vector
$q(\tau)$	normal corrdinate of time
t	time
$U(t)$	flow velocity
x	longitudinal coordinate
y, v	transverse displacement of pipe
$\Phi(\xi)$	orthonomal mode of pipe without fluid
λ_m	m th eigenvalue
ξ	dimensionless longitudinal coordinate
η	dimensionless transverse displacement
τ	dimensionless time

β mass ratio

δ variational operator

u dimensionless flow velocity

ρ excitation frequency

ω_m dimensionless frequency of pipe conveying steady flow for neglecting Coriolis force

ω_n dimensionless natural frequency

Ω dimensionless excitation frequency

$\triangle$ determinant of matrix

제 1 장 서 론

선박내부의 적지 않은 비중을 차지하고 있는 파이프 시스템에서 발생되는 진동은 유체유동상태의 변화에 따른 압력과 유속등의 변화에 의해 발생하며, system설계 및 보존 유지면에 있어서 중요한 문제로 대두되고 있다. 따라서 파이프 시스템의 진동 연구는 진동 제어방안을 위한 기술개발 및 설계의 기초연구로써 필요성이 요구되고 있다. 내부 유동을 포함한 파이프에 대한 연구는 일찍이 1950년 Trans Arabian pipeline에서 발생한 진동문제가 동기가 되었으며, Housner는 유체의 속도가 임계속도보다 크면 축방향으로의 buckling이 일어남을 보였다. 또한 Chen는 맥동 유동을 갖는 단순 지지된 파이프의 경우에 대해 parametric instability가 가능함을 밝히고 Bolotin's method로 stability-instability 영역들을 나타내었다. Paidoussis와 Issid는 Chen의 운동방정식에서 길이방향의 가속도항을 고려하지 않은 것을 밝히고 Galerkin method를 이용하여 같은 고찰을 하였다. Long은 power series를 이용하여 해석적으로, 그리고 실험적으로 해석하였다. Stein과 Tobriner는 elastic foundation에 지지된 파이프의 안정성을 고찰하였다. 비제차경계조건(Nonhomogeneous boundary condition)이라고도 불리워지는 time-dependent B.C.을 갖는 beam에 대한 진동해석은 제차 경계조건(homogeneous boundary condition)을 갖는 시스템으로 바꾸어서 Mindlin은 해석하였으며, Edstrom은 해를 직접 가정하여 time-dependent B.C.를 갖는 beam의 해를 구하였다. 2차원 굴곡된 파이프의 경우 in-plane운동에 대해 동특성 해석을 하였으며, out-of plane에 대해서도 동특성해석, 임계속도의 고찰, tension force의 영향 및 Coriolis항이 동특성에 미치는 영향을 고찰하였다. 본 연구에서는 한 쪽 지지점에서의 시간에 따른 변위를 갖고 내부 유동이 있는 파이프에 대해 Galerkin method를 이용하여 두개의 mode만을 취하여 계(system)를 해석하였으며, 각 경계조건에 대해 얻어진 고유 진동수를 exact한 경우와 비교하여 나타내었다. 그 결과 Galerkin method를 사용하여 계를 해석하여도 어느 정도타당성이 있음을 알 수 있었다. 비제차 경계조건의 영향으로 인한 강제 진동을 해석하여 각 경계조건과 질량비에 따른 response curve를 나타내었다.

제 2 장 운 동 방 정 식

선박내부 파이프 시스템은 여러가지 요인들로 인하여 진동이 발생하고 있다. 본 논문에서는 선박운항 조건 및 다른 영향 등으로 인하여 지지점에서의 운동이 있는 경우에 대하여 해석하였으며, model은 다음과 같이 설정하였다. 논문에서 계(system)는 내부 유동이 있고,X= ℓ인 끝단에서 지지점의 변위, $y_\ell = Y\sin(\omega t)$를 갖는 파이프로서 그림 1과 같다.

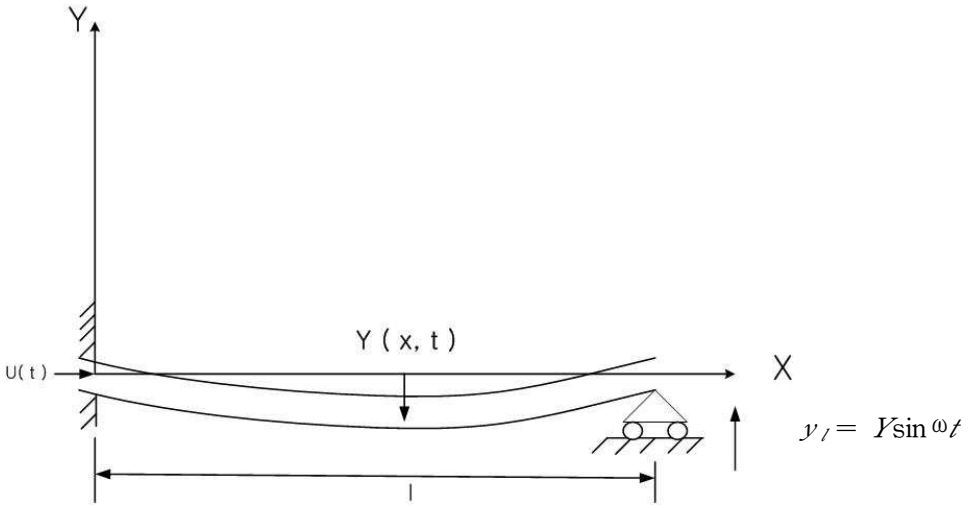

Fig. 1 Schematic diagram of clamped-pinned pipe conveying fluid

파이프는 길이 ℓ 내부단면적A, 단위길이당 질량m_p, 강성계수EI를 갖는다. 유체는 속도U(t)로 흐르고, 단위길이당 질량은 m_f,이고 유체의 압력은 p이다.

운동방정식을 유도하는데 다음과 같은 가정을 하였다.

1. 중력과 재료의 감쇠영향을 무시한다.
2. 파이프는 늘어나지 않는다.
3. 회전관성과 전단 변형은 무시한다.
4. 유체의 흐름은 일정하지 않고 압력강하는 없다.

5. 운동은 작다.

운동방정식은 extended Hamilton's principle을 사용하여 유도하였다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta T_p - \delta V_p + \delta W_f + \delta W_{Pre} + \delta W_\ell \, dt = 0$$

. . . . . (2-1)

여기서

T_P :파이프의 운동에너지

V_r :파이프의 potential energy

W_f :유체의 가속도로 인한 파이프의 일

W_{Pre} :유체의 압력으로 인한 일

W_f : x= ℓ에서 반력에 의한 일

식 (2-1)의 각 항들을 살펴보면 파이프의 운동에너지와 potential energy는 다음과 같다.

$$\delta T_p = \delta[\int_o^\ell \frac{1}{2} m_p (\frac{\partial v}{\partial t})^2 dx]$$

. . . . . (2-2)

$$\delta V_p = \delta[\int_o^\ell \frac{EI}{2} (\frac{\partial^2 v}{\partial x^2})^2 dx]$$

. . . . . (2-3)

파이프의 굽힘변형으로 인해 유체는 가속도를 갖고 일을 하게되는 데, 이 힘에 의해서 파이프는 일을 하게 되고 그 일 δW_f는

$$\delta W_f = m_f \int_0^{\ell} -\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2U\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + U^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial U}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial x}\right)\delta y dx$$

. . . . . (2-4)

유체의 압력에 의한 일 $\delta W_{\Pr e}$[14]는

$$\delta W_{\Pr e} = -\int_0^{\ell} pA\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\delta y dx$$

. . . . . (2-5)

x = ℓ에서 반력 F 에 의한 일 δW_{ℓ}은

$$\delta W_{\ell} = F \cdot \delta y_{\ell}$$

. . . . . (2-6)

식 (2-2) - (2-6)을 식 (2-1)에 대입하고 정리하여 운동방정식과 clamped-clamped, clamped-pinned, pinned-pinned에 대한 각 각의 경계조건을 나타내었다.

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (m_f U^2 + pA)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2m_f U\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + m_f\frac{\partial U}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial x} + (m_f + m_p)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

. . . . . (2-7)

Table 1. Nonhomogeneous Boundary Conditions

	clamped-clamped	clamped-pinned	pinned-pinned
x=0	y=0 y'=0	y=0 y'=0	y=0 y''=0
x= ℓ	y = $Y\sin(\omega t)$ y'=0	y = $Y\sin(\omega t)$ y''=0	y = $Y\sin(\omega t)$ y''=0

다음의 기호 D_i는 주어진 계(system)의 경계조건에 대해 차수(order)가 0, 1, 2 또는 3을 갖는 즉, $D_i[y]$는 y, $\frac{\partial y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ 또는 $\frac{\partial y^3}{\partial x^3}$인 선형미분 operator를 나타낸다. 이 표기를 이용하여 일반적인 경계조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_i[y(0,t)] = f_i(t) \qquad i = 1, 2$$
$$D_i[y(\ell,t)] = f_i(t) \qquad i = 1, 2$$
. . . . . (2-8)

예를 들어 파이프가 clamped-free인 경우 다음과 같다.

$D_1 = 1$, $D_2 = \frac{\partial}{\partial x}$ $D_3 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ $D_4 = \frac{\partial^3}{\partial x^3}$

변수분리법에 의해 time-dependent B. C. 을 갖는 계(system)를 해석하는데 있어

서 함수 $f_i(t)$가 모두 0이 아닌 경우에 곤란하게 된다. 즉, x만의 함수로 식 (2-8)을 만족할 수 없기 때문에 변수분리법을 곧바로 적용할 수 없다. 이러한 어려움을 없애기 위해 해를 두 부분으로 분리하여, 이중 한 부분은 time-dependet B. C.을 homogeneous B. C. 으로 바꾸어지도록 하게 한다.

식 (2-7)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$y = v(x,t) + \sum_{i=1}^{4} f_i(t) g_i(x) \qquad \cdots\cdots (2\text{-}9)$$

식 (2-9)를 식 (2-7)에 대입하고 정리한 후 아래의 미분방정식을 만족하는 v를 구한다.

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + (m_f U^2 + pA)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2m_f U\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} + m_f \frac{\partial U}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x} + (m_f + m_p)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\sum_{i=1}^{4}\Big[EIf_i\frac{\partial^4 g_i}{\partial x^4} + (m_f + pA)f_i\frac{\partial^2 g_i}{\partial x^2} + 2m_f U\frac{\partial f_i}{\partial t}\frac{\partial g_i}{\partial x} + m_f\frac{\partial U}{\partial t}f_i\frac{\partial g_i}{\partial x} + (m_f + m_p)\frac{\partial^2 f_i}{\partial t^2}g_i\Big] \qquad \cdots\cdots (2\text{-}10)$$

한편 식 (2-9)로 가정된 y는 경계조건, 식 (2-8)을 만족해야 한다. 그러므로

$$D_i[v(0,t)] = f_i(t) - \sum_{j=1}^{4} D_i[g_j(0)]f_j(t) \qquad i = 1,\ 2$$

$$D_i[v(\ell, s)] = f_i(s) - \sum_{j=1}^{4} D_i[g_j(\ell)] f_j(s) \qquad i = 3, 4$$

. . . . . (2-11)

이제 함수 $g_i(x)$를 식 (2-11)의 우변이 0이 되도록 택한다.
그러기 위해서는 다음의 16가지 조건들을 만족해야 한다.

$$D_1[g_1(0)] = 1 \qquad D_1[g_2(0)] = 0$$
$$D_2[g_1(0)] = 0 \qquad D_2[g_2(0)] = 1$$
$$D_3[g_1(\ell)] = 0 \qquad D_3[g_2(\ell)] = 0$$
$$D_4[g_1(\ell)] = 0 \qquad D_4[g_2(\ell)] = 0$$

$$D_1[g_3(0)] = 0 \qquad D_1[g_4(0)] = 0$$
$$D_2[g_3(0)] = 0 \qquad D_2[g_4(0)] = 0$$
$$D_3[g_3(\ell)] = 1 \qquad D_3[g_4(\ell)] = 0$$
$$D_4[g_3(\ell)] = 0 \qquad D_4[g_4(\ell)] = 1$$

. . . . . (2-12)

간략하게 표기하면

$$D_j[g_i(0)] = \delta_{ij} \qquad j = 1, 2 \qquad i = 1, 2, 3, 4$$
$$D_j[g_i(\ell)] = \delta_{ij} \qquad j = 3, 4 \qquad i = 1, 2, 3, 4$$

. . . . . (2-13)

여기서 δ_{ij}는 Kronecker delta 이다.

본 논문의 계(system)에서는 $f_1 = f_2 = f_4 = 0$ 이므로 g_3만이 존재하며, 식 (2-12)

에서의 다음 4가지 조건들을 만족해야 한다.

$$g_3(0) = 0 \qquad g_3'(0) = 0$$
$$g_3(\ell) = 1 \qquad g_3''(\ell) = 0 \quad \cdots\cdots (2\text{-}14)$$

이때 $g_3(x)$를 다음과 같이 3차다항식으로 가정한다.

$$g_3(x) = a_3 + b_3 x + c_3 x^2 + d_3 x^3 \quad \cdots\cdots (2\text{-}15)$$

식 (2-15)의 상수 a_3, b_3, c_3, d_3는 식 (2-14)에서 주어진 4가지 조건에 의해 결정된다.

$$g_3(x) = \frac{3x^2}{2\ell^2} - \frac{x^3}{2\ell^3} \quad \cdots\cdots (2\text{-}16)$$

식 (2-16)을 식 (2-10)에 대입하면 운동방정식과 homogeneous B. C. 표 2를 얻게 한다.

· · · · · · · · · · · · · · · · · (2-17)

Table 2. Homogeneous Boundary Conditions

	clamped-clamped	clamped-pinned	pinned-pinned
v=0	v = 0 v' = 0	v = 0 v' = 0	v = 0 v'' = 0
v= ℓ	v = 0 v' = 0	v = 0 v'' = 0	v = 0 v'' = 0

제 3 장 동 적 해 석

본 장에서는 제 2장에서 유도한 운동방정식과 경계조건에 대하여 Galerkin method를 사용하여 고유진동수를 구하였으며, exact한 경우와 비교하였다. 또한

system의 강제진동을 해석하여 무차원 유체속도와 질량비에 따른 응답곡선을 나타내었다.

3-1 운동방정식의 무차원화

아래의 무차원항

$$\xi = \frac{x}{\ell} \qquad \eta = \frac{v}{\ell} \qquad \bar{Y} = \frac{Y}{\ell}$$

$$\beta = \left(\frac{m_f}{m_f + m_p}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad u = \left(\frac{m_f}{EI}\right)^{\frac{1}{2}} \ell U$$

$$\Omega = \left(\frac{m_f + m_p}{EI}\right)^{\frac{1}{2}} \ell^2 \omega \qquad \rho = \frac{\rho A}{EI} \ell^2$$

$$\tau = \left(\frac{EI}{m_f + m_p}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{t}{\ell^2}$$

. . . . . (3-1)

들로 식 (2-17)과 표 2를 무차원화하여 무차원 운동방정식(3-2)와 무차원 경계조건 표 3을 얻었다.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + (u^2 + \rho)\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2\beta u \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi \partial \tau} + \beta \frac{\partial u}{\partial \tau}\frac{\partial \eta}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} \\ &= -[(u^2 + \rho)(3 - 3\xi)\bar{Y}\sin\Omega\tau + 2\beta u(3\xi - \frac{3}{2}\xi^2)\Omega\bar{Y}\cos\Omega\tau \\ &\quad + \beta\frac{\partial u}{\partial \tau}(3\xi - \frac{3}{2}\xi^2)\bar{Y}\sin\Omega\tau - (\frac{3}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\xi^3)\Omega^2\bar{Y}\sin\Omega\tau] \end{aligned}$$

. . . . . (3-2)

Table 3. Dimensionless Boundary Conditions

	clamped-clamped	clamped-pinned	pinned-pinned
$\xi = 0$	$\eta = 0$ $\eta' = 0$	$\eta = 0$ $\eta' = 0$	$\eta = 0$ $\eta'' = 0$
$\xi = 1$	$\eta = 0$ $\eta' = 0$	$\eta = 0$ $\eta'' = 0$	$\eta = 0$ $\eta'' = 0$

여기서

u : 무차원 유체속도 (dimensionless flow velocity)

β : 질량비 (mass ratio)

Ω : 무차원 가진 진동수 (dimensionless exciting frequency)

ρ : 무차원 유체압력 (dimensionless fluid pressure)

동적 해석을 전개함에 있어서 복잡성을 줄이기 위해 식 (3-2)에서 속도는 일정, 즉 $\frac{\partial u}{\partial \tau} = 0$ 이고, 압력비 $\rho = 0$ 으로 하였으며 Coriolis force항으로 인하여 변수 분리가 되지 않으므로 Galerkin method를 이용하여 해석을 전개해 나갔다.

식 (3-2)의 해를 beam의 eigenfunction들의 series로 다음과 같이 놓는다.

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{n}^{\infty} q_n(\tau)\Phi_n(\xi) \qquad (3\text{-}3)$$

여기서 $q_n(\tau)$ 는 τ의 함수이고, $\Phi_n(\xi)$는 beam의 eigenfunction 으로서 $\Phi_n(\xi) = A\cos\lambda_n\xi + B\sin\lambda_n\xi + C\cosh\lambda_n\xi + D\sinh\lambda_n\xi$ 이며, λ_n은 beam의 n번째 eigenvalue 이고, A, B, C, D는 경계조건에 의해 구해지는 상수들이다. Clamped-free beam의 경우에 A = -1, B = σ_n, C = 1, D = $-\sigma_n$ 이다.

여기서 σ_n은 다음과 같다.

$$\sigma_n = -\frac{(\sin\lambda_n + \sinh\lambda_n)}{(\cos\lambda_n + \cosh\lambda_n)}$$

또한 pined-pined beam의 경우 A=B=D=0 이며, 이 때의 orthonomal mode는 다음과 같다.

$$\Phi_n(\xi) = \sqrt{2}\sin n\pi\xi$$

식 (3-3)을 식(3-2)에 대입하고 식 (3-2)에 $\Phi_m d\xi$를 곱한 후 $0 \le \xi \le 1$ 로 적분하면 다음 식이 얻어진다.

$$\ddot{q}_m + 2\beta u\sum_n a_{mn}\dot{q}_n + u^2\sum_n b_{mn}q_n + \lambda_m^4 q_m = Q_m \qquad m = 1, 2, 3, \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots (3\text{-}4)$$

여기서

$$a_{mn} = \int_0^1 \Phi_m \Phi'_n d\xi$$

$$b_{mn} = \int_0^1 \Phi_m \Phi''_n d\xi$$

$$\delta_{mn} = \int_0^1 \Phi_m \Phi'_n d\xi$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots

$$Q_m = -\int_0^1 [\, u^2 \overline{Y}(3-3\xi)\sin\Omega\tau + 2\beta u\Omega \overline{Y}(3\xi - \frac{3}{2}\xi^2)\cos\Omega\tau$$
$$-\Omega^2 \overline{Y}(\frac{3}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\xi^3)\sin\Omega\tau\,]\Phi_m d\xi$$

식 (3-4)를 다음과 같이 vector 식으로 쓰면

$$[M]\ddot{q} + [G]\dot{q} + ([E]+[D])\,q = Q$$
. . . . . (3-6)

여기서 [M], [G], [E] 와 [D]는 각각 m_{mn}, g_{mn}, e_{mn}, d_{mn}의 요소 (element) 들로 이루어져 있으며, 그것들은 다음과 같다.

$$m_{mn} = \delta_{mn}$$
$$g_{mn} = 2\beta u a_{mn}$$
$$e_{mn} = \lambda^4_{mn}\delta_{mn}$$
$$d_{mn} = u^2 b_{mn}$$

m, n = 1, 2 로 하여 두 개의 mode 만을 취하면 식 (3-6)은

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + 2\beta u\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda^4_1 + u^2 b_{11} & u^2 b_{12} \\ u^2 b_{12} & \lambda^4_2 + u^2 b_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$$

$$[M]\ddot{q} + [G]\dot{q} + [k]\,q = Q$$
. . . . . (3-7)

식 (3-5)로부터 clamped-clamped, clamped-pinned, pinned-pinned 인 경계조건에 대하여

$a_{11} = a_{22} = 0$, $a_{12} = -a_{21}$, $b_{12} = b_{21}$ 이 되므로 matrix[M]와 [K]는 symmetric matrix 이고, matrix [G] 는 skewsymmetric matrix가 된다.

3-2 자유진동

식 (3-7)의 우변의 forcing function Q_m을 영(zero)으로 놓고, matrix [G]와 [D]의 요소(element)들의 특성들을 적용한 다음 정리하면 다음과 같이 표현되어진다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + 2\beta u \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1^4 + u^2 b_{11} & u^2 b_{12} \\ u^2 b_{12} & \lambda_2^4 + u^2 b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

· · · · · · · · · · · · · · (3-8)

$$[M]\ddot{q} + [G]\dot{q} + [k]q = Q$$

식 (3-8)은 conservative gyroscopic system이므로 이 system의 고유 진동수는 실수를 갖게 된다.[11,13]

고유 진동수를 구하기 위해 식(3-8)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$q_m = A_m e^{i\omega_n \tau} \qquad m = 1,2$$

· (3-9)

여기서 ω_n는 무차원 고유 진동수 이다.

식 (3-9)를 (3-8)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[z_{mj}]A = 0 \qquad m, j = 1, 2$$

. . . . . (3-10)

여기서 matrix[z_{mj}]의 element들은 다음과 같다.

$$z_{11} = -\omega_n^2 + \lambda_1^4 + u^2 b_{11}$$
$$z_{12} = u^2 b_{12} + 2\beta u \omega_n a_{12}$$

$$z_{21} = u^2 b_{12} - 2\beta u \omega_n a_{12}$$
$$z_{22} = -\omega_n^2 + \lambda_2^4 + u^2 b_{22}$$

. . . . . (3-11)

식 (3-10)이 해를 갖기 위해서는

$$det[z_{mj}] = 0$$

. . . . . (3-12)

이 되어야 한다. 식 (3-12)를 만족하는 진동수는 식 (3-1) parameter들의 함수가 되고, 진동수 방정식은 다음과 같은 함수관계로 표현할 수 있다.[11]

$$F(\omega_n, \beta, u) = 0$$

. . . . . (3-13)

식 (3-12)를 만족하는 무차원 고유 진동수 w_n과 무차원 속도 u의 관계를 exact

한 경우[15]와 비교하였으며, 파이프가 좌굴(buckling)이 발생하는 즉, $w_n = 0$일 때의 입계속도를 나타내었다. Galer-kin method를 이용하여 두 mode만을 택하여도 고유 진동수는 상당히 일치됨을 보여주며, 그림에서 보는바와 같이 속도가 증가함에 따라 고유 진동수는 감소한다.

식 (3-4)에서 clamped-clamped, pinned-pinned pipe의 경우 $b_{mn}=0\ (m \neq n)$이 되어 식 (3-8)은 Coriolis force항의 존재로 인하여 계수 a_{mn}에 의하여 운동방정식은 couple되어진다. 그러나 유체가 정지되어 있는 즉, $u=0$인 경우에 운동방정식은 uncouple되며 다음과 같다.

$$\ddot{q}_m + \lambda^4_m q_m = 0 \qquad m = 1, 2, 3, \cdots\cdots$$

. . . . . (3-14)

여기서 λ^2_m은 정지된 유체를 포함하고 있는 파이프의 m번째 mode의 무차원 고유 진동수이다. 또한 식 (3-8)로부터 Coriolis force항을 무시하면 운동방정식은 uncouple되어진다. 즉,

$$\ddot{q}_m + w^2_m q_m = 0 \qquad m = 1, 2, 3, \cdots$$

$$w_m = \lambda^4_m + u^2 b_{mn}]^{1/2}$$

. . . . . (3-15)

여기서 ω_m은 Coriolis force영향을 무시한 유체가 흐르는 파이프의 무차원 교유 진동수이다. 식 (3-5)로부터 b_{mn}을 구하면 b_{mn}은 음수이므로 식 (3-15)에서 속도에 의한 영향은 고유 진동수를 감소 시킴을 알 수 있다.

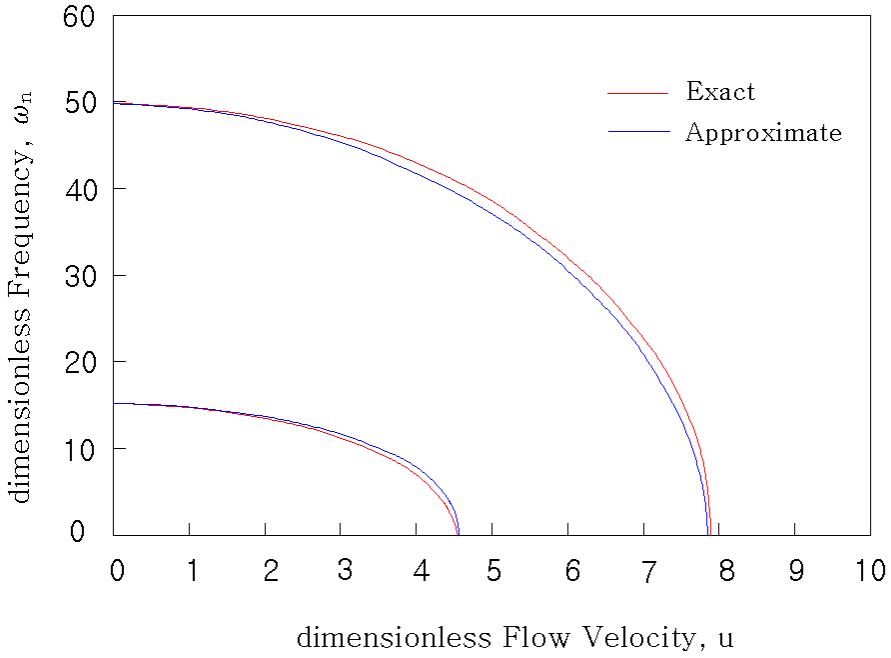

Fig. 2 Natural frequencies of a clamped-pinned pipe as a function of flow velocity for $\beta=0.3$

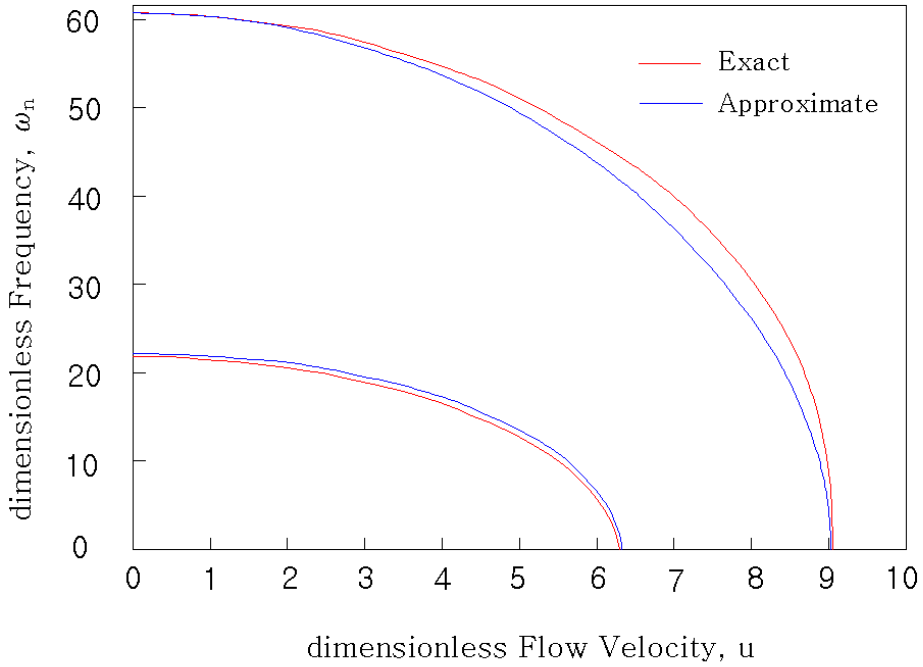

Fig. 3 Natural frequencies of a clamped-clamped pipe as a function of flow velocity for $\beta=0.3$

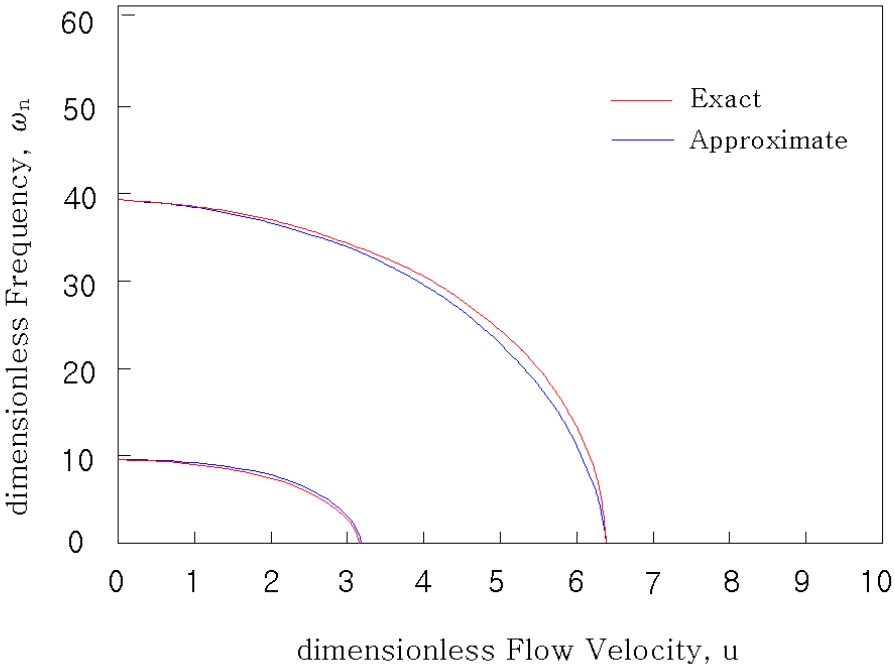

Fig. 4 Natural frequencies of a pinned-pinned pipe as a function of flow velocity for $\beta=0.3$

3-3 강제진동

식 (3-7)을 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + 2\beta u\begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ -a_{12} & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1^4 + u^2 b_{11} & u^2 b_{12} \\ u^2 b_{12} & \lambda_2^4 + u^2 b_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix}$$

· · · · · (3-7)

식 (3-7)의 우변 forcing function Q_m은 식 (3-5)로부터 각 경계조건에 따라 다음과 같다.

1) clamped-clamped, clamped-pinned인 경우

$$Q_m = u^2 \bar{H}\left[\frac{3}{\lambda_m^2}(\sin\lambda_m + \sinh\lambda_m + \sigma_m\cos\lambda_m + \sigma_m\cosh\lambda_m) - \frac{6}{\lambda_m} - \frac{6}{\lambda_m^2}\sigma_m\sin\Omega\tau\right.$$

$$+\Omega^2 \bar{H}\left[\left(\frac{\sigma_m}{\lambda_m} + \frac{3}{2\lambda_m^2} + \frac{3}{\lambda_m^4}\right)\sin\lambda_m + \left(-\frac{1}{\lambda_m} + \frac{3\sigma_m}{2\lambda_m^2} + \frac{3\sigma_m}{\lambda_m^4}\right)\cos\lambda_m\right.$$

$$\left.+\left(-\frac{\sigma_m}{\lambda_m} + \frac{3}{2\lambda_m^2} - \frac{3}{\lambda_m^4}\right)\sinh\lambda_m + \left(-\frac{1}{\lambda_m} + \frac{3\sigma_m}{2\lambda} + \frac{3\sigma_m}{\lambda_m^4}\right)\cos\lambda_m\right]\sin\Omega\tau$$

$$-2\beta u\Omega \bar{H}\left[\left(\frac{3\sigma_m}{2\lambda_m} + \frac{3\sigma_m}{\lambda_m^3}\right)\sin\lambda_m - \left(\frac{3}{2\lambda_m} + \frac{3}{\lambda_m^3}\right)\cos\lambda_m\right.$$

$$\left.+\left(-\frac{3\sigma_m}{2\lambda_m} + \frac{3\sigma_m}{\lambda_m^3}\right)\sinh\lambda_m + \left(-\frac{3}{2\lambda_m} + \frac{3}{\lambda_m^3}\right)\cosh\lambda_m - \frac{6}{\lambda_m^2}\sigma_m\right]\cos\Omega\tau$$

$Q_{am}\sin\Omega\tau + Q_{bm}\cos\Omega\tau$, m = 1, 2 .

· · · · · · · · · · · · · · (3-16-a)

2) pinned-pinned인 경우

$$Q_m = 3\cdot\sqrt{2}u^2\overline{Y}\left(-\frac{1}{\lambda_m}+\frac{1}{\lambda_m^2}\sin\lambda_m\right)\sin\Omega\tau$$
$$+\frac{\sqrt{2}}{2}\Omega^2\overline{Y}\left[\left(\frac{3}{\lambda_m^2}+\frac{6}{\lambda_m^4}\right)\sin\lambda_m-\frac{2}{\lambda_m}\cos\lambda_m-\frac{6}{\lambda_m^3}\right]\sin\Omega\tau$$
$$+\frac{3\sqrt{2}}{2}\beta u\Omega^2\overline{Y}\left[\left(\frac{1}{\lambda_m}+\frac{2}{\lambda_m^3}\right)\cos\lambda_m-\frac{2}{\lambda_m^3}\right]\cos\Omega\tau$$
$$=Q_{am}\sin\Omega\tau+Q_{bm}\cos\Omega\tau\ , \qquad m=1,2$$

· · · · · · · · (3-16-b)

식 (3-7)의 우변을 다음과 같이 놓으면

$$Q_m=(Q_{bm}-iQ_{am})e^{i\Omega\tau} \qquad m=1,2$$

· (3-17)

Ω는 무차원 가진 진동수이다. 이 때 해를 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$q_m=Re[A_m e^{i\Omega\tau}] \qquad m=1,2$$

· (3-18)

A_1과 A_1는 Ω와 질량비 β, 유체속도 u와 같은 system parameter들의 함수이다.

식 (3-17)과 (3-18)을 식 (3-7)에 대입하고 정리하면

$$[z_{mj}]\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} Q_{b1}-iQ_{a1} \\ Q_{b2}-iQ_{a2} \end{Bmatrix} \qquad m,j=1,2$$

· (3-19)

여기서 $[z_{mj}]$는 식 (3-11)과 같다.

A_1과 A_2를 나타내면

1) $$A_1=\frac{1}{\triangle}[(Q_{b1}+iQ_{a1})z_{22}-(Q_{b2}-iQ_{a2})z_{12}]=(\alpha_1+i\gamma_1)\overline{Y}$$

$$\alpha_1=\frac{1}{\triangle}[Q_{b1}(-\Omega^2+\lambda_2^4+u^2b_{22})-u^2b_{22}Q_{b2}-2\beta u\Omega a_{12}Q_{a2}]$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\triangle}[-Q_{d1}(-\Omega^2+\lambda_2^4+u^2 b_{22})+u^2 b_{12} Q_{d2} - 2\beta u^2 \Omega a_{12} Q_{d2}]$$

$$(\overline{A_1})/\overline{Y} = [\alpha_1^2+\gamma_1^2]^{\frac{1}{2}}$$

. . . . . (3-20-a)

2) $$A_2 = \frac{1}{\triangle}[-(Q_{d1}-iQ_{d1})z_{21}+(Q_{d2}-iQ_{d2})z_{11}] = (\alpha_2+i\gamma_2)\overline{Y}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\triangle}[(-\Omega^2+\lambda_1^4+u^2 b_{11})Q_{d2} - u^2 b_{21} Q_{d1} - 2\beta u^2 \Omega a_{21} Q_{d1}]$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{\triangle}[-(-\Omega^2+\lambda_1^4+u^2 b_{11})Q_{d2} + u^2 b_{21} Q_{d1} - 2\beta u^2 \Omega a_{21} Q_{d1}]$$

$$(\overline{A_2})/\overline{Y} = [\alpha_2^2+\gamma_2^2]^{\frac{1}{2}}$$

. . . . . (3-20-b)

여기서 △은 matrix[z_{mn}]의 determinant이다.

식 (3-20)으로부터 response 커브를 $(\overline{A_2})/\overline{Y}$의 경우에만 나타내었다. 그림에서 보는바와 같이 각 경계조건에 대해 각각의 속도에서 갖는 고유 진동수에서 resonance가 일어남을 보여주며, 족도가 증가함에 따라 고유 진동수가 감소하므로 resonance의 위치는 좌측으로 이동되어진다. 또한 질량비가 증가할수록 amplitude의 크기는 증가되어짐을 알 수 있다.

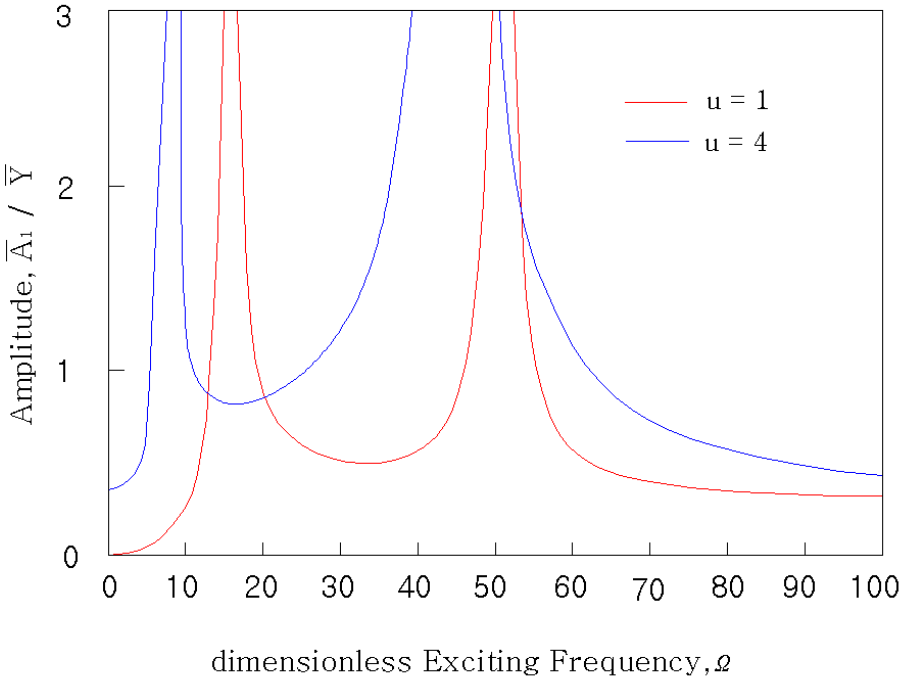

Fig. 5 Response curves of a clamped-pinned pipe as a function of

dimensionless exiting frequency for $\beta = 0.3$ (β=mass ratio, u= dimensionless flow velocity)

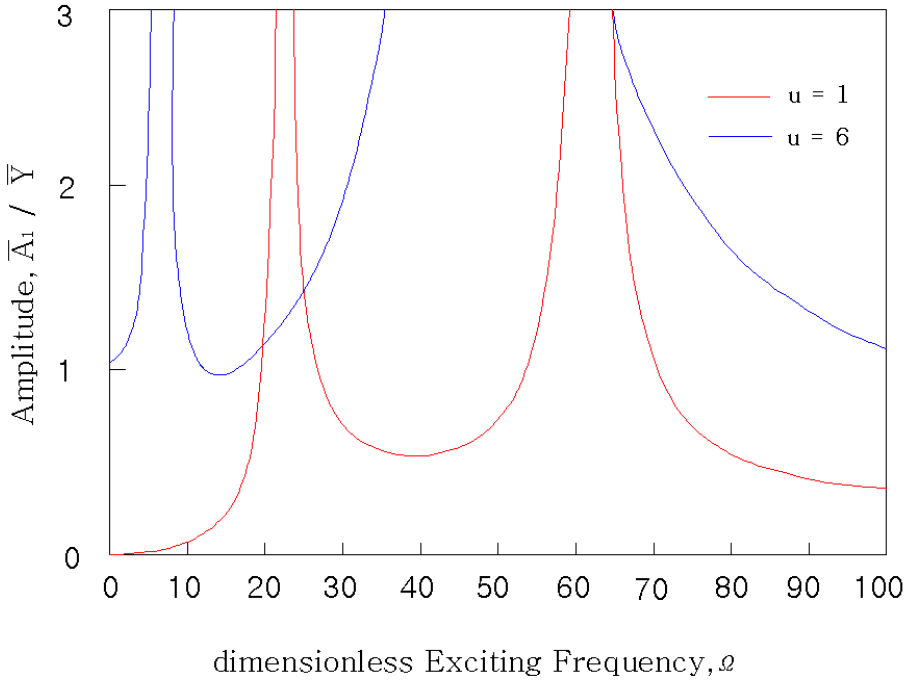

Fig. 6 Response curves of a clamped-clamped pipe as a function of dimensionless exiting frequency for $\beta=0.3$ (β=mass ratio, u= dimensionless flow velocity)

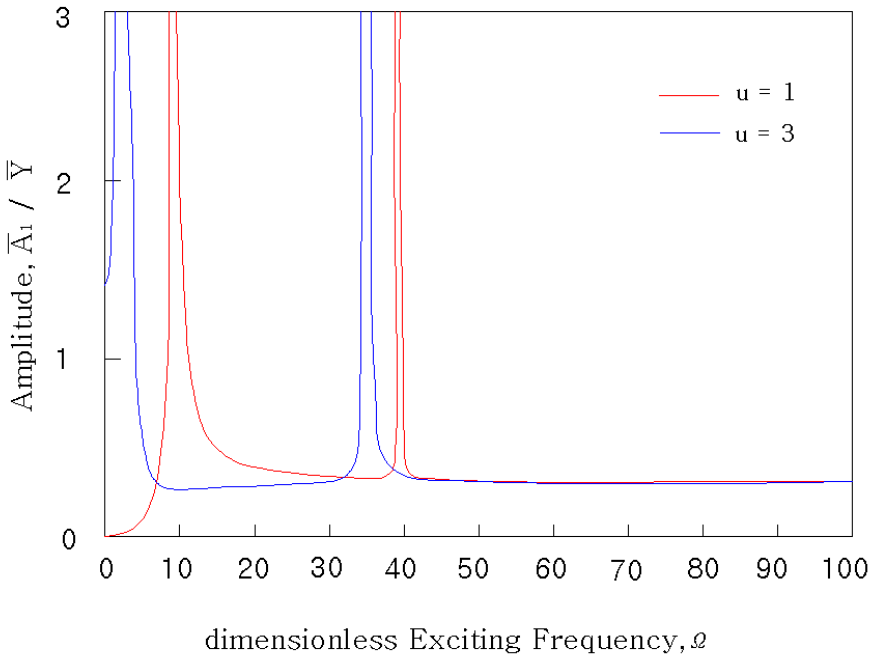

Fig. 7 Response curves of a pinned-pinned pipe as a function of dimensionless exiting frequency for $\beta=0.3$ (β=mass ratio, u= dimensionless flow velocity)

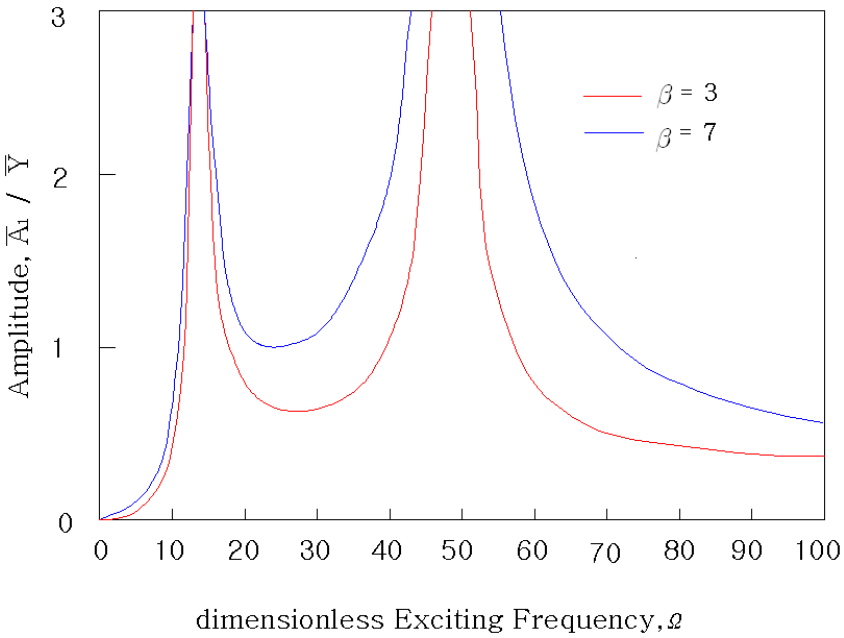

Fig. 8 Response curves of a clamped-pinned pipe as a function of dimensionless exiting frequency for u=2 (u= dimensionless flow velocity, β =mass ratio)

제 4 장 결 론

내부 유동을 갖는 파이프에서 한쪽 지지점의 변위를 갖는 system에 대해 운동방정식을 세웠으며, 그에 따른 고유 진동수와 속도와의 관계를 각 경계조건에 대해 exact한 경우와 비교하여 임계 속도를 나타내었다. 또한 강제 진동으로부터 response curve를 나타내어 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 지지점의 변위에 의한 영향으로 계(system)의 운동방정식은 강제진동으로 바뀌어 진다.

2. 각 경계조건에 대해 response curve들은 각각의 고유 진동수에서 resonan가 일어남을 알 수 있으며, 속도가 증가할수록 고유 진동수는 감소하므로 좌측으로 이동한다. 그리고 질량비가 증가할수록 amplitude는 증가되어 진다.

3. 이러한 해석 방법에 의하여 굴곡된 pipe에서도 적용이 가능하리라 판단되며, 좀더 일반적인 형상의 pipe system에 대한 연구가 더욱 수행되어야 할 필요성이 있다.

참 고 문 헌

1. H. Ashley and G. Haviland, "Bending vibrations of a pipeline containing flowing fluid", Journal of applied Mech. Vol.17,1950, pp.229-232.

2. G. W. Housner, "Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid", Journal of applied Mech. Vol.19, 1952,pp 205-208.

3. R. H. Long, Jr. , "Experimental and theoritical study of transverse vibration of a tube containing flowing fluid", Journal of applied Mech. Vol. 22, No.1, 1955, pp,65-68.

4. R. A. Stein and M. W. Tobrinerl't vlbration of pipes con-taining flowing fluids", Trans. ASME, Vol.92, 1970, pp.906-916.

5. S. S. Chen, "Dynamic stability of tube conveying fluid", Journal of the Engineering Mechanics Division, Preceeding of ASCE, Vol.97, 1971, pp.1469-1485.

6. R. S. D. Bishop and D. C. Johnson, "The mechanics of vibration", 1960, Cambridge: Cambridge University Press.

7. V. V. Bolotin, "The dynamic Stability Of elastic Systems", 1964, San francisco: Holden Day Inc.

8. R. D. Mindlin and L. E, Goodman, "Beam vibrations with time-dependent boundary conditions", Journal of applied Mech. Vol 17, 1950, pp.377-380.

9. C . R. Edstrom, "The vibrating beam with nonhomogeneous boundary conditions", Journal of applied Mech. Vol.48, 1981, pp.669-670.

10. S. Nemat-Nasser, S. N. Prasad, and G.. Herrmann, "Destabilizing effect of velocity-dependent forces in nonconservative continuous systems", AIAA J. Vol .4, Ho.7, 1966, pp.1276-1280.

11. S. S. Chen, "vibration and stability of a uniformly curved tube conveying fluid", Journal of Acoustical Society of America, Vol.51, 1971, pp, 223-232.

12. H. P. Paidoussis and N. T. Issid, "Dynamic stability of pipes conveying fluid", Journal of Sound and Vibration, Vol.33, 1974, pp.267-294.

13. L. Meiroviych, "Computational methods In structural dynamics" ,1980, Sij thoff and Noordhoff .

14. 허 홍, "내부 유동을 포함한 굴곡 된 pipe진동의 이론적 해석" 인하대학교 대학원석사학위논문, 1987.

15.홍성천, "내부 유동을 포함한 굴곡된 pipe의 외평면 진동 해석 ", 인하대학교 대학원석사학위 논문, 1987.-29

저작물 이용 허락서

학 과	선박해양공학	학 번	20047139	과 정	석사
성 명	한글: 곽 현 호 한문 : 郭 鉉 鎬 영문 : Kwak Hyun Ho				
주 소	광주광역시 광산구 월곡2동 945-12				
연락처	E-MAIL : kwakhh@naver.com				
논문제목	**한글 : 유체가 흐르는 Pipe의 지지점 운동으로 인한 강제진동연구**				
	영문 :On the Forced Vibration due to Motion of End Support of Pipe Conveying Fluid				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

동의여부 : 동의( ) 반대(∨)

2007년 2월 23 일

저작자: 곽 현 호 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하