[UCI]I804:24011-200000233257

2006年 2月

博士學位論文

탄성변형과 비정상유동을 고려한 헬리콥터 동적모사에 관한 연구

朝 鮮 大 學 校 大 學 院

航 空 宇 宙 工 學 科

李 桓

탄성변형과 비정상유동을 고려한 헬리콥터 동적모사에 관한 연구

A Study on Helicopter Flight Dynamic Simulation with Flexible Blade and Unsteady Airflow

2006年 2月

朝 鮮 大 學 校 大 學 院

航 空 宇 宙 工 學 科

李 桓

탄성변형과 비정상유동을 고려한 헬리콥터 동적모사에 관한 연구

指導敎授 李 相 基

이 論文을 工學 博士學位申請 論文으로 提出함.

2005年 10月

朝 鮮 大 學 校 大 學 院

航 空 宇 宙 工 學 科

李 桓

李桓의 博士學位論文을 認准함

委 員 長 朝鮮大學校 敎授 김 재 수 印

委 員 朝鮮大學校 敎授 장 완 식 印

委 員 全北大學校 敎授 정 성 남 印

委 員 韓國航空宇宙硏究院
先任硏究員 김 창 주 印

委 員 朝鮮大學校 敎授 이 상 기 印

2005年 12月

朝鮮大學校 大學院

목 차

List of Figures

List of Tables

NOMENCLATURE

a	Lift-curve slope
$\mathbf{a}$	Acceleration vector
$\mathbf{A}$	State matrix
b	Semi-chord length
$\mathbf{B}$	Control matrix
c	Blade section chord length
C_L, C_D, C_M	Blade section lift, drag and pitching moment coefficients
$C_{A/p}$	Transformation matrix from undeformed preconed frame to blade section aerodynamic frame
$C_{b/I}$	Transformation matrix from inertial frame to body-fixed frame
$C_{d/p}$	Transformation matrix from undeformed preconed frame to deformed blade frame
$C_{p/r}$	Transformation matrix from hub-rotating frame to undeformed preconed frame
$C_{r/s}$	Transformation matrix from shaft-fixed frame to hub-rotating frame
$C_{s/b}$	Transformation matrix from body-fixed frame to shaft-fixed frame
$C_{tpp/s}$	Transformation matrix from shaft-fixed frame to tip path plane
$C_{w/b}$	Transformation matrix from body-fixed frame to wind reference frame
E	Young's Modulus, acceleration coupling matrix
e	Hinge offset of main rotor blade
e_b, e_p, e_r	Unit vectors of local airflow velocity reference frame
e_x, e_y, e_z	Unit vectors of undeformed preconed blade reference frame
e'_x, e'_y, e'_z	Unit vectors of deformed blade reference frame

F_x, F_y, F_z	Components of total applied forces along body axes
g	Acceleration due to gravity
G	Shear modulus
$\mathbf{G}$	Blade deformed section basis vectors
$\mathbf{H}$	Hermite interpolation polynomials
i_Θ, i_Φ	Longitudinal and lateral shaft tilt angles
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$	Unit vectors of hub rotating reference frame
$\mathbf{i}_b, \mathbf{j}_b, \mathbf{k}_b$	Unit vectors of body-fixed reference frame
$\mathbf{i}_f, \mathbf{j}_f, \mathbf{k}_f$	Unit vectors of rotating blade reference frame
$\mathbf{i}_I, \mathbf{j}_I, \mathbf{k}_I$	Unit vectors of inertial reference frame
$\mathbf{i}_s, \mathbf{j}_s, \mathbf{k}_s$	Unit vectors of shaft reference frame
$\mathbf{i}_w, \mathbf{j}_w, \mathbf{k}_w$	Unit vectors of wind reference frame
$\mathbf{i}$	Unit vector
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	Aircraft mass moments of inertia about body axes
I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}	Aircraft products of inertia
$\mathbf{j}$	Unit vector
$\mathbf{k}$	Unit vector
$\mathbf{K}$	Linear portion of stiffness matrix
K_R	Wake distortion parameter
L, M, N	Components of total applied moments about body axes
m_0	Reference blade mass per unit length
M	Mach number
$\mathbf{M}$	Linear portion of mass matrix
N_b	Number of blades
N_e	Number of finite elements
N_h	Number of harmonics of each blade mode
N_m	Number of blade modes
p	Roll rate of aircraft
$\mathbf{p}$	Blade section applied force vector
q	Pitch rate of aircraft, blade generalized coordinate, dynamic

	pressure
$\boldsymbol{q}$	*Blade section applied moment vector*
r	*Yaw rate of aircraft*
R	*Main rotor radius*
$\boldsymbol{R}$	*Position vector*
t	*Time(sec)*
u	*Forward speed of the aircraft*
$\boldsymbol{u}$	*Control vector*
v	*Lateral speed of the aircraft, lagwise elastic deflection of a point on the blade*
V	*Velocity vector, modal coordinate transformation matrix*
$\boldsymbol{y}$	*State vector*
$\boldsymbol{y}_n$	*Finite element degrees of freedom vector*
w	*Vertical speed of the aircraft, flapwise elastic deflection of a point on the blade*
$\boldsymbol{x}$	*Trim vector*
x_0, y_0, z_0	*Location of a point on the blade in local coordinates*

Greek Symbols

α	*Aircraft angle of attack*
α_y	*Blade section angle of attack*
β	*Fuselage sideslip angle, local flap slope of blade elastic axis*
β_p	*Blade precone angle*
β_{1c}, β_{1s}	*Tip path plane longitudinal and lateral tilt angles*
Γ	*Tail rotor cant angle*
γ	*Flight path angle*
γ_r	*Blade section local flow yaw angle*
ε	*Component of strain*
Δ_{sp}	*Swashplate phase angle*
δ	*Perturbation size*

ζ	*Local lag slope of the blade elastic axis*
η	*Coordinates of a point on a blade section in local coordinates*
Θ	*Aircraft pitch attitude Euler angle, blade pitch angles associated with geometric rotation*
$\Theta_0, \Theta_{1c}, \Theta_{1s}$	*Collective, lateral and longitudinal cyclic pitch*
Θ_t	*Tail rotor collective pitch*
Θ_G	*Total geometric pitch of blade section*
Θ_{tw}	*Build-in blade twist*
κ_y, κ_z	*Beam curvature*
$\lambda_0, \lambda_c, \lambda_s$	*Steady, cosine and sine portions of main rotor inflow*
λ_t	*Tail rotor inflow*
μ	*Main rotor advance ratio*
ρ	*Air density*
σ	*Stress components*
τ	*Elastic twist of deformed blade section*
ϕ	*Aircraft roll attitude Euler angle, blade section elastic deformation*
χ	*Wake skew angle*
ψ	*Aircraft yaw attitude Euler angle, rad, blade azimuth angle*
ω	*Vector of angular rates*
Ω	*Main rotor speed*

Superscripts and Subscripts

$\dot{()}$	*Derivative with respect to time*
$\ddot{()}$	*Second partial derivative with respect to time*
$()^T$	*Transpose*
$(),_x$	*Partial derivative with respect to x spatial coordinate*
$()_A$	*Aerodynamic*
$()_b$	*Body-fixed reference frame*

$()_D$	*Lag damper*
$()_f$	*Fuselage reference frame, fuselage*
$()_H$	*Horizontal tail*
$()_h$	*Harmonics*
$()_I$	*Inertial reference frame, inertia*
$()_{mr}$	*Main rotor*
$()_s$	*Shaft reference frame, structural*
$()_T$	*Tension*
$()_{tpp}$	*Tip path plane*
$()_{tr}$	*Tail rotor*
$()_V$	*Vertical tail*
$()_w$	*Wind reference frame*

ABSTRACT

A Study on Helicopter Flight Dynamic Simulation with Flexible Blade and Unsteady Airflow

Lee, Hwan
Advisor : Prof. Lee, Sang Kee, Ph. D.
Department of Aerospace Engineering,
Graduate School of Chosun University

This dissertation describes the study of a coupled rotor-fuselage flight dynamic simulation that includes the effects of flexible blade and unsteady aerodynamics on flight dynamics characteristics of an articulated rotor helicopter. A new trim procedure is presented for the purpose of reducing potentially prohibitive computational requirements. Computational results are presented for trim solution, frequency response and time response to pilot inputs. It is verified by comparing the correlations with actual flight test data and commercial code(FLIGHTLAB) results. The results indicate that when an unsteady aerodynamic model is used, we can get improvements of solution in the trim pitch settings of main and tail rotor, in the frequency

response, and the free flight response to pilot inputs. These changes slightly improve the correlation with flight test data, and can usually be explained by specific changes in lift distribution over the rotor disk. Noticeable changes can be seen in the poles associated with rotor modes. The effect is typically that of decreasing the damping, although no mode becomes unstable or dangerously lightly damped.

Key Words : Helicopter Flight Dynamic Simulation, Flexible Blade, Unsteady Aerodynamics

제 1 장 서 론

1.1 연구 배경

고정익항공기보다 훨씬 더 복잡한 헬리콥터의 동적모사에 대한 최근 연구동향은 주 회전익 동역학 모델링에 대해 개별적인 깃 유연성과 압축성 효과 및 실속특성 등을 고려하여 보다 정밀하고 상세한 표현을 통하여 헬리콥터 비행역학에 대한 수학적 모델의 충실도를 향상시키는데 초점이 모아지고 있다.[1] 이러한 연구에 대한 배경으로는 ADS-33의 헬리콥터 조종성 규격에 대한 요구, 고기동성과 민첩성비행에 따른 비행제어시스템설계 요구, 헬리콥터 조종에 대한 교차연성 감소 등을 들 수 있으며 진보된 설계기술과 제조기술에 의해 점점 더 가볍고 기동성이 향상된 헬리콥터가 제조 되고 있다는 것을 무 힌지와 무 베어링 회전익 형상을 가진 헬리콥터의 생산현황을 통해 알 수 있다.[2][3] 따라서 ADS-33에서 제시된 조종성 규격을 만족시키기 위해서는 높은 신뢰성을 갖춘 능동 비행제어시스템 설계에 대한 필요성이 강조되며 이러한 시스템은 시간영역과 주파수 영역에서 정확한 수학적 모델을 요구하며 헬리콥터의 물리적 특성에 잘 부합되도록 비행시험데이터와의 적합성도 만족되어야 한다.[4]

헬리콥터의 비행제어시스템 설계에 대한 핵심은 신뢰할만한 시변 비선형 회전익기 모델로서 충실도가 높은 비선형 비행역학 시뮬레이션모델로부터 얻어진다. 보다 넓은 대역폭에 대한 요구로 인해 비행역학에 대한 수학적 모델은 고주파수 영역에서 헬리콥터의 거동을 정확하게 묘사하는 능력이 있어야 한다. 이것은 수학적 모델링에 대한 요구를 전통적인 강체 6자유도에 추가하여 깃 유연성을 포함하는 회전익동역학, 유입유동역학, 비정상상태 공기역학 현상까지 고려해야 한다. [5][6]

NASA Ames 연구센터와 미육군 비행역학 연구부서에서 회전익 항공기의 동

적모사의 충실도를 향상시키기 위해 많은 연구들이 수행되었으며 연구의 핵심은 조종성 평가에 적합한 평가수단 제공, 그리고 차세대 헬리콥터에 대한 요구사항 정립 등에 사용할 목적으로 연구용 시뮬레이터를 개발하는데 집중되었다. 개발된 프로그램의 핵심 구성요소는 실시간 수학적 모델 개발로 조종성연구에 대해 필요한 충실도와 진보된 제어개념의 조사에 대한 충실도이다.[7]

주 회전익 모델링에 대한 중요한 요소와 쟁점은 플랩-래그-비틀림 등이 포함된 고차원 자유도, 깃의 큰 탄성변형에 따른 비선형성, 깃 단면에서 비정상상태 공기역학효과 등으로 이것들을 포함하기 위해 모델링 영역을 확장하는 것이다.[8] 그러므로 차세대 헬리콥터 개발뿐만 아니라 군용 헬리콥터 비행성 요구조건에 따르면 임무중심으로 변화된 성능요구조건을 작동비행포위선도(OFE : Operational Flight Envelope)까지 정확한 해석적인 입증요구조건을 충족시키는 회전익 모델링 수준은 Level 2 라고 알려졌다.[9] 여기서 회전익의 수학적 모델에 대한 규정은 공기역학의 경우 비선형, 동적유입유동 및 국부운동량 이론, 주 회전익 후류와 동체의 상호작용, 주 회전익, 꼬리회전익 및 미부 등의 상호작용, 에어포일의 비정상상태, 압축성 효과, 수치적분에 의한 하중계산 등을 포함하고 깃 동역학의 경우 깃은 강체로 가정, 준 정상상태 운동, 6자유도 플랩과 래그 등이 포함되어야 한다. 적용분야를 살펴보면 OFE까지 비행성과 성능연구에 대한 매개변수 형태의 적용추세, 중간대역/고성능 능동비행제어시스템 설계, 비행시뮬레이션, 시스템 식별연구에 이용된다.[3]

현재 Level 1정도의 회전익모델링이 적용된 헬리콥터 비행역학 동적모델의 수준은 고성능 비행제어시스템 설계분야 등에 적용하기에는 다소 부적당하다.[3] 예를 들면 헬리콥터 비행역학의 해석적인 예측을 토대로 설계한 비행제어시스템은 고 기동성, 깃의 큰 탄성변형에 따른 비선형성 등이 포함되었을 때 여전히 만족스럽지 못하고 실제 헬리콥터의 비행시험을 통하여 비행제어시스템 설계에 대한 다양한 파라미터 수정이 요구된다. 일반적으로 파라미터 계산을 정확하게 하려면 비행시험데이터에 의해 획득된 입출력 자료로부터 식별 또는 추정 알고리즘에

의해 구하여 지며 이때 계산 결과는 적용범위에 대한 적합성 범위를 제한해야 한다. 특히 많은 연구주제가 되는 조종사 입력에 대한 헬리콥터의 탈축(off-axis) 응답 즉 횡방향 사이클릭 입력에 대한 피치각속도응답, 종방향 사이클릭 입력에 대한 롤각속도응답과 같은 교차연성 효과에 대한 예측은 부정확할 뿐만 아니라 심지어는 비행시험데이터와 반대로 예측되기도 한다.[11] 그러므로 주 회전익의 유입유동역학과 동역학에 대한 정확한 모델 표현은 탈축응답 예측에 대한 정확도를 증가시키는 잠재적인 능력을 갖는다.

따라서 기본적으로 정확한 탈축응답 등을 예측하기 위해서는 플랩, 래그, 비틀림 탄성 등이 결합된 깃 모델과 기동 중에 있는 회전익에서 자유후류모델과 같은 공기역학 수준에 대한 요구조건을 갖추어야 한다. 그렇지만 현재 이러한 요구조건 등을 만족하는 정교한 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션 모델은 없다고 보고되었다.[10]

이상과 같은 연구배경을 토대로 본 논문의 목적은 탄성 깃 모델링, 임의의 허브운동, 비행역학 적용을 위한 2차원 비정상상태 공기역학모델링 등을 포함하는 회전익 모델링을 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션과 결합하여 비행역학적인 측면에서 트림해법, 수치선형화, 비선형시뮬레이션 등을 처리하는 기법을 제안하고 해석적인 결과를 제시하는 것이다.

1.2 연구 동향

헬리콥터 설계를 위하여 정확한 해석적인 예측을 위한 비행역학 모델링의 요구는 헬리콥터의 동적 거동을 묘사하는 수많은 시뮬레이션 모델에 대한 개발을 촉진 시켰다. 또한 컴퓨터 기술의 발달에 고무되어 보다 정확하고 규모가 커진 비행역학 시뮬레이션 모델들이 개발 진행되고 있다. 광범위한 비행시뮬레이션 결과들을 계산하기 위해 사용되는 프로그램 등은 소위 포괄적인 회전익기 상용코드로 헬리콥터의 다양한 구성요소들에 대한 모델을 포함하고 다양한 비행조건에서

해에 대한 결과를 제시한다.[12] 대부분 이 코드들은 연구소 등에서 개발되었거나 현재 상업적으로 이용되고 있다. 이러한 이유로 최신버전을 이용한 비행시험 검증 및 충실도 향상에 대한 연구가 진행 중이다. 대부분의 연구결과들은 비행시험 결과와 해석코드에 의한 결과들을 비교하는데 중점을 두었다. 일반적으로 이 결과들은 모델링 기법에 대한 개요가 대부분이며 기법의 자세한 내용은 제시되지 않고 관절형, 무힌지, 무베어링 등의 주 회전익 깃 형상모델을 병합하였을 때 관계되는 연성효과만을 쟁점화 시켰거나 특정 비행역학 결과 계산에 대한 해법만을 쟁점화 시켰다.[13] 이상과 같은 개략적인 조사에서 고려한 포괄적인 회전익기 코드 등은 ARMY/AMES에서 개발한 2세대 헬리콥터 비행해석시스템 2GCHAS, Bell에서 개발한 회전익기의 이론적인 평가를 위한 프로그램 COPTER, Johnson Aeronautics에 의해 개발된 CAMRAD, CAMRAD/JA, CAMRADⅡ, Boeing에서 개발한 TECH-01, Maryland 대학에서 개발한 UMARC, DuVal이 개발한 FLIGHTLAB 등이다. 본 연구에서 주로 참조된 모델은 Howlett에 의해 개발된 GENHEL로 UH-60A 블랙호크에 대한 비행역학 시뮬레이션 모델이며[14] 이후 Ballin, Diftler, Kim에 의해 향상되었다.[15] GENHEL의 회전익모델은 FLYRT회전익 맵의 모델과 관련이 있으며 회전익과 동체가 결합된 비행역학 시뮬레이션 코드이다. 개별적인 깃 동력학을 병합하는 다른 시뮬레이션 모델은 Curtiss, Chaimovich 등에 의해 개발된 모델과 Miller, White, Talbot 등에 의해 개발된 모델, 그리고 Padfield[3]에 의해 개발된 HELISTAB을 거론할 수 있다. 이 모델들은 비행역학 계산에 대해 요구되는 모든 구성요소를 포함시켰다. 즉, 직선비행과 선회비행에서 헬리콥터의 트림상태 계산, 고차의 선형동적모델 추출, 임의의 조종사 입력에 대한 자유비행 응답을 모사하기 위한 운동방정식 등을 포함한다. 최근의 연구는 모델에서 회전익 깃 유연성을 포함하는 분야에 초점을 맞추고 있다. 그러나 비행역학 연구에서 요구되는 주 회전익 유입유동과 같은 구성요소에 대한 설득력 있는 해석들을 포함한다고 해도 매우 제한된 연구만이 문헌에 보고되었다. 그러한 연구는 주로 REXOR의 공력탄성학적인 유연로터 모델을

GENHEL 항공기모델과 결합한 FLIGHTLAB 모델을 토대로 수행되었다. 그 후 He와 Lewis에 의해 공기역학적인 표현에서 향상되었고[16][17] 플랩과 래그연성, 독립된 비틀림 동역학들은 포함된 반면 주 회전익 유입유동모델에 대해서는 상대적으로 자세하지 않게 제시하였다. UH-60 비행시험 데이터를 이용하여 Lewis가 제시한 적합성 연구는 관절형 회전익 헬리콥터들에 대해 깃의 유연성효과가 제자리 비행에서 매우작고 속도가 증가함에 따라 조금씩 증가 한다는 것을 나타내었다. AH-64에 초점을 맞춘 또 다른 연구는 고차 동적유입유동을 가진 유연깃 모델이 실제적으로 조종사입력에 대한 탈축(off-axis)응답의 예측을 향상시킬 것 이라는 것을 보였다.[12] 또 다른 연구로 다 몸체 동역학 원리를 이용한 헬리콥터 동역학 모델의 공식화에 연구노력이 증대되고 있다. 이 연구를 이용하면 헬리콥터는 우선 강체와 탄성적인 독립몸체의 집합으로 고려되어서 기체 전체에 대한 운동방정식을 단일 관성 좌표계에 대하여 기술 할 수 있다. 이렇게 되면 이들 몸체에 대한 운동의 적합성은 부가적인 구속방정식을 통해 실시된다. 구속방정식은 상미분방정식과 또는 대수방정식이 된다. 이런 방정식의 장점은 임의의 복잡한 항공기 형상을 모델링 하기가 쉽다는 것이다. 주요한 단점은 다 몸체동역학에 의한 수학적 모델의 차원이 전통적인 방정식의 차원과 비교해서 증가되는 것이고 수치시간적분에 있어서 해 알고리즘의 선택에 대한 연구가 필요하다는 것이다. 사실 구속방정식이 대수방정식을 포함한다면 일반적인 목적으로 사용할 수 있는 ODE 해법을 사용할 수 없고 특별한 알고리즘이 대신 필요해진다. 이 알고리즘은 미분-대수방정식이 결합된 구속조건 방정식을 풀 수 있다. 만약 운동방정식이 전적으로 상미분 형태이라면 일반적인 ODE 해법은 부정확하게 나타나므로 특별한 에너지 보존방법이 대신 사용되어야 한다. 이 새로운 방법에 대한 장점이 많더라도 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에 다 몸체 역학 적용을 기초로 한 모델이 없다고 문헌에서 보고되었으며 단점에 대한 연구조사는 여전히 쟁점으로 남아있다.[13][18]

헬리콥터 비행역학 시뮬레이션 기술에 대한 모든 기법들의 공통된 단점은 헬리

콥터의 탈축(off-axis)응답의 부호를 정확히 예측할 수 없다는 점이다.[7] 많은 연구가 이 이례적인 원인에 대해 물리적인 소스를 규명하기 위해 기울여졌다.[19] 탈축응답의 부정확한 예측에 대한 한 가지 원인은 깃들의 운동과 그것에 대응되는 공기역학 응답사이에 위상지연으로 추측되는데 이 거동에 대한 물리적인 원인은 비정상상태 공기역학이 된다. 비정상상태 공기역학은 에어포일의 힘들과 모멘트들의 크기와 위상을 변화시키므로써 회전익 회전면에 걸쳐 양력분포를 바꾼다. 따라서 이것들은 깃 끝 경로면(TPP)의 플래핑에 대한 응답을 변화시키고 궁극적으로 회전익에 의해 발생되는 피칭모멘트와 롤링모멘트를 변화시킨다. 예를 들면 비정상상태 공기역학은 사이클릭 피치 입력들에 대한 탈축(off-axis)응답예측에 있어서 중요한 역할을 할 것으로 기대된다.[18] 무베어링 회전익 형상에 대한 풍동실험 결과에 의하면 깃 회전방향각 17도와 등가 되는 공력하중의 지연이 설명된다면 탈축(off-axis)응답을 정확하게 예측할 수 있다고 알려졌다. 이와 같은 지연 등을 Arnold는 동적 후류모델을 사용하여 예측하려고 하였다. 여기서 동적후류모델은 단순한 운동량이론에 대한 확장이다. 동적후류모델은 단지 비행시험데이터로부터 탈축(off-axis)응답의 재생을 통하여 요구되는 지연부분을 설명한다. 좀 더 세련된 해석을 한 Rosen과 Isser는 자유후류모델을 기초로 해서 제자리 비행에서 일부분의 교차연성효과를 묘사하였다. 두 연구결과들은 깃 끝 경로면(TPP)의 운동에 후류동력학 효과를 포함시켜서 비행시험데이터와 상관관계를 상당히 향상시켰다. 약간의 부가적인 물리적인 기구로 공력하중의 정확한 시상수값을 예측하기 위해 Takahashi는 시스템 식별 기법[19][20]을 이용한 비행시험데이터로부터 계산된 위상지연을 도입함으로써 파생응답에 대한 향상된 상관관계를 얻었고 그때의 위상지연은 36도였다. 비정상상태 에어포일 공기역학 모델링은 에어포일 양력에서 22~23도까지 위상지연 결과를 가져올 수 있다. 이 결과는 압축성을 고려했을 때이며 보다 정확한 예측을 위해 중요하다. 비정상상태 에어포일 공기역학 모델들은 상태공간과 이산시간 형태에서 모두 유용하며 시간영역에서 어느 한쪽 형태만을 포함한 자유비행응답은 오히려 단순하다고 알려져 있으

며 상태공간 정식화는 안정성과 주파수 응답 계산들에 비하여 보다 효과적이다.[5][6] 이것은 문제의 모든 상태들을 명확히 이용할 수 있기 때문이다. 이 방정식들은 안정성 해석에서 쉽게 포함될 수 있지만 전체 상태수가 너무 많게 되며 계산과정에 있어서 회전익 깃들의 정상상태운동을 포함한 헬리콥터의 트림상태 계산에 대한 부담으로 작용한다. 갤러킨 방법을 사용한다면 각각의 비정상 공기역학 상태는 고차항 등이 무시된 푸리에 급수로 전개되어야 한다.[1] 급수의 계수들은 트림문제의 미지수가 된다. 따라서 각 상태에 대해서 여러 계수들이 있으므로 트림문제 차수는 증가하게 되며 해를 구하기가 매우 어려워진다. 이에 대해 철저한 조사가 Peters[16]에 의해 제시되었는데 한 가지 유용한 기법은 주기적인 슈팅 법으로써 회적익의 1주기에 걸쳐 운동방정식을 풀고 조종값과 초기조건들에서 주기적인 해에 도달하도록 반복하는 것이다. 단점으로는 비정상상태 공기역학이 이 기법에 포함되었을 때 계산시간이 너무 많이 소요된다.

무베어링 형상의 주 회전익 해석에서 진전은 초기설계단계에서 진보된 헬리콥터 회전익의 공력탄성학적인 해석에 대한 요구와 주 관심사인 항공역학적인 불안정성에 대한 민감도에 의해 주도되어졌다. 무베어링 회전익에 대한 해석이 관절형 또는 무 힌지 회전익 등에 대한 해석보다 더 중요하게 고려되는 이유는 깃에 유연보와 토크튜브를 배치하여 허브에 부착한 것과 관련된 다중하중 경로 때문이다. 그러므로 정적 부정정 구조물에 대해 일반적으로 사용되는 기법인 유한요소법은 무베어링 회전익 형상 모델링을 위해 사용된다. Sivaneri 와 Chopra[21]는 무베어링 회전익 해석에 대해 처음으로 유한요소법을 적용하였고 회전익 모델링에 횡전단 효과가 있는 복합재 유연보, 래그방향에 대한 전단구속 능력, 단면왜곡 등을 포함시켜 해석을 확장하였다. 무베어링 회전익 해석을 비행역학 시뮬레이션에 적용하기 위해 중요한 것은 무베어링 회전익의 정상모드 근사를 이용해서 해석의 복잡성을 감소시키는 것이다. 그러나 무베어링 회전익의 유연보와 관련된 큰 탄성 비틀림으로 인해 정상모드 근사는 비선형성으로 인해 오류를 증가시키는 잠재력을 가진다. 초기에 이 문제를 완화시키기 위해 사용된 기법은 유

연보의 큰 탄성변형 효과 등에 대해 근사기법이 사용되었다. Gandhi가 개발한 기법은 두 단계로 유연보의 큰 탄성변형 효과를 처리한다.[21] 즉 공력하중 없이 피치조종에 의한 무베어링 깃의 탄성변형을 계산하여 변형에너지에 체계적으로 포함시키고 공력하중 하에 있는 무베어링 회전익의 비선형 거동에서 이 변형효과 등을 빠르게 계산하는 것이다. 그렇지만 위에서 언급된 모든 해석들은 공력탄성학적인 해석[22]을 위한 목적으로 개발 되었다. 그러므로 비행역학 해석에 직접적인 적용은 부적당하다.[10]

1.3 연구 내용 및 방법

본 논문에서는 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에서 깃 유연성을 고려한 회전익 모델[23]-[25]을 적용하는 방법과 회전익 공력하중 계산에서 상태공간 비정상상태 공기역학 모델[8]을 적용한 효과 등을 비행역학 측면에서 고려하고 해석적인 결과를 제시하는 내용을 주요 골자로 한다.

일반적으로 헬리콥터 비행시뮬레이션에 대한 코드는 대부분 상업적이며 비용측면에서 소규모의 연구소나 대학에서 다루기 힘들고 프로그램에 대한 알고리즘과 소스코드를 제공받기는 더욱 어렵다. 이러한 측면에서 비교적 다양한 연구결과와 자료가 제공되는 GENHEL[15]을 가지고 다음과 같은 구체적인 내용의 연구를 수행하였다.

첫째, 관절형 회전익 형상을 갖는 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션 프로그램 GENHEL을 본 논문연구의 출발점으로 이용한다. 이 프로그램에서 회전익 형상은 플랩힌지와 래그힌지가 있고 비틀림 동역학은 단순히 실험에 기초한 동적비틀림 모델이 사용된다. 그러므로 본 논문에서는 회전익 깃을 공력탄성학적인 연구에서 활용되고 있는 플랩-래그-비틀림 등이 결합된 탄성변형 깃으로 모델링하고 비행역학 시뮬레이션에 적용하는 과정을 제시하였다.

둘째, GENHEL에서 회전익의 유입유동에 대해 동적유입유동 모델이 사용되었

는데 Kim[5][6]이 Pitt-Peters[26]의 동적유입유동 모델로 수정하였다. 본 논문에서는 동적유입유동 모델에 Keller와 Curtiss[4]가 제안한 확장운동량이론 모델을 더하여 제자리 비행상태 조건에 적용하였다. 확장운동량이론 모델은 선형유입유동분포에서 깃 끝 경로면(TPP)의 피치각속도와 롤각속도에 의한 후류뒤틀림 효과를 고려한 것이다.

셋째, 회전익 깃의 공력하중계산에 있어서 GENHEL은 깃 단면에서 준 정상상태 공기역학 모델이 사용되었다. 본 논문에서는 상태공간 형태의 비정상상태 공기역학 모델을 사용하여 공력하중을 계산하였고 헬리콥터 비행역학에서 회전익 깃의 비정상상태 효과들을 조사하기 위해 회전면에서 받음각 분포와 공력계수 분포에 대한 결과들을 비교하고 제시하였다.

넷째, 관절형 회전익 형상의 헬리콥터에 대한 교차연성 응답특성[27]을 조사하기 위해 준 정상상태와 비정상상태효과를 비교하고 제시하였다.

다섯째, 본 논문에서 제시한 동적모델에 대한 검증을 확인하기 위해 비행시험자료와 FLIGHTLAB 해석결과에 비교하고 그 결과를 분석하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성한다. 제2장에서는 헬리콥터 비행역학에 대한 수학적 모델링을 위해서 사용되는 좌표계정의, 수학적 모델링을 위한 가정, 유한요소법을 사용한 유연 깃 모델링 및 주 회전익의 관성하중, 공력하중, 구조하중 등에 대한 모델링, 동적유입유동, 동체, 꼬리회전익, 미부 등에 대한 모델링 등을 구성하고 비행역학 시뮬레이션 모델로 결합하는 과정을 제시하였다. 제3장에서는 트림과정을 위한 비행조건 규정 및 트림문제의 미지수 결정, 트림문제 목적함수 정식화 등을 나타내었고 제4장에서는 비선형 운동방정식의 수치선형화 알고리즘과 비선형 운동방정식의 시간적분 등을 나타내었다. 제5장에서는 결과 및 분석을 통해 주 회전익 깃 모드 분석과 트림결과 및 자유비행응답에 대한 비정상상태 공기역학 효과를 제시하고 주파수 응답을 통해 비행시험자료와 해석적인 응답을 비교하고 주 회전익 회전면에서 받음각 분포와 공력계수 분포를 도시해서 비정

상상태 효과를 비행역학 측면에서 제시하였다. 제6장에서는 본 논문에서 제시한 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션 모델링에 대한 장 단점을 검토하고 향후 연구에서 세련된 회전익 유입유동모델의 적용을 검토하는 내용을 기술하였다.

제 2 장 수학적 모델

2.1 개요

헬리콥터 비행의 동적모사를 위한 수학적 모델은 동체의 강체역학, 주 회전익 깃의 동역학, 주 회전익의 유입유동역학, 꼬리 회전익에 대한 유입유동역학 등을 고려하여야 하며 이에 대한 모델링 환경을 Fig. 2.1에 제시하였다.

헬리콥터의 수학적 모델은 식(2-1)과 같이 연립 1차 비선형 미분방정식 형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{y}} = f(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}, t) \tag{2-1}$$

주 회전익 유입유동을 나타내는데 동적유입유동 모델을 사용하면 상태벡터 $\boldsymbol{y}$는 4개의 깃을 가진 회전익에 대해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{y}(\Psi_i) = [u\ v\ w\ p\ q\ r\ \Phi_f\ \Theta_f\ \Psi_f\ \lambda_t\ \lambda_0\ \lambda_c\ \lambda_s\ q_1^1\ q_2^1\ q_3^1\ q_4^1\ \dot{q}_1^1\ \dot{q}_2^1\ \dot{q}_3^1\ \dot{q}_4^1 \cdots q_1^{N_k}\ q_2^{N_k}\ q_3^{N_k}\ q_4^{N_k}\ \dot{q}_1^{N_k}\ \dot{q}_2^{N_k}\ \dot{q}_3^{N_k}\ \dot{q}_4^{N_k}]^T \tag{2-2}$$

여기서 u, v, w, p, q, r는 기체축 좌표계에서 속도성분과 각속도 성분, Φ_f, Θ_f, Ψ_f는 동체의 오일러 각, $\lambda_0, \lambda_c, \lambda_s$들은 동적 유입유동 모델의 균일유동계수, 코사인 계수, 사인계수 등을 나타내고 λ_t는 꼬리 회전익 유입유동, q_i^k $\dot{q}_i^k$는 i번째 깃에 대한 일반화된 변위와 속도성분이며 회전방위각 Ψ_i에서 회전좌표계 내의 k번째 정규모드를 나타낸다.

조종벡터 $\boldsymbol{u}$는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{u} = [\ \Theta_0\ \Theta_{1c}\ \Theta_{1s}\ \Theta_t\ \dot{\Theta}_0\ \dot{\Theta}_{1c}\ \dot{\Theta}_{1s}]^T \tag{2-3}$$

여기서 Θ_0는 주 회전익 콜렉티브 조종, Θ_t는 꼬리 회전익 콜렉티브 조종, Θ_{1c}와 Θ_{1s}는 각각 횡방향 사이클릭조종과 종방향 사이클릭 조종, $\dot{\Theta}_0\ \dot{\Theta}_{1c}\ \dot{\Theta}_{1s}$는 각각 피치조종의 시간도함수들로 래그감쇠기 모델링에 사용된다.

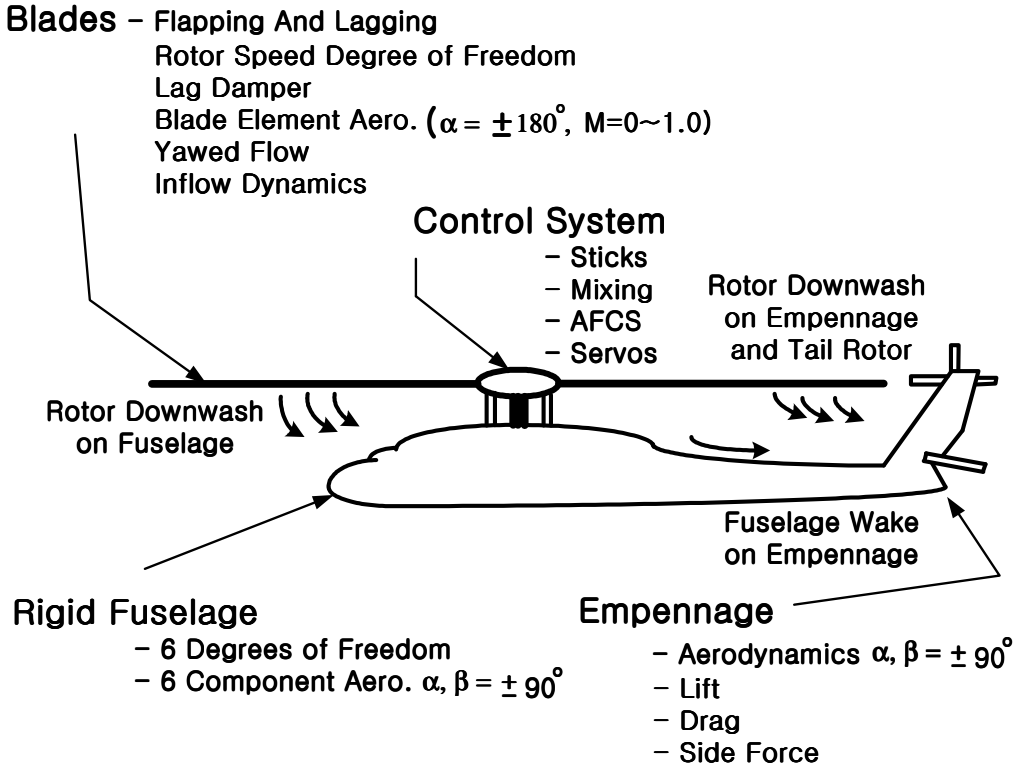

Fig. 2.1 Helicopter Mathematical Modeling.

2.2 좌표계

운동방정식에 요구되는 좌표계는 크게 3가지 종류로 나눌 수 있다.

첫째 헬리콥터의 전체운동을 나타내기 위해 사용되는 기체 좌표계, 둘째 공력, 관성력, 깃의 탄성변형 등의 계산을 포함하고 회전익 깃 운동방정식을 공식화하는데 사용하는 주 회전익 좌표계, 셋째로는 헬리콥터의 각 구성요소운동을 기술하는 국부좌표계가 있다.

2.2.1 기체 좌표계

항공기의 전체 운동을 설명하는데 사용하는 3개의 중요한 좌표계는 관성좌표계, 기체축 좌표계, 바람축 좌표계이다.

2.2.1.1 관성좌표계

x_I축은 북쪽, y_I축은 동쪽, z_I축은 중력방향을 향한다. 단위벡터는 각각 $\boldsymbol{i}_I$, $\boldsymbol{j}_I$, $\boldsymbol{k}_I$와 같다.

2.2.1.2 기체축 좌표계

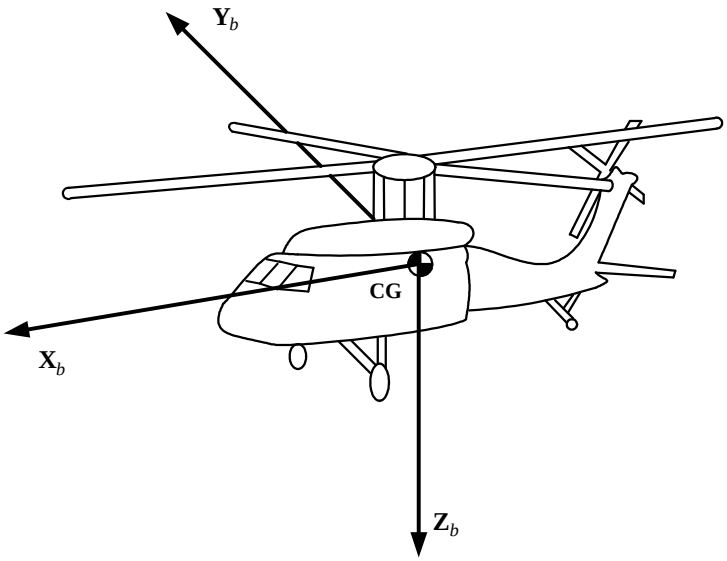

Fig. 2.2 Body Coordinate System.

기체에 고정된 좌표계로 헬리콥터의 질량중심에 원점을 두며 동체 좌표계로 참조된다. 관성좌표계 성분을 기체축 좌표계 성분으로 변환은 오일러각 ϕ, Θ, ψ을 통해 이루어진다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_b \\ \boldsymbol{j}_b \\ \boldsymbol{k}_b \end{bmatrix} = [\ C_{b/I}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_I \\ \boldsymbol{j}_I \\ \boldsymbol{k}_I \end{bmatrix} \tag{2-4}$$

$$[\ C_{b/I}] = \begin{bmatrix} c\Theta c\Psi & s\Psi c\Theta & -s\Theta \\ s\Phi s\Theta c\Psi - c\Phi s\Psi & s\Phi s\Theta s\Psi + c\Phi c\Psi & s\Phi c\Theta \\ c\Phi s\Theta c\Psi + s\Phi s\Psi & c\Phi s\Theta s\Psi - s\Phi c\Psi & c\Phi c\Theta \end{bmatrix} \tag{2-5}$$

여기서 $c = \cos$, $s = \sin$을 나타낸다.

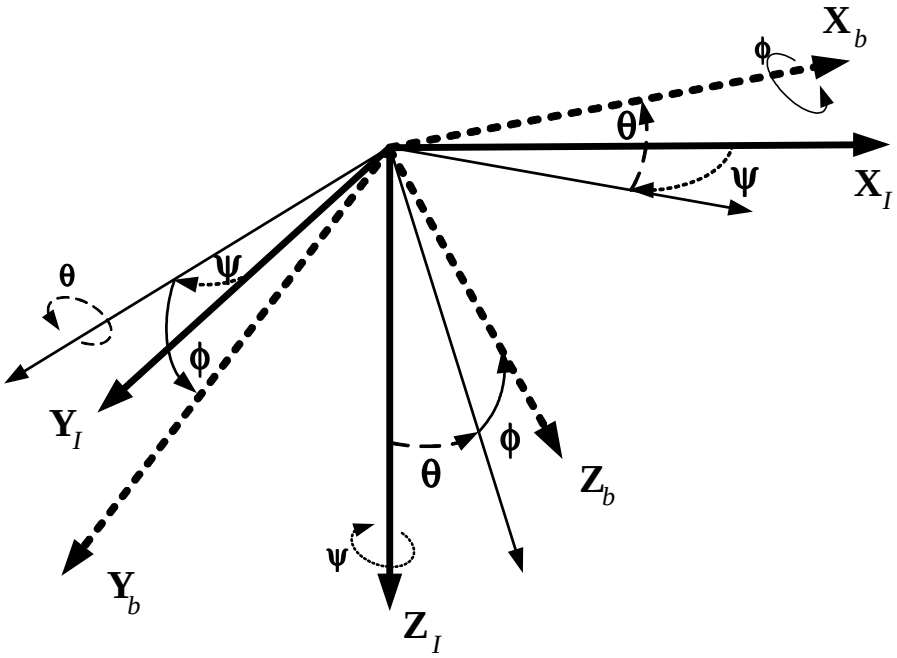

Fig. 2.3 Euler Rotations from Inertial to Body Coodinate System.

헬리콥터 제조회사들은 종방향, 횡방향, 수직방향 기준 축들을 사용하여 헬리콥터상의 물리적인 위치들을 정의하는데 이들 축들을 따라 측정된 거리를 Stations, Buttlines, Waterlines이라고 부른다.

2.2.1.3 바람축 좌표계

원점은 헬리콥터의 질량중심에 있고 헬리콥터를 지나가는 공기유동에 대해 정의 된다. 제자리 비행조건에 대해 공기유동이 없으면 바람축 좌표계는 정의 되지 않는다. 이 문제를 해결하기 위해 제자리 비행은 본 연구에서 1노트의 전진속도로 고려된다. x_w축은 공기유동속도와 일치되며 앞쪽을 가리킨다. y_w축은 오른쪽을 가리키고 z_w축은 아래쪽을 가리킨다. 바람축과 기체축 좌표계는 항공기의 받음각 α_f와 옆 미끄럼각 β_f에 의해 관계된다. 여기서 하첨자 f는 깃 단면의 공기

역학적 받음각과 깃 플래핑각의 혼동을 피하기 위해서 사용하였다. α_f는 관례적으로 공기유동 속도벡터를 x_b-z_b평면에 투영시켜서 x_b축과 이루는 사이 각으로 정의된다. 이 받음각은 아래쪽에서 불어오는 상대유동에 대해서 양의 방향으로 정의한다. β_f는 x_b-z_b평면과 공기유동 속도벡터의 사이 각으로 정의된다. 이 각은 오른쪽에서 불어오는 상대유동에 대해 양의 방향으로 정의된다. 바람축 좌표계 성분을 기체축 좌표계성분으로 변환은 먼저 z_b축에 관하여 β_f만큼 회전하고 나서 y_b축에 관하여 α_f만큼 회전하여 얻어진다. 변환행렬은 다음 식으로 주어진다.

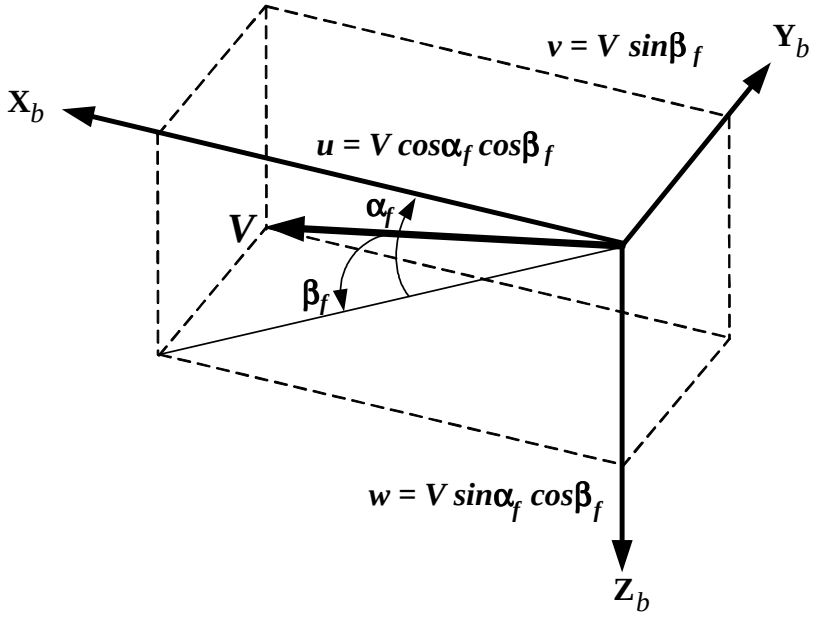

Fig. 2.4 Relationship between Wind Axis and Body Coordinate System.

(2-6)

$$[\ C_{b/w}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha_f \cos\beta_f & -\cos\alpha_f \sin\beta_f & -\sin\alpha_f \\ \sin\beta_f & \cos\beta_f & 0 \\ \sin\alpha_f \cos\beta_f & -\sin\alpha_f \sin\beta_f & \cos\alpha_f \end{bmatrix} \tag{2-7}$$

2.2.2 주 회전익 좌표계

2.2.2.1 비 회전 구동축(Non-Rotating Shaft)좌표계

이 좌표계는 비 회전이며 회전익 허브에 원점을 두고 좌표계 축들은 기체축 좌표계에 대해 주 회전익 구동축의 기울기에 의존한다.

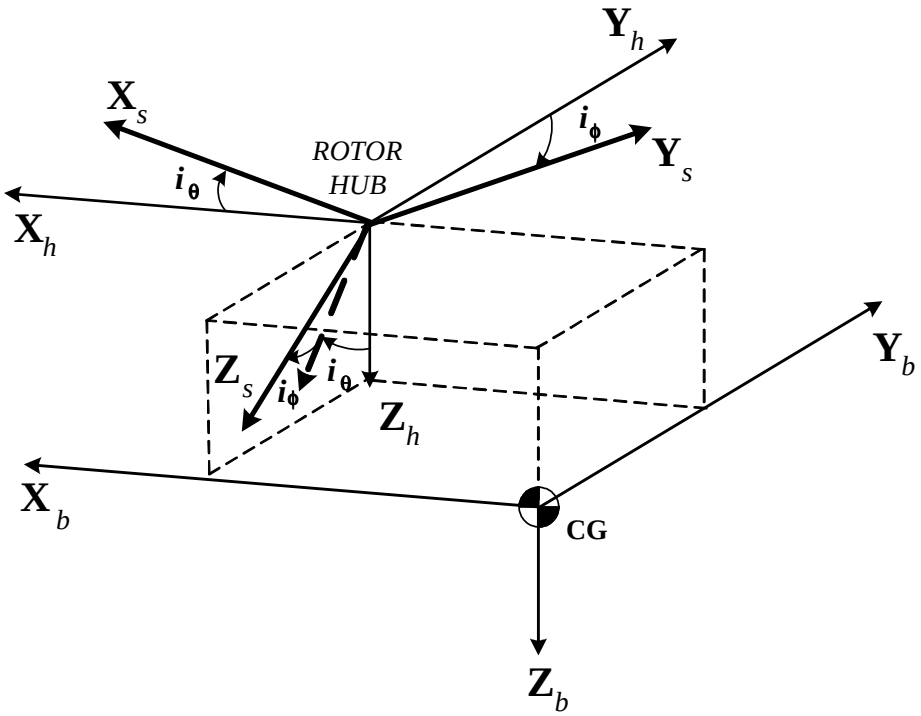

Fig. 2.5 Transformation from Body to Shaft Coordinate System.

통상적으로 비행중에 정상하중들을 줄이기 위해 주 회전익 구동축은 z_b축과 평행하지 않고 작은 각들을 형성한다. 이각들은 구동축과 $y_b - z_b$평면의 사이 각 i_Θ

와 구동축과 $x_b - z_b$평면의 사이 각 i_Φ로 나타내고 각각 종방향 기울기 각과 횡방향 기울기 각으로 정의된다. 기체축 좌표계 성분을 비 회전 구동축 좌표계 성분으로 변환은 먼저 y_b축에 관하여 i_Θ만큼 회전하고 나서 x_b축에 관하여 i_Φ만큼 회전한다. 그 변환행렬은 다음과 같다.

(2-8)

$$[\ C_{sb}] = \begin{bmatrix} \cos i_\Theta & 0 & -\sin i_\Theta \\ \sin i_\Theta \sin i_\Phi & \cos i_\Phi & \cos i_\Theta \sin i_\Phi \\ \sin i_\Theta \cos i_\Phi & -\sin i_\Phi & \cos i_\Theta \cos i_\Phi \end{bmatrix} \tag{2-9}$$

2.2.2.2 깃 끝 경로면 좌표계

깃 끝 경로면 좌표계는 비 회전 좌표계로서 좌표원점을 허브에 두며 동적유입 유동 계산에 사용된다.

z_{tpp}축은 깃 끝들의 1차 조화 플래핑운동에 의해 정의된 평면에 수직하고 아래쪽을 가리킨다. 비 회전 구동축 좌표계 성분을 깃 끝 경로면 좌표계 성분으로 변환은 다음과 같다.

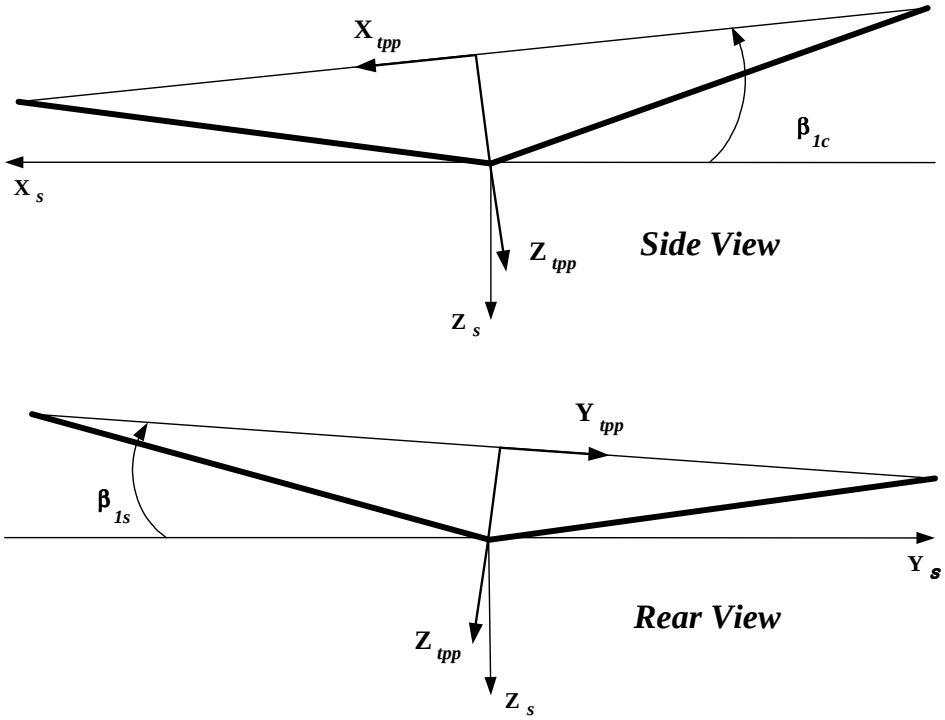

Fig. 2.6 Reference Planes for Rotor Dynamics.

(2-10)

$$[\ C_{tpp/s}] = \begin{bmatrix} \cos\beta_{1c} & \sin\beta_{1c}\sin\beta_{1s} & \sin\beta_{1c}\cos\beta_{1s} \\ 0 & \cos\beta_{1s} & -\sin\beta_{1s} \\ -\sin\beta_{1c} & \cos\beta_{1c}\sin\beta_{1s} & \cos\beta_{1c}\cos\beta_{1s} \end{bmatrix} \tag{2-11}$$

여기서 β_{1c}와 β_{1s}은 다음식과 같이 정의되는 다중 깃 좌표들이다.

$$\beta_{1c} = \frac{2}{N_b}\sum_{j=1}^{N_b}\frac{w_{tip_j}}{R-e}\cos\Psi_j \tag{2-12}$$

$$\beta_{1s} = \frac{2}{N_b}\sum_{j=1}^{N_b}\frac{w_{tip_j}}{R-e}\sin\Psi_j \tag{2-13}$$

여기서 N_b는 깃 수, e는 힌지 옵셋, w_{tip_j}는 j번째 깃 끝의 탄성변위이다.

2.2.2.3 회전 구동축(Hub Rotating Shaft) 좌표계

허브에 좌표원점을 두고 z_s축에 관하여 주 회전익 회전각속도와 같은 속도로 회전하는 좌표계이다. 이 좌표계의 z축은 z_s축과 반대방향으로 위쪽을 가리킨다. x축은 깃 길이방향을 가리키며 변형되지 않는 깃의 탄성축을 통과하는 면의 수직면에 놓인다. y축은 $x-z$평면에 직교하고 깃을 이끄는 방향을 가리킨다. 각각의 깃들은 자신의 구동축 좌표계를 갖는다. 비 회전 구동축 좌표계 성분과 회전 구동축 좌표계 성분 사이의 변환행렬은 깃 회전 방위각 ψ와 관계있으며 다음 식과 같다.

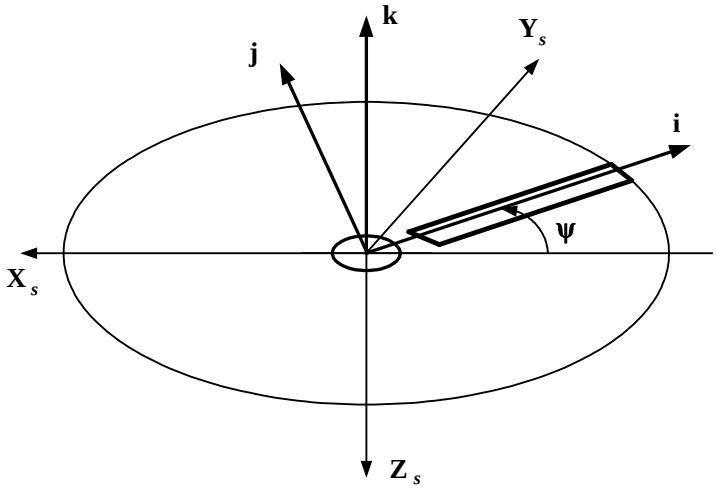

Fig. 2.7 Hub-Fixed Rotating and Shaft-Fixed Non-Rotating Coordinate System.

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = [\, C_{hs} \,] \begin{bmatrix} i_s \\ j_s \\ k_s \end{bmatrix} \tag{2-14}$$

$$[\ C_{\gamma s}] = \begin{bmatrix} -\cos\Psi & \sin\Psi & 0 \\ \sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{2-15}$$

2.2.2.4 변형없는 원추(Preconed)깃 좌표계

변형되지 않는 깃뿌리에 원점을 두고 회전하는 좌표계로 깃 운동방정식이 정의되며 단위벡터는 e_x' e_y' e_z'로 정의된다. 즉 e_x'는 깃 길이방향, e_y'는 깃을 이끄는 방향, e_z'는 깃의 탄성축에 수직한 윗방향을 가리킨다. 회전 구동축 좌표계 성분을 변형없는 원추깃 좌표계성분으로 변환은 깃 원추각 β_p에 관계되며 변환행렬은 다음 식과 같다.

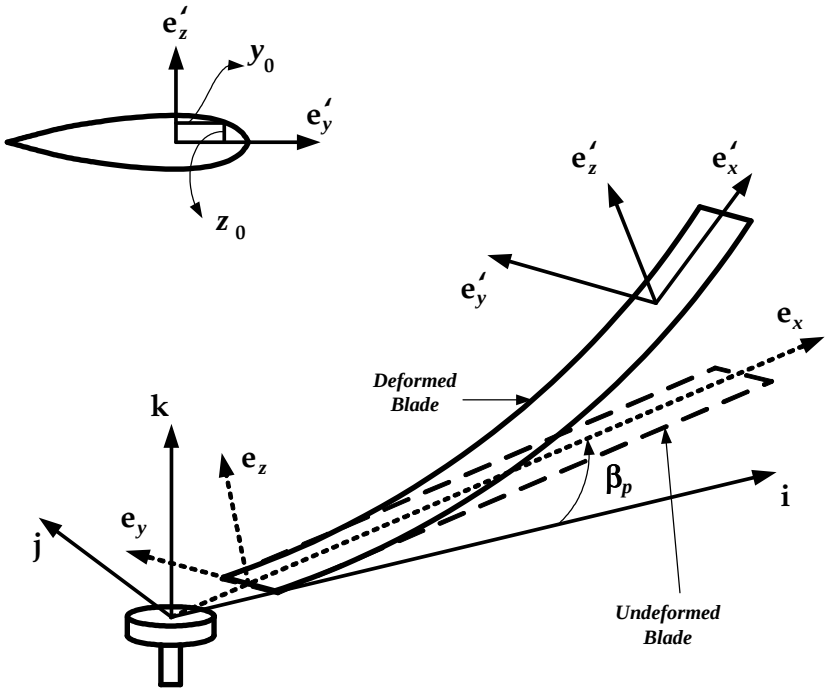

Fig. 2.8 Blade Deformed and Undeformed Coordinate System.

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} = [C_{fr}] \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \tag{2-16}$$

$$[C_{fr}] = \begin{bmatrix} \cos\beta_p & 0 & \sin\beta_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_p & 0 & \cos\beta_p \end{bmatrix} \tag{2-17}$$

2.2.2.5 변형깃 좌표계

변형된 깃의 탄성축 상의 임의점에 원점이 있는 회전좌표계로서 단위벡터는 $\acute{e}_x$, $\acute{e}_y$, $\acute{e}_z$로 정의 된다. $\acute{e}_x$축은 원점에서 탄성축에 접하며 바깥 방향, $\acute{e}_y$축은 탄성축에 수직한 방향으로 깃 단면 시위와 나란하며 깃을 이끄는 방향, $\acute{e}_z$는 $\acute{e}_x - \acute{e}_y$평면에 수직하며 윗 방향을 가리킨다. 변형없는 깃 좌표계 성분을 변형깃 좌표계 성분으로 변환하는 관계행렬은 다음 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} \acute{e}_x \\ \acute{e}_y \\ \acute{e}_z \end{bmatrix} = [C_{dp}] \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \tag{2-18}$$

$$[C_{dp}] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \tag{2-19}$$

여기서

$$S_{11} = \cos\Theta_y \cos\Theta_z$$

$$S_{12} = \cos\Theta_y \sin\Theta_z$$

$$S_{13} = -\sin\Theta_y$$

$$S_{21} = \sin\Theta_x \sin\Theta_y \cos\Theta_z - \cos\Theta_x \sin\Theta_z$$

$$S_{22} = \cos\Theta_x \cos\Theta_z - \sin\Theta_x \sin\Theta_y \sin\Theta_z$$

$$S_{23} = \sin\Theta_x \cos\Theta_y$$

$$S_{31} = \cos\Theta_x \sin\Theta_y \cos\Theta_z + \sin\Theta_x \sin\Theta_z$$

$$S_{32} = -(\sin\Theta_x \cos\Theta_z - \cos\Theta_x \sin\Theta_y \sin\Theta_z)$$

$$S_{33} = \cos\Theta_x \cos\Theta_y$$

$$\Theta_x = \phi$$

$$\sin\Theta_y = -\frac{w_{,x}}{\sqrt{1+2u_{,x}+u_{,x}^2+v_{,x}^2+w_{,x}^2}}$$

$$\cos\Theta_y = -\frac{\sqrt{1+2u_{,x}+u_{,x}^2+v_{,x}^2}}{\sqrt{1+2u_{,x}+u_{,x}^2+v_{,x}^2+w_{,x}^2}}$$

$$\sin\Theta_z = \frac{v_{,x}}{\sqrt{1+2u_{,x}+u_{,x}^2+v_{,x}^2+w_{,x}^2}}$$

$$\cos\Theta_z = \frac{1+u_{,x}}{\sqrt{1+2u_{,x}+u_{,x}^2+v_{,x}^2+w_{,x}^2}}$$

2.2.2.6 깃 단면 좌표계

임의의 깃 위치에서 국부 유동속도 성분들을 나타내기 위한 좌표계로서 원점은 깃 탄성축 위의 임의의 점이며 회전하는 좌표계이다. 단위벡터는 e_t e_p e_r로 정의한다. 좌표계의 e_t축은 깃 래그방향으로 뒤쪽을 가리키고 e_r축은 원점에서 탄성축의 접선을 따라 바깥쪽을 가리키며 e_p축은 e_t-e_r평면에 수직하며 위쪽을 가리킨다. 깃 단면 좌표계에서 깃 단면 공력하중들의 계산에 사용할 공기유동속도는 다음과 같다.

$$V_A = U_t e_t + U_r e_r + U_p e_p \tag{2-20}$$

변형없는 원추 깃 좌표계에서 깃 단면의 절대속도는 다음과 같다.

$$V_P = V_x e_x + V_y e_y + V_z e_z \tag{2-21}$$

변형없는 원추 깃 좌표계에서 깃 단면 절대속도를 깃 단면 좌표계의 공기유동속도로 변환할 때 필요한 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} e_t \\ e_r \\ e_p \end{bmatrix} = [C_{A/p}] \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \tag{2-22}$$

$$[C_{A/p}] = \begin{bmatrix} -\sin\zeta & \cos\zeta & 0 \\ \sin\beta\cos\zeta & \sin\beta\sin\zeta & -\cos\beta \\ -\cos\beta\cos\zeta & -\cos\beta\sin\zeta & -\sin\beta \end{bmatrix} \tag{2-23}$$

여기서

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x}$$

w와 v는 변형없는 원추깃 좌표계에서 깃 탄성축의 국부 플랩변위와 국부 래그변위를 나타낸다.

2.3 수학적 모델에 사용된 가정

· 지면은 평평하고, 대기 유동속도는 0이다.

· 변형없는 깃은 직선이고 처짐과 토크옵셋이 없다.

· 기체는 강체이고 $x-z$평면은 대칭면이다.

· 동체와 미부 공력모델은 주 회전익 없이 풍동실험으로 유도

· 실속, 압축성, 비정상공기역학 효과들은 동체와 미부에 대해 무시

· 피치-플랩 연성 δ_3는 0

· 구동기를 포함한 깃 피치조종계통은 무한 강성을 갖는다.

· 깃은 허브에 지지된 외팔보이고 페더링 축에서 각 β_p에 의해 원추형태

· 깃 단면은 주(major) 주축(principal axis)에 대해 대칭된다.

· 깃 단면의 무게중심, 공력중심, 탄성축은 일치할 필요 없다.

· 깃 인장중심과 탄성축은 일치한다.

· 깃은 등방, 선형탄성재료로 구성된다.

· 베르누이-오일러 보 이론 사용, 변형동안 깃 단면은 평면을 유지한다.

· 전단변형효과 무시한다.

· 깃은 완만한 처짐을 형성한다.

· 비정상 공력하중들은 압축성 효과가 포함된 선형공기역학 에어포일특성을 가정하여 유도한다.

· 동적유입유동은 후류와 관련된 비정상효과를 나타내기 위해 가정한다.

· 깃 단면에서 공기력과 모멘트 계산은 탄성축에서 공기유동속도을 이용한다.

· 모든 깃들은 동일하며 일정한 회전각속도로 회전한다.

2.4 주 회전익 운동방정식

주 회전익 깃들의 동역학은 회전좌표계에서 개별적으로 다루어지는데 여기서 각 깃들에 대한 방정식은 독립적으로 공식화 된다. 개별적인 깃 모델링은 서로 다른 깃을 가진 회전익 시스템 해석에 대해 사용할 수 있다. 따라서 모든 깃들이 다르게 회전하고 다른 동역학을 갖거나 피치링크 고장으로 인해 깃 제어가 불가능한 극한 경우에도 모델링 할 수 있다. 그렇지만 본 연구에서는 모든 깃들이 동일하다고 가정하며 같은 경로를 따라 회전한다고 가정한다.

주 회전익 깃들은 플랩, 래그, 비틀림, 축방향인장 등이 결합된 운동을 겪는 유연보로서 모델링 된다. 깃들은 허브에 부착되며 허브는 큰 진폭의 선형운동과 각운동을 가진다. 깃 운동방정식들은 주기적인 계수들을 가진 비선형, 연립, 편미분 방정식들로 구성된다. 이 방정식들은 유한요소 이산화를 사용하면 공간변수들이 제거되어 비선형 연립 상미분 방정식으로 변환된다. 유한요소 이산화는 가중잉여치의 갤러킨 방법을 토대로 했다. 결과적으로 보 유한요소 1개당 절점자유도 수는 11이다. 즉 플랩과 래그방향에 대해 처짐과 처짐각 변위는 요소 양쪽 끝에서 8개, 비틀림 변위는 요소 양쪽 끝과 중간점에서 3개이다. 유한요소에 작용하는 공력하중, 관성하중, 구조하중, 인장하중 등은 가우시안 적분을 사용하여 수치적으로 계산되었으며 자유도 수를 축소하기 위해 모드좌표변환이 사용되었다. 결과적으로 모델 축소는 각각의 회전익 깃 운동을 나타내는 운동방정식 수를 줄인다. 따라서 이산화된 깃 운동방정식은 시변계수를 갖는 비선형 연립 2차 상미분방정식이 된다. 이것은 1차 형태로 바뀌고 동체, 미부, 꼬리회전익 등의 수학모델과 결합된다.

2.4.1 주 회전익 공력하중

공력하중 계산에 대한 중요한 구성요소는 깃 탄성축위의 임의점에 대한 절대속도이다. 따라서 고정점에 대한 깃 탄성축위의 임의점에 대한 위치벡터 $\boldsymbol{R}_{\wp}$를 정의해야 한다.

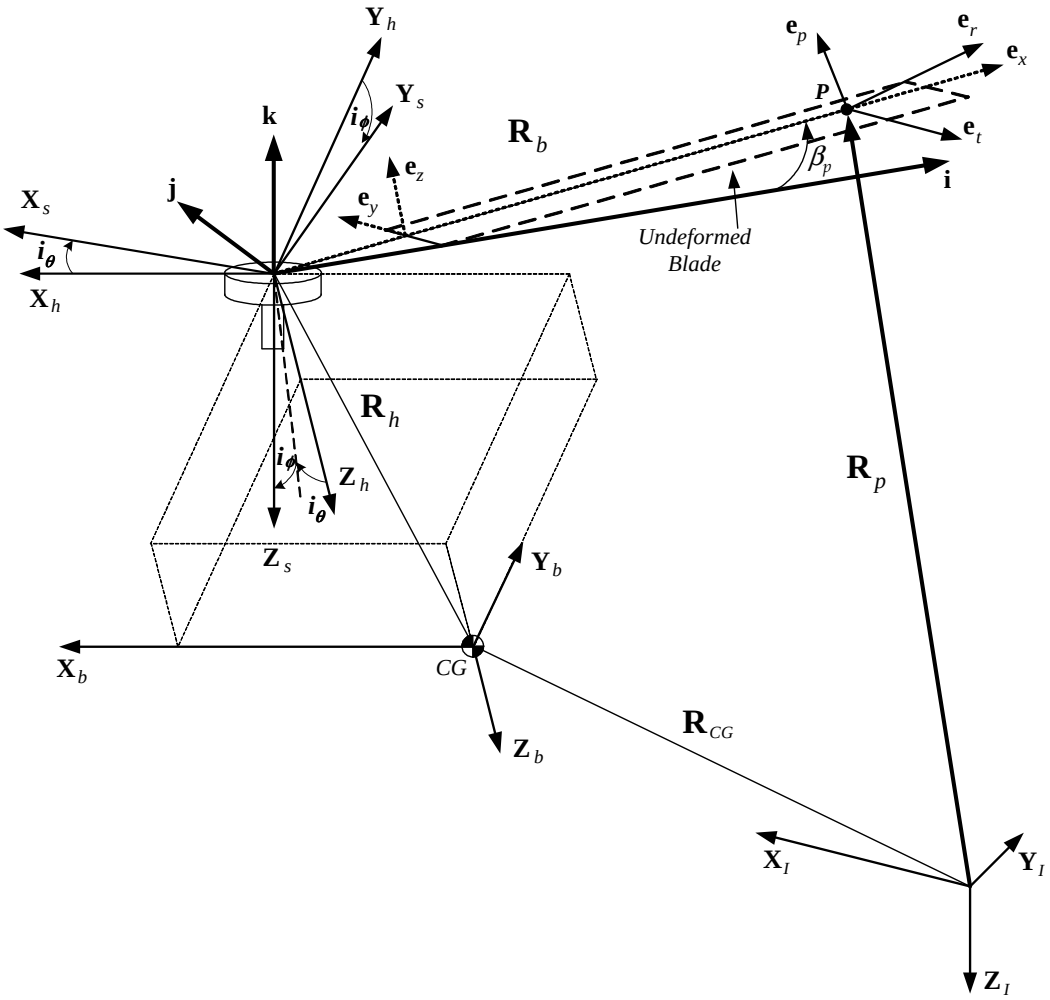

Fig. 2.9 The Position Vector of a Point on the Elastic Axis of the Blade with respect to Inertial Coordinate System, R_p

$$R_p = R_{CG} + R_h + R_b \tag{2-24}$$

여기서 R_{CG}는 관성축계에 대한 헬리콥터 무게중심의 위치벡터, R_h는 무게중심에 대한 허브 위치벡터, R_b는 허브에 대한 깃 탄성축위의 점 p의 위치벡터이다. 헬리콥터 무게중심에 대한 허브위치벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$R_h = x_h\ i_b + y_h\ j_b + z_h\ k_b \tag{2-25}$$

여기서 x_h y_h z_h는 무게중심에서 허브까지 위치 성분이다. 허브에 대한 탄성축상의 임의점 위치벡터는 다음과 같다.

$$R_b = e\,i + (x_0 + u)\,e_x + v\,e_y + w\,e_z \tag{2-26}$$

여기서 e는 구동축으로부터 깃의 플랩, 래그, 페더링 힌지 등의 옵셋이다. 힌지는 깃 뿌리의 위치를 나타내며 깃의 탄성부분이 시작된다. 힌지의 깃 안쪽 부분은 강체로 가정되고 필요하다면 공력하중들도 발생되도록 한다. x_0는 e_x방향을 따라 깃 뿌리에서 변형없는 탄성축위의 점 p까지 거리이고 u v w는 변형없는 깃 좌표계로부터 점 p의 탄성변위성분이다. 위치벡터 R_b는 변환행렬 C_{pr}사용하여 변형없는 원추 깃 좌표계로 나타낼 수 있다.

$$R_b = (e\cos\beta_p + x_0 + u)\,e_x + v\,e_y + (w - e\sin\beta_p)\,e_z \tag{2-27}$$

여기서 β_p는 원추 각이다.

탄성축위의 임의점의 절대속도 벡터 V_p는 다음과 같다.

$$V_p = \frac{dR_p}{dt} = \frac{dR_{CG}}{dt} + \frac{dR_h}{dt} + \frac{dR_b}{dt} \tag{2-28}$$

여기서

$$\frac{dR_h}{dt} = \frac{\partial R_h}{\partial t} + \omega \times R_h \tag{2-29}$$

$$\frac{dR_b}{dt} = \frac{\partial R_b}{\partial t} + \omega \times R_b \tag{2-30}$$

헬리콥터의 각속도 벡터는 다음과 같다.

$$\omega = p\,i_b + q\,i_b + r\,i_b \tag{2-31}$$

여기서 p q r는 각각 롤각속도, 피치각속도, 요각속도이다.

동체는 강체로 가정되므로 $\frac{\partial R_h}{\partial t}$는 0이되고 $\frac{\partial R_b}{\partial t}$는 기체와 함께 움직이는 관측자에게 보여지는 점 p의 속도벡터이다. 그러므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial R_b}{\partial t} = \left(\frac{\partial R_b}{\partial t}\right)_r + \Omega \times R_b \tag{2-32}$$

여기서 $\left(\frac{\partial R_b}{\partial t}\right)_r$ 는 구동축 좌표계에 대한 점 p의 속도벡터를 나타내고 Ω는 주회전익의 회전 각속도 벡터이다.

$$\Omega = -\Omega\ k_s \tag{2-33}$$

헬리콥터의 속도벡터는 다음과 같다.

$$\frac{dR_{CG}}{dt} = u\ i_b + v\ i_b + w\ i_b \tag{2-34}$$

여기서 $u\ v\ w$는 기체축 좌표계에서 선속도 성분으로 탄성변위성분과 혼동하지 말아야 한다. 이제 식(2-28)의 점 p의 절대속도 V_p를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_p = \frac{dR_{CG}}{dt} + \left(\frac{\partial R_b}{\partial t}\right)_r + \Omega \times R_b + \omega \times [R_h + R_b] \tag{2-35}$$

일반적인 점에 대한 합성속도 벡터는 다음과 같다.

$$V_t = V_p - V_i \tag{2-36}$$

여기서 V_i는 일반적인 점에서 회전익 후류에 의한 유도속도벡터이다. 변형없는 원추 깃 좌표계에서 속도 V_p의 성분들은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$V_p = V_{11}\ e_x + V_{12}\ e_y + V_{13}\ e_z \tag{2-37}$$

여기서 $e_x\ e_y\ e_z$는 변형없는 원추 깃 좌표계의 단위벡터이고 V_{11}, V_{12}, V_{13}는 각각의 방향에서 속도 성분이다. 유사한 방법으로 V_i도 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_i = \lambda_x\ e_x + \lambda_y\ e_y + \lambda_z\ e_z \tag{2-38}$$

여기서 λ_x, λ_y, λ_z는 각각의 방향에서 유도속도 성분이다. 동적유입유동 모델에서 z성분 유도속도만 고려되는데 자유후류 유입유동모델에서는 $x\ y\ z$성분 모두 고려한다. 본 연구에서는 z성분만 사용한다. 따라서 총 속도 V_t는 유도속도

z성분을 부가하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_t = V_{11}\ e_x + V_{12}\ e_y + (V_{13} - \lambda_z)\ e_z \tag{2-39}$$

$$V_t = V_x\ e_x + V_y\ e_y + V_z\ e_z \tag{2-40}$$

여기서 V_x, V_y, V_z는 변형없는 원추 깃 좌표계에서 속도성분을 나타낸다. 이 속도벡터는 탄성축의 깃 단면에 대한 국부플랩각과 래그각를 고려하는 좌표변환 행렬 C_{Ap}를 사용하면 깃 단면 좌표계에서 공기유동속도를 나타낼 수 있다.

$$V_A = U_t\, e_t + U_r\, e_r + U_p\, e_p \tag{2-41}$$

여기서 V_A는 시위위치 1/4에서 공기유동 속도벡터 이다. U_t는 에어포일 앞전에서 뒷전으로 공기유동이 향할 때 양의 방향이고, U_r은 깃 바깥쪽으로 공기유동이 향할 때 양의 방향이며, U_p는 깃 아래에서 위로 공기유동이 향할 때 양의 방향이다. 그림에서 유동의 요각 γ_I은 에어포일 위의 공기유동성분으로 정의되며 유동성분 U_t의 방향에 상관없이 $\cos\gamma_I$는 항상 0과 1사이의 값이 되도록 하였다.

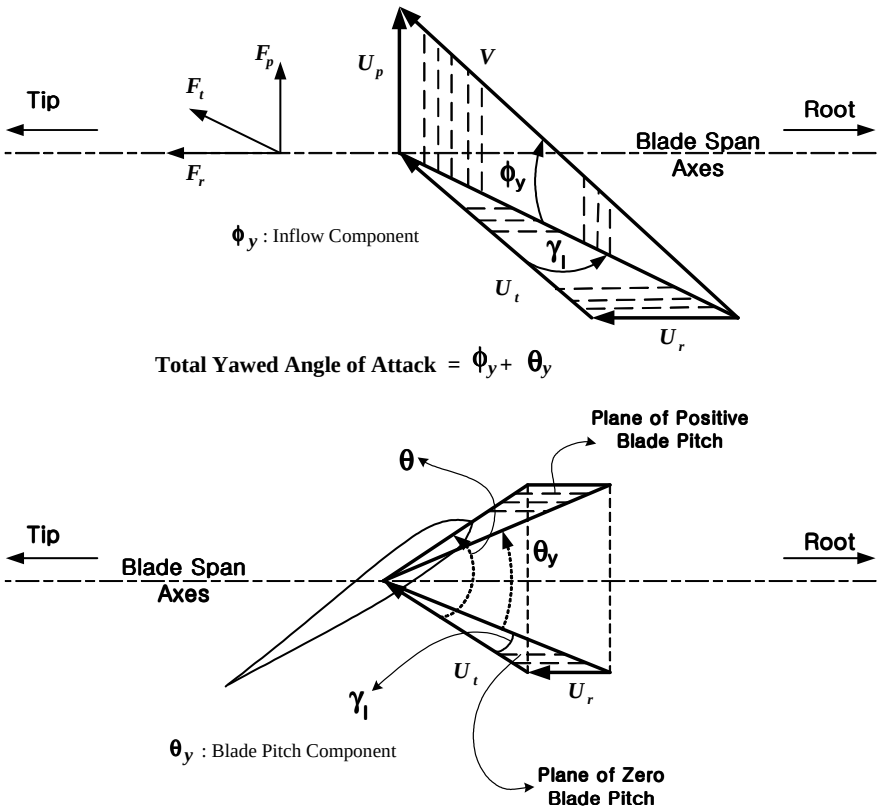

Fig. 2.10 Definition of Blade Section Yaw Angle γ_l and Angle of Attack α_y

$$\cos\gamma_l = \frac{|U_l|}{\sqrt{U_t^2 + U_r^2}} \tag{2-42}$$

$$\gamma_l = \cos^{-1}\left[\frac{|U_l|}{\sqrt{U_t^2 + U_r^2}}\right] \tag{2-43}$$

깃 단면에서 받음각 α_y는 다음과 같이 정의 된다.

$$a_y = \tan^{-1}\left[\frac{(U_t \tan\Theta_G + U_p)\cos\gamma_l}{U_t - U_p \tan\Theta_G \cos^2\gamma_l}\right] \tag{2-44}$$

여기서 Θ_G는 깃 단면의 기하학적인 총 피치각으로 다음과 같이 정의 된다.

$$\Theta_G = \Theta_0 + \Theta_{1c}\cos(\Psi + \Delta_{sp}) + \Theta_{1s}\sin(\Psi + \Delta_{sp}) + \Theta_{tw} + \phi \qquad (2\text{-}45)$$

여기서 ψ는 회전 방향각, Θ_{tw}는 제작시 비틀림, Δ_{sp}는 스와시판 위상각, 그리고 ϕ는 탄성축에 대한 깃 단면의 탄성회전이다. 깃 단면에서 양력, 항력, 모멘트 계수 등은 국부받음각과 마하수의 함수로 된 표에서 얻거나 또는 Leishmann-Nguyen의 비정상상태 공기역학 모델로부터 얻는다.[12]

$$C_L = C_L(\alpha_y, M) \qquad (2\text{-}46)$$

$$C_D = C_D(\alpha_y, M) \qquad (2\text{-}47)$$

$$C_M = C_M(\alpha_y, M) \qquad (2\text{-}48)$$

깃 단면에서 힘과 모멘트 계산은 2차원 준 정상공기역학을 기초로 하여 계산한다. 분포양력 L과 피칭모멘트 M에 대한 기본 식은 다음과 같다.[13]

$$L = L_Q + \frac{1}{2}a\rho(bR)^2\left[\ddot{h} + V_0\dot{\alpha} - \left(x_{ac} - \frac{1}{2}bR\right)\ddot{\alpha}\right] \qquad (2\text{-}49)$$

$$M = L_Q x_{ac} + \frac{1}{2}a\rho(bR)^2\left(x_{ac} - \frac{1}{2}bR\right)\left[\ddot{h} - \left(x_{ac} - \frac{1}{2}bR\right)\ddot{\alpha}\right] \qquad (2\text{-}50)$$
$$-\frac{1}{2}a\rho V_0\dot{\alpha}(bR - x_{ac})(bR)^2 - \left(\frac{a}{16}\right)\rho(bR)^4\ddot{\alpha}$$

여기서 a는 양력곡선 기울기, ρ는 공기밀도, b는 무차원 반(semi)시위길이, R는 깃 반경, α는 깃 단면의 전체 피치각, h $\dot{h}$ $\ddot{h}$ 등은 각각 수직변위, 속도, 가속도, V_0는 다가오는 공기유동, x_{ac}는 탄성축으로부터 깃 단면 공력중심 옵셋(탄성축 앞에 있을때 "양의 방향")이다. $\dot{\alpha}$는 깃 단면 전체피치각의 시간변화율로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\alpha} = \dot{\Theta}_G = -\Theta_{1c}\sin(\Psi + \Delta_{sp}) + \Theta_{1s}\cos(\Psi + \Delta_{sp}) + \dot{\phi} \qquad (2\text{-}51)$$

준 정상 양력은 다음과 같이 주어진다.

$$L_Q = a\rho bRV_0^2\left[\alpha + \frac{\dot{h}}{V_0} + \frac{\dot{\alpha}}{V_0}(bR - x_{ac})\right] \tag{2-52}$$

본 연구에서는 $\ddot{h}$와 $\ddot{\alpha}$는 무시하므로 식(2-49)와 식(2-50)는 다음과 같이 단순화 된다.

$$L = L_Q + \frac{1}{2}a\rho(bR)^2 V_0 \dot{\alpha} \tag{2-53}$$

$$M = L_Q x_{ac} - \frac{1}{2}a\rho V_0 \dot{\alpha}(bR - x_{ac})(bR)^2 \tag{2-54}$$

모멘트 식에서 $\alpha + \frac{\dot{h}}{V_0}$는 받음각 α_y로 나타내고 있으며 표에서 양력계수는 α_y에 대한 풍동실험자료의 표로 입력된다. 그러므로 준 정상양력 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_Q &= \frac{1}{2}C_L \rho V_0^2 c + \frac{1}{2}a\rho V_0 c\left(\frac{c}{2} - x_{ac}\right)\dot{\alpha} \\ &= \frac{1}{2}\rho V_0^2 c\left[C_L + \frac{a\dot{\alpha}}{V_0}\left(\frac{c}{2} - x_{ac}\right)\right] \end{aligned} \tag{2-55}$$

여기서 c는 국부 시위이며 $b = \frac{1}{2}c$이므로 양력식 식(2-53)는 다음과 같다.

$$L = L_Q + \frac{1}{8}a\rho V_0 c^2 \dot{\alpha} \tag{2-56}$$

항력은 다음과 같다.

$$D = C_D \frac{1}{2}\rho V_0^2 c \tag{2-57}$$

여기서 C_D는 풍동실험 자료로부터 얻을 수 있는 정상 항력 계수이다. 양력 L과 항력 D는 국부 깃 단면좌표계로 변환되어야 한다. 공력성분을 e_p축 방향에서 f_p, e_t축 방향에서 f_t, e_r축 방향에서 f_r로 표현하면 변환된 공기력은 다음과 같다.

$$f_p = \frac{1}{V_0}\left[L\frac{U_t}{\cos\gamma_l} + DU_p \right] \tag{2-58}$$

$$f_t = \frac{1}{V_0}\left[DU_t - LU_p\cos\gamma_l \right] \tag{2-59}$$

$$f_r = \frac{1}{V_0}\left[DU_r - L\frac{U_p\cos\gamma_l U_r}{U_t} \right] \tag{2-60}$$

편의성을 위해 전체 피칭모멘트는 3성분으로 분리된다. 즉,

$$M = M_S + M_Q + M_{\dot{\alpha}} \tag{2-61}$$

여기서 M_S는 정상상태 피칭모멘트 계수 C_M에 기인하는 정상상태 성분이고, M_Q는 준 정상상태 양력에 기인하는 성분이며, $M_{\dot{\alpha}}$는 비순환적인 피치감쇠에 기인하는 성분이다. 이 성분들은 각각 다음과 같다.

$$M_S = \frac{1}{2} C_M \rho V_0^2 c^2 \tag{2-62}$$

$$M_Q = f_p \frac{L_Q}{L} x_{ac}\cos\Theta_G + f_t \frac{L_Q}{L} x_{ac}\sin\Theta_G \tag{2-63}$$

$$M_{\dot{\alpha}} = -\frac{1}{8} \rho V_0 c^2 \dot{\alpha}\left(\frac{c}{2} - x_{ac}\right) \tag{2-64}$$

변형없는 원추 깃 좌표계에서 분포 공력하중을 계산하기위해 깃 단면 좌표계의 힘 성분 f_p, f_t, f_r등을 변환행렬 식(2-23)의 역행렬을 이용하여 변환한다. 변환된 분포공기력과 모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_A &= (f_p\cos\zeta\sin\beta - f_t\sin\zeta - f_r\cos\zeta\cos\beta)\,\boldsymbol{e}_x \\ &\quad + (f_p\sin\zeta\sin\beta + f_t\cos\zeta - f_r\sin\zeta\cos\beta)\,\boldsymbol{e}_y \\ &\quad + (-f_p\cos\beta - f_r\sin\beta)\,\boldsymbol{e}_z \\ &= p_{Ax}\,\boldsymbol{e}_x + p_{Ay}\,\boldsymbol{e}_y + p_{Az}\,\boldsymbol{e}_z \end{aligned} \tag{2-65}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}_A &= -M\cos\zeta\cos\beta\;\boldsymbol{e}_x - M\sin\zeta\cos\beta\;\boldsymbol{e}_y - M\sin\beta\;\boldsymbol{e}_z \\ &= q_{Ax}\,\boldsymbol{e}_x + q_{Ay}\,\boldsymbol{e}_y + q_{Az}\,\boldsymbol{e}_z \end{aligned} \tag{2-66}$$

2.4.2 주 회전익 관성하중

주 회전익 운동방정식에서 깃 관성에 의한 분포하중은 깃 위의 임의의 점에서 절대 가속도 $\mathbf{a}_p$에 의존한다.

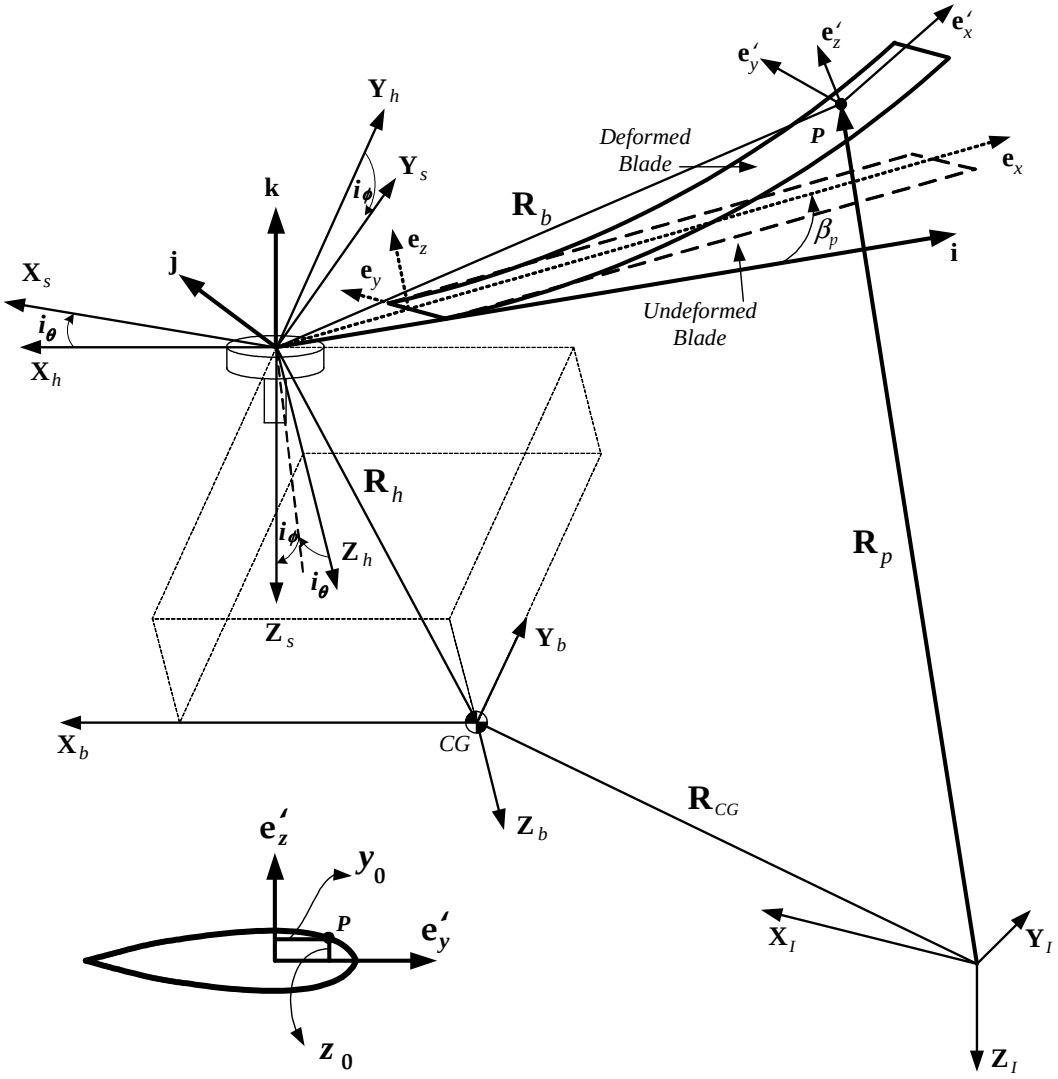

Fig. 2.11 The Position Vector of a Point on the Elastic Axis of the Blade with respect to Inertial Coordinate System, $\mathbf{R}_p$

깃 위 임의의 점에서 절대가속도 a_p는 그 점의 위치벡터를 시간에 대해서 두 번 미분하면 얻을 수 있다. 관성하중 계산을 위한 위치벡터 R_p는 식(2.24)과 같으며 변형 깃 단면에서 일반적인 점이라는 것이 조금 다르다. 참고로 공력하중계산에서 P점은 탄성축 위에 존재하는 점이다.

허브에 대한 P점의 위치벡터는 다음과 같다.

$$R_b = e\boldsymbol{i} + (x_0 + u)\,\boldsymbol{e}_x + v\,\boldsymbol{e}_y + w\,\boldsymbol{e}_z + y_0'\,\boldsymbol{e}_y + z_0'\,\boldsymbol{e}_z \tag{2-67}$$

여기서 $y_0'\,\boldsymbol{e}_y + z_0'\,\boldsymbol{e}_z$는 변형 깃 좌표계의 성분이므로 변형없는 원추 깃 좌표계 성분으로 변환하면 R_p와 절대속도 V_p는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_b = {} & [(e\cos\beta_p + u) + x_0 + S_{21}y_0 + S_{31}z_0]\,\boldsymbol{e}_x \\ & + [v + S_{22}y_0 + S_{32}z_0]\,\boldsymbol{e}_y + [w - e\sin\beta_p + S_{23}y_0 + S_{33}z_0]\,\boldsymbol{e}_z \end{aligned} \tag{2-68}$$

$$V_p = \frac{d\,R_{CG}}{dt} + \left(\frac{\partial\,R_b}{\partial t}\right)_r + \Omega \times R_b + \omega \times [R_h + R_b] \tag{2-69}$$

고정점에 대한 깃 위의 임의의 점 가속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_p = {} & \frac{d^2 R_{CG}}{dt^2} + \frac{\partial^2 R_b}{\partial t^2} + 2\omega \times \frac{\partial\,R_b}{\partial t} + \dot{\omega} \times (R_b + R_h) \\ & + \omega \times [\omega \times (R_b + R_h)] \end{aligned} \tag{2-70}$$

$$\frac{\partial^2 R_b}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 R_b}{\partial t^2}\right)_r + \dot{\Omega} \times R_b + 2\Omega \times \left(\frac{\partial R_b}{\partial t}\right)_r + \Omega \times (\Omega \times R_b) \tag{2-71}$$

헬리콥터 기체의 가속도는 다음과 같다.

$$\frac{d^2 R_{CG}}{dt^2} = \dot{u}\,\boldsymbol{i}_b + \dot{v}\,\boldsymbol{j}_b + \dot{w}\,\boldsymbol{k}_b \tag{2-72}$$

여기서 $\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$ 등은 기체축에서 선형 가속도 성분들이다.

$$\boldsymbol{a}_p = \frac{d^2 \boldsymbol{R}_{CG}}{dt^2} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{R}_h + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}_h) + \left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{R}_b}{\partial t^2}\right)_r + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \boldsymbol{R}_b \tag{2-73}$$

$$+ 2\boldsymbol{\Omega} \times \left(\frac{\partial \boldsymbol{R}_b}{\partial t}\right)_r + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{R}_b) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{R}_b$$

$$+ 2\boldsymbol{\omega} \times \left[\left(\frac{\partial \boldsymbol{R}_b}{\partial t}\right)_r + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{R}_b\right] + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}_b)$$

따라서 특정한 깃 단면에서 단위 깃 길이당 분포관성하중과 모멘트는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\boldsymbol{p}_I = -\int_A \rho (\boldsymbol{a}_p + g\,\boldsymbol{k}_I)\, dA \tag{2-74}$$

$$= p_{Ix}\,\boldsymbol{e}_x + p_{Iy}\,\boldsymbol{e}_y + p_{Iz}\,\boldsymbol{e}_z$$

$$\boldsymbol{q}_I = -\int_A \rho \left[\left(y_0'\,\boldsymbol{e}_y + z_0'\,\boldsymbol{e}_z\right) \times (\boldsymbol{a}_p + g\,\boldsymbol{k}_I)\right] dA \tag{2-75}$$

$$= q_{Ix}\,\boldsymbol{e}_x + q_{Iy}\,\boldsymbol{e}_y + q_{Iz}\,\boldsymbol{e}_z$$

여기서 y_0와 z_0는 깃 단면의 일반적인 질점의 좌표이고 $g\boldsymbol{k}_I$는 중력성분으로 관성좌표계의 z성분이다.

가속도식에서 각각의 항에 대한 자세한 전개는 참고문헌[12]에 있다.

2.4.3 주 회전익 구조하중

주 회전익 깃 운동방정식에서 구조적인 하중계산 식은 플랩, 래그, 비틀림, 축방향 등에서 처짐을 갖는 균질, 등방성 보에 대하여 베르누이-오일러 보 이론을 이용하여 유도한다. 깃 단면 내에서 변형률 성분을 계산하기 위해서 변형률-변위 관계식을 이용한다. 깃 단면상의 임의의 점에서 변형률 성분은 다음과 같다.[12]

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{G}_x \cdot \boldsymbol{G}_x - 1) \tag{2-76}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{G}_y \cdot \boldsymbol{G}_y - 1) \tag{2-77}$$

$$\varepsilon_{zz}=\frac{1}{2}(\mathbf{G}_z\cdot\mathbf{G}_z-1) \tag{2-78}$$

$$\varepsilon_{xy}=\frac{1}{2}(\mathbf{G}_x\cdot\mathbf{G}_y) \tag{2-79}$$

$$\varepsilon_{xz}=\frac{1}{2}(\mathbf{G}_x\cdot\mathbf{G}_z) \tag{2-80}$$

$$\varepsilon_{yz}=\frac{1}{2}(\mathbf{G}_y\cdot\mathbf{G}_z) \tag{2-81}$$

여기서 $\mathbf{G}_x$, $\mathbf{G}_y$, $\mathbf{G}_z$는 허브에 대한 변형 깃 단면상의 일반적인 점의 위치벡터인 $\mathbf{R}_b$의 공간도함수를 나타낸다. 깃 단면이 강체라는 조건하에 $\mathbf{G}_x$, $\mathbf{G}_y$, $\mathbf{G}_z$는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_x=\frac{\partial \mathbf{R}_b}{\partial x}&=(1+u_{,x})\,\mathbf{e}_x+v_{,x}\,\mathbf{e}_y+w_{,x}\,\mathbf{e}_z+y_0(-\kappa_y\,\mathbf{e}'_x+\tau\,\mathbf{e}'_z)\\&\quad+z_0(-\kappa_z\,\mathbf{e}'_x+\tau\,\mathbf{e}'_y)\end{aligned} \tag{2-82}$$

$$\mathbf{G}_y=\frac{\partial \mathbf{R}_b}{\partial y}=\mathbf{e}'_y \tag{2-83}$$

$$\mathbf{G}_z=\frac{\partial \mathbf{R}_b}{\partial y}=\mathbf{e}'_z \tag{2-84}$$

여기서 κ_y와 κ_z는 깃 곡률이고 τ는 변형 깃 단면의 탄성비틀림으로 다음과 같이 주어진다.

$$\kappa_y=-\mathbf{e}'_x\cdot\mathbf{e}'_{y,x}=-(S_{11}S_{21,x}+S_{12}S_{22,x}+S_{13}S_{23,x}) \tag{2-85}$$

$$\kappa_z=-\mathbf{e}'_x\cdot\mathbf{e}'_{z,x}=-(S_{11}S_{31,x}+S_{12}S_{32,x}+S_{13}S_{33,x}) \tag{2-86}$$

$$\tau=-\mathbf{e}'_y\cdot\mathbf{e}'_{y,x}=-(S_{21}S_{21,x}+S_{22}S_{22,x}+S_{23}S_{23,x}) \tag{2-87}$$

응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} \tag{2-88}$$

여기서 탄성이론에 의해 선형탄성이고 등방성 재료에 대해 Q는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[Q] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \tag{2-89}$$

여기서 E는 재료의 탄성계수이고 ν는 프와송비 이다.

마지막으로 응력-작용하중 관계는 깃 단면에서 구조적인 하중을 낳는다.

(2-90)

(2-91)

$$d = y_0' e_y + z_0' e_z \tag{2-92}$$

$$t = \sigma_{xx}' e_x + \tau_{xy}' e_y + \tau_{xz}' e_z \tag{2-93}$$

깃 운동방정식을 변형없는 원추 깃 좌표계에서 나타내었다. 그렇지만 구조연산자들은 변형 깃 좌표계에서 나타냈으므로 구조적인 절점 하중들을 계산하기 위해 변형없는 원추 깃 좌표계로 변환해야 한다. 플랩, 래그, 비틀림 운동방정식 등과 관련된 연산자 들은 다음과 같다.

$$p_{Sy}=[M_{z,x}+S_{13,x}M_x+(S_{23,x}-S_{13}S_{21,x})M_y-S_{32}M_{y,x}]_{,x} \quad (2\text{-}94)$$

$$p_{Sz}=[M_{y,x}+S_{12,x}M_x+(S_{32,x}-S_{12}S_{31,x})M_z-S_{23}M_{z,x}]_{,x} \quad (2\text{-}95)$$

$$p_{Sx}=M_{x,x}+(S_{21,x}+S_{13}S_{23,x})M_y-(S_{31,x}+S_{12}S_{32,x})M_z \quad (2\text{-}96)$$

절점 구중하중 벡터 식은 깃 길이방향좌표에 대해 구조연산자들의 도함수를 요구한다. 필요한 연산자들은 다음과 같다.

$$p''_{Sy}=M_z-S_{32}M_y \quad (2\text{-}97)$$

$$p''_{Sz}=-(M_y-S_{23}M_z) \quad (2\text{-}98)$$

$$p'_{Sy}=-S_{13,x}M_x-(S_{23,x}-S_{13}S_{21,x})M_y-S_{32,x}M_y \quad (2\text{-}99)$$

$$p'_{Sz}=S_{12,x}M_x+(S_{32,x}-S_{12}S_{31,x})M_y+S_{23,x}M_y \quad (2\text{-}100)$$

$$q'_{Sx}=M_x \quad (2\text{-}101)$$

여기서 윗첨자 $()'$와 $()''$는 모드 하중에 대한 구조하중의 기여가 모드형상의 깃 길이방향좌표에 대한 1차와 2차 도함수 연산자로서 표현된다는 것을 나타낸다.

2.4.4 래그 감쇠기에 의한 하중

기구적인 래그감쇠기는 점성감쇠를 래그방향의 깃 운동으로 도입하여 모델링한다. 점성감쇠 모델은 비선형 힘-속도 관계를 가지므로 참고문헌[14]에 있는 표를 사용하여 수행하며 래그감쇠기는 깃 뿌리(힌지)에서 순수한 모멘트를 발생하는 것으로 고려한다. 감쇠기에서 발생된 모멘트 $\mathbf{M}_D$는 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_D=M_{Dx}\ \mathbf{e}_x+M_{Dy}\ \mathbf{e}_y+M_{Dz}\ \mathbf{e}_z \quad (2\text{-}102)$$

래그 감쇠기 모델에 대한 자세한 내용은 참고문헌[12]에 있다.

2.4.5 인장유도하중

원심하중들에 의한 깃 인장은 깃 하중에 대해 2가지 형태로 기여한다. 첫 번째 하중형태는 깃의 축방향 동력학에 기여하는 인장이다. 그렇지만 본 연구에서는 축방향 운동을 포함하지 않기 때문에 고려하지 않는다. 두 번째는 축방향 인장과 조합되어있는 깃 곡률로 인한 순수 굽힘 모멘트이다. 이와 같은 유효강성과 관계된 하중을 인장유도하중이라고 한다. 인장유도하중들은 다른 모든 분포하중들이 계산된 후에 계산될 것이다. 왜냐하면 깃 인장은 공기력, 관성력, 구조적인 하중 등에 의존하기 때문이다. 인장에 의해 유도된 분포하중들의 계산은 깃 끝에서 시작한다. 깃 끝에서 축방향 인장은 0이며 뿌리쪽으로 진행된다. 인장유도하중은 변형된 봉의 평형방정식을 토대로 계산한다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_{T'} &= TS_{12}\ \boldsymbol{e}_y + TS_{13}\ \boldsymbol{e}_z \\ &= p'_{Ty}\ \boldsymbol{e}_y + p'_{Tz}\ \boldsymbol{e}_z \end{aligned} \tag{2-103}$$

여기서 S_{12}과 S_{13}는 변형없는 원추 깃 좌표계에서 변형 깃 좌표계로 변환하는 행렬의 요소이다. T는 특정 깃 단면에서 인장하중이고 윗첨자 $()'$는 모드하중에 대한 인장유도하중의 기여가 모드형상의 깃 길이방향 좌표에 대한 1차 도함수의 연산자로서 표현된다는 것을 나타낸다.

2.4.6 유한요소해석

유한요소해석은 깃 길이방향 변수를 제거함으로써 깃의 지배운동방정식인 편미분방정식을 상미분방정식으로 변환하기 위해 사용된다. 유한요소 식은 가중잉여값들에 대한 갤러킨 방법을 기초로 하였다. 요소에서 절점 자유도를 Fig. 2.12에 제시하였다. 절점 자유도의 전체 수는 11개이다. 즉, 요소의 양끝에서 플랩과 래그굽힘에 의한 변위와 기울기가 8개, 요소 양끝과 중간에서 비틀림 회전 3개이다. Fig. 2.12에서 v는, 래그자유도, w는 플랩자유도, ϕ는 비틀림자유도를 각각 나타낸다.

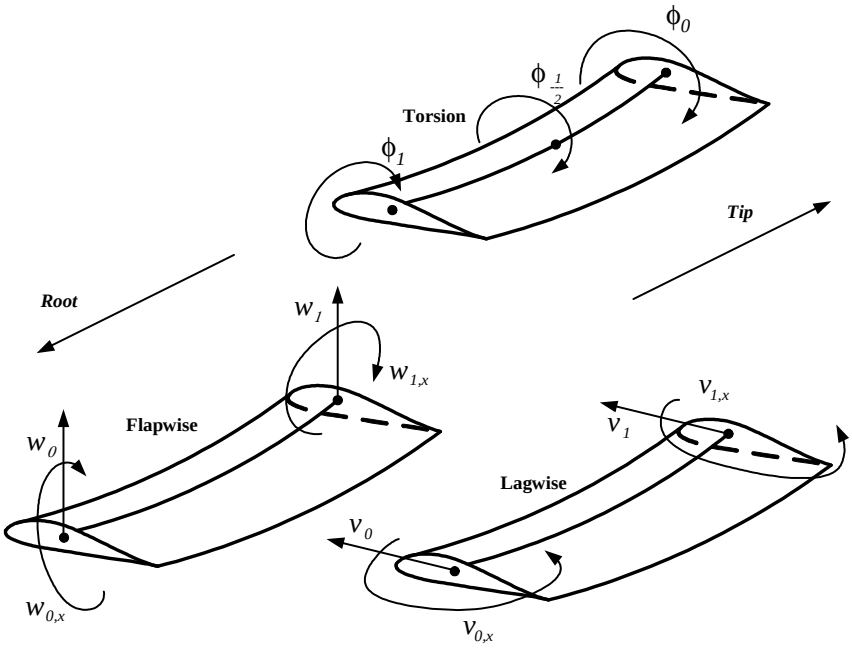

Fig. 2.12 Finite Element Nodes and Degrees of Freedom.

각각의 절점에서 래그자유도, 플랩자유도, 비틀림자유도는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{y}_v = [v_0 \quad v_{0,x} \quad v_1 \quad v_{1,x}]^T \tag{2-104}$$

$$\boldsymbol{y}_w = [w_0 \quad w_{0,x} \quad w_1 \quad w_{1,x}]^T \tag{2-105}$$

$$\boldsymbol{y}_\phi = [\phi_0 \quad \phi_{1/2} \quad \phi_1]^T \tag{2-106}$$

요소의 하첨자 0과 $0,x$는 요소 안쪽의 절점자유도를 나타내고 1과 $1,x$는 요소 바깥쪽의 절점 자유도를 나타내며 $1/2$는 요소 중간위치의 자유도를 나타낸다. i번째 요소에 대한 절점 자유도 벡터는 다음과 같이 나타낸다.

$$y_i = \begin{bmatrix} y_v \\ y_w \\ y_\phi \end{bmatrix} \tag{2-107}$$

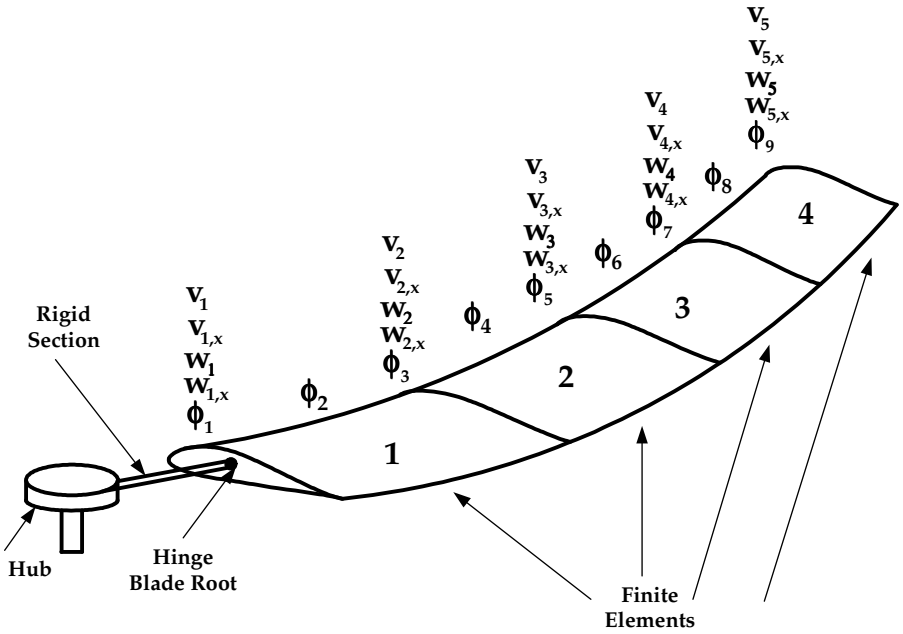

Fig. 2.13 Blade Degrees of Freedom using Four Finite Flements.

각각의 요소의 자유도는 전체 자유도로 결합된다. 유한요소수가 4개인 깃을 Fig. 2.13에 나타냈었다. 11개의 자유도를 가진 요소를 이용하면 깃에 대한 전체 자유도수 N_y는 다음과 같다.

$$N_y = (N_e + 1) \times 5 + N_e = 6N_e + 5 \tag{2-108}$$

여기서 N_e는 사용된 요소 수이다. 깃 뿌리의 구속조건을 적용하면 실제 자유도 수는 줄어든다. 관절형 회전익의 경우 안쪽 끝에서 플랩, 래그, 비틀림변위가

0이므로 $(v_1 = w_1 = \Phi_1 = 0)$ 전체 자유도수는 3개가 줄어든다. 무한지 회전익의 경우 $v_1 = v_{1,x} = w_1 = w_{1,x} = \Phi_1 = 0$이므로 전체 자유도 수는 5개가 줄어든다. 이 식들은 같은 크기의 요소들을 요구하지 않지만 요소들은 요소경계에서 적합성이 유지되도록 연속적인 보를 이루어야 한다. 절점 자유도 벡터 $\boldsymbol{y}_n$에 포함된 자유도는 다음 순서를 갖는다.

$$\boldsymbol{y}_n = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_n \\ \boldsymbol{w}_n \\ \boldsymbol{\Phi}_n \end{bmatrix} \tag{2-109}$$

여기서

$$\boldsymbol{v}_n = [\, v_0 \; v_{0,x} \; v_1 \; v_{1,x} \cdots v_{Ne} \; v_{Ne,x} \,]^T \tag{2-110}$$

$$\boldsymbol{w}_n = [\, w_0 \; w_{0,x} \; w_1 \; w_{1,x} \cdots w_{Ne} \; w_{Ne,x} \,]^T \tag{2-111}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_n = [\, \Phi_0 \; \Phi_1 \cdots \Phi_{Ne} \,]^T \tag{2-112}$$

요소내의 임의의 점에서 변위들과 비틀림은 절점 자유도로부터 Hermite 보간 다항식을 사용하여 계산할 수 있다. 따라서 플랩과 래그에 대해 다항식 또는 형상함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{H}_v(x_e) = \boldsymbol{H}_w(x_e) = \begin{bmatrix} 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 \\ \eta(1 - 2\eta + \eta^2)l \\ 3\eta^2 - 2\eta^3 \\ \eta(-\eta + \eta^2)l \end{bmatrix}^T \tag{2-113}$$

여기서 l는 요소길이, $\eta = x_e / l$는 x_e와 함께 요소 안쪽에서부터 요소 내 임의의 점 까지 무차원 거리이다. $\eta = 0$는 요소 안쪽 절점을 나타내고 $\eta = 1$는 요소 바깥쪽 절점을 나타낸다. 비틀림에 대한 형상함수는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{H}_\Phi(x_e) = \begin{bmatrix} 1 - 3\eta + 2\eta^2 \\ 4\eta - 4\eta^2 \\ -\eta + 2\eta^2 \end{bmatrix}^T \tag{2-114}$$

따라서 요소 내의 임의의 점 x_e에서 플랩, 래그, 비틀림 변위들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v(x_e) = \boldsymbol{H}_v(x_e)\ \boldsymbol{y}_v(t) \tag{2-115}$$

$$w(x_e) = \boldsymbol{H}_w(x_e)\ \boldsymbol{y}_w(t) \tag{2-116}$$

$$\phi(x_e) = \boldsymbol{H}_\phi(x_e)\ \boldsymbol{y}_\phi(t) \tag{2-117}$$

여기서 $\boldsymbol{y}_v(t)$ $\boldsymbol{y}_w(t)$ $\boldsymbol{y}_\phi(t)$는 절점 변위 등을 나타낸다. 이 식들을 사용하면 깃 길이방향 위치와 시간에 대한 각각의 변위 도함수들은 쉽게 찾을 수 있다. 이것은 형상함수가 단지 깃 길이방향 위치의 함수이고 절점 변위가 시간의 함수라는 사실로부터 나온다. 그러므로 깃 길이방향 위치에 대한 도함수는 형상함수의 미분만을 요구한다. 또한 시간에 대한 도함수는 절점 자유도의 미분만을 요구한다. 깃 길이방향 좌표에 대한 Hermite 보간 다항식의 미분은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{H}_{v,x}(x_e) = \boldsymbol{H}_{w,x}(x_e) = \frac{1}{l}\begin{bmatrix} -6\eta + 6\eta^2 \\ (1 - 4\eta + 3\eta^2)l \\ 6\eta - 6\eta^2 \\ (-2\eta + 3\eta^2)l \end{bmatrix}^T \tag{2-118}$$

$$\boldsymbol{H}_{v,xx}(x_e) = \boldsymbol{H}_{w,xx}(x_e) = \frac{1}{l^2}\begin{bmatrix} -6 + 12\eta \\ (-4 + 6\eta)l \\ 6 - 12\eta \\ (-2 + 6\eta)l \end{bmatrix}^T \tag{2-119}$$

$$\boldsymbol{H}_{\phi,x}(x_e) = \frac{1}{l}\begin{bmatrix} -3 + 4\eta \\ 4 - 8\eta \\ -1 + 4\eta \end{bmatrix}^T \tag{2-120}$$

이 식들을 이용하면 깃 길이방향 위치에 대한 변위들의 도함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_{,x}(x_e) = \boldsymbol{H}_{v,x}(x_e)\ \boldsymbol{y}_v(t) \tag{2-121}$$

$$v_{,xx}(x_e) = \boldsymbol{H}_{v,xx}(x_e)\ \boldsymbol{y}_v(t) \tag{2-122}$$

$$w_{,x}(x_e) = \boldsymbol{H}_{w,x}(x_e)\ \boldsymbol{y}_w(t) \tag{2-123}$$

$$w_{,xx}(x_e) = \boldsymbol{H}_{w,xx}(x_e) \quad \boldsymbol{y}_w(t) \tag{2-124}$$

$$\phi_{,x}(x_e) = \boldsymbol{H}_{\phi,x}(x_e) \quad \boldsymbol{y}_\phi(t) \tag{2-125}$$

유사한 방법으로 시간에 대한 변위도함수는 다음과 같다.

$$\dot{v}(x_e) = \boldsymbol{H}_v(x_e) \quad \dot{\boldsymbol{y}}_v(t) \tag{2-126}$$

$$\ddot{v}(x_e) = \boldsymbol{H}_v(x_e) \quad \ddot{\boldsymbol{y}}_v(t) \tag{2-127}$$

$$\dot{w}(x_e) = \boldsymbol{H}_w(x_e) \quad \dot{\boldsymbol{y}}_w(t) \tag{2-128}$$

$$\ddot{w}(x_e) = \boldsymbol{H}_w(x_e) \quad \ddot{\boldsymbol{y}}_w(t) \tag{2-129}$$

$$\dot{\phi}(x_e) = \boldsymbol{H}_\phi(x_e) \quad \dot{\boldsymbol{y}}_\phi(t) \tag{2-130}$$

$$\ddot{\phi}(x_e) = \boldsymbol{H}_\phi(x_e) \quad \ddot{\boldsymbol{y}}_\phi(t) \tag{2-131}$$

변위들과 도함수들은 깃에 대하여 분포된 공기력, 관성력, 인장력, 구조적인 하중 등의 계산에서 사용된다. 또한 래그감쇠기에 의한 모메트 계산에서도 사용된다. 그러므로 깃 길이방향을 따라 임의의 점에서 분포된 깃 하중도 계산될 수 있다. 분포된 절점 하중들은 변위량 들을 사용하여 계산된다.

갤러킨 유한요소법을 토대로 요소의 관성하중벡터는 다음과 같이 계산된다.

(2-132)

여기서 p_{Iy}, p_{Iz}, q_{Ix}는 각각 분포관성하중 $\boldsymbol{p}_I$와 $\boldsymbol{q}_I$의 성분이다. 따라서 i번째 요소에 대한 분포 절점 관성하중벡터는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{p}_{Ii} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{Iiv} \\ \boldsymbol{p}_{Iiw} \\ \boldsymbol{p}_{I\phi i} \end{bmatrix} \tag{2-133}$$

여기서 $\boldsymbol{p}_{Iiv}$, $\boldsymbol{p}_{Iiw}$, $\boldsymbol{p}_{I\phi i}$는 각각 래그, 플랩, 비틀림 자유도에 대한 요소의 절점 관성하중벡터이다. 래그, 플랩하중에 대한 개별적인 절점 관성하중벡터는 다음과

같다.

(2-134)

(2-135)

여기서 하첨자 0는 요소 안쪽절점에서 힘을 나타내고 $0,x$는 요소 안쪽절점에서 모멘트를 나타낸다. 1는 요소 바깥절점에서 힘을 나타내고 과 $1,x$는 요소 바깥절점에서 모멘트를 나타낸다. 비틀림 하중에 대해서 절점 관성하중벡터는 다음과 같다.

(2-136)

여기서 $1/2$는 요소 중간위치의 하중을 나타낸다. i번째 요소와 관련된 절점 공력하중은 다음과 같다.

(2-137)

여기서 p_{Ay}, p_{Az}, q_{Ax}는 변형없는 깃 좌표계에서 깃 단면 공력하중 $\boldsymbol{p}_A$와 $\boldsymbol{q}_A$의 성분이다. 분포공력하중은 식(2.65)와 식(2.66)에 있다. 절점 공력하중벡터의 요소 배열는 절점 관성하중벡터의 요소배열과 같다. i번째 요소와 관련된 절점 구조적인하중은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{p}_{Si}=\int_0^{l_i}\begin{Bmatrix} p'_{Sy}\ \boldsymbol{H}_{v,x}(x_e)+p''_{Sy}\ \boldsymbol{H}_{v,xx}(x_e) \\ p'_{Sz}\ \boldsymbol{H}_{w,x}(x_e)+p''_{Sz}\ \boldsymbol{H}_{w,xx}(x_e) \\ q_{Sx}\ \ \boldsymbol{H}_{\phi}(x_e)+q'_{Sx}\ \boldsymbol{H}_{\phi,x}(x_e) \end{Bmatrix} dx \tag{2-138}$$

여기서 p'_{Sy}, p''_{Sy}, p'_{Sz}, p''_{Sz}, q_{Sx}, q'_{Sx}등은 구조 연산자들로 변형없는 원추 깃 좌표계에서 정의 되었었다.(2.4.3절) 절점 구조하중벡터의 요소 배열은 절점 관성하중벡터의 요소배열과 같다. 마지막으로 i번째 요소와 관련된 절점 인장유도하중은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{p}_{Ti}=\int_0^{l_i}\begin{Bmatrix} p'_{Ty}\ \boldsymbol{H}_{v,x}(x_e) \\ p'_{Tz}\ \boldsymbol{H}_{w,x}(x_e) \\ 0 \end{Bmatrix} dx \tag{2-139}$$

분포 인장유도하중은 (식 2.103)에 있다. 절점 인장유도하중벡터의 요소 배열은 절점 관성하중벡터의 요소배열과 같다.

깃 요소 각각에 대해 절점하중벡터를 얻기 위해 분포하중 적분을 수행해야 한다. 일반적으로 8점 가우시안 적분공식을 이용하여 수치적으로 적분을 수행한다. 그러므로 깃에 대하여 가우시안 점들의 총 수는 $8N_e$개 이다. 일단 깃이 N_e개 요소들로 나누어지면 가우시안 점들은 변하지 않는다.

요소의 절점 하중벡터에 대한 기여의 마지막 부분은 래그 감쇠기에 의해 만들어지는 모멘트와 관련 있다. 래그 감쇠기는 가장 안쪽요소의 안쪽 끝에 집중모멘트 $\boldsymbol{M}_D$가 가해지는 것으로 모델링 된다. 이 모메트는 변형없는 원추 깃 좌표계에서 절점 하중벡터에 직접 적용된다.

$$\boldsymbol{p}_{D1}=[0\ M_{Dy}\ 0\ 0\ 0\ M_{Dz}\ 0\ 0\ M_{Dx}\ 0\ 0\ ]^T \tag{2-140}$$

여기서 하첨자 $()_1$는 절점하중벡터가 가장 안쪽요소의 안쪽에만 작용한다는 것을 나타내고 M_{Dy}, M_{Dz}, M_{Dx}등은 모멘트의 성분들을 나타낸다.

2.4.7 깃 모드 형상

깃 모드 형상을 토대로 한 모드 좌표변환은 회전익 자유도 수를 줄이기 위해 수행된다. 이 깃 모드형상들과 대응되는 고유진동수들은 감쇠 없이 진공에서 회전하는 깃을 이용하여 계산한다. 모드형상들과 고유진동수들을 결정하는 문제는 다음과 같다.

$$[\bar{M}]\ddot{y}_n+[\bar{K}]y_n=0 \tag{2-141}$$

여기서 $[\bar{M}]$는 질량 행렬의 선형부분, $[\bar{K}]$는 강성 행렬의 선형부분, y_n는 유한요소모델의 절점 변위벡터이다. 일반적으로 질량행렬과 강성행렬은 비선형이고 명확하게 구성되지 않으므로 유한차분근사를 이용하여 선형행렬로 만든다.

관성, 구조, 인장하중 등은 깃 변위의 비선형함수 이므로 수치해석을 토대로 계산을 수행한다. 질량행렬의 선형부분 계산은 깃에 작용하는 관성하중들로부터 얻어진다. 깃에 작용하는 절점 관성하중벡터는 다음과 같다.

$$p_I=\begin{bmatrix} p_{I_v} \\ p_{I_w} \\ p_{I_\phi} \end{bmatrix} \tag{2-142}$$

$$p_{I_v}=[\,p_{I_{v1}}\,p_{I_{v1,x}}\,p_{I_{v2}}\,p_{I_{v2,x}}\cdots p_{I_{vN_e+1}}\,p_{I_{vN_e+1,x}}\,]^T \tag{2-143}$$

$$p_{I_w}=[\,p_{I_{w1}}\,p_{I_{w1,x}}\,p_{I_{w2}}\,p_{I_{w2,x}}\cdots p_{I_{wN_e+1}}\,p_{I_{wN_e+1,x}}\,]^T \tag{2-144}$$

$$p_{I_\phi}=[\,p_{I_{\phi1}}\,p_{I_{\phi2}}\cdots p_{I_{\phi2N_e+1}}\,]^T \tag{2-145}$$

질량행렬의 i번째 열은 각각의 변위에 대한 i번째 절점 가속도벡터 성분만 미소 변화시켜서 얻는다. 깃 관성하중벡터 식(2.142)이 $\bar{p}(\ddot{y}_n,\ \dot{y}_n,\ y_n)$로 표현된다면 질량행렬의 i번째 열의 계산은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_i=\frac{\bar{p}(\ddot{y}_i,0,0)-\bar{p}(0,0,0)}{\delta} \tag{2-146}$$

여기서 $\ddot{y}_i=\delta\, e_i$에서 δ는 미소변화크기, e_i는 i번째 요소에서 임의의 한 개만을

포함하는 벡터이고 나머지 요소는 0이다. 절점 가속도 벡터에 대한 각각의 요소를 미소 변화시켜서 해당되는 열을 얻어 전체 질량행렬을 구성한다. 강성행렬은 구조적, 관성, 인장하중 등에 의한 기여들을 조합하여 얻는다. 구조적 하중들과 인장유도 하중들에 대한 절점 하중벡터들은 관성 절점 하중벡터들과 같은 방법으로 계산한다(식(2.142) ~ 식(2.145)). 강성행렬의 i번째 열은 절점 변위벡터의 i번째 성분을 미소 변화시켜서 얻는다.

$$K_i = \frac{p_x(0,0,y_i) - p_x(0,0,0)}{\delta} + \frac{p_y(0,0,y_i) - p_y(0,0,0)}{\delta} + \frac{p_z(0,0,y_i) - p_z(0,0,0)}{\delta} \tag{2-147}$$

깃 모드 형상들은 다음 고유치 방정식을 풀어서 계산한다.

$$\omega^2 [M] \bar{y}_n + [K] \bar{y}_n = 0 \tag{2-148}$$

여기서 $\bar{y}_n$는 모드변환행렬 $[V]$의 열을 형성하는 고유벡터들이다. i번째 고유진동수 ω_i에 대한 i번째 고유벡터는 i번째 모드를 나타낸다. 고유벡터들을 살펴보면 몇 가지 경우에 모드형상 자체에서 유연 깃 모드의 고유연성특성을 나타내는 플랩, 래그, 비틀림의 조합이 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 가장 지배적인 깃 끝 모드응답에 의존하는 각각의 모드를 정의하는 것이 관례이다. 즉, 플랩 또는 래그 또는 비틀림 자유도인지를 정의해야 한다. 그러므로 w_{tip}이 가장 큰 모드형상 성분인 임의의 모드는 플랩모드로 식별된다. v_{tip}이 가장 큰 모드형상 성분이면 그 모드는 래그모드로 식별되고 ϕ_{tip}이 가장 큰 모드형상 성분이면 그 모드는 비틀림 모드로 식별된다. 이러한 정의들은 엄격한 것이 아니다. 왜냐하면 모든 깃 모드들이 일반적으로 연성되어 플랩, 래그, 비틀림 성분들을 포함하기 때문이다. 이것에 대한 예외는 관절형 회전익의 가장 낮은 진동수의 플랩, 래그 모드 등이다. 이 모드들은 강체모드들이고 대응하는 자유도는 변위들에 대해 깃

길이방향을 따라 선형분포를 갖는다. 모드형상 등은 지배적인 변위량인 깃 끝 처짐을 1이 되도록 한다. 이러한 방법을 이용하면 깃 끝 처짐의 RMS값은 항상 1보다 크거나 같게 된다.

$$(w_{tip}^2 + v_{tip}^2 + \Phi_{tip}^2)^{\frac{1}{2}} \geq 1 \tag{2-149}$$

2.4.8 모드 좌표변환

깃 운동을 나타내는 절점 자유도 전체수는 $N_D = 5 + 6N_e$인데 N_D는 회전익 깃 동역학을 나타내는 2차 상미분방정식의 결과이다. 자유도 수와 방정식 수를 줄이기 위해 모드좌표변환이 사용된다. 유한요소 자유도벡터 $\vec{y}_n$는 모드좌표 변환 행렬 $[\vec{V}]$와 모드계수들의 벡터 $\vec{q}$의 곱으로 나타낸다.

$$\vec{y}_n = [\vec{V}]\vec{q} \tag{2-150}$$

$[\vec{V}]$의 열은 깃의 정규모드를 포함한다. 그러므로 N_m모드 등이 모드좌표변환에 사용된다면 행렬 $[\vec{V}]$는 N_D행을 가지며 N_m열을 가진다. 일반적으로 $N_m \ll N_D$이다. $\vec{q}$는 깃의 일반화된 좌표벡터이다. 주 회전익 깃 모드형상들에 대한 계산을 제외하면 유한요소 자유도벡터 $\vec{y}_n$는 명확하게 나타낼 수가 없다. 대신에 각 요소에 대한 자유도들을 추출한다.

$$\vec{y}_i = [\vec{V}_i]\vec{q} \tag{2-151}$$

$\vec{y}_i$는 i번째 요소의 자유도를 포함하고 $[\vec{V}_i]$는 i번째 요소에 해당되는 행렬 $[\vec{V}]$의 부분행렬이다. 식(2.132)와 식(2.137)~식(2.139)에 정의된 각 요소에 대한 절점 하중벡터를 자유도 수를 줄이는데 사용한 방법과 같은 방법으로 모드좌표변환을 이용하여 모드하중벡터로 변환한다. 요소의 절점하중벡터를 모드하중벡터로 변환은 다음과 같다.

$$f_A = \sum_{i=1}^{N_e} [V_i]^T p_{Ai} \tag{2-152}$$

$$f_I = \sum_{i=1}^{N_e} [V_i]^T p_{Ii} \tag{2-153}$$

$$f_S = \sum_{i=1}^{N_e} [V_i]^T p_{Si} \tag{2-154}$$

$$f_T = \sum_{i=1}^{N_e} [V_i]^T p_{Ti} \tag{2-155}$$

$$f_D = \sum_{i=1}^{N_e} [V_i]^T p_{Di} \tag{2-156}$$

절점하중벡터들의 이러한 변환은 깃 동력학을 나타내는 지배방정식을 만든다. 이 상미분 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$0 = f_A + f_I + f_S + f_T + f_D \tag{2-157}$$

여기서 모드방정식 등의 전체 수는 깃 수 N_b와 모드좌표변환에서 사용된 모드 형상 수 N_m의 곱이 된다.

2.5 헬리콥터 운동방정식

헬리콥터 비선형운동방식은 기체축 좌표계에서 유도된다.

$$X = m(\dot{u} + qw - rv + g\sin\Theta_f) \tag{2-158}$$

$$Y = m(\dot{v} + ru - pw - g\cos\Theta_f \sin\Phi_f) \tag{2-159}$$

$$Z = m(\dot{w} + pv - qu - g\cos\Theta_f \cos\Phi_f) \tag{2-160}$$

$$\begin{aligned} L = {} & I_{xx}\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{xz}\dot{r} - I_{yz}(q^2 - r^2) \\ & - I_{xz}pq + I_{xy}pr - (I_{yy} - I_{zz})qr \end{aligned} \tag{2-161}$$

$$\begin{aligned} M = {} & I_{yy}\dot{q} - I_{xy}\dot{p} - I_{yz}\dot{r} - I_{xz}(r^2 - p^2) \\ & - I_{xy}qr + I_{yz}pq - (I_{zz} - I_{xx})pr \end{aligned} \tag{2-162}$$

$$\begin{aligned} N = {} & I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} - I_{yz}\dot{q} - I_{xy}(p^2 - q^2) \\ & - I_{yz}pr + I_{xz}qr - (I_{xx} - I_{yy})pq \end{aligned} \tag{2-163}$$

위 식의 좌변은 헬리콥터 무게중심에 가해진 외부 힘과 모멘트로 주 회전익과 꼬리회전익으로부터 발생되는 힘과 모멘트도 포함된다. 우변은 작용하중에 대한 응답으로 기체의 강체운동을 나타낸다. m는 주 회전익 깃 질량을 뺀 전체 헬리콥터 질량이다. 주 회전익 깃 질량은 주 회전익 관성하중에 대한 방정식에서 gk_I 항으로 포함되었다. I_{xx}는 주 회전익 깃을 뺀 헬리콥터 관성모멘트 이다. 주 회전익 질량과 관성모멘트에 의한 하중은 기체의 선형가속도와 각가속도에 의존하고 식(2.158)~식(2.163)의 좌변에서 기체의 무게중심에 작용한 힘들과 모멘트들로 고려된다. 작용한 힘들과 모멘트들은 주 회전익, 꼬리회전익, 동체, 미부에 의한 모든 기여의 합이다.

$$X = X_{mr} + X_{tr} + X_f + X_V + X_H \tag{2-164}$$

$$Y = Y_{mr} + Y_{tr} + Y_f + Y_V + Y_H \tag{2-165}$$

$$Z = Z_{mr} + Z_{tr} + Z_f + Z_V + Z_H \tag{2-166}$$

$$L = L_{mr} + L_{tr} + L_f + L_V + L_H \tag{2-167}$$

$$M = M_{mr} + M_{tr} + M_f + M_V + M_H \tag{2-168}$$

$$N = N_{mr} + N_{tr} + N_f + N_V + N_H \tag{2-169}$$

여기서 하첨자 mr, tr, f, V, H 등은 각각 주 회전익, 꼬리회전익, 동체, 수직꼬리, 수평꼬리등에서 발생된 하중을 나타낸다. 헬리콥터 각속도와 오일러 각사이의 운동학적 관계는 다음과 같다.

$$\dot{\Phi}_f = p + q \tan\Theta_f \sin\Phi_f + r \tan\Theta_f \cos\Psi_f \tag{2-170}$$

$$\dot{\Theta}_f = q \cos\Phi_f - r \sin\Phi_f \tag{2-171}$$

$$\dot{\Psi}_f = r \frac{\cos\Psi_f}{\cos\Theta_f} + q \frac{\sin\Phi_f}{\cos\Theta_f} \tag{2-172}$$

2.5.1 주 회전익 하중

주 회전익으로부터 기체에 기여되는 하중은 주 회전익의 공기력과 관성력이다. 분포 공력하중과 관성하중을 깃 길이방향을 따라 적분하면 관절형 회전익에 대해 힌지에서 하중을 구할 수 있다. 주 회전익 깃 운동방정식이 변형없는 원추 깃 좌표계에서 유도 되었으므로 적분된 하중은 이 좌표계에서 나타내진다.

$$\boldsymbol{F}_r = \int_e^1 (\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_I)\, dx_0 \tag{2-173}$$

$$\boldsymbol{M}_r = \int_e^1 \boldsymbol{R}_c \times (\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_I)\, dx_0 + \boldsymbol{M}_D \tag{2-174}$$

여기서 $\boldsymbol{M}_D$, $\boldsymbol{p}_A$, $\boldsymbol{p}_I$ 등은 앞 절에서 정의 되었다. 이 하중들은 관절형 회전익 형상에 대해 힌지에 원점을 둔 회전좌표계에서 계산된다.

무힌지 회전익형상에 대해서 허브에 원점을 둔 회전좌표계에서 계산된다.(힌지 옵셋 e가 0인 경우) $\boldsymbol{R}_c$는 허브에 대한 변형 깃의 탄성축 위의 임의의 점 위치벡터이다.

$$\boldsymbol{R}_c = x_0\, \boldsymbol{e}_x + u'\, \boldsymbol{e}_x + v'\, \boldsymbol{e}_y + w'\, \boldsymbol{e}_z \tag{2-175}$$

주 회전익 하중들은 기체축 좌표계로 변환되어야 한다. 이 변환은 회전익 형상에 의존한다. 관절형 회전익 형상에 대해 플랩, 래그모멘트 등이 힌지를 통해 전달되지 않기 때문이다. 무힌지 형상에 대해 주 회전익 단일 깃에 대한 힘과 모멘트를 기체의 무게중심에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{F}_{mr}=\begin{bmatrix}X_{mr}\\Y_{mr}\\Z_{mr}\end{bmatrix}=[\ C_{s/b}]^{-1}[\ C_{r/s}]^{-1}[\ C_{p/r}]^{-1}\begin{bmatrix}\int_0^1(p_{Ax}+p_{Ix})dx_0\\\int_0^1(p_{Ay}+p_{Iy})dx_0\\\int_0^1(p_{Az}+p_{Iz})dx_0\end{bmatrix} \tag{2-176}$$

$$\boldsymbol{M}_{mr}=\begin{bmatrix}L_{mr}\\M_{mr}\\N_{mr}\end{bmatrix}=[\ C_{s/b}]^{-1}[\ C_{r/s}]^{-1}[\ C_{p/r}]^{-1}\begin{bmatrix}\int_0^1(q_{Ax}+q_{Ix})dx_0+M_{Dx}\\\int_0^1(q_{Ay}+q_{Iy})dx_0+M_{Dy}\\\int_0^1(q_{Az}+q_{Iz})dx_0+M_{Dz}\end{bmatrix}$$

$$+[\ C_{s/b}]^{-1}[\ C_{r/s}]^{-1}[\ C_{p/r}]^{-1}\left[\int_0^1\boldsymbol{R}_c\times(\boldsymbol{p}_A+\boldsymbol{p}_I)dx_0\right] \tag{2-177}$$

$$+\boldsymbol{R}_h\times\boldsymbol{F}_{mr}$$

여기서 $\boldsymbol{R}_h$는 기체의 무게중심에 대한 허브의 위치벡터이다.

관절형 형상에 대해 플랩방향과 래그방향에서 힌지를 통해 전달되는 공력모멘트와 관성모멘트는 없다. 주 회전익에 의해 발생되는 힘들은 깃의 탄성영역에 걸쳐 적분하여 얻는다. 단일 깃에 대한 힘과 모멘트를 기체의 무게중심에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{F}_{mr}=\begin{bmatrix}X_{mr}\\Y_{mr}\\Z_{mr}\end{bmatrix}=[C_{s/b}]^{-1}[C_{r/s}]^{-1}[C_{t/r}]^{-1}\begin{bmatrix}\int_e^1(p_{Ax}+p_{Dx})dx_0\\\int_e^1(p_{Ay}+p_{Dy})dx_0\\\int_e^1(p_{Az}+p_{Dz})dx_0\end{bmatrix} \tag{2-178}$$

$$\boldsymbol{M}_{mr}=\begin{bmatrix}L_{mr}\\M_{mr}\\N_{mr}\end{bmatrix}=[C_{s/b}]^{-1}[C_{r/s}]^{-1}[C_{t/r}]^{-1}\begin{bmatrix}M_{Dx}\\M_{Dy}\\\int_0^1(q_{Az}+q_{Dz})dx_0+M_{Dz}\end{bmatrix}$$

$$+[C_{s/b}]^{-1}[C_{r/s}]^{-1}[C_{t/r}]^{-1}[\boldsymbol{R}_c\times\boldsymbol{F}_{mr}]+\boldsymbol{R}_h\times\boldsymbol{F}_{mr} \tag{2-179}$$

위의 모멘트 식에 대해 첫 번째 항에서 래그감쇠기와 관련된 모멘트 항은 3축 방향에서 모든 성분이 존재하고 분포관성하중과 분포공력하중에 의한 피칭모멘트 요소만 힌지를 통해 허브로 전달된다. 두 번째 항은 회전좌표계에서 허브에 대한 힌지 위치벡터 $\boldsymbol{R}_c$를 고려함으로써 깃 힌지에서 하중을 허브에서 모멘트로 전달한다. 이때 $\boldsymbol{R}_c$는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{R}_c=e\,\boldsymbol{e}_x \tag{2-180}$$

세 번째 항은 기체의 무게중심에 대한 허브 위치벡터 $\boldsymbol{R}_h$를 고려함으로써 허브에서 하중을 기체의 무게중심에서 모멘트로 전달한다.

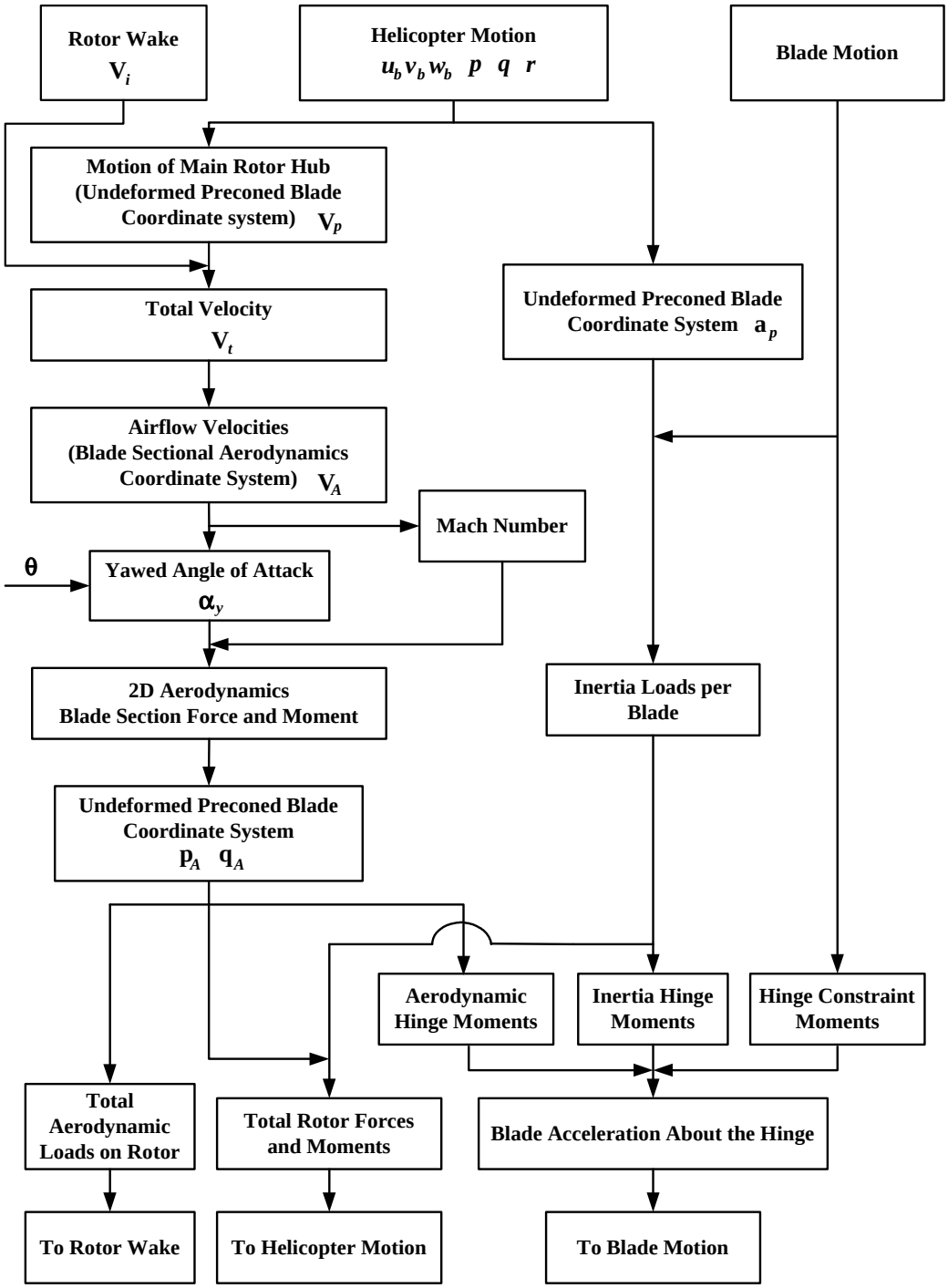

Fig. 2.14 Main Rotor Equation Flow.

2.5.2 동체 공력하중

동체에 작용하는 힘과 모멘트 등은 공기력에 의한 것이다. 동체에 대한 공력계수는 비선형 데이터 표로부터 얻는다.[14] 공력하중은 주 회전익 간섭을 고려한 수정인자와 함께 동체 공력 기준점에서 자유유동속도를 토대로 한다.

$$u_f = u + y_f r - z_f q + u_{in_f} \tag{2-181}$$

$$v_f = v + z_f p - x_f r + v_{in_f} \tag{2-182}$$

$$w_f = w + x_f q - y_f p + w_{in_f} \tag{2-183}$$

여기서 x_f, y_f, z_f는 기체의 무게중심에 대한 동체의 공력 기준점의 위치벡터 성분들이다. u_{in_f}, v_{in_f}, w_{in_f}은 주 회전익 후류, 깃 끝 속도, 후류휩쓸림각 등을 고려한 간섭속도이며 실험적인 결과를 토대로 한다. UH-60A에 대해 이 간섭속도 성분은 다음과 같다.

$$u_{in_f} = v_0 \, \mathrm{v}_{x_w}(\beta_{1c}, \chi) \tag{2-184}$$

$$v_{in_f} = 0 \tag{2-185}$$

$$w_{in_f} = v_0 \, \mathrm{v}_{z_w}(\beta_{1c}, \chi) \tag{2-186}$$

여기서 β_{1c}는 깃 끝 경로면의 종방향 기울기, v_0는 주 회전익 후류, χ는 주 회전익 후류 휩쓸림각이다.

$$\chi = \tan^{-1}\frac{u_s}{|v_0 - w_s|} + \beta_{1c} \tag{2-187}$$

여기서 u_s와 w_s는 구동축 좌표계에서 자유유동속도 성분이다. $\mathrm{v}_{x_w}(\beta_{1c}, \chi)$와 $\mathrm{v}_{z_w}(\beta_{1c}, \chi)$은 데이터 표로부터 구해진다.[14] 동체에서 받음각과 옆미끄럼각은 다음과 같다.

$$\alpha_f = \tan^{-1}\frac{w_f}{|u_f|} \tag{2-188}$$

$$\beta_f = \tan^{-1}\frac{v_f}{\sqrt{v_f^2 + w_f^2}} \tag{2-189}$$

받음각은 기수를 들때 양의 방향이고, 옆미끄럼각은 기수를 오른쪽으로 향할 때 양의 방향이다. 동체의 공력기준점에서 동압은 다음과 같다.

$$\bar{q}_f = \frac{1}{2}\rho(u_f^2 + v_f^2 + w_f^2) \tag{2-190}$$

UH-60A에 대한 비선형 동체 공력계수들은 바람축 좌표계에서 정의된다.

$$C_{Df} = C_{D_\alpha f}(\alpha_f) + C_{D_\beta}(\beta_f) \tag{2-191}$$

$$C_{Yf} = C_{Yf}(|\beta_f|) \tag{2-192}$$

$$C_{Lf} = C_{L_\alpha f}(\alpha_f) + C_{L_\beta}(-\beta_f) \tag{2-193}$$

$$C_{Rf} = -\frac{\beta_f}{|\beta_f|} C_{Rf}(|\beta_f|) \tag{2-194}$$

$$C_{Mf} = C_{M_\alpha f}(\alpha_f) - \frac{\beta_f}{|\beta_f|} C_{M_\alpha f}(|\beta_f|) \tag{2-195}$$

$$C_{Nf} = C_{Nf}(-\beta_f) \tag{2-196}$$

바람축 좌표계에서 무차원 동체 공력하중은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{F}_{uF} = -\bar{q}_f C_{Df}\, \boldsymbol{i}_f - \bar{q}_f C_{Yf}\, \boldsymbol{j}_f - \bar{q}_f C_{Lf}\, \boldsymbol{j}_f \tag{2-197}$$

$$\boldsymbol{M}_{uF} = -\bar{q}_f C_{Rf}\, \boldsymbol{i}_f - \bar{q}_f C_{Mf}\, \boldsymbol{j}_f - \bar{q}_f C_{Nf}\, \boldsymbol{k}_f \tag{2-198}$$

동체의 국부 바람축 좌표계에서 하중들을 기체축 좌표계로 변환할 때 동체의 공력기준점에서 동체받음각과 옆미끄럼각을 고려해야 한다. 변환행렬은 바람축 좌표계에서 기체축 좌표계로 변환되는 행렬과 유사하다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_b \\ \boldsymbol{j}_b \\ \boldsymbol{k}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{bf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_f \\ \boldsymbol{j}_f \\ \boldsymbol{k}_f \end{bmatrix} \tag{2-199}$$

$$[\ C_{bf}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha_f \cos\beta_f & \cos\alpha_f \sin\beta_f & -\sin\alpha_f \\ \sin\beta_f & \cos\beta_f & 0 \\ \sin\alpha_f \cos\beta_f & -\sin\alpha_f \sin\beta_f & \cos\alpha_f \end{bmatrix} \tag{2-200}$$

동체 공력하중들을 기체의 무게중심에서 나타내면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{F}_f = \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f \end{bmatrix} = [\ C_{bf}]\ \boldsymbol{F}_{wf} = [\ C_{bf}] \begin{bmatrix} -\bar{q}_f C_{Df} \\ -\bar{q}_f C_{Yf} \\ -\bar{q}_f C_{Lf} \end{bmatrix} \tag{2-201}$$

$$\boldsymbol{M}_f = \begin{bmatrix} L_f \\ M_f \\ N_f \end{bmatrix} = [\ C_{bf}]\ \boldsymbol{M}_{wf} + \boldsymbol{x}_f \times \boldsymbol{F}_f \tag{2-202}$$

여기서 $\boldsymbol{x}_f$는 기체의 무게중심에 대한 동체의 공력기준점의 위치벡터로 다음과 같다.

$$\boldsymbol{x}_f = x_f\ \boldsymbol{i}_b + y_f\ \boldsymbol{j}_b + z_f\ \boldsymbol{k}_b \tag{2-203}$$

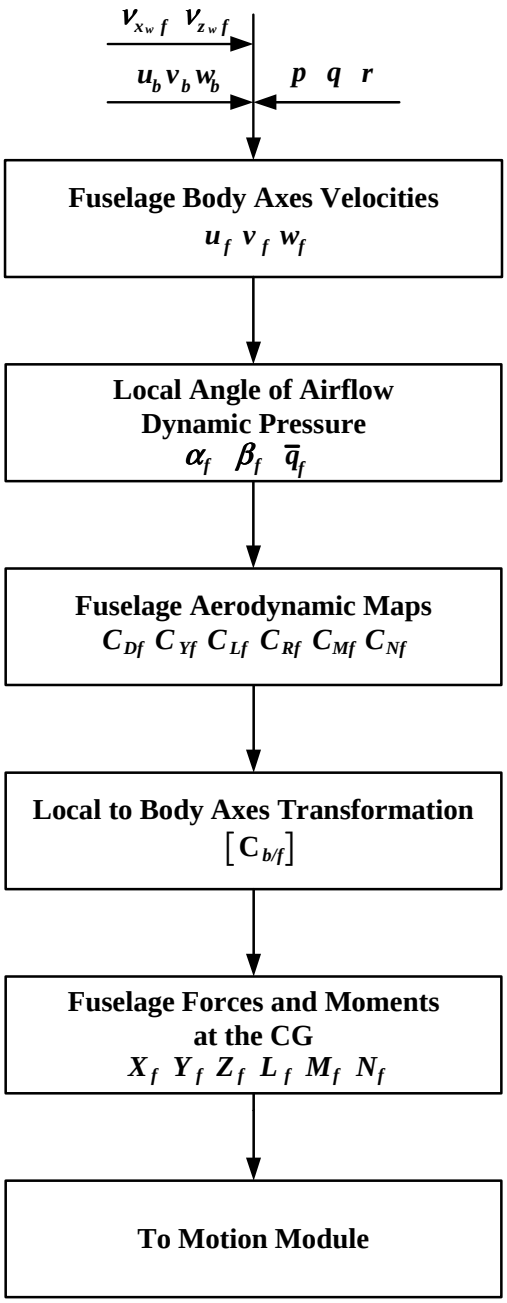

Fig. 2.15 Fuselage Equation Flow.

2.5.3 미부 공력하중

미부로부터 하중기여는 수평미익과 수직미익에 작용하는 공력하중이다. 이 공력하중은 수평미익과 수직미익의 공력기준점에서 합성속도를 기초로 하여 계산한다.

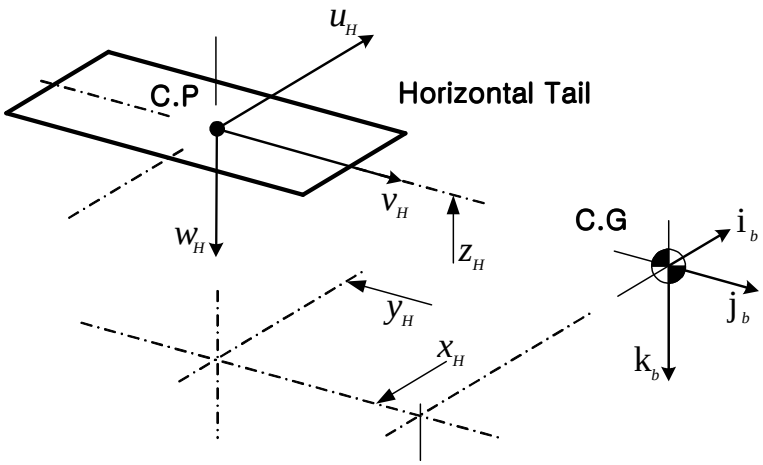

Fig. 2.16 Horizontal Tail Axes System.

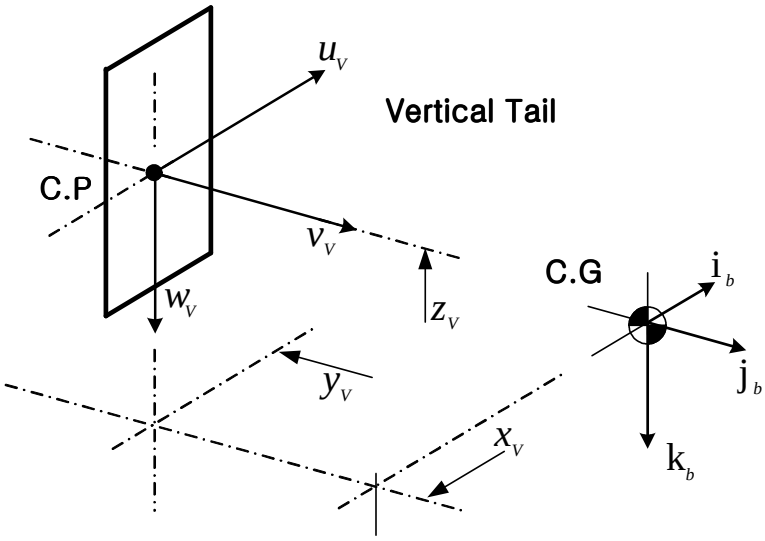

Fig. 2.17 Vertical Tail Axes System.

$$\boldsymbol{u}_H = K_H\ \boldsymbol{u}_b + \boldsymbol{x}_H \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u}_{in_H} \tag{2-204}$$

$$\boldsymbol{u}_V = K_V\ \boldsymbol{u}_b + \boldsymbol{x}_V \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u}_{in_V} \tag{2-205}$$

여기서 K_H와 K_V는 수평미익과 수직미익에서 동압손실의 크기를 정의하는 실험인자들이다. $\boldsymbol{x}_H \times \boldsymbol{\omega}$와 $\boldsymbol{x}_V \times \boldsymbol{\omega}$는 기체의 회전에 의한 속도성분들이고 $\boldsymbol{u}_{in_H}$와 $\boldsymbol{u}_{in_V}$는 주 회전익과 동체에 의한 간섭속도 성분이며 풍동시험을 통해서 얻는다. UH-60A에 대해서 간섭속도는 주 회전익후류 v_0, 깃 끝 속도, 회전익후류 휩쓸림각 χ 등의 비선형 함수이다.

$$\boldsymbol{u}_{in_H} = v_0 \mathrm{v}_{x_{wH}}(\beta_{1c}, \chi)\ \boldsymbol{i}_H + v_0 \mathrm{v}_{z_{wH}}(\beta_{1c}, \chi)\ \boldsymbol{k}_H \tag{2-206}$$

$$\boldsymbol{u}_{in_V} = v_0 \mathrm{v}_{x_{wV}}(\beta_{1c}, \chi)\ \boldsymbol{i}_V + v_0 \mathrm{v}_{z_{wV}}(\beta_{1c}, \chi)\ \boldsymbol{k}_V \tag{2-207}$$

여기서 함수 $\mathrm{v}_{x_{wH}}(\beta_{1c}, \chi)$, $\mathrm{v}_{z_{wH}}(\beta_{1c}, \chi)$, $\mathrm{v}_{x_{wV}}(\beta_{1c}, \chi)$, $\mathrm{v}_{z_{wV}}(\beta_{1c}, \chi)$등은 표 형태로 제공된다.[14] 미익에서 동압은 다음과 같다.

$$\bar{q}_H = \frac{1}{2}\rho(u_H^2 + v_H^2 + w_H^2) \tag{2-208}$$

$$\bar{q}_V = \frac{1}{2}\rho(u_V^2 + v_V^2 + w_V^2) \tag{2-209}$$

미익에서 받음각과 옆미끄럼각은 다음과 같다.

$$\alpha_H = \tan^{-1}\frac{w_H}{|u_H|} + \Theta_{0H} \tag{2-210}$$

$$\beta_H = \tan^{-1}\frac{v_H}{\sqrt{v_H^2 + w_H^2}} \tag{2-211}$$

$$\alpha_V = \tan^{-1}\frac{w_V}{|u_V|} \tag{2-212}$$

$$\beta_V = \tan^{-1}\frac{v_V}{\sqrt{v_V^2 + w_V^2}} \tag{2-213}$$

여기서 받음각은 기수를 들때 양의 방향, 옆미끄럼각은 기수가 오른쪽으로 향할 때 양의 방향이다. Θ_{0H}는 UH-60A에만 있는 수평미익의 가변피치각을 나타내며 비행속도함수로서 비행제어시스템에 의해 제어된다. 미부에 작용하는 공력하중 계산시 공력계수들은 국부 바람축 좌표계에서 주어진다.

$$C_{LH} = C_{LH}(\alpha_H) \tag{2-214}$$

$$C_{DH} = C_{DH}(|\alpha_H|) \tag{2-215}$$

$$C_{LV} = C_{LV}(\beta_V) \tag{2-216}$$

$$C_{DV} = C_{DV}(|\beta_V|) \tag{2-217}$$

수평미익과 수직미익의 국부 바람축 좌표계에서 공력하중은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{F}_{wH} = -C_{DH}\bar{q}_H S_H \boldsymbol{i}_H - C_{LH}\bar{q}_H S_H \boldsymbol{k}_H \tag{2-218}$$

$$\boldsymbol{F}_{wV} = -C_{DV}\bar{q}_V S_V \boldsymbol{i}_V - C_{LV}\bar{q}_V S_V \boldsymbol{j}_V \tag{2-219}$$

여기서 S_H와 S_V는 각각 수평미익 표면적과 수직미익 표면적을 나타낸다. 이 하중들은 기체축 좌표계로 변환되어야 한다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_b \\ \boldsymbol{j}_b \\ \boldsymbol{k}_b \end{bmatrix} = \left[C_{Hb} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_H \\ \boldsymbol{j}_H \\ \boldsymbol{k}_H \end{bmatrix} \tag{2-220}$$

$$C_{Hb} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_H - \Theta_{0H})\cos\beta_H & \cos(\alpha_H - \Theta_{0H})\sin\beta_H & -\sin(\alpha_H - \Theta_{0H}) \\ \sin\beta_H & -\cos\beta_H & 0 \\ \sin(\alpha_H - \Theta_{0H})\cos\beta_H & \sin(\alpha_H - \Theta_{0H})\sin\beta_H & \cos(\alpha_H - \Theta_{0H}) \end{bmatrix}$$

(2-221)

이 변환행렬을 이용하면 수평미익 공력하중을 기체의 무게중심으로 변환할 수 있다.

$$\boldsymbol{F}_H = \begin{bmatrix} X_H \\ Y_H \\ Z_H \end{bmatrix} = [\ C_{Hb}]^{-1}\ \boldsymbol{F}_{wH} \tag{2-222}$$

$$\boldsymbol{M}_H = \begin{bmatrix} L_H \\ M_H \\ N_H \end{bmatrix} = \boldsymbol{x}_H \times \boldsymbol{F}_H \tag{2-223}$$

$$\boldsymbol{x}_H = x_H\ \boldsymbol{i}_b + y_H\ \boldsymbol{j}_b + z_H\ \boldsymbol{k}_b \tag{2-224}$$

여기서 $\boldsymbol{x}_H$는 기체의 무게중심에 대한 수평미익 공력기준점의 위치벡터이다. 유사한 방법으로 수직미익에 대한 변환행렬과 공력하중을 기체의 무게중심에서 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_b \\ \boldsymbol{j}_b \\ \boldsymbol{k}_b \end{bmatrix} = [\ C_{Vb}]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_V \\ \boldsymbol{j}_V \\ \boldsymbol{k}_V \end{bmatrix} \tag{2-225}$$

$$C_{Vb} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_V \cos\beta_V & \cos\alpha_V \sin\beta_V & -\sin\alpha_V \\ \sin\beta_V & -\cos\beta_V & 0 \\ \sin\alpha_V \cos\beta_V & -\sin\alpha_V \sin\beta_V & \cos\alpha_V \end{bmatrix} \tag{2-226}$$

$$\boldsymbol{F}_V = \begin{bmatrix} X_V \\ Y_V \\ Z_V \end{bmatrix} = [\ C_{Vb}]^{-1}\ \boldsymbol{F}_{wV} \tag{2-227}$$

$$\boldsymbol{M}_V = \begin{bmatrix} L_V \\ M_V \\ N_V \end{bmatrix} = \boldsymbol{x}_V \times \boldsymbol{F}_V \tag{2-228}$$

$$\boldsymbol{x}_V = x_V\ \boldsymbol{i}_b + y_V\ \boldsymbol{j}_b + z_V\ \boldsymbol{k}_b \tag{2-229}$$

여기서 $\boldsymbol{x}_V$는 기체의 무게중심에 대한 수직미익 공력기준점의 위치벡터이다.

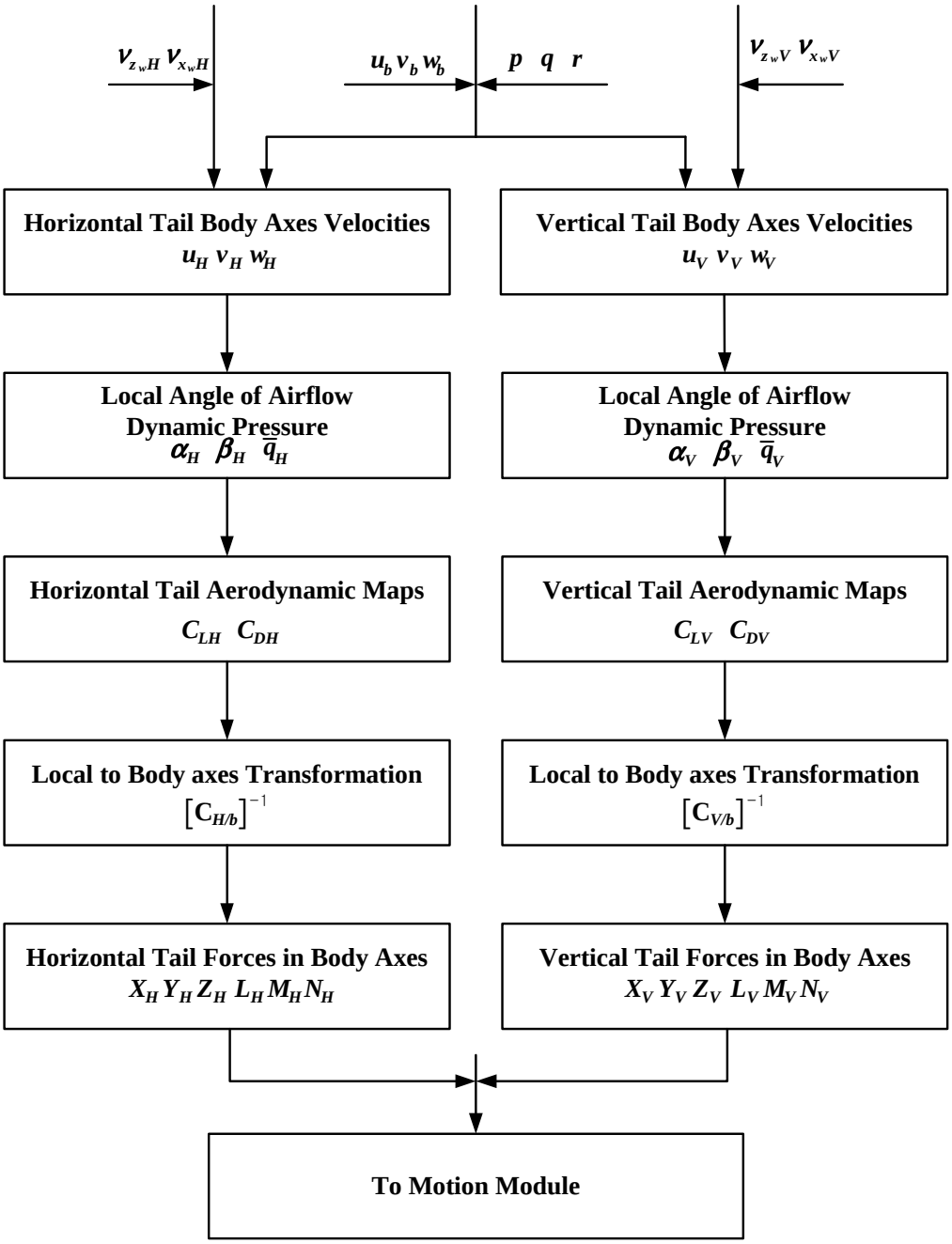

Fig. 2.18 Empennage Equation Flow.

2.5.4 꼬리 회전익 하중

꼬리 회전익은 단순화된 닫힌형태의 Bailey해의 수정에 토대를 두고 모델링한다.[12]

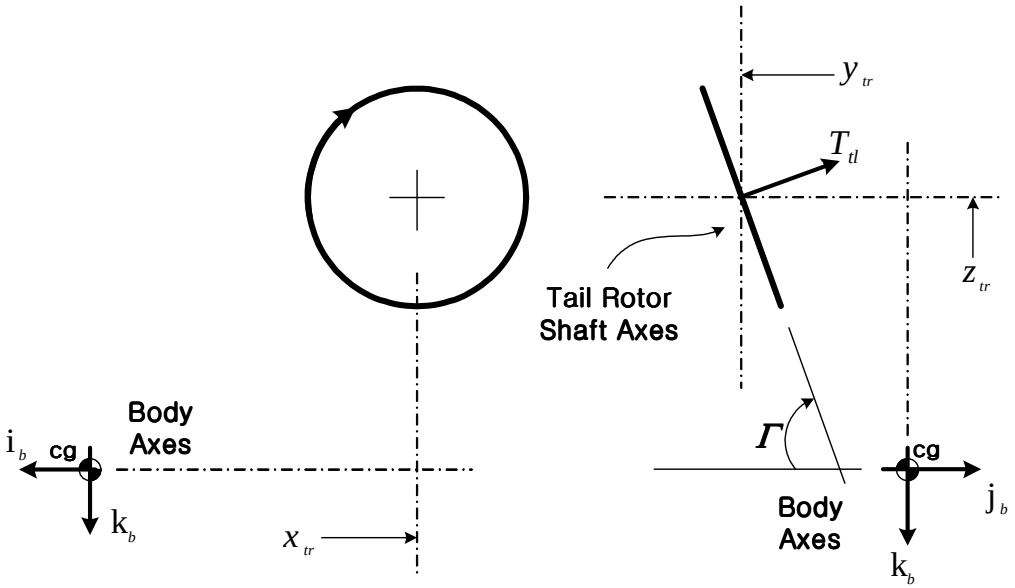

Fig. 2.19 Tali Rotor Axes System.

꼬리 회전익의 공기유동속도벡터는 기체축 좌표계에서 다음과 같다.

$$\boldsymbol{u}_{tr} = \boldsymbol{u}_b + \boldsymbol{x}_{tr} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u}_{in_{tr}} \tag{2-230}$$

여기서 $\boldsymbol{u}_{in_{tr}}$는 동체, 주 회전익 후류 등에 의한 간섭속도로 주 회전익 후류, 깃끝 속도, 후류 휩쓸림각 등의 함수 이다.

$$\boldsymbol{u}_{in_{tr}} = v_0 \mathrm{v}_{x_{utl}}(\beta_{1c}, \chi)\ \boldsymbol{i}_{tl} + v_0 \mathrm{v}_{z_{utl}}(\beta_{1c}, \chi)\ \boldsymbol{k}_{tl} \tag{2-231}$$

여기서 $\boldsymbol{i}_{tl}$, $\boldsymbol{j}_{tl}$, $\boldsymbol{k}_{tl}$등은 꼬리회전익의 국부좌표계와 관련된 단위벡터이고 함수 $\mathrm{v}_{x_{utl}}(\beta_{1c}, \chi)$와 $\mathrm{v}_{z_{utl}}(\beta_{1c}, \chi)$는 데이터 표로부터 제공된다.[14] 기체의 무게중심에 대한 꼬리 회전익허브의 위치벡터 $\boldsymbol{x}_{tr}$은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{x}_{tr} = x_{tr}\ \boldsymbol{i}_b + y_{tr}\ \boldsymbol{j}_b + z_{tr}\ \boldsymbol{k}_b \tag{2-232}$$

꼬리 회전익 허브의 속도성분을 기체축 좌표계에서 나타내면 다음과 같다.

$$u_{tr} = u_b + y_{tr} r - z_{tr} q + u_{in_{tr}} \tag{2-233}$$

$$v_{tr} = v_b + z_{tr} p - x_{tr} r + v_{in_{tr}} \tag{2-234}$$

$$w_{tr} = w_b + x_{tr} q - y_{tr} p + w_{in_{tr}} \tag{2-235}$$

이 속도 성분들은 국부 꼬리 회전익 좌표계 속도성분들로 나타내기 위해서는 좌표변환이 필요한데 좌표변환 행렬은 x_b축에 관하여 꼬리 회전익 기울기각 Γ만큼 회전하여 얻는다.

$$[\ C_{tl/b}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Gamma & \sin\Gamma \\ 0 & -\sin\Gamma & \cos\Gamma \end{bmatrix} \tag{2-236}$$

따라서 국부 꼬리 회전익 좌표계에서 속도성분은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_{tl} \\ v_{tl} \\ w_{tl} \end{bmatrix} = [\ C_{tl/b}] \begin{bmatrix} u_{tr} \\ v_{tr} \\ w_{tr} \end{bmatrix} \tag{2-237}$$

여기서 하첨자 tl는 국부 꼬리 회전익좌표계의 속도성분을 나타낸다. Bailey 해석을 이용하면 꼬리 회전익 추력에 대한 최종식은 다음과 같다.

$$T_{tl} = 2\rho(\pi R_t)^2 \nu_t v_{T_t} (\Omega_t R_t)^2 K_{blk} \tag{2-238}$$

여기서 R_t와 Ω_t는 꼬리 회전익 반경과 회전각속도를 나타내고, ν_t는 꼬리 회전익 유도속도, v_{T_t}는 꼬리 회전익 허브에서 공기유동의 총 속도, K_{blk}는 수직미익의 존재로 인해 고려되는 꼬리 회전익 방해인자의 실험적인 값이다.[14] 국부 꼬리 회전익 좌표계에서 공기유동의 총 속도는 다음과 같다.

$$v_{T_t} = \sqrt{\mu_t^2 + \lambda_t^2} \tag{2-239}$$

$$\mu_t = \sqrt{u_{tl}^2 + v_{tl}^2} \tag{2-240}$$

$$\lambda_t = w_{tl} - \nu_t \tag{2-241}$$

꼬리 회전익에 의해 만들어지는 토크는 다음과 같다.

$$Q_{tl}=\frac{1}{2}\rho(\Omega_t R_t)^2 \pi R_t^3 \tag{2-242}$$

꼬리 회전익에 의해 본 연구에서 고려된 하중들은 단지 국부 꼬리 회전익 좌표계에서 추력과 토크에 의한 하중뿐이다.

$$\boldsymbol{F}_{tl}=-T_{tl}\ \boldsymbol{j}_{tr} \tag{2-243}$$

$$\boldsymbol{M}_{tl}=-Q_{tl}\ \boldsymbol{j}_{tr} \tag{2-244}$$

기체의 무게중심에 대한 꼬리 회전익 하중은 국부 꼬리 회전익 좌표계 성분을 기체축 좌표계 성분으로 변환하는 행렬을 이용하여 얻는다.

$$\boldsymbol{F}_{tr}=\begin{bmatrix} X_{tr} \\ Y_{tr} \\ Z_{tr} \end{bmatrix}=\left[\ \boldsymbol{C}_{tl/b}\right]^{-1}\ \boldsymbol{F}_{tl} \tag{2-245}$$

$$\boldsymbol{M}_{tr}=\begin{bmatrix} L_{tr} \\ M_{tr} \\ N_{tr} \end{bmatrix}=\left[\ \boldsymbol{C}_{tl/b}\right]^{-1}\ \boldsymbol{M}_{tl}+\ \boldsymbol{x}_{tr}\times\ \boldsymbol{F}_{tr} \tag{2-246}$$

2.6 꼬리 회전익 유입유동역학

꼬리 회전익 유입유동역학은 Pitt-Peters[15]의 동적 유입유동 이론에 근거를 두며 꼬리 회전익 유입유동의 sine성분과 cosine성분은 0으로 한다. 이것은 꼬리 회전익의 동적유입유동을 단일 방정식으로 줄인다.

$$\frac{1}{\Omega}\tau_t\dot{v}_t+v_t=L_t C_{T_t} \tag{2-247}$$

여기서

$$\tau_t=\frac{1}{v_{T_t}}\frac{4}{3\pi} \tag{2-248}$$

$$L_t=\frac{1}{2v_{T_t}} \tag{2-249}$$

v_{T_t}는 꼬리 회전익에서 총 유도속도로 다음과 같다.

$$v_{T_t}=\sqrt{\mu_t^2+\lambda_t^2} \tag{2-250}$$

꼬리 회전익의 추력계수 C_{T_t}는 다음과 같다.

(2-251)

여기서 Ω_t는 꼬리 회전익 회전각속도, R_t는 꼬리 회전익 반경, T_{tt}는 꼬리 회전익 추력이다.

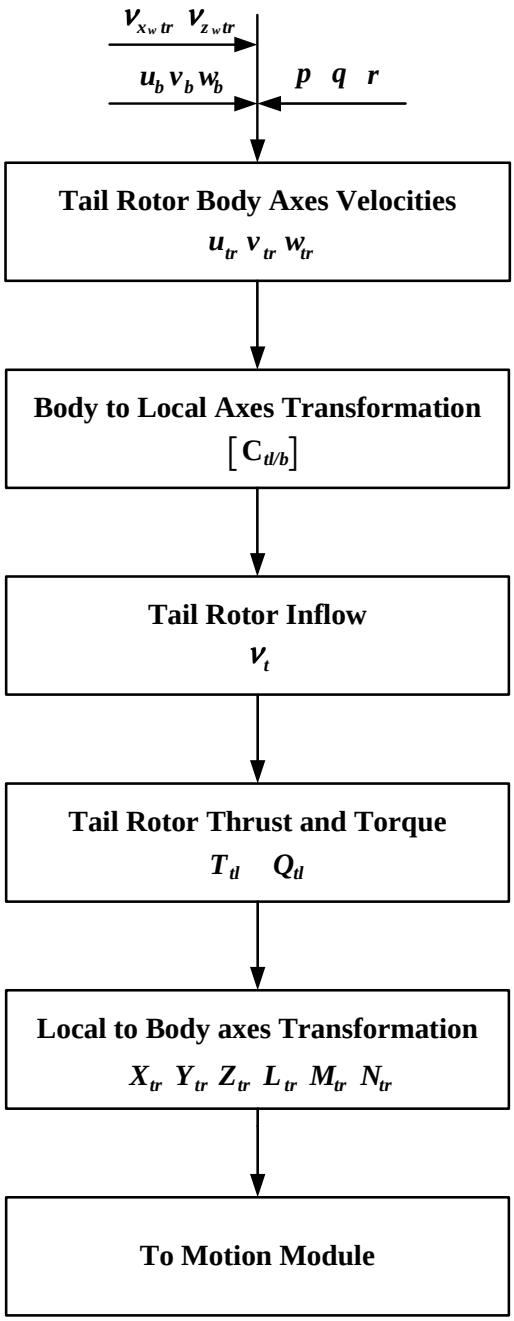

Fig. 2.20 Tail Rotor Equation Flow.

2.7 동적 유입유동 모델

2가지 동적유입유동 모델이 주 회전익 유입유동을 제공하기 위해 사용된다. 첫 번째 사용된 동적유입유동 모델은 Pitt-Peters[15]모델이다. 이것은 3가지 상태모델로 균일유입유동 성분 v_0, sine유입유동성분 v_s, cosine유입유동성분 v_c등이 있다. 이들의 유입유동분포는 1차 조화함수의 회전방위각 분포와 선형반경방향 분포를 갖는다. 이 유입유동 모델은 단지 끌리는 후류효과로 고려되므로 준 정상상태 공기역학 모델과 갈등을 일으키지 않는다는 것이 주목된다. 깃 단면 공기역학 하중은 준 정상상태 공기역학을 고려하여 계산한다. 동적유입유동 방정식들은 유입유동역학을 선형 1차 형태에서 공기역학 하중과 관련시킨다.

깃 끝 경로면 좌표계에서 표현된 동적 유입유동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\Omega}\boldsymbol{M}\begin{bmatrix}\dot{v}_0\\ \dot{v}_s\\ \dot{v}_c\end{bmatrix}+\boldsymbol{L}_{nl}^{-1}\begin{bmatrix}v_0\\ v_s\\ v_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_T\\ -C_L\\ -C_M\end{bmatrix}_{aero} \tag{2-252}$$

여기서 $\boldsymbol{M}$는 비정상 후류에 의한 시간지연 효과를 나타내는 질량행렬항, $\boldsymbol{L}_{nl}$는 유입유동 이득행렬로 비선형 형태이다. C_T, C_L, C_M등은 바람축 좌표계에서 각각 순간적인 회전익 추력, 롤링모멘트, 피칭모멘트 계수를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix}C_T\\ -C_L\\ -C_M\end{bmatrix}_{aero}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\beta_f & \sin\beta_f\\ 0 & -\sin\beta_f & \cos\beta_f\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_T\\ C_1\\ -C_2\end{bmatrix}_{aero} \tag{2-253}$$

$$\begin{bmatrix}v_0\\ v_s\\ v_c\end{bmatrix}_{aero}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\beta_f & \sin\beta_f\\ 0 & -\sin\beta_f & \cos\beta_f\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_0\\ \lambda_s\\ \lambda_c\end{bmatrix}_{aero} \tag{2-254}$$

식(2.252)는 비회전 허브 좌표계에서 다음과 같다.

$$\frac{1}{\Omega}[\boldsymbol{\tau}]\begin{bmatrix}\dot{\lambda}_0\\ \dot{\lambda}_s\\ \dot{\lambda}_c\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\lambda_0\\ \lambda_s\\ \lambda_c\end{bmatrix}=\boldsymbol{L}_{nl}\begin{bmatrix}C_T\\ C_1\\ -C_2\end{bmatrix}_{aero} \tag{2-255}$$

$$[\tau] = L_{nl} M \tag{2-256}$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{8}{3\pi} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{16}{45\pi} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{16}{45\pi} \end{bmatrix} \tag{2-257}$$

유입유동 이득행렬 L_{nl}

$$L_{nl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2v_T} & 0 & \frac{15\pi}{64v_m}\tan\frac{\chi}{2} \\ 0 & \frac{-4}{v_m(1+\cos\chi)} & 0 \\ \frac{15\pi}{64v_T}\tan\frac{\chi}{2} & 0 & \frac{-4\cos\chi}{v_m(1+\cos\chi)} \end{bmatrix} \tag{2-258}$$

여기서 χ는 후류 휩쓸림각, v_T는 회전익 회전면 중심에서 정규화된 총 속도, v_m는 질량유량 파라미터로 각각 다음과 같다.

$$\chi = \tan^{-1}\left(\frac{u_s}{|\lambda|\Omega R}\right) + \beta_{1c} \tag{2-259}$$

$$v_T = \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)} \tag{2-260}$$

$$v_m = \frac{[\mu^2 + \lambda(\lambda + v_0)]}{v_T} \tag{2-261}$$

행렬 $[\tau]$는 다음과 같다.

$$[\tau] = \begin{bmatrix} \frac{1}{v_T}\frac{4}{3\pi} & 0 & \frac{-1}{12v_m}\tan\frac{\chi}{2} \\ 0 & \frac{64}{45\pi v_m(1+\cos\chi)} & 0 \\ \frac{5}{8v_T}\tan\frac{\chi}{2} & 0 & \frac{64\cos\chi}{45\pi v_m(1+\cos\chi)} \end{bmatrix} \tag{2-262}$$

비회전 허브평면에서 힘과 모멘트계수(식(2.253)) 등은 단지 회전익 공력하중

등에 토대를 두며 분포공력 p_A과 모멘트 q_A를 적분함으로써 계산된다. 그러므로 공력하중계수들은 다음과 같다.

$$C_T = \int_0^1 p_{Az} dx \tag{2-263}$$

$$C_1 = \int_0^1 (q_{Ax}\cos\Psi - q_{Ay}\sin\Psi)\, dx \tag{2-264}$$

$$-C_2 = \int_0^1 (-q_{Ay}\cos\Psi - q_{Ax}\sin\Psi)\, dx \tag{2-265}$$

주어진 반경방향 위치 r과 회전 방위각 ψ에서 유입유동은 유입유동계수들로부터 계산한다.

$$\lambda(r,\Psi) = \lambda_0 + \lambda_s r\sin\Psi + \lambda_c r\cos\Psi \tag{2-266}$$

여기서 r는 무차원 깃 길이방향 위치를 나타낸다. 유입유동은 변형없는 원추깃 좌표계에서 공기역학 모델로 삽입되어야 하는데 이때 원추각 β_p에 의한 변환이 필요하다. 즉,

$$\lambda_z(r,\Psi) = \cos\beta_p(\lambda_0 + \lambda_s r\sin\Psi + \lambda_c r\cos\Psi) \tag{2-267}$$

이 유입유동 식은 식(2.39)의 공기역학모델에 대입해야 한다.

두 번째 유입유동 모델은 확장된 동적유입유동 모델[13]로 선형유입유동 분포에서 깃 끝 경로면(TPP)의 피치각속도와 롤각속도에 의한 후류 뒤틀림 효과 등을 포함한다. 이것은 3가지 상태모델로 균일유입유동 성분 λ_0, sine유입유동성분 λ_s, cosine유입유동성분 λ_c등이 각각 존재한다. 제자리 비행조건에 대해 비회전 허브고정 좌표계에서 유입유동 지배방정식인 식(2-252)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{\Omega}[\tau]\begin{bmatrix}\dot{\lambda}_0\\ \dot{\lambda}_s\\ \dot{\lambda}_c\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\lambda_0\\ \lambda_s\\ \lambda_c\end{bmatrix}=L_{nl}\begin{bmatrix}C_T\\ C_1\\ -C_2\end{bmatrix}_{aero}+K_T\begin{bmatrix}0&0&0\\0&\mu_y&0\\0&0&\mu_x\end{bmatrix}+K_R\begin{bmatrix}0&0&0\\0&p+\acute{b}_1&0\\0&0&q+\acute{a}_1\end{bmatrix} \tag{2-268}$$

여기서 K_T는 천이에 의한 항으로 본 논문에서는 0으로 가정한다. K_R는 주 회전익 피치각속도와 롤 각속도에 의한 후류의 곡률에 의한 것으로 q와 p에 깃 끝 경로면의 종방향 플랩각속도와 횡방향 플랩각속도 $\acute{a}_1$와 $\acute{b}_1$를 더한 것이다. 깃 길이방향 위치 r과 회전방위각 위치 ψ가 주어지면 유입유동은 식(2-266)로 계산하고 나서 식(2-267)을 사용해서 변형없는 원추 깃 좌표계로 변환한다. 그런 다음 공기역학 모델 식(2-39)에 대입한다.

2.8 비정상상태 공력하중

주 회전익 깃 단면에서 비정상상태 공기역학 모델링은 대부분 비정상 공기역학 현상들이 중요한 역할을 하는 회전익 진동하중과 공력탄성학적 안정성에 관련된 분야에 적용되었다. 즉 헬리콥터 비행역학에 적용된 사례는 거의 없다고 알려졌다.[11] 비정상상태 공기역학은 깃 단면에서 발생되는 힘과 모멘트의 크기와 위상을 변화시킨다. 결과적으로 주 회전익 회전면에서 양력분포 변화을 일으켜 회전익에 의해 발생되는 피칭과 롤링모멘트를 변화시킨다. 본 논문에서는 비정상상태 공기역학 효과를 사이클릭 피치 입력에 의한 탈축(off-axis)응답을 조사하기 위해 수행하였다. 깃 운동방정식에서 비정상상태 공기역학 모델링은 계산 수행 측면에서 Leishman_Nguyen의 상태공간 형태을 이용하였다.[11][12]

에어포일의 비정상 수직력 계수 C_n과 피칭모멘트 계수 C_m은 비정상 공력하중이 계산되는 깃 길이방향위치의 각각에 대해서 8개의 상태방정식으로 결정된다. 비정상 상태변수들은 수직력 계수들에 대하여 순환기여부분과 비순환기여부분으로 나누어 져서 피칭모멘트 계수에 대한 기여로 모아진다. 1개의 깃 길이방향 위치에 대해 상태방정식 형태는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \\ \dot{x}_{i4} \\ \dot{x}_{i5} \\ \dot{x}_{i6} \\ \dot{x}_{i7} \\ \dot{x}_{i8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \\ x_{i4} \\ x_{i5} \\ x_{i6} \\ x_{i7} \\ x_{i8} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 1 & 0.5 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ q_i \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}269)$$

여기서

$$a_1 = -\left(\frac{2U}{c}\right)\beta^2 b_1 \,,\quad a_2 = -\left(\frac{2U}{c}\right)\beta^2 b_2 \,,\quad a_3 = -\left(\frac{1}{K_\alpha T_I}\right) \,,\quad a_4 = -\left(\frac{1}{K_q T_I}\right) \,,$$

$$a_5 = -\frac{1}{b_3 K_{\alpha M} T_I}, \quad a_6 = -\frac{1}{b_4 K_{\alpha M} T_I}, \quad a_7 = -\left(\frac{2U}{c}\right)\beta^2 b_5, \quad a_8 = -\frac{1}{b_4 K_{qM} T_I},$$

$$T_I = \frac{cM}{U}, \quad K_\alpha = \frac{1}{(1-M) + \pi\beta M^2 (A_1 b_1 + A_2 b_2)},$$

$$K_q = \frac{1}{(1-M) + 2\pi\beta M^2 (A_1 b_1 + A_2 b_2)}, \quad K_{\alpha M} = \frac{A_3 b_4 + A_4 b_3}{b_3 b_4 (1-M)},$$

$$K_{qM} = \frac{7}{15(1-M) + 3\pi\beta M^2 b_5}, \quad \alpha_{3/4} = \alpha_y + \frac{q_y}{2}$$

c는 국부 에어포일 시위길이, M는 국부마하수, U는 국부 공기유동속도, β는 국부 Glauert 압축성 인자, α_y는 1/4시위에서 정의되는 국부 받음각, q_y는 국부 에어포일 피치각속도이다.

다른 파라메터들은 이론적인 결과와 실험적인 비교등을 토대로 한 경험적인 상수들로 Table 2.1에 나타내었다.

Table 2.2 Unsteady Aerodynamics Empirical Parameters.

Parameter	A_1	A_2	A_3	A_4	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
Value	0.3	0.7	1.5	-0.5	0.14	0.53	0.25	0.1	0.5

공력계수등은 다음과 같은 식을 통해 계산된다.

$$C_n^C = C_{n\alpha}(a_1 A_1 x_{i1} + a_2 A_2 x_{i2}) \tag{2-270}$$

$$C_{n_\alpha}^I = \frac{4}{M}[a_3 x_{i3} + \alpha_y] \tag{2-271}$$

$$C_{n_q}^I = \frac{1}{M}[a_4 x_{i4} + q_y] \tag{2-272}$$

$$C_{m_\alpha}^I = -\frac{1}{M}[(a_5 A_3 x_{i5} + a_6 A_4 x_{i6}) + \alpha_y] \tag{2-273}$$

$$C_{m_q}^{C} = -\frac{\pi}{16}\left(\frac{2U}{c}\right)\beta x_{t8} \tag{2-274}$$

$$C_{m_q}^{I} = -\frac{7}{12M}(a_8 x_{t8} + q_y) \tag{2-275}$$

여기서 C_n^C는 수직력 계수에 대한 순환기여, $C_{n_\alpha}^I$는 받음각으로부터 수직력 계수에 대한 비순환 기여, $C_{n_q}^I$는 에어포일 피칭각속도로부터 수직력 계수에 대한 비순환기여, $C_{m_\alpha}^I$는 받음각으로부터 피칭모멘트 계수에 대한 비순환기여, $C_{m_q}^C$는 에어포일 피칭각속도로부터 피칭모멘트 계수에 대한 순환기여, $C_{m_q}^I$는 에어포일 피칭각속도로부터 피칭모멘트 계수에 대한 비순환 기여이다.

최종적으로 양력, 항력, 피칭모멘트 계수 등은 다음과 같이 계산된다.

$$C_n = C_n^C + C_{n_\alpha}^I + C_{n_q}^I \tag{2-276}$$

$$C_d = C_{d_0} + (1-\eta)\, C_n \sin\alpha_y \tag{2-277}$$

$$C_l = \frac{C_n - C_d \sin\alpha_y}{\cos\alpha_y} \tag{2-278}$$

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}^I + C_{m_q}^C + C_{m_q}^I \tag{2-279}$$

여기서 C_{d_0}는 형상항력계수, η는 압력 회복계수, C_{m_0}는 영 양력 피칭모멘트계수이다.

2.9 운동방정식의 조합

각 부분별로 헬리콥터 동역학을 나타내는 운동방정식은 앞 절에서 유도되었으며 이를 다 함께 표현하는 운동방정식은 1차 상미분 방정식형태로 다음과 같이 정식화 된다.

$$\dot{y} = g(\dot{y}, y, u) \tag{2-280}$$

그렇지만 운동방정식 형태는 우변에 상태도함수가 존재하므로 선형모델 또는 시간응답을 계산할 때 복잡하다. 따라서 우변에 나타나는 상태도함수들을 좌변으로 옮겨야 한다. 우변 상태도함수 항들은 주 회전익과 동체방정식의 가속도항으로부터 나온다. 특히, 주 회전익에 대해 이들 항은 주 회전익의 관성과 관련 있다. 구조 또는 공력부분으로 된 가속도 종속항 들은 무시된다. 우변에 나타나는 상태도함수들은 다음과 같이 정리한다.

$$\dot{y} = [\dot{u}\ \dot{v}\ \dot{w}\ \dot{p}\ \dot{q}\ \dot{r}\ \dot{\phi}\ \dot{\theta}\ \dot{\psi}\ \dot{\lambda}_0\ \dot{\lambda}_s\ \dot{\lambda}_c\ \dot{\lambda}_t\ \dot{q}_1^1\ \dot{q}_2^1\ \dot{q}_3^1\ \dot{q}_4^1\ \ddot{q}_1^1\ \ddot{q}_2^1\ \ddot{q}_3^1\ \ddot{q}_4^1 \cdots \dot{q}_1^{N_h}\ \dot{q}_2^{N_h}\ \dot{q}_3^{N_h}\ \dot{q}_4^{N_h}\ \ddot{q}_1^{N_h}\ \ddot{q}_2^{N_h}\ \ddot{q}_3^{N_h}\ \ddot{q}_4^{N_h}]^T \tag{2-281}$$

여기서 $\dot{u}\ \dot{v}\ \dot{w}\ \dot{p}\ \dot{q}\ \dot{r}\ \dot{\phi}\ \dot{\theta}\ \dot{\psi}$등은 기체의 무게중심에 대한 선형가속도와 각가속도, $\dot{\lambda}_0\ \dot{\lambda}_s\ \dot{\lambda}_c\ \dot{\lambda}_t$등은 주 회전익과 꼬리회전익에 대한 동적유입유동계수들의 시간도함수, $\dot{q}_i^k$와 $\ddot{q}_i^k$는 k번째 정상모드에 대한 i번째 깃의 일반화된 속도와 가속도이다.

방정식 g로부터 가속도와 관련된 항을 따로 분리하여 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{y} = g_L(\dot{y}, t) + g_N(y, u, t) \tag{2-282}$$

여기서, g_N는 가속도 종속항이 제거된 운동방정식이다.

가속도와 관련된 항을 선형항만 남기면 다음과 같이 된다.

$$g_L(\dot{y}, t) = E_C \dot{y} \tag{2-283}$$

E_C는 미소교란을 사용하여 수치적으로 계산된 관성연성 행렬이다. 이것을 식 (2-282)에 대입하면 요구하는 1차 형태의 운동방정식이 얻어진다.

$$\dot{y} = E_C \dot{y} + g_N(y, u, t) \tag{2-284}$$

$$\dot{y} = (I - E_C)^{-1} g_N(y, u, t) \tag{2-285}$$

$$\dot{y} = f(y, u, t) \tag{2-286}$$

이 방법을 이용해 일반화된 가속도 $\ddot{q}$는 깃 동역학을 지배하는 2차 상미분 방정식의 좌변으로 옮겨진다. 따라서 깃 운동을 지배하는 상미분 방정식은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\ddot{q} = f_d(\dot{q}, q) \tag{2-287}$$

제 3 장 트림계산

3.1 트림과정

헬리콥터의 트림상태 계산에 사용된 방법 등을 나타내며 헬리콥터의 수학모델을 나타내는 식(2-1)에서 연립 상미분방정식을 연립 대수방정식으로 변환하고 표준 비선형 함수 해법 알고리듬을 적용하여 수치 계산한다. 본 연구에 적용된 해법은 Powell Hybrid 알고리듬으로 자코비안에 대해 유한차분근사를 사용했다.[12][15]

3.1.1 비행조건

트림을 위한 비행조건은 정상상태 균형(coordinated)나선 선회비행이다. 직선수평비행은 선회비행의 특별한 경우로서 비행경로각과 선회율이 0인 경우이다.

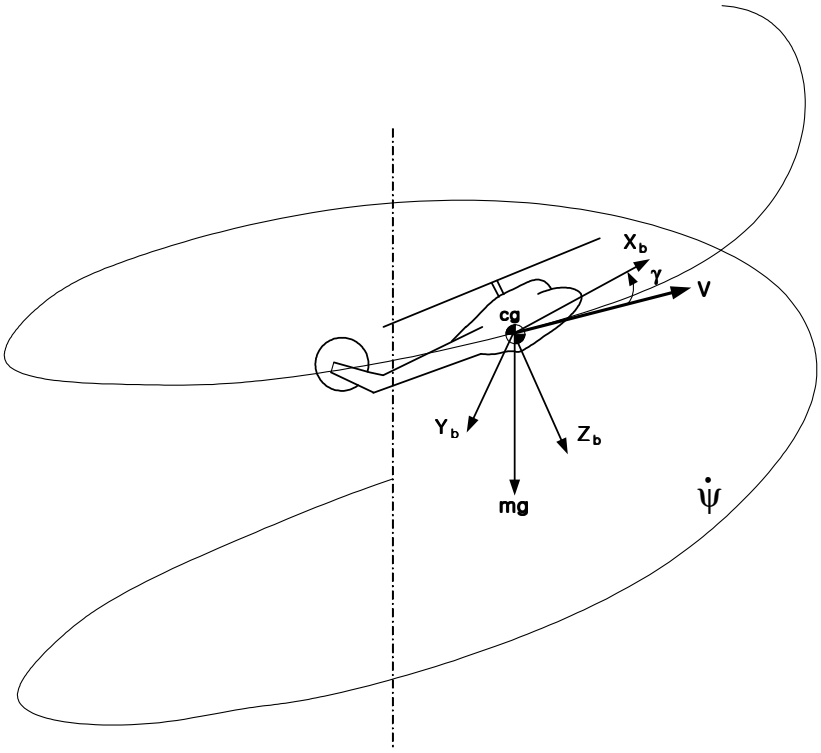

Fig. 3.1 Geometry of Coordinated Turn.

3.1.2 트림문제의 미지수

트림문제의 미지수들은 벡터 $\boldsymbol{x}$로 모아진다. 즉 강체부분, 주 회전익부분, 유입유동부분으로 분할된다.

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_b \\ \boldsymbol{x}_r \\ \boldsymbol{x}_i \end{bmatrix} \tag{3-1}$$

강체 부분은 헬리콥터 전체 트림에 관련된 트림과정 미지수들을 포함한다.

$$\boldsymbol{x}_b = [\Theta_0 \, \Theta_{1c} \, \Theta_{1s} \, \Theta_t \, \alpha_f \, \beta_f \, \phi_f \, \Theta_f \, \lambda_t]^T \tag{3-2}$$

여기서 Θ_0, Θ_{1c}, Θ_{1s}는 주 회전익의 트림조종 설정값이고 Θ_t는 꼬리 회전익 트림조종 설정값이다. α_f와 β_f는 각각 동체의 트림 받음각과 옆미끄럼각 이다. ϕ_f와 Θ_f는 각각 동체의 트림 롤자세각과 피치자세각이다. λ_t는 트림 꼬리 회전익 균일 유입유동이다. 하첨자 $()_f$는 동체와 관련된 양을 나타낸다. α_f와 β_f가 구해지면 기체축에 대한 속도성분과 각속도 성분은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$u = V\cos\alpha_f \cos\beta_f \tag{3-3}$$

$$v = V\sin\beta_f \tag{3-4}$$

$$w = V\sin\alpha_f \cos\beta_f \tag{3-5}$$

$$p = -\dot{\Psi}\sin\Theta_f \tag{3-6}$$

$$q = \dot{\Psi}\sin\phi_f \cos\Theta_f \tag{3-7}$$

$$r = \dot{\Psi}\cos\phi_f \cos\Theta_f \tag{3-8}$$

주 회전익 부분은 트림에 대해 유지되는 깃 모드들의 푸리에 급수전개 계수들을 포함한다. 트림조건에서 깃 운동은 주기적이고 깃 모드의 일반화된 좌표는 고차항이 제거된 푸리에 급수에 의해 근사된다. 이 푸리에 급수전개에서 계수들은 트림문제의 미지수가 된다.

$$q^k(\Psi) \approx q^k_{app}(\Psi) = q^k_0 + \sum_{j=1}^{N_h} \left(q^k_{jc} \cos j\Psi + q^k_{js} \sin j\Psi \right) \tag{3-9}$$

여기서 q_0^k는 k번째 모드 급수전개에서 상수항의 계수, q_{jc}^k와 q_{js}^k은 각각 k번째 모드 급수전개에서 j번째 코사인항과 사인항의 계수들이다. N_h는 각각의 모드에 대한 급수전개에서 조화함수 수이고, N_m는 트림진행 동안 유지되는 주 회전익 모드 수이다. 따라서 x_r은 다음과 같다.

$$x_r = [\, q_0^1\, q_{1c}^1\, q_{1s}^1\, q_{2c}^1\, q_{2s}^1 \cdots q_{N_h c}^1\, q_{N_h s}^1 \cdots q_0^{N_m}\, q_{1c}^{N_m}\, q_{1s}^{N_m}\, q_{2c}^{N_m}\, q_{2s}^{N_m} \cdots q_{N_h c}^{N_m}\, q_{N_h s}^{N_m} \,]^T \qquad (3\text{-}10)$$

깃 들은 모두 동일하다고 가정되므로 트림에서 모두 동일한 운동을 수행한다. 그러므로 하나의 깃 운동만 고려하면 된다. 주 회전익 유입유동을 나타내는 x_i는 다음과 같다.

$$x_i = [\lambda_0 \lambda_s \lambda_c]^T \qquad (3\text{-}11)$$

여기서 λ_0는 균일 유입유동 성분이고, λ_s와 λ_c는 각각 사인항과 코사인항의 유입유동성분이다. 따라서 동적유입유동 모델과 관련된 트림 미지수 수는 3개이다. x_b와 x_r의 트림 미지수 수는 각각 9개와 $N_m(2N_h+1)$개이다. 그러므로 전체 트림 미지수 수는 $12+N_m(2N_h+1)$개이다

3.2 트림문제 정식화

트림 문제는 비선형 연립 대수방정식으로 정식화 되며 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$F(x)=0 \qquad (3\text{-}12)$$

방정식 벡터 F는 3부분으로 분할된다.

$$F = \begin{bmatrix} F_b \\ F_r \\ F_i \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}13)$$

여기서 F_b는 동체상에서 모든 힘과 모멘트 평형을 나타내는 식과 선회비행에서 만족되어야 하는 기하학적 조건과 동적조건 등을 포함하는 식을 나타낸다. 평

균 꼬리회전익 유입유동에 대한 식도 포함된다. F_r은 주 회전익 깃 동역학의 주기적인 특성을 나타내는 식 등을 포함한다. F_f는 주 회전익 유입유동 모델과 관계된 트림방정식을 포함한다. 즉, 이들은 주 회전익 유입유동에 관련된 조화함수의 도함수를 주 회전익 1회전에 걸쳐 평균을 취했을 때 0이 되어야 하는 필요조건을 나타낸다.

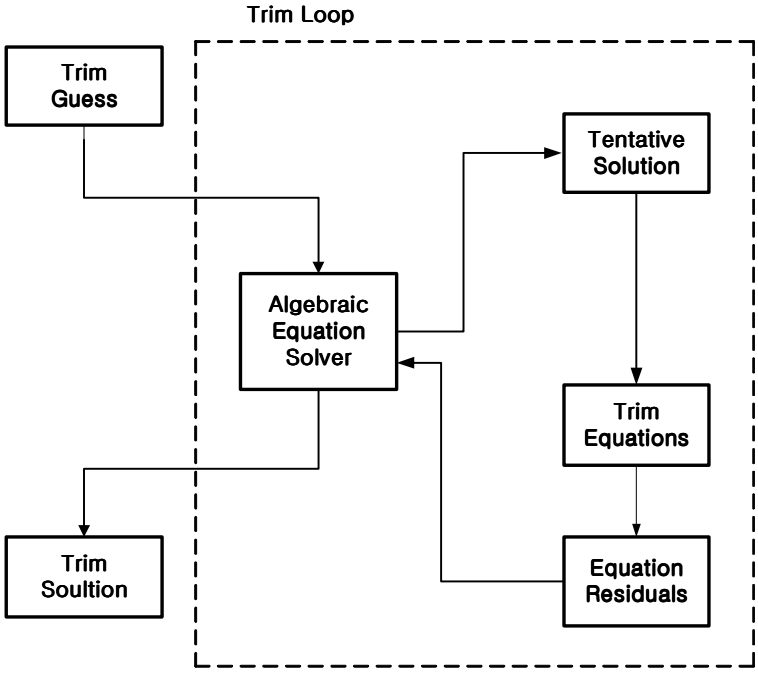

Fig. 3.2 Block Diagram of the Trim Procedure.

3.2.1 동체 트림 방정식

동체 트림 식은 헬리콥터의 트림상태와 꼬리 회전익 유입유동을 나타내는 9개의 대수 방정식으로 구성된다.

3.2.1.1 힘과 모멘트 평형

이방정식들은 6개로 구성되며 선형가속도와 각가속도 방정식이 로터 1회전에 걸쳐 평균을 취했을 때 0이 되어야 한다.

$$\int_0^{2\pi} \dot{u}\, d\psi = 0 \tag{3-14}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{v}\, d\psi = 0 \tag{3-15}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{w}\, d\psi = 0 \tag{3-16}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{p}\, d\psi = 0 \tag{3-17}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{q}\, d\psi = 0 \tag{3-18}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{r}\, d\psi = 0 \tag{3-19}$$

3.2.1.2 균형 선회 트림식

주 회전익 1회전에 걸쳐 y축 방향 힘 성분들에 대해 평균을 취했을 때 순 힘의 합이 0이 되어야 한다.

$$\int_0^{2\pi} \left[\sin\Phi_f - \frac{\dot{\psi} V}{g} (\cos\alpha_f \cos\Phi_f + \sin\alpha_f \tan\Theta_f) \cos\beta_f \right] d\psi = 0 \tag{3-20}$$

직선비행에서 $\dot{\psi}=0$이므로 위 식은 다음과 같이 된다.

$$\int_0^{2\pi} \sin\Phi_f\, d\psi = 0 \tag{3-21}$$

이것은 균형 선회방정식이 직선비행에서 평균 롤각이 비행속도에 관계없이 0이라는 것을 의미한다. 헬리콥터는 수직꼬리를 가졌기 때문에 횡방향 힘들과 요 모멘트들이 수직꼬리에 의해 발생되므로 고속비행에서 이 가정은 합리적이다. 속도가 감소함에 따라 수직꼬리는 낮은 효과를 가지므로 y축을 따라 횡방향 힘평형을 달성하기 위해서 롤각 Φ_f를 통해 횡방향 부가성분을 발생하는 것이 필요하다. 그러므로 제자리비행과 저속 비행에서 $\Phi_f=0$는 좋은 가정이 아닐 수도 있다. 실

제로 ϕ_f와 β_f사이에 절충이 존재하며 직선비행 경우에 결정되지 않은 트림문제의 일부분이 된다. 수학적으로 $\dot{\Psi}=0$일때 식 (3-20)의 해는 ϕ_f와 β_f의 수 많은 조합 중에 단지 1개에 불과하다는 것을 의미한다. 균형선회 방정식에서 모호함을 제거하기 위해 (식 3-20)는 전진비 $\mu=0.1$이상의 직선비행에서 사용된다. 전진비 $\mu=0.1$이하에 대해 균형선회 식은 옆미끄럼각의 평균을 0으로 한 식이다.

$$\int_0^{2\pi} \beta_f \, d\Psi = 0 \tag{3-22}$$

이때의 트림은 일반적으로 0이 아닌 ϕ_f각에 대해 변화를 주어 달성된다.

3.2.1.3 받음각과 오일러 피치각 사이의 관계식

이 식은 동체의 비행 경로각 γ, 받음각, 옆미끄럼각, 롤각, 피치각 등의 사이의 운동학적 관계를 나타낸다.

$$\int_0^{2\pi} [\cos\alpha_f \cos\beta_f \sin\Theta_f - (\sin\beta_f \sin\phi_f + \sin\alpha_f \cos\beta_f \cos\phi_f)\cos\Theta_f - \sin\gamma] \, d\Psi = 0 \tag{3-23}$$

3.2.1.4 꼬리 회전익 유입유동식

이 식은 주 회전익 1회전에 걸쳐 꼬리 회전익 유입유동을 평균취하면 상수가 되어야 한다는 조건이다.

$$\int_0^{2\pi} \bar{v}_t \, d\Psi = 0 \tag{3-24}$$

3.2.2 깃 트림 방정식

갤러킨 기법은 깃 운동에 대한 상미분 방정식을 일련의 비선형 대수방정식으로 변환하기 위해 사용된다. 깃 운동은 주기적인 것으로 가정하고 일반화된 좌표들과 도함수들은 고차항을 뺀 푸리에급수 전개를 통해 얻는다.

$$q^k(\Psi) \approx q^k_{app}(\Psi) = q^k_0 + \sum_{j=1}^{N_h} \left(q^k_{jc} \cos j\Psi + q^k_{js} \sin j\Psi \right) \tag{3-25}$$

$$\dot{q}^{k}(\Psi) \approx \dot{q}^{k}_{app}(\Psi) = \Omega \sum_{j=1}^{N_h} \left(-q^{k}_{jc} \sin j\Psi + q^{k}_{js} \cos j\Psi \right) \tag{3-26}$$

$$\ddot{q}^{k}(\Psi) \approx \ddot{q}^{k}_{app}(\Psi) = -\Omega^{2} \sum_{j=1}^{N_h} \left(q^{k}_{jc} \cos j\Psi + q^{k}_{js} \sin j\Psi \right) \tag{3-27}$$

여기서 $q^{k}(\Psi)$는 모드좌표변환에서 k번째 모드로 참조되고 N_h는 일반화된 좌표의 근사에 대한 푸리에급수 전개에서 가장 높은 조화함수 차수를 나타낸다. 각각의 모드에 대한 일반화된 좌표들은 벡터형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{q} = \left[q^{1}\ q^{2} \cdots q^{N_m} \right]^{T} \tag{3-28}$$

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \left[\dot{q}^{1}\ \dot{q}^{2} \cdots \dot{q}^{N_m} \right]^{T} \tag{3-29}$$

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = \left[\ddot{q}^{1}\ \ddot{q}^{2} \cdots \ddot{q}^{N_m} \right]^{T} \tag{3-30}$$

푸리에급수 전개로부터 계산된 일반화된 좌표와 도함수의 근사 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{q}_{app} = \left[q^{1}_{app}\ q^{2}_{app} \cdots q^{N_m}_{app} \right]^{T} \tag{3-31}$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{app} = \left[\dot{q}_{app}^{1}\ \dot{q}_{app}^{2} \cdots \dot{q}_{app}^{N_m} \right]^{T} \tag{3-32}$$

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_{app} = \left[\ddot{q}_{app}^{1}\ \ddot{q}_{app}^{2} \cdots \ddot{q}_{app}^{N_m} \right]^{T} \tag{3-33}$$

단일 깃 운동을 지배하는 상미분 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\boldsymbol{q}} = f_{\alpha}(\dot{\boldsymbol{q}},\ \boldsymbol{q}) \tag{3-34}$$

일반적으로 $\boldsymbol{q}$에 대한 근사해를 이 식에 대입하면 방정식은 완전히 만족되지 않을 것이다. 그래서 0이 아닌 오차벡터 $\boldsymbol{\varepsilon}$를 정의하는 것이 일반적이다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\Psi) = \ddot{\boldsymbol{q}}_{app} - f_{\alpha}(\dot{\boldsymbol{q}}_{app},\ \boldsymbol{q}_{app}) \tag{3-35}$$

여기서 $\boldsymbol{\varepsilon}$벡터는 모드좌표변환에서 사용된 각각의 깃 모드에 대해 1개요소를 포함한다. 갤러킨 기법에 따라 평균 오차 벡터 $\boldsymbol{\varepsilon}$를 최소화하는 q^{k}_{0}, q^{k}_{jc}, q^{k}_{js}의

선택은 다음 방정식을 만족시켜야 한다.

$$\int_0^{2\pi} \varepsilon^k(\Psi)\, d\Psi = 0 \tag{3-36}$$

$$\int_0^{2\pi} \varepsilon^k(\Psi) \cos j\Psi\, d\Psi = 0 \quad j = 1, \cdots\cdots, N_h \tag{3-37}$$

$$\int_0^{2\pi} \varepsilon^k(\Psi) \sin j\Psi\, d\Psi = 0 \quad j = 1, \cdots\cdots, N_h \tag{3-38}$$

식(3-36), (3-37), (3-38)은 $1+2N_h$개의 벡터 대수방정식을 낳고 모드좌표변환에서 사용된 모드가 N_m개라면 총 $(1+2N_h)N_m$개의 스칼라 방정식이 된다. 이 식들은 벡터 트림방정식의 $\boldsymbol{F}_r$부분을 구성한다.

3.2.3 동적유입유동 트림 방정식

동적유입유동 모델은 2.7절에 설명되었다. 따라서 1차 형태로 나타내었기 때문에 처리방식은 같다. 대응되는 트림방정식은 각각의 동적유입유동계수에 대한 도함수가 주 회전익 1회전당 평균이 0이 되어야 한다는 것이다.

$$\int_0^{2\pi} \dot{\lambda}_0 \, d\psi = 0 \tag{3-39}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{\lambda}_s \, d\psi = 0 \tag{3-40}$$

$$\int_0^{2\pi} \dot{\lambda}_c \, d\psi = 0 \tag{3-41}$$

주 회전익 유입유동 트림방정식 수는 3이고 이들 방정식 등은 트림벡터방정식의 $\boldsymbol{F}_i^T$ 부분을 구성한다.

제 4 장 비선형 운동방정식 선형화 및 시간적분

이 장에서는 회전익과 동체가 결합된 시스템의 선형모델을 추출하는데 사용한 기법들을 나타낸다. 선형모델은 명시된 평형상태에 대해 미소 교란된 운동을 나타낸다. 이러한 과정이 임의의 비행조건에 대한 선형화를 위해 타당할 지라도 본 연구에서는 트림된 평형조건 등을 사용한다. 선형모델에서 상태벡터는 헬리콥터의 속도성분, 각속도성분, 자세각 성분, 회전익 동역학을 나타내는 일반좌표성분, 주 회전익과 꼬리회전익의 유입유동 성분들로 구성된다.

4.1 비선형 운동방정식 선형화

선형모델은 비선형 시스템 $\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{f}$를 트림된 평형상태에 관한 미분방정식에 대해 1차 Taylor급수 전개하여 얻는다. 평형상태는 상태벡터 $\boldsymbol{y}_{trim}$과 제어벡터 $\boldsymbol{u}_{trim}$의 알맞은 값에 의해 정의된다. 회전좌표계에서 상태벡터 $\boldsymbol{y}_{trim}$은 회전익동역학을 포함하기 때문에 정상상태 직선 비행에서 조차 시변계수를 갖는다. 이러한 사실은 제자리 비행에서도 알 수 있다. 즉, 트림을 유지하기 위해 필요한 종방향과 횡방향 사이클릭 피치의 미소량에 의한 시간변화가 존재한다. 회전좌표계에서 상태벡터는 회전방위각 ψ_k에 대해 정의된다. 트림조건에 대해 비선형방정식 $\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{f}$의 Taylor 급수 전개는 다음과 같다.

$$\Delta \dot{\boldsymbol{y}} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{y}}\right]_{y=y_{trim}} \Delta \boldsymbol{y} + \left[\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{u}}\right]_{u=u_{trim}} \Delta \boldsymbol{u} + \mathcal{O}(\|\Delta \boldsymbol{y}\|^2, \|\Delta \boldsymbol{u}\|^2) \quad (4\text{-}1)$$

여기서 미소교란 된 상태벡터와 제어벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \dot{\boldsymbol{y}} = \dot{\boldsymbol{y}} - \dot{\boldsymbol{y}}_{trim} \quad (4\text{-}2)$$

$$\Delta \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}_{trim} \quad (4\text{-}3)$$

$$\Delta \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_{trim} \quad (4\text{-}4)$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{y=y_{trim}} \approx \left[\frac{\Delta f}{\Delta y}\right]_{y=y_{trim}} = A \tag{4-5}$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial u}\right]_{u=u_{trim}} \approx \left[\frac{\Delta f}{\Delta u}\right]_{u=u_{trim}} = B \tag{4-6}$$

여기서 행렬 계산은 유한차분근사법을 이용했다. 그러므로 회전좌표계에서 선형모델은 다음과 같다.

$$\Delta \dot{y} = A\Delta y + B\Delta u \tag{4-7}$$

상태행렬 A와 제어행렬 B는 중앙차분근사법을 이용해 계산한다. 회전익 운동방정식은 회전좌표계에서 정식화 되었으므로 상태벡터와 선형행렬부분은 비회전 구동축좌표계로 변환되어야 한다. 따라서 비회전 시스템에서 선형방정식을 완전하게 나타낼 수 있다.

$$\Delta \dot{y}_{nr} = A_{nr}\Delta y_{nr} + B_{nr}\Delta u \tag{4-8}$$

여기서 행렬 A_{nr}과 B_{nr}은 다중 깃 좌표계 변환을 이용하여 계산한다. 제어벡터는 비회전좌표계에서 기술 되었으므로 변환할 필요 없고 4개 깃을 가진 회전익에 대해 상태벡터를 비회전 좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$y_{nr}(\psi) = [u\ v\ p\ q\ r\ \phi_f\ \theta_f\ \psi_f\ \lambda_0\ \lambda_s\ \lambda_c\ \lambda_t\ q_0^1\ q_{1c}^1\ q_{1s}^1\ q_2^1\ \dot{q}_0^1\ \dot{q}_{1c}^1\ \dot{q}_{1s}^1\ \dot{q}_2^1 \cdots q_0^{N_m}\ q_{1c}^{N_m}\ q_{1s}^{N_m}\ q_2^{N_m}\ \dot{q}_0^{N_m}\ \dot{q}_{1c}^{N_m}\ \dot{q}_{1s}^{N_m}\ \dot{q}_2^{N_m}]^T \tag{4-9}$$

여기서 q_0는 콜렉티브, q_{1c}는 종방향 사이클릭 , q_{1s}는 횡방향 사이클릭, q_2는 미분부분 등을 나타낸다.

$$\Delta y_{nr} = y_{nr} - y_{nr_{trim}} \tag{4-10}$$

$$\Delta \dot{y}_{nr} = \dot{y}_{nr} - \dot{y}_{nr_{trim}} \tag{4-11}$$

회전좌표계에서 비회전좌표계로 변환된 선형모델은 여전히 시변 시스템으로 선형 시불변 시스템을 얻기 위해서 주 회전익 1회전에 걸쳐 등간격의 회전방위각에서 행렬 A_{nr}과 B_{nr}을 계산하고 나서 평균을 취한다. 회전방위각 ψ_k의 선택은

헬리콥터 형태에 의존한다. 4개의 같은 깃을 가진 경우 주 회전익은 1회전이 이루어 져야 하지만 본 연구에서는 4개의 동일한 깃이 사용된다고 가정했으므로 선형화는 1/4회전에 걸쳐 수행된다.

$$\Psi_k = \frac{k\pi}{2N} \tag{4-12}$$

여기서 N은 회전좌표계에서 계산된 선형모델의 총 수 이다. 따라서 평균행렬 A_{avg}와 B_{avg}에 의해 표현된 최종 선형모델은 다음과 같다.

$$\Delta \dot{y}_{nr} = A_{avg}\Delta y_{nr} + B_{avg}\Delta u \tag{4-13}$$

4.2 시간적분

운동방정식의 시간적분은 적분과정에서 입력되는 초기조건과 조종입력에 대한 결과로 동적응답 계산을 포함한다. 시간에 따른 상태변화 계산은 비선형 운동방정식에 대한 것과 선형운동방정식에 대한 것이다. 운동방정식은 1차 상태공간형태로 나타내졌기 때문에 비선형방정식을 수치적으로 적분하는데 사용하는 ODE 해법이 적용되었다. 따라서 수치적분에 대해 변동적분구간과 변동차수가 적용되는 Adams-Bashforth 알고리듬이 사용되었다.[12] 본 연구에서 운동방정식을 적분하는데 사용된 초기조건은 헬리콥터의 트림상태이다.

제 5 장 결과 및 분석

이 장에서 제시된 모든 결과들은 관절형 회전익 형상의 UH-60A 헬리콥터 모델에 대하여 비행제어 시스템이 비활성화 된 상태에서 계산된 결과이며 유연 깃 효과를 고려하기 위해 각각의 회전익 깃은 4개의 유한요소로 모델링 되었다. 그 이유는 Ames GenHel[14]의 강체 회전익 깃 모델에 대한 공력데이터 등을 이용하기 위해서 이다. 깃 운동방정식에서 비정상상태 공기역학에 대한 고려는 계산 수행 측면에서 Leishman_Nguyen의 상태공간 형태을 이용하였다.[8][12] 단위 깃 당 비정상 공기역학 위치는 5개이며 해당되는 위치의 각각에 대해 8개의 상태방정식으로 결정된다. 계산 수행에서 사용되는 UH-60A에 대한 물리적인 상수들은 Table 5.1 ~ Table 5.3에 나타내었다. 공력하중분포 계산에 요구되는 모든 양들은 깃 당 32개점의 깃 길이방향 위치에서 계산하였다. 따라서 본 논문에서 제시된 결과들은 깃 요소 형태의 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에 비정상 공기역학 모델과 유연깃 모델을 병합하였을 때 그 효과를 조사하기 위해 깃 모드 형상, 전진속도에 따른 트림값 변화, 제자리 비행에서 주파수 응답의 상관관계, 조종사 입력에 대한 자유비행응답 및 주 회전익 회전면에서 공력계수 및 받음각 분포 등을 조사하였다.

Table 5.3 Fuselage Parameters of the UH-60A Helicopter.

Helicopter Parameter	*Nominal Value*	*Symbol*
Gross Weight	16000.0	$W[lbs]$
Inertia about X-body axis	4659.0	$I_{xx}[slugs-ft^2]$
Inertia about Y-body axis	38512.0	$I_{yy}[slugs-ft^2]$
Inertia about Z-body axis	36796.0	$I_{zz}[slugs-ft^2]$
Inertia about X-Z body axes	1882.0	$I_{xz}[slugs-ft^2]$

Table 5.4 Main Rotor Parameters of the UH-60A Helicopter.

Main Rotor Parameter	*Nominal Value*	*Symbol*
Number of Blades	4	
Radius	26.83	$R[ft]$
Blade Chord	1.75	$c[ft]$
Rotational Speed	27.0	$\Omega[rad/\sec]$
Tip Speed	724.41	$V_{tip}[ft/\sec]$
Longitudinal Mast Tilt	-3.0	$i_{\Theta}[deg]$
Airfoil Section	SC1095	
First Airfoil Section	5.08	$[ft]$
Blade Precone	0.0	$\beta_{p}[deg]$
Linear Blade Twist	-18.0	$\Theta_{tw}[deg]$
Solidity	0.083	σ
Lock Number	5.11	γ
Control Phase Shift	-9.7	$\Delta_{sp}[deg]$

Table 5.5 Tail Rotor Parameters of the UH-60A Helicopter.

Tail Rotor Parameter	*Nominal Value*	*Symbol*
Number of Blades	4	
Radius	5.5	$R_{tr}[ft]$
Blade Chord	0.81	$c[ft]$
Rotational Speed	124.62	$\Omega_{tr}[rad/\sec]$
Tip Speed	685.41	$[ft/\sec]$
Rotor Shaft Cant Angle	20.0	$[deg]$

5.1 주 회전익 깃 모드형상

헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에 회전익 깃의 유연성을 포함하기 위해 공력탄성학적인 연구에서 사용되는 플랩-래그-비틀림 등이 결합된 탄성 회전익 모델을 깃 요소 형태에 적용하였다. 따라서 주 회전익 깃에서 공력하중분포 계산, 관성하중분포 계산, 구조하중분포 계산 등은 유한요소기법을 이용하여 계산된 고유모드 형상을 가지고 모델링 되었다. 깃 모드형상들에 대한 조사는 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에서 회전익에 의한 하중을 계산할 때 강체모드와 탄성모드형상 등을 구분하여 계산에 포함될 범위를 결정하기 위해서이다. 제시된 깃 고유모드는 6개의 회전고유진동수에 대응하여 Fig. 5.1 ~ Fig. 5.6에 나타내었다. 회전고유진동수 $0.2680/rev$에 해당되는 1차 모드는 래그 모드가 지배적이고 회전고유진동수 $1.0352/rev$에 해당되는 2차 모드는 플랩 모드가 지배적이다. 3차 모드는 회전고유진동수 $2.8199/rev$에 해당되며 지배적인 모드는 플랩모드로 다른 모드들과 연성되어 나타난다. 이것은 탄성모드로 고려되며 깃 끝의 기하학적인 모양(swept tip)에 의한 비틀림 모드 성분도 연성되어 나타난다. 깃 끝 형상에 대한 물리적인 값은 참고문헌[22]을 이용하였다. 회전고유진동수 $4.6339/rev$에 해당되는 4차 모드는 비틀림 탄성모드가 지배적이며 플랩모드와 래그모드 성분도 연성되어 나타난다. 회전고유진동수 $5.1287/rev$에 해당하는 5차 모드 역시 비틀림 모드가 지배적이며 플랩모드가 조금 연성되어 나타난다. 회전고유진동수 $7.6144/rev$에 해당되는 6차 모드는 탄성 비틀림 모드가 지배적으로 나타난다.

탄성모드를 고려한 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션은 별도의 연구수행이 필요하므로 본 연구에서 수치 시뮬레이션 수행동안 유지되는 주 회전익 모드형상은 1차와 2차 모드인 래그모드와 플랩모드로 한정한다.

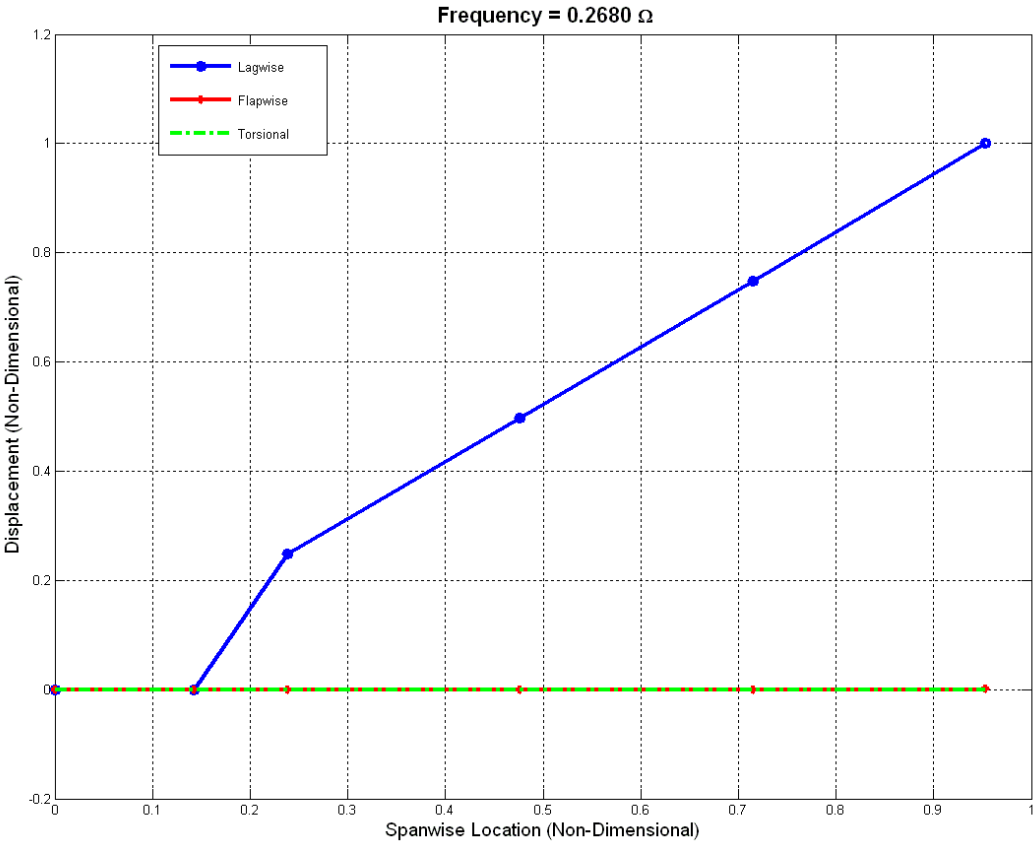

Fig. 5.24 First Natural Mode Shape for Articulated Rotor Blade.

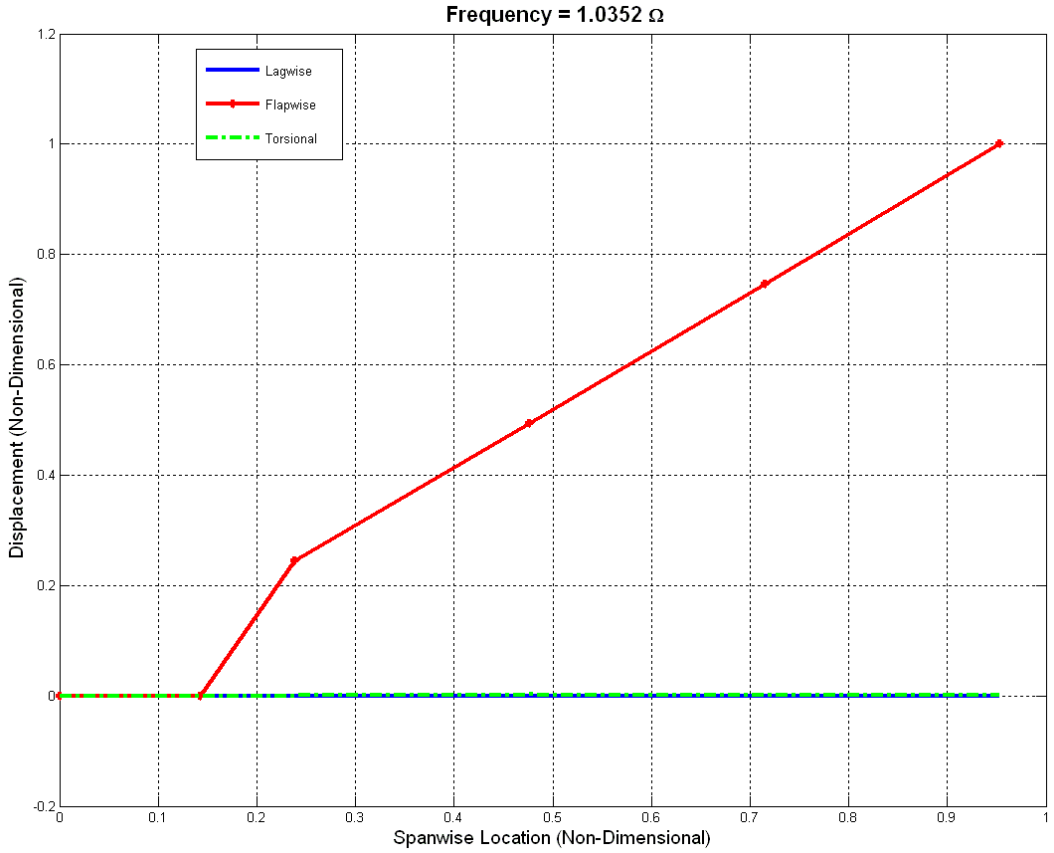

Fig. 5.25 Second Natural Mode Shape for Articulated Rotor Blade.

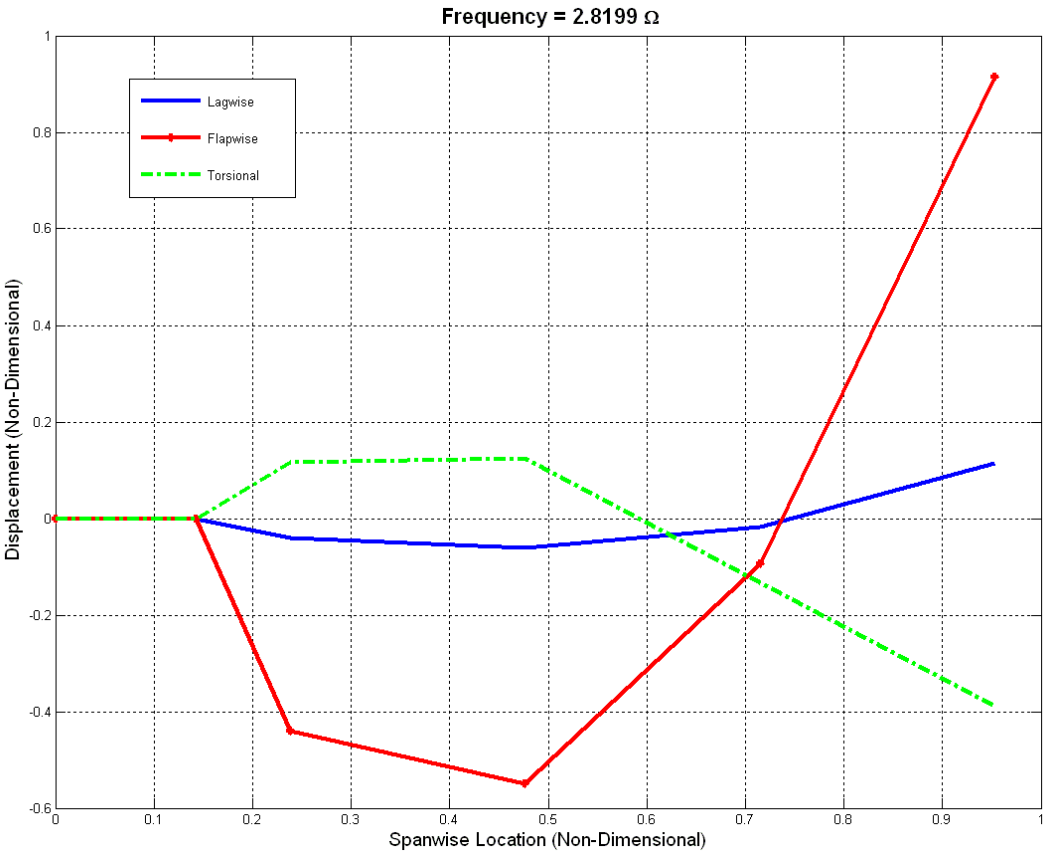

Fig. 5.26 Third Natural Mode Shape for Articulated Rotor Blade.

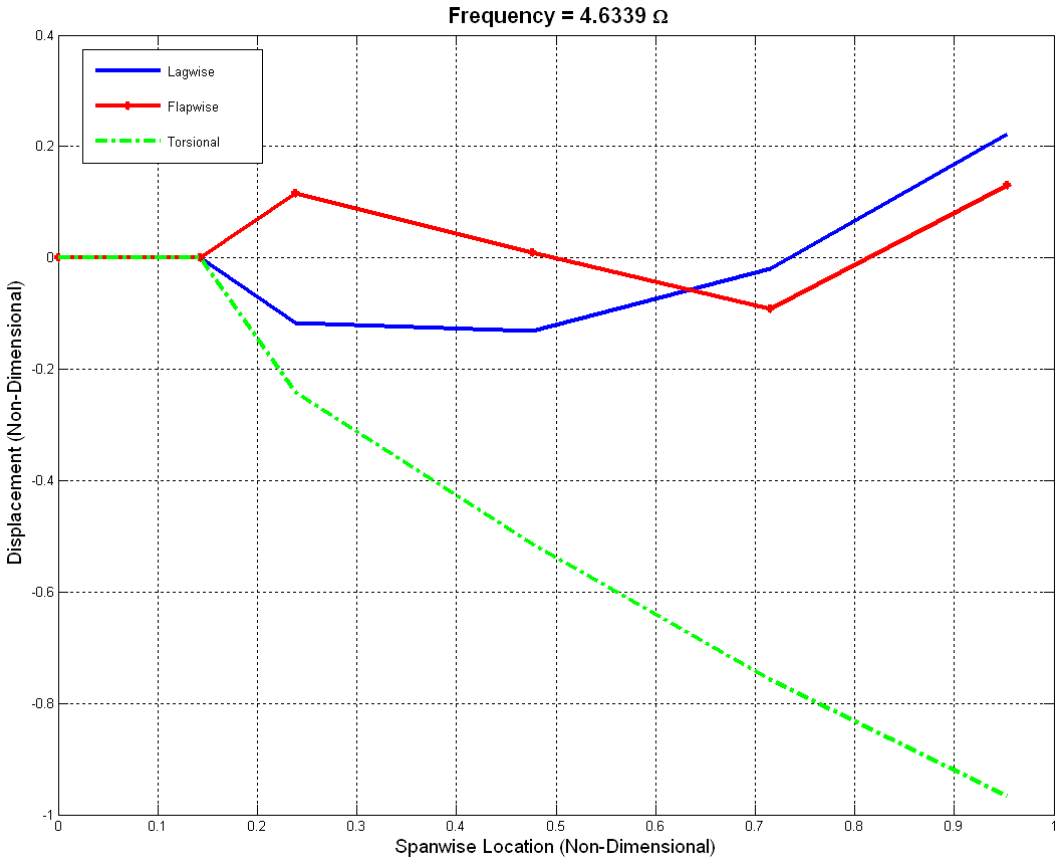

Fig. 5.27 Fourth Natural Mode Shape for Articulated Rotor Blade.

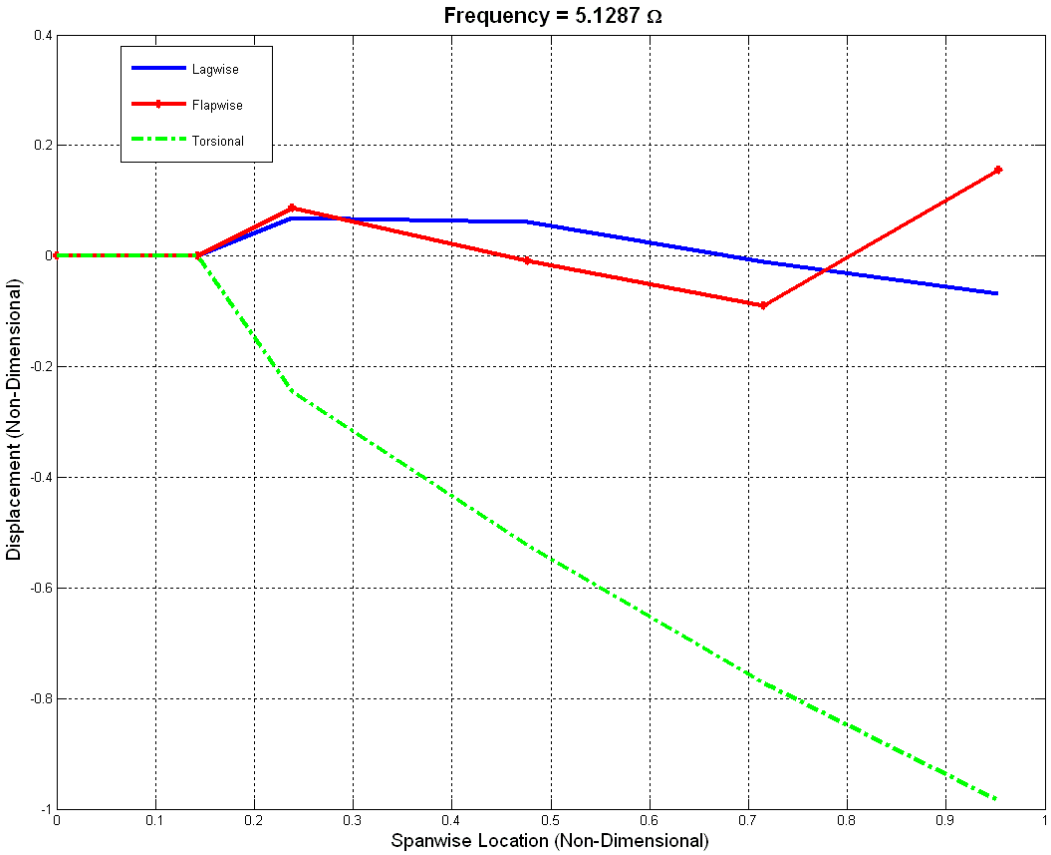

Fig. 5.28 Fifth Natural Mode Shape for Articulated Rotor Blade.

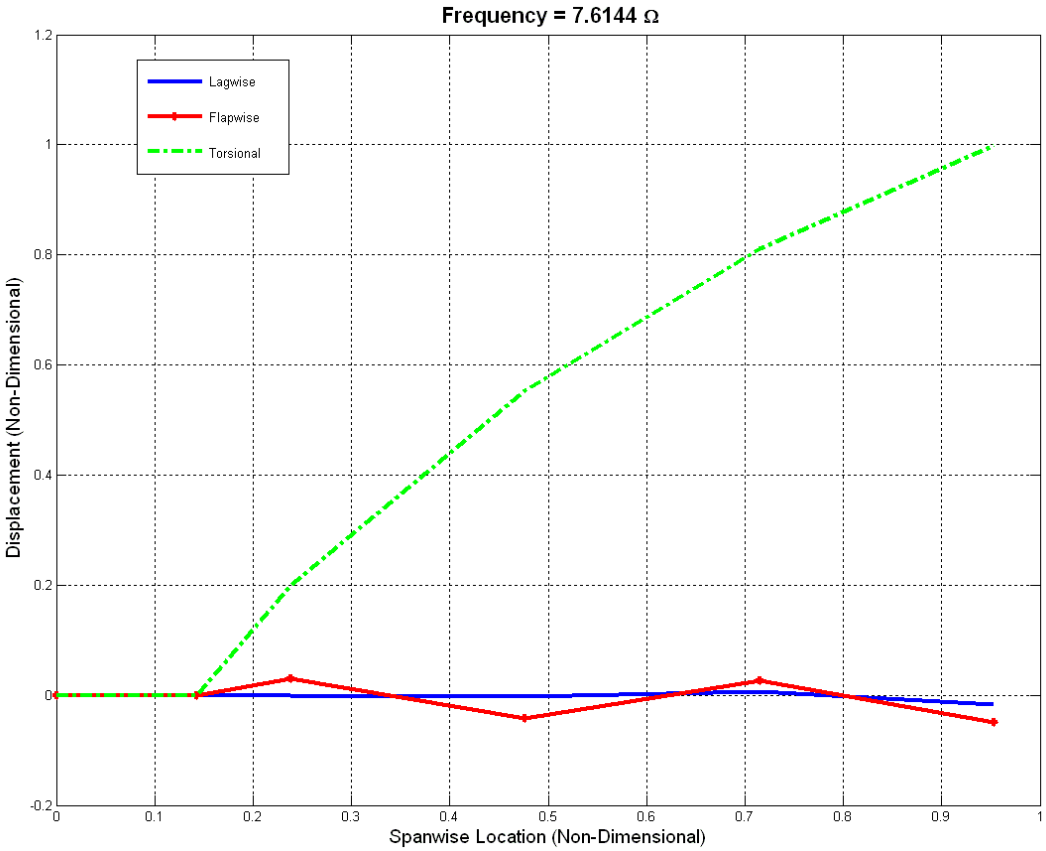

Fig. 5.29 Sixth Natural Mode Shape for Articulated Rotor Blade.

5.2 트림결과 및 자유비행 응답에 대한 비정상공기역학 효과

비정상 공기역학은 에어포일에서 발생되는 힘과 모멘트의 크기와 위상을 변화시켜서 주 회전익 회전면에서 양력분포를 변화시킨다.[11] 이러한 비정상 공기역학 변화들은 플래핑 응답, 깃 끝 경로면 운동 등을 변화시켜서 주 회전익에서 발생되는 피칭과 롤링모멘트를 변화시킨다. 또한 비정상공기역학 효과는 사이클릭 피치입력에 의한 탈축(off-axis)응답 예측에 중요한 역할을 한다. 여기서 탈축(off-axis)응답이란 종방향 사이클릭 피치 입력에 대한 롤 응답을 말한다. 그러므로 본 논문에서는 깃 요소 형태의 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에 비정상 공기역학 모델을 병합했을 때 전진비행속도에 따른 트림 값 변화와 제자리 비행에서 횡방향 사이클릭 입력에 대한 자유비행 응답을 조사하였다. 전진 속도에 따른 트림 값 변화를 전진비 $\mu = 0.31$(140노트)까지 준 정상 공기역학 모델과 비정상 공기역학 모델에 대해 FLIGHTLAB, 비행시험자료등과 비교하여 Fig. 5.7과 Fig. 5.8에 각각 제시하였다. 트림 해 과정에서 직선 수평비행의 경우 횡방향 힘 평형은 동체 롤 자세각과 옆미끄럼각의 조합으로 얻어지기 때문에 트림 해에서 약간의 모호함이 존재한다. 그러므로 약 50kts 이상에서 트림문제는 롤 자세각이 0이 되도록 하였다. 반면에 50kts 이하에서는 옆미끄럼각이 0이 되도록 하였다. 비정상 공기역학에 대한 트림 값들은 트림해 수치수행 과정에서 계산시간이 많이 소요되고 수렴에 실패한 경우가 많았다. 대체적으로 두 경우가 비슷한 경향을 나타내고 FLIGHTLAB, 비행시험자료등과 비교했을때 피치자세각을 제외하고는 정량적으로 일치하는 결과를 나타낸다. 따라서 전진속도에 따른 트림 값 변화에 대한 비정상 공기역학 효과는 주 회전익 횡방향 사이클릭 피치에서 약간의 차이를 나타내며 동체 롤 자세각에 대해서는 저속영역에서 약간의 차이를 나타낸다.

자유비행응답에서 비정상 공기역학 효과를 나타내기 위해서 Fig. 5.9에 제자리 비행조건에서 횡방향 사이클릭 계단입력으로 근사되는 조종입력에 대해 헬리콥터의 실제 비행시험 응답과 모사 응답을 비교하였다. 계산된 트림 값과 실제 트림 값은 정확히 같지 않으므로 모사 시간응답을 만들기 위해 실제 비행시험 조

종입력이 계산된 트림 조종 값으로부터 미소교란되어 적용되었다. 조종입력은 제자리 비행을 유지하려는 상태이며 횡방향 사이클릭 스텝 피치입력에 대한 롤 각속도응답은 준 정상공기역학 모델과 비정상공기역학 모델이 비행시험 자료와 비교적 정량적인 일치를 나타낸다. 횡방향 사이클릭 스텝 피치에 대한 탈축(off-axis)응답인 피치 각속도는 비교적 양호한 일치를 나타낸다. 요 각속도 응답의 경우 비행시험 데이터는 준 정상공기역학과 비정상공기역학에 대한 결과가 거의 일치한다. 그러므로 자유비행 응답에 대한 결과를 통해 탈축(off-axis)응답은 비정상공기역학 모델만으로 예측가능하다는 것을 알수 있다. 정교한 주 회전익 유입유동 모델을 사용한 탈축(off-axis)응답 예측은 추후 연구과제로 남긴다.

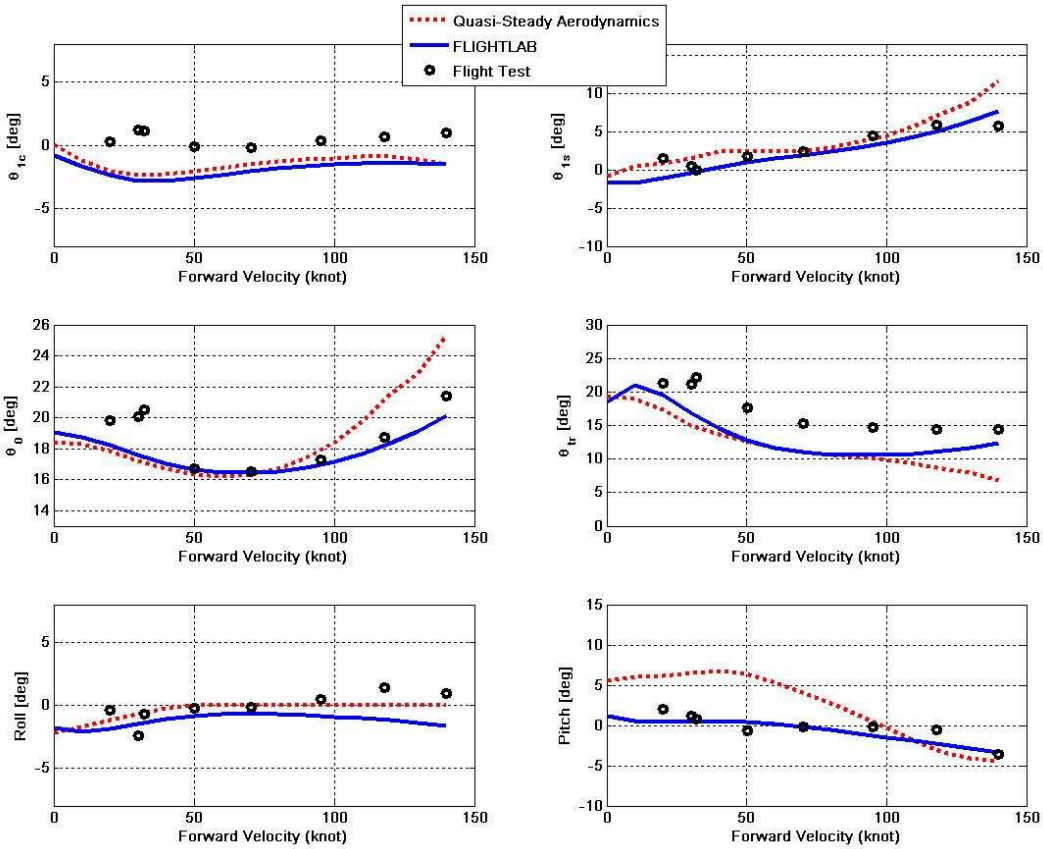

Fig. 5.30 Level Trim versus Forward Velocity for UH-60A in Straight and Level Flight Static Trim.(Quasi-Steady Aerodynamics)

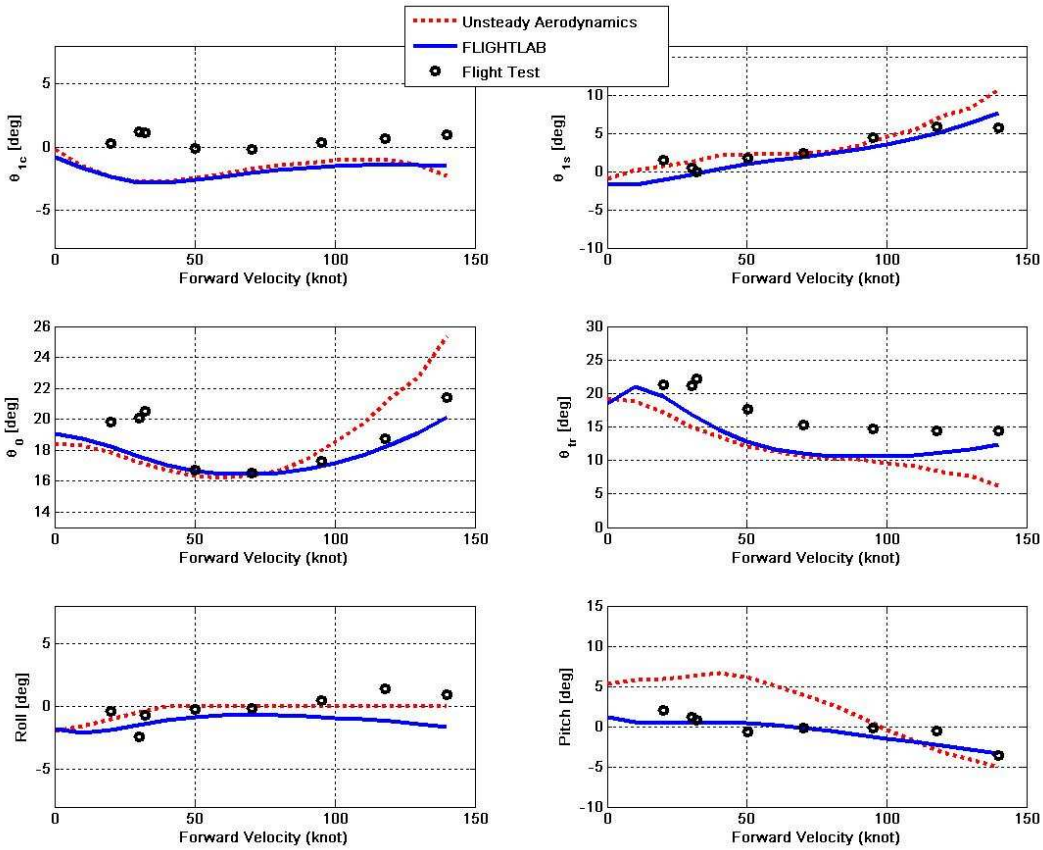

Fig. 5.31 Level Trim versus Forward Velocity for UH-60A in Straight and Level Flight Static Trim.(Unsteady Aerodynamics)

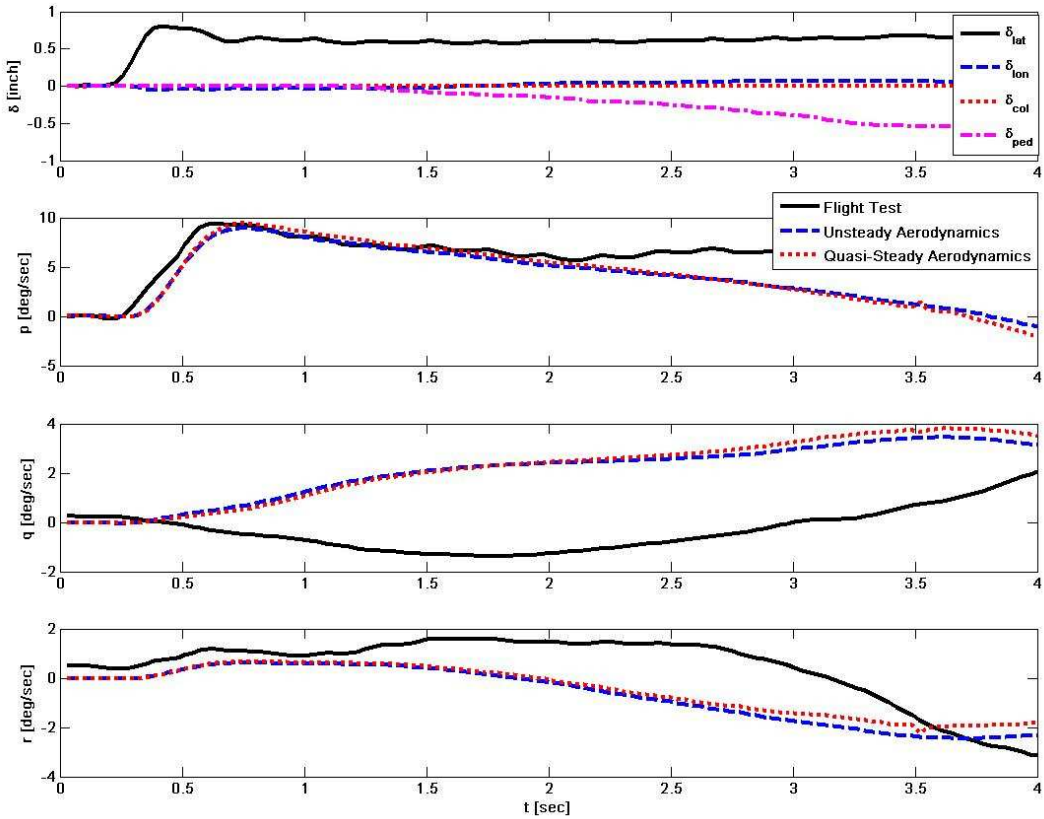

Fig. 5.32 Response Time History Comparisons for Lateral Cyclic Input, δ_{lat} in Hover Flight Condition.

5.3 주파수 응답

회전익기 동적모델 연구에서 대부분 결과들은 시간영역에서 비행시험 데이터와 비교를 통해 적합 되어진다. 최근에 주파수영역에 토대를 둔 연구들이 비행시험 데이터와 회전익기 시뮬레이션 모델의 결과를 비교했을 때 적합성에 대해 좀 더 수긍할만한 결과들을 제공한다고 알려졌다.[19][20] 그러므로 본 연구에서는 유용한 제자리 비행시험 데이터, 준 정상공기역학 모델에 대한 시뮬레이션 결과, 비정상공기역학 모델에 대한 시뮬레이션 결과 등에 대해서 주파수 응답을 비교하여 Fig. 5.10 ~ Fig. 5.12에 제시하였다. 횡방향 사이클릭 피치입력 δ_{lat}에 대한 롤 각속도의 주파수 응답, 즉 정축응답을 나타내는 Fig. 5.10의 진폭을 살펴보면 비정상공기역학 모델이 준 정상공기역학 모델에 비해 비행시험 데이터와의 상관관계를 높인다는 것을 알 수 있으며 특히 약 3~20rad/sec 근방에서 일관성이 높다는 것을 알 수 있다. 횡방향 사이클릭 피치입력에 대한 롤 각속도 응답의 위상에 대한 결과는 비행시험데이터에 비해 해석결과의 위상이 고 주파수 영역에서 약 180도 지연된 효과를 볼 수 있다. 횡방향 사이클릭 피치입력에 대한 피치 각속도 응답과 요 각속도 응답, 즉 탈축응답은 Fig. 5.11과 Fig. 5.12에 나타냈으며 전반적으로 진폭과 위상에 대한 상관관계가 정량적으로 일치된 결과를 나타낸다.

이상의 결과를 통해 비정상공기역학 모델은 비행시험 데이터와의 정축(on-axis) 주파수응답에서 준 정상공기역학 모델에 비해 상관관계를 높였으며 탈축(off-axis)응답 예측에 대한 결과도 신뢰할 수 있다는 것을 알 수 있다.

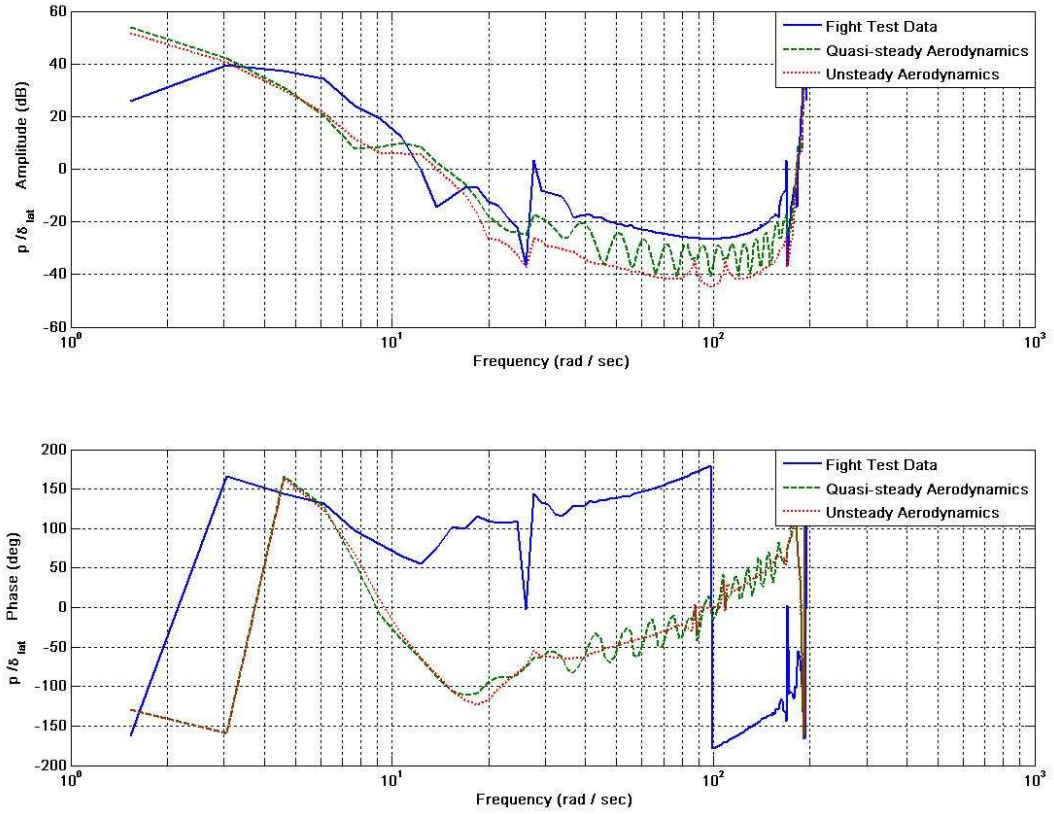

Fig. 5.33 Roll Rate Frequency Response to Lateral Cyclic Input, δ_{lat} in Hover Flight Condition.

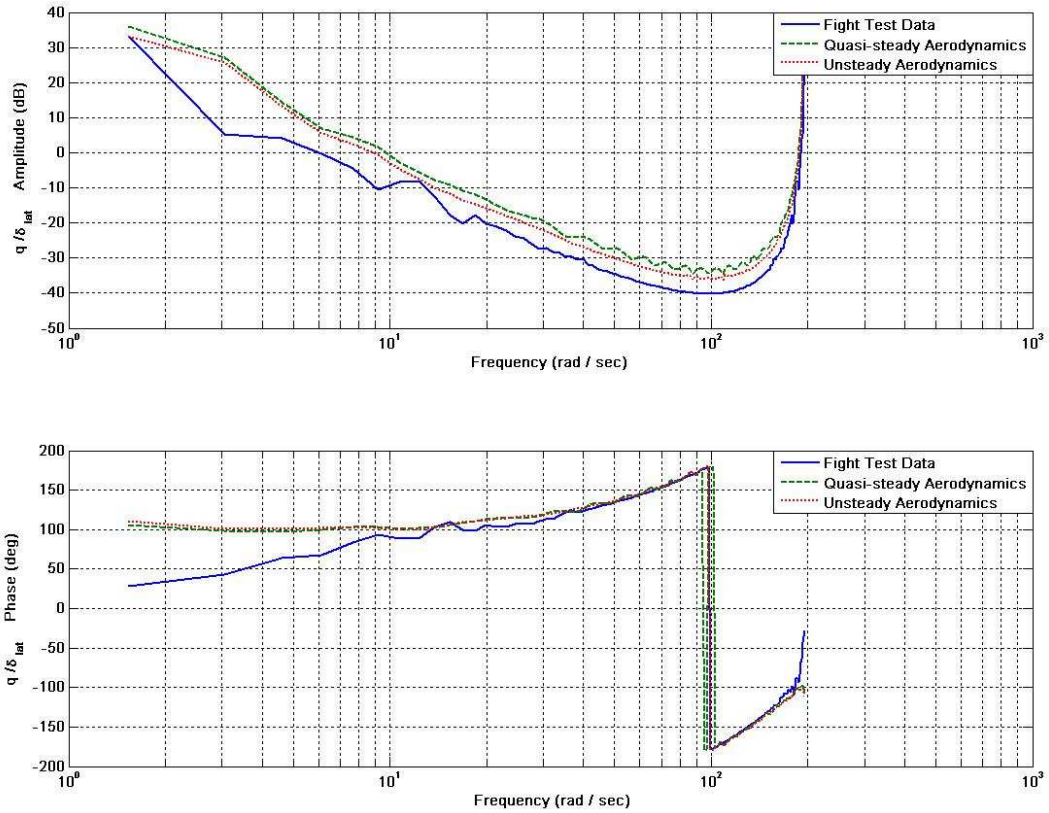

Fig. 5.34 Pitch Rate Frequency Response to Lateral Cyclic Input, δ_{lat} in Hover Flight Condition.

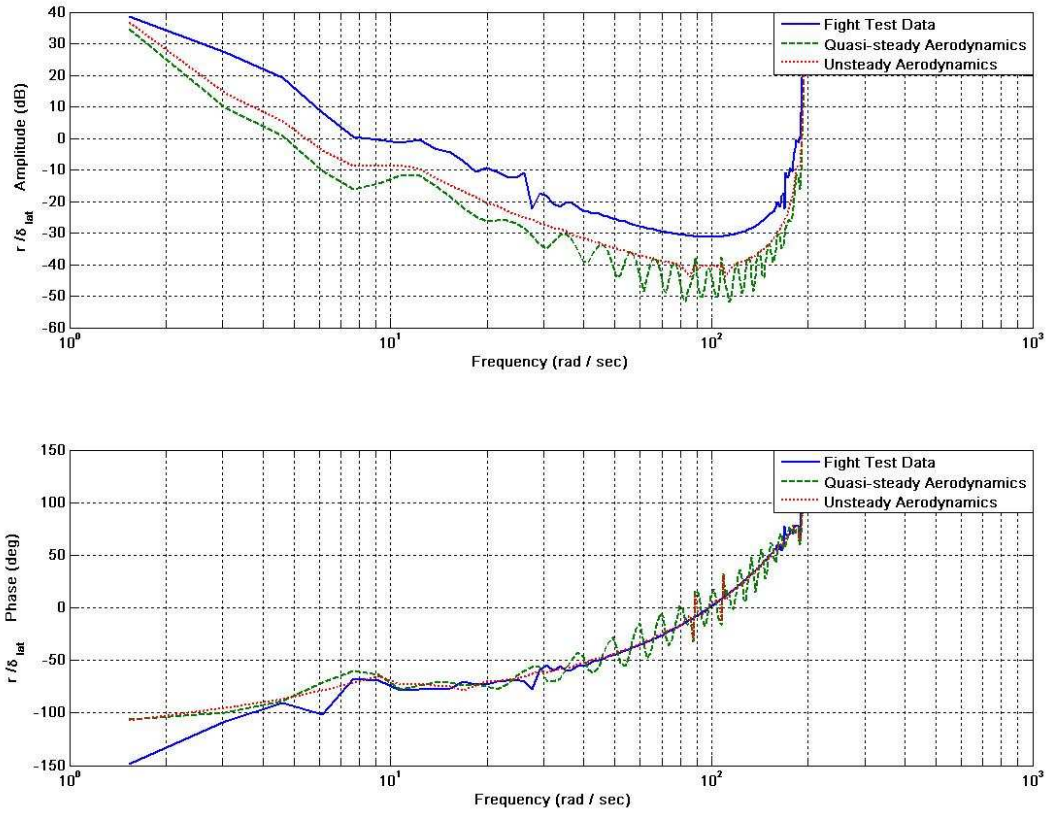

Fig. 5.35 Yaw Rate Frequency Response to Lateral Cyclic Input, δ_{lat} in Hover Flight Condition.

5.4 공력계수와 받음각에 대한 비정상공기역학 효과

주 회전익 회전면에서 비정상공기역학 효과를 조사하기 위해 제자리 비행과 전진비행속도120kts(전진비 $\mu = 0.28$)에서 준 정상공기역학과 비정상공기역학의 경우에 각각 양력계수 분포, 항력계수 분포, 피칭모멘트 계수 분포, 받음각 분포 등을 조사하였다. 공력계수분포 계산은 깃 1개당 깃 길이방향으로 32개 점를 선정하고 회전방향각으로 32개 점를 선정하여 수행하였다. 주 회전익 회전면에서 양력계수분포를 조사한 결과는 Fig. 5.13 ~ Fig. 5.16에 제시했는데 먼저 제자리 비행의 결과를 살펴보면 준 정상공기역학과 비정상공기역학의 경우 축대칭 분포를 확인할 수 있다. 이 현상은 제자리 비행 트림이 이루어진 직후를 나타낸다. 회전방향각 0도 근방에서 그림이 겹쳐 보이는 것은 시뮬레이션 과정에서 깃이 1/rev를 지나서 2/rev로 접어드는 순간을 나타내기 때문이다.

전진비행의 경우 주 회전익 회전면의 양력계수 분포는 회전익 허브에서 후퇴깃 쪽으로 약간 이동되어 대칭 되는 것을 관측 할 수 있는데 이것은 수평비행에 따른 양력분포를 같게 하려는 현상으로 기대된다.

항력계수분포에 대해서도 양력계수분포의 경우와 유사하게 주 회전익 회전면에서 제자리비행과 전진비행, 준 정상공기역학과 비정상공기역학의 경우로 나누어 계산결과를 Fig. 5.17 ~ Fig 5.20에 제시하였다. 항력계수분포의 경향은 양력계수분포의 경우와 유사하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 5.21 ~ Fig. 5.24에 제시된 주 회전익의 회전면에서 피칭모멘트 계수분포의 경향은 제자리비행의 경우 역시 축 대칭분포를 관측할 수 있으며 전진비행의 경우 회전중심에서 후퇴 깃 쪽으로 이동된 대칭분포를 나타낸다. 마지막으로 받음각 분포는 Fig. 5.25 ~ Fig. 5.28에 제시하였는데 제자리 비행에서 역시 축대칭 분포에 대한 일반적인 경향을 관측할 수 있다.

이상의 결과로부터 비 정상상태 공기역학을 고려한 공력계수 분포 결과는 준 정상상태 공기역학을 고려한 경우보다 크기분포에 있어서 전반적으로 조금 큰 경향이 있으나 위상분포는 같은 결과를 나타낸다는 것을 확인할 수 있다.

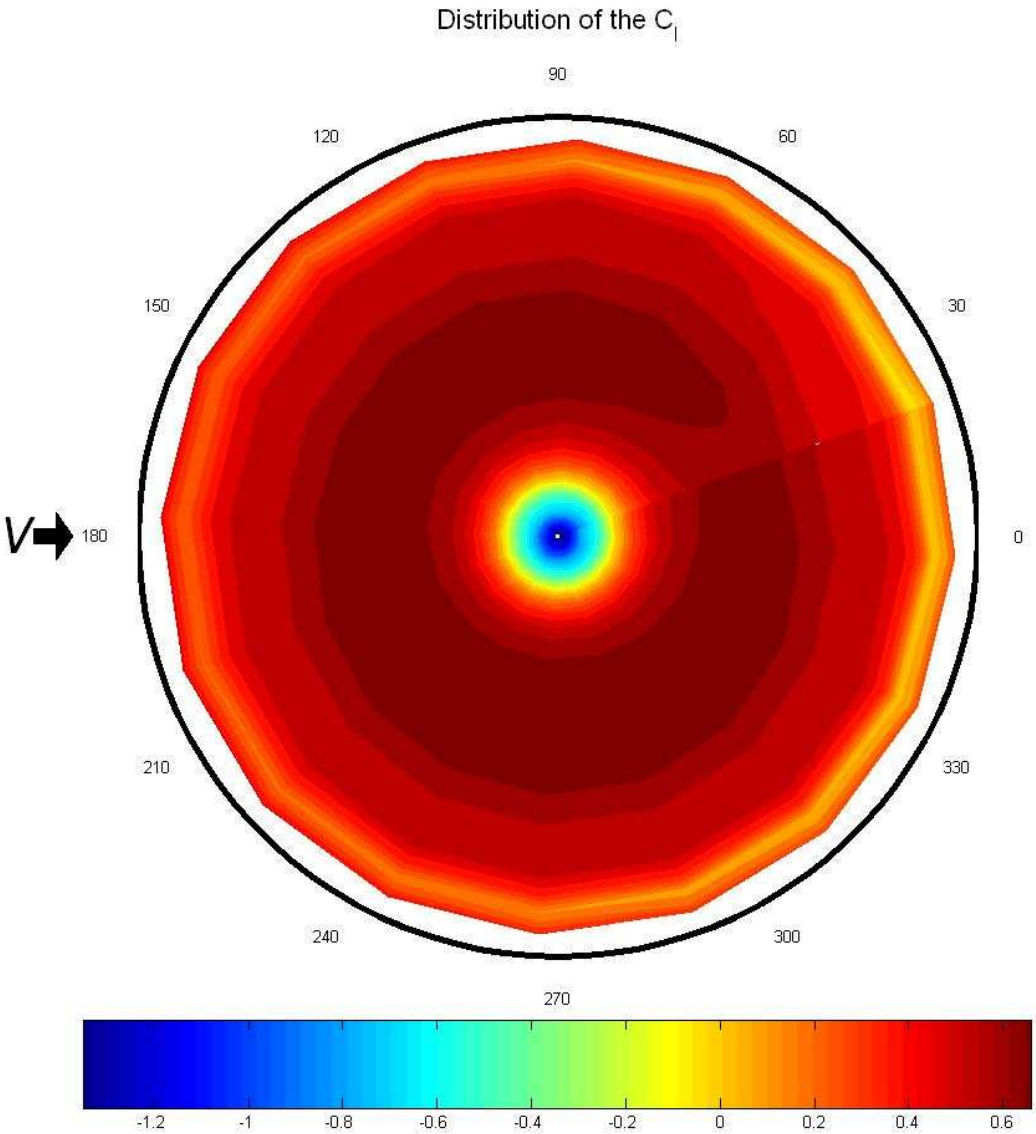

Fig. 5.36 Contour Plot of C_l for Quasi-Steady Aerodynamics in Hover.

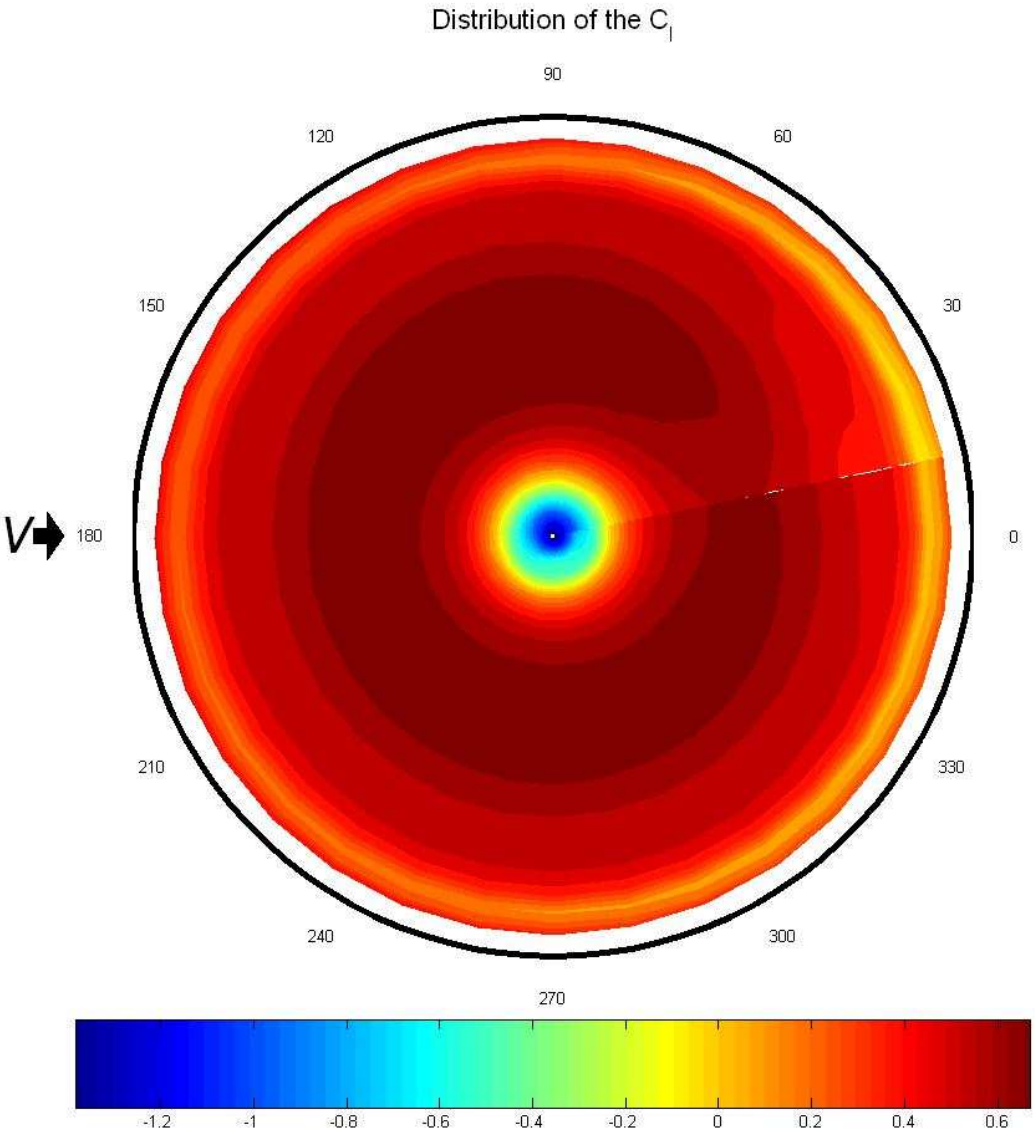

Fig. 5.37 Contour Plot of C_l for Unsteady Aerodynamics in Hover.

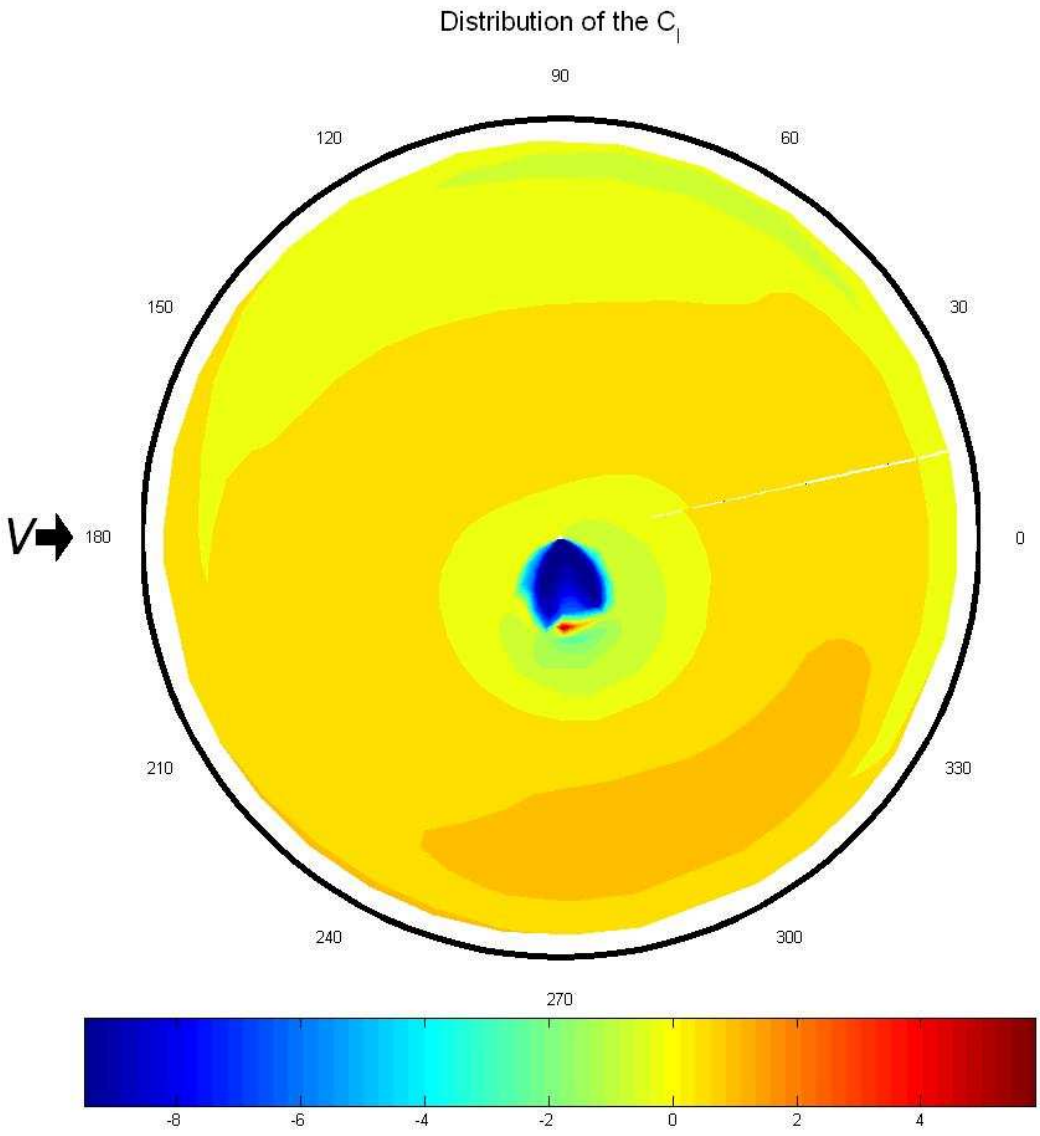

Fig. 5.38 Contour Plot of C_l for Quasi-Steady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120\,kts$

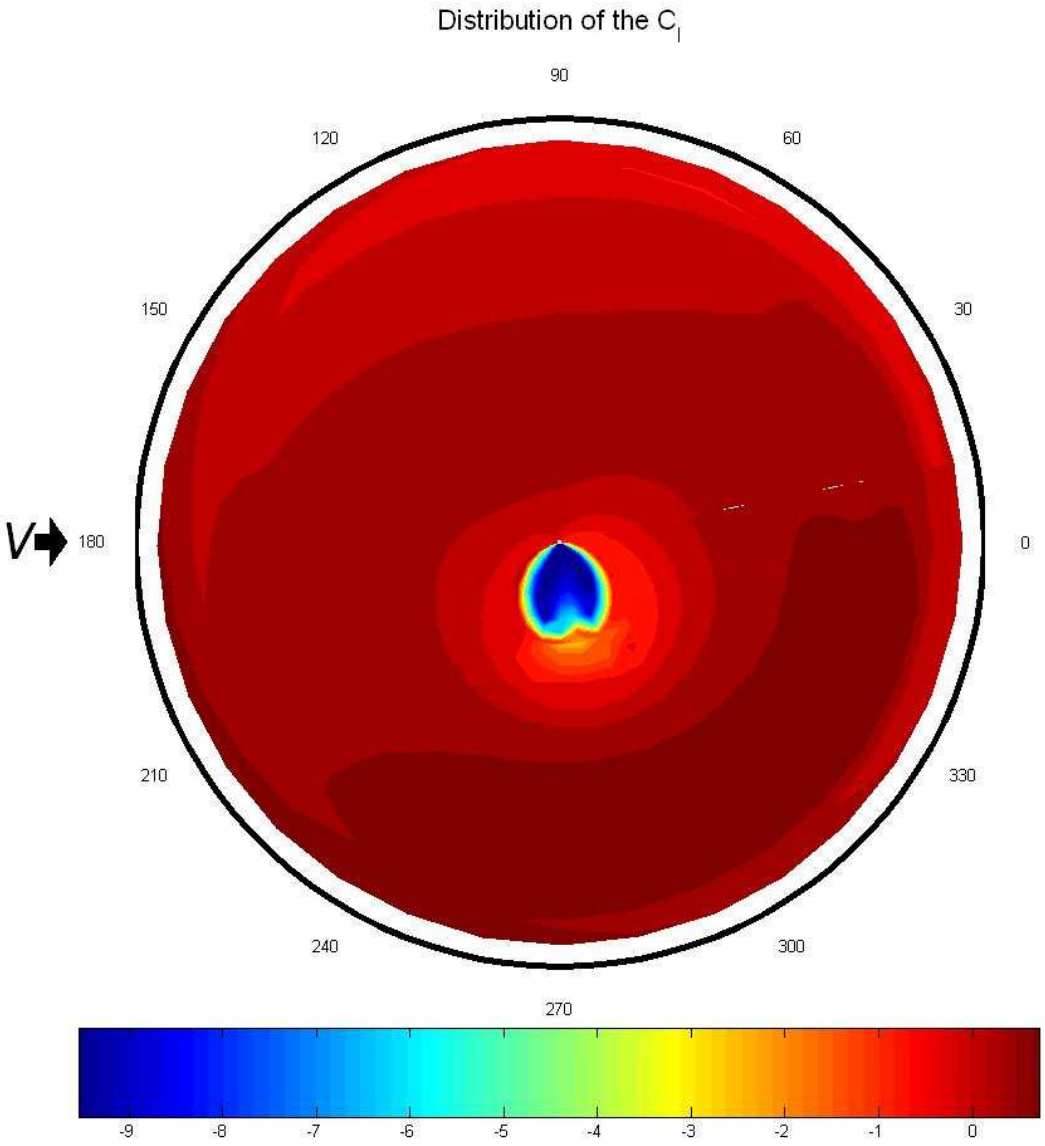

Fig. 5.39 Contour Plot of C_l for Unsteady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120\,kts$

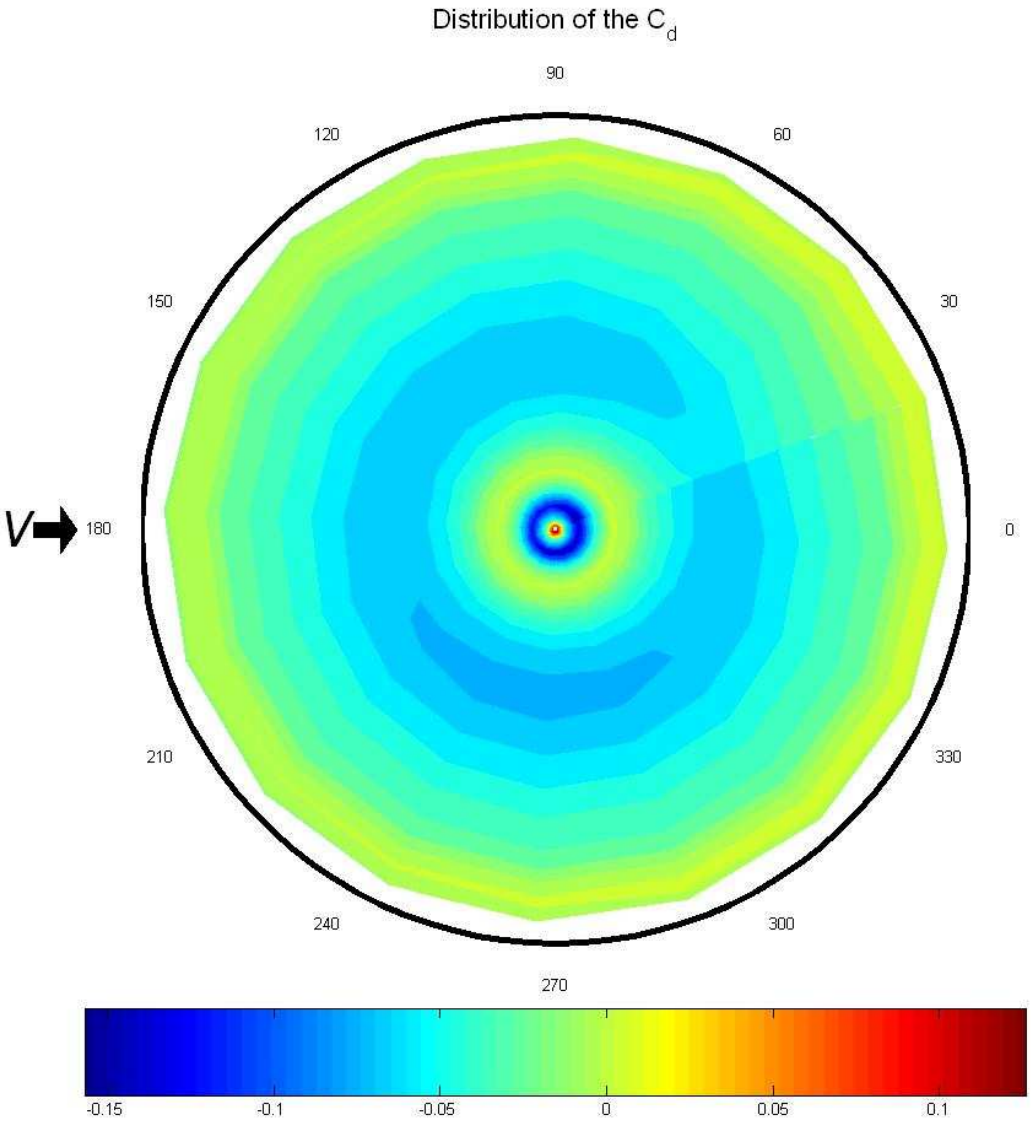

Fig. 5.40 Contour Plot of C_d for Quasi-Steady Aerodynamics in Hover.

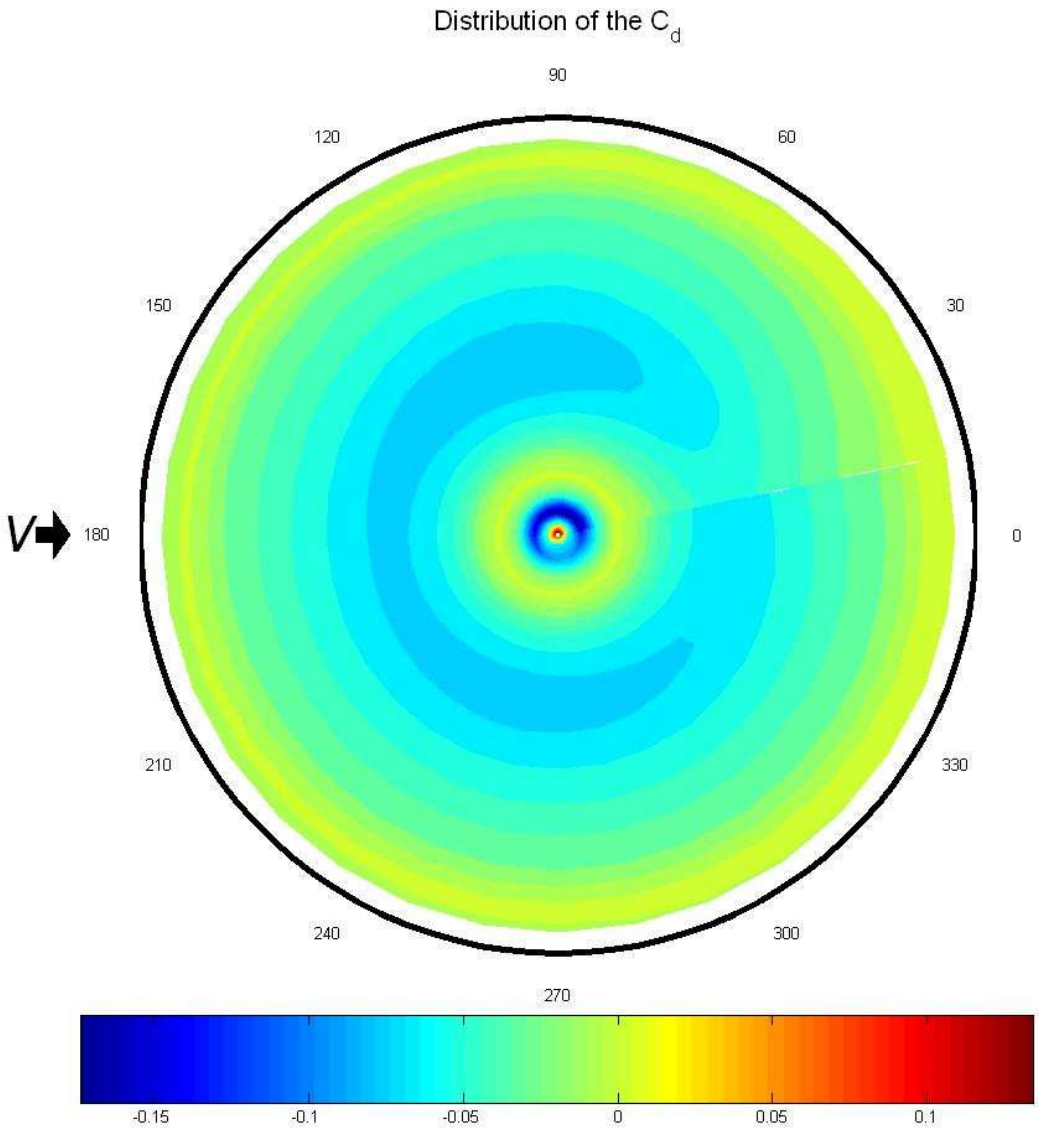

Fig. 5.41 Contour Plot of C_d for Unsteady Aerodynamics in Hover.

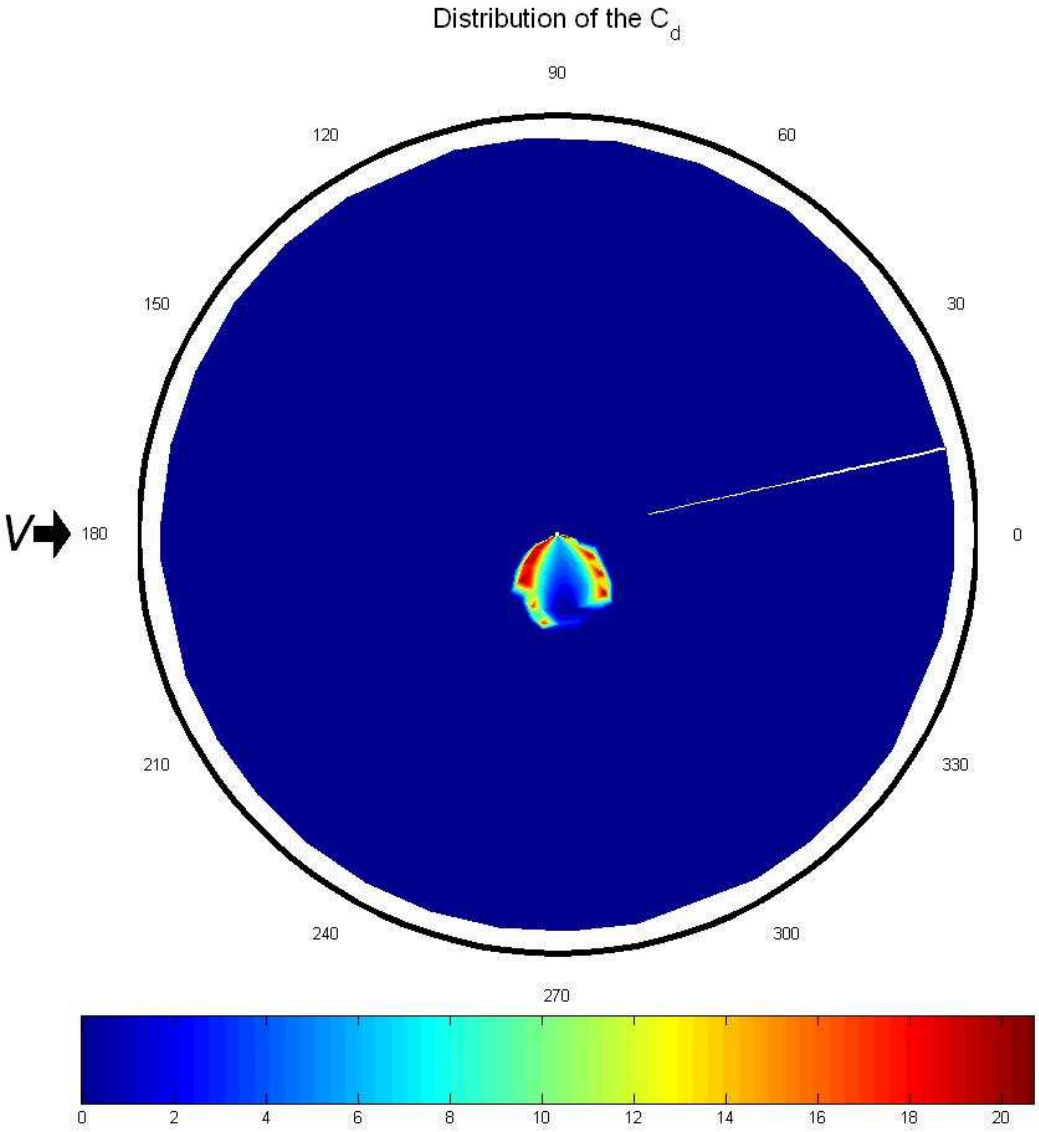

Fig. 5.42 Contour Plot of C_d for Quasi-Steady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120 kts$

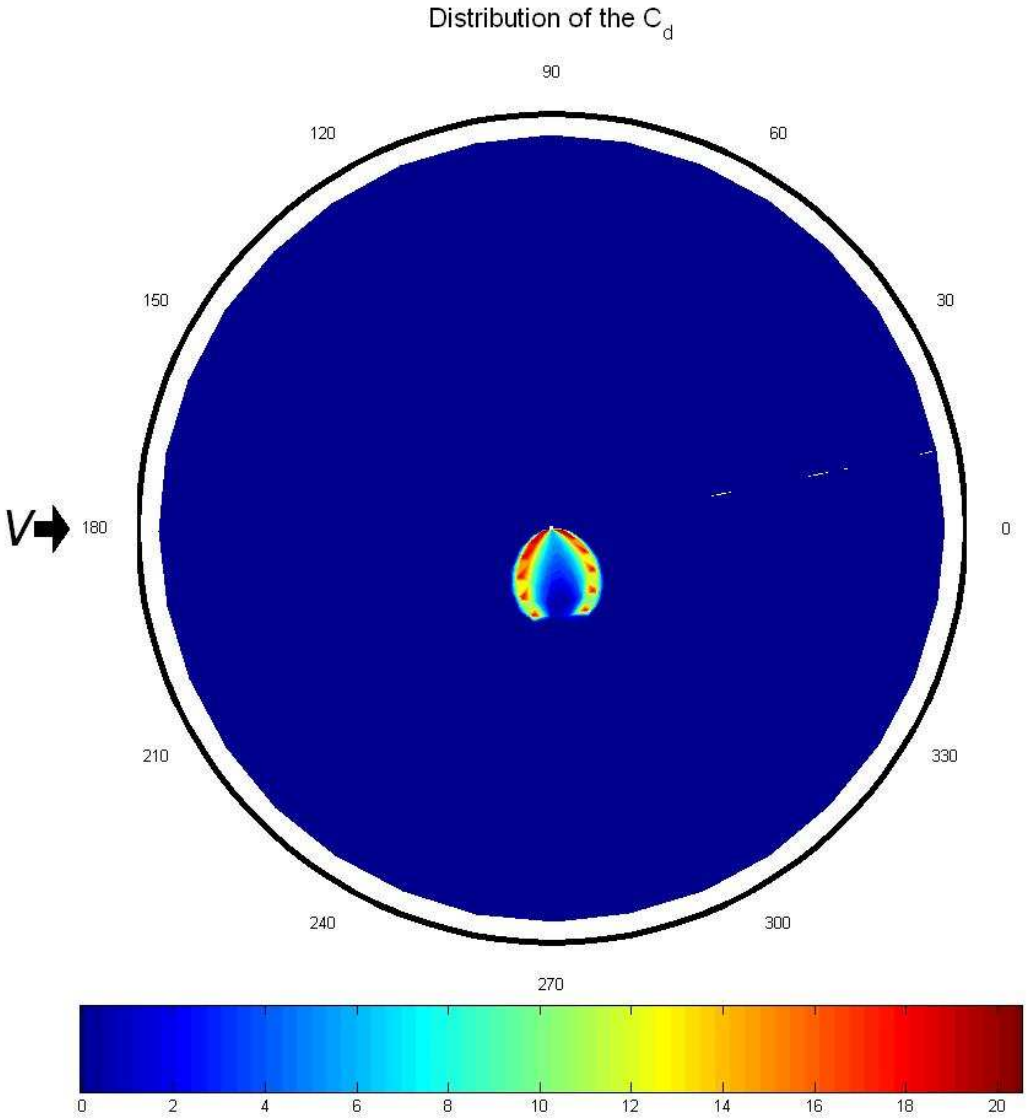

Fig. 5.43 Contour Plot of C_d for Unsteady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120\,kts$

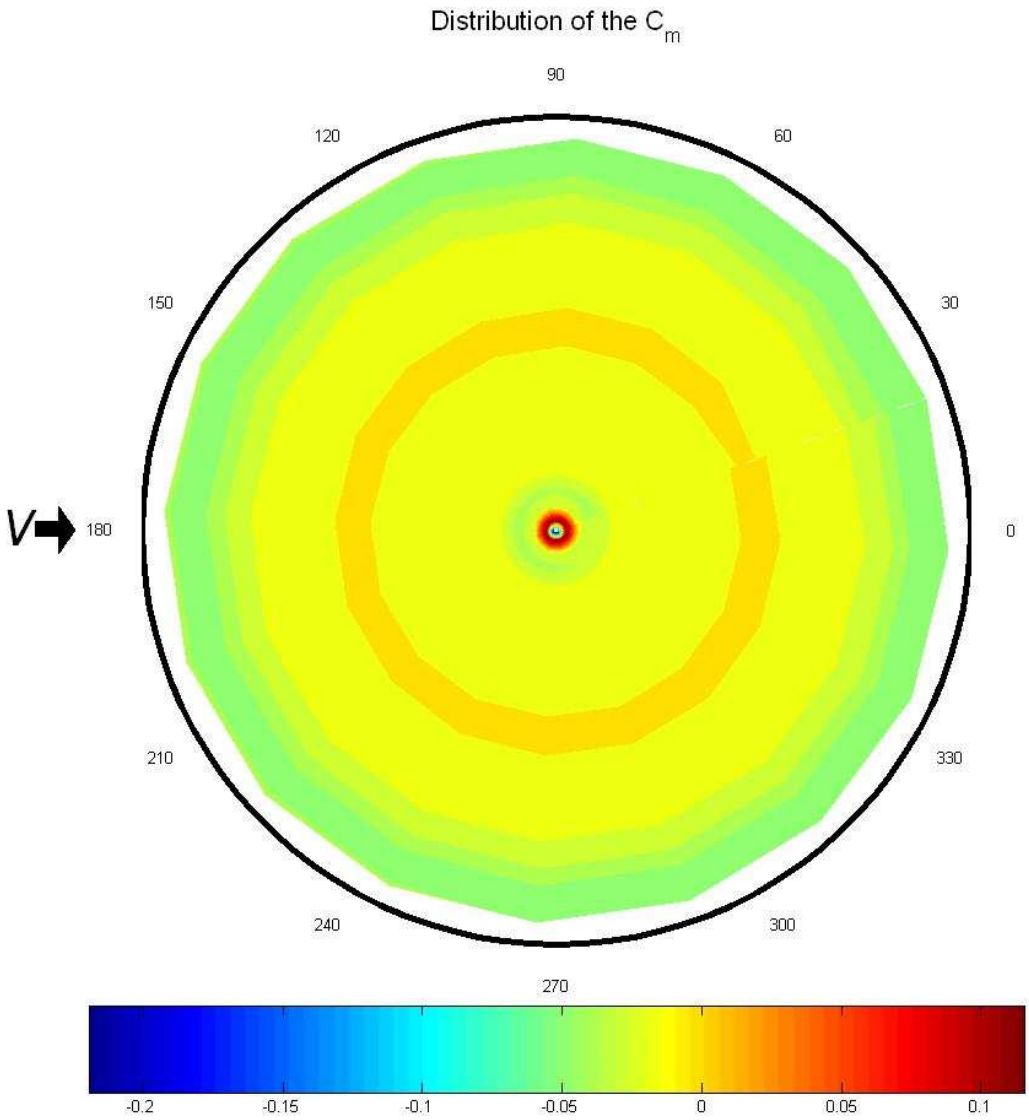

Fig. 5.44 Contour Plot of C_m for Quasi-Steady Aerodynamics in Hover.

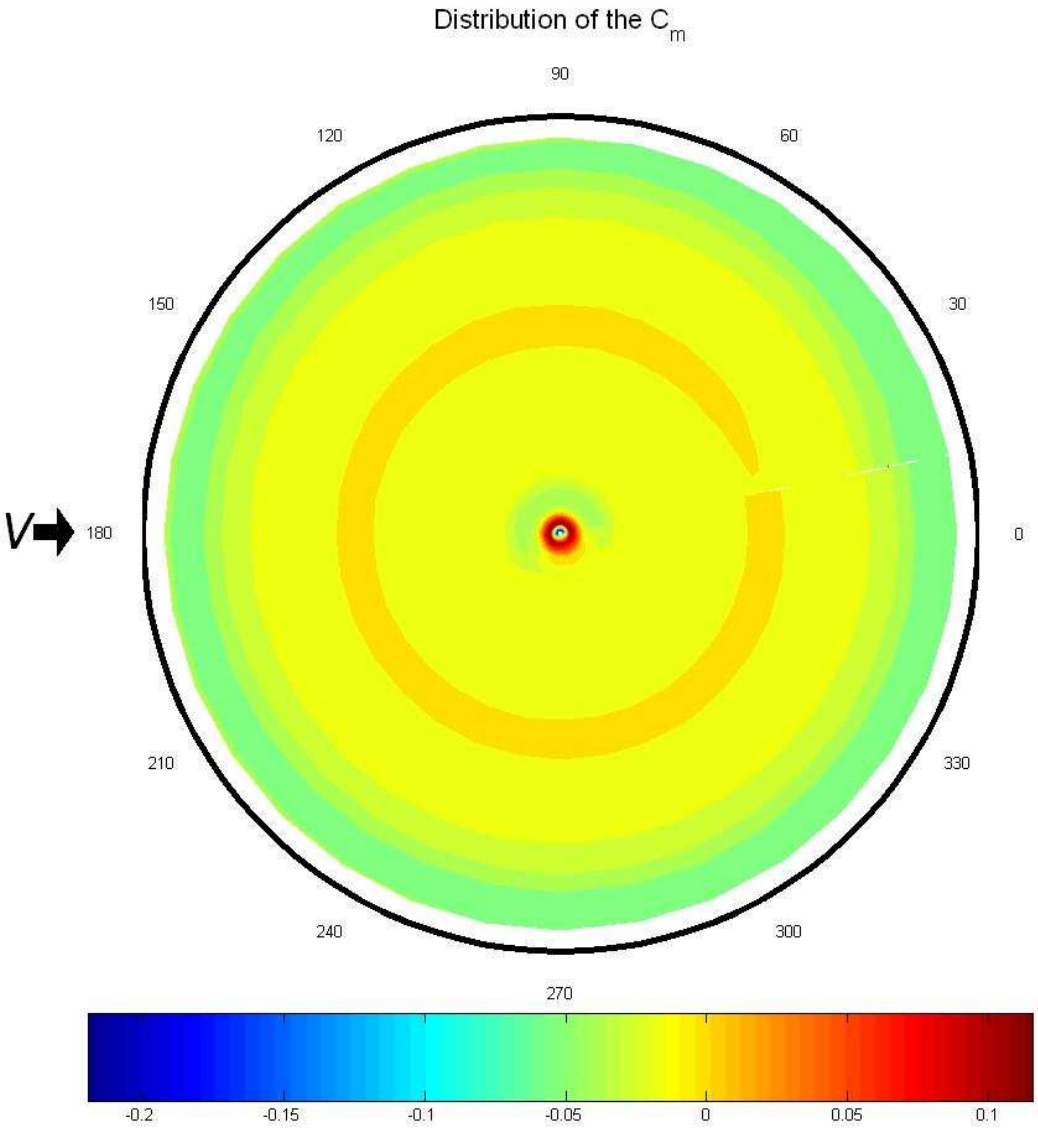

Fig. 5.45 Contour Plot of C_m for Unsteady Aerodynamics in Hover.

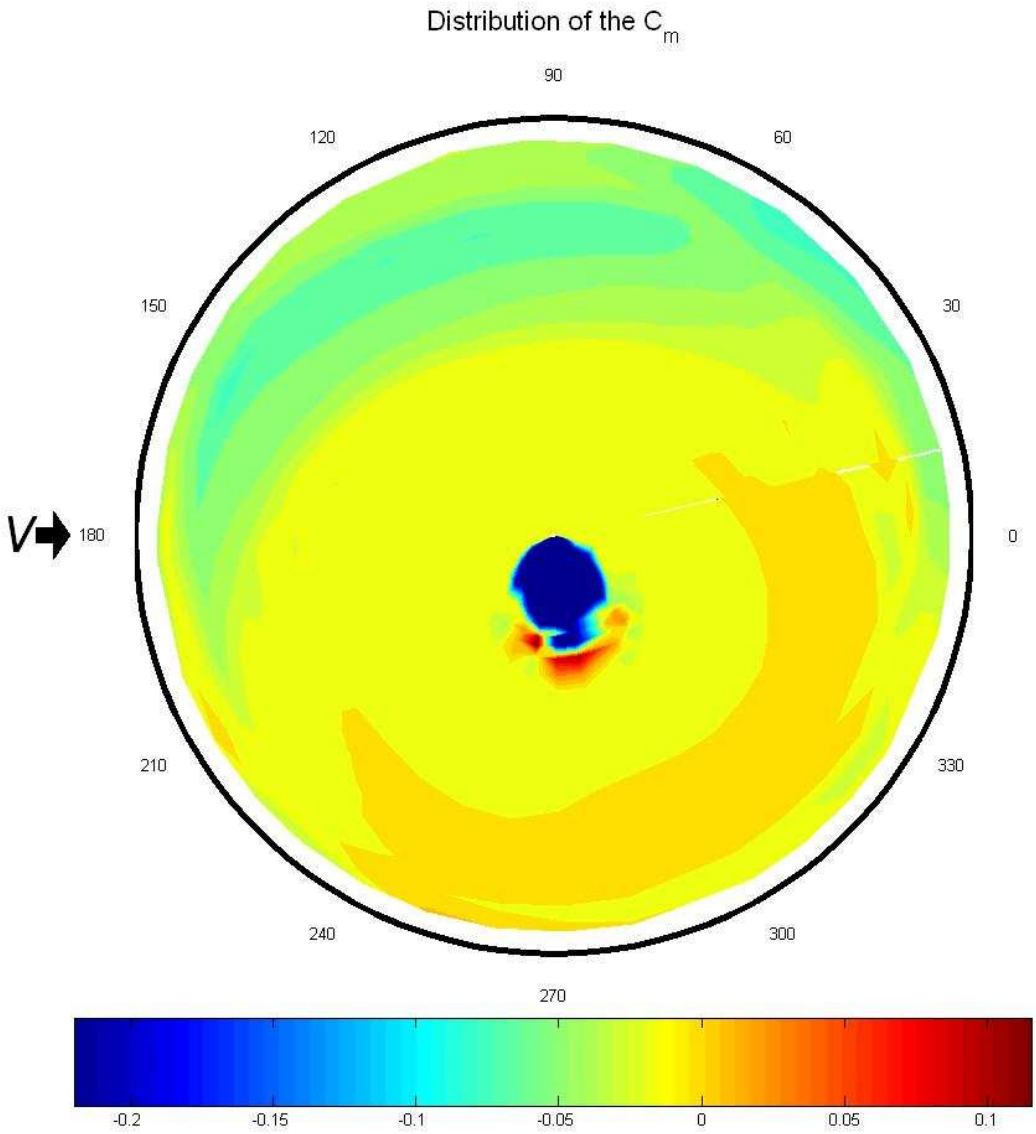

Fig. 5.46 Contour Plot of C_m for Quasi-Steady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120 kts$

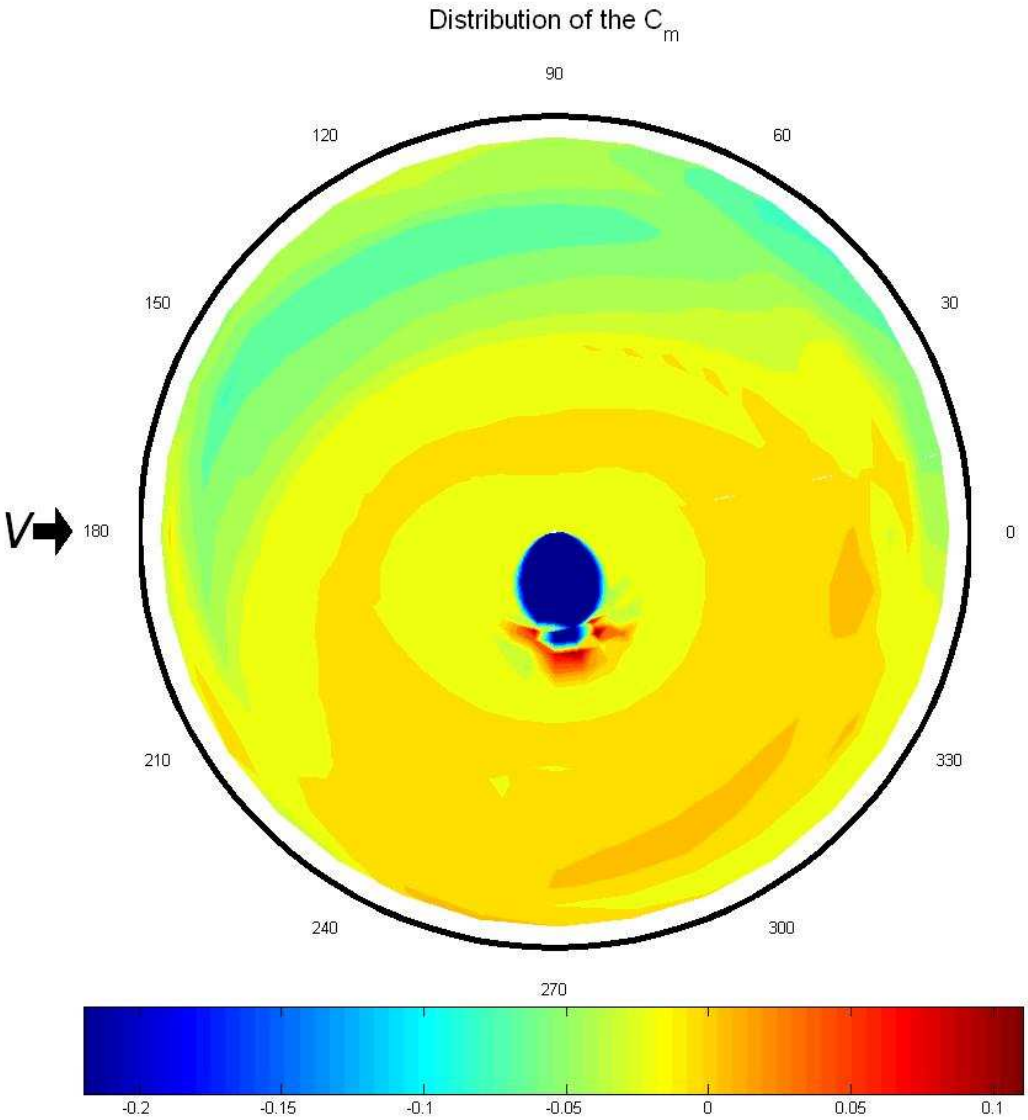

Fig. 5.47 Contour Plot of C_m for Unsteady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120\,kts$

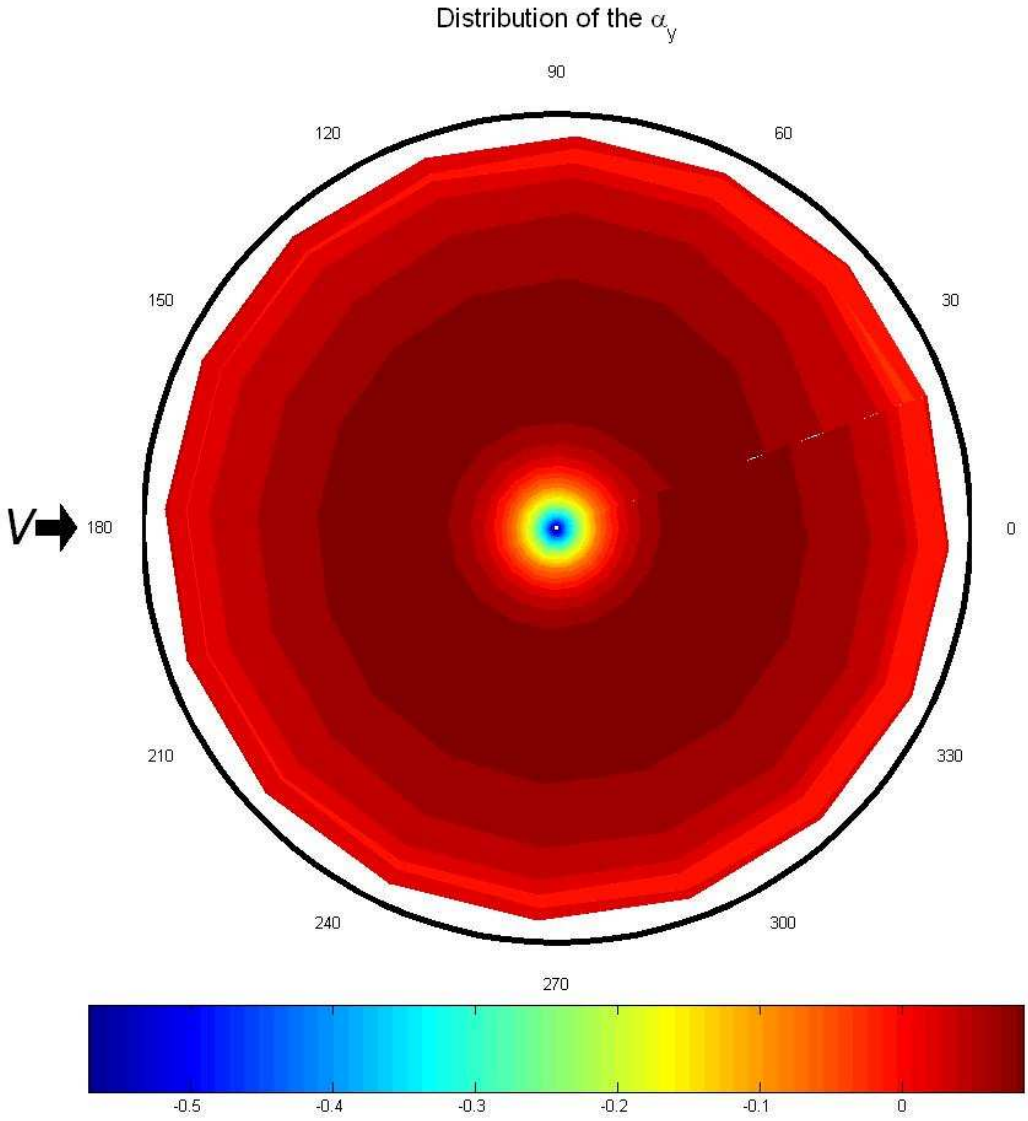

Fig. 5.48 Contour Plot of α_y for Quasi-Steady Aerodynamics in Hover.

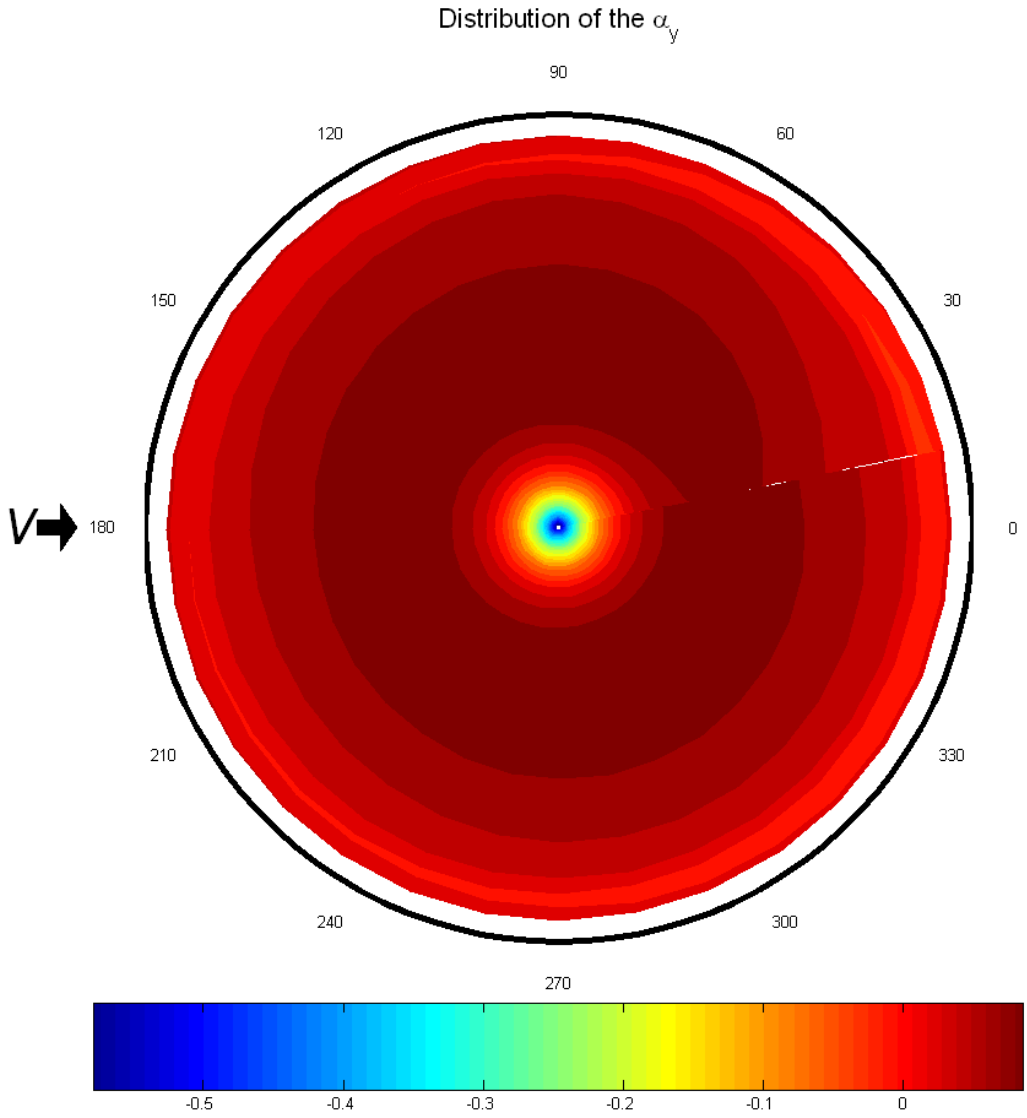

Fig. 5.49 Contour Plot of α_y for Unsteady Aerodynamics in Hover.

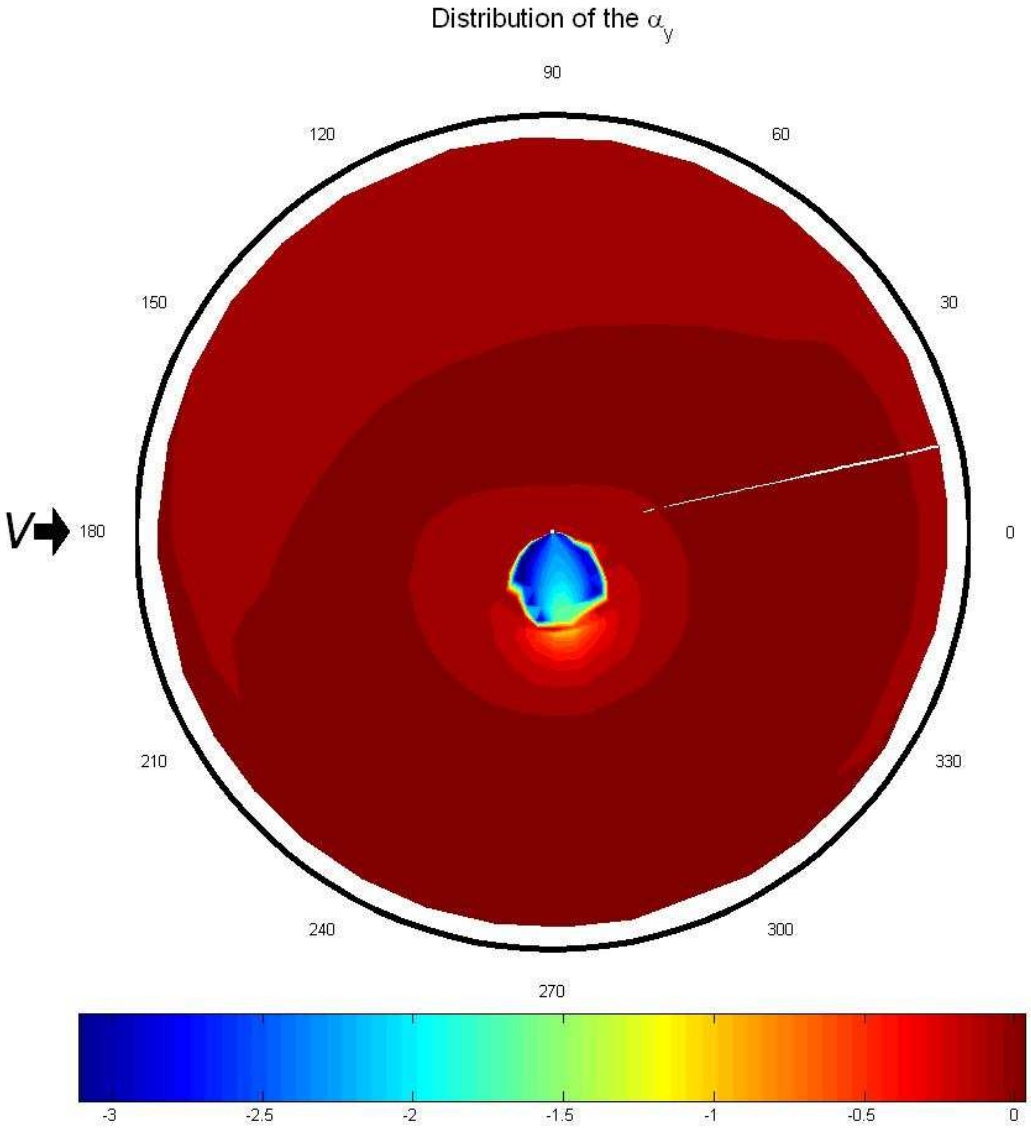

Fig. 5.50 Contour Plot of α_y for Quasi-Steady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120 kts$

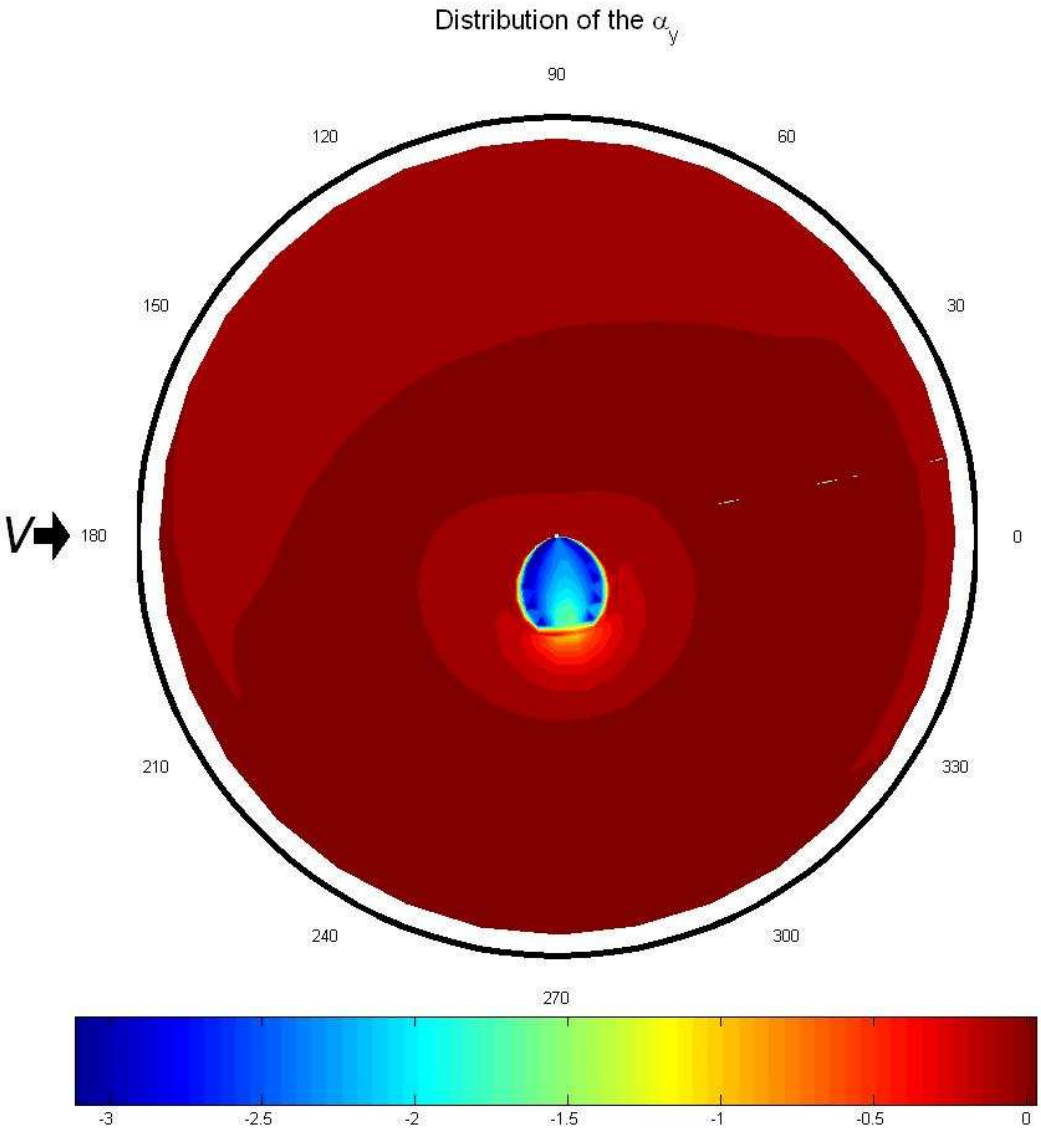

Fig. 5.51 Contour Plot of α_y for Unsteady Aerodynamics in Forward Flight Condition, $V = 120 kts$

제 6 장 결 론

6.1 연구 요약 및 결론

헬리콥터 비행역학에 대한 비선형 수학적 모델에 대하여 깃 요소 형태의 비행역학 시뮬레이션 모델과 공력탄성학적인 연구에서 사용되는 플랩, 래그, 비틀림이 결합된 탄성 회전익 깃 모델을 병합하였으며 주 회전익과 꼬리 회전익에 대한 동적유입유동모델, 국부 에어포일 공력계수에 대한 비정상공기역학 모델 등을 결합하였다. 트림해 과정에서 국부 에어포일 공력계수결정에 대한 비정상공기역학 수행은 관련된 미지수의 수를 증가시키며 표준 대수방정식 해법은 계산적인 부담을 가중시킬 뿐만 아니라 심한경우는 트림 해를 계산하지 못하는 경우도 발생한다. 그러므로 표준 대수 방정식 해법과정에 별도로 비정상공기역학 트림해 과정을 포함시켰다.

본 논문의 모든 결과들은 관절형 회전익 형상의 UH-60 헬리콥터 모델에 대하여 비행제어 시스템이 비활성화 된 상태에서 계산되었으며 유연 깃 효과를 고려하기 위해 각각의 회전익 깃은 4개의 유한요소로 모델링 되었다. 비정상공기역학 계산을 위한 깃 위의 점은 5개이고 공력하중분포 계산에 요구되는 모든 양들은 깃 당 32개점의 깃 길이방향 위치에서 계산하였다.

따라서 이와 같은 계산 등을 통해 비행역학 시뮬레이션에 포함될 깃 모드 형상 결정, 전진속도에 따른 트림 값 변화, 제자리 비행에서 비행시험 데이터를 이용한 주파수 응답의 상관관계 조사, 주 회전익 회전면에서 공력계수 및 받음각 분포에 대한 준 정상공기역학과 비정상공기역학 효과 등을 조사하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 모드형상

깃 모드형상들에 대한 조사는 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에서 회전익에 의한 공력하중, 관성하중, 구조하중 등을 계산할 때 강체모드와 탄성모드형상 등을

구분하여 계산에 포함될 범위를 결정하기 위해서이다. 제시된 깃 고유모드는 6개로 2개의 강체모드와 4개의 탄성모드이다. 본 논문에서는 관절형 회전익 형상의 헬리콥터를 선정하였으므로 2개의 강체모드를 사용하였다. 나머지 탄성모드는 무힌지 또는 무베어링 회전익 형상의 헬리콥터 비행역학과 공력탄성학적인 연구에서 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

(2) 트림

전진속도에 따른 트림 값 변화에 대해 준 정상상태 공기역학과 비 정상상태 공기역학 결과를 FLIGHTLAB, 비행시험자료 등과 비교하여 조사하였는데 동체 피치 자세각을 제외하고는 정량적으로 일치하는 결과를 얻었다. 전반적으로 비 정상상태와 준 정상상태의 트림결과의 차이는 매우 작다는 것을 알 수 있었다.

(3) 비행시험데이터를 이용한 제시된 모델 적합성

제자리 비행에서 횡방향 사이클릭 피치입력에 대한 롤 각속도응답은 준 정상공기역학과 비정상공기역학 모델이 비행시험 자료와 비교적 정량적인 일치를 보이지만 탈축(off-axis)응답인 피치 각속도는 다소 일관된 예측이 어렵다. 그러므로 자유비행 응답에 대한 결과를 통해 탈축응답은 비정상상태 공기역학 모델만으로 정확성에 대한 판단이 다소 부족하다는 것을 알 수 있었다.

(4) 주파수 응답을 이용한 모델 적합성

비정상상태 공기역학 모델은 비행시험 데이터와의 정축(on-axis) 주파수응답과 탈축응답에서 준 정상상태 공기역학 모델에 비해 상관관계를 높인다.

(5) 주 회전익 회전면에서 공력계수분포 조사

제자리 비행의 결과에서 일반적인 축대칭 공력계수 분포를 확인할 수 있으며 준 정상상태 공기역학과 비정상상태 공기역학 효과의 차이가 거의 같게 나타난

다는것을 알 수 있다. 전진비행의 경우 주 회전익 회전면의 양력계수 분포는 회전익 허브에서 후퇴 깃 쪽으로 약간 이동되어 대칭 되는 것을 관측 할 수 있는데 이 현상은 수평비행에 따른 양력분포를 같게 하려는 것으로 준 정상 공기역학과 비정상 공기역학효과가 거의 같게 나타난다.

이상의 결론으로부터 본 논문에서 제시한 결과 등은 유연 깃 모델링과 비 정상 상태 공기역학을 고려한 주 회전익과 동체가 결합된 헬리콥터 비행역학 시뮬레이션에 대해 정량적인 측면에서 비교 적용될 수 있다.

6.2 향후 연구과제

본 연구는 회전익과 동체가 결합된 헬리콥터 비행역학 모델을 관절형 회전익 형상의 헬리콥터에 국한하여 수행하였다. 본 논문에서 제시된 방법들을 무힌지 또는 무베어링 허브 형상을 가진 헬리콥터에 대해 적용하기 위해서는 토크튜브, 피치링크, 유연보 등과 같은 구성요소의 모델링이 추가되어야 한다. 그리고 주 회전익 유입유동역학에 대해 동적유입유동은 종방향 사이클릭 입력에 대한 롤 각속도 응답, 횡방향 사이클릭 입력에 대한 피치 각속도 응답등과 같은 탈축(off-axis)응답예측에 대해 신뢰를 떨어뜨린다. 따라서 무힌지 또는 무베어링 허브형상의 헬리콥터에 대한 비행역학 모델링과 탈축응답 예측에 신뢰할만한 유입유동 모델 연구 등을 통해 이와 같은 단점 등을 보완하는 심층적인 연구가 필요하다고 생각한다.

참 고 문 헌

1. Stephen R. Turnour, Roberto Celi, "Modeling of Flexible Rotor Blades for Helicopter Flight Dynamics Applications", J. of The American Helicopter Society, January, 1996, pp52-61
2. Carl J. Ockier, "Evaluation of the ADS33D Handling Qualities Criteria Using the BO 105 Helicopter, DLR, 1998
3. Gareth D. Padfield, “Helicopter Flight Dynamics : The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling,” Blackwell Science, 1996.
4. H. C. Curtiss, Jr., "Rotorcraft Stability and Control: Past, Present, and Future The 20th Annual Alexander A. Nikolsky Lecture", J. of The American Helicopter Society, January, 2003, pp3-11
5. Frederick D. Kim, Roberto Celi, Mark B. Tischler, "High-Order State Space Simulation Models of Helicopter Flight Mechanics", J. of The American Helicopter Society, October, 1993, pp16-27
6. Frederick D. Kim, Roberto Celi, "Forward Flight Trim and Frequency Response Validation of a Helicopter Simulation Model", J. of Aircraft, Vol.30, No. 6, 1993, pp854-863
7. Mark G. Ballin, Marie-Alix Dalang-Secretan, "Validation of the Dynamic Response of a Blade-Element UH-60 Simulation Model in Hovering Flight", J. of The American Helicopter Society, October, 1991, pp77-88
8. J. Gordon Leishman, “Principles of Helicopter Aerodynamics,” Cambridge University Press, 2000.
9. 김창주, 이상기,“Level 2 헬리콥터 비행역학 해석프로그램의 개발과 응용연구”, 국방과학연구소, 제8회 항공기 개발 심포지움, 2002, pp144-150
10. Colin Theodore, Roberto Celi, "Helicopter Flight Dynamics Simulation with Refined Aerodynamics and Flexible Blade Modeling", J. of Aircraft, Vol. 39, No. 4, 2002, pp577-586
11. Stephen Richard Turnour, Roberto Celi, "Effects of Unsteady Aerodynamics on the

Flight Dynamics of an Articulated Rotor Helicopter", J. of Aircraft, Vol. 34, No. 2, 1997, pp187-196

12. Turnour, S. R., "Flight Dynamics Simulation Modeling for Hingeless and Bearingless Rotor Helicopters", Ph.D. Dissertation, Dept. of Aerospace Engineering, Univ. of Maryland, College Park, MD, 1996.
13. Theodore, C. R., "Helicopter Flight Dynamics Simulation with Refined Aerodynamic Modeling", Ph.D. Dissertation, Dept. of Aerospace Engineering, Univ. of Maryland, College Park, MD, 2000.
14. Howlett, J. J.,"UH-60A Black Hawk Engineering Simulation Program : Volume I - Mathematical Model", NASA CR-166309,1981
15. Kim, F. D., "Formulation and Validation of High-Order Mathematical Models of Helicopter Flight Dynamics", Ph.D. Dissertation, Dept. of Aerospace Engineering, Univ. of Maryland, College Park, MD, 1991.
16. David A. Peters, Cheng Jian He, "Correlation of Measured Induced Velocities with a Finite-State Wake Model", J. of The American Helicopter Society, July, 1991, pp59-70
17. David A. Peters, Cheng Jian He, "Finite State Induced Flow Models Part Ⅱ: Three-Dimensional Rotor Disk", J. of Aircraft, Vol. 32, No. 2, 1995, pp323-333
18. R. Celi, P. P. Friedmann, "Rotor Blade Aeroelasticity in Forward Flight with an Implicit Aerodynamic Formulation", AIAA Journal, Vol. 26, No. 12, 1988, pp1425-1433
19. Jay W. Fletcher, "Identification of UH-60 Stability Derivative Models in Hover from Flight Test Data", J. of The American Helicopter Society, January, 1995, pp32-460
20. Jay W. Fletcher, “A Model Structure for Identification of Linear Models of the UH-60 Helicopter in Hover and Forward Flight”, NASA TM-110362, 1995.8.
21. Ranjan Ganguli, Inderjit Chopra, "Aeroelastic Optimization of an Advanced Geometry Helicopter Rotor", J. of The American Helicopter Society, January, 1996, pp18-28

22. Celi, R., "Aeroelasticity and Structural Optimization of Helicopter Rotor Blades with Swept Tips", Ph.D. Dissertation, Univ. of California, 1987.
23. Roberto Celi, "Hingeless Rotor Dynamics in Coordinated Turns", J. of The American Helicopter Society, October, 1991, pp39-47
24. Roberto Celi, "Helicopter Rotor Blade Aeroelasticity in Forward Flight with an Implicit Structural Formulation", AIAA Journal, Vol. 30, No. 9, 1992, pp2274-2282
25. Roberto Celi, "Effect of Hingeless Rotor Aeroelasticity on Helicopter Longitudinal Flight Dynamics", J. of The American Helicopter Society, January, 1991, pp35-44
26. David A. Peters, Jorge A. Morillo, Adria M. Nelson, "New Developments in Dynamic Wake Modeling for Dynamics Applications", J. of The American Helicopter Society, April, 2003, pp120-127
27. Mark G. Ballin, “Validation of a Real-Time Engineering Simulation of the UH-60A Helicopter”, NASA TM-88360, 1987.2.
28. Mahendra J. Bhagwat, J. Gordon Leishman, "Rotor Aerodynamics During Maneuvering Flight Using a Time-Accurate Free-Vortex Wake", J. of The American Helicopter Society, July, 2003, pp143-157
29. David Shore, Marc Bodson, "Flight Testing of a Reconfigurable Control System on an Unmanned Aircraft", J. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 28, No. 4, 2005, pp698-707
30. Stephen Rutherford, Douglas G. Thomson, "Helicopter Inverse Simulation Incorporating an Individual Blade Rotor Model", J. of Aircraft, Vol. 34, No. 5, 1997, pp627-634
31. L. M. B. C. Campos, A. A. Fonseca, J. R. C. Azinheira, J. P. Loura, "Development of a Low-Cost and Versatile Flight Test Platform", J. of Aircraft, Vol. 34, No. 1, 1997, pp9-19
32. Deman Tang, Earl H. Dowell, David A. Peters, "Reduced Order Aerodynamic Models Based Upon Inflow Eigenmodes", J. of The American Helicopter Society, October, 1998, pp342-351
33. Dario Fusato, Giorgio Guglieri, Roberto Celi, "Flight Dynamics of an Articulated

Rotor Helicopter with an External Slung Load", American Helicopter Society 55th Annual Forum, Montreal, Canada, May 25-27, 1999

34. R. A. Hess, C. Gao, S. H. Wang, "Generalized Technique for Inverse Simulation Applied to Aircraft Maneuvers", J. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 14, No. 5, 1991, pp920-926
35. Douglas G. Thomson, Roy Bradley, "Mathematical Definition of Helicopter Maneuvers", J. of The American Helicopter Society, October, 1997, pp307-309
36. 김창주, “헬리콥터 비행 시뮬레이션을 위한 로터운동방정식 유도”, 한국항공우주학회지 제 30권 제 3호, 2002. 4, pp8-16
37. 김창주, “DAE 해법과 PPTA(Partial Periodic Trimming Algorithm)를 이용한 헬리콥터 트림해석 및 비행 시뮬레이션”, 한국항공우주학회지 제 31권 제 1호, 2003. 2, pp42-48
38. Robert K. Heffley, M. A. Minch “Minimum-Complexity Helicopter Simulation Math Model,” NASA CR 177476, USAVSCOM TR 87-A-7, California, April 1988.
39. Christian Munzinger. “Development of a real-time flight simulator for an experimental model helicopter,” Master's thesis, Georgia Institute of Technology, School of Aerospace Engineering, Atlanta, GA, July 1997.
40. Peter D. Talbot. Bruce E. Tinling, William A. Decker, and Robert T.N. Chen, “A Mathematical Model of a Single Main Rotor Helicopter for Piloted Simulation,” NASA TM-84281, NASA Ames, 1982.1.
41. Robert T.N. Chen, “A Simplified Rotor System Mathematical Model for Piloted Flight Dynamics Simulation,” NASA TP-78575, NASA Ames, 1979.
42. R.W. Prouty, “Helicopter Performance, Stability, and Control,” PWS Publishers, 1990.
43. W. Johnson, “Helicopter Theory,” Dover Publications, Inc., New York, 1980.