[UCI]I804:24011-200000231886

초음속 난류 공동 유동장의 2차원과 3차원에 관한 비교 연구

Comparison Research of Two- and Three-dimensional in the Supersonic Turbulent Cavity Flow

2006년 2월

조선대학교 대학원

항공우주공학과

우 철 훈

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY
100353609 2006-08-10

초음속 난류 공동 유동장의 2차원과 3차원에 관한 비교 연구

지도교수 김 재 수

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함.

2005년 11월

조선대학교 대학원

항공우주공학과

우 철 훈

우철훈의 석사학위논문을 인준함

위 원 장 CFTech 대표이사 정 동 규

위 원 조선대학교 교수 김 재 수

위 원 조선대학교 교수 이 상 기

2005 년 11 월 24 일

조선대학교 대학원

목 차

LIST OF TABLES iii
LIST OF FIGURES iv
NOMENCLATURE vii
ABSTRACT ix

제 1 장 서론 1

제 2 장 Cavity 유동의 특성 3
제 1 절 Cavity 유동의 구분 3
제 2 절 Rossiter's Formula 5

제 3 장 지배방정식 및 변환 6
제 1 절 지배 방정식 6
제 2 절 무차원화 9
제 3 절 지배방정식의 좌표변환 10

제 4 장 수치해석기법 12
제 1 절 공간이산화 12
제 2 절 Second Order Upwind TVD Scheme 15
1. TVD Scheme의 개요 15
2. Second order TVD Scheme 16
제 3 절 난류 모델 19
제 4 절 시간 이산화 21

제 5 장 계산결과 및 검토 23
제 1 절 L/D=3, W/D=1인 2차원과 3차원 초음속 공동유동 23
1. 격자계 및 경계조건 23

2. 세장비(L/D)가 3인 공동의 유동해석 결과 26
제 2 절 L/D=3과 1, W/D=1인 2차원과 3차원 초음속 이중공동유동 41
1. 격자계 및 경계조건 41
2. L/D=3, Spacing=1, L/D=1인 이중공동의 유동해석 결과 44
제 3 절 L/D=5와 1, W/D=1인 2차원과 3차원 초음속 이중공동유동 55
1. 격자계 및 경계조건 55
2. L/D=5, Spacing=1, L/D=1인 이중공동의 유동해석 결과 58
제 4 절 L/D=3인 3차원 공동의 폭비(W/D)에 따른 유동특성 비교 69
1. 격자계 및 경계조건 69
2. 폭비(W/D)에 따른 유동특성 비교 결과 71

제 6 장 결론 75

참고문헌 77

LIST OF TABLE

Table. 1 M=1.5 Comparison of Dominant Frequency (mode number $n = 2$) ····· 30

Table. 2 M=1.5 Comparison of Dominant Frequency (mode number $n = 2$) ····· 62

Table. 3 SPL(dB) distribution of dominant frequency for each spanwise ratio ····· 74

LIST OF FIGURE

Fig. 1 Division of the cavity flow (Closed cavity & Open cavity) 3
Fig. 2 Computational grid for the two dimensional cavity 23
Fig. 3 Computational grid for the three dimensional cavity 23
Fig. 4 Residual history for two dimensional cavity 24
Fig. 5 Residual history for three dimensional cavity 24
Fig. 6 Sampling position of pressure data ($L/D = 3$) 26
Fig. 7 Two dimensional pressure history at the leading edge and the center of cavities bottom 28
Fig. 8 Three dimensional pressure history at the leading edge and the center of cavities bottom ($z/D = 0.5$) 28
Fig. 9 Three dimensional pressure history at the leading edge and the center of cavities bottom ($z/D = 0.0$) 29
Fig. 10 Two and Three dimensional pressure history at the leading edge 29
Fig. 11 SPL distribution for two dimensional cavity 30
Fig. 12 SPL distribution for three dimensional cavity 30
Fig. 13 Non-dimensional resonant frequencies as a function of Mach number ..31
Fig. 14 Mean pressure distribution of time average 32
Fig. 15 Streamlines and pressure distribution of time average for two dimensional cavity 33
Fig. 16 Streamlines and pressure distribution of time average for three dimensional cavity 34
Fig. 17 Density contour of two dimensional cavity 34
Fig. 18 Density contour of three dimensional cavity 35
Fig. 19 Streamlines of two dimensional cavities (Total time = 10.4, Sampling time = 1.3) (M=1.5, Re = 4.5×10^5) 36

Fig. 20 Streamlines for three dimensional cavities (Total time = 10.4, Sampling time = 1.3) (M=1.5, Re = 4.5×10^5, W/D=0.5) 38

Fig. 21 Streamlines for three dimensional cavities, Total Time=5.2, Sampling Time=0.65, $x/D = 1.5$, $z/D = 0.9$ 40

Fig. 22 Computational grid for the two dimensional calculation 41

Fig. 23 Computational grid for the three dimensional calculation 41

Fig. 24 Residual history for two dimensional cavity ($L/D = 3, 1$) 42

Fig. 25 Residual history for three dimensional cavity ($L/D = 3, 1$) 43

Fig. 26 Sampling position of pressure data ($L/D = 3, 1$) 44

Fig. 27 Pressure history at the bottom of cavities for two dimensional cavity · 46

Fig. 28 Pressure history at the bottom of cavities for three dimensional cavity 46

Fig. 29 SPL distribution for two dimensional cavity ($L/D = 3, 1$) 47

Fig. 30 SPL distribution for three dimensional cavity ($L/D = 3, 1$) 47

Fig. 31 Streamlines of two dimensional tandem cavities flow (Total Time = 5.2, Sampling Time = 6.5) 48

Fig. 32 Streamlines of three dimensional tandem cavities flow (Total time = 10.4 , Sampling time = 1.3 , $z/D = 0.5$) 49

Fig. 33 Fig. 33 Streamlines of three dimensional tandem cavities flow (Total time=5.2, Sampling time=0.65, $x/D = 1.5, 4, 5$, $z/D = 0.9$) 52

Fig. 34 Streamlines on the floor of tandem cavities (Total time = 10.4 , Sampling time = 1.3 , $y/D = 0.0$) 53

Fig. 35 Density contours of two dimensional cavity ($L/D = 3, 1$) 53

Fig. 36 Density contours of three dimensional cavity ($L/D = 3, 1$) 54

Fig. 37 Computational grid for the two dimensional cavity 55

Fig. 38 Computational grid for the three dimensional cavity 56

Fig. 39 Residual history for two dimensional cavity ($L/D = 5, 1$) 56

Fig. 40 Residual history for three dimensional cavity ($L/D = 5, 1$) 57

Fig. 41 Sampling position of pressure data ($L/D = 5, 1$) 59

Fig. 42 Pressure history at the bottom of tandem cavities for two dimensional flow $x/D = 2.5$ and 6.5, $y/D = 0.0$ 60

Fig. 43 Pressure history at the bottom of tandem cavities for three dimensional flow $x/D = 2.5$ and 6.5, $y/D = 0.0$, $z/D = 0.5$ 60

Fig. 44 SPL distribution for two dimensional cavities($L/D = 5, 1$) 62

Fig. 45 SPL distribution for three dimensional cavities($L/D = 5, 1$) 62

Fig. 46 Streamlines of two dimensional cavities (Total time = 15) 63

Fig. 47 Streamlines of three dimensional cavities (Total time=16, $z/D = 0.5$) · 64

Fig. 48 Streamlines for three Dimensional cavities (Total time=16, $x/D = 1.4, 4, 6.5$, $z/D = 0.9$) 66

Fig. 49 Streamlines on the floor of tandem cavities ($L/D = 5, 1$, $y/D = 0.0$) · 67

Fig. 50 Density Contours of two dimensional cavity ($L/D = 5, 1$) 68

Fig. 51 Density Contours of three dimensional cavity ($L/D = 5, 1$) 68

Fig. 52 Computational grid for z-y plane ($W/D = 2.0 \sim 5.0$) 70

Fig. 53 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 2$) 71

Fig. 54 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 3$) 72

Fig. 55 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 4$) 72

Fig. 56 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 5$) 73

NOMENCLATURE

a	Local Speed of Sound
Cp	Pressure Coefficient
D	Cavity Depth
e	Internal Energy per Unit Mass, $p/(\gamma-1)+\rho(u_x^2+u_y^2)/2$
$F,\ G,\ H$	Inviscid Flux Components in Navier-Stokes Equations
$F_v,\ G_v,\ H_v$	Viscous Flux Components in Navier-Stokes Equations
$i,\ j$	Grid Index in $\xi-$, $\eta-$ Directions
J	Jacobian of Coordinate Transformation
L	cavity Length
n	Mode Number of Fluid Dynamic Oscillations, 1, 2, 3, ...
M_∞	Free Stream Mach Number
p	Static Pressure
Pr	Prandtl Number, 0.72
Q	Conservative Flow Variable Vector
Re	Reynolds Number, $\rho_\infty V_\infty D/\mu_\infty$
SPL	Sound Pressure Level
PSD	Power Spectral Density
St	Strouhal Number fL/U_∞
t	Time
T	Static Temperature
Tp	Time Period
U	Freestream Velocity (m/s)
$u,\ v,\ w$	Cartesian Velocity Components in x, y Directions
$x,\ y,\ z$	Cartesian Coordinates in Streamwise and Normal Directions
y^+	Law-of-the-Wall Conditions

Greek Symbols

γ	Specific Heat Ratio (1.4 for Air)

$\triangle x,\ \triangle y$	Computational Mesh Step Sizes
$\mu,\ \mu_t$	Molecular and Turbulent Viscosity Coefficient
$\xi,\ \eta,\ \zeta$	Computational Coordinates in Streamwise and Normal Directions
$\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$	Metric Coefficients of the Coordinate Transformation
ρ	Fluid Density
τ	Shear and Normal Stress Components
k	Turbulent Kinetic Energy
ω	Turbulent Kinetic Energy Dissipation Rate
Γ	Sakar's Compressibility Correction Function
δ^*	Displacement Thickness

Subscripts and Superscripts

$(.)_t$	Turbulent
$(.)_\infty$	Free Steam Condition
$(.)_{ref}$	Reference Value
$*$	Sonic Condition; also Non-Dimensional Variable

ABSTRACT

Comparison Research of Two- and Three-dimensional in the Supersonic Turbulent Cavity Flow

by Woo, Chel-Hun
Advisor : Prof. Kim, Jae-Soo, Ph. D.
Department of Aerospace Engineering,
Graduate School of Chosun University

The supersonic flow around tandem cavities was investigated by two-dimensional and three-dimensional numerical simulations using the Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) equation with the $k-w$ turbulence model. The flow around a cavity is characterized as unsteady flow because of the formation and dissipation of vortices due to the interaction between the freestream shear layer and cavity internal flow, the generation of shock and expansion waves, and the acoustic effect transmitted from wake flow to upstream. The 2nd-order upwind TVD scheme based on the flux vector split using Van Leer's limiter was used as the numerical method. Numerical calculations were performed by the parallel processing with time

discretizations carried out by the 4th-order Runge-Kutta method. The aspect ratio of cavities are 3 for the first cavity and 1 for the second cavity. The ratio of cavity interval to depth is 1. The ratio of cavity width to depth is 1 in the case of three dimensional flow. The Mach number and the Reynolds number were 1.5 and 4.5×10^5, respectively. The characteristics of the dominant frequency between two-dimensional and three-dimensional flows were compared, and the characteristics of the second cavity flow due to the first cavity flow was analyzed. Both two dimensional and three dimensional flow oscillations were in the 'shear layer mode', which is based on the feedback mechanism of Rossiter's formula. However, three dimensional flow was much less turbulent than two dimensional flow, depending on whether it could inflow and outflow laterally. The dominant frequencies of the two dimensional flow and three dimensional flows coincided with Rossiter's 2nd mode frequency. The another dominant frequency of the three dimensional flow corresponded to Rossiter's 1st mode frequency.

제 1 장 서론

고속으로 운항하는 비행체에는 구조상 바퀴간(wheel well)과 폭탄 장착부(bomb bay), 발사체의 단분리부분 등에 공동이 존재하고, 이 공동 주위의 초음속 유동은 와류의 생성과 소멸, 유동의 박리와 재부착, 충격파와 팽창파 등과 같은 유동현상이 복합적으로 일어나는 매우 복잡한 유동을 형성한다. 그리고 세장비(길이 대 깊이 비, L/D)가 작은 공동에서 조차도 비정상적이며 3차원 특성이 강한 유동현상을 나타낸다. [1,2,3]

이러한 공동 주위에 발생하는 복합적인 유동현상은 와류의 생성과 소멸을 거치며 유동의 진동과 소음생성으로 나타나며, 그 결과 다시 유동제어, 화학적 연소, 열전달 과정 등에 크게 영향을 미치고 있다. 고레이놀즈수 초음속 유동의 경우 공동 내부의 유동은 주로 난류전단층에 의한 압력진동현상과 공동의 형상 및 외부 유동조건에 의한 공진형상으로 특징지어진다. 이러한 공진현상들은 공동 주위의 구조물에 손상을 줄 수 있고, 공기역학적 성능 및 안정성에 나쁘게 작용할 수가 있다.

지금까지 연구자들은 산업기계 내·외부에서 발생된 공동(cavity)의 형태를 정방형 공동(square cavity)으로 이상화하여 길이 대 깊이 비(L/D, aspect ratio)와 레이놀즈수 변화에 따라 수치해석 및 실험으로 유동의 형태를 파악하여 이에 대한 연구결과를 해석하고 있다. 지금까지 공동 주위의 초음속 유동에 대한 결과를 살펴보면 밀폐형 공동(closed cavity, $L/D > 13$)인 경우 앞전과 뒷전에서 두 개의 분리된 박리영역이 생기며, 그다지 심한 압력변동을 일으키지는 않지만, 개방형 공동(open cavity, $L/D < 10$) 유동의 경우 공동 내부유동에 의해 발생되는 진동으로 인한 자유전단층과 외부유동과의 상호관계로 압력변화가 심하게 일어나고, 이로 인해 진동과 소음문제가 발생한다.

Krishnamurty[4], Rossiter[1], Heller[5], Xin Zhang & Edwards[6,7]등의 연구를 통해서 공동 유동의 압력진동은 규칙과 불규칙적인 유동의 구성에 의해서 발생한

다고 알려져 있다. 이것은 일반적으로 공동에 유입되는 경계층과 공동의 형상, 유속 그리고 많은 인자들에 따라 다르게 나타나고, 공동의 깊이에 따라 소음의 발생 방법도 다르다고 알려져 있다. 2차원 공동 유동은 세장비(L/D)가 커질수록 전단층모드에서 후류모드로 바뀐다는걸 Gharib & Roshko[8]의 연구를 통해서 증명이 되었으며, 3차원 공동의 유동은 후류모드 보다는 전단층모드가 우세하게 된다.[9]

공동에 대한 지금까지의 연구는 주로 단일공동 연구에 집중되어 있었다. 그러나 실제 비행체에는 인접한 두 개의 공동이 존재하고, 이러한 연구가 최근에 많이 수행되고 있다. Xin Zhang & Edwards[6,7]는 초음속 유동에 대해 두 개의 다른 세장비 공동을 조합하여 실험하였으며, 황성욱[10]은 Baldwin-Lomax난류 모델을 사용하여, 세장비가 서로 다른 인접한 공동에 대해 실험과 수치해석을 수행하였다.

본 논문에서는 비정상, 압축성의 2차원 축대칭과 3차원 Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS)방정식에 $k-w$난류 모델을 적용하여 종방향 진동이 지배적인 $L/D=3$과 $L/D=5$에 횡방향 운동이 지배적인 $L/D=1$공동을 조합하여 수치계산을 수행하였고, 이를 Rossiter[1]공식에 기초한 무차원 진동수와 Xin Zhang & Edwards[6,7]의 실험결과로 비교 및 검증하였다. 그리고 두 개의 공동 사이의 간섭효과에 대한 수치적인 분석과 2차원과 3차원의 각기 다른 유동현상을 등압력선도와 등밀도선도 및 유선도를 통하여 비교하였으며, 공동의 3차원 효과를 알아보기 위하여 폭방향으로 폭비(W/D)를 변화시켜 이때의 유동특성을 연구하였다.

제 2 장 Cavity 유동의 특성

제 1 절 Cavity 유동의 구분

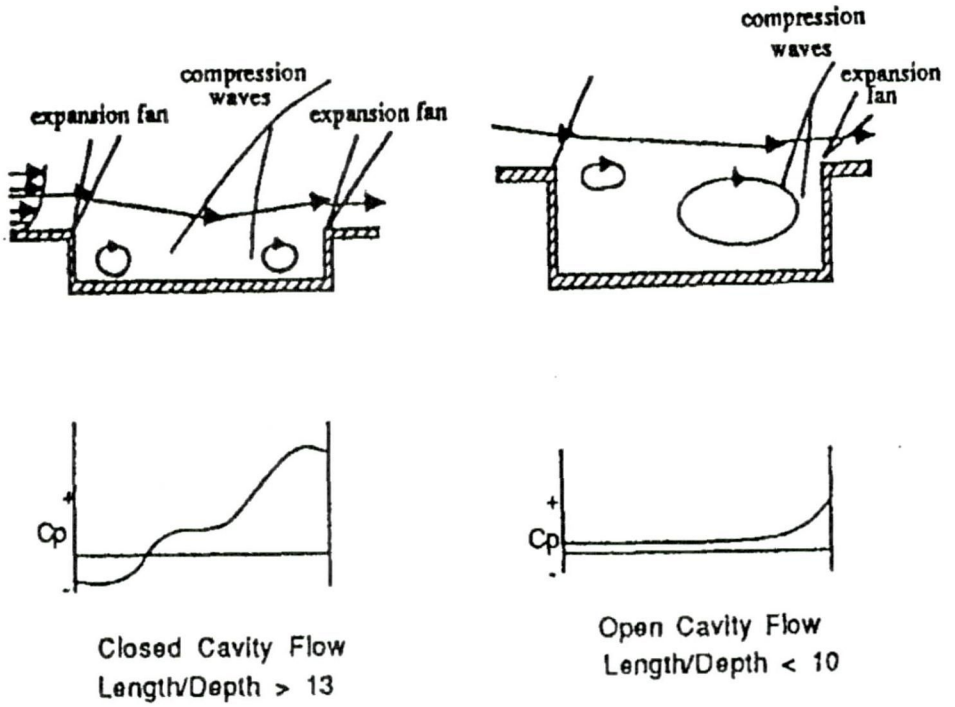


Fig. 1 Division of the cavity flow (Closed cavity & Open cavity)

Cavity는 길이 대 깊이 비에 따라 크게 두 가지로 개방형($L/D < 10$)과 밀폐형($L/D > 13$)으로 나뉘어 진다.

첫 번째로 개방형 공동은 세장비(L/D)가 10보다 작은 경우로, 전단층이 뒷전 부근에 재부착하여 공동을 완전히 연결하므로, 자유전단층과 외부유동과의 상호작용으로 발생하는 심한 압력변화에 의하여 진동 현상이 나타난다. 개방형 공동(Cavity)에서의 이러한 압력 변동은 공동유동에 의해 발생하는 진동(oscillation)에 의

한 것으로, 이러한 진동은 주로 공동을 덮고 있는 자유전단층(free share layer)과 외부유동과의 상호작용에 기인한 것이다. 이 진동은 스팬방향(spanwise), 종방향(longitudinal) 및 횡방향(transverse)으로 일어나고, 각 방향의 진동에 의해 심각한 소음문제가 유발된다.

두 번째로 밀폐형 공동은 세장비(L/D)가 13보다 큰 경우로, 개방형 공동처럼 압력변동에 의해 발생하는 진동현상이 심각하게 나타나진 않지만, 고속의 외부유동과 저속의 공동 내부유동 사이에 형성된 전단층이 앞전 벽을 지나면서 팽창하여 공동 바닥에 부딪친다. 따라서 앞전에서는 팽창파가 형성되고, 공동 바닥에 부딪친 전단층은 연속적인 충격파를 형성하며 위쪽으로 이동해 뒷전 벽을 빠져나간다. 그러므로 앞전과 뒷전에서 두 개의 분리된 박리영역이 생기는 특징이 있다[6,7].

제 2 절 Rossiter's Formula

공동 주위를 지나는 유동이 비정상 전단층 형태일 경우 주어진 공동의 형상과 유동의 조건에 따라 어떠한 특정 주파수대역을 가지게 된다. 이때 유동의 주파수는 유동의 조건과 공동의 형상에 따라 특정 모드($n = 1, 2, 3...$)의 값을 가지면서 특정 주파수가 결정된다. Rossiter는 공동의 공진(resonance) 주파수에 의해 수반되어진 일반식을 전단층을 따라 흘러가는 와류와 뒷전에서 부딪혀 나오는 압력파 사이의 피드백(Feedback)과정으로 차원해석과 경험적인 방법 등을 사용하여 무차원 진동수(Strouhal number)로 표현하였다[1].

$$St = \frac{fL}{U} = \frac{n - \gamma}{1/k_v + M} \qquad \text{(식 2-1)}$$

여기서 St는 무차원 진동수를 나타내며, U는 자유흐름속도, L은 Cavity 공동부의 길이, M은 마하수, n은 n번째 진동 모드를 나타낸다. γ 와 k_v는 실험을 통하여 얻어진 상수로 Heller & Holmes[5]은 이 값을 실험을 통해 각각 0.25와 0.57로 사용하였다. Rossiter의 식은 레이놀즈수가 포함되어있지 않다는 것이다.

Rossiter의 모델은 edge-tone analogy와 acoustic radiation이 공동 벽 뒷쪽에 부딪쳐서 발산되는 와류에 영향을 미친다는 가정에서 유래되었다. 그의 실험은 공동 내에 존재하는 것처럼 묘사되어지는 정상파를 시각화시킬 수 없음에도 불구하고, 발산하는 와류와 공동 외부의 압력파를 시각화 시켜준다. Rossiter의 식은 이전에 증명되었던 만큼 현저한 정확도로서 공동 진동의 주요한 주파수를 예상할 수 있다. 이 값은 수치모의실험을 통해서도 얻을 수 있으며, 비정상상태에 대한 정확한 측정기준 중의 하나이다.

제 3 장 지배방정식 및 변환

제 1 절 지배방정식

3차원 비정상 압축성 Navier-Stokes 방정식

초음속 유동 문제를 정확하게 계산하기 위해서는 압축성 Navier-Stokes 방정식이 요구된다. 3차원 비정상 압축성 Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 무차원화된 3차원 직교좌표계의 보존형(conservation form)으로 표현하면 다음과 같다. 2차원에 대해서는 3차원에 대해 유도된 식에서 Z-방향에 대한 항을 제외시키면 된다.[11]

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} + S_v \qquad \text{(식 3-1)}$$

여기서 Q는 무차원 보존형의 유량함수벡터(Conservative Flow Variable Vector)를 나타내며 E, F, G는 각각 x, y, z방향의 비점성 유속벡터(Inviscid Flux Vector)이고, E_v, F_v, G_v는 각각의 점성유속벡터(Viscid Flux Vector)를 나타낸다. S_v항은 난류계산에 사용되는 소스 항이다. 유동변수벡터와 각 유속벡터들은 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix}, \qquad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (\rho e_t + p)u \end{bmatrix} \qquad \text{(식 3-2)}$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho e_t + p)u \end{bmatrix} , \qquad G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho e_t + p)w \end{bmatrix} \qquad \text{식(3-3)}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ e_v \end{bmatrix} , \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ f_v \end{bmatrix} , \quad G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ g_v \end{bmatrix} \qquad \text{식(3-4)}$$

ρ, u, v, w, p, e_t는 각각 밀도, x, y방향의 속도성분, 압력, 총에너지(Total Energy)를 의미하며 이상기체(공기의 경우 : $\gamma = 1.4$)에서 총에너지와 총엔탈비의 관계식은 다음과 같다.

$$e_t = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad , \quad h_t = e_t + \frac{p}{\rho} \qquad \text{식(3-5)}$$

점성유속벡터에서 점성응력텐서 τ는 Newtonian 유체의 가정에 따라 다음과 같이 정의되며, μ와 λ는 점성계수로 두 계수의 관계는 열적평형상태(Thermal Equilibrium)에서 Stokes가정에 따라 다음과 같이 나타낸다.

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = -\frac{2}{3}\mu \qquad \text{식(3-6)}$$

$$\tau_{xx} = 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

$$e_v = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)Pr}\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$f_v = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)Pr}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$g_v = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\mu}{(\gamma-1)Pr}\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$T = c^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma(\gamma-1)\left[e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)\right]$$

이상기체 상태방정식을 이용하여 압력 p와 열유속 q_i의 정의는 다음과 같다.

$$p = \rho(\gamma-1)(e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)) \qquad \text{식(3-7)}$$

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial(p/\rho)}{\partial x}$$

$$q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial(p/\rho)}{\partial y}$$

$$q_z = -k\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial(p/\rho)}{\partial z}$$

여기서 k 는 열전달계수, Pr는 Prantle계수를 나타낸다.

제 2 절 무차원화

유체의 지배방정식을 무차원화 할 경우, 기하학적으로 유사한 상황에서 동력학적으로 유사성을 얻을 수 있으며, 마하수나 레이놀즈수와 같은 무차원수로써 유동의 상사성을 판단할 수 있고, 변수의 크기를 표준화함으로써 반복연산에 따른 정확도의 감소를 막을 수 있다. 무차원화에는 여러 가지 방법이 있으나 본 연구에서는 다음과 같은 무차원화[12] 방법을 사용하였다.

$$x^* = \frac{x}{L}, \qquad y^* = \frac{y}{L}, \qquad z^* = \frac{z}{L}$$

$$u^* = \frac{u}{u_\infty}, \qquad v^* = \frac{v}{v_\infty}, \qquad w^* = \frac{w}{w_\infty}$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty}$$

$$t^* = t\frac{u_\infty}{L}$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho_\infty u_\infty^2}$$

$$Re = \frac{\rho_\infty u_\infty L}{\mu_\infty}$$

L은 무차원화를 위한 특성길이, 첨자 ∞는 자유흐름조건을 나타내며 이후 편의를 위해 무차원변수를 뜻하는 기호 *는 생략하고 지배방정식을 정리하면 무차원화된 3차원 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\sqrt{\gamma_\infty} M_\infty}{Re_\infty}\left(\frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} + S_v\right) \qquad \text{식(3-8)}$$

제 3 절 지배방정식의 좌표변환

수치해석기법의 효율성과 경계조건의 적용을 간단히 하기위하여 지배방정식의 직교좌표계 (x, y, z)에서 일반곡선좌표계 (ξ, η, ζ)로 변환하였다. 이때 직교좌표계에서의 독립변수 q가 일반좌표계에서도 유지되도록 변환을 정할 수 있고, 이와 같은 변환을 통하여 보존법칙이 그대로 유지될 수 있다. 주어진 직교좌표계의 물리영역을 다음과 같은 변환을 통하여 계산영역으로 변환하였다.

$$\xi = \xi(x, y, z) \qquad \text{식(3-9)}$$
$$\eta = \eta(x, y, z)$$
$$\zeta = \zeta(x, y, z)$$

위의 좌표변환에 대하여 metric항들을 Chain rule에 의하여 전개하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi_x = J(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta), \quad \xi_y = J(z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta), \quad \xi_z = J(x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) \qquad \text{식(3-10)}$$
$$\eta_x = J(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta), \quad \eta_y = J(z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta), \quad \eta_z = J(x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta)$$
$$\zeta_x = J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi), \quad \zeta_y = J(z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi), \quad \zeta_z = J(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)$$

$$J^{-1} = x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\zeta y_\xi z_\eta + x_\eta y_\zeta z_\xi - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\eta y_\xi z_\zeta - x_\zeta y_\eta z_\xi \qquad \text{식(3-11)}$$

3차원 공동 계산에 사용한 좌표계는 x는 자유류방향, y는 평판에 수직방향, z는 스팬방향으로 정의하였다.

좌표변환을 해서 얻어진 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{J}\frac{\partial \overline{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \overline{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \overline{G}}{\partial \zeta} = \frac{M_\infty}{Re_\infty}\left(\frac{\partial \overline{E_v}}{\partial \xi} + \frac{\partial \overline{F_v}}{\partial \eta} + \frac{\partial \overline{G_v}}{\partial \zeta d} + \overline{S}\right) \qquad \text{식(3-12)}$$

여기서 보존량 $\overline{Q}$와 플럭스벡터 $\overline{E}, \overline{F}, \overline{G}, \overline{E_v}, \overline{F_v}, \overline{G_v}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{Q} = \frac{Q}{J} \qquad \text{식(3-13)}$$

$$\overline{E} = \frac{1}{J}(\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G)$$

$$\overline{F} = \frac{1}{J}(\eta_x E + \eta_y F + \eta_z G)$$

$$\overline{G} = \frac{1}{J}(\zeta_x E + \zeta_y F + \zeta_z G)$$

$$\overline{E_v} = \frac{1}{J}(\xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v)$$

$$\overline{F_v} = \frac{1}{J}(\eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v)$$

$$\overline{G_v} = \frac{1}{J}(\zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v)$$

제 4 장 수치해석기법

제 1 절 공간이산화 (Space Discretization)

공간이산화 기법으로는 유한차분법(FDM : Finite Difference Method)과 유한체적법(FVM : Finite Volume Method)이 많이 사용된다.

유한차분법은 Taylor급수 전개를 이용하여 미분식을 차분화하게 되며, 적용하기 가장 간단한 방법이지만 격자 형상의 영향을 많이 받는다.[13]

유한체적법은 지배방정식을 적분형으로 표시하고 제어체적(Control Volume)에 대하여 발산정리(Divergence Theorem)를 적용함으로써 선적분이나 면적분의 형태로 계산을 수행하게 되며 격자형상에 크게 구애를 받지 않음으로서, 비구조화된 격자나 특이성을 갖는 격자에 대해서 쉽게 적용할 수 있다. 또한 계산영역을 적절한 격자들로 나누어 각 격자에 출입하는 유속을 계산하여 방정식을 해석하는 방법으로, 보존 법칙을 쉽게 만족시킬 수 있어 압축성유동의 해석에 많이 사용된다.

이때, 물리변수를 저장하는 방법과 제어체적을 구성하는 방법에 때라 두 가지 유한체적법이 존재하는데, 첫 번째는 물리변수를 각 격자점에 저장하는 격자점기반의 방법(vertex-based scheme)이고, 두 번째는 각 격자의 중심에 저장하는 격자중심 방법(cell-centered scheme)이다.

격자점 기반의 방법은 물리변수의 계산결과를 각 격자점에서 바로 얻을 수 있는 장점이 있으나, 경계조건을 적용하는데 있어 격자중심 방법에 비하여 어려움이 따른다. 반면, 격자중심 방법은 정체점(Stagnation Point)이나 특이점에서 해를 직접 계산하지 않으므로 해의 수렴에 도움이 되는 장점이 있다.

본 논문은 격자중심방법(cell-centered scheme)을 이용하였으며, 지배방정식인 (식 3-1)을 격자 간격이 1.0인 제어체적에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega}[\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial \xi}(E-E_v)+\frac{\partial}{\partial \eta}(F-F_v)+\frac{\partial}{\partial \zeta}(G-G_v)]d\Omega=0 \quad \text{(식 3-14)}$$

여기서 Ω는 각 제어체적의 영역을 의미하며, 이 때 유동변수 Q가 격자내에서 일정하다고 가정하고 (식 3-14)에 Stokes의 정리를 적용하면 다음과 같은 선적분식이 얻어진다.

$$\frac{d}{dt}\int_{\Omega} Q = -\oint_{\partial\Omega}(E-E_v)d\xi-\oint_{\partial\Omega}(F-F_v)d\eta-\oint_{\partial\Omega}(G-G_v)d\zeta \quad \text{(식 3-15)}$$

여기서, $\partial\Omega$는 각 제어체적의 경계면의 길이를 나타낸다. 일반좌표계에서 ξ, η, ζ가 등간격이 되도록 정하였기 때문에, 다음과 같은 각 격자에 대한 준이산화(Semi Discrete)방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{J}\frac{dQ_{ij}}{dt}+R_{ij}=0 \quad \text{(식 3-16)}$$

여기서, R_{ij}는 각 제어체적의 잔류치(residual)를 의미하며, 이 때 각 격자 경계면에서의 유속으로의 잔류치를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \overline{E}_{i+\frac{1}{2},j}-\overline{E}_{i-\frac{1}{2},j}+\overline{F}_{i+\frac{1}{2},j}-\overline{F}_{i-\frac{1}{2},j}+\overline{G}_{i+\frac{1}{2},j}-\overline{G}_{i-\frac{1}{2},j} \\ &-\frac{\sqrt{\gamma}M_{\infty}}{Re_{\infty}}\left(\overline{E}_{v_{i+\frac{1}{2},j}}-\overline{E}_{v_{i-\frac{1}{2},j}}+\overline{F}_{v_{i+\frac{1}{2},j}}-\overline{F}_{v_{i-\frac{1}{2},j}}+\overline{G}_{v_{i+\frac{1}{2},j}}-\overline{G}_{v_{i-\frac{1}{2},j}}\right) \end{aligned} \quad \text{(식 3-17)}$$

격자 경계면에서의 수치적 유속(Numerical Flux)은 경계 좌우의 격자점의 값을 평균하여 구할 수 있다. 이와 같은 수치유속은 비선형 현상이 나타나는 유동에 대해 수치적

진동을 일으키고, 충격파의 강도와 위치를 잘못 예측하는 등 안정된 해를 구하기가 어렵다. 따라서 비점성 유속을 수치적으로 계산하는데 있어서는 적절한 Upwind 방법이나 인공점성항(Artifical Viscosity)이 필요하게 된다. 특히 극초음속 유동장의 해석에 있어서 많은 공간차분 기법들이 정확도(accuracy)나 강건성(robustness)에 문제를 드러내고 있기 때문에 아직까지도 많은 연구들이 진행되고 있는 실정이다.

제 2 절 Second Order Upwind TVD Scheme

1. TVD Scheme의 개요

TVD(Total Variation Diminishing) Scheme[14, 15]에는 1차 정확도 TVD Scheme과 2차 정확도의 TVD Scheme으로 나눌 수 있고, 일반적으로 다음의 특징을 갖는다.

① 모든 Monotone Scheme은 1차 TVD Scheme에 속한다.

② 일반적으로 파동방정식에 대한 Explicit Scheme을 다음의 형태로 표현할 때

$$u_i^{n+1} = u_i^n + A_{i+1/2}\Delta u_{i+1/2}^n - B_{i-1/2}\Delta u_{i-1/2}^n \qquad \text{(식 3-18)}$$

$$\Delta u_{i+1/2} = u_{i+1}^n - u_i^n$$

$$\Delta u_{i-1/2} = u_i^n - u_{i-1}^n$$

A = 0, B = 1 일 때 후방차분,

A = 1, B = 0 일 때 전방차분,

A = 1/2, B = 1/2 일 때 중앙차분

여기서 A와 B는 사용되어진 Scheme에 따라 결정되는 계수이며, Harten[16]에 의하면 (식 3-18)이 TVD가 되기 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$A_{i+1/2} \le 0 \qquad \forall i \qquad \text{(식 3-19)}$$

$$A_{i-1/2} \le 0 \qquad \forall i$$

$$0 \le A_{i+1/2} + B_{i+1/2} \le 1 \qquad \forall i$$

③ TVD Scheme의 특징은 Homogeneous Scalar Hyperbolic Conservation Equation에서만 적용되고, Non-Homogeneous Hyperbolic Equation에서는 특별한 경우에만 적용된다.

④ Flux Limiter의 사용으로 2차 TVD Scheme이 개발되었는데, 이 Scheme은 Smooth Region에서는 2차 정확도이고, 큰 구배가 있는 지역에서는 1차 정확도로 전환된다.

⑤ 경계조건 적용이 힘들고 경계를 포함하고 있는 식의 TVD Property의 증명

은 매우 힘들다.

⑥ TVD Scheme의 비선형문제와 Multi-Dimensional System으로 확장이 아직 정립되어 있지 않으나 수치실험에 의하면 이들에 의한 확장이 가능한 것으로 알려져 있으며, 실질적으로 비선형 문제와 Multi-Dimensional System에도 TVD Scheme이 사용되고 있다.

⑦ TVD Scheme이 불연속성을 가지고 있는 유동계산에 적절한 방법으로 알려져 있으나, 통상적인 Explicit damping에 비해 계산시간이 많이 든다.

⑧ TVD Scheme은 불연속성의 Smearing효과를 줄여줌과 동시에 Oscillation도 줄여준다.

⑨ Centeral Difference를 기본으로 하는 TVD Scheme을 Symmetric TVD Scheme이라고 부르며, One-Sided Difference를 기본으로 하는 것을 Upwind TVD Scheme이라고 부른다.

2. Second order TVD Scheme

정확도가 1차에서 2차로 올라갔을 때 Harten[16]은 유량벡터 $\overline{E}$를 다음과 같이 정의 하였다.

$$\overline{E} = E + G \qquad \text{(식 3-20)}$$

G는 Second order TVD의 limiter이고, 일반화된 방정식은 다음과 같다.

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[h^n_{i+\frac{1}{2}} - h^n_{i-\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(식 3-21)}$$

$$h^n_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[E^n_{i+1} + E^n_i + \phi^n_{i+\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(식 3-22)}$$

$$h^n_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[E^n_i + E^n_{i-1} + \phi^n_{i-\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(식 3-23)}$$

Harten-Yee의 Upwind TVD Limiter의 정의에 의하여 limiter는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = (G_{i+1} + G_i) - \psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i-\frac{1}{2}}\right)\Delta u^n_{i+\frac{1}{2}} \qquad \text{(식 3-24)}$$

$$\begin{cases} |y| & \text{for} \quad |y| \geq \epsilon \\ \dfrac{(y)^2 + \epsilon^2}{2\epsilon} & \text{for} \quad |y| < \epsilon \end{cases} \qquad \text{(식 3-25)}$$

ϕ는 각각의 방정식이 TVD 성질을 만족하도록 구성된 벡터 행렬이다.

여기서 $0 \leq \epsilon \leq 0.125$ 이면

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \dfrac{E_{i+1} - E_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ \dfrac{u_{i+1} + u_i}{2} & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases} \qquad \text{실제물리성분} \quad \text{(식 3-26)}$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \dfrac{G_{i+1} - G_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & \text{for} \quad \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases} \qquad \text{인공물리성분} \quad \text{(식 3-27)}$$

Limiter G 의 특성은 다음과 같다.

$$G_i = S \times \max\left\{0, \min\left[\sigma_{i+\frac{1}{2}}\left|\Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right|, \; S \times \sigma_{i-\frac{1}{2}}\Delta u_{i-\frac{1}{2}}\right]\right\} \qquad \text{(식 3-28)}$$

$$S = Sgn\left(\Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right) = \frac{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}}{\left|\Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right|}$$

$$\sigma_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[\psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)^2\right]$$

(식 3-24)를 다시 쓰면

$$\phi_{i+\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)(G_{i+1} + G_i) - \psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}} + \beta_{i+\frac{1}{2}}\right)\Delta u^n_{i+\frac{1}{2}} \qquad \text{(식 3-29)}$$

$$\phi_{i-\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i-\frac{1}{2}}\right)(G_i + G_{i-1}) - \psi\left(\alpha_{i-\frac{1}{2}} + \beta_{i-\frac{1}{2}}\right)\Delta u^n_{i-\frac{1}{2}} \qquad \text{(식 3-30)}$$

$$\sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\psi\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right) + \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2}} = \sigma\left(\alpha_{i+\frac{1}{2}}\right)\begin{cases} \dfrac{G_{i+1} - G_i}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}} & , \ \Delta u_{i+\frac{1}{2}} \neq 0 \\ 0 & , \ \Delta u_{i+\frac{1}{2}} = 0 \end{cases}$$

Limiter G_i는 여러 방법 중 다음의 방법을 사용한다.

$$G_i = \left(\Delta u_{i-\frac{1}{2}}, \ \Delta u_{i+\frac{1}{2}}\right) \qquad \text{(식 3-31)}$$

제 3 절 난류 모델

실험적인 관측으로부터 초음속 혼합층(mixing layer)의 확산율(spreading rate)은 마하수가 증가함에 따라 감소한다는 것이 증명되었다. 이 마하수의 증가에 따른 확산율의 감소를 비압축성 난류모델은 제대로 모사하지 못하는 것 또한 잘 알려진 사실이다. 이러한 사실은 많은 연구자들로 하여금 비압축성 난류모델이 압축성 효과를 설명할 수 있도록 수정하게 하는 원인이 되었다.

Kolmogorov(1942)가 처음으로 난류의 two-equation을 제시하였다. kolmogorov는 난류운동에너지를 그의 난류 매개변수와 Prandtl(1945)수의 차분방정식에서 선택하여 사용하였다. 그 후에 Wilcox는 Sarkar와 Zeman의 모델의 경계층 유동의 예측에 적합하지 않음을 밝히고 경계층 유동에 적용 가능한 팽창-소산항($k-w$) 모델을 제시하였다. $k-w$ 난류모델은 다음 식과 같이 정리가 된다.[17]

-. 운동학적 점성률 :

$$\nu_T = k/w \qquad \text{(식 3-32)}$$

-. 난류 운동 에너지 :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j\frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* kw + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma^*\nu_T)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \qquad \text{(식 3-33)}$$

-. 비 소산율 :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U_j\frac{\partial w}{\partial x_j} = \alpha\frac{w}{k}\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta w^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \sigma\nu_T)\frac{\partial w}{\partial x_j}\right] \qquad \text{(식 3-34)}$$

-. 근사계수 및 보조관계식 :

$$\alpha = \frac{13}{25}\ ,\quad \beta = \beta_o f_\beta\ ,\quad \beta^* = \beta_o^* f_{\beta^*}\ ,\quad \sigma = \frac{1}{2}\ ,\quad \sigma^* = \frac{1}{2}$$

$$\beta_o = \frac{9}{125}\ ,\quad f_\beta = \frac{1+70\chi_w}{1+80\chi_w}\ ,\quad \chi_w \equiv \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_o^* w)^3} \right|$$

$$\beta_o^* = \frac{9}{100}\ ,\quad f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & , \quad \chi_k \le 0 \\ \dfrac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & , \quad \chi_k > 0 \end{cases}\ ,\quad \chi_k \equiv \frac{1}{w}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial w}{\partial x_j}$$

$$\epsilon = \beta^* wk\ , \qquad \text{and} \qquad l = k^{1/2}/w$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right),\quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$$

위의 식들을 유량벡터형으로 표기하면 다음과 같이 정리가 된다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho w \end{bmatrix},\quad E = \begin{bmatrix} \rho uk \\ \rho uw \end{bmatrix},\quad F = \begin{bmatrix} \rho vk \\ \rho vw \end{bmatrix},\quad G = \begin{bmatrix} \rho wk \\ \rho ww \end{bmatrix} \qquad \text{(식 3-35)}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} \mu k\dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \mu w\dfrac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix},\quad F_v = \begin{bmatrix} \mu k\dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \mu w\dfrac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix},\quad G_v = \begin{bmatrix} \mu k\dfrac{\partial k}{\partial x} \\ \mu w\dfrac{\partial w}{\partial x} \end{bmatrix} \qquad \text{(식 3-36)}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_k \\ S_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - \beta^* \rho wk \\ (\alpha P - \beta\rho wk)\dfrac{w}{k} \end{bmatrix} \qquad \text{(식 3-37)}$$

$$\alpha = \frac{13}{25}\ ,\quad \sigma = \frac{1}{2}\ ,\quad \sigma^* = \frac{1}{2}\ ,\quad \beta = \frac{9}{125}\ ,\quad \beta^* = \frac{9}{100}$$

제 4 절 시간 이산화

시간 적분법으로는 외재적(explicit) 방법과 내재적(implicit)방법의 두 가지로 분류할 수 있다. 외재적 방법은 알고리즘이 비교적 간단하고 적은 기억용량을 요구한다는 장점을 가지고 있으므로 비교적 단순한 문제나 비정렬 격자와 같이 데이터 구조가 복잡한 문제의 경우 편리하게 사용할 수 있는 방법이다. 또한, 그 적용이 간단하고 계산시간이 짧다. 그러나 안정성이 높지 않으므로 계산시간 간격을 크게 할 수 없어서 반복계산이 많아진다는 단점이 있다. 내재적 방법은 많은 기억용량과 복잡한 알고리즘을 필요로 하므로 수치계산에서 적용하기는 어렵지만, 안정성이 좋아서 시간간격을 크게 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

정상유동문제의 수치해를 구하는 경우에는 수렴성을 좋게 하기위하여 각 격자에서 최적의 시간간격으로 시간진행을 할 수 있지만(국부적 시간간격 : local time step), 비정상 유동문제의 경우에는 각 격자에서 동일한 시간간격으로 전진함으로써 시간에 따른 비정상해를 구하게 된다. (최소 시간간격 : minimum time step) 본 연구에서는 비정상 압축성유동에 대하여 외재적 방법으로 explicit Runge-Kutta 4th order를 사용하였다.[15]

지배방정식인 (식 3-1)을 차분화한 다음에 정리를 하면 다음과 같이 정리된다.

$$a_i \frac{\partial Q_i}{\partial t} + R_i = 0 \qquad \text{(식 3-38)}$$

각각 i번째 격자에 대해서, a_i는 격자의 넓이 이고 $R_i = \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i$는 잔류치를 나타낸다. Runge-Kutta의 외재적 시간 적분법은 다음의 식으로 정리가 된다.

$$Q_i^{(1)} = Q_i^n \qquad \text{(식 3-39)}$$

$$Q_i^{(2)} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{4}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^{(1)_i}$$

$$Q_i^{(3)} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{3}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(2)}$$

$$Q_i^{(4)} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(3)}$$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \Delta t\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_i^{(4)}$$

수치계산 방법으로는 병렬처리 PC Parallel Cluster Pentium-4 3.0GHz 16-node를 사용 하여 3차원 초음속 공동의 유동장 해석을 수행하였다.

제 5 장 계산결과 및 검토

제 1 절 L/D=3, W/D=1인 2차원과 3차원 초음속 공동유동

1. 격자계 및 경계조건

앞에서 고찰한 수치기법을 적용하여 다음과 같은 초음속 점성 유동에 대하여 2차원과 3차원으로 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

- $L/D = 3$, $W/D = 1$ (Open Cavity)
- 깊이(D) = $15mm$, 길이(L) = $45mm$
- Renolds No = 4.5×10^5
- Mach No = 1.5

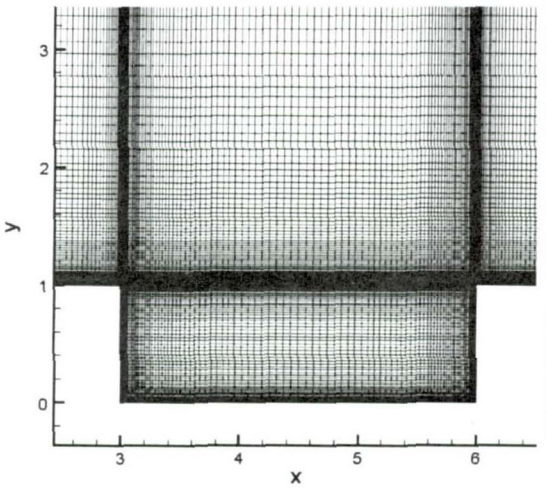


Fig. 2 Computational grid for the two dimensional cavity

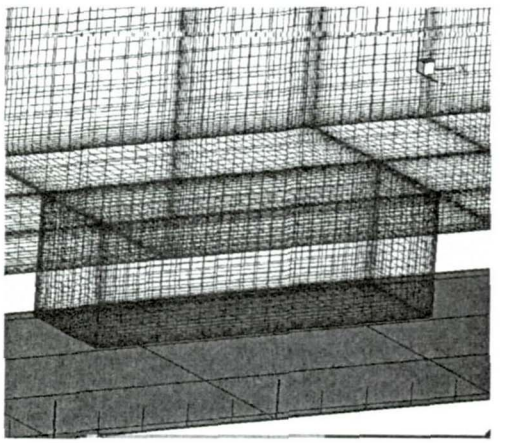


Fig. 3 Computational grid for the three dimensional cavity

본 논문에서 계산한 세장비 $L/D=3$인 2차원과 3차원 공동유동은 자유전단층과 와류들에 의하여 주기적인 진동을 하는 비정상 유동이다. 이를 해석하기 위하여 Fig. 2와 Fig. 3은 같은 격자계를 구성하였다.

기본적인 유동의 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여하였으며, 3차원의 경우 폭비(spanwise ratio, W/D)는 1이다. 격자계는 공동 전후의 평판, 바닥과 벽면 부근에 격자를 밀집시켜 줌으로써 벽면에 나타나는 전단층과 공동의 앞전과 뒷전에서 일어나는 압력변화를 알 수 있게 하였으며, 첫 격자점의 y^+는 약 15정도로 벽함수를 사용하지 않고 직접 계산을 수행하였다. 원방향 경계조건은 깊이(D)의 7배를 주었다. 격자수는 2차원 공동의 경우 상부에 350×100과 공동부에 100×70이며, 3차원 공동은 상부에 140×40×40과 공동부에 50×30×20의 격자를 사용하였다.

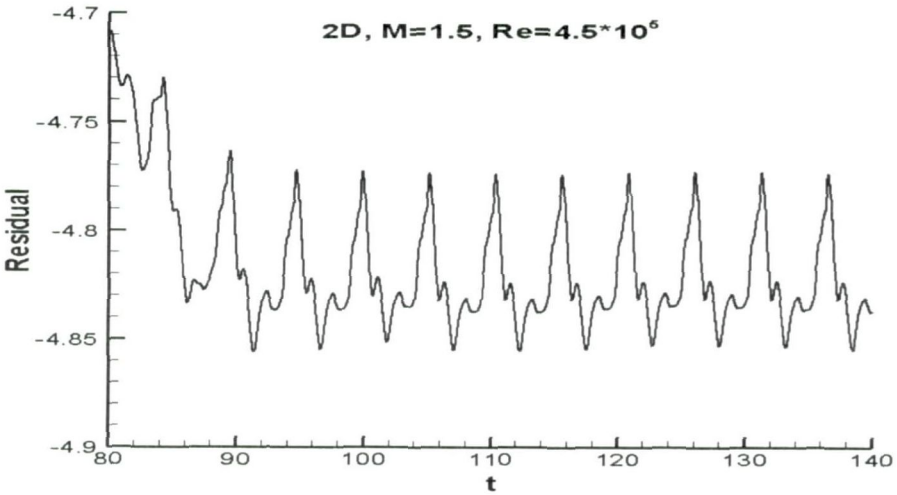


Fig. 4 Residual history for two dimensional cavity

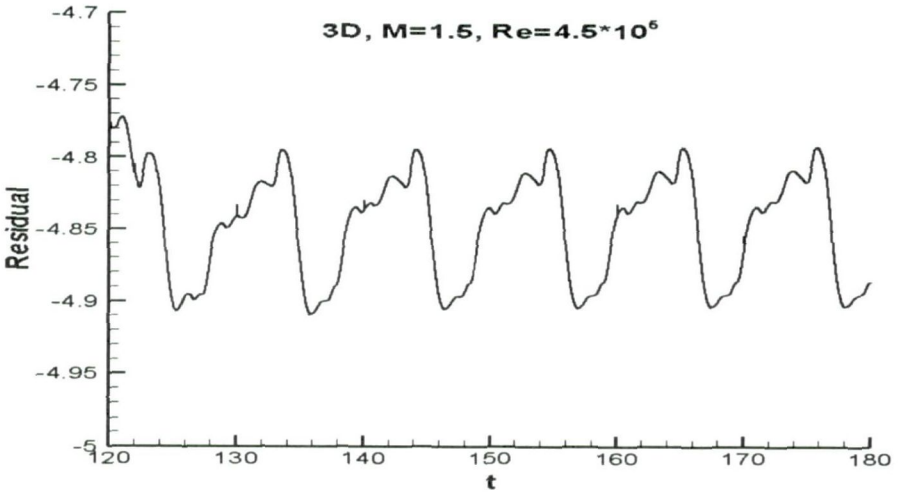


Fig. 5 Residual history for three dimensional cavity

Fig. 4와 Fig. 5는 마하수 1.5일 때 계산시간에 따른 수치잔여치의 변화를 나타낸 그림이다. 무차원 시간으로 2차원은 $t = 90$, 3차원은 $t = 130$이후에 불안정한 진동은 없어지고 주기적인 진동에 들어감을 확인할 수 있다. 잔여치의 시간주기(Tp)는 2차원이 $Tp = 5.2$, 3차원이 $Tp = 10.4$로 유동의 진동주기를 그대로 반영하고 있다.

2. 세장비(L/D)가 3인 공동의 유동해석 결과

Fig. 6은 수치계산 된 결과를 가지고 시간에 대한 압력변화율을 측정하기 위해 공동에서의 압력데이터를 취득한 위치를 보여주고 있다. 압력데이터는 ①공동의 앞전과 ②바닥 중앙 두 지점에서 취득하여 비교하였다.

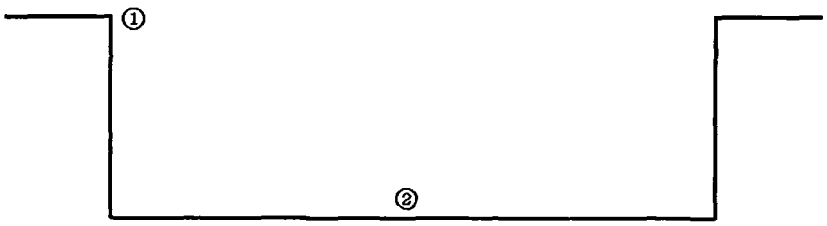


Fig. 6 Sampling position of pressure data ($L/D = 3$)

2차원 ① : Leading edge x/D = 0.0, y/D = 1.0

② : Bottom x/D = 1.5, y/D = 0.0

3차원 ① : Leading edge x/D = 0.0, y/D = 1.0, z/D = 0.0 , 0.5

② : Bottom x/D = 1.5, y/D = 0.0, z/D = 0.0 , 0.5

Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9는 2차원과 3차원 공동의 각 부분에서의 시간에 따른 압력선도를 앞의 Fig. 6의 위치에서 측정한 그래프이다. 실선은 공동의 앞전 ①지점에서의 압력변화를 나타낸 것이고, 점선은 공동 바닥 중앙 ②지점에서의 압력변화를 나타낸 것이다.

Fig. 7을 보면 압력변화주기 Tp(time period) = 5.2로 Fig. 4의 수치잔여치의 진동주기와 일치하는 것을 알 수 있으며 압력변화의 진폭은 공동의 앞전이 바닥 중앙에

비해 더 큰 진폭을 갖는 것으로 확인할 수 있다. 이는 공동 입구에서 팽창파가 발생함으로 인해 공동의 앞전에서는 공동 입구의 팽창파 영향을 그대로 받음과 동시에 공동 내부에서 발생하는 와류의 이동에 따른 압력변화도 같이 영향을 미치므로, 팽창파와 내부 진동에 의해 압력변화의 폭이 커졌음을 알 수 있다. 공동바닥에서는 앞전에서 형성된 와류가 후류방향으로 이동함에 따른 압력변화로써 앞전의 팽창파에 의한 영향은 받지 않으므로 압력변화 진폭이 작게 나타난 것으로 볼 수 있다.

Fig. 8은 3차원 공동의 바닥 중앙($z/D = 0.5$)에서 압력변화를 나타낸 그림이고, Fig. 9는 3차원 공동의 Z-방향으로 바닥 모서리($z/D = 0.0$)인 지점에서 압력변화를 나타낸 그림이다. Fig. 8 과 Fig. 9를 보면 3차원 공동의 압력변화주기 $Tp = 10.4$로 반복되고 있음을 알 수 있다. 그 이유는 3차원 공동의 경우에는 진동모드 1에 ($n = 1$)해당하는 진동을 하고 있으므로 $Tp = 10.4$를 나타내고 있다. 2차원 공동은 진동모드가 2 ($n = 2$)이므로 3차원 공동의 절반에 해당하는 Tp를 갖는 것으로 볼 수 있다. 실제로 3차원 공동의 경우 진동 모드 1과 2에 해당하는 모드를 같이 갖고 있음을 주파수 분석(FFT)결과로 확인 할 수 있었으며, 이 때문에 공동 내부에 큰 진폭과 작은 진폭이 번갈아 반복됨을 확인할 수 있었다.

Fig. 8과 Fig. 9를 비교했을 때 Z-방향으로 공동 중앙($z/D = 0.5$)에서의 압력변화 진폭이 공동 중앙 모서리($z/D = 0.0$)에서의 압력변화진폭 보다 큰 압력진폭을 갖는 것으로 확인 할 수 있다.

Fig. 10은 2차원과 3차원 공동의 앞전 ①지점에서의 시간에 대한 압력변화율을 같이 표현한 그림이다. 2차원 공동의 압력진폭이 3차원 공동의 압력진폭에 비해 약 30%정도 더 크게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 3차원 공동의 경우 Z-방향에서 공동 내부로 유량의 유입·유출로 인해 압력변화 진폭이 완화되었기 때문인 것을 알 수 있다. Z-방향의 유동에 대한 설명을 뒤쪽에서 다시 하기로 한다.

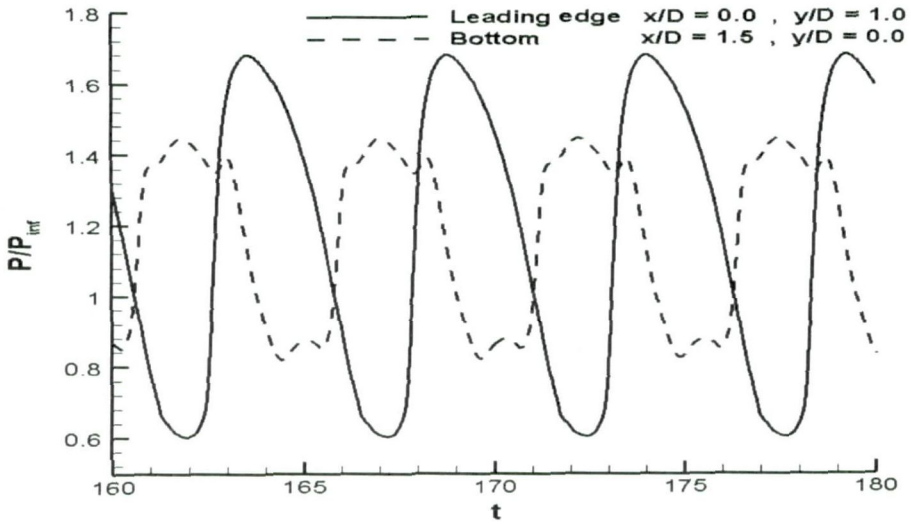


Fig. 7 Two dimensional pressure history at the leading edge and the center of cavities bottom

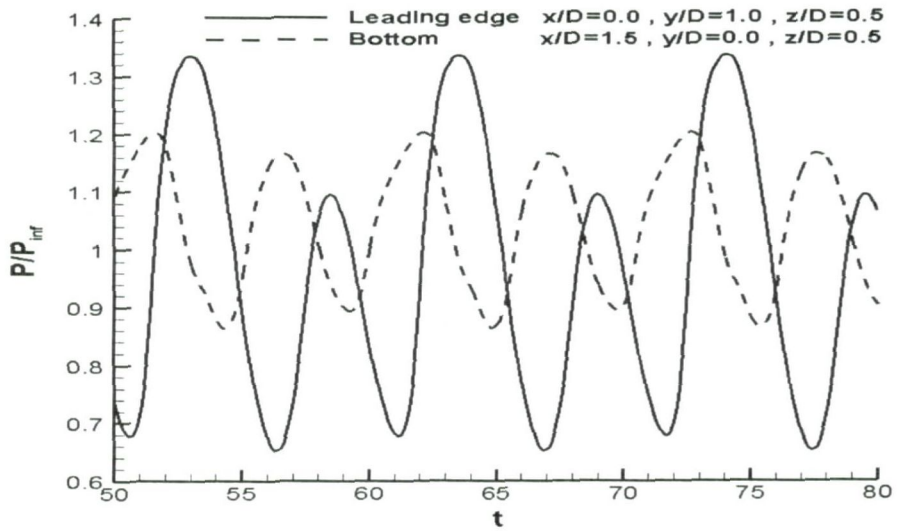


Fig. 8 Three dimensional pressure history at the leading edge and the center of cavities bottom ($z/D = 0.5$)

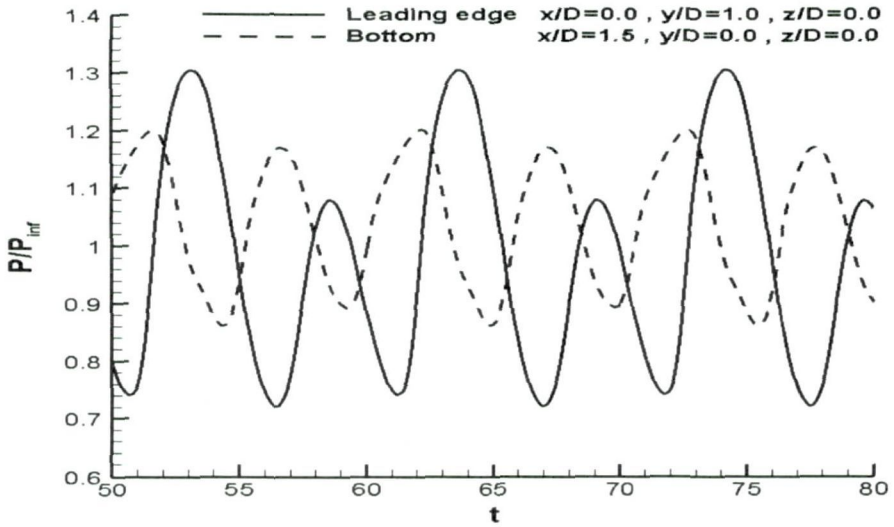


Fig. 9 Three dimensional pressure history at the leading edge and the center of cavities bottom ($z/D = 0.0$)

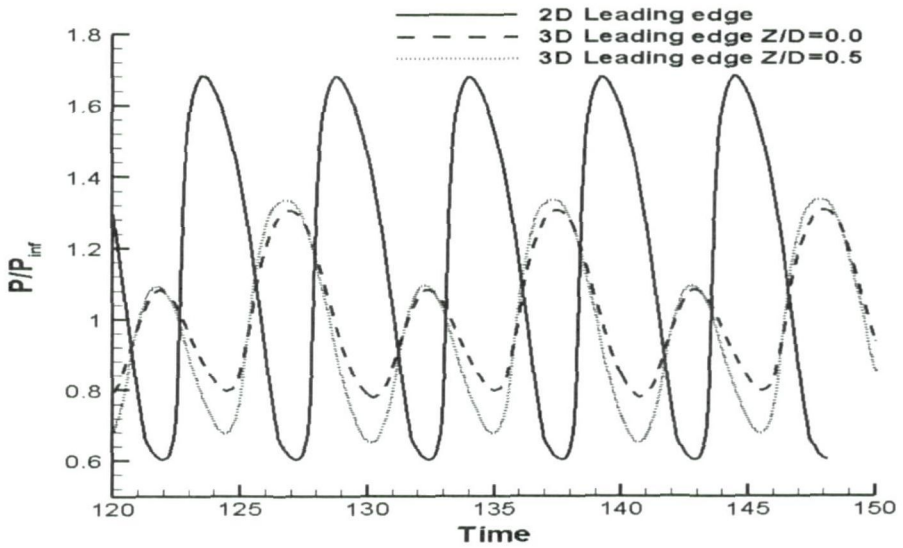


Fig. 10 Two and Three dimensional pressure history at the leading edge

Table. 1과 Fig. 11, Fig. 12는 2차원과 3차원 공동의 주진동주파수를 보기위하여 SPL(Sound Pressure Level)[19]값으로 주파수를 분석한 결과를 나타내고 있다. Table. 1은 세장비(L/D)가 3일 때 Xin Zhang & Edwards[7]의 실험치 결과와 Rossiter식[5]에 의해 예측한 결과를 2차원과 3차원 공동의 계산결과와 비교한 것이다. Xin Zhang & Edwards의 실험결과는 $5.90kHz$이고, Rossiter공식에 의한 결과는 $5.45kHz$를 나타내고 있다. 그리고 본 연구에서 수치해석한 2차원과 3차원 공동의 주진동주파수 분석 결과는 $5.40kHz$로 Rossiter공식과 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 11과 Fig. 12는 2차원과 3차원 공동의 주파수 분석한 그래프를 보여주는 그림이다. 3차원 공동의 경우 앞에서 설명했던 것과 같이 모드($n=2$)일 때의 주파수 외에도 3차원 효과에 의한 $n=1$일 때의 주파수인 $2.59kHz$가 나타나는 것을 확인할 수 있다.

Table. 1 M=1.5 Comparison of Dominant Frequency (mode number $n=2$)

	Xin Zhang[7]	**Rossiter Eq.[5]**	**2차원 공동**	**3차원 공동**
$L/D=3$	$5.90kHz$	$5.45kHz$	$5.40kHz$	$5.40kHz$

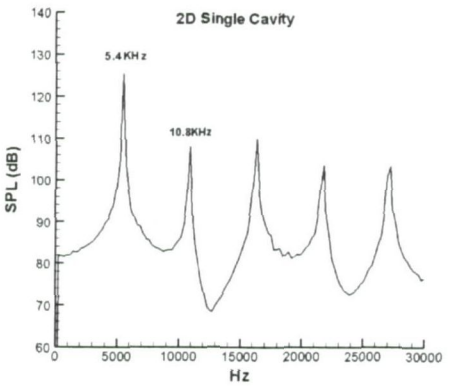


Fig. 11 SPL distribution for two dimensional cavity

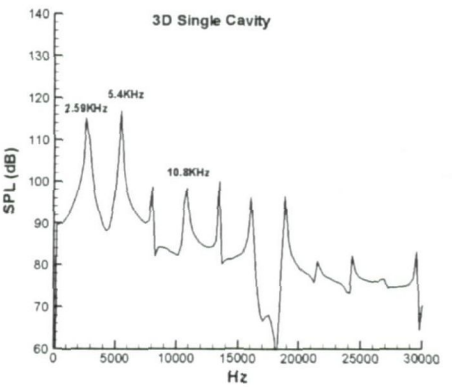


Fig. 12 SPL distribution for three dimensional cavity

Fig. 13은 2차원과 3차원 공동의 계산결과를 무차원진동수로 비교한 그림이다. 그림에서 실선은 Rossiter공식을 가지고 mode(n)=1과 mode(n)=2일 때 마하수에 따른 무차원진동수(St, Strouhal number)를 나타내는 그래프이고, 검정색 사각형(■)은 Heller[5]가 세장비(L/D) 4인 공동을 가지고 실험한 결과를 나타내고 있다. 2차원 공동의 수치해석결과 마하수 1.5일 때 $n=2$에서 무차원진동수(St)가 0.57(●)로 Rossiter공식과 Heller의 실험 결과와 매우 유사함을 확인할 수 있었으며, 3차원 공동의 수치해석결과 역시 마하수 1.5일 때 $n=2$에서 $St=0.57$(●), $n=1$에서 $St=0.27$(○)로서 Rossiter공식과 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

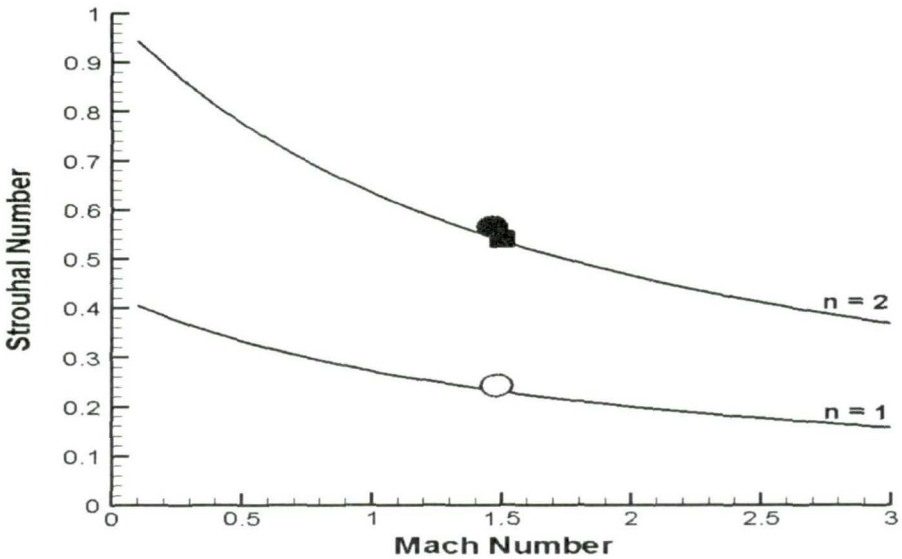


Fig. 13 Non-dimensional resonant frequencies as a function of Mach number
— : Rossiter's Formula[1], ■ : L/D=4(Heller Exp[5]),
● : 2-Dimensional CFD, ○ : 3-Dimensional CFD

Fig. 14는 한주기 시간에 대한 벽면의 평균압력분포를 Xin Zhang & Edwards[6]의 실험결과와 2차원과 3차원 공동의 수치해석 결과를 같이 비교한 그림이다. 그림에서 점선은 2차원 공동의 계산결과이고, 실선은 3차원 공동의 계산결과이다. 2차원과 3차원 수치해석 계산결과 모두 공동의 뒷전바닥 모서리부근에서 Xin Zhang & Edwards의 실험결과보다 압력이 낮게 나타내고 있을 것을 볼 수 있으며, 3차원 공동이 2차원 공동 보다 실험결과에 근접하게 유사한 압력분포를 나타내는 것을 알 수 있다. 이는 2차원 공동보다 3차원 공동의 형상이 Xin Zhang & Edwards의 실험조건과 유사하기 때문에 비슷한 결과가 나온 것으로 알 수 있다.

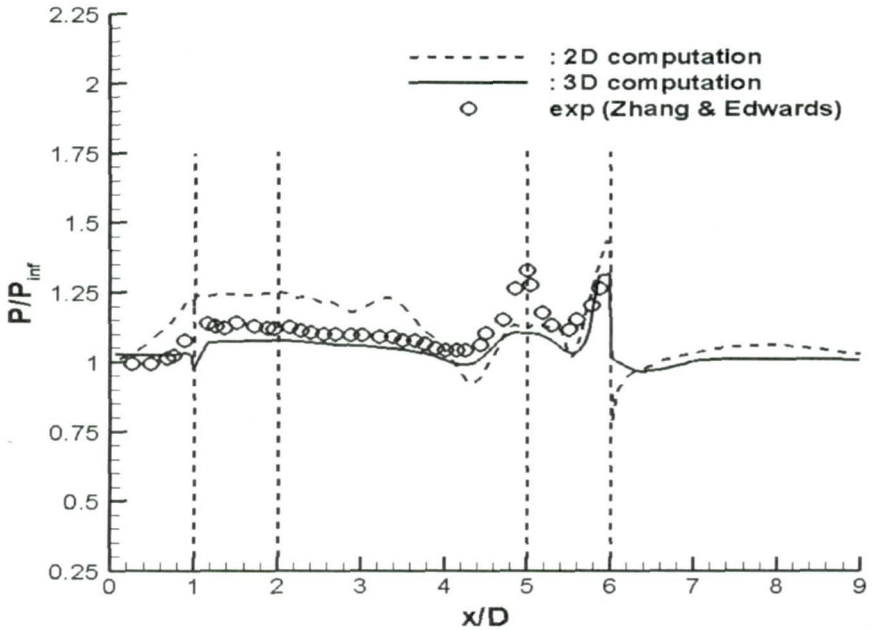


Fig. 14 Mean pressure distribution of time average

Fig. 15와 Fig. 16은 공동의 한주기 시간평균에 대한 압력분포와 유선도를 나타낸 그림이다. 2차원 공동의 경우 공동 내부에 2개의 큰 와류가 존재하는 것을 확인할 수 있으며, 3차원 공동은 공동 내부에 하나의 큰 와류가 존재 하는 것을 확인 할 수 있다. 이 때의 등압력선도는 Fig. 17과 Fig. 18에 나타내었다. 등압력선도를 보면 2차원 공동이 3차원 공동에 비해 복잡하고 심한 밀도변화를 나타내고 있는 것을 확인 할 수 있으며, 3차원 공동은 2차원 공동보다 덜 복잡하고 밀도변화역시 팽창파와 충격파가 발생하는 지역을 제외하고는 자유유동과 유사한 모습을 하고 있을 것을 알 수 있다.

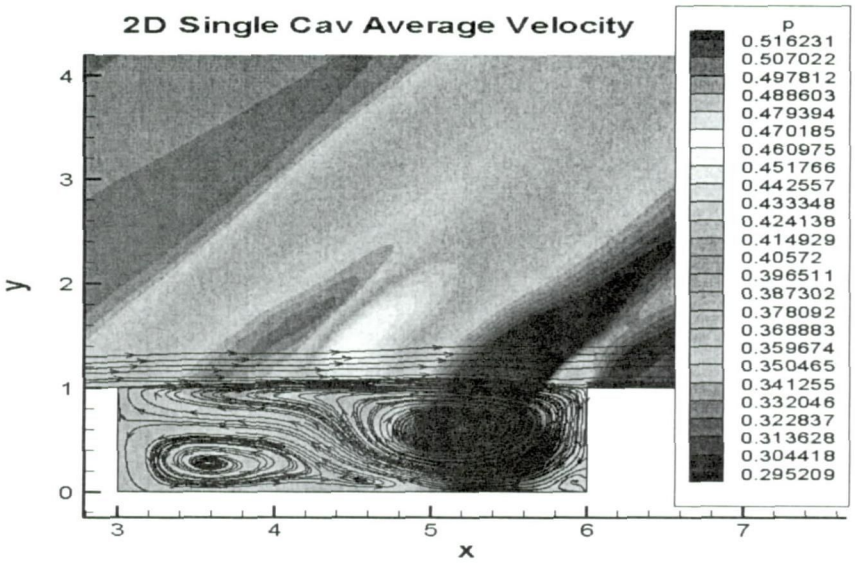


Fig. 15 Streamlines and pressure distribution of time average for two dimensional cavity

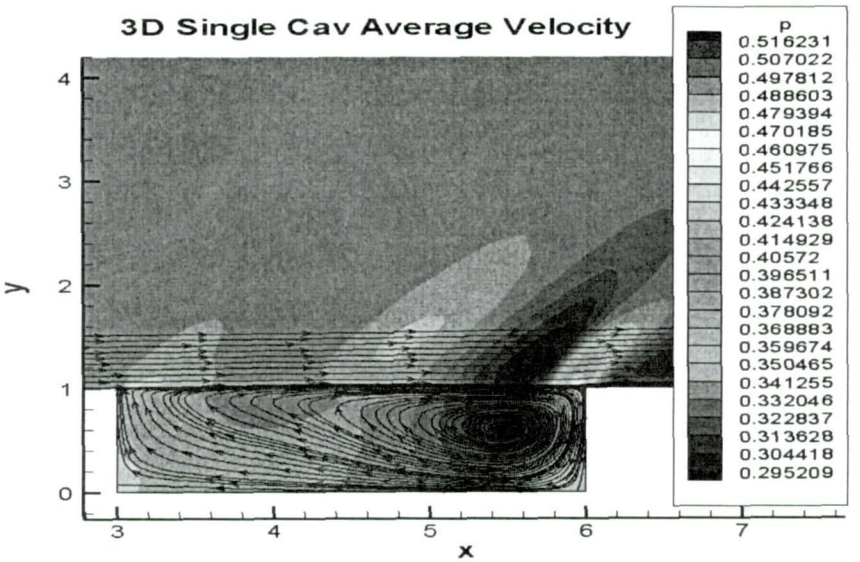


Fig. 16 Streamlines and pressure distribution of time average for three dimensional cavity

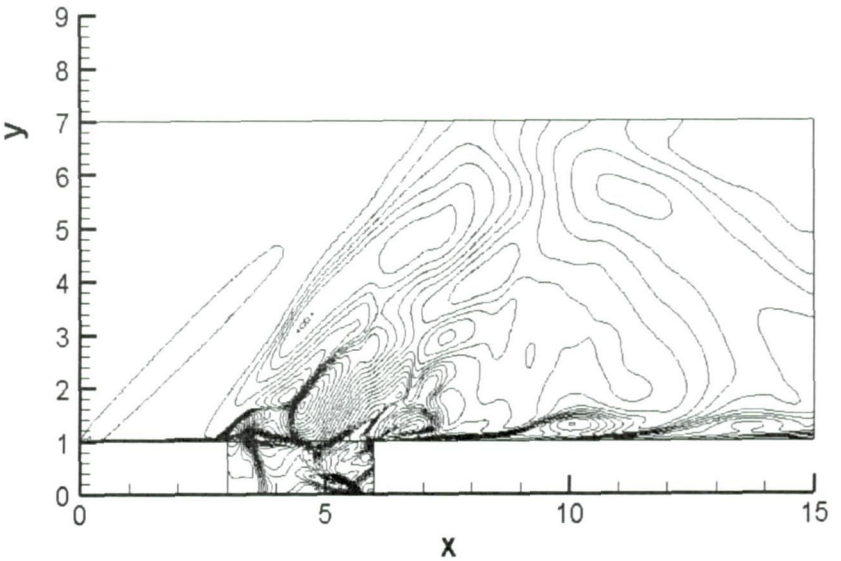


Fig. 17 Density contour of two dimensional cavity

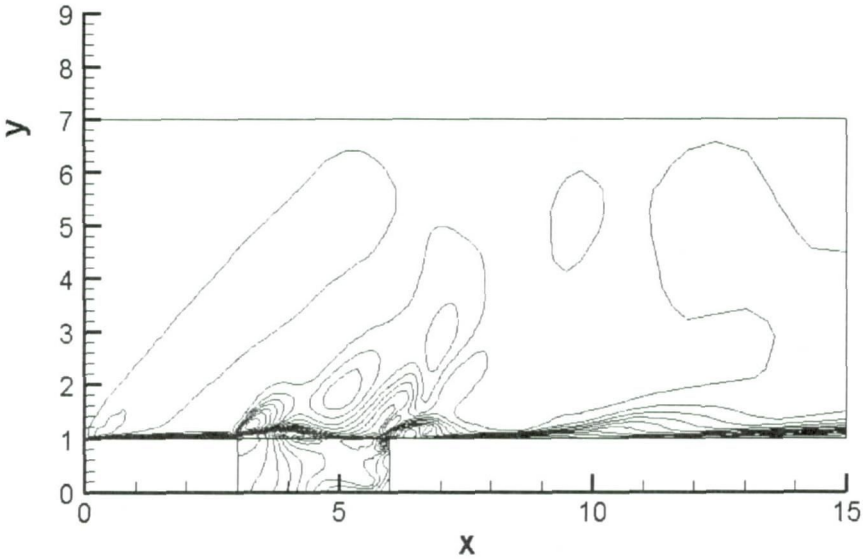


Fig. 18 Density contour of three dimensional cavity

Fig. 19는 2차원 공동의 유선을 두 주기 시간에 대하여 $dt = 1.3$의 시간간격으로 샘플링하여 공동내부의 밀도와 유선을 나타낸 그림이다. 그림에서 시간 t는 Fig. 7에서 사용된 무차원 시간축의 각 지점에 해당한다.

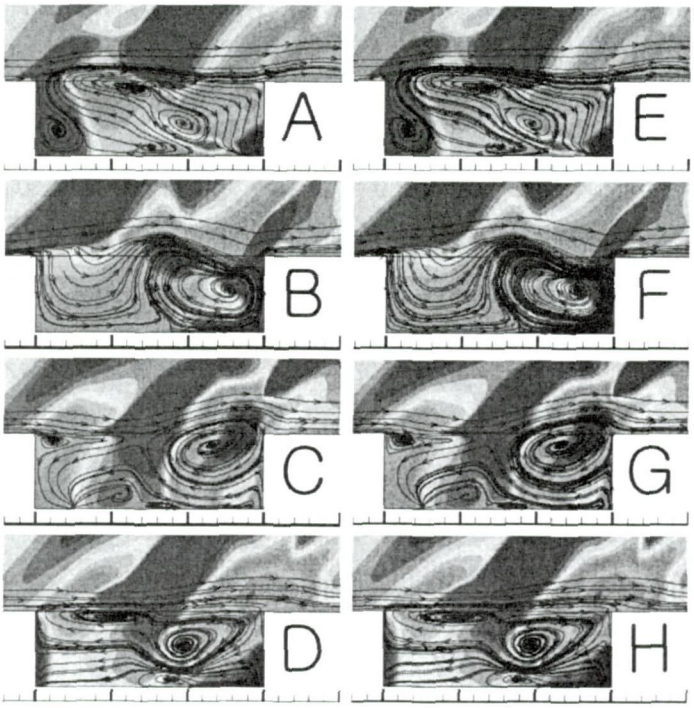


Fig. 19 Streamlines of two dimensional cavities
(Total time = 10.4, Sampling time = 1.3)
(M=1.5, Re = 4.5×10^5)

i) t=163.5(A) : 공동 안에 작은 3개의 와류가 생성되기 시작하는 것을 볼 수 있다.

ii) t=164.8(B) : 작은 와류가 합쳐져서 하나의 큰 와류를 형성한 뒤 점차 공동의 뒷전으로 이동하고 있는 것을 보여주고 있다.

iii) t=166.1(C) : 공동 뒷전으로 이동하였던 와류가 공동 밖으로 빠져나가고 있는 것을 볼 수 있으며, 이와 동시에 공동의 앞전과 중앙 바닥에서 작은 와류가

생성되고 있다.

iv) t=167.4(D) : 뒷전에 있던 큰 와류의 일부분은 공동 뒤편으로 빠져 나가고 일부분은 Heller-Bliss[18]의 파 반사 메커니즘에 의해 뒷벽에 부딪힌 다음 앞전으로 반사되고 있으며, 앞전과 중앙 바닥에서 생성되었던 와류들은 점자 성장하면서 뒷전 쪽으로 이동하는 모습을 볼 수 있다.

v) t=168.7(E) : 2차원 공동에서는 한주기가 $Tp = 5.2$이기 때문에 (E)그림은 (A)그림과 같은 모습을 하고 있는 것을 볼 수 있다. 이렇게 해서 2차원 공동의 한주기 동안의 유동현상을 관찰 할 수 있다.

위의 그림을 보더라도 Heller-Bliss[18]의 파 반사 메커니즘과 동일하게 반복하면서 이동하는 것을 볼 수 있으며, 공동 내부유동의 주기적인 반복과 이동에 따라 자유전단층이 주기적으로 변화하면서 유동이 반복적으로 유입되는 것을 알 수 있다.

Fig. 20은 3차원 공동의 중앙단면 $z/D = 0.5$인 지점에서 한 주기에 대해 $dt = 1.3$의 시간간격으로 샘플링하여 공동내부의 밀도와 유선을 나타낸 그림이다. 각 시점 t는 Fig. 8의 무차원 시간에 해당한다.

i) t=63.5(A) : 큰 와류가 공동 내부에 생성되어 있는 것을 볼 수 있다.

ii) t=66.1(C) : 공동 내부에 있던 큰 와류가 뒷전으로 이동하여 공동 뒤로 빠져나가고, 공동 앞전에서 새로운 작은 와류가 생성되고 있는 것을 볼 수 있다.

iii) t=68.7(E) : 공동의 뒷전으로 이동했던 와류의 일부분은 뒤로 빠져나가고 일부분은 공동 바닥으로 남아있는 상태에서 공동 앞전에서 생성된 와류가 점차 공동 뒷전으로 이동해 가고 있는 모습을 보여주고 있다.

iv) t=70(F) : 공동 뒤로 빠져나가고 남은 와류와 앞전에서 이동해온 와류가 합쳐져 하나의 큰 와류를 형성하고 있는 것을 보여주고 있다.

v) t=74(I) : 유동의 한 주기가 끝난 뒤 t=0.0(A)일 때와 똑 같은 모습으로 돌아가 공동 안에 큰 와류가 다시 생성되어 있는 것을 볼 수 있다. 여기서 그림(A)~(C)는 큰 진폭을 갖는 압력진동이며, 그림(C)~(G)는 작은 압력진폭을 나타낸 것이다.

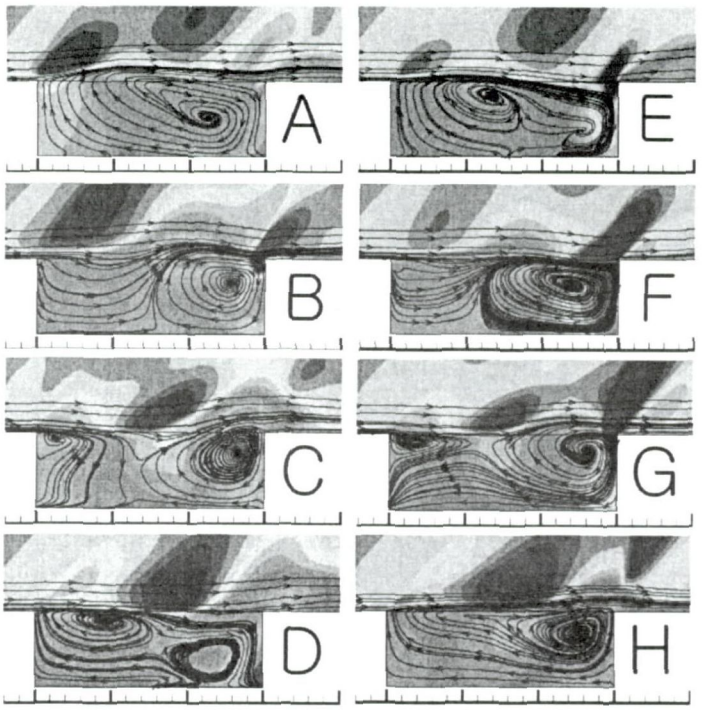
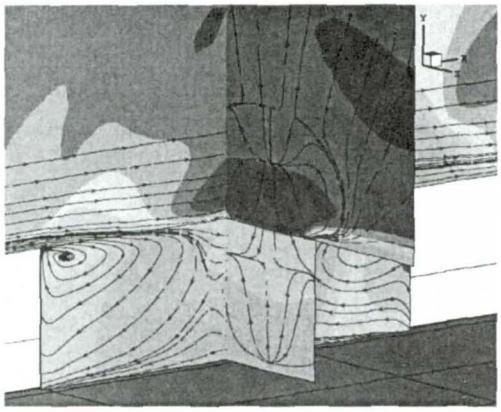


Fig. 20 Streamlines for three dimensional cavities
(Total time = 10.4, Sampling time = 1.3)
(M=1.5, Re = 4.5×10^5, W/D=0.5)

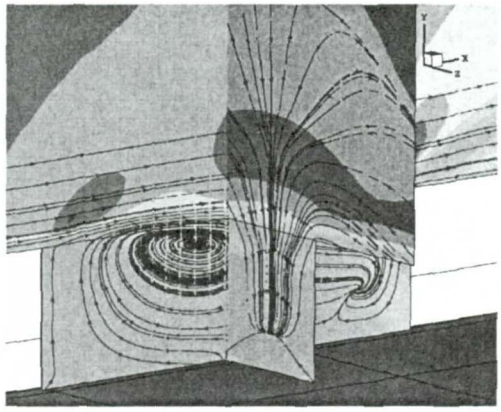
3차원도 2차원 해석과 같이 공동 내부 유동의 주기적인 반복 이동에 따라, 자유전단층이 주기적으로 변화하면서 유동이 반복적으로 유입되는 것을 볼 수 있다. 그리고 3차원 공동의 유동이 2차원 공동의 유동에 비해 덜 복잡하고 와류의 갯수도 적다는 것을 2차원 공동과 비교해서 알 수 있다.

Fig. 21은 3차원 공동의 $x/D=1.5$, $z/D=0.9$인 지점에서 유동의 스트림라인을 그린 것이다. 전체 시간은 5.4이고, 샘플링 시간 간격은 0.65이다. 또한, Fig. 20과 같은 샘플링 시간간격이므로 서로 비교하면서 볼 수 있다. 그림을 보면 전체적으로 공동 내부에 와류가 발생했을 때 와류 뒤쪽에서는 하강하는 유동이 발생하여 Z-방향에서 공동 안쪽으로 유동이 유입되는 것을 볼 수 있으며, 와류 앞

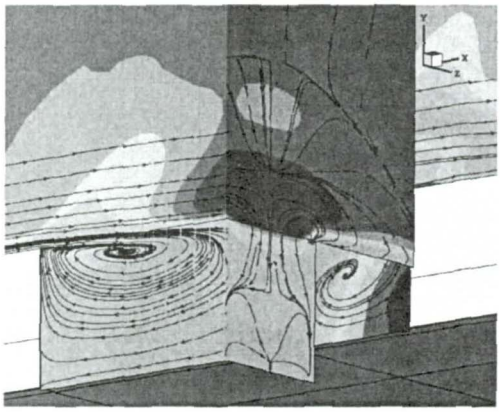
쪽에서는 상승하는 유동이 발생하여 공동 바깥쪽 모서리에서도 작은 와류가 생성되었다가 소멸하는 것을 볼 수 있다.



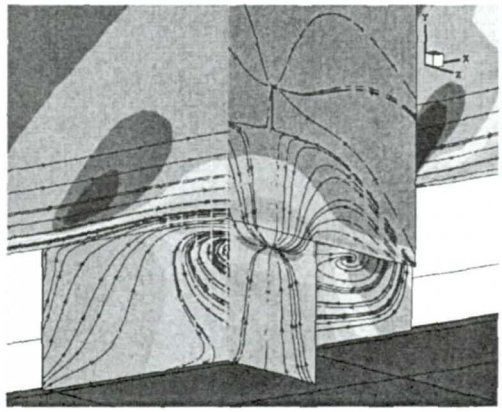
$t = 63.5$



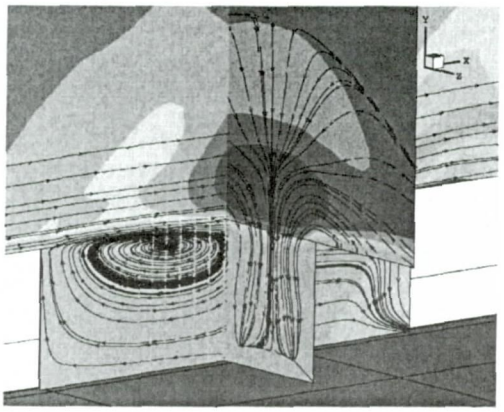
$t = 65.5$



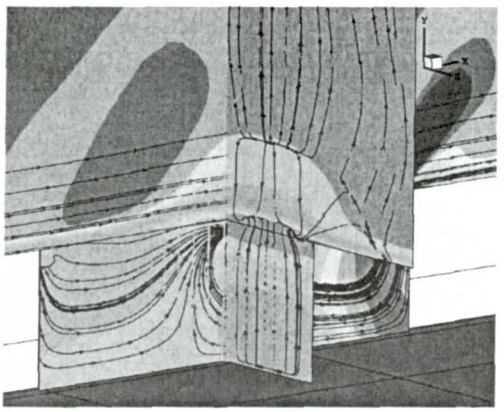
$t = 64.2$



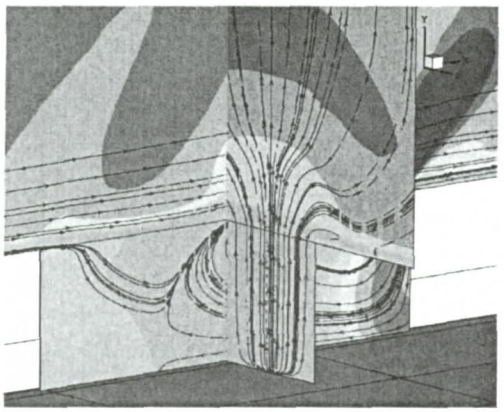
$t = 66.1$



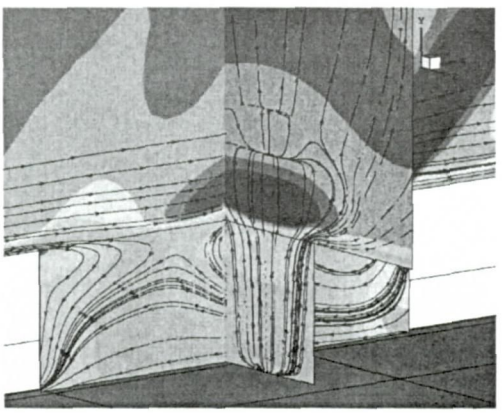
$t = 66.8$



$t = 67.4$



$t = 68.1$



$t = 68.8$

Fig. 21 Streamlines for three dimensional cavities, Total Time=5.2, Sampling Time=0.65, $x/D = 1.5$, $z/D = 0.9$

제 2 절 L/D=3과 1, W/D=1인 2차원과 3차원 초음속 이중공동유동

1. 격자계 및 경계조건

앞에서 고찰한 수치기법을 적용하여 다음과 같은 초음속 점성 유동에 대하여 2차원과 3차원으로 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

- $L/D = 3$, spacing = 1, $L/D = 1$ (Open Cavity)
- 깊이(D) = $15mm$, 길이(L) = $45mm$, $15mm$
- Renolds No = 4.5×10^5
- Mach No = 1.5

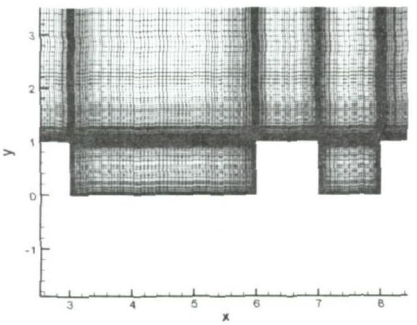


Fig. 22 Computational grid for the two dimensional calculation

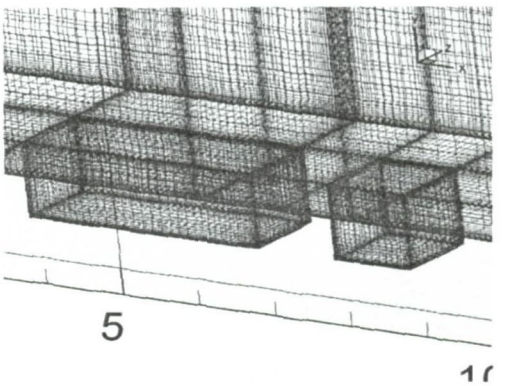


Fig. 23 Computational grid for the three dimensional calculation

공동에 대한 지금까지의 연구는 주로 단일공동 연구에 집중되어 있었다. 그러나 실제 비행체에는 인접한 두개의 공동이 존재하고, 이러한 연구가 최근 들어 많이 수행되고 있다. Xin Zhang & Edwards[6,7]는 초음속 유동에 대하여 두개의 다른 세장비 공동을 조합하여 실험을 하였고, 황성욱[10]은 Baldwin-Lomax 난류 모델을 사용하여, 세장비가 서로 다른 인접한 공동에 대해 실험과 수치해석을 수

행하였다. 따라서 본 연구에서는 종방향 진동이 지배적인 $L/D=3$과 횡방향 진동이 지배적인 $L/D=1$인 공동을 조합하여 수치계산을 수행하였고, 시간에 따른 residual과 각 지점에서 압력변화 곡선 및 주진동주파수 특성분석 등으로 비교 분석 하였으며, 두개의 공동 사이의 간섭효과에 대해 수치적 분석과 유동현상을 모사 하였다.

2차원과 3차원 공동유동은 자유전단층과 와류들에 의하여 주기적인 진동을 하는 비정상 유동이다. 이를 해석하기 위하여 Fig. 22와 Fig. 23은 같은 격자계로 구성하였다.

기본적인 유동의 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여하였으며, 3차원의 경우 폭비(W/D)는 1이다. 격자계는 공동 전후의 평판, 바닥과 벽면부근에 격자를 밀집시켜 줌으로써 벽면에 나타나는 전단층과 공동의 앞전과 뒷전에서 일어나는 압력변화를 알 수 있게 하였다. 격자수는 2차원 공동의 경우 상부에 350×100과 첫 번째 공동부에는 100×70, 두 번째 공동부에는 50×70이며, 3차원 공동의 격자계는 상부에 140×40×40과 첫 번째 공동부에는 50×30×20, 두 번째 공동부에 30×30×20의 격자를 사용하였다.

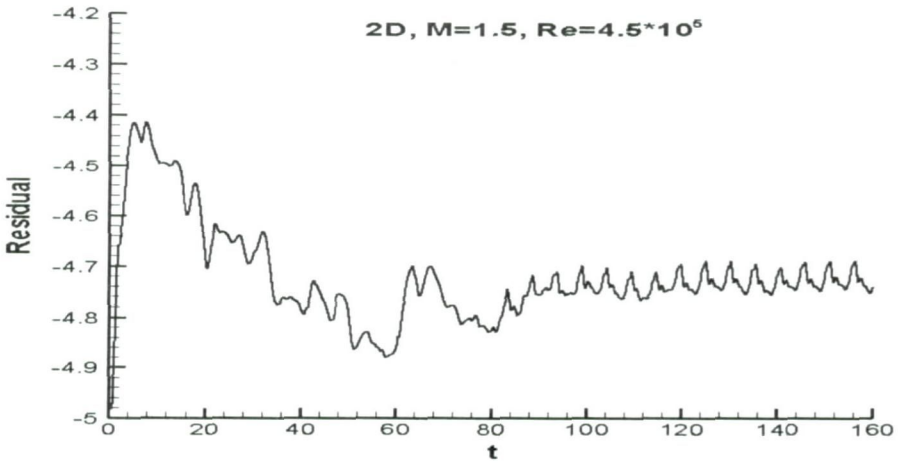


Fig. 24 Residual history for two dimensional cavity ($L/D=3,1$)

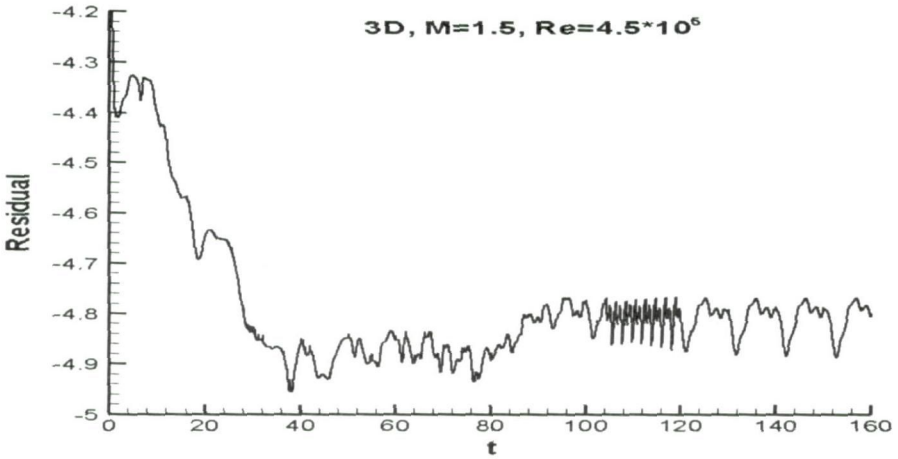


Fig. 25 Residual history for three dimensional cavity ($L/D = 3, 1$)

Fig. 24와 Fig. 25는 2차원과 3차원 유동일 때 계산시간에 따른 수치잔여치의 변화를 나타내었다. 무차원 시간으로 2차원은 $t = 100$, 3차원은 $t = 120$ 이후에 불안정한 진동은 없어지고 주기적인 진동에 들어감을 확인할 수 있다. 잔여치의 시간주기(Tp)는 2차원이 약 $Tp = 5.2$, 3차원이 약 $Tp = 10.4$로 유동의 진동주기를 그대로 반영하고 있다. 여기서 3차원이 2차원에 비해 2배의 주기가 관측 되었는데, 이는 2차원과 3차원 공동바닥의 압력변화로부터 그 원인을 찾을 수 있다.

2. L/D=3, Spacing=1, L/D=1인 이중공동의 유동해석 결과

Fig. 26은 수치계산 된 결과를 가지고 시간에 대한 압력변화율을 측정하기 위해 공동에서의 압력데이터를 취득한 위치를 보여 주고 있다. 압력데이터는 ① 첫 번째 공동의 중앙바닥과 ②두 번째 공동의 중앙바닥 두 지점에서 취득하여 비교하였다.

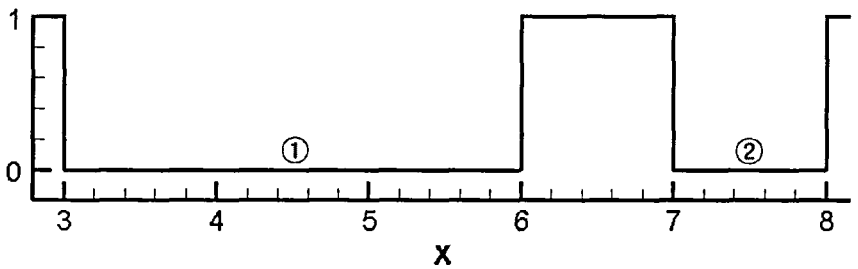


Fig. 26 Sampling position of pressure data ($L/D = 3, 1$)

2차원 ① : First Cavity x/D = 1.5, y/D = 0.0

② : Second Cavity x/D = 4.5, y/D = 0.0

3차원 ① : First Cavity x/D = 1.5, y/D = 0.0, z/D = 0.5

② : Second Cavity x/D = 4.5, y/D = 0.0, z/D = 0.5

Fig. 27, Fig. 28은 각각 2차원과 3차원 공동의 각 부분에서의 시간에 대한 압력선도를 앞의 Fig. 26의 위치에서 측정한 그래프이다. 실선은 첫 번째 공동의 ①지점(중앙바닥)에서의 압력변화를 나타낸 것이고, 점선은 두 번째 공동의 ②지점(중앙바닥)에서의 압력변화를 나타낸 것이다.

Fig. 27을 보면 압력변화주기 $Tp = 5.2$로 Fig. 24의 수치잔여치의 진동 주기와 일치하는 것을 알 수 있으며, 압력진폭의 크기만 다를 뿐 두 공동의 진동 주기가 비슷하게 진동하고 있는 것을 확인 할 수 있다. 압력변화의 진폭은 첫 번째 공동이 두 번째 공동보다 더 큰 진폭을 갖는 것으로 확인할 수 있다. 이는 세장비(L/D)가 3인 첫 번째 공동의 난류전단층이 간격(S/D) 1과 세장비(L/D)가 1인 두 번째 공동을 지나는 동안 첫 번째 공동에 의한 약간의 압력변화만 있었을 뿐, 크게 변화를 받지 않고 후류까지 흘러감으로 인해 첫 번째 공동에서의 압력변화 특성이 두 번째 공동에 직접적으로 나타나는 것을 알 수 있다. 그리고 압력변동 진폭 자체는 시간에 따라 심한 변동이 일어나는 것을 볼 수 있다. 종합적인 특성은 진동압력의 진폭은 첫 번째 공동 입구에서는 팽창파의 진동에 의해 큰 진폭이 나타나나, 그 후의 진폭 및 주기는 거의 일정하고, 각 지점의 유동 흐름에 따른 위상차를 갖고 있는 것을 볼 수 있다. Fig. 28의 3차원 이중공동의 압력변화주기는 2차원 주기 $Tp = 5.2$의 두 배인 $Tp = 10.4$로 Fig. 25와 일치하는 것을 알 수 있으며, 한주기 안에 진폭의 차가있는 5.2주기가 2회 반복됨을 볼 수 있다. 첫 번째 공동과 두 번째 공동의 진폭은 차이가 나지만 진동주기는 같다. 이것으로 볼 때 3차원 공동도 3차원 공동과 같이 첫 번째 공동의 압력변화의 영향이 두 번째 공동에 직접적으로 나타나는 것을 알 수 있다. 2차원 공동의 압력진폭이 3차원 공동의 압력진폭에 비해 30%정도 더 크게 나타난다. 이는 3차원 유동은 Z-방향으로부터 유입 · 유출되는 유량에 의해서 압력변화가 낮아진 것으로 유추할 수 있다.

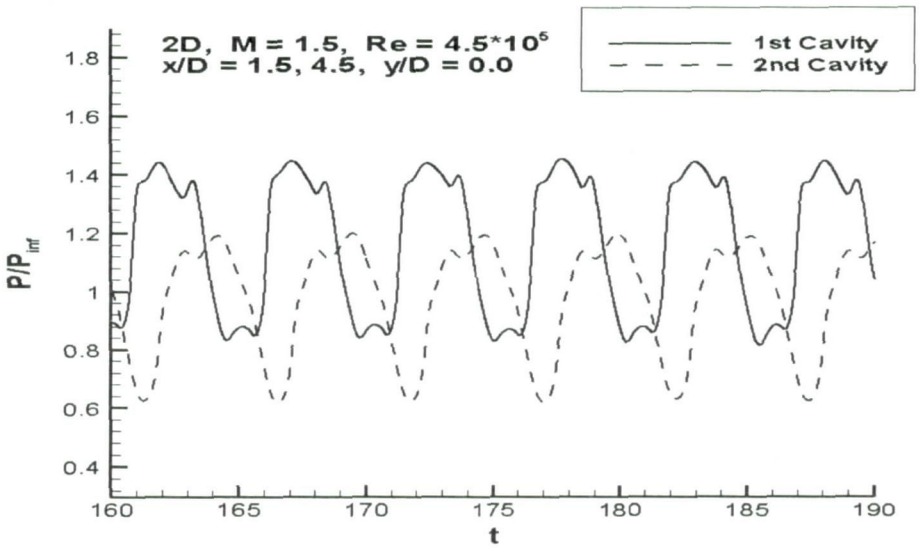


Fig. 27 Pressure history at the bottom of cavities for two dimensional cavity

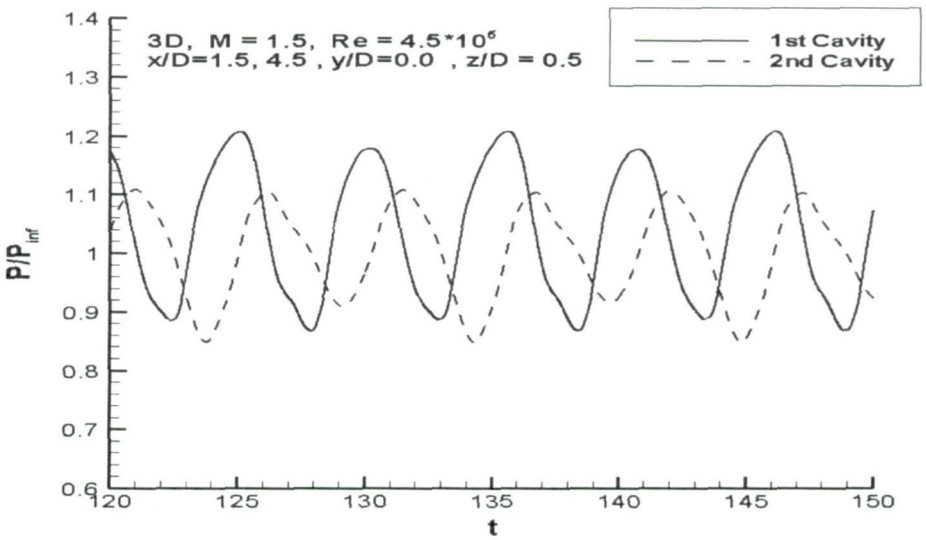


Fig. 28 Pressure history at the bottom of cavities for three dimensional cavity

Fig. 29와 Fig. 30은 2차원 공동과 3차원 공동의 주진동주파수를 보기 위하여 SPL(Sound Pressure Level)[19]값으로 주파수 특성을 분석한 그림이다. 두 번째 공동의 주파수 대역이 첫 번째 공동의 주파수 대역과 일치한다는 것을 알 수 있다. 이는 첫 번째 공동의 유동이 위상차만을 갖고 두 번째 공동에 그대로 전달되는 것을 알 수 있다. 3차원 공동 유동을 분석한 Fig. 30을 보면, 주진동주파수는 2차원 공동에서와 같이 $5.4kHZ$로 동일하나 공동 내에서 크고 작은 압력의 진폭이 번갈아 나타나는 3차원 효과로 인해 $2.59kHz$의 다른 주진동주파수가 있음을 알 수 있다. 그리고 이 저주파 성분은 첫 번째 공동이 두 번째 공동보다 큰 SPL값을 나타나는 걸로 봐서 3차원 효과는 첫 번째 공동에서 주로 작용한다는 것을 알 수 있다.

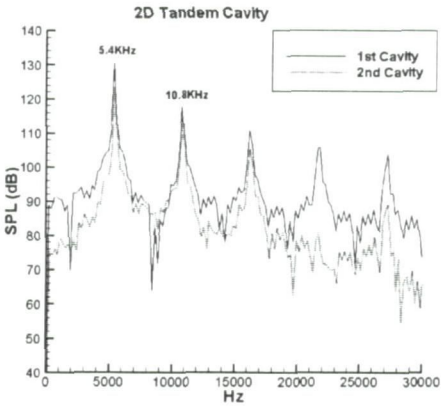


Fig. 29 SPL distribution for two dimensional cavity ($L/D = 3, 1$)

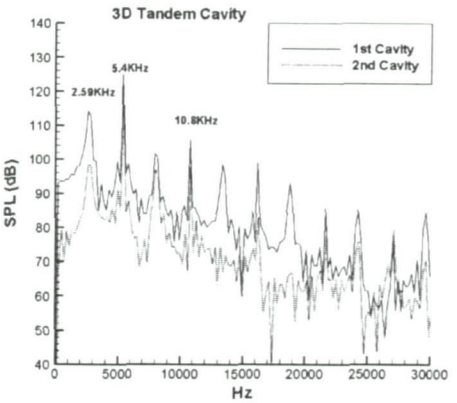


Fig. 30 SPL distribution for three dimensional cavity ($L/D = 3, 1$)

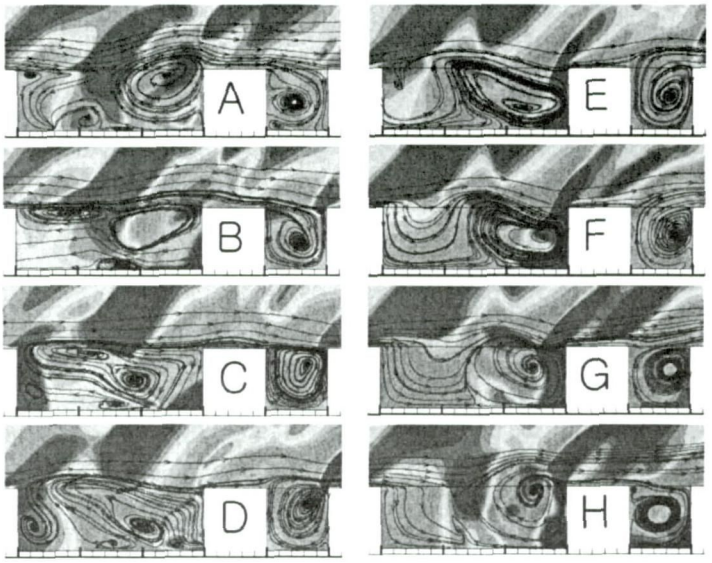


Fig. 31 Streamlines of two dimensional tandem cavities flow (Total Time = 5.2, Sampling Time = 6.5)

Fig. 31은 2차원 이중 공동유동의 유선을 한 주기에 대해 무차원 시간간격 약 0.65로 나누어 나타내었다.

i) T=0.0(A) : 큰 와류가 첫 번째 공동의 뒷전과 두 번째 공동에 생성되어 있으며, 첫 번째 공동의 앞전에 작은 와류가 생성되기 시작한다.

ii) T=0.65(B) : 첫 번째 공동의 뒷전에 있던 와류가 두 번째 공동으로 유입되고 있고, 첫 번째 공동의 앞전에서 생성된 와류가 점차 뒷전 쪽으로 이동한다.

iii) T=2.6(D) : 첫 번째 공동의 앞전과 뒷전에 있던 두개의 와류가 합쳐지고, upstream corner에 작은 와류가 생성되고 있는 것을 볼 수 있다.

iii) T=3.9(F) : 첫 번째 공동의 앞전에 있던 와류와 뒷전에 있던 와류가 완전히 합쳐져 있고, 두 번째 공동에 있던 와류가 뒷전으로 빠져나가고 있다.

iv) T=5.2(H) : 첫 번째 공동의 뒷전에 있던 와류는 완전히 사라지면서 계속적으로 두 번째 공동으로 유동이 유입되고 있다.

위의 설명처럼 Heller-Bliss[18]의 파 메커니즘과 같이, 공동 내부 유동의 주기적인 반복·이동에 따라, 자유전단층이 주기적으로 변화하고, 첫 번째 공동에서 두 번째 공동으로 유동이 반복적으로 유입되는 것을 볼 수 있다.

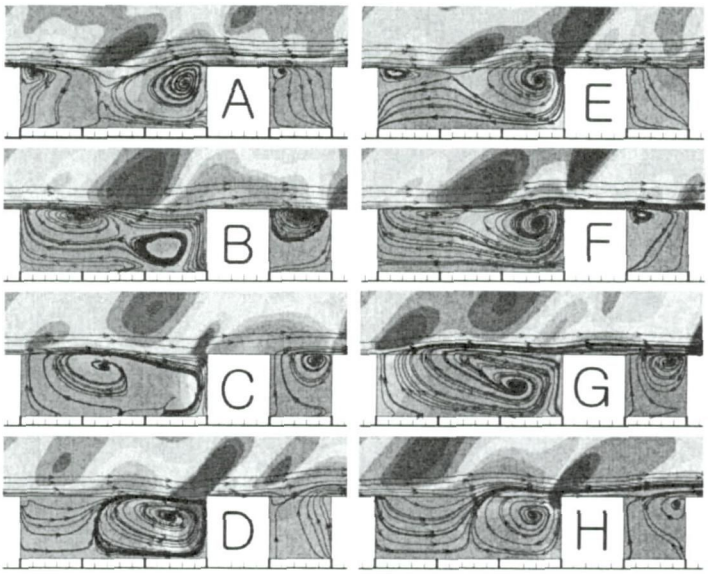


Fig. 32 Streamlines of three dimensional tandem cavities flow (Total time = 10.4 , Sampling time = 1.3 , $z/D = 0.5$)

Fig. 32는 3차원 이중 공동유동의 $z/D = 0.5$인 지점에서 유선을 한 주기에 대해 무차원 시간 1.3간격으로 나타낸 것이다.

i) T=0.0(A) : 첫 번째 공동의 앞전에 와류가 생성되기 시작하고, 뒷전에 있는 와류는 후방으로 빠져나감을 나타내고 있다. 두 번째 공동의 앞전에 작은 와류가 생성되고 있는 모습을 볼 수 있다.

ii) T=1.3(B) : 첫 번째 공동의 앞전에 있던 와류가 점차 성장하여 뒤쪽으로 이동을 하고, 뒷전의 와류는 점차 소멸하여 공동 바닥으로 내려가는 것을 볼 수 있다. 두 번째 공동의 와류도 성장하여 뒷전으로 이동하고 있는 모습을 볼 수 있다.

iii) T=2.6(C) : 첫 번째 공동의 앞전과 뒷전에 있던 두개의 와류가 합쳐지고, 두 번째 공동에 있던 와류가 뒷전으로 이동하여 서서히 빠져나가고 있다.

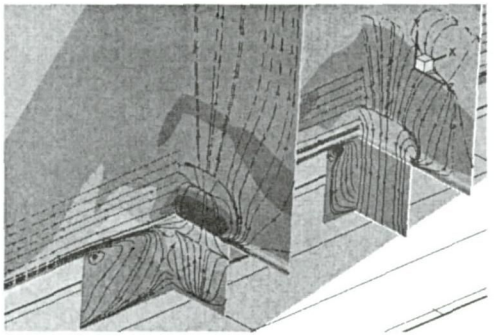
iv) T=3.9(D) : 첫 번째 공동에 있던 두개의 와류가 완전히 합쳐져서 뒷전으로 이동하고, 두 번째 공동에 있던 와류는 완전히 뒤쪽으로 빠져나가 소멸하고 있는 것을 나타내고 있다.

나머지 (E), (F), (G), (H) 그림들은 앞의 (A), (B), (C), (D)의 그림과 같은 형태를 하고 있으나 전반적으로 와류의 크기나 유선도가 더 크게 나태내고 있는 것을 알 수 있다. 그리고 앞의 Fig. 28과 같이 그림(A)~(D)는 작은 압력진폭을 나타내고, 그림(E)~(H)는 큰 압력진폭을 나타내고 있다.

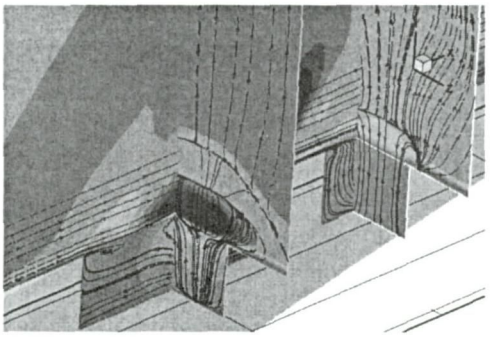
3차원 유동도 2차원 유동과 같이 공동 내 유동의 주기적인 반복·이동에 따라 자유전단층이 주기적으로 변화하고, 첫 번째 공동에서 두 번째 공동으로 유동이 반복적으로 유입되는 것을 볼 수 있다. 3차원 공동유동은 2차원 공동유동에 비교하여 덜 복잡하고 와류의 개수도 적다는 것을 2차원 공동과 비교해서 알 수 있다.

Fig. 33은 3차원 공동의 첫 번째와 두 번째 공동의 각각 $x/D = 1.5, 4.5$이고, $z/D = 0.9$인 지점에서 유선도를 그린 것이다. 전체 시간은 5.4이고, 샘플링 시간 간격은 0.65이다. Fig. 32의 반주기에 해당하는 시간으로, 서로 비교하면서 볼 수 있다. 그림을 보면 전체적으로 공동 내부에 와류가 발생했을 때 와류 뒤쪽에서는 하강하는 유동이 발생하여 Z-방향에서 공동 내부로 유동이 유입되는 것을 볼 수 있다. 또한 와류 앞쪽에서는 상승하는 유동이 발생하여 공동 내부에서 Z-방향 밖으로 유출되는 유동을 볼 수 있다.

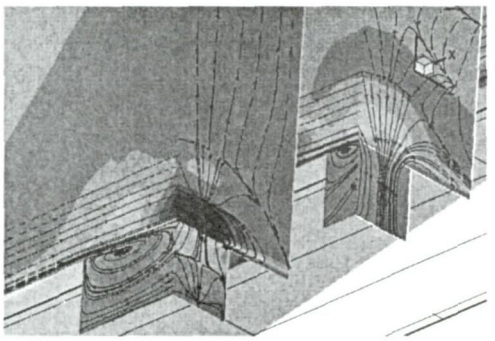
두 번째 공동의 유동현상도 첫 번째 공동의 유동현상과 같은 주기성을 갖는 것을 볼 수 있다. 와류 뒤쪽에서는 하강하는 유동에 의해 Z-방향에서 안쪽으로 유동이 유입되고, 와류 앞쪽에서는 상승하는 유동 때문에 공동 안에서 밖으로 유출되는 유동현상을 확인할 수 있다. 공동 내부에 와류의 주기성 때문에 Z-방향의 공동 윗부분 모서리에서 작은 와류가 생성되고, 소멸되는 것을 볼 수 있다.



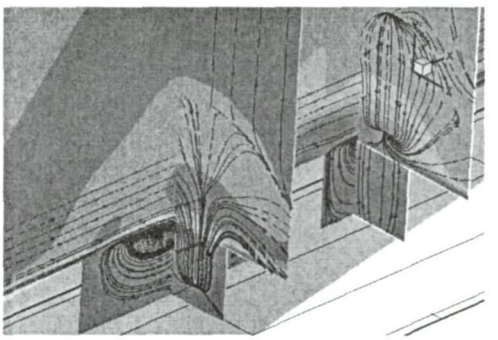
$t = 0.0$



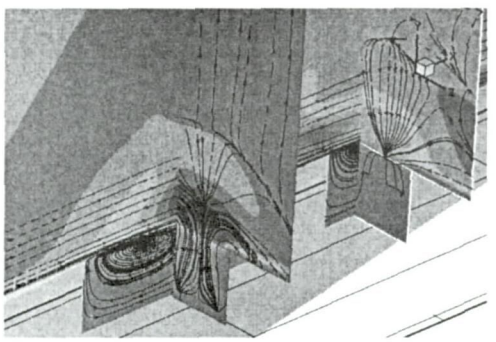
$t = 1.95$



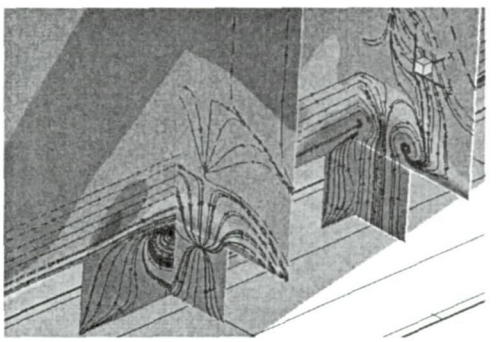
$t = 0.65$



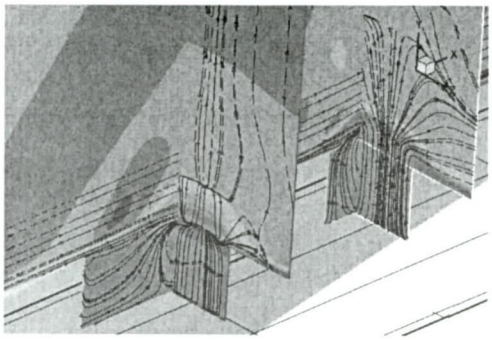
$t = 2.6$



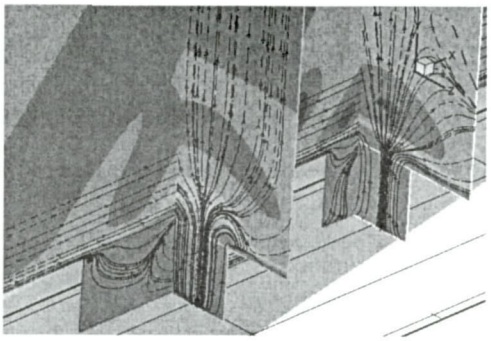
$t = 1.3$



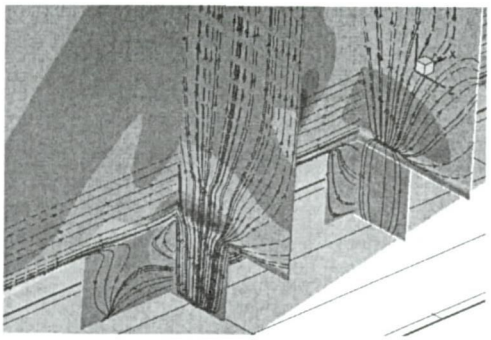
$t = 3.25$



$t = 3.9$



$t = 4.55$



$t = 5.2$

Fig. 33 Streamlines of three dimensional tandem cavities flow (Total time=5.2, Sampling time=0.65, $x/D = 1.5, 4, 5,\ z/D = 0.9$)

Fig. 34는 역류 및 3차원 유동의 박리를 보기위하여 공동바닥에서 유선들을 표현한 것이다. 그림으로부터 역류가 발행하는 영역과 Z-방향에 따른 역류영역의 변화를 볼 수 있다. Fig. 33(C)(G)에서는 3차원 유동의 박리점과 같은 saddle point가 나타나며, Fig.33(B)(H)에서도 3차원 박리유동 특성과 유사한 limiting stream lines가 나타나는 것을 볼 수 있다.

2차원과 3차원유동 모두 공동 내의 와류의 발생과 소멸 및 진동주기가 같은 것을 확인할 수 있다. 그러나 유동의 흐름 및 압력분포 등은 2차원 유동이 3차원 유동에 비해 훨씬 더 복잡하고 격렬한 것을 볼 수 있다.

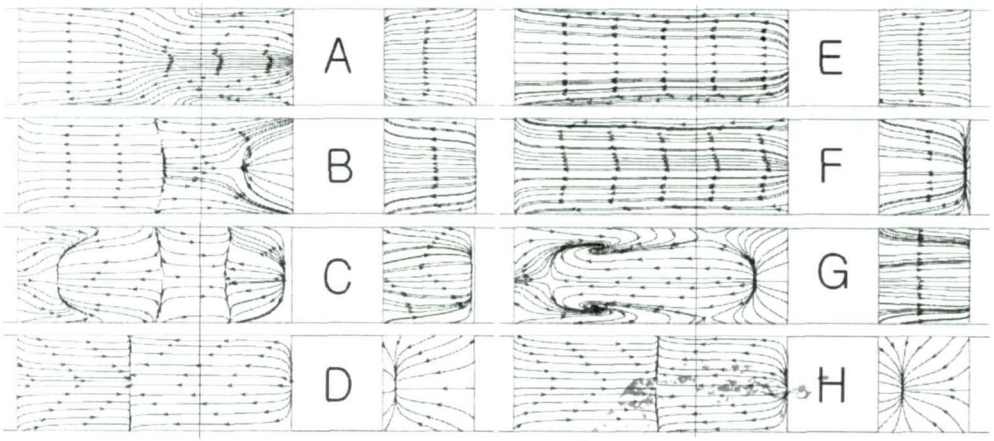


Fig. 34 Streamlines on the floor of tandem cavities (Total time = 10.4 , Sampling time = 1.3 , $y/D = 0.0$)

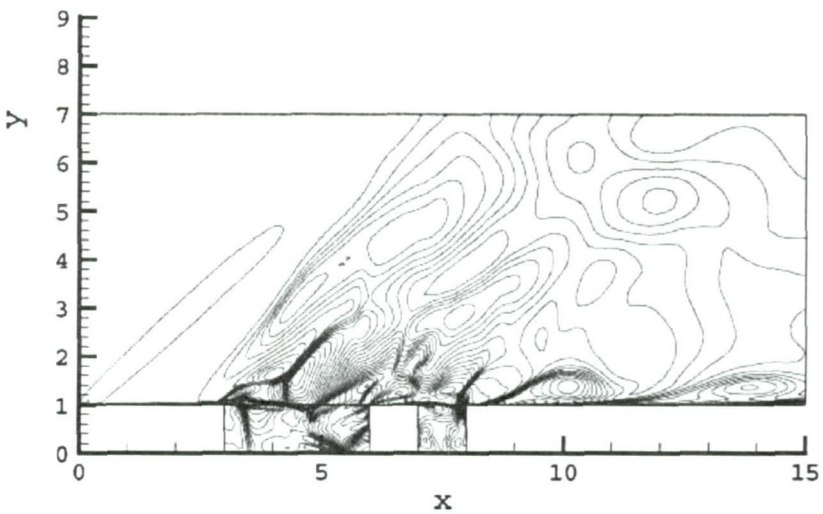


Fig. 35 Density contours of two dimensional cavity ($L/D = 3, 1$)

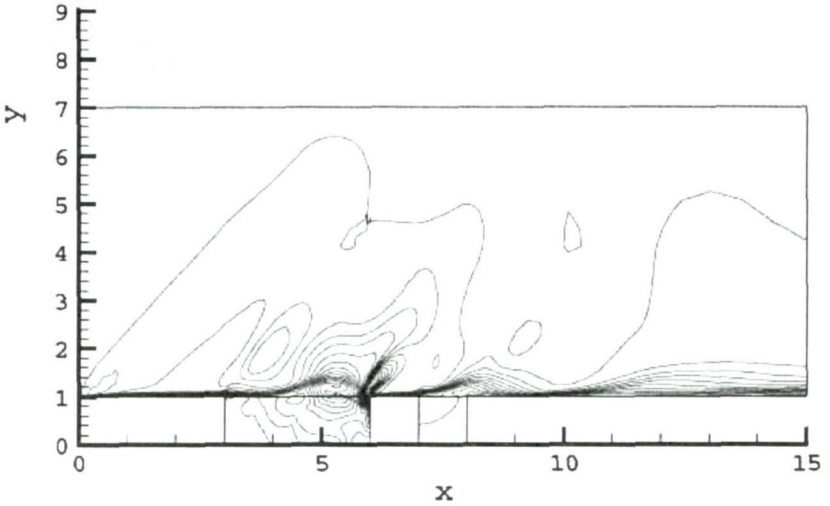


Fig. 36 Density contours of three dimensional cavity ($L/D = 3, 1$)

이런 현상은 전단층의 형태를 보더라도 알 수 있다. Fig. 35와 Fig. 36은 등밀도 선도로서 2차원과 3차원 공동유동의 등밀도선을 나타내고 있다. 두 번째 공동의 뒤편에 발생하는 전단층을 보면 2차원 공동유동은 전단층의 두께가 크고, 작은 와류들이 뭉쳐서 뒤쪽으로 흘러가는 것을 볼 수 있다. 반면 3차원 공동 유동의 전단층은 2차원 공동에 비해 전단층의 두께가 얇은 일반적인 전단층의 흐름을 나타내고 있다. 이런 현상은 Ghari & Roshko[8]가 수행한 연구결과와 비슷한 현상이다.

Gharib & Roshko[8]는 2차원 공동의 유동은 세장비(L/D)가 커질수록 전단층모드에서 후류모드로 바뀌며, 3차원 공동 유동에서는 후류모드 보다는 전단층모드가 우세하다는 것을 실험을 통하여 증명하였다.

제 3 절 L/D=5와 1, W/D=1인 2차원과 3차원 초음속 이중공동유동

1. 격자계 및 경계조건

- L/D = 5, spacing = 1, L/D = 1 (Open Cavity)
- 깊이(D) = $15mm$, 길이(L) = $75mm$, $15mm$
- Reynolds No = 4.5×10^5
- Mach No = 1.5

세장비(L/D)가 5와 1이고 간격이 1, 폭비(spanwise ratio, W/D)가 1인 공동을 조합하여 수치 계산을 수행하였다. 개방형 공동유동은 $L/D = 3$일 때와 마찬가지로 자유전단층과 와류들에 의한 주기적인 진동을 하는 비정상 유동으로, 시간에 따른 수치잔여치(residual)와 각 지점에서 압력변화 곡선 및 주진동주파수 등을 비교 분석하였으며, 두 개의 공동 사이의 간섭효과에 대한 수치적 분석과 등밀도선도, 등압력선도 등을 이용하여 유동현상을 모사하였다. 이를 계산하기 위하여 Fig. 37과 Fig. 38과 같은 격자계를 구성하였다.

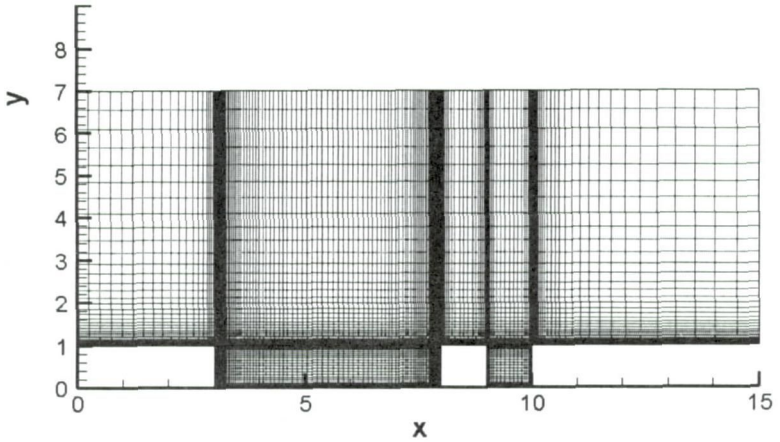


Fig. 37 Computational grid for the two dimensional cavity

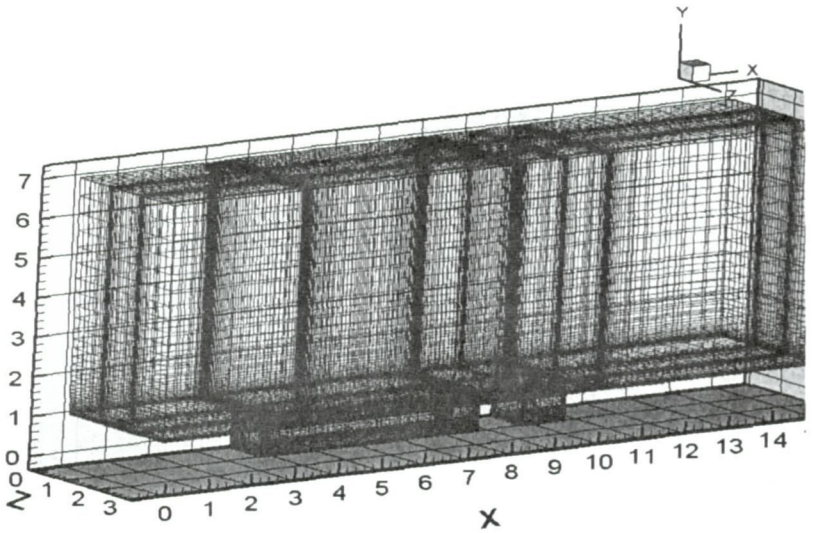


Fig. 38 Computational grid for the three dimensional cavity

기본적인 유동의 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여하였으며, 3차원의 경우 폭비(W/D)는 1이다. 격자수는 2차원 공동의 경우 상부에 180×40과 첫 번째 공동부에는 90×30, 두 번째 공동부에는 20×30이며, 3차원 공동의 격자계는 상부

에 180×40×40, 첫 번째 공동부에는 90×30×20, 두 번째 공동부에 20×30×20의 격자를 사용하였다.

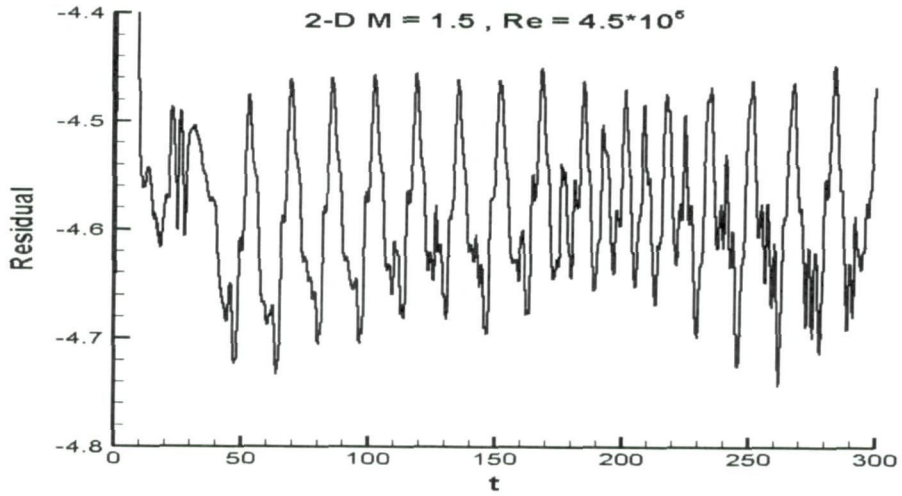


Fig. 39 Residual history for two dimensional cavity ($L/D = 5, 1$)

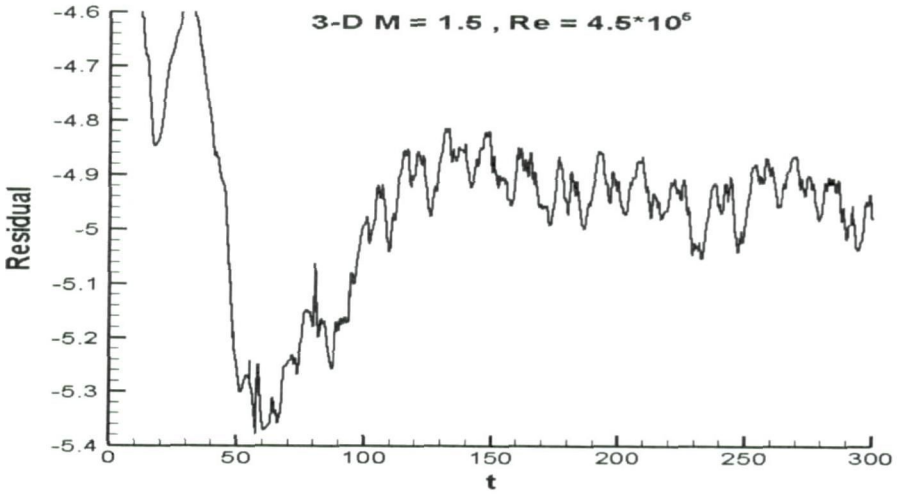


Fig. 40 Residual history for three dimensional cavity ($L/D = 5, 1$)

Fig. 39와 Fig. 40은 2차원과 3차원 유동일 때 계산시간에 따른 수치잔여치의 변화를 나타내었다. 무차원 시간으로 2차원은 $t = 50$, 3차원은 $t = 150$이후에 불안전한 진동은 없어지고 주기적인 진동에 들어감을 확인할 수 있다. 잔여치의 시간주기(Tp)는 2차원이 약 $Tp = 15$, 3차원이 약 $Tp = 16$으로 유동의 진동주기를 그대로 반영하고 있다.

2. L/D=5, Spacing=1, L/D=1인 이중공동의 유동해석 결과

Fig. 41은 수치계산 된 결과를 가지고 시간에 대한 압력변화율을 측정하기 위해 공동에서의 압력데이터를 취득한 위치를 보여주고 있다. 압력데이터는 ① 첫 번째 공동의 중앙바닥과 ② 두 번째 공동의 중앙바닥 두 지점에서 취득하여 비교하였다.

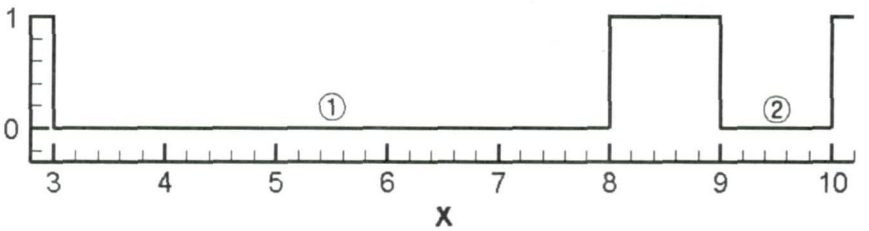


Fig. 41 Sampling position of pressure data ($L/D = 5, 1$)

2차원 ① : First Cavity $x/D = 2.5,\ y/D = 0.0$

② : Second Cavity $x/D = 6.5,\ y/D = 0.0$

3차원 ① : First Cavity $x/D = 2.5,\ y/D = 0.0,\ z/D = 0.5$

② : Second Cavity $x/D = 6.5,\ y/D = 0.0,\ z/D = 0.5$

Fig. 42, Fig. 43은 각각 2차원과 3차원 공동의 각 부분에서의 시간에 따른 압력선도를 앞의 Fig. 41의 위치에서 측정한 그래프이다. 실선은 첫 번째 공동의 ①지점(중앙바닥)에서의 압력변화를 나타낸 것이고, 점선은 두 번째 공동의 ②지점(중앙바닥)에서의 압력변화를 나타낸 것이다.

Fig. 42를 보면 압력변화주기 $Tp = 15$로 Fig. 39의 수치잔여치의 진동주기와 일치하는 것을 알 수 있으며, 압력진폭의 크기만 다를 뿐 두 공동의 진동주기가 비슷하게 진동하고 있는 것을 확인 할 수 있다.

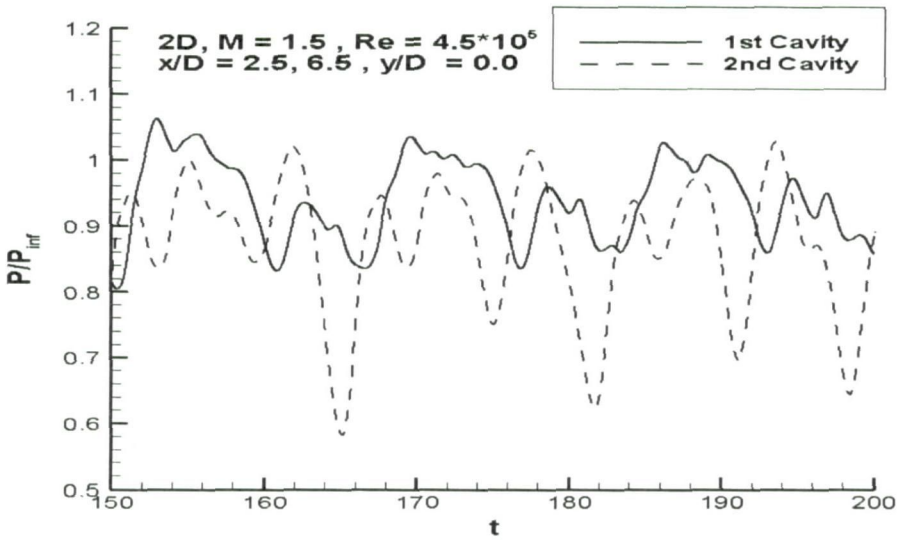


Fig. 42 Pressure history at the bottom of tandem cavities for two dimensional flow $x/D = 2.5$ and 6.5 , $y/D = 0.0$

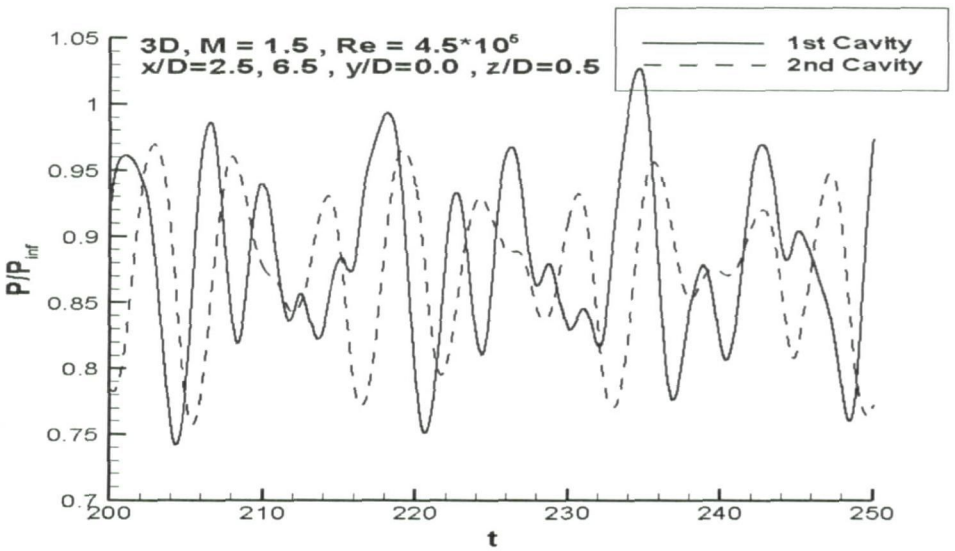


Fig. 43 Pressure history at the bottom of tandem cavities for three dimensional flow $x/D = 2.5$ and 6.5 , $y/D = 0.0$, $z/D = 0.5$

2차원 공동의 경우 압력변화 진폭은 첫 번째 공동과 두 번째 공동의 평균치를 비교했을때 비슷하게 나타나지만, 두 번째 공동이 순간적으로 상하로 크게 진동하는 것을 볼 수 있다. 앞에서 비교한 $L/D=3$과 1인 이중공동에선 첫 번째 공동의 압력진폭이 두 번째 공동의 압력진폭보다 크게 진동하는 것을 볼 수 있었는데, $L/D=5$와 1인 이중공동에서는 첫 번째와 두 번째 공동 모두 압력진폭이 비슷하게 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 이는 세장비(L/D)가 늘어남에 따라 첫 번째 공동에서의 압력변화율이 감소하였기 때문에 두 번째 공동의 압력변화와 비슷해지는 것으로 알 수 있다. Fig. 43의 3차원 공동의 압력변화주기 역시 Fig. 40과 같은 약 $Tp=16$을 나타내는 것을 확인할 수 있으며, 첫 번째 공동과 두 번째 공동의 압력변화 크기 역시 비슷한 대역에서 복잡하게 진동하는 것을 확인 할 수 있다.

앞에서 비교한 세장비(L/D)가 3과 1일 때 시간에 대한 압력변동 그래프(Fig. 27, Fig. 28)와 세장비(L/D)가 5와 1일 때의 압력변동 그래프(Fig. 42, Fig. 43)를 비교를 해보면 세장비에 변화가 없는 두 번째 공동에서는 2차원과 3차원 모두 압력변화 진폭이 일정한 것을 확인할 수 있다. 그러나 세장비가 길어짐에 따라 첫 번째 공동의 압력진폭을 비교해 보면 세장비가 5인 공동이 세장비가 3인 공동보다 압력진폭이 전체적으로 감소하면서 복잡한 진동을 하는 것을 확인할 수 있다. 이는 세장비가 늘어남에 따라 공동 내부의 압력이 감소하면서 복잡한 유동현상을 나타내는 것으로 알 수 있다.

Table. 2와 Fig. 44와 Fig. 45는 2차원 공동과 3차원 공동의 주진동주파수를 보기위하여 SPL(Sound Pressure Level)값으로 주파수 특성을 분석한 그림이다. Table. 2는 세장비(L/D)가 5일때 Xin Zhang & Edwards[7]의 실험결과와 Rossiter식[1]에 의해 예측한 결과를 2차원과 3차원 공동의 계산결과와 비교한 것이다. Xin Zhang & Edwards의 실험결과는 $3.48kHz$이고, Rossiter공식에 의한 결과는 $3.27kHz$를 나타내고 있다. 그리고 본 연구에서 수치해석한 주진동주파수는 2차원 공동은 $3.47kHz$이고, 3차원 공동은 $3.27kHz$로 Xin Zhang & Edwards와 Rossiter식에 잘 일치하는 것을 확인 하였다.

Fig. 44는 2차원 공동의 주파수분석 결과를 보여주는 그래프이고, Fig. 45는 3차원 공동의 주파수 분석결과를 보여주는 그래프이다.

Table. 2 M=1.5 Comparison of Dominant Frequency (mode number $n = 2$)

	Xin Zhang[7]	Rossiter Eq.[1]	2차원 공동	3차원 공동
$L/D = 5$	$3.48kHz$	$3.27kHz$	$3.47kHz$	$3.27kHz$

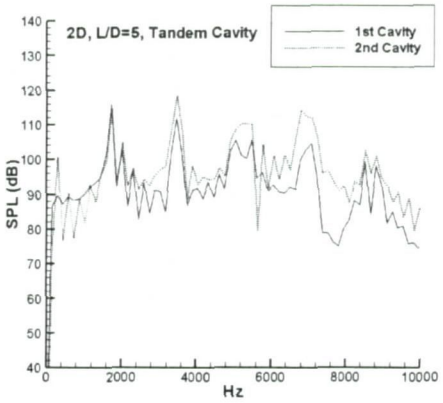


Fig. 44 SPL distribution for two dimensional cavities(L/D=5,1)

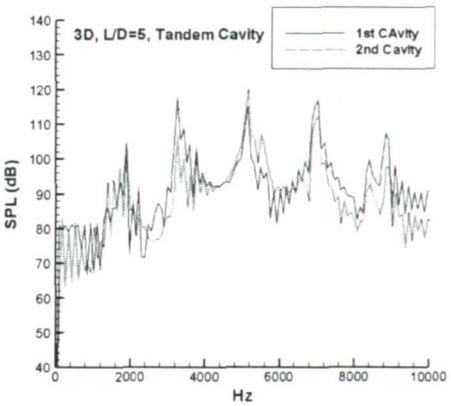


Fig. 45 SPL distribution for three dimensional cavities(L/D=5,1)

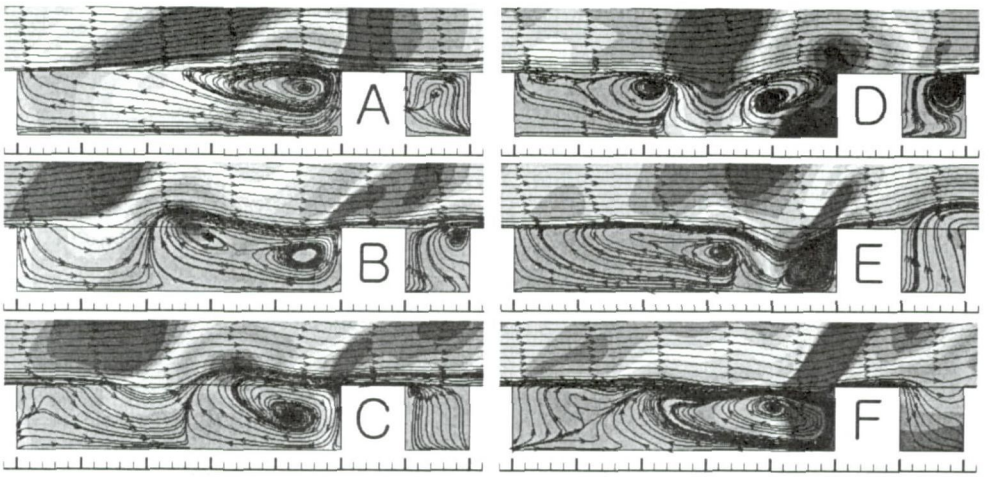


Fig. 46 Streamlines of two dimensional cavities (Total time = 15)

Fig. 46은 2차원 이중 공동유동의 유선을 한 주기에 대하여 나타낸 그림이다.

i) T=0.0(A) : 첫 번째 공동의 뒷부분과 두 번째 공동 내부에 큰 와류가 있는 모습을 볼 수 있다.

ii) T=4.12(B) ~ 5.48(C) : 첫 번째 공동은 앞전에서 생성된 와류의 일부가 뒷전 부근에 있던 와류와 합쳐지거나 두 번째 공동으로 흘러들어가는 것을 볼 수 있으며, 두 번째 공동은 공동의 뒷전에 있던 와류가 공동 뒤로 빠져나간 다음 다시 첫 번째 공동에서 유동이 유입되어 공동 앞전에 새로운 와류가 생성되는 것을 보여 주고 있다.

iii) T=8.2(D) ~ 12.36(F) : 첫 번째 공동 내부에 있던 3개의 와류가 점차 뒤쪽으로 이동하면서 하나의 와류로 합쳐지는 모습을 보여주고 있으며, 이 때 두 번째 공동 내부에선 큰 와류 한 개가 생성되었다가 공동 뒤로 빠져나가는 것을 보여 주고 있다.

이렇게 (A)그림에서 (F)그림까지 한 주기로 계속 반복함에 따라, 자유전단층이 주기적으로 변화하고, 첫 번째 공동에서 두 번째 공동으로 유동이 유입되는 것을 볼 수 있다.

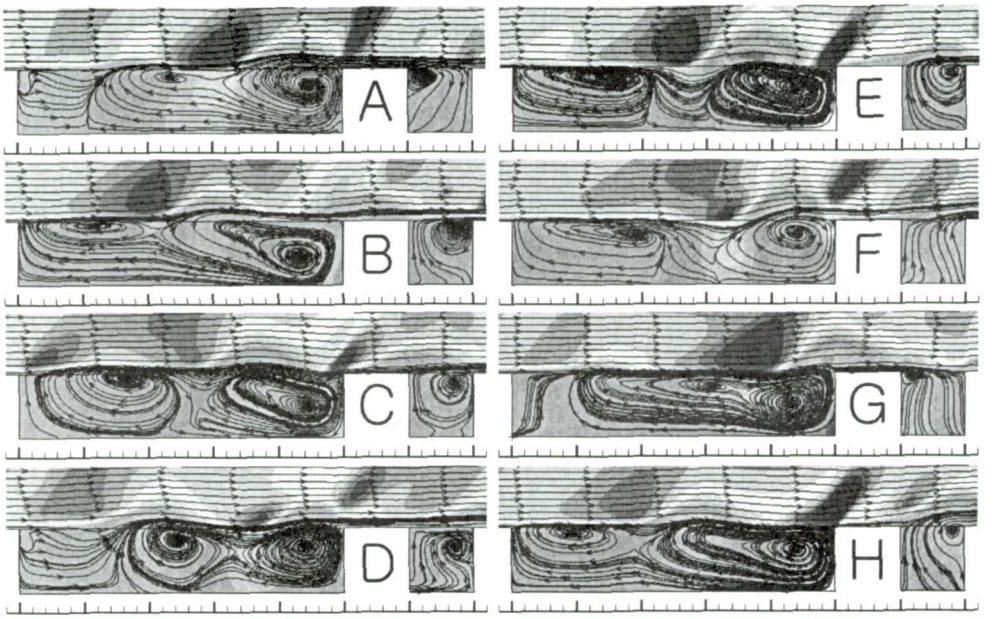


Fig. 47 Streamlines of three dimensional cavities (Total time=16, $z/D = 0.5$)

Fig. 47은 3차원 이중공동 유동을 $z/D = 0.5$인 지점에서 유동의 한 주기에 대하여 나타낸 그림이다.

i) T=0.0(A) : 첫 번째 공동 내부에 2개의 와류가 존재 하고 있으며 뒷전 부근에 있는 와류의 유동 중 일부분은 두 번째 공동으로 유입이 되고, 나머지는 공동 뒤로 빠져 나가고 있는 모습을 보여 주고 있다.

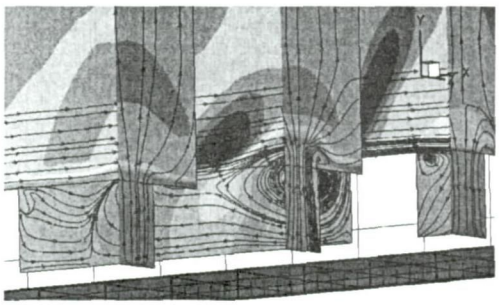
ii) T=2.18(B) ~ 9.58(F) : (B)그림에서 (F)그림까지의 그림은 첫 번째 공동 내부에 두 개의 큰 와류가 생성되었다가 점차 뒷전으로 이동하는 모습을 보여주고 있으며, 뒷전 부근의 와류로부터 두 번째 공동으로 유량이 유입되는 것을 보여주고 있다. 두 번째 공동에서는 공동 내부에 있던 와류가 공동의 뒤쪽으로 빠져나가면서 와류가 소멸하고 있는 것을 보여주고 있다.

iii) T=11.0(G) : 첫 번째 공동에 있던 두개의 와류가 하나로 합쳐지는 모습을 보여 주고 있으며, 두 번째 공동에선 (F)그림에서 공동 뒤편으로 유동이 전부 빠져나

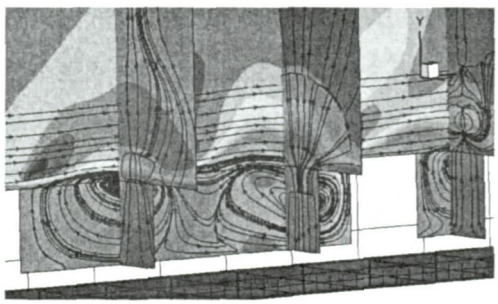
가고 난 다음 공동 앞전에 다시 새로운 와류가 생성되기 시작하는 것을 볼 수 있다.

iv) T=13.9(H) : 첫 번째 공동은 (G)그림에 있던 두개의 와류가 하나로 합쳐지고, 공동의 앞전에 다시 새로운 와류가 생성되는 것을 보여주고 있다. 두 번째 공동에선 공동 내부에 있던 와류의 유동이 뒤편으로 빠져 나가고 있는 모습을 보여 주고 있다.

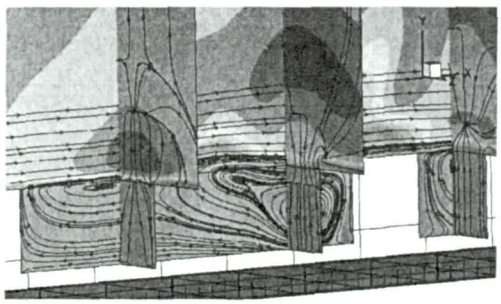
Fig. 48은 3차원 공동의 첫 번째와 두 번째 공동의 각각 $x/D = 1.4, 4, 6.5$이고, $z/D = 0.9$인 지점에서 한주기에 대한 유선도를 그린 것이다. 샘플링시간 간격은 Fig. 47과 같으므로 같이 비교하면서 볼 수 있다. 그림을 보면 세장비가 3인 3차원 공동과 같이 전체적으로 공동 내부에 와류가 발생했을 때 와류 뒤쪽에는 Z-방향에서 공동 내부로 유동이 유입되어 하강하는 것을 볼 수 있으며, 와류 앞쪽에서는 공동 내부에서 Z-방향 밖으로 유동이 유출되면서 상승하는 것을 볼 수 있다. 두 번째 공동역시 첫 번째 공동과 같이 유동이 와류에 의해 유입과 유출되는 것을 확인 할 수 있으며, Z-방향으로 공동 바깥쪽 모서리부근에서 작은 와류가 생성되었다가 소멸되는 것을 볼 수 있다.



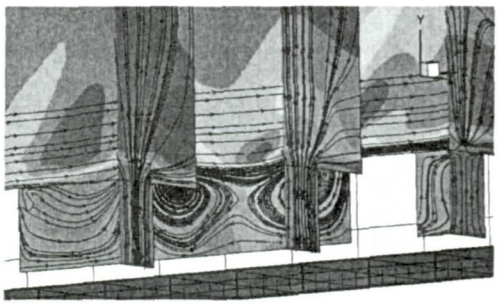
$t = 0.0$



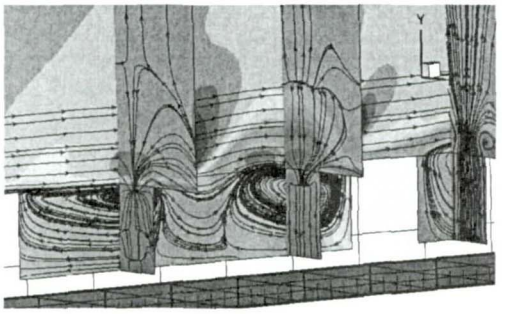
$t = 3.42$



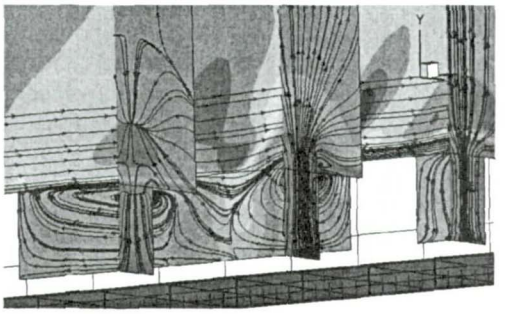
$t = 2.18$



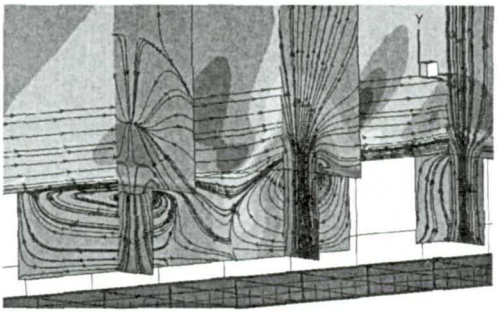
$t = 5.14$



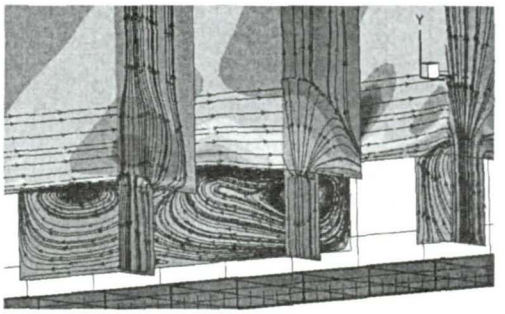
$t = 8.43$



$t = 9.58$



$t = 11.0$



$t = 13.9$

Fig. 48 Streamlines for three Dimensional cavities (Total time=16, $x/D = 1.4, 4, 6.5$, $z/D = 0.9$)

Fig. 49는 역류 및 3차원 박리유동을 보기위하여 공동 바닥에서 유선들을 그린 것이다. 그림으로부터 역류가 발행하는 영역과 Z-방향에 따른 역류영역의 변화를 볼 수 있다. (C)(E)(F)그림 등에서 saddle point같은 박리점이 있는 것을 알 수 있으며, (A)(D)(G)그림 등에서는 limiting stream lines가 나타나는 것을 볼 수 있다.

또한, (C)그림의 두 번째 공동에서 Z-방향으로 크기가 다른 2개의 와류가 존재하는 것을 확인할 수 있다.

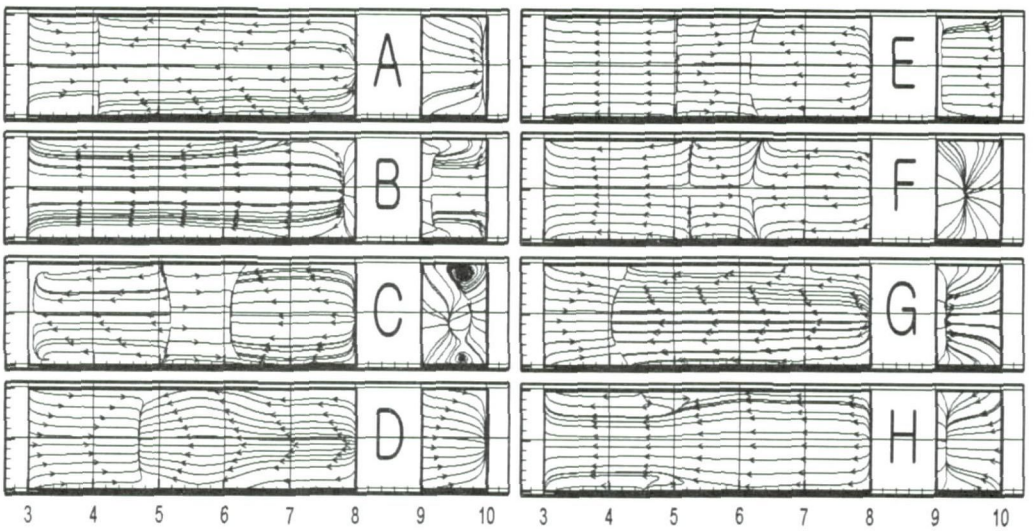


Fig. 49 Streamlines on the floor of tandem cavities ($L/D = 5, 1,\ y/D = 0.0$)

세장비(L/D)가 5와 1인 공동에서도 세장비가 3과 1인 공동과 마찬가지로 2차원 유동이 3차원 유동에 비해 훨씬 더 복잡하고 격렬한 유동흐름과 압력분포를 갖는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 50과 Fig. 51의 등밀도선도에 의한 전단층의 두께와 후류유동의 모습들을 보면 알 수가 있다.

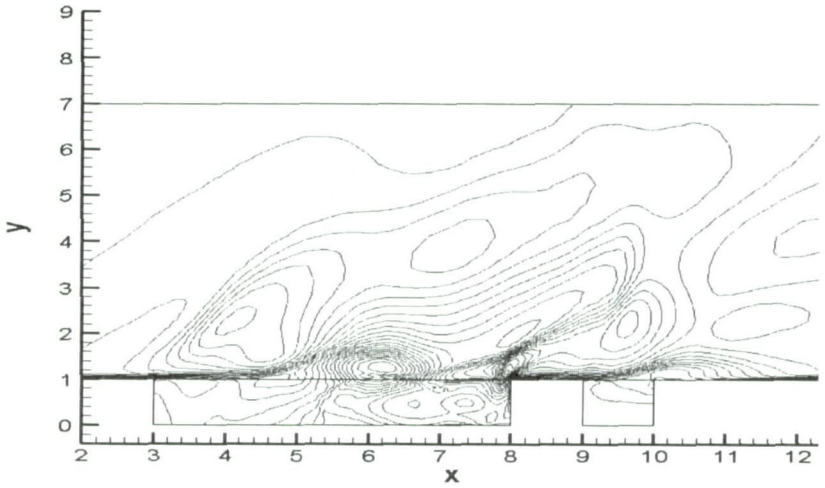


Fig. 50 Density Contours of two dimensional cavity ($L/D = 5, 1$)

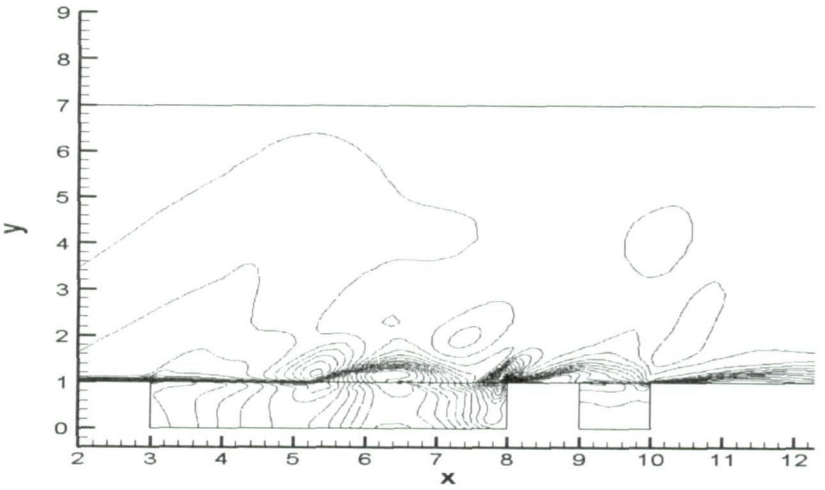


Fig. 51 Density Contours of three dimensional cavity ($L/D = 5, 1$)

제 4 절 L/D=3인 3차원 공동의 폭비(W/D)에 따른 유동특성 비교

1. 격자계 및 경계조건

- $L/D = 3$, $W/D = 1 \sim 5$ (Open Cavity)
- 깊이(D) = $15mm$, 길이(L) = $45mm$
- 폭(W) = $15mm$, $30mm$, $45mm$, $60mm$, $75mm$
- Reynolds No = 4.5×10^5
- Mach No = 1.5

세장비(L/D)가 5와 1이고 간격이 1인 공동에 폭비(spanwise ratio, W/D)가 1.0에서 5.0까지 증가함에 따른 유동특성과 주진동주파수 대역 및 SPL값에 어떠한 변화가 일어나는지를 3차원으로 계산을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

기본적인 유동의 조건은 앞에서 설명한 $L/D = 3$인 공동과 동일하게 하였으며, 격자계는 공동의 전후 평판, 바닥과 벽면 부근에 격자를 밀집시켜 주었다. Fig. 52는 $L/D = 3$인 3차원 공동에서 Z-방향의 폭비(W/D)를 2.0에서 5.0까지 증가시켰을 때의 Z-Y평면의 격자계이다.

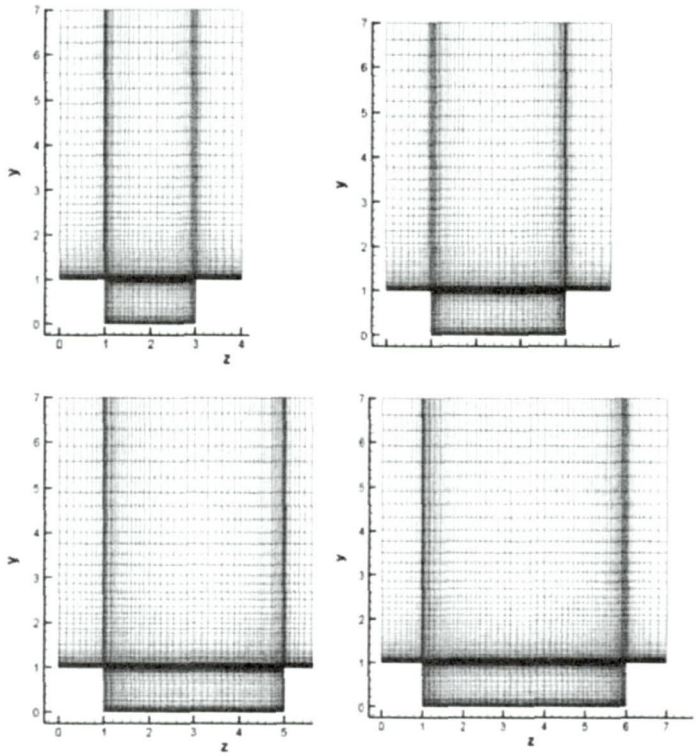


Fig. 52 Computational grid for z-y plane
($W/D = 2.0 \sim 5.0$)

2. 폭비(W/D)에 따른 유동특성 비교 결과

Fig. 53부터 Fig. 56까지의 그림은 Z-방향의 폭비(W/D)를 Fig. 52와 같이 2.0에서 5.0까지 변화시켰을 때, 공동 바닥중앙의 3지점($x/D=1.5$, $z/D=0.0\%$, 25%, 50%)에서 압력데이터를 취득하여 주파수 분석한 그림이다.

Fig. 11의 2차원 공동 계산결과를 보면 $5.6kHz$와 $11.3kHz$대역이 세장비(L/D)에 의한 주파수 대역인 것을 확인할 수 있다. 그리고 3차원 공동은 Fig. 53에서 Fig. 56까지 폭비(W/D)가 증가할수록 $2.9kHz$와 $8.7kHz$대역이 3차원의 Z-방향 폭비에 의한 주파수 대역으로 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그리고 폭비가 5.0 이상부터는 주진동주파수 대역에 3차원 Z-방향 주파수 대역이 사라지고 2차원 공동과 같은 X-방향의 세장비(L/D)에 의한 주파수대역만 나타나는 것을 확인할 수 있다.

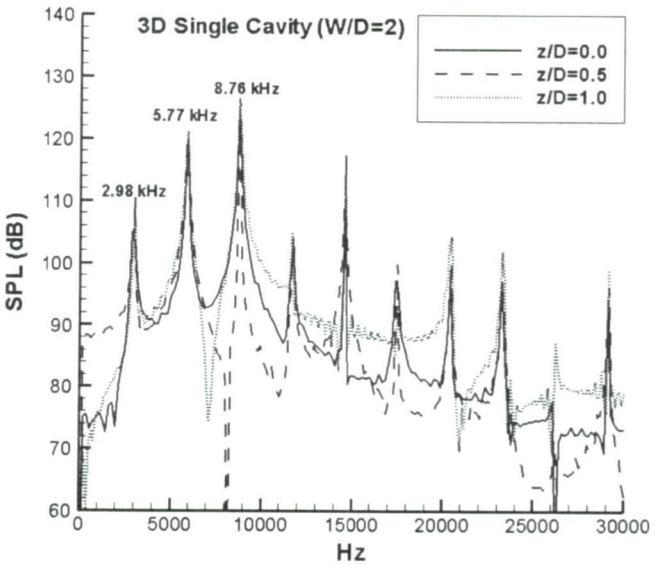


Fig. 53 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D=2$)

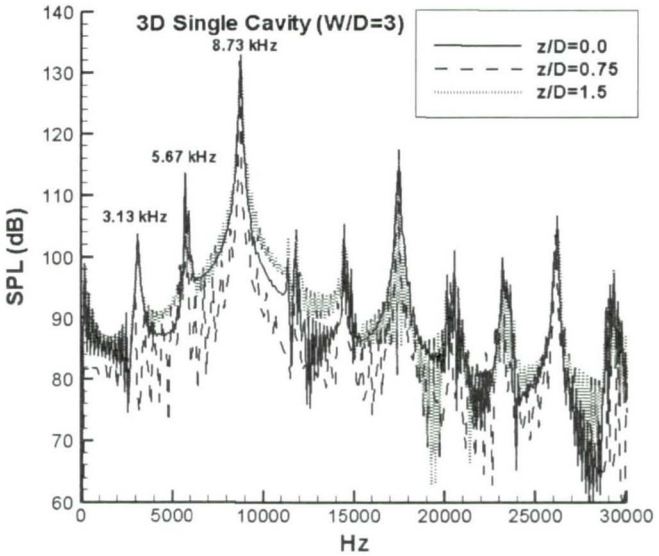


Fig. 54 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 3$)

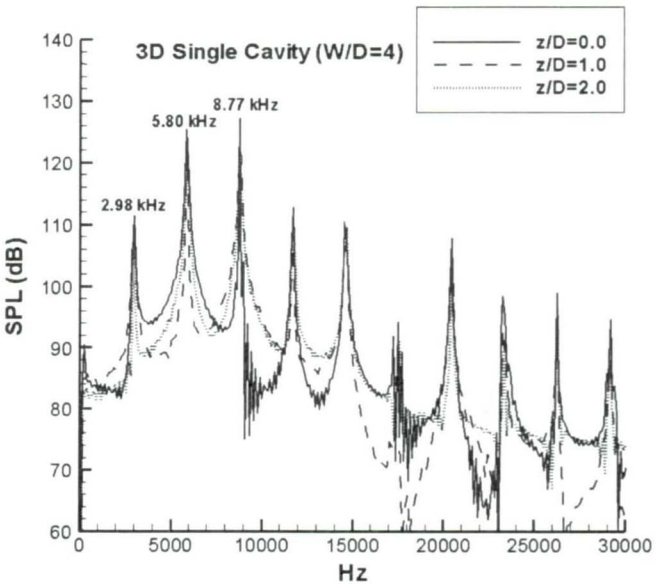


Fig. 55 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 4$)

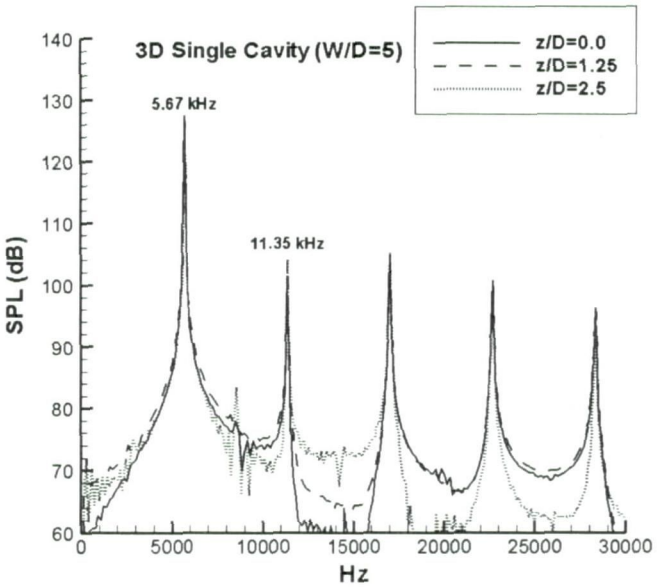


Fig. 56 SPL distribution for three dimensional cavity ($W/D = 5$)

Table. 3 SPL(dB) distribution of dominant frequency for each spanwise ratio

	$2D$	$W/D=1$	$W/D=2$	$W/D=3$	$W/D=4$	$W/D=5$
$2.9kHz$		$113.9dB$	$107.5dB$	$99.5dB$	$104.0dB$	
$5.6kHz$	$129.0dB$	$124.7dB$	$121.5dB$	$113.8dB$	$123.5dB$	$124.4dB$
$8.7kHz$		$98.4dB$	$125.5dB$	$124.1dB$	$120.7dB$	
$11.0kHz$	$116.6dB$	$105.5dB$	$104.8dB$		$109.2dB$	$104.5dB$

Table. 3은 폭비에 대한 주진동주파수 대역을 SPL(Sound Pressure Level, dB)[19] 값으로 환산하여 나타낸 표로서 각 공동에서 최대 피크 SPL(dB)값을 진한색으로 표시하였다. Table. 3을 보면 폭비(W/D)가 세장비(L/D)보다 작거나 같은 공동에서는 폭방향의 SPL값이 우세하게 나타나는 것을 볼 수 있으며, 폭비가 세장비보다 길어지면 길이방향의 SPL값이 우세하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한 폭비가 증가할수록 $2.9kHz$대역의 SPL값이 점점 감소하다가 $W/D=5$이상에서 사라지는 것을 볼 수 있으며, $8.7kHz$대역은 폭비가 증가함에 따라 SPL값도 같이 증가하다가 $W/D=5$이후부터 SPL값이 사라지는 것을 볼 수 있다. 그러나 길이방향 주파수대역인 $5.6kHz$와 $11.0kHz$대역은 폭방향 크기에 관계없이 SPL값이 일정한 것을 확인할 수 있다.

제 6 장 결론

본 연구에서는 비정상 초음속 공동유동을 해석하는데 Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) 방정식과 $k-w$난류모델을 이용하여, 단일공동과 이중공동 주위의 점성에 의해서 유발되는 와류의 생성과 이동 및 자유전단층의 진동에 의한 파의 생성과 소멸 등 공동유동의 특징을 실제유동에 가깝게 모사하였다.

계산에 사용된 모델은 마하수 1.5, 레이놀즈수 4.5×10^5이고, 전·후방 공동의 세장비(L/D)가 다른 3가지 모델을 가지고 수치해석을 수행하였다. 결과의 검증 및 비교는 주진동주파수 분석과 무차원 진동수 및 실험결과와 비교하여 검증하였다.

SPL값을 이용한 주진동주파수 분석결과가 Rossiter공식의 2차 모드 값과 Xin Zhang & Edwards의 실험결과와 잘 일치함을 확인 할 수 있었으며, 3차원 유동의 경우 3차원 유동효과에 의해서 1차 모드에 해당하는 진동주파수를 볼 수 있었다. 무차원진동수 비교에 있어서도 Heller의 실험결과와 Rossiter공식 등과 잘 일치함을 확인하였다.

유동의 진동 특성은 2차원 및 3차원에서 모두 전단층모드에 해당하는 진동특성, 즉 공동의 앞전에서 발생한 전단층이 확산되지만 공동의 뒷전에 부착함으로서 자유유동과 공동 내 유동 간에 격렬한 유동혼합은 발생하지 않음을 확인하였다. 2차원 유동이 3차원 유동에 비교하여 더 격렬한 것을 확인 하였는데, 이는 3차원 유동의 경우 Z-방향(횡방향)에서 공동 내부로 유동의 유입과 유출이 가능한 이유 때문에 압력진폭이 완화된 것으로 확인하였다. 3차원 유동의 횡방향(Spanwise) 단면 유선분포도로부터 한 주기 동안에 유동이 횡방향으로 유입·유출되는 과정을 볼 수 있었다.

후방공동의 특징은 전방공동의 진동 특성을 따르며, 두 지점간의 유동전달 시간차에 의한 위상차이만 갖는 것을 확인하였다. 공동 내부의 몇 지점에서 압력변화를 비교한 결과, 전방공동의 앞전에서는 팽창파의 진동에 의해 압력변화 진폭이 크나, 다른 지역에서는 압력변화 진폭이 줄어들고 전영역의 진폭이 일정하고 유동

흐름방향에 따른 위상차만이 있다는 것을 확인하였다. 또한 공동바닥의 유선 분석으로부터, 3차원 유동에서 역류의 영역과 3차원 유동박리 특성에 나타나는 saddle point, limiting stream line등과 같은 유동현상을 볼 수 있었다.

또한, 세장비$L/D=3$인 공동에 폭비를 2.0~5.0까지 증가시켜서 유동해석을 수행한 결과 폭비(W/D)가 세장비(L/D)보다 작거나 같을 때는 폭방향의 SPL값이 길이방향의 SPL값보다 우세한 것을 확인 하였고, 세장비가 폭비보다 길어지면 길이방향의 SPL값이 우세한 것을 확인할 수 있었다. 그리고 폭비가 5이상부터는 3차원 효과에 의한 폭방향의 주파수특성이 사라지고 2차원 공동과 같은 길이방향 주파수특성만 나타낸다는 것을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] Rossiter, J.E. "Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds." Aeronautical Research Council Reports and Memoranda 3438, 1964

[2] O. Baysal, & R. L. Stallings Jr. "Computational and experimental Investigation of Cavity Flowfields", AIAA J. Vol. 26, No. 1. Jan. 1998

[3] Maull, D. J. & East, L. F. "Three-dimensional flow in cavities," journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, 1963, pp. 620-632.

[4] Krishnamurty, K., "Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces," NACA TN-3487, 1955.

[5] Heller, H. H., Holmes, D. G., & Covert, E. E., "Flow-induced pressure oscillations in shallow cavities" Journal of Sound and Vibration, Vol. 18, 1971, pp. 545-553

[6] Xin Zhang & John A. Edwards "Experimental Investigation of Supersonic Flow over Two Cavities in Tandem", AIAA J. Vol. 30, No. 3. May 1992

[7] Xin Zhang & John A. Edwards "Analysis of Unsteady Supersonic Cavity Flow employing an Adaptive Meshing Algorithm", Computers & Fluids Vol. 25, No. 4. Oct. 1995

[8] Gharib, M. & Roshko, A. "The effect of flow oscillations on cavity drag" Journal of Fluid Mechanics, Vol. 177, 1987, pp. 501-530.

[9] Chingwei M.Shieh, Philip J.Morris "Comparison of Two- and Three- -Dimensional Turbulent Cavity flows", AIAA 2001-0511, A01-16385

[10] 황성욱, 노오현 "Cavity 주위의 비정상 초음속 점성 유동 수치 모사", 한국항공우주공학회지, 제 21권, 제3호, 1993.6

[11] Hoffmann, K. C. & Chiang S. T., "Computational Fluid Dynamics for Engineers" , Engineering Education System USA, 1993

[12] Charles Hirsch, Numerical Computation of Internal and External Flows, John Wiley & Sons, 1988

[13] Jones, W. P. & Launder, B. E., "The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence" Int. Journal od Heat and Mass Transfer, Vol. 15, No.2 1972, pp. 301-314

[14] Charles Hirsch, "Numerical Computation of Internal and External Flows", John Wiley & Sons, pp. 504, 1989

[15] Hoffmann, K. C. & Chiang, S. T. "Computational Fluid Dynamics for Engineers" , Engineering Education System USA, 1993, Vol.1 pp. 237

[16] Harten, A., "High Resolution Schemed for Hyperbolic Conservation Laws", Journal of Computational Physics, vol. 49, pp. 357-393, 1983

[17] Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models", AIAA journal, Vol. 19, No. 2, pp. 248-251

[18] Heller H. H. & Bliss D B., "The physical mechanism of Flow-Induced Pressure Fluctuations in Cavities Concepts for Their Suppression", AIAA 1975.

[19] 노오현 "항공기 소음 단위에 관하여", 항공우주공학회지, 1979

감사의 글

대학원에 입학한지가 엊그제 같은데 벌써 2년이 지나서 이렇게 졸업논문을 쓰는 자리에까지 오게 되었습니다. 대학원에 있는 2년 동안 다른 생각할 틈도 없이 실험실에서 연구만하다보니 2년 동안의 기억이 실험실에서 있었던 일 외에는 다른 기억이 거의 없는 것 같습니다. 그래도 쉬지 않고 부지런히 연구한 보람으로 이렇게 작은 결실을 맺게 되었습니다.

항상 저의 뒤에서 말없이 챙겨주셨던 부모님께 가장 먼저 감사의 말을 전하고 싶습니다. 석사과정의 기간동안 많은 지도와 격려를 해주고, 많은 방법들과 연구방향 및 검증방법 등을 제시해 주셔서 사고방식을 보다 넓고 크게 보게끔 길을 열어주신 김재수 교수님께 진심으로 존경과 감사드립니다. 그 외 다른 분야의 학문을 하시지만, 항상 옆에서 지도해주시고 조언해주신 공창덕 교수님, 이상기 교수님, 손채훈 교수님, 정동규 교수님, 김우영 박사님 등 학과교수님들께도 깊이 감사드립니다. 또한, 공동유동에 대해 그동안 몰랐던 많은 참고문헌과 자료 및 현재연구방향 등을 자세히 설명해 주시고 조언해 주신 한국과학기술원의 박사과정 장경식님에게 감사드리며, 항상 건강하시고 행복하시길 바랍니다. 먼 사천에 계시면서도 항상 저희들을 챙겨주시고 많은 문제점들을 지적해주시고, 자세한 설명과 해답을 주신 남은이형께 감사드립니다. 실험실에 같이 들어와서 C언어부터 Fortran까지 항상 같이 옆에서 연구하고, 공부 열심히 하던 상수형, 전산유체에 대한 기초가 부족해서 학기 초에 부진한 모습을 보이다가 이제 어느 정도 가닥을 잡아가는 태훈이, 그 외, 실험실에서 같이 생활하면서 힘들일 마다하지 않고 열심히 보조해주던 영광이형, 윤언이, 태수, 및 영국에 있는 홍일 등등 실험실 구성원들에게 감사의 마음을 전합니다.

2004년 여름방학 기간 중 파견나가 있었던 KAIST 전산공기역학 최적설계실험실의 민규형, 주성이형, 성윤이형, 상욱이형, 희동이형, 문승이형, 상준이형, 연정씨 및 실험실 구성원들에게 CFD의 다양성과 수치해석기법 등 많은 것을 가르쳐

주신 것에 대해 깊은 감사를 드립니다.

이제 또 다른 시작을 위해 세상으로 나가는 저에게 대학원에서의 생활은 많은 지식과 경험을 쌓을 수 있는 좋은 밑거름이었다고 생각합니다. 저에게 많은 도움을 주신 많은 분들께 다시 한번 감사의 말을 전하며 더욱더 열심히 하는 모습 보여드릴 수 있도록 열심히 최선을 다하겠습니다. 모두들 행복하시고, 건강하십시오.