



### 저작자표시-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



**저작자표시.** 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



**동일조건변경허락.** 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

**저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.**

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2008년 2월

教育學碩士(數學教育)學位論文

# 수학교과에서 관계적 이해를 위한 소프트웨어 활용에 관한 연구

- *Skemp* 수학학습이론을 중심으로 -

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

김 경 희

# 수학교과에서 관계적 이해를 위한 소프트웨어 활용에 관한 연구

- *Skemp* 수학학습이론을 중심으로 -

A Study on Software Application for Relational  
Understanding in Mathematics Subject

- Based on Mathematical Learning Theory by Skemp -

2008년 2월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

김 경 희

# 수학교과에서 관계적 이해를 위한 소프트웨어 활용에 관한 연구

- *Skemp* 수학학습이론을 중심으로 -

指導教授 안 영 준

이 論文을 教育學碩士(數學教育)學位 請求論文으로 제출합니다.

2007년 10월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

김 경 희

金炘姬의 教育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審査委員長 朝鮮大學校 教授 \_\_\_\_\_ 印

審査委員 朝鮮大學校 教授 \_\_\_\_\_ 印

審査委員 朝鮮大學校 教授 \_\_\_\_\_ 印

2007년 12월

朝鮮大學校 教育大學院

# 목 차

ABSTRACT .....	1
I. 서 론 .....	3
A. 연구의 필요성 및 목적 .....	3
B. 연구문제 .....	4
C. 용어의 정의 .....	5
1. 관계적 이해 .....	5
2. 소프트웨어 .....	5
D. 연구의 제한점 .....	5
II. 이론적 배경 .....	7
A. Skemp의 수학 학습이론 .....	7
1. 도구적 이해와 관계적 이해 .....	7
2. 도구적 이해와 관계적 이해의 장, 단점 .....	8
B. Skemp 이론에 대한 선행연구 .....	11
C. 컴퓨터를 활용한 수학 교육 .....	15
III. 연구방법 및 절차 .....	18
A. 연구 방법 .....	18
B. 연구 절차 .....	18
C. 연구 대상 .....	20
1. 대상 학생 .....	20
2. 단원 설정과 그 이유 .....	21
D. 활용 소프트웨어 .....	22

E. 활동 수업 .....	23
1. 활동 수업 1 .....	24
2. 활동 수업 2 .....	24
3. 활동 수업 3 .....	25
4. 활동 수업 4 .....	25
F. 자료 수집 .....	26
IV. 결 론 .....	33
참 고 문 헌 .....	36
부 록 .....	38

## 표 목 차

<표 1> 실험 일정 .....	19
<표 2> 대상 학생들의 수학성적 .....	20
<표 3> 활동 수업 내용의 구성 .....	23
<표 4> 사전검사 분석 결과 .....	33
<표 5> 사후검사 분석 결과 .....	34
<표 6> 사전, 사후검사 비교분석 결과 .....	34



## 그 립 목 차

[그림 1] 연구 절차의 흐름 .....	19
[그림 2] Green Globes & Graphing Equations .....	23
[그림 3] 사전검사지 .....	26
[그림 4] 사후검사지 .....	29
[그림 5] 관찰기록지 .....	32

# ABSTRACT

## *A Study on Software Application for Relational Understanding in Mathematics Subject*

Kim Kyoung Hee

Advisor : Prof. Ahn Young Joon

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education, Chosun University

Students in junior or high school have been intensively studying Mathematics. They have studied it only to improve their grade or to enter an advanced school, so they just memorized formalities and pattern of subjects in spite of the fact that Mathematics is a subject and a method of understanding. The present situation of education is to memorize formalities and pattern of subjects which are far away from developing an intelligence or contemplative faculty. To solve the problem, computer system was used to investigate whether it helps student understand Mathematics or not. We set research problems as follows;

1. How well do students understand about mathematical function before activity course using computer system?
2. How well do students understand about mathematical function of formula and graph in a mathematical unit during activity course using computer system?

3. How well do students understand about mathematical function after activity course using computer system?

According to the study, we executed activity course four times against 35 people of a high school freshman for about three weeks. To understand the graphs of the quadratic and cubic functions more easily, we use the computer software, such as Green Glabs and Graphing Equations. As a result of this test, we expect that the lesson of computer software promote the understanding of graphs of functions.

# I. 서론

## A. 연구의 필요성 및 목적

수학은 우리가 경험하고 있는 물리적 세계를 이해하기 위한 필수 학문이다. 일상적인 현상에서 나타나는 패턴을 연구하고, 이를 표현하고, 의사소통하여, 추론하고, 계산하고, 추상화하며, 일반화하고, 공식화하려면 수학적 언어의 사용이 필요하다. 따라서, 수학은 이해의 대상이며 이해의 수단이다. 이러한 중요성에도 불구하고 중·고등학교에서는 많은 시간을 할애하여 수학을 배우면서도 그저 성적향상이나 상급학교의 진학을 목적으로 수학을 공부하고, 공식을 암기하며 문제의 유형에 맞춰 유형별로 학습을 하는 등 지능이나 사고력을 발달시키는 것과는 거리가 먼 수학 학습을 진행하고 있다. 암기식 학습이나 원리를 알지 못하고 문제 푸는 방법만을 습득하여 기계적으로 수학을 공부하게 되고 이러한 학습방법으로 인하여 수학에 흥미를 느끼는 학생들이 그다지 많지 않다는 것은 모두가 공감하는 부분이다.

이렇게 된 이유는 여러 가지가 있겠지만 제일 큰 이유는 수학을 도구적으로 가르치기 때문이다. 수학의 개념들은 서로 연결되어 있어서 학생들이 새로운 개념을 학습할 때 기존의 개념구조에 동화시켜야 함에도 불구하고 여러 가지 상황적인 요인으로 말미암아 새로운 개념이나 내용을 암기하게 됨으로서 학생들은 암기과목으로 생각하게 되는 것이다.(Skemp 1995. 초등수학교육. 해성)

Fey(1989)는 수학 학습에서 컴퓨터의 영향에 대한 20년간의 연구를 살펴 볼 때, 학생의 학습에 있어 컴퓨터의 효과에 대한 이해가 발전되어 왔다고 하면서 이들 연구들의 방향이 학습자의 특별한 기술의 획득을 연구하는 것에서, 컴퓨터를 사용해서 배우는 학생들이 획득하게 되는 수학의 개념적 이해의 발전을 조사하는 것으

로 다양해지고 있다고 하였다. 류희찬, 류제천(1993)은 BASIC 프로그래밍이 문제를 이해하는 능력을 신장시킬 수 있을 것이라고 보고 있으며, 아동의 반성적 사고를 유발시키는 도구로서 ‘LOGO’를 평가하고 있다. 또한, 성시영, 윤복식(1995)은 ‘Mathmatica’가 학생들로 하여금 수학을 암기하거나 반복해서 주입식으로 이해하는 것이 아닌 각 개인이 능동적으로 수학적 개념과 원리를 이해할 수 있도록 하며 또한 새롭고 창의적인 아이디어를 생성해 낼 수 있는 흥미롭고도 유용한 시각화 도구로서 사용될 수 있을 것이라고 제안하였다. 황혜정(1992)은 중학생을 대상으로 ‘Green Globbs and Graphing Equations’를 사용하였는데 이 소프트웨어는 학생들이 다음 단계의 학습 진행을 위하여 현행 단계의 학습에 대한 완전한 개념적인 이해를 하도록 요구했다고 말하고 있다.

따라서, 본 연구에서는 수학 교육의 중요한 목표의 하나인 “이해”-Skemp가 말하는 관계적 이해를 실현하기 위하여 다양한 그래픽 기능 등의 장점이 있는 컴퓨터 소프트웨어가 어떻게 활용될 수 있는지 그 가능성을 고등학교 1학년 학생 35명을 대상으로 하여 함수 단원을 중심으로 조사하고자 한다.

## B. 연구문제

본 연구에서는 수학교육의 중요한 목표가 수학을 이해하도록 하는 것임에도, 대부분의 학생들은 수학 지식이나 개념을 이해하지 못한 채, 암기하고 기계적으로 문제 생활에 적용하고 있는 현실의 한 해결 방안으로서, 사회전반에서 널리 쓰이고 있는 컴퓨터가 학생들의 이해를 위해 유용하게 사용될 수 있는지 그 가능성을 조사하고자 한다. 이를 구체적으로 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 컴퓨터를 활용한 활동 수업을 하기 전에 학생들의 함수에 대한 이해는 어떠한가?

2. 컴퓨터를 활용한 활동 수업을 하는 과정에서 학생들은 함수 단원에서 함수의 식과 그래프에 관련된 개념을 관계적으로 이해하는가?
3. 컴퓨터를 활용한 활동 수업을 한 후에 학생들의 함수에 대한 이해는 어떠한가?

## C. 용어의 정의

### 1. 관계적 이해

본 연구에서 말하는 관계적 이해는 Skemp가 말한 것으로, 이유 없는 법칙, 원리를 깨닫지 못한 채 법칙을 기억하고 그리고 그것을 사용하는 능력인 도구적 이해와 비교하여, 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 아는 것, Skemp를 비롯한 대부분의 사람들이 생각하는 이해를 말한다.

### 2. 소프트웨어

본 연구에서 소프트웨어란 교육용 소프트웨어를 말한다. 수학 수업에서 수업의 도구로서 사용되어질 수 있는 소프트웨어는 여러 가지가 있으나, 본 연구에서는 ‘Green Globes and Graphing Equations(Dugdale과 Kibbey, 1997)’를 사용하였다.

## D. 연구의 제한점

1. 관계적 이해를 위한 컴퓨터 소프트웨어의 가능성을 조사하는데 있어서, 본 연구는 ‘Green Globes and Graphing Equations’ 라는 특정한 소프트웨어에 한하여 분석하였다. 그러나 ‘Green Globes and Graphing Equations’ 이 게임형과 반복연습형

등을 포함하여 다양한 네 개의 하위 프로그램으로 구성되어 있는 소프트웨어이므로 본 연구의 적용의 폭이 넓을 것으로 생각된다.

2. 본 연구는 35명이라는 비교적 적은 수의 학생들을 대상으로 실행했으므로 대상 학생들의 개념이나 이해의 과정을 관찰, 해석하는데 있어서 수학 학습에서 컴퓨터 사용에 대한 연구자 자신의 견해가 포함될 가능성이 있음을 배제할 수 없다.

3. 본 연구는 약 3 주간의 비교적 짧은 기간 동안 컴퓨터를 활용한 4회의 활동 수업을 실시하고, 그에 대한 학생들의 이해의 변화와 학생들의 견해를 분석하였는데, 평소에는 사용하지 않던 수업 도구를 사용한 데서 오는 신기효과(Novelty effect)가 있었을 가능성도 있다.

## II. 이론적 배경

### A. Skemp의 수학 학습이론

Skemp는 학교현장에서 학생들을 가르치면서 많은 학생들이 수학을 어려워하고 싫어하는 것을 보고 이 문제를 해결하기 위해서 많은 노력을 하였다. 이러한 문제를 올바르게 진단하고 이것을 개선하기 위해서는 서로 연결되어 있는 수학적 개념과 개념사이의 관계를 이해시켜야하는데, 현재의 수학교육은 공식과 절차만을 가르쳐서 이를 암기하도록 하기 때문에 수학이 갖고 있는 본질적인 아름다움을 느끼지 못할 뿐만 아니라, 자신의 수학적 영역을 확장시키지 못하고 의지도 잃게 되어 수학을 싫어하게 만들고 있다.(황우형 1998, 수학학습심리학, 민음사) 이를 해결하기 위하여 학생이 스스로 구성할 수 있는 능력을 존중하면서 학생을 가르칠 수 있어야 한다고 하였다.

#### 1. 도구적 이해와 관계적 이해

두 언어에서 모양이 같거나 유사하면서 그 뜻이 다른 단어를 지칭하는 말을 불어로 포자미(faux amis)라고 한다. 예를 들어 불어의 'histoire'는 역사를 의미하지만 영어에서는 역사가 아닌 이야기란 의미를 갖고 있다. 비스킷의 의미가 미국에서는 핫케이크(scone), 영국에서는 쿠키를 의미한다. 만약 'histor'와 'histoire' 처럼 의미의 차이가 큰 두 단어(진실과 허구의 차이)가 같은 단어, 같은 국가, 같은 문맥에서 사용된다면 심각한 혼란에 빠지게 될 것이다.(황우형 1998, 수학학습심리학, 민음사)

Skemp는 이와 같은 단어가 수학에서도 두 개가 나타나는데 이것이 오늘날 수학교육에서 나타나는 많은 어려움의 근원이라고 주장하였다. 그 두 개의 단어 중에



하나가 ‘이해’이며, 이해의 두 가지 의미를 “관계적 이해”와 “도구적 이해”로 구분하였다.

Skemp의 이론에 의하면 관계적 이해는 대부분 우리가 생각하는 것처럼 무엇을 해야 할지 그리고 왜 하는지 알고 있는 상태, 일반적인 수학적 관계로부터 특별한 규칙이나 절차를 끌어내는 능력이라 정의하였고, 도구적 이해는 전에는 이해라고 생각하지 않고 이유 없는 법칙이라고 생각했던 것, 진정한 수학에 대한 이해가 없으면서 단순히 배운 공식과 규칙이 어떻게 작용하는지 모르면서 암기한 것을 그대로 이용해서 특정한 문제를 해결 할 수 있는 능력을 말한다.(황우형 1998, 수학학습심리학, 민음사)

## 2. 도구적 이해와 관계적 이해의 장, 단점

### a . 도구적 이해의 장점

도구적 이해의 장점은 다음과 같은 두 가지로 압축할 수 있을 것이다.(황우형 1998, 수학학습심리학, 민음사)

첫째, 문맥 자체로 보면 도구적 수학은 항상 사용하기 쉽다. 두 음수를 곱한다든지 분수로 나누는 것과 같은 주제는 관계적으로 이해하기가 어렵다. ‘음수 곱하기 음수는 양수’ 그리고 ‘어떤 분수로 나누려면 그 분수의 분모와 분자를 바꾸어 곱하라’는 쉽게 기억할 수 있는 공식이다. 만약 원하는 것이 정답만을 구하는 것이라면, 도구적 수학은 이것을 보다 빠르고 쉽게 해결해 준다.

둘째, 도구적 이해를 통한 수학문제의 풀이는 즉각적이며 명백한 성취감을 줄 수 있다. 자신감이 부족한 학생들에게 성취감을 느끼게 하기 위해서는 관계적 수학보다 도구적 수학이 보다 빠르고 더욱 쉽다. 도구적 이해의 어떠한 장점은 매우 두드러져서 교사들조차도 자주 도구적 사고를 하게 된다.

## b. 도구적 이해의 단점

도구적 수학은 다음과 같은 몇 가지 약점을 갖고 있다.(Skemp 1995, 초등수학교육, 해성)

첫째, 학습할 양이 많아지면 그 많은 공식을 암기하기가 힘들다. 모두가 특정한 과제를 수행하는 방법만을 배운다면 암기해야 할 내용이 점점 많아지고, 결국에는 모든 내용을 정확하게 암기하지 못하여 잘못 적용할 수 있다.

둘째, 쉽게 잊어버릴 수 있다. 도구적 학습은 문제의 정확한 답을 구할 수는 있으나 어떤 개념구조를 내부에 조성해 놓지 않은 상황에서는 그 문제에 필요한 공식은 언젠가는 잊어버리게 된다. 특히 자주 쓰이는 공식은 잊어버리지 않으나 가끔 사용되는 공식은 쉽게 잊어버릴 수 있다.

셋째, 수학적 개념구조를 확장하기 어렵다. 도구적 학습은 정확한 이해를 바탕으로 한 것이 아니기 때문에 특정 공식을 유도해 낸다든가 하는 질적·유기적으로 성장하는 부분에 어려움을 갖게 한다.

넷째, 수학에 대한 내적 동기유발이 되지 않는다. 문제를 풀고 정답을 맞추면서 흥미를 느끼는 것은 사실이나 이것은 거의 외적 동기 유발이기에 스스로 수학에 대해 흥미를 느끼는데 한계가 있다. 따라서 수학이 좀 더 복잡해지고 어려워진다면 흥미를 잃게 되어 수학을 싫어하는 과목으로 만들 것이다.

## c. 관계적 이해의 장점

관계적 이해는 다음과 같은 이유로 도구적 이해에 비해 좋은 점을 지니고 있다고 할 수 있다.(Skemp 1995, 초등수학교육, 해성)

첫째, 관계적 수학은 새로운 과제에 더 잘 적응된다. 어느 경우에서도 관계적 이해는 어떤 방법을 사용하여야 하는지 알려줄 뿐만이 아니라 그 문제에 그 방법이 어떻게 관련되어 있는가와 새로운 문제에 그 방법을 사용 할 수 없는 문제가 어느 것인지 기억하고, 새로운 부류의 문제마다 다른 방법으로 학습해야 할 필요가 있다. 그래서 관계적 수학의 첫 번째 장점은 두 번째 장점으로 이어진다.

둘째, 기억하기가 더 쉽다. 각각의 공식을 관련된 전체의 부분으로서 기억하여 그들이 어떻게 관련되어 있는지를 안다면, 그것은 더 쉬울 것이다. 학습해야 할 것은 더 많아지지만 일단 학습되면 더 오래 지속된다. 그래서 다시 학습해야 할 것을 적어지며, 전체적으로 보아 걸리는 시간이 더 적다.

셋째, 관계적 지식은 그 자체가 목적으로서 효과적일 수 있다. 교사의 활동에서도 ‘동기 부여’라고 불리는 측면이 훨씬 쉬워져서, 외적 보상과 벌에 대한 필요가 크게 줄어든다. 이것은 네 번째 장점과도 관련된다.

넷째, 관계적 개념구조는 질적으로 유기적이다. 관계적 개념구조는 그 자체가 성장하는 하나의 요인으로 작용하는 것처럼 보이는데, 세 번째 장점과 연결되는 것은 만약 사람들이 관계적 이해를 통해서 만족을 얻게 되면 그들은 자기 앞에 놓여진 새로운 자료를 관계적으로 이해하려고 노력할 뿐만 아니라, 마치 나무가 영양분을 찾아서 뿌리를 뻗어나가거나 동물이 먹이를 찾아 새로운 지역을 탐구하는 것과 같이, 능동적으로 새로운 자료를 찾고 새로운 분야를 탐구하게 되는 것이다.(이종희 1999)

#### d. 관계적 이해의 단점

관계적 이해가 더 바람직한 것을 아는 교사조차도 다음과 같은 이유로 도구적으

로 이해하도록 가르친다면 이것이 바로 관계적 이해의 단점일 것이다.

첫째, 부분적으로는 관계적으로 이해시키는데 시간이 너무 많이 걸리며, 학생들이 필요로 하는 모든 것은 특정한 기술을 사용하는 것처럼 생각된다.

둘째, 특정 주제의 관계적 이해는 너무 어렵지만, 학생들은 그 주제를 배우기 위한 기초적 학습이 전혀 되어 있지 않다.

셋째, 관계적으로 이해하도록 가르치기 위해선 고도의 능력 있는 교사를 필요로 한다.

장·단점에 대한 분석에 나타나 있듯이 관계적 이해는 도구적 이해와는 비교도 할 수 없을 만큼의 대단히 높은 가치를 지녔음에도 불구하고 수학을 가르치는 많은 사람들은 관계적 이해가 부족하다는 사실을 알아야 한다.

## **B. Skemp 이론에 대한 선행연구**

감민정(2004)은 실업계 고등학교에서 컴퓨터 활용수업이 수학기피성향에 미치는 영향에 대해 연구하였다. 실업계 고등학교는 인문계 고등학교에 비해 멀티미디어실의 활용도가 높은 편이며, 실업계 고등학교의 교과과정에서는 컴퓨터 관련 교과가 많이 적용되고 있다. 따라서 이 연구는 컴퓨터 활용수업이 수학기피성향에 미치는 영향을 분석함으로써 실업계 고등학교 학생들의 수학에 대한 태도를 향상시키고자 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1. 실업계 고등학교 학생들의 수학기피성향은 어느 정도인가?
2. 컴퓨터 활용수업을 통하여 학생들의 수학기피성향은 줄어들 것인가?
3. 컴퓨터 활용수업은 학생들의 수학기피성향에 요인별로 어떤 변화를 주는가?

이를 위해 연구자가 221명 학생을 연구대상으로 선정하여, 총 16주 동안 24차시에

결쳐 컴퓨터를 적극 활용하여 집합, 명제, 이진법, 통계 단원의 수업을 시행하였다. 학생들의 수학기피성향을 조사하기 위해, 실험 수업 전에 수학기피성향 심리검사를 사용하여 사전검사를 하였고, 컴퓨터 활용수업이 수학기피성향에 미치는 효과를 분석하기 위해, 동일한 검사를 사후에 재 실시하였다.

실험수업 및 검사를 통한 연구결과는 다음과 같이 나타났다.

첫째, 실업계 고등학교 학생들의 수학기피의 정도를 알아보기 위해, 사전검사의 요인별 평균을 규준표의 백분위수로 나타낸 결과 11개의 요인 중 7개의 요인에서 평균 이하의 백분위수가 나왔다.

둘째, 컴퓨터 활용수업이 학생들의 수학기피성향을 낮추는데 긍정적인 효과를 가져왔다는 결론이 나왔다.

셋째, 다른 요인에 비해 6가지 요인에서 컴퓨터 활용수업의 효과가 높게 나타났다고 볼 수 있다.

따라서 실업계 고등학교 학생들은 수학기피성향이 비교적 높은 편이지만 심각한 수준은 아니었으며, 컴퓨터를 활용하여 수업을 하는 것은 실업계 고등학교 학생들의 수학기피성향을 낮추는 데 효과적임을 말할 수 있다.

노지선(2005)은 Skemp의 관계적 이해를 도입한 고등학교 함수영역의 지도방안에 대해 연구하였다. 이 연구에서는 수학적 능력의 차이를 보이는 수학생취 상위권의 학생A와 중위권의 학생B에게 동일한 주제(함수)에 대해 관계적 이해의 접근 방법을 바탕으로 한 수업을 실시하여 학생들에게서 나타나는 태도의 변화를 관찰하고 문제지를 통한 평가와 분석을 하고 면담을 통해 보다 효과적이고 효율적인 수학적 이해의 방향을 제시하고자 하였다.

이 연구의 목적은 학생들의 다양한 수학적 방응과 생각의 변화에 대해서 보다 깊이 있는 연구와 분석을 하여 수학학습에 있어 보다 효과적이고 효율적인 이해의 방안을 강구하는데 있다.

이와 같은 연구의 목적을 이루기 위해 다음과 같은 문제를 제시하였다. <연구1> 현행 7차 고등학교 교과서에 제시된 함수영역의 목표를 바탕으로 10-나의 함수단

원에 대하여 Skemp이론을 적용한 교수-학습활동을 고안한다. <연구2> Skemp이론을 바탕으로 작성한 지도안을 교실상황을 조성해 학생들에게 지도하여 보고 함수의 이해도를 분석해 본다. 그 결과 함수의 이해에 있어 단순히 수학적 내용만이 아닌 수학 외적인 내용을 도입하여 학생들에게 설명한다면 학생의 수준에 관계없이 수학 내적인 측면까지 효과를 가져 올 수 있음을 확인할 수 있었다. 하지만, 관계적 이해의 수업에 있어 상위권 학생들은 자신이 가지고 있는 함수의 개념을 조절하는데 초점을 맞춘 것에 비해 하위권학생은 예를 들은 것 자체로만 관심을 두고 기존 스키마의 부족으로 수학적 지식을 향상시키기에는 다소 무리가 있음을 알 수 있었다.

윤정희(2003)는 Skemp의 도구적·관계적 이해를 통한 중학교 수학교과서분석에 관하여 연구하였다. 이 연구에서는 수학교육에서 가장 기본적이고 중요한 수학적 개념의 이해를 위한 학습-지도 방법에 관하여 주목할 만한 연구 결과를 제시해 온 Skemp의 수학학습이론을 분석고찰 하였다. 먼저 제7차 교육과정의 개정개요를 알아보고 조사대상으로 선정한 교과서가 Skemp의 수학학습이론에 잘 부합되게 집필 구성되었는가를 비교하였다. 그 결과 학생들이 관계적 이해를 할 수 없을 것이라는 단정으로 도구적 이해의 방법을 선택했거나, 아직 관계적 이해를 할 준비가 되어있지 않아서 관계적 이해를 통한 학습을 뒤로 미루고 도구적 이해의 방법을 선택하여 설명한 부분이 몇 곳 있는 것으로 판단하였다. 장기적인 안목에서 볼 때 우리가 지향해야 할 것은 관계적 이해를 바탕으로 한 수학을 해야 하는 것이고 우리는 이를 위하여 관계적 이해를 할 수 있도록 수업활동이나 평가방법에 있어서 새로운 방법을 모색해야 할 것이라고 하였다.

이윤(2003)은 관계적 이해와 도구적 이해를 바탕으로 한 집단 간의 성취수준 비교 분석에 관하여 연구하였다. 이 연구에서는 수학학습에 있어 환경을 고려하지 않은 채 강조되고 있는 관계적 이해의 효과만을 맹신하지 않고 현실상황에 적합한 관계적 이해와 도구적 이해의 효과를 살펴보기 위해서 초등학교 6학년 수학성적을

상위 10% 집단(12명)과 하위 10% 집단(12명)으로 중학교 1학년 학생을 나누어 기하, 해석, 대수의 세 개영역에 대해 관계적 이해를 바탕으로 한 수업과 도구적 이해를 바탕으로 한 수업을 진행한 후 학생들의 학업성취도를 측정하는 문제지를 통해 상황에 맞는 효과적인 이해방법에 대해 비교 분석하였다.

그 결과 기하영역에서는 하위권 학생들의 관계적 이해를 통한 수업과 도구적 이해를 통한 수업의 효과는 크게 차이가 나지 않았지만 관계적 이해를 통한 이해의 수준이 한 차원 높은 도약의 밑거름이 됨을 알 수 있었다. 해석영역에서는 도구적 이해를 바탕으로 수업을 진행한 학생들은 수업에 크게 흥미를 가지고 있지 않은 듯 보였다. 이해의 측면을 이분법적 사고로 나누어 수업을 전개하기 보다는 보다 다양한 수업방법의 개발이 필요함을 느꼈다. 대수영역에서는 도구적 이해가 오히려 관계적 이해보다 더 효과적인 느낌을 받았다. 하지만 도구적 이해를 통한 무리수의 이해는 고난이도의 문제를 해결하지 못했지만 기본문제 정도는 별다른 어려움 없이 해결하는 모습을 보이고 있었다.

최윤영(1999)은 관계적 이해를 위한 수업도구로서의 소프트웨어 활용에 관해 사례연구를 하였다. 이 연구는 관계적 이해를 도울 수 있는 교재나 수업도구가 부족한 현 교육상황의 한 해결방안으로서 사회전반에서 널리 쓰이고 있는 컴퓨터가 학생들의 이해를 위해 유용하게 사용될 수 있는지 그 가능성을 조사하는 것을 목적으로 하였다. 연구방법으로 질적 사례연구법으로 진행되었으며 학생들과 면담을 통하여 학생들의 함수에 대한 이해도를 컴퓨터 소프트웨어를 이용한 활동수업 전과 활동수업 후의 변화를 알아보았다. 이 연구에서는 학생이 관계적으로 이해를 하는 지에 대해 Skemp의 관계적 이해의 정의, 관계적 이해를 통한 지능학습의 장점 등을 토대로 다음과 같은 판단기준7가지를 설정하였다.

1. 규칙이나 공식의 원리를 확인하고 응용한다.
2. 여러 가지 개념사이의 관련성을 파악한다.
3. 현재 가지고 있는 개념에서 잘못된 부분을 수정할 수 있다.
4. 목표에 대한 다양한 행위계획을 세울 수 있다.

5. 새로운 과제에 보다 쉽게 적응할 수 있다.
6. 학습에 대한 호기심, 자신감 등 정의적인 태도를 지닌다.
7. 새로운 자료를 적극적으로 찾고 새로운 분야를 탐구한다.

이 연구의 결과는 함수에 대한 이해 면에서 일반적인 학교교육은 학생들에게 깊이 있는 사고, 발전적인 생각, 원리를 아는 사고를 키워주지 못하고 있는 면이 있었으며, 그 결과 수학에 뛰어난 재능과 흥미를 찾고 있지 않은 보통학생들은 답을 구하기 위하여 공식을 기억하여 적용하거나 단편적인 사실들로부터 쉽게 일반화하는 경향이 있었다. 컴퓨터 소프트웨어 활용을 통한 관계적 이해 면에서는 컴퓨터를 활용한 수업은 학생 개개인의 실제의 학습능력 수준, 학교에서 이미 배운 것, 그들이 하고 있는 것을 이해했는지 아닌지가 명백히 드러나고 교사도 하여금 이를 정확하게 판단할 수 있게 하였다. 학생들의 이해의 차이 면에서는 성적과 이해는 서로 별개의 것이며 성적에 상관없이 관계적으로 생각하고 이해할 수 있는 학습의 기회가 필요하다는 결론이 유출되었다.

### C. 컴퓨터를 활용한 수학 교육

Heck(1983)은 교사가 학생에서 무한한 인내심을 가질 수 있는지, 질문에 따른 대답에 따라 적절한 연습을 선택할 수 있는지, 답이 틀렸을 때, 즉각적인 Feedback과 도움은 물론, 옳은 대답에 대하여 긍정적인 강화를 줄 수 있는지, 학생들을 흥미진진하게 할 수 있는지를 물으면서 현실적으로 힘든 이러한 것들이 컴퓨터를 사용함으로써 가능해진다고 주장하였다. Glass(1984) 또한 컴퓨터는 각 학생의 개별 교수를 가능하게 해주고, 과제 분석 등 수업을 경영하는데 도움을 줌으로써 교사도 하여금 생각하고 가르치는데 집중할 수 있게 해준다고 하였다. 그에 의하면 이 외에도 컴퓨터는 책으로 가르치기 힘들었던 높은 수준의 개념이나 기술을 가르칠 수 있고, 신속하고 효과적으로 계산을 수행시켜 수학을 발전하는데 도움을 줄뿐만 아니라 학생들로 하여금 공부하는 것을 자극할 수 있다. 이외에도 컴퓨터는 시각화를 위한 좋은 기회를 제공한다. 시각화가 추구하는 직관적 통찰은 막연한 종류의 직



관, 피상적인 이해가 아니라 아이디어의 중심을 꿰뚫는 그러한 종류의 것으로서 이해에 깊이와 의미를 주고, 문제해결에 확실한 가이드 역할을 해주며, 발견을 창조하도록 고취하는 것을 의미한다. 그러나 지필환경에서의 시각화는 “정적”이라는 점에서 매우 제한적일 수밖에 없고 컴퓨터의 출현은 이러한 방법론상의 한계를 없앨 수 있게 해준다.(Zimmermann et al, 1991)

Papert(1972)는 아동들이 사용할 수 있는 프로그래밍 언어로 LOGO를 개발하여 아동들이 이 언어의 사용을 통하여 수학적 원리나 언어의 문법을 학습하도록 하였는데, 그는 LOGO의 교육적 이점을 한 단계 한 단계 프로그램에 의해 처리해 가는 컴퓨터처럼, 신중하게 사고하는 기술의 숙달과 사고에 대해 명확히 생각하는 학습을 시킬 수 있다는 것으로 보았다. 즉, LOGO에서 거북을 프로그래밍 하는 것은 거북이가 자신의 기대대로 움직이도록 하기 위해 자신이 어떻게 할 것인가를 반성하는 것에서 시작하게 하므로, 거북이로 하여금 ‘행동케’ 하거나 ‘사고하는 것’을 가르치는 것은 자신의 행동과 사고를 반성하게 하도록 이끌 수 있다는 것이다. (백영균, 심용기 역, 1990)

류희찬, 류제천(1993)은 컴퓨터 언어를 사용하여 프로그래밍을 한다는 것은 너무 어렵고 복잡해서 수학적 문제 해결력 신장에 효과가 없다고 주장하는 연구도 있으나, 컴퓨터 프로그래밍 학습의 효과에 관한 대부분의 연구들은 컴퓨터 프로그래밍 학습이 수학적 문제 해결력에 긍정적인 영향을 미친다고 보고하고 있다고 하였다. 실제로, 초등학생을 대상으로 하여 BASIC 프로그램 학습 경험이 수학적 문제 해결력 신장, 구체적으로 문제를 이해하는 능력, 전략을 실행하는 능력, 풀이를 검증하는 능력에 효과가 있는지를 살펴보았는데, 그 결과 BASIC 프로그램을 학습한 아동은 그렇지 않은 아동에 비하여 수학적 문제를 해결하기 위한 ‘전략을 실행하는 능력’과 ‘풀이를 검증하는 능력’에서 능력이 신장되었다고 말하였다. 또한 ‘문제를 이해하는 능력’에서는 의미 있는 차이를 보이지 않았지만 실험집단의 평균이 통제 집단보다 높게 나타난 것으로 보아 컴퓨터 학습 환경이나 지도 방법의 개선 등을 통해서 효과를 기대할 수 있다고 보았다.

본 연구에서 사용할 “Green Globbs & Graphing Equations” 는 함수의 그래프를

조작하고 탐구하는 목적으로 개발되었는데, Dugdale(1984)은 “Green Globs & Graphing Equations”의 하위 프로그램 중 하나인 “Green Globs”을 수행하는 동안, 학생들은 기존 지식을 다양하게 적용할 수 있게 되며, 수학을 재미있는 것으로 만들 수 있게 된다고 하였다. 황혜정(1992) 또한 중학생을 대상으로 5회에 걸쳐서 “Green Globs & Graphing Equations”를 사용한 결과, 일반 교실에서 학생들은 그들이 학습 내용을 이해하지 못하는 것에 관해 전혀 개의치 않았고, 이에 대해 질문도 하지 않았었지만, 컴퓨터 프로그램들은 학습 자료에 대해 구체적인 실례를 들었고 다음 단계의 학습 진행을 위하여 현행 단계의 학습에 대한 완전한 이해를 요구했기 때문에, 문제가 생겼을 때 즉각적으로 교사에게 도움을 요청하였다고 한다. 또한, 수업을 한 교사들은 컴퓨터실에서의 수업을 통하여 과연 학생들이 교실에서 이미 배운 것 그리고 컴퓨터실에서 그들이 하고 있는 것을 이해했는지 아닌지를 정확하게 판단할 수 있었다고 언급하였다. Heid(1995) 또한 “Green Globs & Graphing Equations”가 다양한 네 가지의 프로그램을 포함하고 있고, 무엇보다도 프로그램의 조작이 용이하며 학습자로 하여금 스스로 수학적 관계를 탐구할 수 있는 기회를 부여한다는 측면에서 우수한 소프트웨어라고 소개하고 있다.

아울러 본 연구에서 사용할 소프트웨어는 1980년 미국 일리노이 대학교 Dugdale 과 Kibbey에 의해 개발되어, 1997년 Window용으로 출시된, 반복연습형과 게임형, 도구형 등의 4가지 하위 프로그램을 갖고 있는 교육용 소프트웨어 “Green Globs & Graphing Equations”이다.

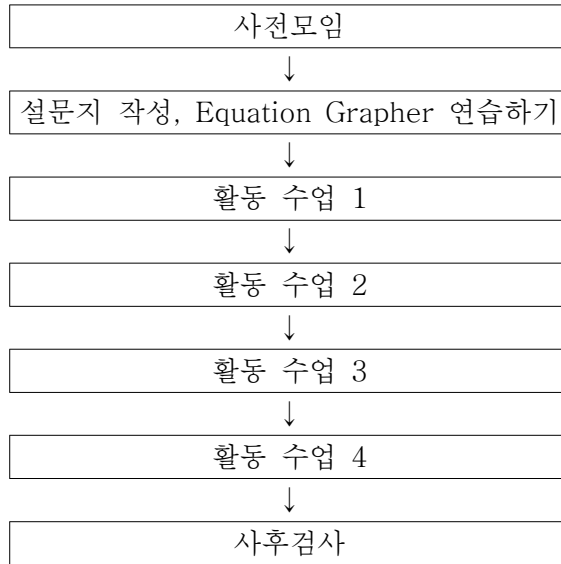
### Ⅲ. 연구방법 및 절차

#### A. 연구 방법

본 연구에서는 학생들의 관계적 이해를 돕기 위한 해결방안으로 소프트웨어를 활용한 수업이 관계적으로 이해하는데 유용하게 사용되는지를 조사하고자 한다. 이에 연구자는 고등학교 1학년 학생 35명을 대상으로 연구를 설계하였다.

#### B. 연구 절차

본 연구에 들어가 기 앞서 연구자는 연구 대상 학생들의 참여 동의를 얻고 사전 모임을 가졌다. 이 때, 개인적인 정보, 수학학습 습관, 컴퓨터 활용에 관한 설문지를 작성하였고, 함수에 대한 전반적인 태도를 알아볼 수 있는 사전검사를 실시하였다. 그 후 함수단원에 대해 관계적 이해를 도울 수 있는 소프트웨어를 활용한 활동 수업은 총4회 실시하였다. 그리고 학생들의 수업에 대한 반응과 변화를 관찰하기 위해 활동 수업이 끝난 후 사후검사를 실시하였다. 전체적인 연구절차의 흐름은 [그림 1] 과 같다.



[그림 1] 연구 절차의 흐름

본 연구는 2007년 7월 30일부터 2007년 8월 16일까지 약 3주 동안 실시하였고, 다음은 학생들의 실험 일정이다.

<표 1> 실험 일정

일시	내용	자료수집
2007. 7.30	사전모임	동의서
2007. 7.30	설문지 작성, 사전검사 Equation Grapher 연습하기	설문지, 사전검사지
2007. 8. 1	활동수업 1	활동지, 관찰기록지
2007. 8. 6	활동수업 2	활동지, 관찰기록지
2007. 8. 8	활동수업 3	활동지, 관찰기록지
2007. 8.13	활동수업 4	활동지, 관찰기록지
2007. 8.16	사후모임	사후검사지

## C. 연구 대상

### 1. 대상 학생

본 연구에서는 광주광역시 소재의 A 고등학교 1학년 학생 35명을 연구대상으로 하였다. 학생들의 수학성적은 다음 표와 같다.

<표 2> 대상 학생들의 수학성적

성적 학생	1학기 중간	1학기 기말
1	38.8	26.0
2	21.2	12.9
3	61.2	69.1
4	25.4	39.7
5	60.3	38.7
6	73.7	43.7
7	42.8	29.7
8	30.5	21.3
9	51.5	48.1
10	68.9	48.0
11	30.0	21.9
12	100	68.9
13	47.8	26.5
14	100	82.1
15	34.7	30.2
16	56.2	52.2
17	25.8	25.7
18	30.1	34.8
19	47.7	42.9
20	43.2	17.8
21	38.8	13.2
22	47.3	43.0

성적 학생	1학기 중간	1학기 기말
23	35.0	34.6
24	60.4	17.6
25	47.3	52.0
26	69.7	82
27	100	82.2
28	51.8	21.8
29	17.2	13.0
30	38.5	22.2
31	64.6	51.6
32	73.5	26.4
33	30.3	22.5
34	12.9	18.9
35	38.9	30.7
평균	47.88	39.50

## 2. 단원 설정과 그 이유

함수는 현대수학의 기본 아이디어 중의 하나로, 학교 수학에서 가장 중요한 개념 중의 하나이며 동시에 학생들이 흔히 어려워하는 영역이다. 함수를 어려워하는 이유는 함수개념과 관련된 수많은 하위개념이 존재하고 함수개념의 계층구조가 복잡하기 때문이다.(Eisenberg. 1991). National Council of Teachers of Mathematics (1989)는 「Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics」에서 9-12학년에서 함수 단원을 학습함으로써 얻어져야 할 결과를 다음과 같이 보았다.

- \* 실세계의 현상을 다양한 함수로 표현할 수 있어야 한다.
- \* 표, 언어적 규칙, 방정식과 그래프를 사용하여 문제를 표상하고 분석할 수 있어야 한다.
- \* 함수를 기호, 그래프와 표를 이용한 표상으로 변환할 수 있어야 한다.

... 생략(구광조 외, 1992, p220)

이러한 결과들은 그래픽 기능이 있는 컴퓨터 소프트웨어를 사용하여 많은 형태의 함수들에 대한 행동을 관찰함으로써 더욱 활발히 진행될 수 있다. 학생들은 한 점 한 점 찍어서 곡선을 그리는 시간을 줄이는 대신 그래프를 해석하고, 그래프의 성질을 탐구하며, 이러한 성질이 어떻게 대응되는 방정식의 형태와 관련되는지를 알아보는데 시간을 더 쏟을 수 있고, 정비례와 반비례, 일반 다항식, 근호, 단계(step), 지수, 로그와 같은 여러 유형의 함수의 행동을 관찰할 수 있다. 또한, 학생들은  $y = af(bx+c)+d$  가 다양한 매개변수  $a, b, c, d$  에 대해  $y = f(x)$  와 어떻게 관련되는지를 탐구하는데 컴퓨터 그래픽 소프트웨어를 사용하여 대수와 기하 사이의 또 다른 연관성을 획득할 수 있다.(구광조 외, 1992)

이런 견지에서 본 연구의 컴퓨터를 활용한 활동 수업에 함수 단원을 설정하였다. 특히 본 연구자가 조사한 수학학습습관 설문지에 의하면 함수영역을 어렵게 느끼는 학생이 많은 비중을 차지하고 있었다.

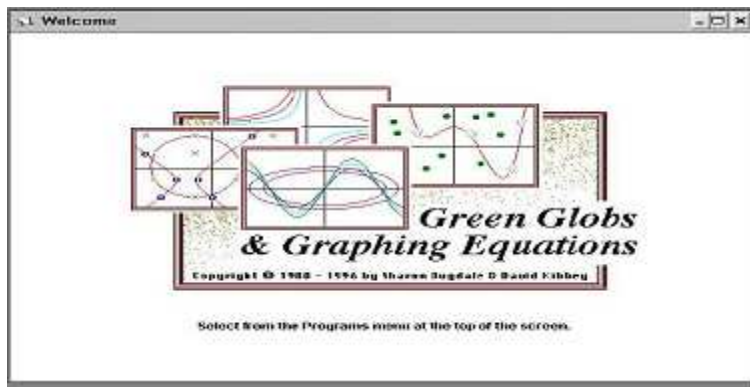
본 연구에서 다루어진 함수내용은 이차함수, 삼차함수의 그래프와 다양한 형태의 그래프들 사이의 관계를 파악하고 각 유형의 특성에 관해 다룬다.

#### **D. 활용 소프트웨어**

본 연구에서 활용된 컴퓨터 소프트웨어는 SunBurst Communication의 Green Globes & Graphing Equations version 2.3이다. Green Globes & Graphing Equations 를 통하여 학생들에게 다양한 함수의 그래프와 각 유형을 비교해 볼 수 있는 기회를 제공하였다.

Green Globes & Graphing Equations는 Equation Grapher, Green Globes, Linear & Quadratic Graphs, Traker의 네 프로그램으로 구성되어 있으며 본 연구에서는 Equation Grapher와 Linear & Quadratic Graphs 그리고 Green Globes 세 프로그램

을 사용하였다.



[그림 2] Green Globs & Graphing Equations

### E. 활동 수업

본 연구에서 실시한 4차시의 활동 수업 내용 구성은 다음 표와 같으며, 활동지는 부록 5에 있다.

<표 3> 활동 수업 내용의 구성

차시	프로그램	활동 수업 내용
제 1차시	Equation Grapher	이차함수 그래프와 각 유형의 특성파악
제 2차시	Equation Grapher	삼차함수 그래프와 각 유형의 특성파악
제 3차시	Linear & Quadratic Graphs	다양한 형태의 그래프 이해하기
제 4차시	Green Globs	게임을 통한 여러 가지 그래프에 대한 관계파악



## 1. 활동 수업 1

이 수업에서 학생들은 입력된 방정식의 그래프를 그리는 그래픽 유틸리티 프로그램 Equation Grapher를 사용하여 활동지 1의 문제들을 푸는데, 물음에 대한 답은 각각 자신의 활동지에 간단히 서술하도록 하였다. 이 수업의 목표는 이차함수에 대한 이해와 그의 그래프의 특성을 알도록 하는 것이다. 활동지 1은 각 문항마다 주어진 함수의 그래프들을 한 화면에 나타내어 그 그래프의 특성을 살펴볼 수 있도록 총 9개 문항으로 구성되었는데, 1번~4번 문항은 간단한 이차함수  $y = x^2$ 에 변화를 주면서 그래프의 변화의 요소를 관찰하는 문항이며, 5번~8번 문항은 이차함수의 일반형인  $y = ax^2 + bx + c$ 에서  $a, b, c$ 중 두 변수를 고정시키고, 다른 변수를 변화시켰을 때의 그래프의 모양을 관찰하면서 학생들이 이미 배운 이차함수의 그래프를 탐구하고, 변화의요소를 발견함으로써 이차함수의 그래프의 특성에 대한 이해를 강화하도록 하였다. 이를 토대로, 화면에 제시된 이차함수의 그래프의 식을 구해보는 문항 9번이 고안되었다.

## 2. 활동 수업 2

이 수업에서 학생들은 활동 수업 1에서처럼 Equation Grapher를 이용하여, 활동지 2의 문제들을 풀고, 각자의 활동지에 답을 쓰도록 하였다. 이 수업의 목표는 삼차함수에 대한 이해와 그의 그래프의 특성을 알도록 하는 것이다. 활동지2는 각 문항마다 주어진 함수의 그래프들을 한 화면에 나타내어 그 그래프들 사이의 공통점과 차이점을 관찰하여 함수의 식과 그래프의 특성을 살펴볼 수 있도록 총 9개 문항으로 구성되었는데, 1번~4번 문항은 간단한 삼차함수  $y = x^3$ 에 변화를 주면서 그래프의 변화의 요소를 관찰하는 문항이며, 5번~8번 문항은 삼차함수의 일반형인  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 에서  $a, b, c, d$ 중 세 변수는 고정시키고, 나머지 변수를 변화시켰을 때의 그래프의 모양을 관찰하면서 삼차함수의 그래프의 식을 구해보는 문항 9번이 고안되었다. 이 활동수업에서 연구자는 3차 함수의 그래프는 이차함수와 비

슷한 점도 있지만, 학생들에게 익숙하지는 않으므로 충분히 그래프들의 공통점과 차이점을 발견하고, 활동 수업1에서 다루었던 이차함수에서 얻은 개념과 비교, 정리할 시간을 주어야 하며 적극적인 조언과 격려가 필요하다.

특히  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 의 그래프에서 계수의 변화에 따른 그래프의 변화를 감지하기 위해 적극적인 도움을 주어야 할 것이다. 본 활동 수업에서는  $a$ 와  $d$ 에만 변화를 주었지만, 학생의 수준에 따라서는  $b, c$ 도 변화시켜 볼 수 있을 것이며, 이차함수와 비교하여 최고차항의 계수와 상수항의 특성을 발견하도록 유도할 수도 있을 것이다.

### 3. 활동 수업 3

이 수업에서 학생들은 Linear Quadratic Graphs 프로그램을 사용하였다. 이 프로그램은 컴퓨터 화면에 나타나는 그래프 (직선, 원, 포물선, 쌍곡선, 타원 형태)의 방정식을 알아맞추는 것이므로 이 수업에서는 직선과 포물선(이차함수)만을 다루었다. 이 수업의 목표는 다양한 형태의 직선과 이차함수의 그래프를 인식하게 하는 것이며, 또한 그들의 식을 세워보게 하는 것이다. 활동 수업 1을 통해서 이차함수의 식을 보고, 그래프의 모양을 예측할 수 있었다면, 이 활동은 이차함수의 그래프가 화면에 제시되면, 그래프의 식을 거꾸로 예측해 보고, 확인해 보는 활동이라고 할 수 있다.

### 4. 활동 수업 4

이 수업에서는 화면 위에 13개의 녹색 공이 무작위로 놓여 있는 게임 프로그램 Green Globes를 다루었다, 이 프로그램에서 학생은 가능한 한 많은 공을 관통할 수 있는 방정식을 입력함으로써 점수를 얻는다, 본 연구에서는 이차함수, 삼차함수를 한 번 이상 사용하도록 권유하였고,  $y = a, x = b$ 꼴 상수함수는 3번 이하로만 사용하도록 제한하였다. 이 수업의 목표는 다양한 형태의 이차함수, 삼차함수 등의 그래

프를 인식하고 이들의 방정식과 그래프의 관계를 조사하는 것이다.

## F. 자료 수집

본 연구에서는 활동 수업의 관찰, 활동 수업 시 작성한 관찰 기록지와 학생이 작성한 활동지, 사전검사지와 사후검사지 등을 분석의 자료들로 삼는다.

사전검사지와 사후검사지 관찰기록지는 다음과 같다.

[그림 3] 사전검사지

1. 다음 두 그래프의 차이점은 무엇인가?

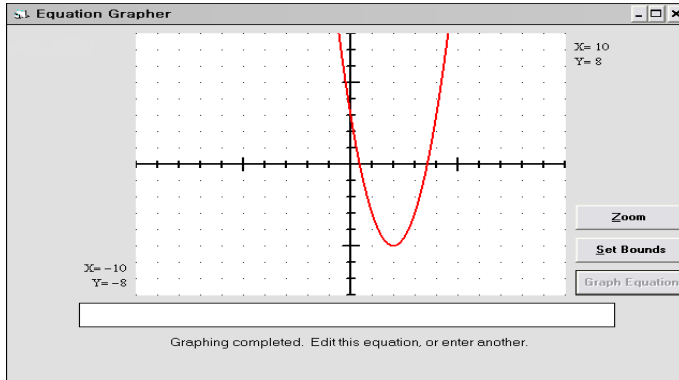
$$y = 5x^2, \quad y = -5x^2$$

2.  $y = (x+3)^2 + 4$  그래프가  $y = (x-3)^2 - 4$ 와 겹치도록 하려면  $x$ 축과  $y$ 축을 따라 얼마나 이동시켜야 하는가?

3.  $y = (x-5)^2$  를  $x$ 축으로 2만큼  $y$ 축으로 -1만큼 이동시킨 그래프를 그려보아라.

4.  $y = ax^2 + bx + c$  꼴의 그래프에서  $c$ 값의 변화는 그래프에 어떤 영향을 주는가?

5. 다음 그래프를 보고 함수식을 만들어 보아라.



6. 이차함수  $y = (x-3)^2 + 5$  와 접하는 직선의 방정식을 3개 이상 만들어 보아라.

7. 다음 두 그래프의 차이점은 무엇인가?

$$y = 3x^3, \quad y = -3x^3$$

8.  $y = \frac{1}{5}(x+4)^3 + 1$ 를 평행이동하여  $y = \frac{1}{5}(x+2)^3 - 3$  와 겹치도록 하려면  $x$  축과  $y$  축을 따라 얼마나 이동시켜야 하는가?

9.  $y = (x + 2)^3 + 1$ 의 그래프를 그려보아라.

10.  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 에서  $d$ 값의 변화는 그래프에 어떤 영향을 주는가?

11.  $y = x^3 + 2x^2 + x$ 의 그래프가 전체적으로 아래쪽으로 1만큼 이동하도록 함수식을 변형하여 좌표평면에 그리고 함수를 구한 방법을 설명하여라.

[그림 4] 사후검사지

1. 다음 두 그래프의 차이점은 무엇인가?

$$y = 2x^2, \quad y = -2x^2$$

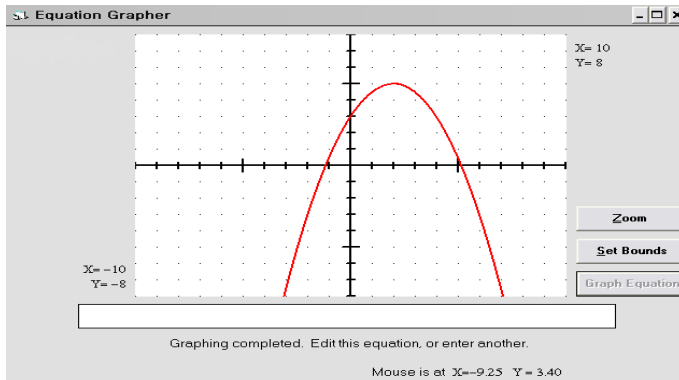
2. 다음 두 그래프의 차이점은 무엇인가?

$$y = x^2 + 4x + 1, \quad y = x^2 - 2x + 1$$

3.  $y = ax^2 + bx + c$  꼴의 그래프에서  $c$ 값의 변화는 그래프에 어떤 영향을 주는가?

4.  $y = (x - 3)^2$  를  $x$ 축으로 2만큼  $y$ 축으로 -1만큼 이동시킨 그래프를 그려보아라.

5. 다음 그래프를 보고 함수식을 만들어 보아라.



6. 꼭지점 좌표가  $y = 2x - 3$  위에 있는 이차함수 식을 3개 이상 만들어 보아라.

7. 다음 두 그래프의 차이점은 무엇인가?

$$y = \frac{1}{5}x^3, \quad y = -\frac{1}{5}x^3$$

8.  $y = (x-4)^3 + 1$ 를 평행이동 하여  $y = (x+2)^3 - 3$  와 겹치도록 하려면  $x$ 축과  $y$ 축을 따라 얼마나 이동시켜야 하는가?

9.  $y = -4x^3 + 5$ 의 그래프를 그려보아라.

10.  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 에서  $d$ 값의 변화는 그래프에 어떤 영향을 주는가?

11.  $y = x^3 + 2x^2 + x$ 의 그래프가 전체적으로 위쪽으로 2만큼 이동하도록 함수식을 변형하여 좌표평면에 그리고 함수를 구한 방법을 설명하여라.



[그림 5] 관찰기록지

관찰기록지
<p>일 시 :</p> <p>수업내용 :</p> <p>관찰내용 :</p>

## IV. 결 론

본 연구는 사회 전반에서 널리 쓰이고 있는 컴퓨터가 학생들이 관계적으로 이해하는데 유용하게 사용될 수 있는지 그 가능성을 조사하기 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 컴퓨터를 활용한 활동 수업을 하기 전에 학생들의 함수에 대한 이해는 어떠한가?
2. 컴퓨터를 활용한 활동 수업을 하는 과정에서 학생들은 함수 단원에서 함수의 식과 그래프에 관련된 개념을 관계적으로 이해하는가?
3. 컴퓨터를 활용한 활동 수업을 한 후에 학생들의 함수에 대한 이해는 어떠한가?

컴퓨터를 활용한 활동 수업이 학생들이 함수를 관계적으로 이해하는 유용하게 사용될 수 있는지 그 가능성을 조사하기 위하여 활동 수업 전에 사전검사를 실시하고 활동 수업 후에 사후검사를 실시한 분석 결과는 다음 표와 같다.

<표 4> 사전검사 분석 결과

내 용	문항 번호(번)		정답자(명)		정답률(%)	
최고차항 부호에 관한 문제	1	7	23	18	65.71	51.42
평행이동에 관한 문제	2	8	18	10	51.42	28.57
그래프 그려보기	3	9	13	8	37.14	22.85
$y$ 절편의 변화에 관한 문제	4	10	16	13	45.71	37.14
관계적으로 이해하기	6	11	8	9	22.85	25.71
그래프를 보고 함수식 세우기	5		13		37.14	

<표 5> 사후검사 분석 결과

내 용	문항 번호(번)		정답자(명)			정답률(%)	
최고차항 부호에 관한 문제	1	7	30	22	85.71	62.85	
평행이동에 관한 문제	8		18			51.42	
그래프 그려보기	4	9	24	16	68.57	45.71	
$y$ 절편의 변화에 관한 문제	3	10	23	18	65.71	51.42	
관계적으로 이해하기	2	6	11	19	17	20	54.28 48.57 57.14
그래프를 보고 함수식 세우기	5		22			62.85	

<표 6> 사전, 사후검사 비교분석 결과

내 용	사전검사	사후검사	증가율
최고차항 부호에 관한 문제	58.565	74.28	15.715
평행이동에 관한 문제	39.995	51.42	11.425
그래프 그려보기	29.995	57.14	27.145
$y$ 절편의 변화에 관한 문제	41.425	58.565	17.14
관계적으로 이해하기	24.28	53.33	29.05
그래프를 보고 함수식 세우기	37.14	62.85	25.71

사전검사의 분석결과 삼차함수에 관련된 문항보다는 이차함수와 관련된 문항에서 정답률이 높게 나왔으며 최고차항의 부호에 관한 문제에 있어서 가장 높은 정답률을 보였다. 반면에 그래프를 그려보거나 그래프를 보고 함수식을 세우는 등 관계적

이해를 필요로 하는 문항들에서는 낮은 정답률을 보임을 알 수 있었다.

컴퓨터를 활용한 4차시의 활동 수업을 한 후 실시한 사후검사의 분석 결과에서는 사전검사와 마찬가지로 삼차함수보다는 이차함수에서 정답률이 높게 나왔으며 최고차항의 부호에 관한 문제에 있어서 가장 높은 정답률을 보였다. 그래프를 그려보거나 그래프를 보고 함수식을 세우는 등의 관계적 이해를 필요로 하는 문항들에서는 대부분 50%이상의 높은 정답률을 보임을 알 수 있었다.

본 연구의 실험결과에 의하여 함수 단원에서 이차함수와 삼차함수의 그래프에 대하여 이해하는데 컴퓨터 소프트웨어를 활용하여 관계적으로 이해하는데 매우 긍정적임을 알 수 있었다.

평가 위주의 현실에서는 관계적으로 이해하는 학습보다 도구적으로 이해하는 학습이 이루어지고 있다. 도구적으로 학습이 이루어지면 문제를 쉽고 빠르게 해결할 수 있지만 수학을 이해하는데 지속성과 연결성이 부족하게 되므로 이를 보완하기 위하여 새로운 개념을 관계적으로 이해하여 수학에 대한 흥미와 연결이 필요한 시점이다.

따라서 수학교육과정 영역 중 함수와 컴퓨터 교육용 소프트웨어 “Green Globes & Graphing Equations”를 연결하여 복잡하고 다양한 실세계 변화현상을 함수 그래프와 연계시켜 보게 함으로써 자연현상을 이해하고 과학적으로 탐구하며 수학에 대한 이해를 강화시키는데 교육현장에서 많은 효과가 있을 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

1. 감민정. (2004). 실업계 고등학교에서 컴퓨터 활용수업이 수학기피성향에 미치는 영향. 이화여자대학교 석사학위 논문.
2. 노지선. (2005). Skemp의 관계적 이해를 도입한 고등학교 함수영역의 지도방안. 한국교원대학교 석사학위 논문.
3. 류희찬, 류제천 (1993). “Basic 프로그래밍 학습이 국민학생의 수학적 문제해결력에 미치는 영향”. 대한수학교육학회 논문집. 제3권. 제2호. pp. 69-77.
4. 백영균, 심용기 (1990). (교사와 학생을 위한) 최신 Basic 프로그래밍. 집문당.
5. 성시영, 윤복식 (1995). “수학교육에서의 Mathematica의 활용”. 대한수학교육학회 논문집. 제5권. 제1호. pp. 157-168.
6. 윤정희. (2003). Skemp의 도구적·관계적 이해를 통한 중학교 수학교과서분석. 한국교원대학교 석사학위논문.
7. 이종희. (1999). 이해에 대한 수학교육적 고찰. 서울대학교 교육학 박사 학위 논문.
8. 이 윤. (2003). 관계적 이해와 도구적 이해를 바탕으로 한 집단 간의 성취수준 비교 분석.
9. 최윤녕. (1999). 관계적 이해를 위한 수업도구로서의 소프트웨어 활용에 관한 사례연구. 이화여자대학교 석사학위 논문.
10. 황우형. (1998). 수학학습심리학. 민음사.
11. 황혜정. (1992). 수학 수업을 위한 학생 중심의 컴퓨터 활동에 관한 연구. 한국 교육. 제19권. pp. 89-110.
12. Dugdale & Kibbey (1997). [Green Globbs and Graphing Equations]

- software. Sunburst Communication. Inc.
13. Dugdale & Kibbey. (1997). Green Globes and Graphing Equations Manual. Sunburst Communication. Inc.
  14. Eisenberg. T.(1991). Functions and Associated Learning Difficulties. In D. Tall(Ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp.140-152). Kluwer Academic publisher.
  15. Fey, J. T.(1989). Technology and mathematics. education: A survey of recent developments and important problems. Educational Studies in Mathematics. 20, pp. 237-272.
  16. Glass E. M. (1984). Computers Challenge and Opportunity. In V. P. Hansen, M. J Zweng (Eds). Computers in Mathematics Education. National Council of Teachers of Mathematics.
  17. Heck William (1983). Teaching Mathematics with Microcomputers : Primary Grades. Arithmetic Teacher. February 1983, p 27.
  18. Heid, M. K. (1995). Algebra in a Technological World. Curriculum and evaluation Standards for school Mathematics Addenda Series : Grade 9-12 Christian R Hirsch(Ed). National Council of Teachers of Mathematics.
  20. NCTM(1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Inc. 구광조 외 2인 (공역) (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향. 서울; 경문사.
  21. Skemp, R. R. Mathematics in the primary school. London : Routledge. 초등 수학 교육. 해성. 1995.

## 부 록

### <부록 1>

### 동의서

본 연구는 학생들이 컴퓨터를 활용한 활동수업을 통하여 함수단원에서 함수의 식과 그래프에 관련된 개념을 관계적으로 이해시키고자 함에 그 목적이 있습니다.

연구의 과정은 다음과 같이 실시됩니다.

1. 학생이 인지하고 있는 함수의 식과 그래프에 관련된 개념을 진단한다.
2. 컴퓨터를 활용한 함수단원에서 함수의 식과 그래프에 관련된 개념을 4차시의 활동수업에 참여한다.
3. 활동수업 후 학생들이 이해에 변화가 있는지 조사한다.

이상은 연구이외의 목적으로 공개되거나 이용하지 않을 것임을 약속합니다. 이런 여러 가지 제반사항에 대해 협조해 주시고 동의하여 주십시오.

연구자 : 김경희

위의 내용에 동의합니다.

학생 :

<부록 2>

## 설문지1

< 연구대상자 >

1. 이 름	
2. 학 년	
3. 성 별	
4. 생년월일	
5. 가족사항	
6. 취 미	
7. 특 기	
8. 장래희망	
9. 좋아하는 과목과 이유	
10. 싫어하는 과목과 이유	
11. 수학성적 (중간/기말)	
12. 간단한 자기소개	



## 설문지 2

### < 수학학습습관 >

본 설문지는 보다 효과적인 수학학습을 위한 자료를 얻기 위해 여러분의 수학학습에 대한 습관을 조사하기 위한 것입니다. 조사 결과가 공개되는 일은 없을 것이며, 성적과 아무런 관계가 없으니 솔직하게 작성해 주시기 바랍니다.

1. 하루에 수학을 공부하는 시간은 얼마나 되는가?

- ① 10분 이하    ② 30분 ~ 1시간    ③ 1~ 2시간    ④ 2시간 이상

2. 수학학습 습관은 어떠한가?

- ① 치밀한 계획을 세워서 철저히 하는 편  
② 규칙적으로 하는 편  
③ 닥치는 대로 그때그때 하는 편  
④ 거의 하지 않는 편

3. 수학시험에 대한 반응은 어떠한가?

- ① 민감하게 반응한다.    ② 보통이다.    ③ 별 반응 없다.    ④ 잘 모르겠다.

4. 본인의 수학학습 방법에 잘못이 있다면 무엇이라 생각하는가?

- ① 개념이나 원리의 이해보다 공식 암기에 치중한다.  
② 인내심이 부족한 편이다.  
③ 지구력이 부족한 편이다.  
④ 어떻게 공부해야 하는지 모르겠다.

- |   |
|---|
| ① 집합 및 명제    ② 정수 및 실수    ③ 다항식    ④ 방정식 및 부등식    ⑤ 평균과 표준편차<br>⑥ 직선 및 원의 방정식    ⑦ 부등식의 영역    ⑧ 함수 (이차, 삼차 등) |
|---|

5. 단원별 내용 가운데 좋아하는 단원을 순서대로 답하십시오.

- ( ①                      ②                      ③                      )



### 설문지3

#### < 컴퓨터 활용 >

본 설문지의 목적은 실험에 참가한 학생들의 평소 컴퓨터의 활용정도와 수학 학습에 있어서 컴퓨터 활용에 대한 태도를 알아보고자 하는데 있습니다.

1. 하루에 컴퓨터를 이용하는 시간은?

- ① 10분 ~ 30분   ② 30분 ~ 1시간   ③ 1~ 2시간   ④ 2시간 이상

2. 컴퓨터로 주로 무엇을 하나?

- ① 인터넷   ② 학습활동   ③ 게임   ④ 기타 (                      )

3. 컴퓨터 교육을 받은 적이 있는가?

- ① 무엇을 배웠는가? (                      )  
② 얼마동안 배웠는가? (                      )

4. 수학학습에서 컴퓨터를 활용한 적이 있다.

- ① 있다.   ② 없다.

5. 나는 컴퓨터를 수학학습에 이용하고 싶다.

- ① 매우 그렇다   ② 그렇다   ③ 보통이다   ④ 그렇지 않다   ⑤ 매우 그렇지 않다

6. 수학학습에 컴퓨터가 이용된다면 수학내용의 이해가 잘될 것이다.

- ① 매우 그렇다   ② 그렇다   ③ 보통이다   ④ 그렇지 않다   ⑤ 매우 그렇지 않다

7. 수학학습에서 컴퓨터가 이용된다면 좀 더 다양한 수학 내용을 배울 수 있을 것이다.

- ① 매우 그렇다   ② 그렇다   ③ 보통이다   ④ 그렇지 않다   ⑤ 매우 그렇지 않다

8. 수학숙제나 공부를 할 때 컴퓨터를 이용하면 수학적 자신감이 생길 것이다.

- ① 매우 그렇다   ② 그렇다   ③ 보통이다   ④ 그렇지 않다   ⑤ 매우 그렇지 않다

<부록 5>

## 활동지 1

이차함수의 그래프와 각 그래프유형의 특징을 알아보자.

Equation Grapher를 이용하여 다음 식의 그래프를 그려보자.

1.  $y = x^2$

$$y = -x^2$$

$$y = 5x^2$$

$$y = -5x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

①  $x^2$  앞의 계수가 양수일 때와 음수일 때의 차이점을 설명하여라.

②  $x^2$ 의 계수가 절대값이 커짐에 따라 그래프는 어떻게 변화하는지 설명하여라.

2.  $y = x^2$

$$y = (x+3)^2$$

$$y = (x-3)^2$$

①  $y = (x+a)^2$  에서  $a$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

②  $y = x^2$ 의 그래프와 연관 지어 변화된 그래프를 설명하여라.

3.  $y = 2x^2$

$$y = 2x^2 + 2$$

$$y = 2x^2 - 2$$

①  $y = ax^2 + q$  에서  $q$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

②  $y = 2x^2$ 의 그래프와 연관 지어 변화된 그래프를 설명하여라.

4.  $y = x^2$

$$y = (x+3)^2 + 4$$

$$y = (x-3)^2 - 4$$

①  $y = (x+3)^2 + 4$  는  $y = x^2$ 를  $x$ 축과  $y$ 축으로 얼마만큼 이동시킨 것인가?

②  $y = x^2$  를  $x$ 축으로 2만큼  $y$ 축으로 -1만큼 이동시킨 그래프를 그려보아라.

5.  $y = x^2 + x + 1$

$$y = 2x^2 + x + 1$$

$$y = 4x^2 + x + 1$$

$$y = -x^2 + x + 1$$

$$y = -2x^2 + x + 1$$

①  $y = ax^2 + x + 1$ 에서  $a$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

6.  $y = x^2 + x + 1$

$$y = x^2 + 2x + 1$$

$$y = x^2 + 4x + 1$$

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$y = x^2 - 4x + 1$$

①  $y = x^2 + bx + 1$ 에서  $b$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

7.  $y = x^2 + x + 1$

$$y = x^2 + x + 2$$

$$y = x^2 + x + 4$$

$$y = x^2 + x - 2$$

$$y = x^2 + x - 4$$

①  $y = x^2 + x + c$ 에서  $c$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

8.  $x = y^2$

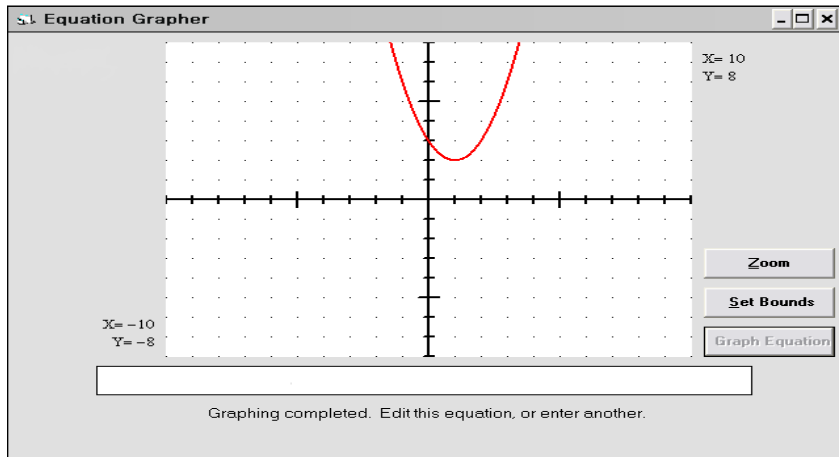
$$x = 0.5y^2$$

$$x = (y - 3)^2$$

$$x = -y^2$$

① 위의 함수들은  $x$ 변수와  $y$ 변수가 바뀌었다.  $y = f(x)$ 꼴의 함수들과 다른점은 무엇인지 설명하여라.

9. 다음 주어진 그래프에 대한 함수를 구하여라.



## 활동지 2

삼차함수의 그래프와 각 그래프유형의 특징을 알아보자.

Equation Grapher를 이용하여 다음 식의 그래프를 그려보자.

1.  $y = x^3$

$$y = -x^3$$

$$y = 3x^3$$

$$y = -3x^3$$

$$y = \frac{1}{3}x^3$$

①  $x^3$  앞의 계수가 양수일 때와 음수일 때의 차이점을 설명하여라.

②  $x^3$ 의 계수가 절대값이 커짐에 따라 그래프는 어떻게 변화하는지 설명하여라.

2.  $y = \frac{1}{4}x^3$

$$y = \frac{1}{4}(x+3)^3$$

$$y = \frac{1}{4}(x-3)^3$$

①  $y = \frac{1}{4}(x+a)^3$  에서  $a$ 값이 양수일 때와 음수일 때의 차이점을 설명하여라.

②  $y = \frac{1}{4}x^3$ 의 그래프와 연관 지어 변화된 그래프를 설명하여라.



$$3. \quad y = \frac{1}{5}x^3$$

$$y = \frac{1}{5}x^3 + 5$$

$$y = \frac{1}{5}x^3 - 5$$

①  $y = \frac{1}{5}x^3 + b$  에서  $b$  값이 양수일 때와 음수일 때의 차이점을 설명하여라.

②  $y = \frac{1}{5}x^3$  의 그래프와 연관 지어 변화된 그래프를 설명하여라.

$$4. \quad y = \frac{1}{5}x^3$$

$$y = \frac{1}{5}(x+4)^3 + 1$$

$$y = \frac{1}{5}(x+2)^3 - 3$$

①  $y = \frac{1}{5}(x+4)^3 + 1$  는  $y = \frac{1}{5}x^3$  를  $x$ 축,  $y$ 축으로 얼마만큼 평행이동 한 것인가?

②  $y = \frac{1}{5}(x+4)^3 + 1$  를 평행이동하여  $y = \frac{1}{5}(x+2)^3 - 3$  와 일치하려면  $x$ 축,  $y$ 축으로 얼마만큼 평행이동하면 될까?

$$5. \quad y = x^3 + x^2 + 1$$

$$y = 3x^3 + x^2 + 1$$

$$y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$$

$$y = \frac{1}{6}x^3 + x^2 + 1$$

①  $y = ax^3 + x^2 + 1$ 에서  $a$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

② 각 그래프들의 공통점은 무엇인가?

6.  $y = -x^3 + x^2 + 1$

$$y = -3x^3 + x^2 + 1$$

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$$

$$y = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 + 1$$

①  $y = ax^3 + x^2 + 1$ 에서  $a$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어떻게 변화했는지 설명하여라.

② 각 그래프들의 공통점은 무엇인가?

7.  $y = x^3 + 2x^2 + x$

$$y = x^3 + 2x^2 + x + 3$$

$$y = x^3 + 2x^2 + x - 2$$

①  $y = x^3 + 2x^2 + x + a$ 에서  $a$ 값이 달라짐에 따라 그래프는 어느 방향으로 얼마나 이동하는지 설명하여라.

8.  $x = y^3$

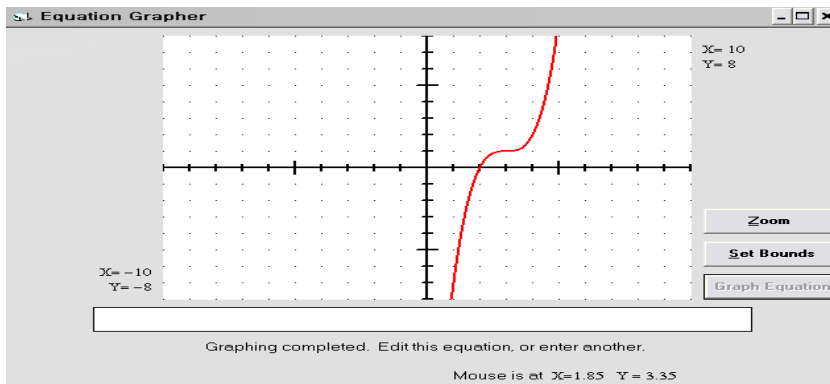
$$x = \frac{1}{2} y^3$$

$$x = y^3 + 2$$

$$x = (y+5)^3 - 3$$

① 위의 함수들은  $x$  변수와  $y$  변수가 바뀌었다.  $y = f(x)$  꼴의 함수들과 다른 점은 무엇인지 설명하여라.

9. 다음 주어진 그래프에 대한 함수를 구하여라.

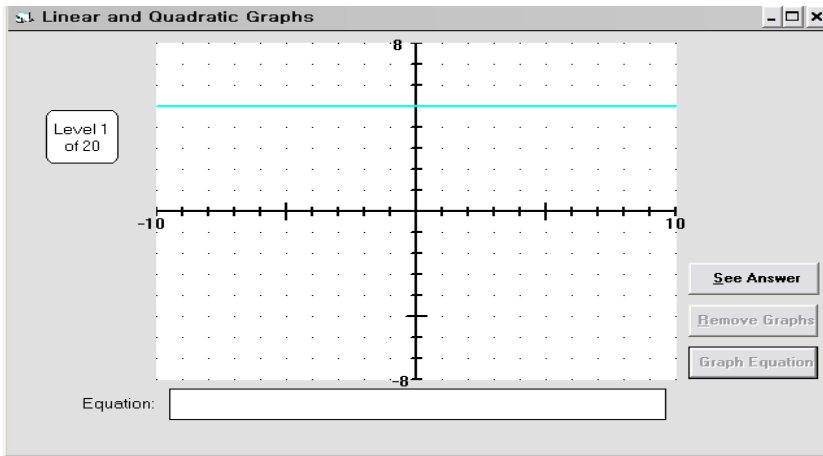


### 활동지 3

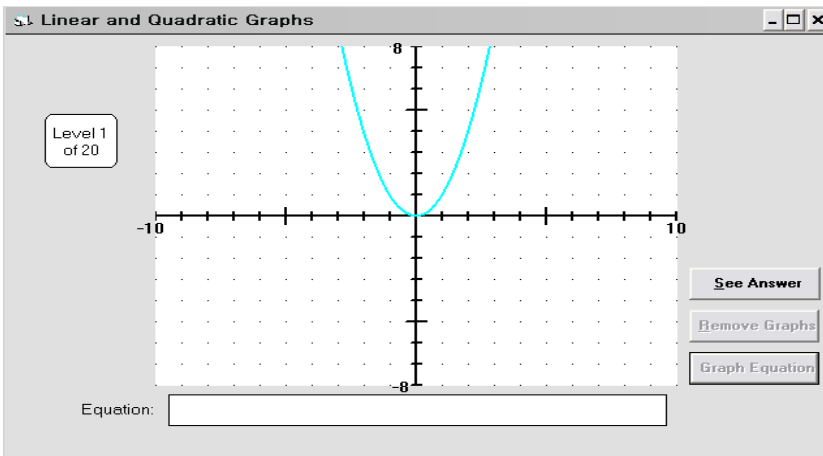
다양한 형태의 그래프 특징을 알아보자.

Linear & Quadratic Graphs를 이용하여 다음 그래프의 식을 구해보자.

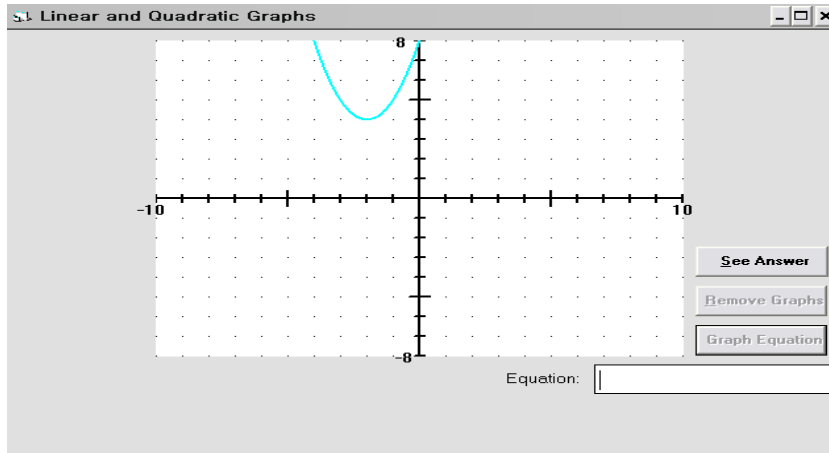
1. line 단계에서 level 1-20 까지의 그래프 식을 구해보자.



2. parabolas 단계에서 level 1-20 까지의 그래프 식을 구해보자.



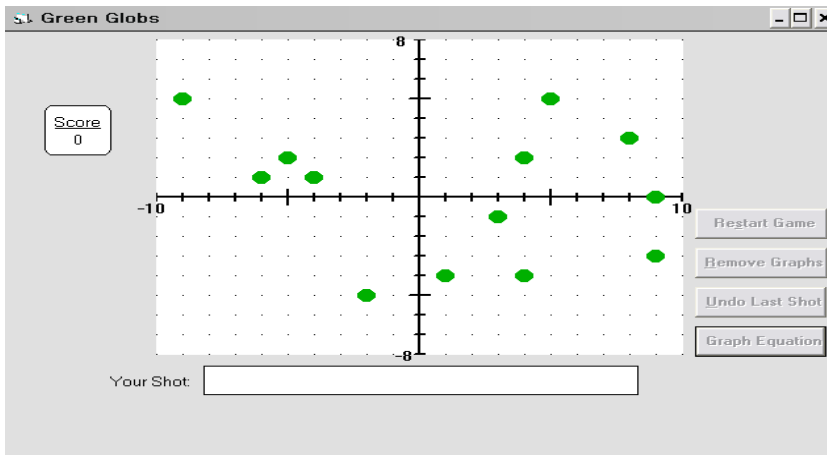
3. mixed graphs 단계에서 line과 parabolas 선택한 후 level 1-20 까지의 그래프 식을 구해보자.



## 활동지 4

게임 형태의 Green Globs를 이용하여 그래프 특징을 알아보자.

1. novice 게임에서 line과 parabolas를 이용하여 높은 점수를 얻을 수 있는 그래프를 구해보자.
2. novice 게임에서 line과 parabolas, circles를 이용하여 높은 점수를 얻을 수 있는 그래프를 구해보고 1번과 비교해보자.



## 저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20048167	과 정	석사
성 명	한글: 김 경 희    한문: 金 炘 姬    영문: Kim kyoung-hee				
주 소	광주광역시 서구 금호동 모아아파트 104동 1306호				
연락처	010-5147-8311    E-MAIL: 6018310@hanmail.net				
논문제목	한글 :수학교과에서 관계적 이해를 위한 소프트웨어 활용에 관한 연구 - skemp 수학학습이론을 중심으로 - 영문 :A Study on Software Application for Relational Understanding in Mathematics Subject -Based on Mathematical Learning Theory by Skemp-				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다        음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함.  
다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2008년 2월 일

저작자: 김경희 (서명 또는 인)