



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2023년 2월
석사학위논문

FEA기법에 의한 마이크로급 축류식 프로펠러 수차의 성능해석

조선대학교 대학원

기계시스템 · 미래자동차공학과

박 종 현

FEA기법에 의한 마이크로급 축류식 프로펠러 수차의 성능해석

Performance Analysis of Micro-Accelerated Axial Flow
Propeller Tractors by FEA Method

2023년 2월 24일

조선대학교 대학원

기계시스템 · 미래자동차공학과

박 종 현

FEA기법에 의한 마이크로급 축류식 프로펠러 수차의 성능해석

지도교수 김 재 열

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함

2022년 10월

조선대학교 대학원

기계시스템 · 미래자동차공학과

박 종 현

박종현의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교수 김지훈 (인)

위원 조선대학교 교수 정현철 (인)

위원 조선대학교 교수 김재열 (인)

2022년 12월

조선대학교 대학원

목 차

LIST OF FIGURES	iii
LIST OF TABLES	v
Abstract	vi
제 1 장 서 론	1
제 1 절 연구배경	1
제 2 절 연구 목표 및 내용	3
제 2 장 이론적 배경	4
제 1 절 소수력발전의 개요	4
1. 소수력발전의 원리	4
2. 소수력발전의 분류	4
3. 프로펠러 수차의 구조	9
4. 수차효율에 대한 원리	10
제 2 절 FEA의 원리	14
1. 유한요소법의 배경	14
2. 4절점 Tetra 유한요소법	19
3. Tetra 요소를 사용한 FEA 이론	21

제 3 장 프로펠러 수차 모델의 수치해석	31
제 1 절 수차의 성능해석	31
1. 형상 모델링	31
2. 지배방정식과 수치해석 방법	33
3. 난류모델	35
제 2 절 임펠러의 구조해석	42
1. 임펠러 Von Misess 응력해석	42
2. 임펠러의 변위해석	48
3. 가이드파이프 Von Misess 동적 응력해석	50
제 3 절 수차 구성품 진동해석	56
1. 임펠러의 진동해석	56
2. 샤프트의 진동해석	61
3. 고정깃의 진동해석	68
4. 수차동력모듈의 진동해석	72
제 4 절 CFD를 이용한 수차 성능분석	76
1. 고정깃, 임펠러 압력분포 해석	76
2. 수차내 유동특성 분석	81
제 4 장 결 론	85
참 고 문 헌	86

LIST OF FIGURES

Fig. 2-1 Water Turbine Application Range According to Flow Rate	9
Fig. 2-2 Finite Element Types and Methods	15
Fig. 2-3 Dominant Equation Expressed by Node Displacement	16
Fig. 2-4 Tetra Element with Nodes	18
Fig. 3-1 Propeller Turbine 3D Geometry Modeling	31
Fig. 3-2 Optimization Process Using Structural Analysis	42
Fig. 3-3 Loads on the Impeller during Aberration Operation	44
Fig. 3-4 Fixed Boundary Conditions and Load Direction of Impellers	44
Fig. 3-5 Finite Element Modeling of Impellers	45
Fig. 3-6 Von Misess Stress on the Impeller Under Rear Load	46
Fig. 3-7 Front view of Impeller Von Misess Stress	47
Fig. 3-8 Finite Element Modeling with Tetra and Hexa Elements	48
Fig. 3-9 Rotating Impeller Displacement Analysis	49
Fig. 3-10 Finite Element Modeling and Load Conditions for Turbine Guides	51
Fig. 3-11 Dynamic Analysis of Water Turbine Time History	55
Fig. 3-12 Free Vibration Analysis of Impellers	58
Fig. 3-13 Natural Vibration Analysis of Impellers	60
Fig. 3-14 Graphs of the Natural and Free Frequencies of the Impeller	61
Fig. 3-15 Shaft Finite Element Modeling	62
Fig. 3-16 Free Vibration Analysis of Sharft	65
Fig. 3-17 Natural Vibration Analysis of Sharft	67
Fig. 3-18 Free and Natural Frequencies of the Impeller	68
Fig. 3-19 Fixed Blade Finite Element Modeling	69
Fig. 3-20 Free Vibration Analysis of Fixed Collar	71
Fig. 3-21 Graphs of the Free Frequencies of the Impeller	72

Fig. 3-22 Power Transmission Module Finite Element Modeling	73
Fig. 3-23 Free Vibration Analysis of Power Transmission Module	75
Fig. 3-24 Graphs of the Free Frequencies of the Transmission Moduler	76
Fig. 3-25 Fixed Collar Fluid Pressure Distribution	78
Fig. 3-26 Impeller Fluid Pressure Distribution	81
Fig. 3-27 Turbine Internal Flow Rate	83
Fig. 3-28 Create Impeller Cap Top Vortex	84

LIST OF TABLES

Table 2-1 IPCC Classification Criteria by Generation Capacity	5
Table 2-2 Types of Water Turbine Generators and Falls	6
Table 2-3 Typical Efficiency of Turbines and Water Wheels	7
Table 2-4 Calculation Method of Effective Fall of Impulsive Aberration and Reactionary Abrration	8
Table 2-5 Classification by Direction of Water on Turbine	11
Table 2-6 The Relationship between the Behaviors that Occur in an Area	16
Table 3-1 Finite Element Analysis Process	32
Table 3-2 Material Properties of Impellers	43
Table 3-3 Impeller Element Quality	46
Table 3-4 Impeller Element Quality	49
Table 3-5 Material Properties of Guidepipe	50
Table 3-6 Guidepipe Element Quality	51
Table 3-7 Material Properties of Sharft	62
Table 3-8 Sharft Element Quality	63
Table 3-9 fixed blade Element Quality	69
Table 3-10 Power transmission module Element Quality	73

ABSTRACT

Performance Analysis of Micro-Accelerated Axial Flow Propeller Tractors by FEA Method

Jonghyun Park

Advisor : Prof. Jae-Yeol Kim, Ph.D.

Dept. of Mechanical Engineering,

Graduate School of Chosun University

Air pollution caused by combustion due to indiscriminate use of fossil fuels in today's society is becoming a big problem worldwide. The increase in greenhouse gas emissions has led to a rapid and steady rise in global temperature, and the warming problem caused by climate change can lead to a rise in seawater every year, which can lead to fatalities in many cities and countries. However, even if all greenhouse gas emissions are stopped immediately, global temperatures are expected to continue to rise in the future. For this reason, the value of new and renewable energy is becoming important, and as awareness increases, many support and research are being conducted in each country. Korea has an average annual precipitation of 1207.4mm, and in the case of Korea, where precipitation is abundant and 2/3 is composed of mountainous areas, there are many unused small-scale hydro resources in each region. The propeller aberration, which is the subject of this study, has the advantage of being suitable for low chickenpox and large volume flow rates, but also has the advantage that the pitch cannot be adjusted because the blade is fixed. For this reason, initial design and verification of it are important, and Finite Element Method (FEA) numerical analysis is used to reduce time and cost. It is intended to verify the stability of the aberration and analyze the performance characteristics through FEA.

제 1 장 서 론

제 1 절 연구배경

현 사회에서 무분별한 화석연료 사용으로 인해 연소했을 때 발생한 대기 오염은 전 세계 적으로 큰 문제로 대두 되고 있다. 화석연료로 인한 지구온난화 전세계 대기중의 이산화탄소(CO₂)농도는 418ppm으로 지구 온도는 산업화 이전 수준에 비해 1.1℃ 상승했다. 온실가스 배출량의 증가는 지구 온도 상승을 빠르고 꾸준하게 이끌었고, 이러한 기후변화로 인한 온난화 문제는 매년 해수상승으로 이어져 여러 도시나 국가에 치명적으로 이어질 수 있다. 이는 다시 전 세계적으로 재앙적인 사건을 유발시키고 있다. 호주와 미국에서는 지금까지 기록된 것 중 가장 파괴적인 산불을 경험했고, 아프리카, 중동, 아시아의 일부 지역에서는 메뚜기들이 떼를 지어 몰려다니며 농작물을 황폐시키고 있으며, 남극에서는 처음으로 기온이 20℃이상 상승하는 폭염을 경험하고 있다. 이 같은 기후위기로 인해 열대성 폭풍과 허리케인, 폭염 및 홍수와 같은 기상 이변 현상이 이전보다 더 강렬하고 빈번해지고 있다. 그러나 모든 온실가스 배출이 즉시 중단되더라도 지구 온도는 앞으로도 계속 상승할 것으로 예측된다. 그렇기 때문에 우리가 온실가스 배출을 획기적으로 줄이고, 재생 가능한 에너지 자원에 투자하여 가능한 한 빨리 화석연료의 의존도를 단계적으로 줄이는 것이 절대적으로 필요하다. 이러한 문제에도 불구하고 2021년 세계 에너지 사용량은 석유 29%, 석탄27%, 천연가스 24%, 전력 10%로 석유와 석탄 사용량이 과반수를 넘는 실정이다. 1992년 유엔기후변화협약을 시작으로 현재까지 많은 기후변화협상이 이루어 졌지만, 환경문제는 매년 심각해지고 있다.

이로 인해 신재생에너지의 가치는 중요시 되고 있으며, 인식이 높아짐에 따라 각 국가에서 많은 지원과 연구가 이루어지고 있다. 이렇게 범세계적으로 주목 받고 있는 신재생에너지의 종류는 다양하다. 수소에너지, 연료전지, 태양열, 풍력, 수력, 해양, 바이오 등이 있으며, 그중 수력에너지는 2019년까지 수력발전은 미국 전체 연간 재생 가능 전력 생산의 가장 큰 원천이었으며, 소수력발전 같은 경우 일반하천, 농업용저수지, 정수장, 하수처리장, 육상양식장 같은 기존에 설치되어 있는 구조물을 이용하여 잉여에너지를 저비용으로 개발이 가능하다는 장점이 있다.

소수력발전은 환경적 영향이 적고 설치 형태별로 에너지 회수가 가능한 기술이기에

기존 인프라에 대한 마이크로 수력에 대한 관심이 높아지고 있다. 우리나라는 연평균 강수량이 1207.4mm로써, 강수량이 풍부하고 2/3가 산지로 구성되어 있는 국내 같은 경우, 각 지역마다 많은 미활용 소규모 수력자원이 부존하고 있다. 여러 형태의 수차 종류 중 하나인 프로펠러 수차는 카플란 수차 대비 구조가 간단하며 내부설비가 작기 때문에 경제적인 수차이며, 저낙차 지역에서 중저유량에 사용하기 적합한 수차이다. 신재생 에너지 중에서 특히 수력터빈은 대부분 크게 제작이 되어, 점성손실이 덜 중요하게 되고, 95% 이상의 총 효율을 얻을수 있는 장점이 있다. 본 연구 대상인 프로펠러 수차는 낮은 수두와 큰체적유량에 적합하다는 장점이 있지만, 블레이드가 고정식이라 피치 조절이 못한다는 점도 있다. 동일한 기술수준에서 수자원 활용이 늘어갈수록 수자원의 입지조건에 부합하는 터빈의 성능은 상대적으로 떨어질 수 밖에 없다. 이를 극복하기 위해서는 현장최적화 설계 및 새로운 형태의 터빈 개발이 필요하다.^[1]

이러한 이유로 초기설계와 그에 대한 검증이 중요시 되는데, 시간과 비용을 줄일 수 있는 편미분 방정식을 이용한 FEA(Finite Element Method) 수치 해석이 사용된다. 산업계에서 실증 시험을 통해 제품을 검증하지만, 시간적인 경우로 여러 설계제품을 실증 시험을 하긴 어려운 실정이며, 특히 수차와 같은 경우 크기와 부피가 커서 원자재와 가공비가 많이 들고 임펠러의 각 조절에 대한 여러번의 시험을 거치기에는 큰 비용이 들게 된다. 이런 이유로 유한요소법을 활용한 FEA를 사용하여 검증을 거치게 되는데 유한요소법이란 유체역학, 구조해석, 열전달, 전자기학 등의 연속적인 범위를 가지는 문제를 3D 모델링을 범위로 격자를 요소망으로 세분화된 범위로 나누어, 미분 방정식 형태로 구성되는 자연 현상을 선형대수 방정식으로 구성하여 근사해를 구하는 기법이다. 전자계산기 기술 발전으로 1950년대 이후 획기적인 발전을 시작으로, 1970 년대에 들어서는 물리적 시스템을 수치적으로 모델링하는 응용수학의 한분야로 자리 잡게 되었다. 현재의 FEA는 고성능 PC와 여러 소프트웨어 회사들의 업데이트를 거친 결과 해석시간은 더욱 더 짧아졌고, 해석결과는 90% 이상의 정확성을 보이고 있다. FEA에 대한 연구는 해석 가속화 솔버 개발, 알고리즘 개발등 활발한 연구가 진행중이다.

제 2 절 연구 목표 및 내용

본 논문의 가장 큰 연구 목표는 육상양식장의 잉어 배출수를 이용한 진동, 압력 외 부환경적인 요인에 안정성을 가지는 프로펠러 수차에 대한 연구이다.

본 연구를 위한 첫 번째로 구조해석을 시행한다. 수차의 핵심 부품인 임펠러는 수차 내부 유체압력에 의한 하중과 원심력을 받는다. 이는 잘못된 설계시 임펠러의 베인에 영향이 갈 수 있으며, 이는 수차효율에 이상이 생길 수 있다. 임펠러의 구조해석을 통한 강성 및 안전계수로 구조 안정성을 평가하기 위함이다.

두 번째는 수차의 진동 특성 분석이다. 수차는 대개 설치시 최소 30년이상 사용을 하게 되는데, 이 기간동안 축 정렬, 마모, 부적절한 구동 등의 여러 요인에 의하여 진동 발생빈도가 높아지게 되며, 이는 소음 및 수명단축과 더불어 수차 효율 저하로 이어진다. 외부에 설치되는 수차는 외력을 받게되고 동일 주파수가 생성되어 공진 현상이 발생됨을 방지하기 위함이다.

세 번째는 CFD 해석을 통한 수차의 성능특성 분석이다. 수차의 경우 크기와 원자재의 이유로 제작기간이 한달이상 소요되고, 큰 비용이 들어간다. 이로인해 여러 초기 설계, 변경설계의 실증시험을 여러번 하는 것은 실질적으로 힘들며, CFD해석을 통한 성능 분석 효율 확인이 중요시된다. 수차의 설치 장소에 따른 외부적 환경요인, 낙차 거리, 유량속도 등의 정보를 가지고 해석을 시행하여, 캐비테이션 현상의 유무와 배출되는 유량의 수차효율을 분석하고 수차의 고성능화 및 현장 최적화에 관한 연구를 수행한다.

따라서 본 논문은 잉어에너지를 활용하여, 고 효율을 낼 수 있고, 상대적으로 단가가 저렴한 수차의 장점과 더불어 설치장소, 낙차 같은 외부환경 요인에 영향을 많이 받는 단점을 가진 프로펠러 수차가 지금 보다 더 여러 장소에 적용이 가능할 수 있도록 기존에 문제가 되는 임펠러의 강성 및 진동과 수차 효율저하 현상을 개선 해결하고자 하는 연구를 진행한다.

제 2 장 이론적 배경

제 1 절 소수력발전의 개요

1. 소수력발전에 대한 원리

수력발전이란 재생에너지원인 물이 떨어지는 위치에너지를 이용하여 수차를 회전시켜 원동기의 토크를 얻을 수 있는 기계에너지로 변환하고 이것을 다시 전기 에너지로 변환하는 방식으로 정의한다.

낙차(H)는 상부에서 하부로 이용 가능한 최대 수직거리이며, 유량(Q)은 초당 지나가는 물의 양(m^3/sec)으로 수차를 회전시킨다. 즉, 흐르는 물의 낙차가 높고 유량이 많을수록 발전량은 많아지게 된다.

수차는 크게 반동형 총동형 두 그룹으로 분류가 된다.

총동수차인 펄톤 및 크로스 터빈은 고속으로 분사되는 물에 의해 회전되는 러너를 사용한다. 터빈에서 물은 상승하는 유체 역학적 힘을 생성하는데 사용되며, 이 힘은 러너 블레이드를 회전시킨다. 일반적으로 러너형 터빈은 높은 헤드 용도에 더 적합하며 반응 러너형 터빈은 낮은 헤드 수력 설비에 가장 적합하다.

반동수차인 카플란 및 벌브, 프로펠러 터빈은 물의 축방향 흐름을 이용하여 러너 블레이드를 회전시키는 유체학적 힘을 개발하게 된다. 총동수차와는 달리 반동수차는 물에 완전히 잠기게 되고, 가이드 베인은 터빈의 상류에서 입구 소용돌이를 만들기 위해 설치되며, 이는 효율성을 높여주게 된다.^[2]

2. 소수력발전의 분류

소수력 발전은 CO2를 배출하지 않는 깨끗하고 재생 가능한 에너지이며, 안정적인 전력공급의 확보, 지구환경보전 등의 관점에서, 앞으로 체계적으로 개발·촉진 되어야만 하는 중요한 자연에너지이다. 현재 국가별 소수력 발전 보급 현황은 중국 38,500(Mw), 이탈리아 2,233(Mw), 프랑스 1,956(Mw) 순이며, 국내는 아직 65(Mw)인 실정이다. 선진국에서는 소수력 개발의 사회 경제적 중용성을 인식하고 수문학적 자

료 등 기초 통계 자료의 확보와 기술개발 및 보급에 힘을 기울여 에너지원으로서 뿐만 아니라 주요 에너지 산업으로 자리를 잡아가고 있다. 소수력 개발을 위한 자원의 타당성 평가 기법, 발전소의 최적 설계기법, 수차 발전 시스템의 간소화 및 표준화, 자동제어 시스템의 개발 및 최적 운용기법 개발 등을 통하여 국가차원에서 기술을 개발하여 소수력 발전소가 전세계적으로 매우 광범위하게 가동중이다. 최근 해외에서는 소수력 발전의 장점이 최대한 활용되도록 연구가 늘고 있다. 소수력발전의 특성으로는 소형이며, 좁은 지역에 적은 비용으로 간편하게 설치할 수 있다는 것이다. 다만 소수력 발전에 대한 기준은 지형조건 등의 이유로 국가별로 상이하며, 이는 표 2-1에 나타내었다.^[3] 수력발전과 소수력발전의 특성비교로는 다음 표 2-2에 나타내었다.^[4]

Table 2-1 IPCC Classification Criteria by Generation Capacity

Country/International Organization		Classification(kW)		
		Micro	Mini	Small
International Conferences on Small Hydropower		< 100	101 ~ 500	501 ~ 10,000
Asia	Thailand	< 200	201 ~ 6,000	6,001 ~ 15,000
	China	< 100	101 ~ 500	501 ~ 50,000
	Malaysia	< 25	25 ~ 500	< 5,000
	Nepal	< 50	< 500	< 5,000
	India	< 100	< 2000	< 15,000
Americas	Panama	< 100	101 ~ 1,000	1,001 ~ 10,000
	U.S.	< 500	501 ~ 2,000	< 15,000
Europe	Turkey	< 100	101 ~ 1,000	1,001 ~ 5,000
	France	< 500	501 ~ 2,000	2,001 ~ 8,000

Table 2-2 Types of Water Turbine Generators and Falls

Class	Small Hydropower / Turbine Type	Big Hydropower / Turbine Type
Character	<ul style="list-style-type: none"> - Needs : supply electricity, high technology - Specialized tech. low investment cost - Storage method, miniaturization, long PLC - Easy to install, easy to check and repair - Miniature product 	<ul style="list-style-type: none"> - Main Purpose : Generating Electricity - Need high investment & specialists - Require broad area, becoming larger,short PLC - Require a tower with a certain height over - Need high quality maintenance, repair and test
Application Range	<ul style="list-style-type: none"> - Horizontal axis structure, generating facilities for small and narrow area 	<ul style="list-style-type: none"> - Build a Dam complex for generation, variable types of turbine, large type product, vertical axis
Equipments	<ul style="list-style-type: none"> - Helidal current product (Micro, Pico, Turbine) 	<ul style="list-style-type: none"> - Counteraction type, impulse type (Pelton, Francis)

국내의 소수력 발전의 보급 잠재량은 일반하천 120개소 1,412,500kW, 농업용 보 18,252개소 5,000kW, 화력발전소 냉각수 25개소 19,956개소 19,956kw 순으로 결코 적은 양이 아니다. 국내의 특성상 소수력 발전은 저낙차, 터널식 및 댐식으로 많이 이용된다. 이중 반동수차중 하나인 원심식 프란시스 수차가 편하여 널리 쓰이지만, 수차의 성능과 경제성을 고려한다면 프로펠러 수차도 충분히 훌륭한 수단이다. 저낙차

지역에서 수압관에 유입된 고압의 물이 안내날개를 통해 러너의 반지름 방향으로 들어와 속도를 상승시킨 다음 축방향으로 방향을 바꿔 수차내의 물이 유출될때까지 반동력으로 회전을 얻어 유출 에너지를 상승시킨다. 소수력의 고효율의 위해서는 첫 번째로 고려할 점은 설치 환경에 맞는 적절한 터빈 선정이다. 수차의 경우 최대 95%까지 높은 효율이 가능하며 현재 일반화 되어있는 수차의 종류별 효율은 표 2-3과 같고, 충동수차와 반동수차에 따른 유효낙차 계산방식은 표 2-4와 같다.

Table 2-3 Typical Efficiency of Turbines and Water Wheels

Prime Mover		Efficiency Range(%)
Impulse turbines	Pelton	80 ~ 90
	Turgo	80 ~ 95
	Cross-flow	65 ~ 85
Reaction turbines	Francis	80 ~ 90
	Pump-as-turbine	60 ~ 90
	Propeller	80 ~ 95
	Kaplan	80 ~ 90
Water wheels	Undershot	25 ~ 45
	Breastshot	35 ~ 65
	Overshot	60 ~ 75

Table 2-4 Calculation Method of Effective Fall of Impulsive Aberration and Reactionary Aberration

Types of Hydraulic Turbine	Calculation Method of Effective Fall
Impulse Turbine	<ul style="list-style-type: none"> - $H_e = H_g - HL_1 - HL_2 - V^2/2g - h$ - Here, HL_1 : Losses between intake and tank (m) - HL_2 : Loss of water tank and water turbine inlet (m) - h : The difference between the water level of the intake and the intake pipe (m) - V : Flow rate at the outlet of the intake pipe (m/s) - $V^2/2g$: Losses at the outlet of the intake pipe (m)
Reaction Turbines	<ul style="list-style-type: none"> - $H_e = H_g - HL_1 - HL_2 - h$ - Here, HL_1 : Losses between intake and tank (m) - HL_2 : Loss of water tank and water turbine inlet (m) - h : The difference between the center of the water turbine and the water level of the water outlet (m)

프로펠러수차의 구조로써는 주축에 연결되어 물이 가진 에너지를 기계적 에너지로 변환시키는 러너와, 부하 차단 시 급격한 상승에 견딜 수 있는 강도가 요구되는 케이싱, 러너 바깥에 배열하여 유수의 방향을 조정함으로써 유량을 공급하는 안내날개, 안내날개의 개도를 통해 유수량을 조절하는 스피드 링이 있다. 특징으로는 적용 낙차가 2~50m로써 적용 낙차 범위가 굉장히 넓으며, 고낙차 영역에서는 펄톤 수차에 비해 수차발전기가 소형이므로 구조가 간단하고 가격이 저렴하다는 점이 있다. 낙차와 유량이나 유량변화에 따른 수차의 적용 범위는 그림 2-1과 같다.

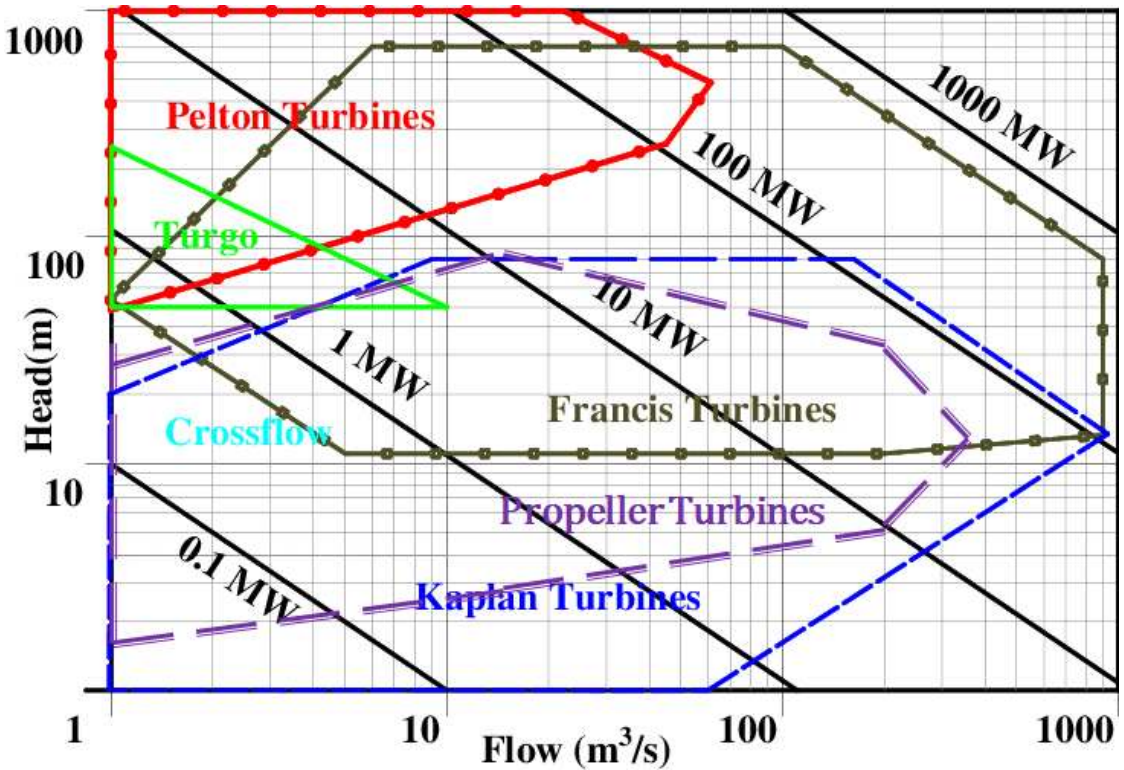


Fig. 2-1 Water Turbine Application Range According to Flow Rate

3. 프로펠러 수차의 구조

일반적으로 수력에 의한 발전기는 물의 낙차를 이용하여 상기의 회전축을 회전시키는데 이러한 회전축을 회전시키는 장치를 수차라 한다. 즉 수차 발전기는 물의 낙차를 이용하여 전력을 생산하는 장치이다.

반동수차는 물의 위치에너지를 속도에너지와 압력에너지로 변환시키고 수차의 가이드 베인에서 가속시킨 수류를 터빈에 작용시키면 터빈내에서 압력강하때 생기는 반동력에 의해 터빈날개가 회전하는 수차이다. 프란시스 수차는 40 ~ 900m 고낙차 지점, 사류 수차는 40 ~ 180m, 프로펠러 수차는 3 ~ 90m 의 저낙차 지점으로 분류 된다.

프로펠러 수차의 주요 부분으로써는 회전차와 안내깃, 케이싱, 흡출관, 주축, 서보모터로 구성되어 있다. 회전차는 고정익과 가동익 2개로 성되어 있으며, 가동익은 낙차나 부하의 변동에 유리하게 해준다.

4. 수차효율에 대한 원리

수차의 효율에서 첫 번째로 고려해야 할 점은 자연낙차(총낙차)로써 취수구와 방수로와의 고저차를 제일 먼저 고려하게 된다. 유효낙차는 총낙차에서 수로, 수압관, 방수로의 손실수두 즉 에너지 손실 뺀 것으로, 관계식은 식 (2-1)로 표현된다.

$$H = H_g - (\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3) \quad (2-1)$$

여기서 ΔH_1 은 수로의 손실수두, ΔH_2 는 수압관의 손실수두, ΔH_3 은 방수로의 손실수두를 뜻한다. 이에 따른 이론출력은 다음 식(2-2)로 표현된다

$$L_{th} = \gamma HQ [kg \cdot m/s] = \frac{\gamma HQ}{102} [kW] = \frac{\gamma HQ}{75} [PS] \quad (2-2)$$

따라서, 식(2-1,2)를 이용하게 되면 발전기 효율과 수차 효율과 발전기 효율을 구할 수 있고, 이를 이용한 발전기 출력은 다음 식(2-3)으로 표현된다.

$$L_g = \frac{\gamma HQ}{102} \cdot \eta \cdot \eta_g = 9.8 HQ \cdot \eta \cdot \eta_g [kW] \quad (2-3)$$

설치 환경에 따라 수차의 종류를 선택을 하게 될 때, 외부적 요인으로 낙차에 따른 수차의 형식을 다음 식(2-4,5)로 고려할 수 있으며, 유입과 유출의 유속 및 압력을 가지고 다음 식(2-6)으로 고려할 수 있게된다.

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + H_t \quad (2-4)$$

$$H_2 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} \quad (2-5)$$

$$H = H_1 - H_2 = H_t + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \quad (2-6)$$

여기서 H_t 는 유입과 유출구의 높이차, H_1 는 유입하는 물이 갖는 수두, H_2 는 유출하는 물이 갖는 수두, v_1, v_2 는 유입, 유출 유속, p_1, p_2 는 유입, 유출 압력을 뜻한다.

물 에너지 종류에 의해 분류하자면, 중력수차는 H_t 에 의한 영향을 받으며, 펄톤수차 등의 충동 수차는 속도에 의한 영향으로 (2-5)식의 계산되고, 프란시스 수차와 프로펠러 수차 등의 반동수차는 속도와 압력에 의한 영향으로 식(2-6)으로 계산된다.

물이 수차에 미치는 방향에 의한 분류는 표 2-5와 같다.^[5]

Table 2-5 Classification by Direction of Water on Turbine

Head Classification	Turbine Type		
	Impulse	Reaction	Gravity
High (> 50m)	- Pelton - Turgo		
Medium (10 ~ 50m)	- Crossflow - Turgo - Multi-jet Pelton	- Francis (spiral case)	
Low (< 10m)	- Corssflow - Undershot waterwheel	- Propeller - Kaplan - Francis (open-flume)	- Overshot waterwheel - Archimedes Screw

수력효율을 구하는 식은 다음 식(2-7)과 같다.

$$\eta_h = \frac{H - \Delta H_i}{H} \quad (2-7)$$

여기서 ΔH_i 는 전손실 수두로써, 수력손실, 충돌손실, 배기손실 되는 에너지를 뜻한다.

체적 효율또한 손실유량을 대입해서 구하게 되는데, ΔQ 를 손실유량으로 보면 다음 식(2-8)과 같다.

$$\eta = \frac{Q - \Delta Q}{Q} \quad (2-8)$$

이 다음에는, 물이 수차의 회전차에 주는 동력을 이용한 수동력을 다음 식(2-9)로 구할 수 있고, 이 수동력을 이용하여 물의 비중량(γ) 9800 N/m^3 대입하여 기계효율 구하는 식은 다음 식(2-10)로 표현된다.

$$L_w = \gamma(H - \Delta H_i)(Q - \Delta Q) \quad (2-9)$$

$$\eta_m = \frac{L}{L_w} \quad (2-10)$$

여기서 L 은 제동 출력을 뜻 하며, 수동력에서 기계적 손실에 상당하는 동력 (ΔL_m)을 뺀 동력이며, L_w 는 수차 내의 물이 회전차에 미치는 출력을 뜻 한다.

그런 다음 제동 출력과 이론 출력을 이용한 전효율 공식은 다음 식(2-11)로 표현된다.

$$\eta = \eta_h \eta_v \eta_m = \frac{L}{\gamma H Q} = \frac{L}{L_{th}} \quad (2-11)$$

원형의 수차와 같은 운전상태 하에서 단위낙차에 작용시켜 단위출력을 발생하게 하는 상사적 모형 수차의 회전수를 구하는 수차의 비속도는 다음 식(2-12)로 표현된다.

$$n_s = N \frac{L^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (2-12)$$

여기서 단위는

$$n_s = [kW] \quad N(\text{rpm}), H(\text{m}), L(\text{kW})$$

$$n_s = [PS] \quad N(\text{rpm}), H(\text{m}), L(\text{PS})$$

$$n_s = [PS] = 1.116 n_s [kW]$$

가 된다.

제 2 절 FEA의 이론

1. 유한요소법의 배경

유한요소법이란 공학과 과학에서 여러 가지 물리 문제들을 수학모델로 구현하여, 편미방정식(PDE)이나 적분, 열전달 방정식등으로 근사해를 구하는 것이다. 연속체인 구조물을 1차원인 막대, 2차원인 삼각형이나 사각형, 3차원인 중실체(사면체, 육면체)의 유한개의 요소로 분할하여 각기의 영역에 관하여 에너지 원리를 기초로 하는 근사해법에 기하여 계산을 해나가는 수치계산 방법이다.

FEM이란 근사해를 구하는 여러 수치해석 기법중 하나로 고체 및 구조역학 문제를 푸는것으로써, 가장 널리 쓰이는 검증된 기법 이다. FEM의 성공비결은 복잡한 형상 및 경계조건을 쉽게 다룰 수 있다는 점에 있다. 정적, 동적, 선형, 비선형 문제에도 쉽게 접근할 수 있다. FEM은 FEA의 기본 절차로 대상 도메인을 여러 개의 유한요소로 나누어, 각 유한요소에 대한 식을 계산(K, R)하게 된다. 개별 유한요소의 식들을 조립하여 전체 시스템 식을 만들어 내 전체 시스템의 식에서 해를 계산(U)한다. 변형을, 응력, 반력 등을 계산하고 시각화 시켜 보여준다.

허나, FEA의 해는 근사해이므로 여러 에러가 생길 수 있고, 어떤 소프트웨어는, 수치해가 잘못 입력되 있어도, 경고 메시지만 생기고 해석이 진행되는 경우도 있다. 이러한 이유로 해석시 적절한 유한요소법과 입력값을 잘 설정하여야 하며, 해석이 끝난 후 경고 메시지를 세심하게 살펴봐야 할 필요가 있다. 유한요소 대상의 4대요소로는 형상(Geometry), 재질(Materials), 하중(Loads), 경계조건(Boundary conditions) 가 있다.

유한요소법이란 기계설계나 구조 해석 등의 공학적 문제를 파악 해결하기 위해 일반적으로 널리 사용되고 있으며, 공학과 과학에서 여러 가지 물리 문제들을 수학모델로 구현하여 편미방정식(PDE)이나 적분, 열전달 방정식등으로 근사해를 구하는 것이다. 연속체인 구조물을 1차원인 막대, 2차원인 삼각형이나 사각형, 3차원인 중실체(사면체, 6면체)의 유한개의 요소로 분할하여 각기의 영역에 관하여 에너지 원리를 기초로 하는 근사해법에 기하여 계산을 해나가는 수치계산 방법이다.

유한요소란 일반적으로 유연도법(하중법), 변위법(강성법)으로 구분된다.

여기서 하중법은 미지수로 내력을 사용하여 지배 방정식을 구하기 위해 먼저 평형

방정식과 적합 방정식을 사용하여 필요한 방정식을 추가하는 기법이다. 변위법은 미지수로서 절점 변위를 사용하여 하중에 작용하기 전에 공통 절점이나 공통 모서리, 공통 면에서 서로 연결되어 있다는 적합 조건을 우선 만족하며 평형 조건식과 힘과 변위를 연결하는 식을 이용하여 지배 방정식을 절점의 변위로 표현하는 기법이다. 유한요소의 수행단계로서는 격자 분할과 요소 형태를 결정하고 변위 함수를 선정하게 된다. 변형률-변위와 응력-변형률 관계를 정의하여 요소 강성행렬과 방정식을 유도한다. 전체 행렬 구성 및 경계 조건을 적용하고 미지의 자유도를 편미분방정식을 사용하여 요소 변형률과 응력계산을 풀이한다. 일반적으로 구조물에 사용될 요소는 기하학적 형상이 변하는 곳에는 작은 요소를, 결과값이 상대적으로 일정한 부분에는 큰 요소를 분할하지만 전체 요소 수와 요소의 크기, 사용될 요소형태는 정답이란 없으며 현재도 많은 연구가 진행 중이다. 다음, 변위 함수를 선정함으로써 각각의 요소 내에서 변위 함수를 선택해야 하고 유한요소법에서는 변위와 같이 물체 내에서 연속된 물리량들이 이상모델로서 근사 되고 각각의 요소 내에서 정의된 구간별 연속함수들을 조합해야 한다. 재료 구성 법칙이라 불리는 응력-변형률 법칙을 통해 물체의 거동을 정확히 정의하는 능력으로 적합한 결과를 얻기 위해 가장 중요한 단계이다. 다음 강성행렬과 요소 방정식은 간략히 $[K]\{\Delta\}=\{F\}$ 표현되며, 구조 해석의 배경을 이루는 강성 영향 계수의 개념에서 시작된다. 이는 각 해석영역마다 표 2-6과 같이 표현된다. 구조 해석의 배경을 이루는 강성 영향 계수의 개념에서 시작되고, 유한요소의 유형 및 방법은 그림 2-2처럼 나뉜다.

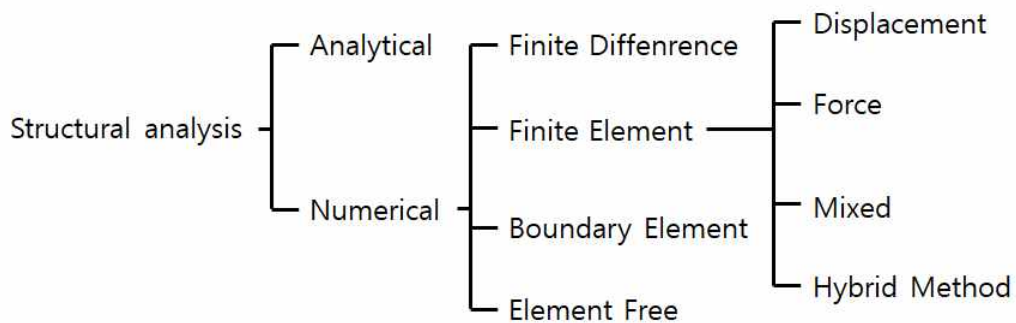


Fig. 2-2 Finite Element Types and Methods

Table 2-6 The Relationship between the Behaviors that Occur in an Area

	$[K]$	$\{\Delta\}$	$\{F\}$
	Matrix N*N	Vector 1*1	vector N*1
	Property	Behavior	Action
Stress Analysis	Stiffness	Displacement	Force
Fluid Analysis	Conduction	Temperature	Heat flux
Fluid Analysis	Viscosity	Velocity flow	Head
Electrostatic Analysis	Conductivity	Voltage	Current Load

여기서 하중법은 미지수로 내력을 사용하여 지배 방정식을 구하기 위해 먼저 평형 방정식을 사용하여 적합 방정식을 사용하여 필요한 방정식을 추가하는 기법이다. 병위법은 미지수로서 절점 변위를 사용하여 하중에 작용하기 전에 공통 절점이나 공통 모서리, 공통 면에서 서로 연결되어 있다는 적합 조건을 우선 만족하며 평형 조건식과 힘과 변위를 연결하는 식을 이용하여 지배 방정식을 절점의 변위로 표현하는 기법이다. 이러한 방법은 그림 2-3에 나타내었다.

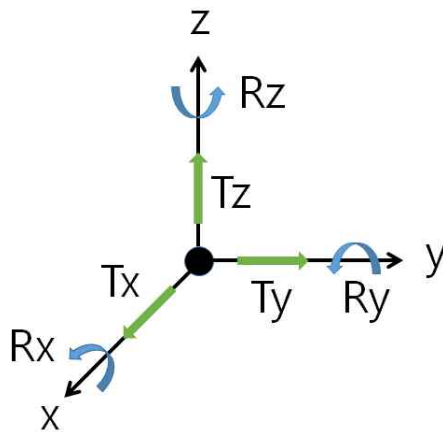


Fig. 2-3 Dominant Equation Expressed by Node Displacement

유한요소의 수행단계로서는 격자 분할과 요소 형태를 결정하고 변위 함수를 선정하게 된다. 변형을-변위와 응력-변형을 관계를 정의하여 요소 강성행렬과 방정식을 유도한다. 전체 행렬 구성 및 경계 조건을 적용하고 미지의 자유도를 편미분방정식을 사용하여 요소 변형률과 응력계산을 풀이한다. 일반적으로 구조물에 사용될 요소는 기하학적 형상이 변하는 곳에는 작은 요소를, 결과값이 상대적으로 일정한 부분에는 큰 요소를 분할하지만 전체 요소 수와 요소의 크기, 사용될 요소형태는 정답이란 없으며 현재도 많은 연구가 진행 중이다. 다음, 변위 함수를 선정함으로써 각각의 요소 내에서 변위 함수를 선택해야 하고 유한요소법에서는 변위와 같이 물체 내에서 연속된 물리량들이 이상모델로서 근사 되고 각각의 요소 내에서 정의된 구간별 연속함수들을 조합해야 한다. 재료 구성 법칙이라 불리는 응력-변형을 법칙을 통해 물체의 거동을 정확히 정의하는 능력으로 적합한 결과를 얻기 위해 가장 중요한 단계이다.

이 다음 개개의 요소 절점 평형 방정식을 전체 절점 평형 방정식으로 조합하여 전체 행렬 구성 및 경계조건을 적용하고 미지의 자유도에 대해 계산하게 된다.

구조 응력 해석 문제에 있어서 중요한 2차 물리량인 응력과 변형률을 계산하고, 이 결과로 구조물의 변형이나 응력 발생 위치를 알 수 있다.

물체 운동의 개별적 이해는 $F = m \frac{d^2x}{dt^2}$ (뉴턴의 운동법칙), 고체 변형의 개별적 이해는 $F = kx$ (후크의법칙), 유체 변형의 개별적 이해는 $F = c \frac{dx}{dt}$ (뉴턴의 점성법칙), 각각의 개별현상에 대한 이해에서 비롯된 인자들과 관계식들이 오늘날에는 통합적으로 이해되어 물체의 운동 현상을 논할 때 $F = m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx$ 와 같은 운동방정식으로 정립되어 이해한다. 유한요소 해석을 위해 물체가 가지는 기하학적 영역을 세분화 시키는 요소망(Mesh) 생성이 필요하다. 일반적으로 유한요소 모델링은 본 형상과 유사할수록 고품질이며, 유한요소망의 자동적 구성으로 직접요소를 사용하는 경우가 대부분이다. 유한요소는 차원, 형상 및 차수에 따라 분류 할 수 있는데, 3차원요소 중 하나인 Hexa 육면체요소는 품질은 좋으나, 기하학적으로 생성이 불가능한 경우가 많다. 사면체 요소는 3차원 요소들 중 가장 기본이 되는 요소로써, 4절점을 가지는 4면으로 구성된다. 사면체 요소는 차수에 따라 모서리에만 절점을 갖는 4절점 1차요소와 모서리 및 각 변의 중앙에도 절점을 갖는 10절점 2차요소가 있으며 이는 그림 2-4

와 같다. 10절점 사면체요소는 선형-변형을 요소로써 요소 내에서 선형적으로 변하는 변형률을 표현할 수 있어 보다 정확한 결과를 산출할 수 있지만 절점의 수가 증가하기 때문에 계산시간이 오래 걸리게 된다.

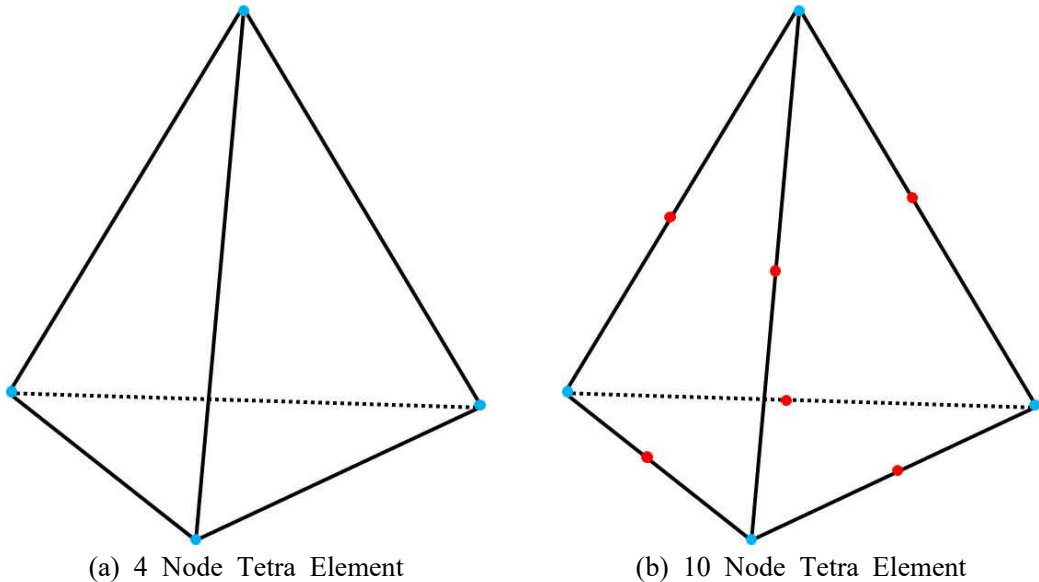


Fig. 2-4 Tetra Element with Nodes

구조해석이란 구조물에 하중이 가해지면 구조물에는 변형이 일어나게 되는데, 이 변형에 가해진 외력과 평형을 이루는 내부 응력이 발생하게 된다. 이와 같은 외력에 대한 대상체의 변형과 응력 분포를 구하는 것을 구조해석이라 한다. 여기서 외력이란 압력하중, 온도하중, 풍력과 수력, 진동 등 대상체의 변형을 유발하는 것으로 정의할 수 있다. 구조물은 힘을 받으면 반력이 발생하며 정역학 이론을 산정하고, 구조물은 변형과 응력은 고체역학과 재료역학을 이용하여 산정해야 한다. 하중은 시간에 따른 변화를 고려하여 정적하중과 동적하중으로 구분된다. 여기서 정적하중이란 구조물의 무게와 같이 시간에 대해 영향을 받지 않는 하중으로 정의되고, 정역학과 고체역학 이론을 이용하여 계산된다. 동적하중이란 구조물의 감속이나 가속에 의해 발생하는 충격 하중, 일정한 rpm으로 회전하는 회전체와 같이 시간에 따라 변하는 하중으로 정의되고, 동역학 이론을 이용하여 계산된다.

일반적인 구조해석 절차는 구조물에 가해지는 하중과 외력을 산정하고, 하중 및 외력을 구조물에 대입하여 반력, 구조물의 변형과 응력값과 위치를 계산한다. 그 다음 변형과 응력값을 검토하고, 변형량과 파괴여부를 확인하게 된다.

2. 4절점 Tetra 유한요소법

4절점 사면체 요소는 고체역학 문제풀이에 사용되는 가장 간단한 3차원 요소이다. 이 요소는 4개의 절점은 가지며, 각 절점은 X, Y, Z 방향으로 3개의 병진 자유도를 갖는다. 4절점 사면체 요소의 형상함수는 2차원인 3절점 삼각요소를 구하는 방법과 유사하며 다음은 삼각요소의 변위장 방정식이다.

$$\begin{aligned}
 u &= C_{11} + C_{12}X + C_{13}Y + C_{14}Z \\
 v &= C_{21} + C_{22}X + C_{23}Y + C_{24}Z \\
 w &= C_{31} + C_{32}X + C_{33}Y + C_{34}Z
 \end{aligned}
 \tag{2-13}$$

절점 변위 u 는 다음 조건을 만족 하여야 한다.

$$\begin{aligned}
 u = u_I &\rightarrow X = X_I \quad Y = Y_I \quad Z = Z_I \\
 u = u_J &\rightarrow X = X_J \quad Y = Y_J \quad Z = Z_J \\
 u = u_K &\rightarrow X = X_K \quad Y = Y_K \quad Z = Z_K \\
 u = u_L &\rightarrow X = X_L \quad Y = Y_L \quad Z = Z_L
 \end{aligned}
 \tag{2-14}$$

위 조건과 마찬가지로 절점 변위 v 와 w 도 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned}
 v = v_I &\rightarrow X = X_I \quad Y = Y_I \quad Z = Z_I \\
 v = v_J &\rightarrow X = X_J \quad Y = Y_J \quad Z = Z_J \\
 v = v_K &\rightarrow X = X_K \quad Y = Y_K \quad Z = Z_K \\
 v = v_L &\rightarrow X = X_L \quad Y = Y_L \quad Z = Z_L \\
 w = w_I &\rightarrow X = X_I \quad Y = Y_I \quad Z = Z_I \\
 w = w_J &\rightarrow X = X_J \quad Y = Y_J \quad Z = Z_J \\
 w = w_K &\rightarrow X = X_K \quad Y = Y_K \quad Z = Z_K \\
 w = w_L &\rightarrow X = X_L \quad Y = Y_L \quad Z = Z_L
 \end{aligned}
 \tag{2-15}$$

각각의 절점 값들을 위(2-13)식에 대입하면 12개의 미지수를 가지는 12개의 방정식을 얻는다.

위 (2-18)식에서 $a_P, b_P, c_P, d_P, \dots, d_L$ 은 다음 식(2-20)으로 표현된다

$$\begin{aligned}
 a_I &= \det \begin{vmatrix} X_J & Y_J & Z_J \\ X_K & Y_K & Z_K \\ X_L & Y_L & Z_L \end{vmatrix} & b_I &= -\det \begin{vmatrix} 1 & Y_J & Z_J \\ 1 & Y_K & Z_K \\ 1 & Y_L & Z_L \end{vmatrix} \\
 c_I &= \det \begin{vmatrix} X_J & 1 & Z_J \\ X_K & 1 & Z_K \\ X_L & 1 & Z_L \end{vmatrix} & d_I &= -\det \begin{vmatrix} 1 & Y_J & Z_J \\ 1 & Y_K & Z_K \\ 1 & Y_L & Z_L \end{vmatrix}
 \end{aligned} \tag{2-20}$$

여기에서 방향 벡터 회전축에 근거한 오른손 법칙을 사용하여 아래첨자를 바꾸어 행렬식을 계산할 수 있다. 예를 들어 a_J 는 다음 식(2-21)같이 계산할 수 있다.

$$a_J = \det \begin{vmatrix} X_K & Y_K & Z_K \\ X_L & Y_L & Z_L \\ X_I & Y_I & Z_I \end{vmatrix} \tag{2-21}$$

여기서 열문제의 경우 절점은 온도와 단일 자유도만 연관시키게 된다. 사면체 절점에 대한 온도 변화는 다음과 같이 표현된다.

$$T = T_I S_1 + T_J S_2 + T_K S_3 + T_L S_4 \tag{2-22}$$

3. Tetra 요소를 사용한 FEA 이론

FEA를 이용한 고체역학 문제 풀이를 하기 위해서는 응력 성분 6개, 변형률 성분 6개, 변위 성분 3개가 필요하다. 다음식은 6개의 응력 성분이다.

$$[\sigma]^T = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}] \tag{2-23}$$

여기서 $\sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz}$ 는 수직응력이고, $\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{xz}$ 는 전단응력이다. 여기서 변위 벡터 $\vec{\delta}$ 는 데카르트 성분에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{\delta} = u(x,y,z)\vec{i} + v(x,y,z)\vec{j} + w(x,y,z)\vec{k} \quad (2-24)$$

한 절점에 변형률 상태는 6개로 구성되며, 다음과 같이 표현된다

$$[\varepsilon]^T = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{zz} \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}] \quad (2-25)$$

여기서 $\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz}$ 는 수직 변형률이고, $\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{xz}$ 은 전단 변형률 성분이다. 이러한 구성요소로 하중으로 인한 구조물의 변위 및 형상변경에 유추할 수 있다. 재료 역학에 대한 변형률과 변위의 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \end{aligned} \quad (2-26)$$

이 변형률과 변위의 관계식을 행렬로 풀면, 다음 식 (2-27)처럼 표현된다.

$$\{\varepsilon\} = LU \quad (2-27)$$

위 식에서,

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2-28)$$

이며,

$$LU = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2-29)$$

로 표현되는데, 여기에서 L 은 선형 미분 연산자이다. 탄성 영역에서는, Hooke 법칙에 따라 응력과 변형 상태가 존재하는데, 이 관계식은 다음 식(2-30)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \\
 \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\
 \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\
 \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx}
 \end{aligned}
 \tag{2-30}$$

여기에서 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 를 뜻하며, 응력과 변형률 관계식은 다음 식(2-31)처럼 간략히 행렬형태로 표현할 수 있다.

$$\{\sigma\} = [\nu] \{\varepsilon\}
 \tag{2-31}$$

여기서 σ 는 응력 ε 는 변형률벡터 ν 는 탄성행렬을 뜻하며, 각 행렬은 (2-32 ~ 34)로 정의 된다.

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}
 \tag{2-32}$$

$$[\nu] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2-34)$$

이므로, 즉 다음 식(2-35)로 표현할 수 있는데,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2-35)$$

이를 역행렬 하면, 다음 식(2-36)로 표현되며,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2-36)$$

여기에서, E 와 ν 는 상수이므로 임의점에서 변형률을 구하면 그 점에서의 응력도 쉽게 계산할 수 있음을 알 수 있다.

여기서 고체 물체가 3축 방향으로 하중을 받는다면 변형에너지 A 는 다음 식(2-37)처럼 표현되며,

$$A^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz} + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{yz}\gamma_{yz}) dV \quad (2-37)$$

이를 간략히 행렬형태로 다음 식(2-38)처럼 나타낼 수 있다.

$$A^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V [\sigma]^T \{\varepsilon\} dV \quad (2-38)$$

Hooke의 법칙을 이용하여 응력을 변형률로 대체하면 식(2-37)은 다음과 같이 표현된다.

$$A^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon]^T [\nu] \{\varepsilon\} dV \quad (2-39)$$

4 절점으로 구성된 사면체 요소는 각 절점마다 x, y, z 축의 3방향으로 3개의 병진 자유도를 가진다. 변위 u, v, w 의 절점 변위와 형상함수로 강성행렬을 표현하면 다음 식(2-76)처럼 나타낼 수 있다.

$$\{u\} = [S] \{U\} \quad (2-40)$$

여기에서,

$$\begin{aligned}
 \{u\} &= \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \\
 [S] &= \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & 0 & S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 \end{bmatrix} \\
 \{U\} &= \begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ u_K \\ v_K \\ w_K \\ u_L \\ v_L \\ w_L \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \quad (2-41)$$

를 뜻하며, 여기서 변형률-변위 관계식에 따라, 순차적으로 형상 함수를 통해 절점 변위와 연관짓는다. 그 다음 위 식(2-40)에 따라, x, y, z 좌표에 대한 변위성분을 미분하면 다음과 같은 관계식(2-42)을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial S_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial S_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial z} \\ \frac{\partial S_1}{\partial y} & \frac{\partial S_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial y} & \frac{\partial S_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial y} & \frac{\partial S_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial y} & \frac{\partial S_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial S_1}{\partial z} & \frac{\partial S_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial z} & \frac{\partial S_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial z} & \frac{\partial S_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial z} & \frac{\partial S_4}{\partial y} \\ \frac{\partial S_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_1}{\partial x} & \frac{\partial S_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial x} & \frac{\partial S_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial x} & \frac{\partial S_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ u_K \\ v_K \\ w_K \\ u_L \\ v_L \\ w_L \end{Bmatrix} \quad (2-42)$$

여기에서, 위의 식(2-22)를 이용하여, 형상함수를 대입하고 미분을 하면 다음 식(2-43)을 얻을 수 있다.

$$\{\varepsilon\} = [B] \{U\} \quad (2-43)$$

여기에서

$$[B] = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_I 0 0 & b_J 0 0 & b_K 0 0 & b_L 0 0 \\ 0 c_I 0 0 & 0 c_J 0 0 & 0 c_K 0 0 & 0 c_L 0 \\ 0 0 d_I 0 0 & 0 0 d_J 0 0 & 0 0 d_K 0 0 & 0 0 d_L \\ c_I b_I 0 & c_J b_J 0 & c_K b_K 0 & c_L b_L 0 \\ 0 d_I c_I 0 & 0 d_J c_J 0 & 0 d_K c_K 0 & 0 d_L c_L \\ d_I 0 b_I d_J 0 & b_J d_K 0 & b_K d_L 0 & b_L \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

이고, 체적 V 와 b, c, d 항은 위의 등식(2-19, 20)에 주어져 있다. 여기서 변형 성분을 변형에너지 수식에 대입하며 다음 관계 식(2-45)이 얻어진다.

$$A^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [\nu] \{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_V [U]^T [B]^T [\nu] [B] [U] dV \quad (2-45)$$

위 식에서, 절점 변위에 대하여 미분하면 다음 식(2-46)를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Lambda^{(e)}}{\partial U_k} = \frac{\partial}{\partial U_k} \left(\frac{1}{2} \int_V [U]^T [B]^T [\nu] [B] [U] dV \right), k = 1, 2, 3, \dots, 12 \quad (2-46)$$

위식에서 강성행렬 $[K]^{(e)}\{U\}$ 를 구할 수 있고, 강성행렬에 대한 관계식은 다음 식 (2-47)과 같이 표현된다.

$$[K]^{(e)} \left(\int_V [B]^T [\nu] [B] dV \right) = V [B]^T [\nu] [B] \quad (2-47)$$

여기서 V 는 체적이며, 사면체 요소 강성행렬은 12 X 12로 이루어져 있다. 사면체 요소의 하중행렬은 12 X 10이다. 집중하중 상황에서는 하중 요소를 적절한 절점에 적절한 방향으로 배치하여 하중매트릭스를 형성할 수 있다. 분포 하중의 경우 하중 매트릭스는 다음 식(2-48)으로 계산할 수 있다.

$$\{F\}^{(e)} = \int_A [S]^T \{p\} dA \quad (2-48)$$

여기에서,

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} \quad (2-49)$$

이고, A 는 분포 하중이 작용하는 표면을 뜻한다. 사면체 요소의 표면은 삼각형으로 이루어져 있다. 분산하중이 $I - J - K$ 면에 작용한다고 가정하면, 하중 매트릭스는 다음 식(2-50)과 같이 표현된다.

$$\{F\}^{(e)} = \frac{A_{I-J-K}}{3} \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-50)$$

사면체 요소의 다른 면에 작용하는 분포하중에 대한 하중매트릭스는 이와 같은 방식으로 구할 수 있다.^[6]

제 3 장 프로펠러 수차 모델의 수치해석

제 1 절 수차 구성품 성능해석

1. 형상 모델링

펌프와는 다른 개념을 적용하는 수차의 설계를 위하여 이론적 배경 확인이 필요하다. 설치장소인 육상 양식장의 해수 특성과 수차의 강성을 고려하여 수차의 재질은 스테인리스강 STS304 가 적절하다 판단되며, 베인의 형상을 다양하게 검토하여, 베인의 입출각, 배출각 등을 설계하고, 베인의 설치각도 등의 설계를 한다. 베인은 3차원 공간에서 휘어져 있으므로 각 단면별 형상이 상이하지만, 단면의 형상은 일정하고 위치별 각도와 크기가 상이하다. 수차 내부에서 작동하는 임펠러는 응력해석 및 변위해석과 진동해석이 필요하다. 프로펠러 수차 3D 모델링은 다음 그림 3-1과 같다.

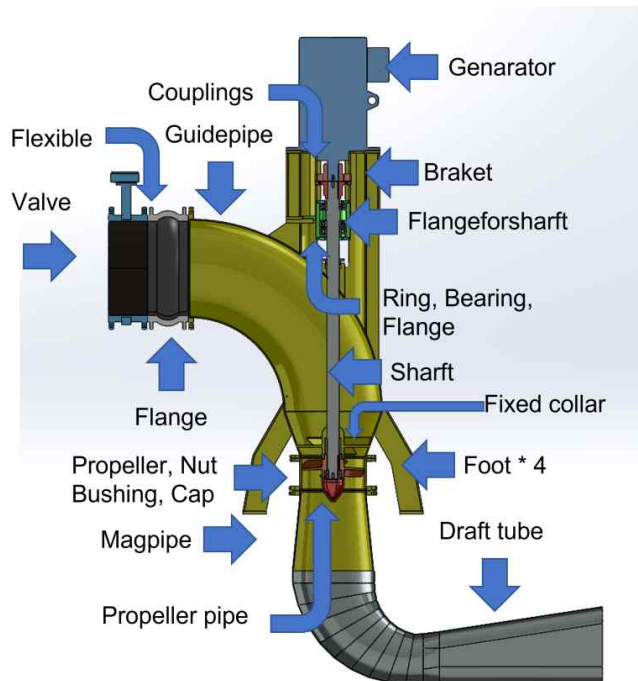


Fig.3-1 Propeller Turbine 3D Geometry Modeling

여기서 모델링은 3D CAD형상을 전치리기로 가져오거나, 해석틀에서 직접 3D 모델링을 하는 것으로 시작한다. 그 다음 지오메트리를 해석용으로 절적하게 다듬고, 재료와 해석 조건 특성을 주어진 뒤, 유한요소(Mesh)를 분할한다. 유한요소 해석이란 Mesh형상 및 크기에 따라 전혀 다른 해석결과를 불러오기도 한다. Mesh작업은 지오메트리의 근접한 형상을 이룰수록 품질이 좋다고 볼 수 있다. 그 다음 해석을 수행하게 되는데, 해석 수행과정중 편미분방정식이 안풀리는 경우 해석이 중단되게 된다. 정확한 해석 조건 기입이 필요하게 된다. 유한요소 해석 프로세스는 표 3-1과 같다. 절점으로 이루어진 요소는 물리적 시스템을 이용하여 임의 점에서 변위, 응력 변형값이 계산되고 이 값은 수치적인 근사화를 통해 얻어진다.^[7]

해석 결과를 가지고 변위 및 응력 같은 위치나 힘을 파악하기 위해 시각화 후처리를 하게 된다. 여기서 평면 및 등고선 1D, 2D, 3D 등으로 표현할 수 있으며, 알고자 하는 것을 한 더욱 시안성을 좋게 하기 위한 작업이다.

Table 3-1 Finite Element Analysis Process

Finite Element Process	
Preprocessing	Shape modeling of the analysis area Creating Elements Assigning the properties, boundary conditions, load conditions, etc. of the elements Optimization of elements and node numbers
	Definition of nodes and elements Setting up an element model Assembly of the whole equation The solution of an equation A secondary calculation (Restoration of Secondary Variables, etc)
	Processing and storage of analysis results Visualization of Analysis Results
Postprocessing	

2. 지배방정식과 수치해석 방법

진동은 물체가 시간이 흐름에 따라 하나의 중심점을 기준으로 반복적으로 움직이는 상태를 말한다. 진동은 위치에너지와 운동에너지간의 상호 작용으로써 자동차나 비행기 등 움직이는 기계 구조의 설계, 바람이나 눈, 비와 같은 환경적 영향을 받는 구조물의 설계를 위해 필요하다. 구조물의 고유진동수와 자유진동 해석을 시행하는 이유는 구조물의 동적인 특성을 파악하여 설계에 반영하기 위함이다. 만일 구조물의 고유진동수를 안다면 가진진동수와 고유진동수를 피함으로써 과도한 진동을 피할 수 있다. 또한 고유진동수와 자유진동모드를 사용하여 과도응답이나 응답 스펙트럼 등의 동적 해석을 수행할 수 있다. 즉, 고유진동수는 시간 적분을 수행할 때 시간 간격 Δt 를 결정하는 기준이 되며 정규모드는 모드 전개에 이용된다.

또한 물체는 고유진동수와 외부에서 발생한 가진 주파수가 일치할 때 공진 현상이 발생하여 구조물이 무한한 진폭이 발생하면서 파괴에 이르게 된다.^[8-9] 고유진동수의 수는 자유도의 수만큼 무한하지만, 이론적으로 진동을 다룰 땐 구조물의 이산화하여 다루기 때문에 그 개수가 제한적이다. 그러나 모든 사물체는 연속체이기에 무수히 많은 고유진동수가 존재하게 된다. 동적 해석은 공진현상을 피하려는 목적을 가지고 있다. 동적해석을 위한 지배방정식은 다음 식(2-51)과 같이 표현된다.

$$ma + cv + ku = f \quad (2-51)$$

여기서 m 은 질량 c 는 감쇠 k 는 강성도이며, u, v, a 는 각 절점의 변위, 속도, 가속도이다.

속도는 변위의 1차 미분이며, 가속도는 변위의 2차 미분이다. f 는 작용한 하중이다. 대부분의 동적 문제에서 m, c, k 는 시간과 무관하고, a, v, u, f 는 시간에 따라 변화한다. 또한 운동 방정식은 다음과 같이 모두 힘으로 표현할 수 있다.

$$f_I + f_D + f_S = f \quad (2-52)$$

여기서 $f_I = ma$, $f_D = cv$, $f_S = ku$ 는 각각 관성력, 감쇠력, 탄성력이다.

동적해석은 하중이 작용하는 여부에 따라 자유진동 해석과 강제진동 해석으로 나누어진다. 또한 강제진동 해석에는 시간과 함께 진동이 소멸되는 시간이력 해석과 조화함수에 대한 정상 상태 응답을 계산하는 주파수 응답 해석으로 나누어진다.

자유진동해석이란 구조물의 자유진동은 외력이 작용하지 않고, 초기 조건의 영향으로 진동한다. 대부분의 구조물은 외력이 작용하므로 자유진동은 실제 발생하지 않는다. 그러나 감쇠가 없는 자유진동의 해(고유 진동수와 모드형상)는 구조물에서 가장 중요한 동적 특성이다. 감쇠가 없는 자유진동의 해를 구하는 운동방정식은 다음과 같다.

$$ma + ku = 0 \tag{2-53}$$

모드 해석의 목적은 진동의 응답 또는 운동을 예측하는 것으로 응답 변위는 주기적인 현상을 나타내므로 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$u = A \sin(\omega t - \phi) \tag{2-53}$$

여기서 A 는 모드의 진폭, ω 는 각 고유 진동수(rad/s), ϕ 는 위상이다. 각 고유 진동수를 Hz 로 나타내려면 2π 로 나누어야 한다. 변위를 자유진동의 운동방정식에 대입하면 다음 식(2-53)과 같다.

$$(k - \omega^2 m)u = 0 \tag{2-53}$$

위의 식은 고유치 문제라고 하는 중요한 수학적 해의 하나이다. 고유치 문제의 가장 큰 특징은 하나의 해를 가지지 않는다는 것이다.

모드 해석의 목적은 고유진동수를 계산하고, 고유 진동수에 상응하는 모드형상을 계산하는 것이다. 고유 진동수와 동적 변위가 모두 '0'이 아닌 자명하지 않은 해는 식의 행렬식이 '0'이다.

따라서 다음 식(2-54)와 같이 표현할 수 있다.

$$(k - \omega^2 m) = 0 \quad (2-54)$$

이 다항식은 시스템의 특성 방정식으로 알려져 있다. 특성방정식의 각각의 해 ω^2 는 u 에 대해 계산할 수 있다. 이 특성 방정식을 통해 각 고유치에 상응하는 고유벡터를 계산할 수 있다.

동적해석에서 ω 는 각 고유 진동수라고 하고, 상응하는 고유 벡터는 모드형상이라고 한다. 이 모드 형상에서 변위는 시스템의 진폭을 표현하는 것이 아니라 상대적인 진폭의 비율을 의미하는 것으로 적합하게 조합하여 시스템의 동적 응답을 계산할 수 있다. 시간이력 해석은 알고 있는 시간 범위에서 하중에 대한 구조물의 응답을 계산하려고 사용하는 가장 일반적인 방법이다.

3. 난류모델

본 연구 대상인 프로펠러수차 내부 유동장 문제는 난류, 와류와 역류, 캐비테이션 등과 같은 여러 육안으로 확인할 수 없는 여러 특성과 문제가 있어 FEA를 활용한 정량적 자료 도출 및 데이터베이스 확보가 매우 중요하다. CFD 를 사용하여 수차 내부의 유동현상 및 특성을 종합적으로 파악할 필요가 있다.

$k-\epsilon$ 은 레이놀드 평균 나비에-스톡스 방정식을 이용하여 난류 유동을 계산하여 유체의 흐름 및 에너지 손실을 계산할 수 있게 구성되어 있다. 뉴턴 제2법칙을 유체에 적용한 것으로서 다음과 같이 유도되었다. 미소 유체요소 같은 경우 질량을 유지하기 위해 부피는 변할 수 있다 가정하였을 때, 유체요소를 절점으로 보면 뉴턴의 제 1법칙을 적용할 수 있다. 유체요소에 작용하는 힘은 체적력, 압력, 그리고 점성력이 있다. 체적력에는 중력이 있으며 이밖에 관성력과 전자기력등이 있다. 체적력을 단위 질량당 체적력을 사용하여 표현하면 다음 식(2-55)와 같다.

$$dF_b = dx dy dz (\rho f_x i + \rho f_y j + \rho f_z k) \quad (2-55)$$

여기서 dx , dy , dz 는 유체요소의 각 변의 길이이며 ρ 는 밀도, f_x , f_y , f_z 는 단위 질량당 체적력의 각 축 성분을 뜻한다. 압력은 유체요소 표면에 작용하는 표면력으로서 표면에 수직으로 작용한다. 육면체 표면에 x 축 방향을 계산하는 식은 다음 식(2-56)과 같다.

$$dF_{px} = pdydz \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz = - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz \quad (2-56)$$

y , z 축 방향도 같은 방법으로 계산하여 유체요소에 작용하는 총 압력 dF_p 을 구하는 식은 다음 식(2-57)과 같이 표현된다.

$$dF_p = - dx dy dz \left(\frac{\partial p}{\partial x} i + \frac{\partial p}{\partial y} j + \frac{\partial p}{\partial z} k \right) \quad (2-57)$$

점성력 또한 유체요소의 표면에 작용하는 표면력으로서 수직응력과 전단응력으로 나뉜다. x 축 방향에 대한 점성력을 계산하는 식은 다음 식(2-58)과 같다.

$$\begin{aligned}
 dF_{vx} &= \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dx \right) dydz - \tau_{xx} dydz \\
 &+ \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz - \tau_{yx} dx dz \\
 &+ \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dz - \tau_{zx} dx dy \\
 &= dx dy dz \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right)
 \end{aligned} \quad (2-58)$$

y , z 축 방향도 같은 방법으로 계산하여 유체요소에 작용하는 총 점성력 dF_v 을 구하는 식은 다음 식(2-59)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 dF_v &= dx dy dz \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) i \\
 &\quad dx dy dz \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) j \\
 &\quad dx dy dz \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) k
 \end{aligned} \tag{2-59}$$

유체요소의 가속도를 속도에 미분해서 계산할 수 있는데, x 축 방향의 속도 $u(x, y, z, t)$ 를 미분하면 다음 식 (2-60)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t} \\
 &= u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{2-60}$$

y, z 축 방향도 같은 방법으로 계산하여 유체요소의 가속도를 구하는 식은 다음 식 (2-61)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) i \\
 &\quad + \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) j \\
 &\quad + \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) k
 \end{aligned} \tag{2-61}$$

위의 식에서 속도벡터 V 와 연산자 ∇ 를 사용하면 다음 식(2-62)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \cdot \nabla u \right) i + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + V \cdot \nabla v \right) j + \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \cdot \nabla w \right) k \\
 &= \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V
 \end{aligned} \tag{2-62}$$

유체요소의 질량 $dm = \rho dx dy dz$ 는 일정하다고 가정했으므로 뉴턴의 제 2법칙에 의하면 다음 식 (2-63)이 성립하게 된다.

$$\rho dx dy dz \frac{dV}{dt} = dF_b + dF_p + dF_v \quad (2-63)$$

식(2-55, 57, 59, 62)에 식(2-63)을 대입하여 x, y, z 축 성분으로 나누어서 식을 쓰면 다음 식(2-64)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \cdot \nabla u \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + V \cdot \nabla v \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \cdot \nabla w \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \end{aligned} \quad (2-64)$$

위 식에서 미지수는 $u, v, w, p, \rho, \tau_{xx}, \tau_{yx}, \tau_{zx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}$ 로 14개에 달한다. 반면 식은 식(2-64)에서 주어지는 3개와 연속 방정식 1개로 4개밖에 안되므로, 더 많은 식을 찾아내야 한다.

유체의 점성은 유체의 변형에 대항하는 저항력과 같은 역할을 하는데 전단응력이 유체의 점성과 관련이 있기 때문이다. 속도가 느린 유동층은 빠른 유동층에 힘을 가하여 속도가 느려지게 하고, 반대로 속도가 빠른 층은 속도가 느린 층에 반대의 힘을 가하여 속도가 느려지게 하는데 이와 같은 속도의 차이 때문에 전단응력이 발생하게 된다. 뉴턴유체는 전단응력 τ 와 속도 변화율 사이에 비례관계가 성립하는 유체로서의 관계식은 다음 식(2-65)로 표현된다.

$$\tau = \mu \frac{dy}{dh} \quad (2-65)$$

여기서 비례상수 μ 는 점성계수를 뜻한다.

식(2-64)의 유체가 뉴턴유체라는 가정을 하면 다음 식(2-66)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
 \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
 \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)
 \end{aligned}
 \tag{2-66}$$

한편, 수직응력은 점성력뿐만 아니라 유체요소가 일정한 질량을 유지하기 위한 팽창과 수축 과정에서의 저항력도 고려해야 하므로, 다음 식(2-67)을 갖게 된다.

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\
 \tau_{yy} &= \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\
 \tau_{zz} &= \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}
 \end{aligned}
 \tag{2-67}$$

여기에서 λ 는 제2의 점성계수를 뜻하고, Stokes는 이 값을 $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ 일 것이라 가정했다. 식(2-64, 66, 67)을 Navier-Stokes 방정식이라 한다.

비압축성 유체를 가정하면 밀도 ρ 는 상수이므로 연속 방정식은 다음 식(2-68)과 같이 표현된다.

$$\nabla \cdot V = 0
 \tag{2-68}$$

위의 식을 이용하면 Navier-Stokes 방정식에서 x 축 성분은 다음 식(2-69)와 같이 간략화된다.

$$\begin{aligned}
 \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \cdot \nabla u \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
 &\quad + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \rho f_x \\
 &= -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
 &\quad + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho f_x \tag{2-69} \\
 &= -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\
 &\quad + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho f_x \\
 &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \rho f_x
 \end{aligned}$$

이와 같은 방법으로 y , x 축 성분을 계산하면 다음 식(2-70)와 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \cdot \nabla v \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \rho f_y \\
 \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + V \cdot \nabla w \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \rho f_z \tag{2-70}
 \end{aligned}$$

여기서 식(2-69, 70)을 벡터 형식으로 변환하면 비압축성 유동 Navier-Stokes 방정식으로 다음 식(2-71)처럼 표현된다.

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + \rho f \tag{2-71}$$

유체성질이 비압축성, 비점성 유체라면 오일러 방정식이 되는데 이는 다음 식(2-72)과 같이 표현된다.

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V \right) = -\nabla p + \rho f \quad (2-72)$$

위 오일러 방정식에서 관계 식(2-73)을 이용하면, 다음 식(2-74)와 같이 표현된다.

$$(V \cdot \nabla) V = \frac{1}{2} \nabla (V \cdot V) + (\nabla \times V) \times V \quad (2-73)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (V \cdot V) = V \times \omega - \frac{\nabla p}{\rho} + f \quad (2-74)$$

여기서 $\omega = \nabla \times V$ 는 와류를 뜻한다. 만약 유동이 비압축성, 비점성, 비회전에다가 정상상태가 위치만의 함수인 경우, 체적력이 보존력이라면 위 식은 다음 식(2-75)와 같이 표현된다.

$$\frac{1}{2} \nabla (V \cdot V) = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla U \quad (2-75)$$

여기서 U 는 포텐셜 에너지 함수로서, 위식을 정리하면,

$$\nabla \left(\frac{1}{2} (V \cdot V) + \frac{p}{\rho} + U \right) = 0 \quad (2-76)$$

이 되고, 보존력이 중력이라면 다음 식(2-77)이 성립하게 된다.

$$\frac{1}{2} \rho V^2 + p + \rho gh = const \quad (2-77)$$

여기서 g 는 중력 가속도이고, h 는 기준선에서의 높이를 뜻한다.

제 2 절 임펠러의 구조해석

1. 임펠러 Von Misess 응력해석

구조물이 외부로부터 하중을 받으면 초기위치나 형상이 변하게 되는데 이것을 총칭하여 구조물의 거동이라 부른다.

구조물에 하중이 가해지면 구조물에는 변형이 일어나게 되는데, 이 변형에 따라 이 구조에 가해진 외력과 평형을 이루는 내부 응력이 발생하게 된다. 이와 같은 외력에 대한 구조체의 변형과 응력분포를 구하는 것을 일반적으로 구조해석이라 한다.

여기서 가해지는 외력은 환경에 따라 정적하중, 동적하중으로 구분되고, 구조물에 일어나는 변형도 선형일 뿐만 아니라, 비선형이 되기도 하며, 정적변형 뿐만 아니라 시간에 따라 변하는 동적 변형일 수도 있다. 이에 따라, 선형, 비선형, 정적, 동적의 적절한 구조해석을 선정하여 구조물의 특성과 필요에 맞게 해석방법을 적용하여야 한다.^[10] 구조설계는 이 구조해석에 결과에 따라 구조물 외적 내적 하중을 견딜 수 강도를 충족할 수 있는 재료, 부재의 크기, 형태 등을 결정할 수 있게 된다. 즉, 구조해석의 목적은 구조물의 응력분포, 변위만 확인하는 것이 아닌, 이 해석 결과를 통화 최적화 설계를 이루는 것이라 뜻 할수 있다. 구조해석과 최적화 하는 과정은 그림 3-2와 같다.

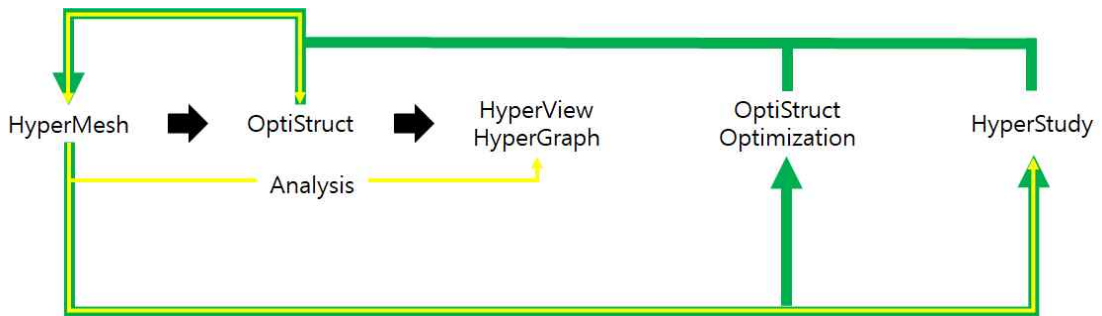


Fig. 3-2 Optimization Process Using Structural Analysis

해석을 위한 격자생성은 4개의 절점은 가지는 Tetra요소를 사용하여 20,470의 절점과 82,511의 요소를 구성하였다. 재료는 콤솔에 내장된 S30400으로 설정하였고, 재료 특성은 표 3-2에 나타내었다. 구조 안정성을 검증하기 위해 최대응력을 산출하고 안전계수를 도출한다.^[11] 안전계수는 다음 식(2-77)으로 구할 수 있으며, 안전계수는 해

당재료의 최대 허용응력과 유한요소해석으로 도출된 최대응력의 비로 정의된다^[8]. 재료의 최대 허용응력은 재료의 탄성영역에서 소성영역으로 변화가 일어나는 점으로 선정하였다.

$$FOS = \frac{\text{Material Tensile Stress} (\sigma_{\text{material}})}{\text{Maximum Stress} (\sigma_{\text{max}})} \quad (2-78)$$

Table 3-2 Material Properties of Impeller

Item List	STS304
Density [kg/m3]	7,750
Young's Modulus [MPa]	193,000
Poisson's Ratio	0.31
Yield Strength [MPa]	207
Tensile Strength [MPa]	586

회전에 대한 경계조건으로 임펠러 가운데 Hole을 중심으로 잡고 안쪽 면을 Clamp를 사용하여 구속하였다.

임펠러에 대한 주요 구성품에 대한 그림이다. 임펠러는 축, 블레이드, 허브, 허브 캡으로 구성된다. 축은 발전기와 임펠러의 허브를 샤프트로 연결시켜 주는 역할을 하며, 허브 캡은 유량 배출을 원활하게 해 주는 역할을 한다.

임펠러는 그림 3-3처럼 고속회전하면서 위에서 하중은 받게 된다. 임펠러의 구조안정성을 평가하기 위해 경계 조건 및 하중조건은 그림 3-4와 같이 설정하였다. 그림 3-5는 임펠러의 3D모델링 형상을 사용하여 각 구성부품 요소분할을 실시한 유한요소 모델이고, 표 3-3에는 요소구성 및 평균품질을 나타내었다. 구성부품별로 해석결과 신뢰성을 확보하기 위해 유한요소분할 크기를 다르게 설정하였다.

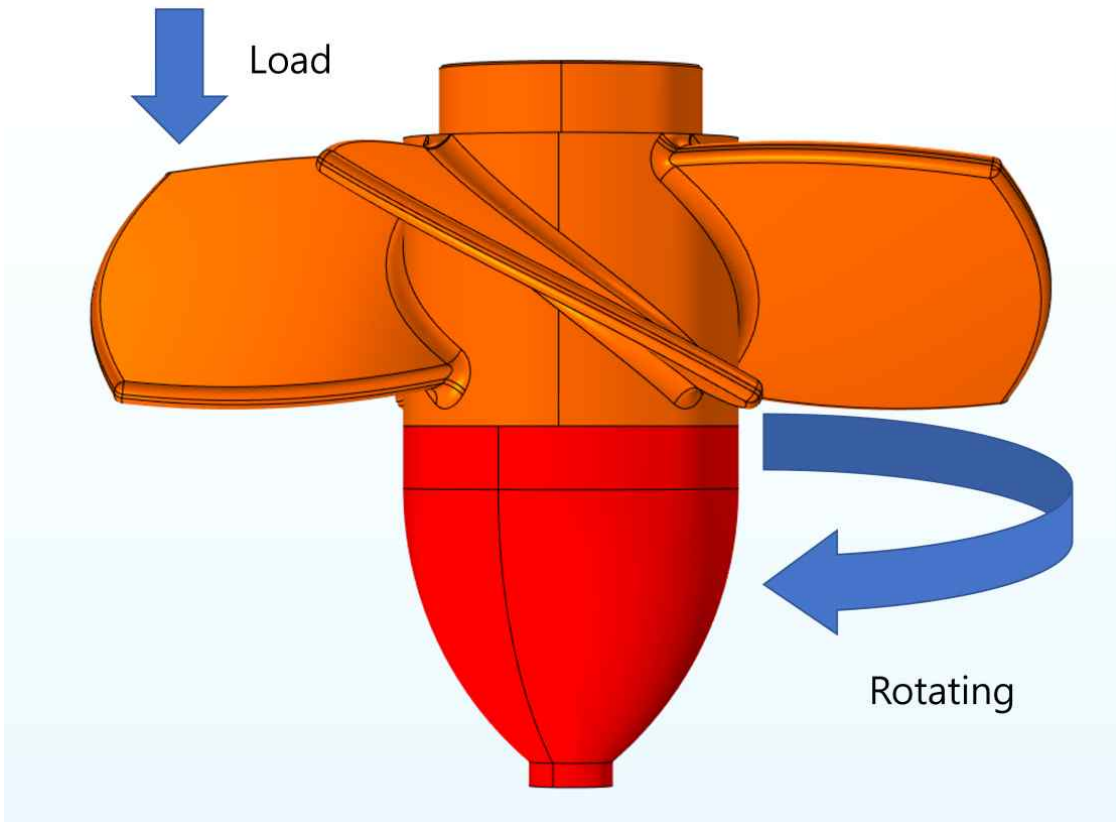


Fig. 3-3 Loads on the Impeller during Aberration Operation

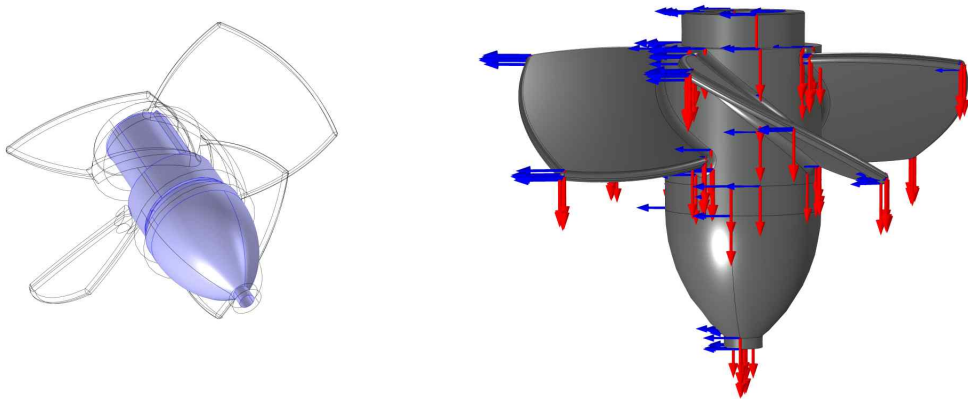


Fig. 3-4 Fixed Boundary Conditions and Load Direction of Impellers

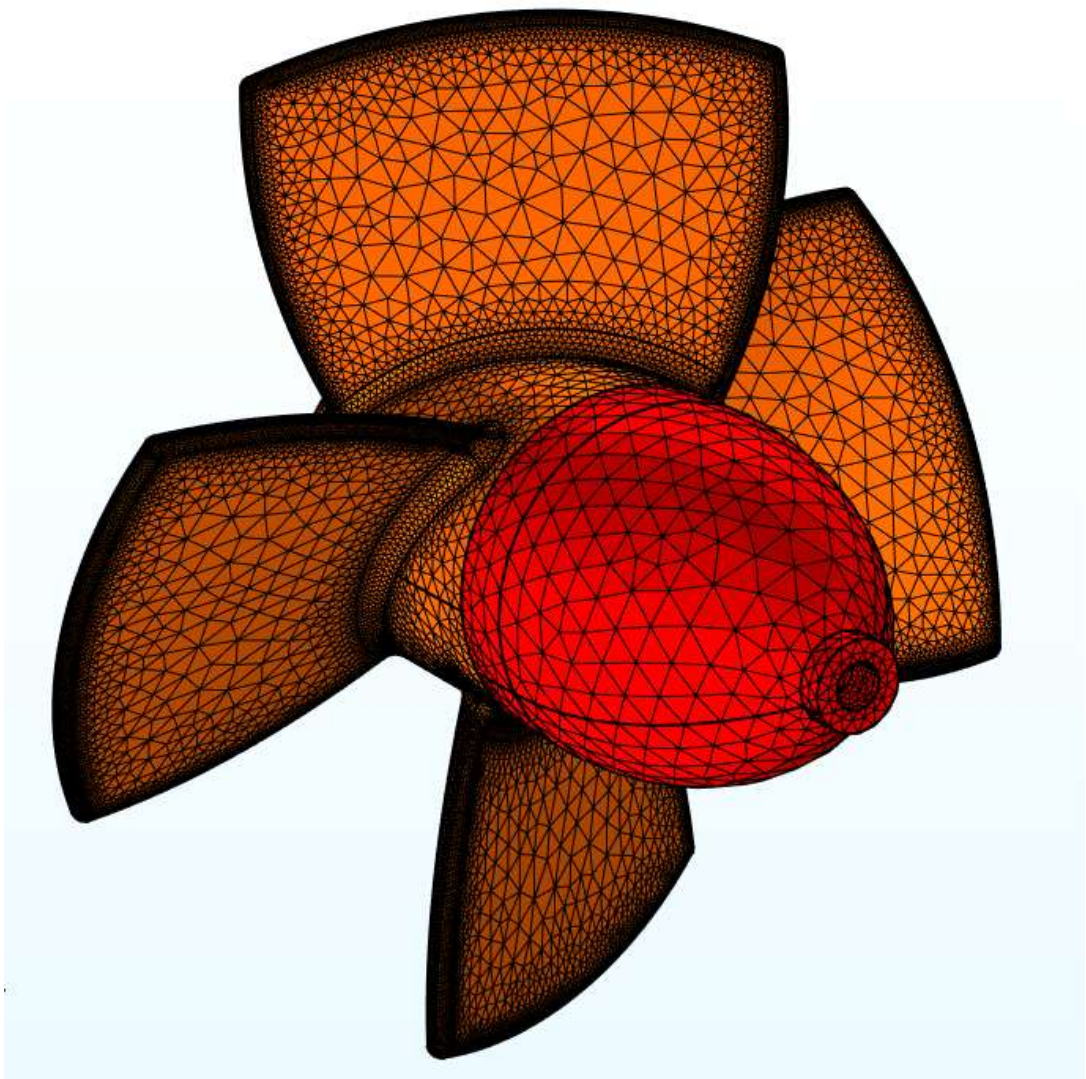


Fig. 3-5 Finite Element Modeling of Impellers

Table 3-3 Impeller Element Quality

	Impeller
Number of Nodes	18,982
Number of Element	75,658
Mesh Volume	0.002759 m ³
Element Average Quality	0.7942

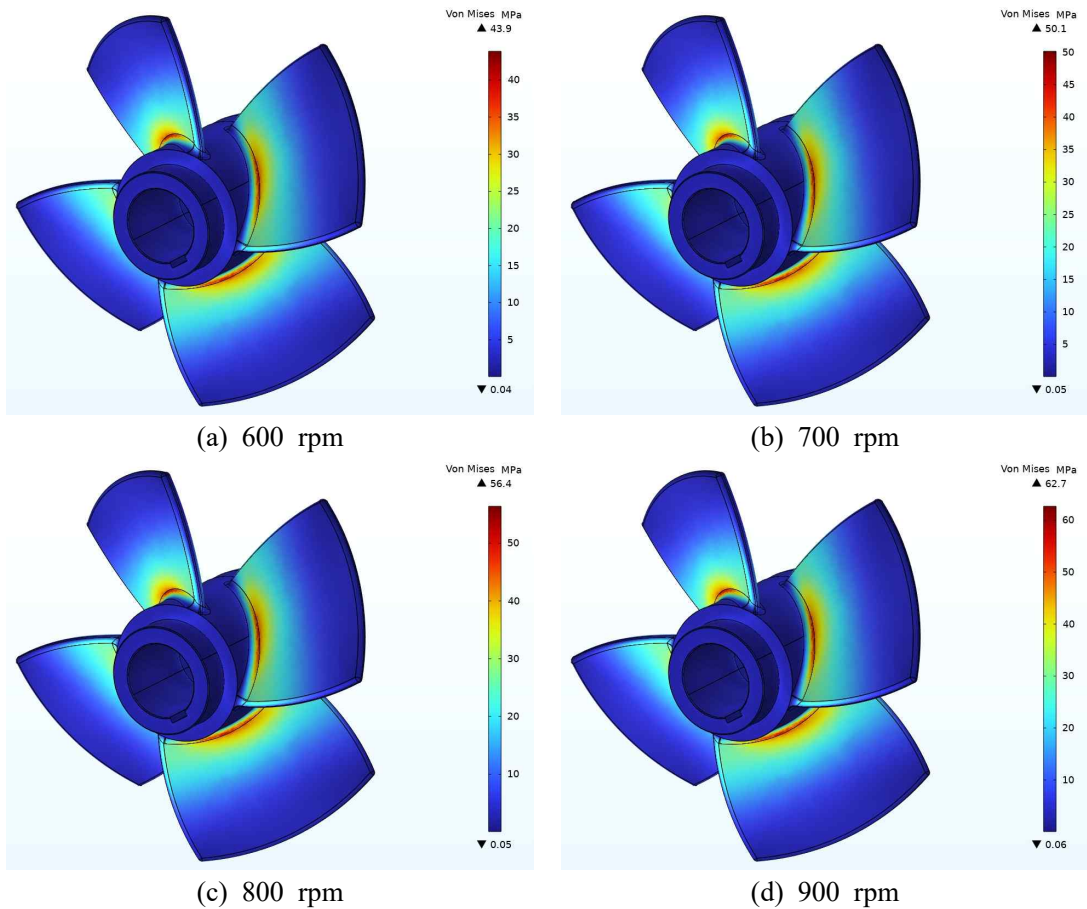


Fig. 3-6 Von Mises Stress on the Impeller Under Rear Load

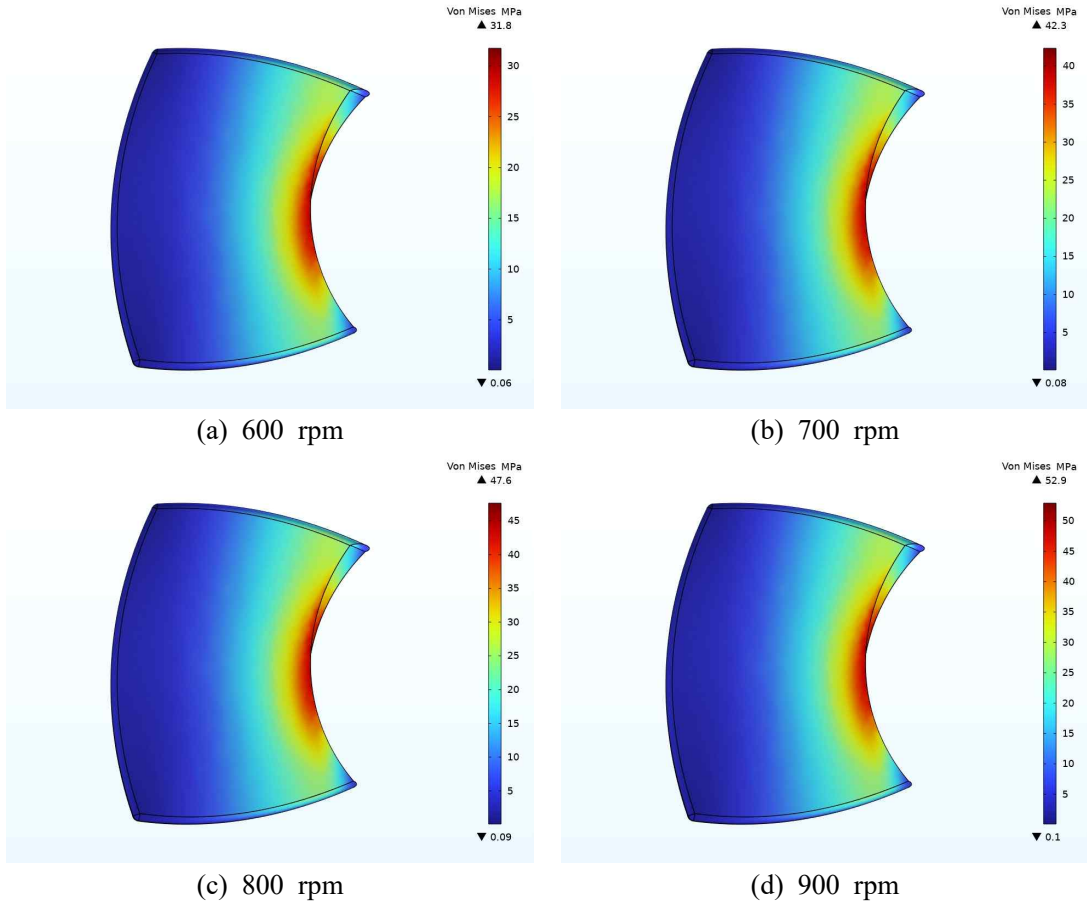


Fig. 3-7 Front view of Impeller Von Mises Stress

구조해석 결과 응력분포를 보면 날개의 허브 부근에서 최대 응력이 발생 하며, 끝단 부근으로 갈수록 응력이 감소 하는 것을 볼 수 있다. 이러한 현상은, 일반적으로 블레이드의 표면에 작용하는 응력은 블레이드 회전에 의한 원심력과 유체의 압력하중에 의한 것으로서, 원심력에 의한 응력은 정상상태이고 허브에서 최대값을 가지며, 반면에 유체 하중에 의한 응력을 비정상 특성을 보이고 원심응력에 비해 그 크기가 상대적으로 작기 때문으로 판단된다.^[12]

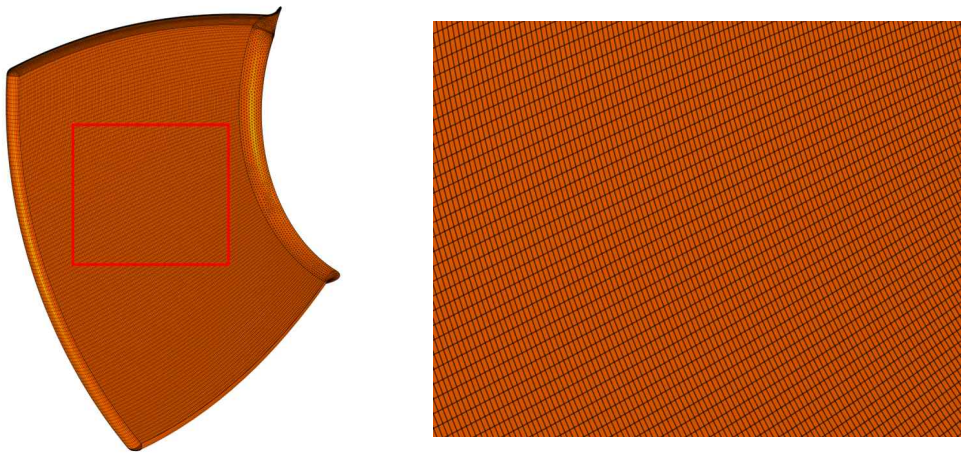
후방블레이드 폰미세스응력 62.7MPa로 안전계수 계산시 3.3값을 도출하였고, 임펠러가 900rpm으로 회전시에 하중을 받아도 충분히 안전하다 판단된다.

2. 임펠러의 변위해석

변위해석에서는 유한요소모델을 재 설정하였다. 허브와 허브캡은 Tetra요소를 블레이드와 블레이드와 허브가 이어지는 곡면은 Hexa요소를 설정하였으며, 그림 3-8에 나타내었다.



(a) Hub and Hub Cap



(b) Blade

Fig. 3-8 Finite Element Modeling with Tetra and Hexa Elements

Table 3-4 Impeller Element Quality

	Impeller
Number of Nodes	22,042
Number of Element	94,352
Mesh Volume	0.002242 m ³
Element Average Quality	0.8432

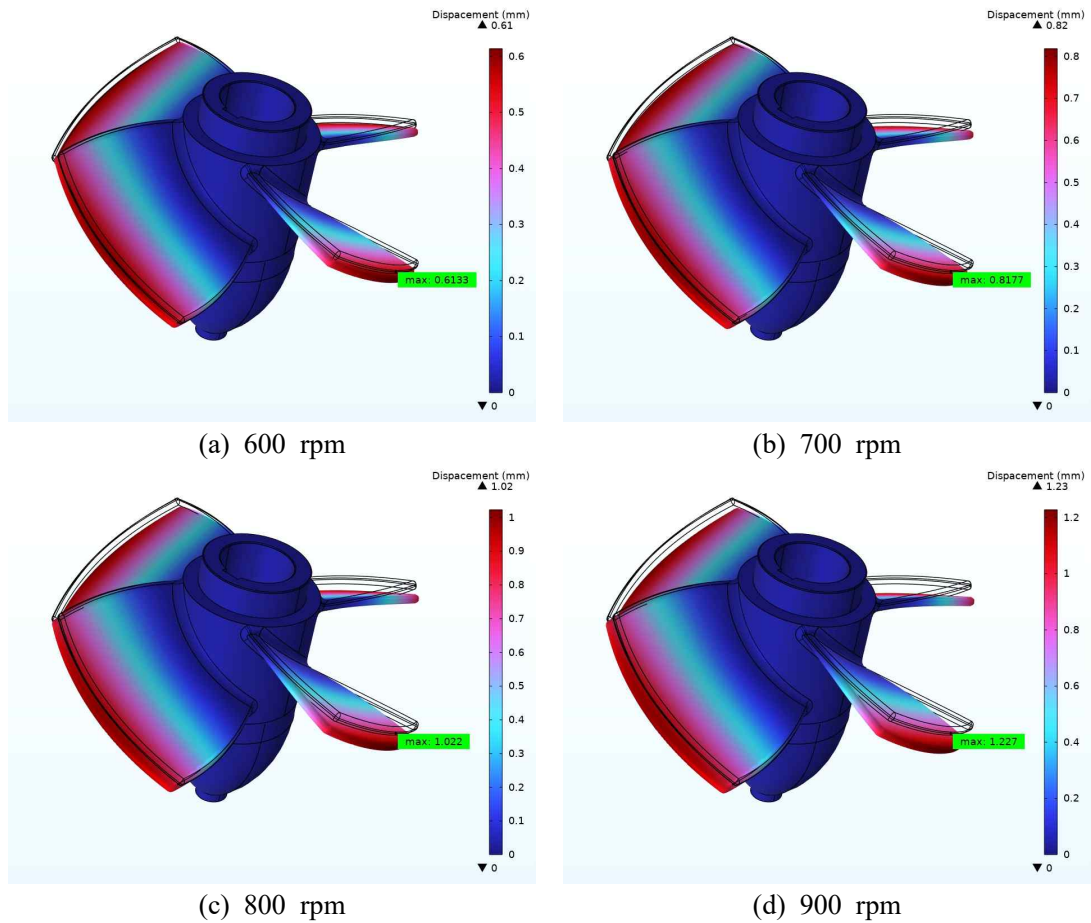


Fig. 3-9 Rotating Impeller Displacement Analysis

프로펠러 수차의 특성상 저유량에 고 비속도를 가지는 임펠러의 에너지 손실계수를 줄이기 위하여 설계 여유 간극(tip clearance)이 좁게 설계된다. 팁 간극이 5mm내외로 설계 예정이기에 팁 간극이 좁기에 변위가 일어날시 수차에 치명적인 결함 발생으로 이어질 수 있다.

해석 결과 수차의 최대 회전수인 900rpm시 변위가 1.227mm로 미미하기에 팁클리어스가 5mm내외로 설계 예정이기에 안전하다 판단된다.

블레이드 표면 끝단 부근에서 가장 큰 변형이 일어나며, 허브 쪽으로 갈수록 변형이 줄어드는 것을 볼 수 있다.

3. 가이드파이프 Von Misess 동적 응력해석

수차는 작동시 발생하는 진동과 하중, 무게하중을 4개의 지지대로 버티고 있다. 작동중에 지속적인 하중을 받기에 6초동안 0.4초간격으로 시간이력 동적해석을 수행하였다. 해석을 수행하기 위한 유한요소 모델링과 경계하중 조건은 그림 3-10에 나타내었다. 가이드파이프의 재료 물성치는 표 3-5에, 유한요소의 정보와 품질은 표 3-6에 나타내었다. 시간이력 동적 폰미세스 응력은 135Mpa를 도출하였고, 안전계수는 2.36으로 계산되어 가이드파이프의 동적 응력해석결과 지지대의 강성은 안전하다 판단된다. 응력해석 결과는 그림 3-11에 나타 내었다.

Table 3-5 Material Properties of Guidepipe

Item List	SM400A
Density[kg/m ³]	7850
Young's Modulus[MPa]	196,133
Poisson's Ratio	0.3
Yield Strength[MPa]	220
Tensile Strength[MPa]	490

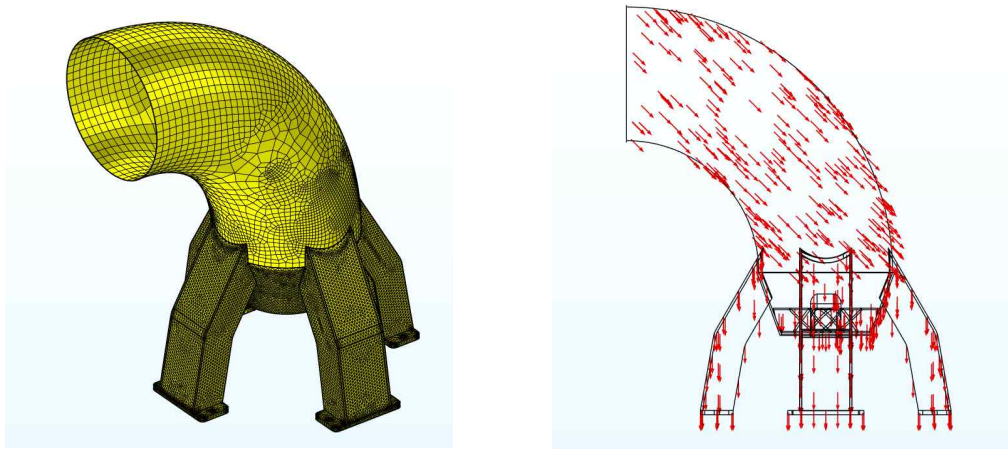


Fig. 3-10 Finite Element Modeling and Load Conditions for Turbine Guides

Table 3-6 Guidepipe Element Quality

	Guidepipe
Number of Nodes	17,903
Number of Element	39,353
Mesh Volume	0.008421 m ³
Element Average Quality	0.8012



(a) (0.4s)



(b) (0.8s)



(c) (0.8s)



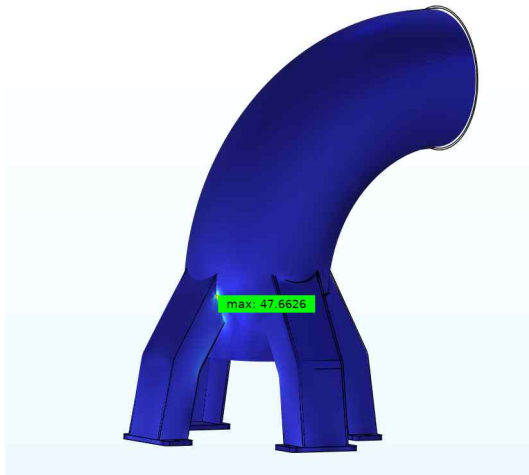
(d) (1.2s)



(e) (1.6s)



(f) (2.0s)



(g) (2.4s)



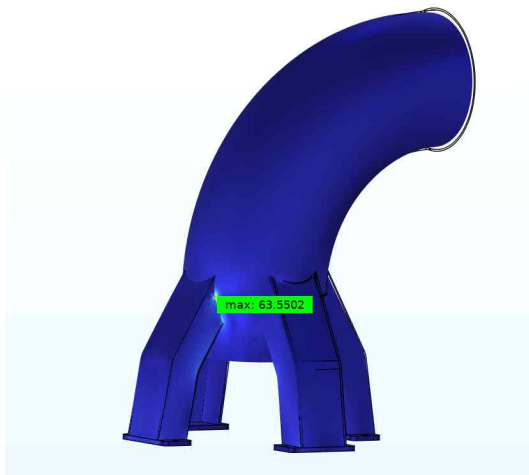
(h) (2.8s)



(i) (3.2s)



(j) (3.6s)



(k) (4.0s)



(l) (4.4s)

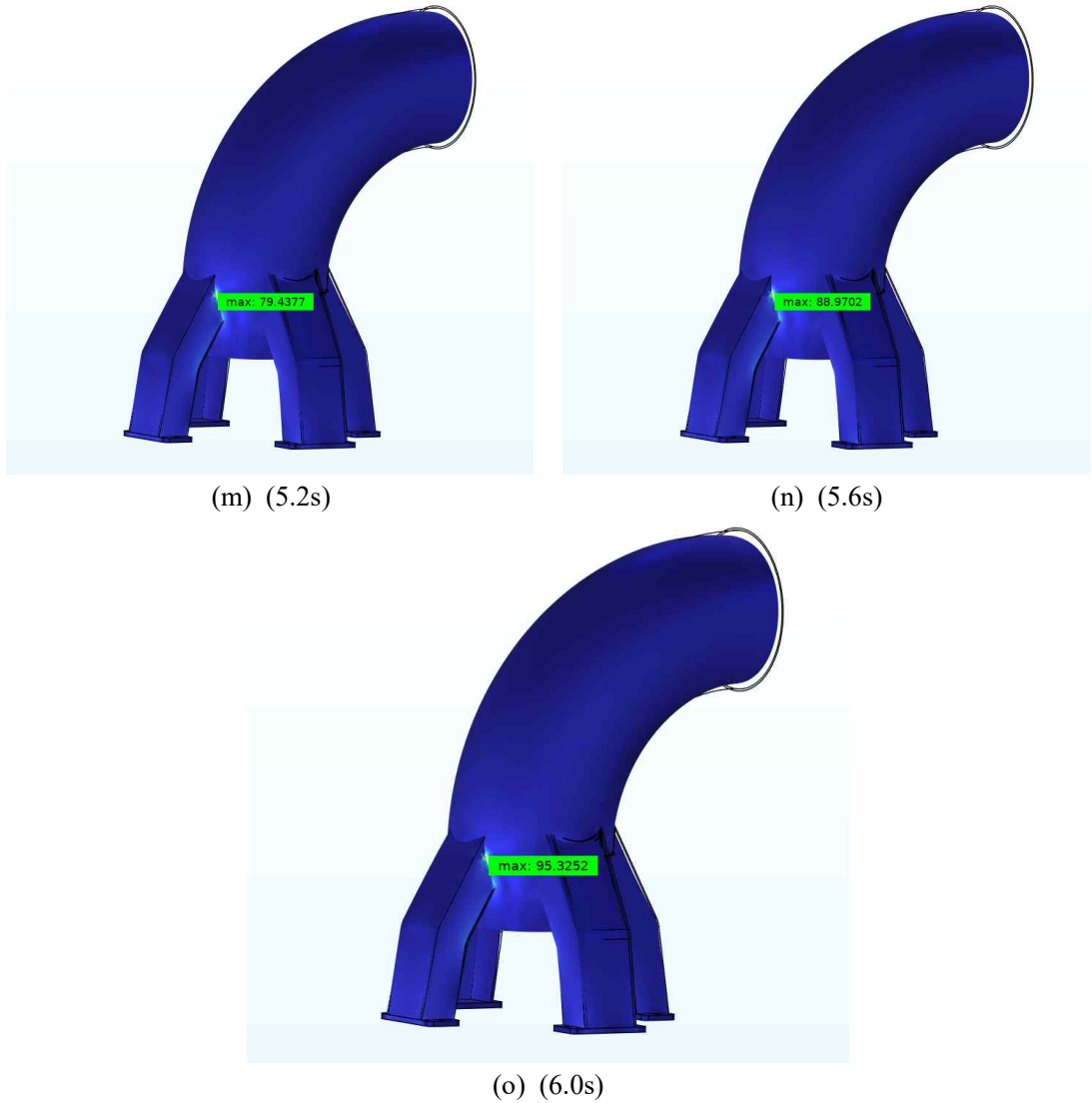


Fig. 3-11 Dynamic Analysis of Water Turbine Time History

제 3 절 수차 구성품 진동해석

1. 임펠러의 진동해석

자유모드 진동은 지배방정식이 질량과 관성으로만 표현되는 비감쇠 자유진동 문제이다.

N자유도 계는 N개의 고유 진동수를 갖고 이에 대응되는 정규모드라고 불리는 고유한 모드형상을 갖게 된다. 고유진동수와 모드형상은 각각 수학적 고유치와 고유벡터라고 부른다. 따라서 정규모드 해석에는 계의 고유진동수와 모드형상을 구하게 된다.^[13]

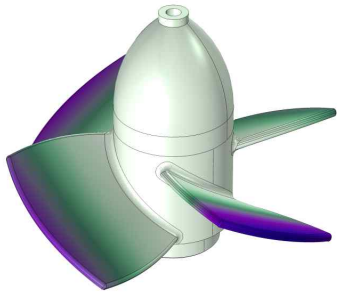
회전운동을 하며 작동하기 때문에, 주기적 진동과 외부 환경에 따른 진동을 받고 있다. 여기서 발생하는 진동은 기계요소에 반복적 하중으로 작용하여 기계부품의 마모 및 소음발생의 주요 원인으로 작용하며, 구조물과 구성품의 수명에 영향을 줄 수 있다. 또한 강성 및 중량 배치가 적절하지 못하면 공진과 같이 구조물의 고유진동수와 외부의 가진 주파수가 일치하는 동적 불안정성 현상이 발생하는 경우 전체 기계요소에 치명적인 손상을 줄 수 있다.

회전하는 구조물의 공진 가능성을 파악하기 위해 캠벨선도를 활용할 수 있다. 캠벨선도에서는 회전하는 기계요소의 운동속도 함수로 고유진동수를 나타낸다.

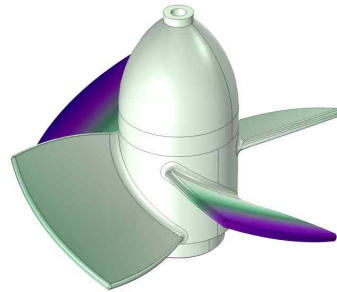
따라서 동적특성으로 인한 진동문제를 확인하기 위해 자유진동해석을 통해 가진 주파수를 파악하고 진동 저하와 공진현상을 방지하기 위해, 진동특성을 파악하고자 유한요소 모델링을 한 다음, 모드해석을 진행하였다.^[14-16]

여기서 진동해석은 구조해석과는 다르게 구성품들을 Fastened Connection Property를 이용하여 하나의 구조물로 가정하고 해석을 시행하였다.

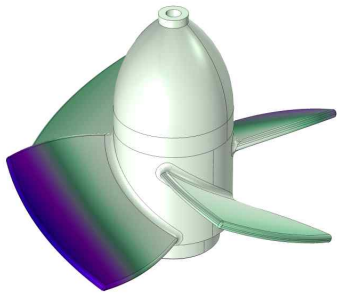
진동수는 저차부터 10차까지 값을 도출했으며, 그림 3-12에는 자유진동 주파수와 형상모드, 그림 3-13에는 고유진동 주파수와 형상모드, 그림 3-14에는 임펠러의 자유진동수와 고유진동수를 그래프로 나타내었다.



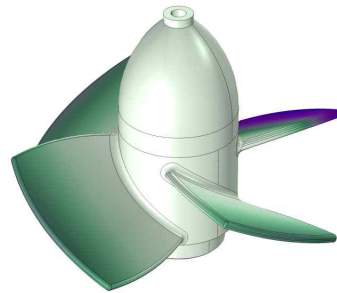
Mode1 (484.54Hz)



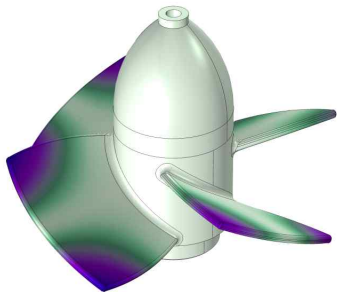
Mode2 (561.66Hz)



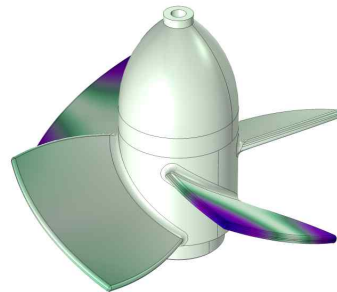
Mode3 (561.75Hz)



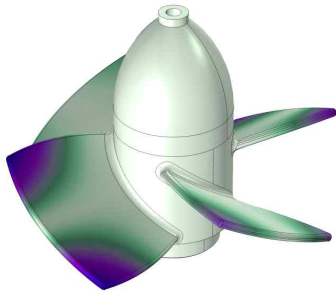
Mode4 (611.03Hz)



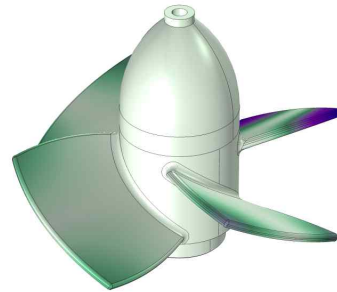
Mode5 (880.92Hz)



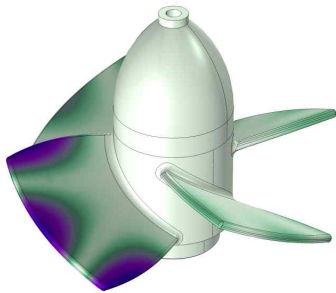
Mode6 (901.54Hz)



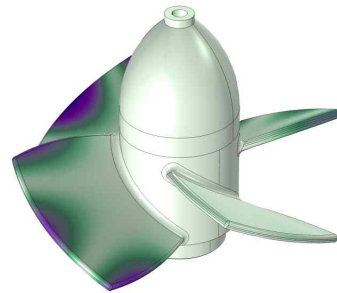
Mode7 (928.53Hz)



Mode8 (928.65Hz)

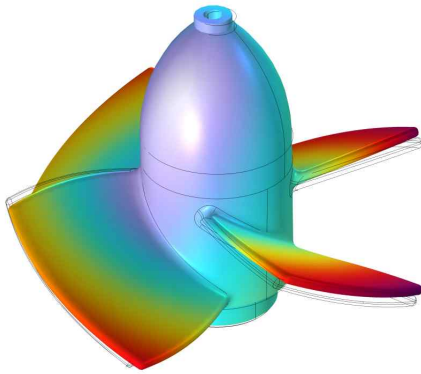


Mode9 (1803.2Hz)

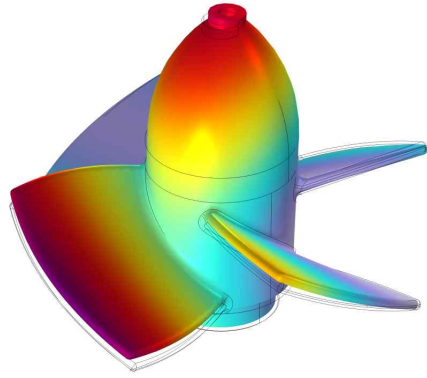


Mode10 (1812.6Hz)

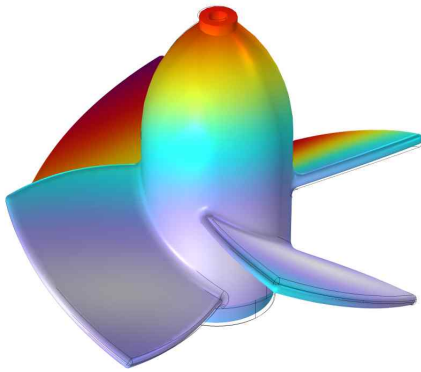
Fig. 3-12 Free Vibration Analysis of Impellers



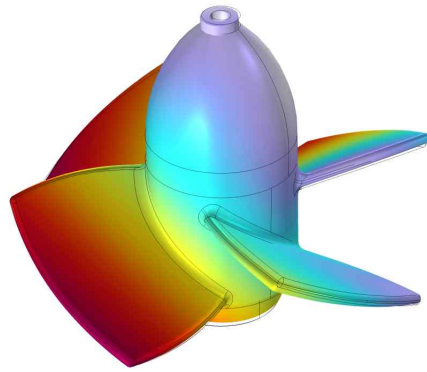
Mode1 (490.5Hz)



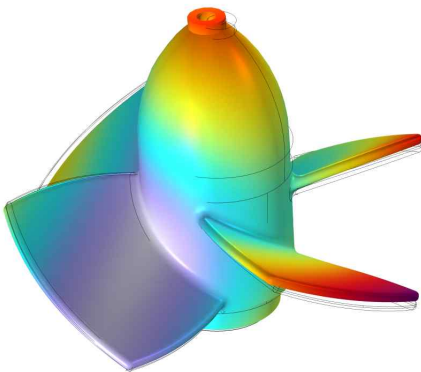
Mode2 (490.68Hz)



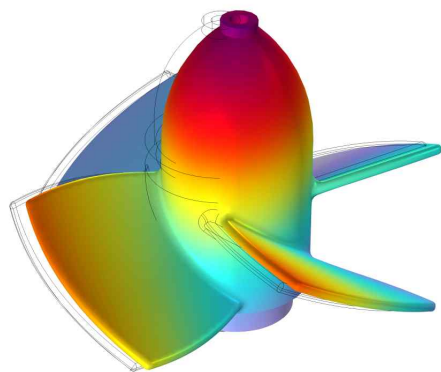
Mode3 (490.83Hz)



Mode4 (490.86Hz)



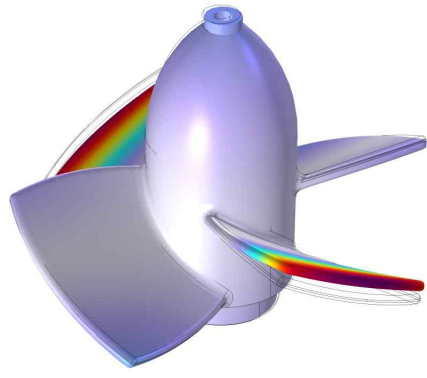
Mode5 (899.41Hz)



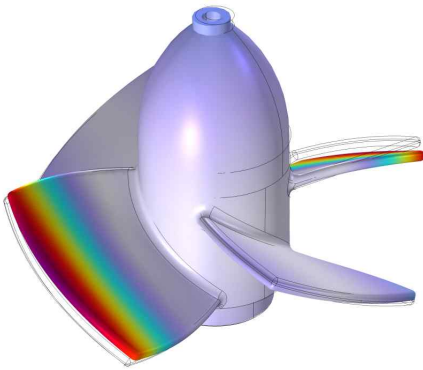
Mode6 (902.55Hz)



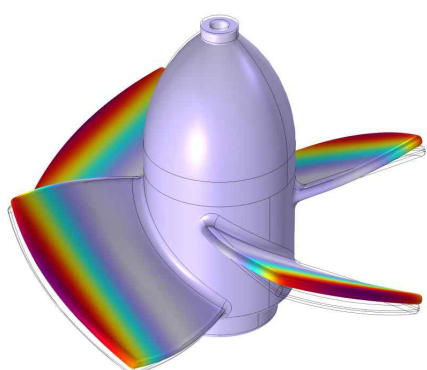
Mode7 (902.63Hz)



Mode8 (904.93Hz)



Mode9 (1809.7Hz)



Mode10 (1810.2Hz)

Fig. 3-13 Natural Vibration Analysis of Impellers

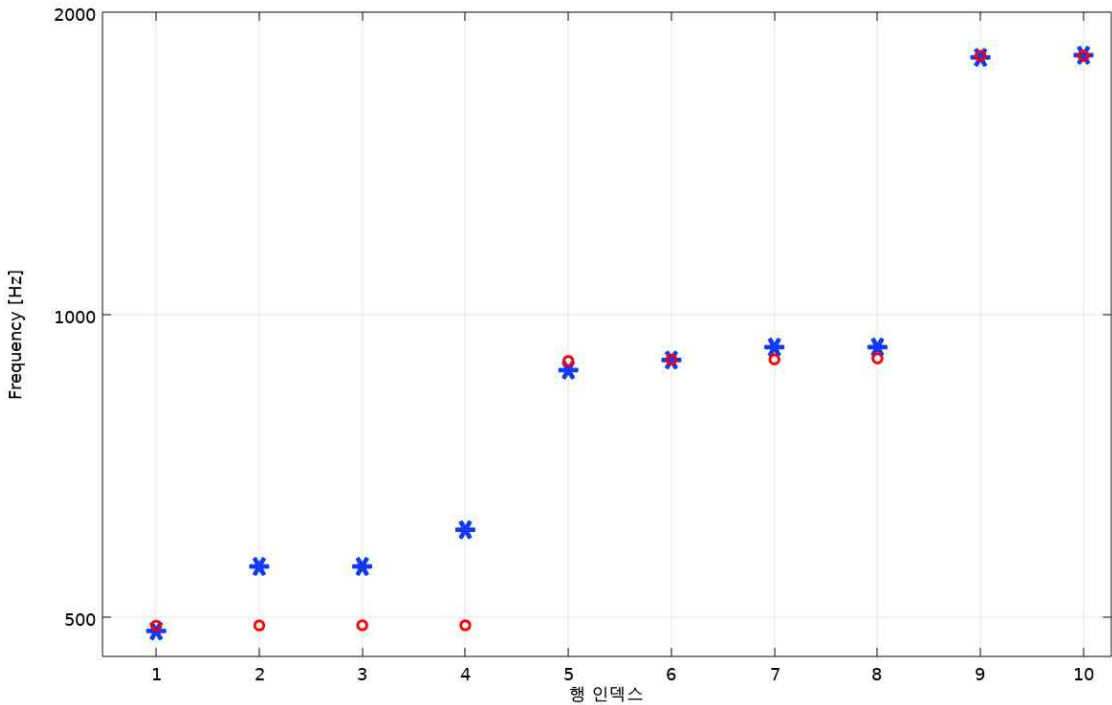


Fig. 3-14 Graphs of the Natural and Free Frequencies of the Impeller

위 그림 3-14에서 보는 것과 같이, 1차 모드에서 4차 모드까지는 고유진동수의 변화가 매우 적다가, 5차 모드에서 크게 증가하고, 9차 모드에서 다시 한번 크게 증가한다. 이는 임펠러 날개 진동으로 4개 날개의 각각의 진동을 나타내는 것으로 보이며, 회전주파수는 수차의 최대 운영구간인 900rpm에서 예상 가진주파수 60Hz이므로, 공진으로 인한 진동문제는 야기되지 않는다고 판단된다.

2. 샤프트의 진동해석

샤프트의 자유진동과 고유진동해석을 위해 유한요소 모델링을 시행하였고 이는 그림 3-15와 같다. 샤프트의 재료는 AL Alloy로 설정하였으며 물성치는 표 3-7에, 유한요소 구성 및 품질은 표 3-8에 표기하였다. 주파수는 저차부터 10차까지 값을 도출했으며, 그림 3-16에는 자유진동 주파수와 형상모드, 그림 3-17에는 고유진동 주파수와 형상모드, 그림 3-18에는 샤프트의 자유진동수와 고유진동수를 그래프로 나타내었다.

Table 3-7 Material Properties of Shaft

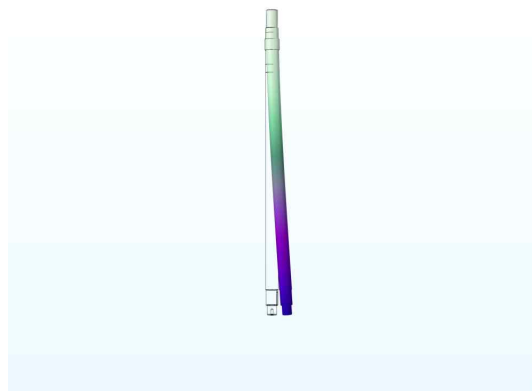
Item List	AL Alloy
Density[kg/m ³)	2,770
Young's Modulus[MPa]	71,000
Poisson's Ratio	0,33
Yield Strength[MPa]	280
Tensile Strength[MPa]	310



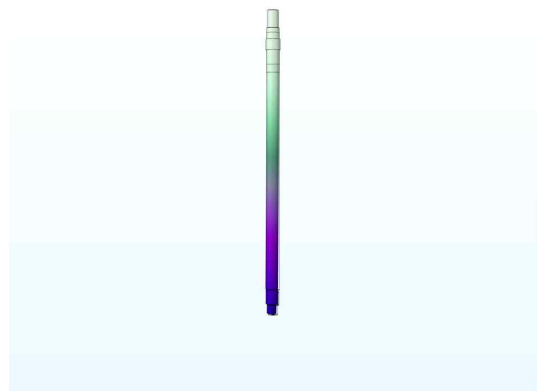
Fig. 3-15 Shaft Finite Element Modeling

Table 3-8 Sharft Element Quality

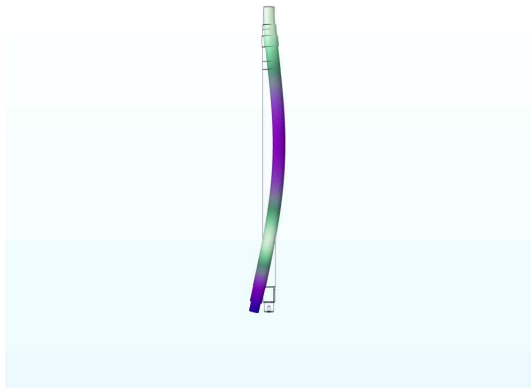
	Sharft
Number of Nodes	12,866
Number of Element	33,352
Mesh Volume	0.008856 m ³
Element Average Quality	0.8321



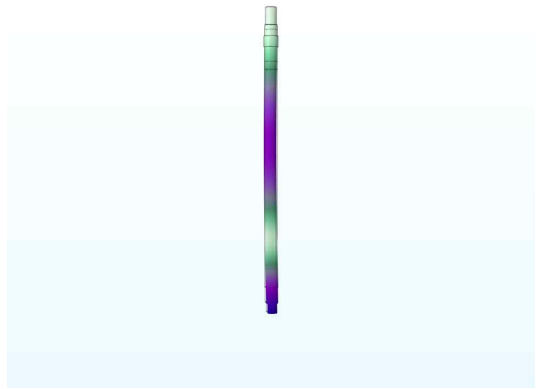
Mode1 (103.74Hz)



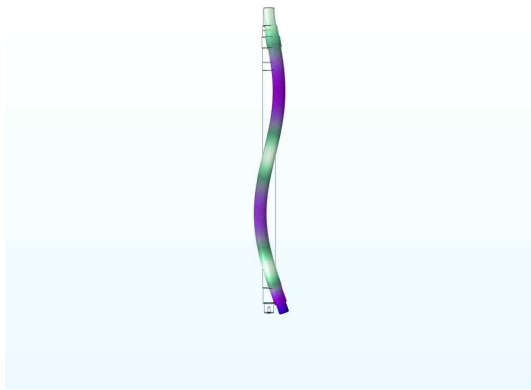
Mode2 (104.62Hz)



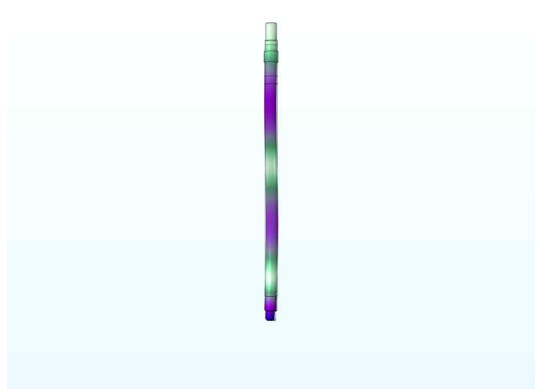
Mode3 (283.59Hz)



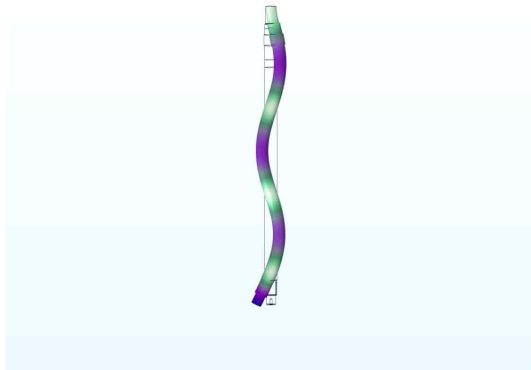
Mode4 (283.62Hz)



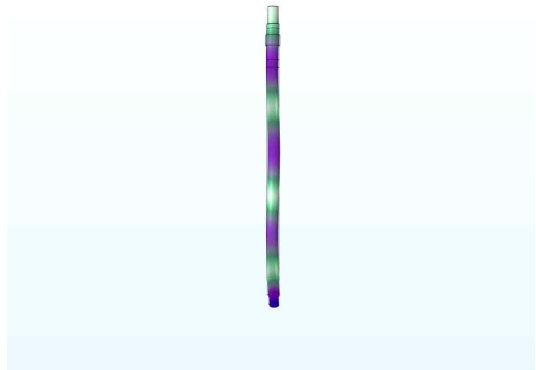
Mode5 (548.09Hz)



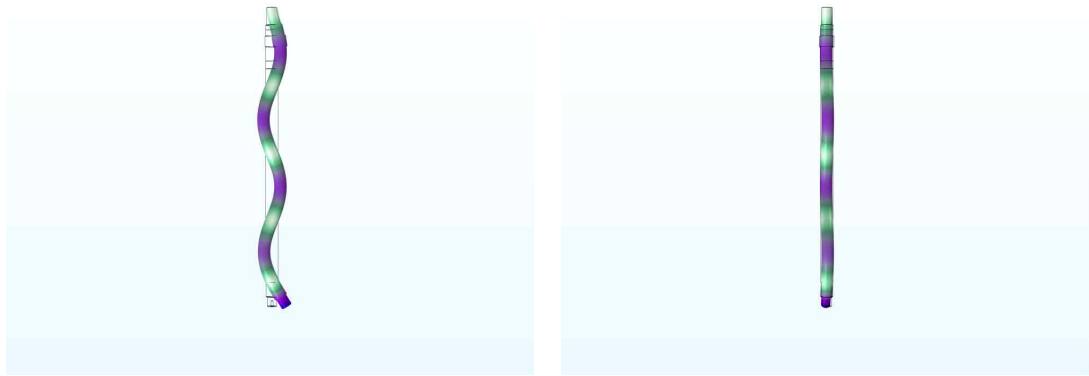
Mode6 (548.16Hz)



Mode7 (853.86Hz)



Mode8 (888.55Hz)

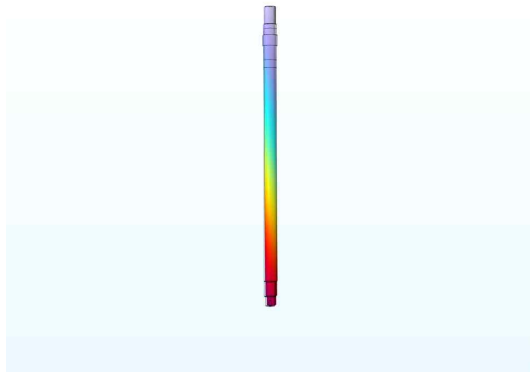


Mode9 (889.05Hz)

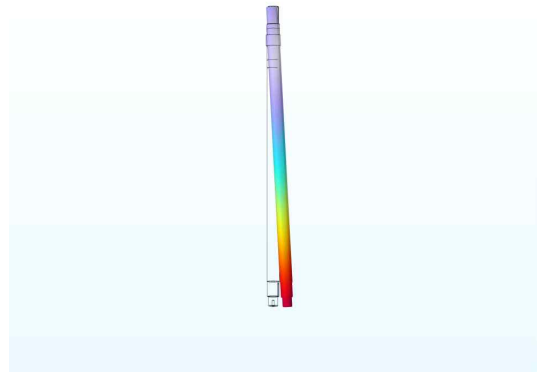
Mode10 (1295.7Hz)

Fig. 3-16 Free Vibration Analysis of Shaft

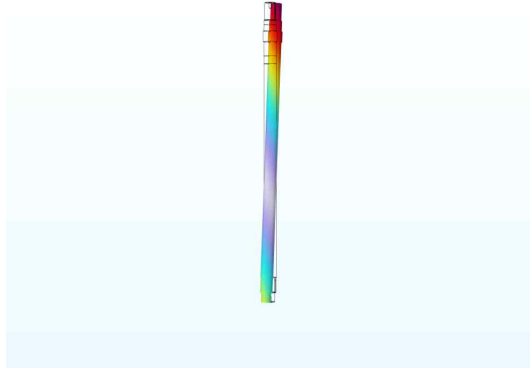
1,3,5,7,9 모드에서는 Bending Mode, 2,4,5,8,10 모드에서는 Torsion Mode 형상을 나타내었다.



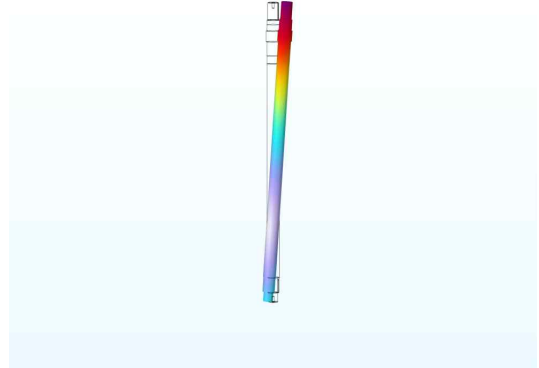
Mode1 (15.254Hz)



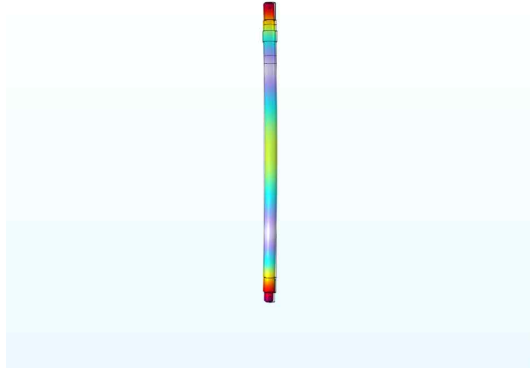
Mode2 (15.474Hz)



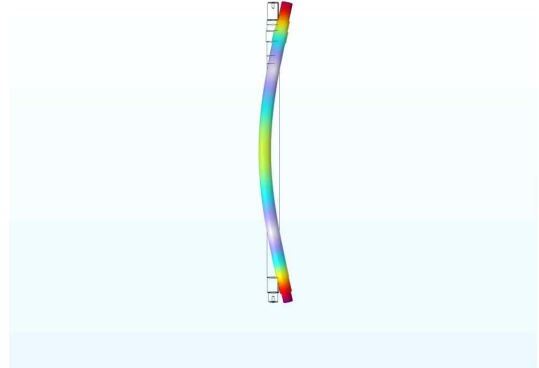
Mode3 (95.048Hz)



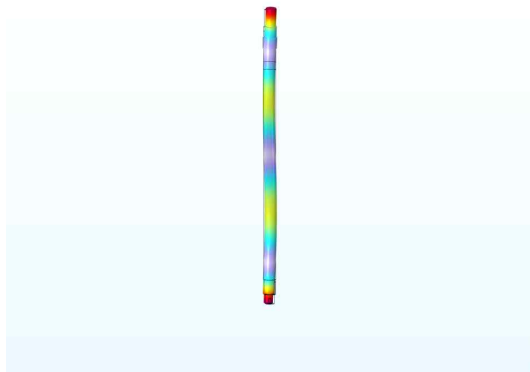
Mode4 (95.917Hz)



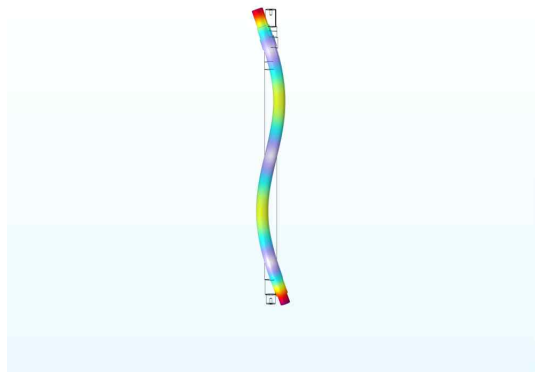
Mode5 (265.19Hz)



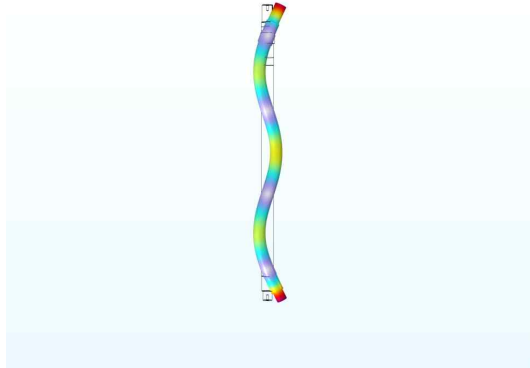
Mode6 (266.73Hz)



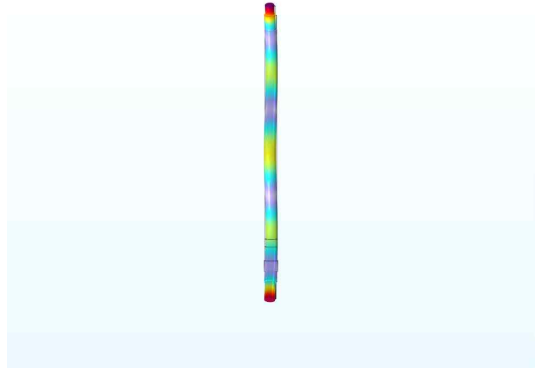
Mode7 (415.42Hz)



Mode8 (516.68Hz)



Mode9 (518.55Hz)



Mode10 (672.83Hz)

Fig. 3-17 Natural Vibration Analysis of Sharft

6,8,9 모드에서는 Bending Mode, 1,2,3,4,5,7,10 모드에서는 Torsion Mode 형상을 나타내었다. 주파수 영역이 증가할수록 휘둘림 모드가 발생하는 것으로 판단된다.

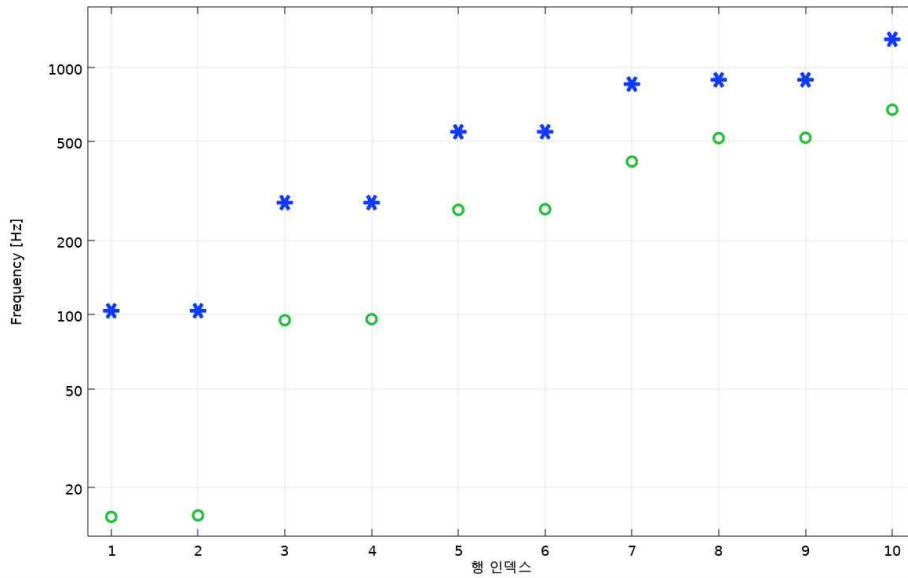


Fig. 3-18 Free and Natural Frequencies of the Impeller

3. 고정깃의 진동해석

고정깃의 자유진동과 고유진동해석을 위해 유한요소 모델링을 시행하였으며, 유한요소 구성 및 품질은 표 3-9에 표기하였다. 주파수는 저차부터 10차까지 값을 도출했으며, 그림 3-19에는 고정깃의 유한요소 모델링을, 그림 3-20에는 자유진동 주파수와 형상모드, 그림 3-21에는 고정깃의 자유진동수를 그래프로 나타내었다.

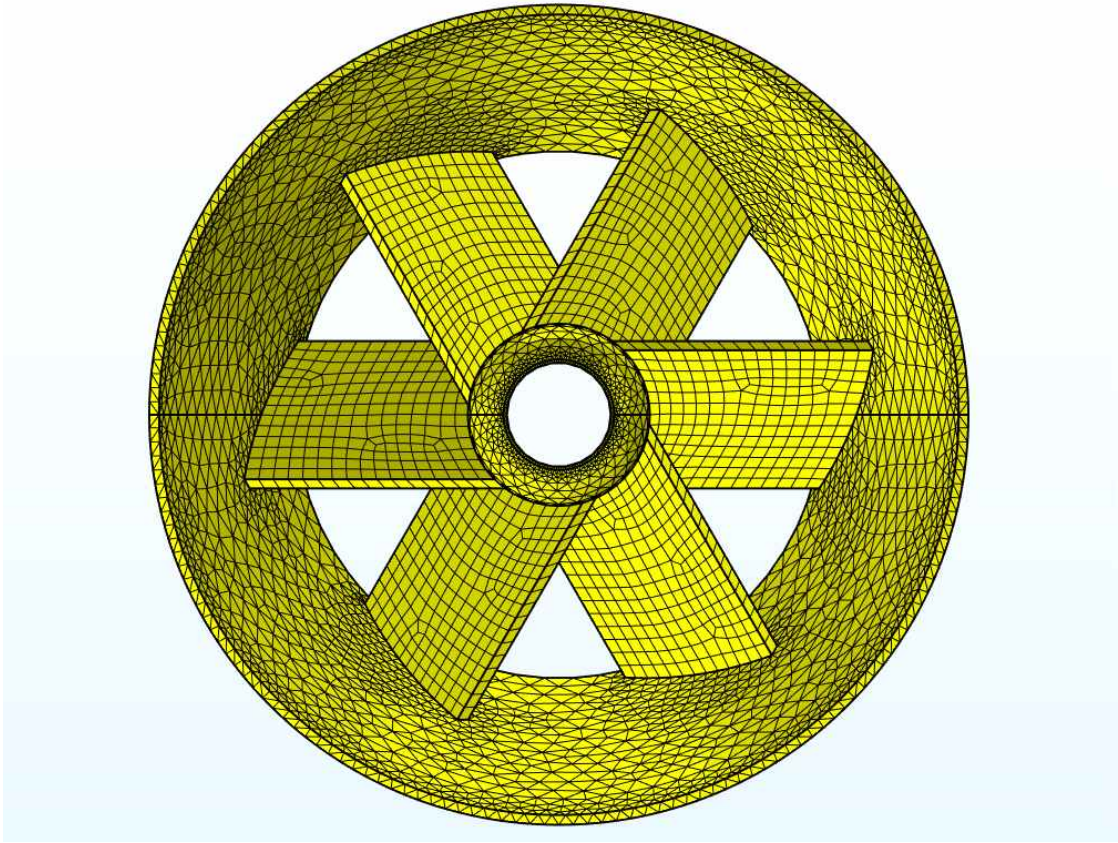
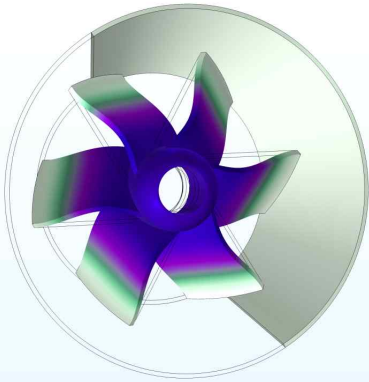


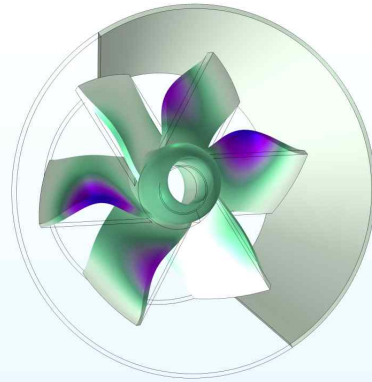
Fig. 3-19 Fixed Blade Finite Element Modeling

Table 3-9 Fixed Blade Element Quality

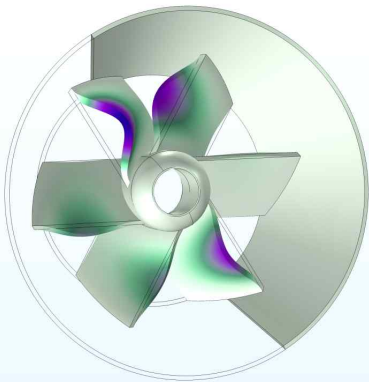
	Fixed Blade
Number of Nodes	9,999
Number of Element	17,204
Mesh Volume	0.006421 m ³
Element Average Quality	0.8494



Mode1 (793.12Hz)



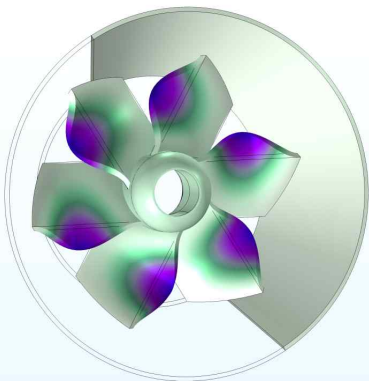
Mode2 (1695.1Hz)



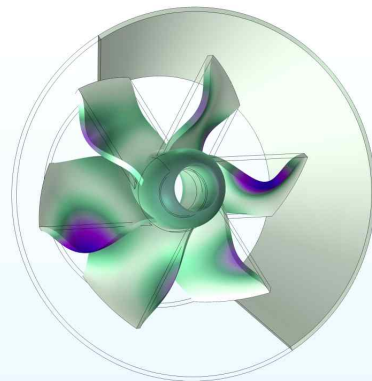
Mode3 (1696.4Hz)



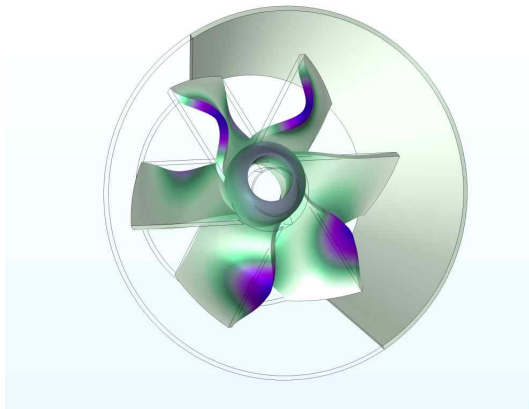
Mode4 (1884.6Hz)



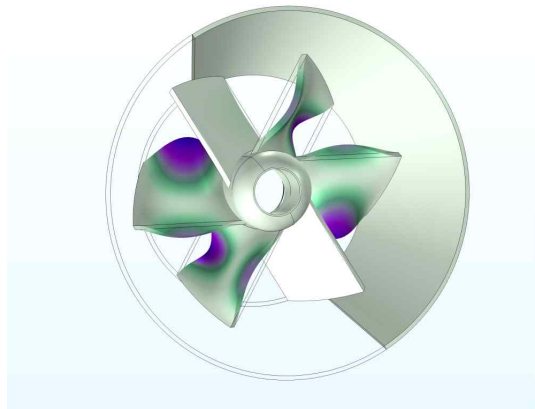
Mode5 (1886.6Hz)



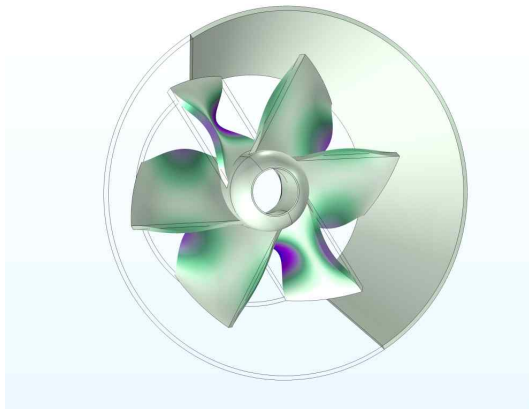
Mode6 (1888.8Hz)



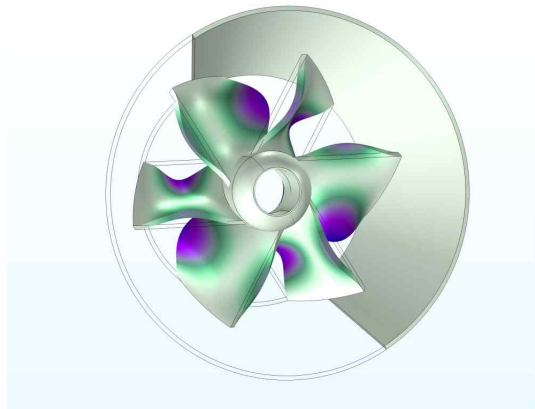
Mode7 (1994Hz)



Mode8 (2189.2Hz)



Mode9 (2190.3Hz)



Mode10 (2543.3Hz)

Fig. 3-20 Free Vibration Analysis of Fixed Collar

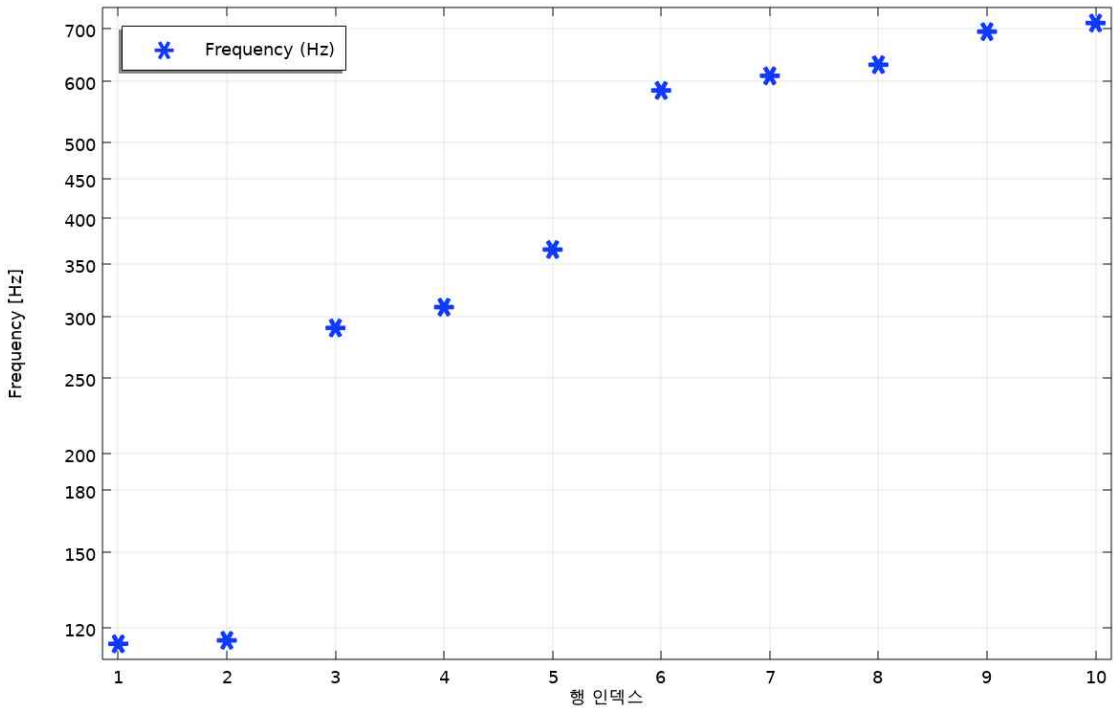


Fig. 3-21 Graphs of the Free Frequencies of the Impeller

4. 수차동력모델의 진동해석

다음 그림 3-22는 샤프트, 베어링, 임펠러가 결합된 동력전달장치의 유한요소 모델링이다. 여러 부품이 결합된 제품이지만, 해석조건은 하나의 제품으로 결합처리해서 유한요소모델링을 시행하였다. 유한요소 구성 및 품질은 표 3-10에 표기하였고, 진동수는 저차부터 12차까지 값을 도출했으며, 그림 3-23에 자유진동수와 형상을, 그림 3-24에는 동력전달장치의 진동수를 그래프로 나타내었다.

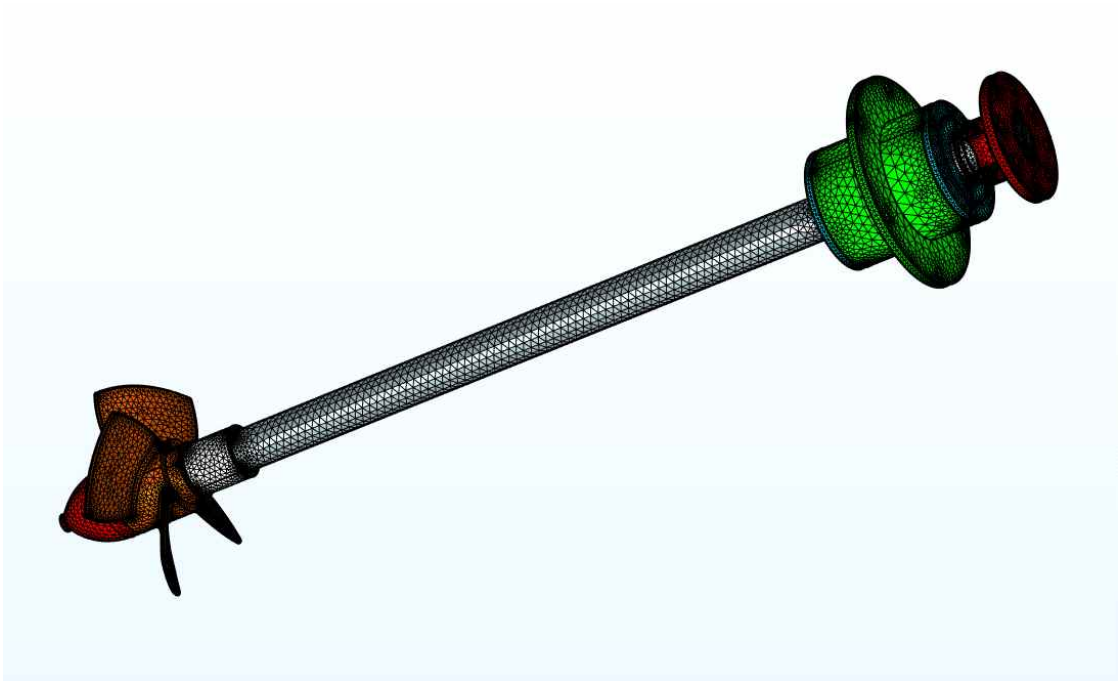


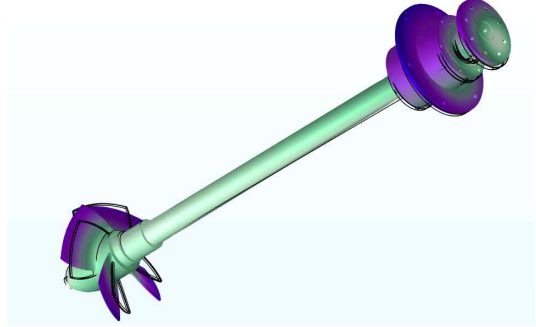
Fig. 3-22 Power Transmission Module Finite Element Modeling

Table 3-10 Power Transmission Module Element Quality

	Power Transmission Module
Number of Nodes	89,122
Number of Element	395,705
Mesh Volume	0.004229 m ³
Element Average Quality	0.7982



Mode1 (66.183Hz)



Mode2 (66.185Hz)



Mode3 (175.5Hz)



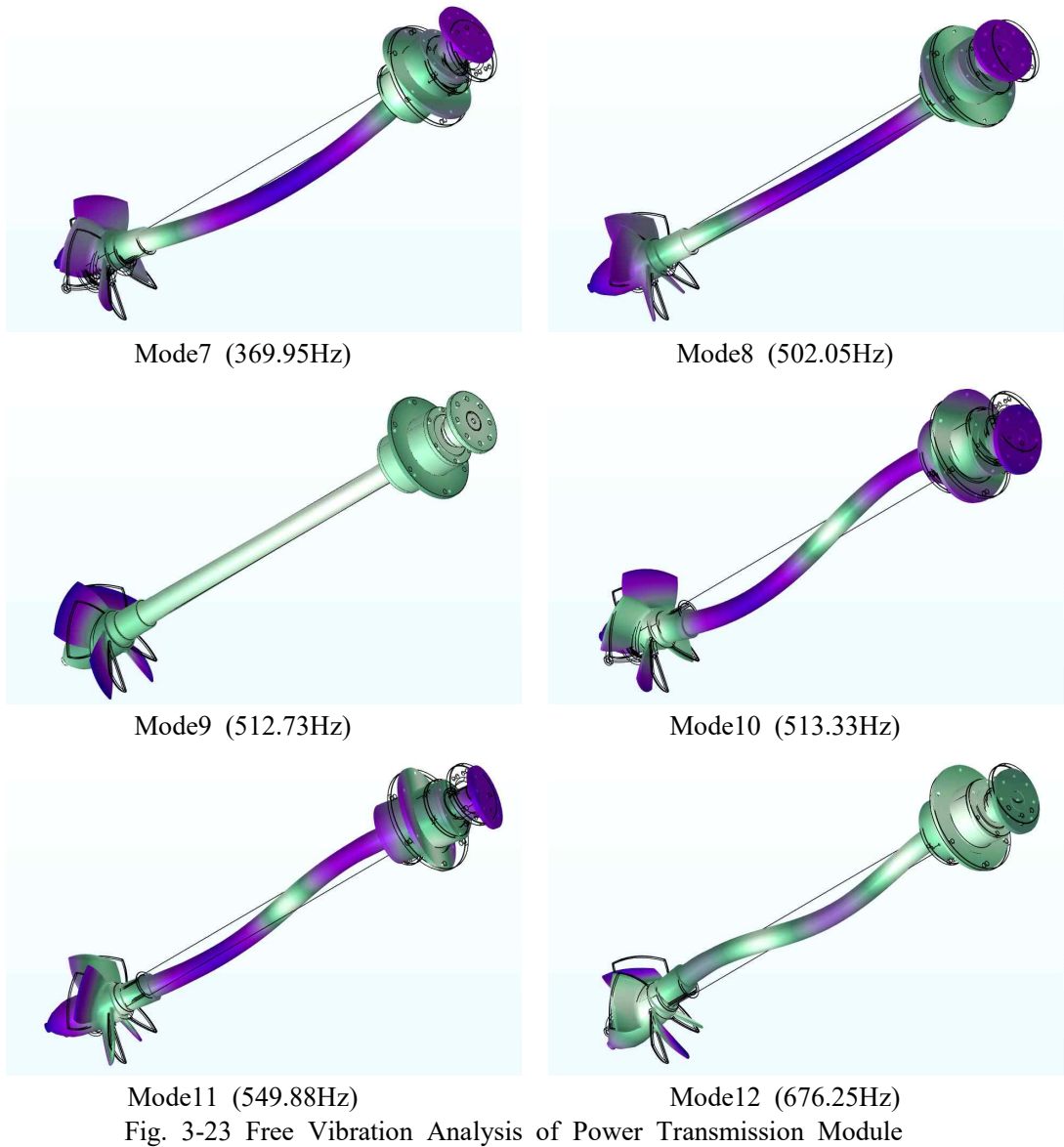
Mode4 (190.01Hz)



Mode5 (190.07Hz)



Mode6 (369.5Hz)



7, 10, 11, 12 모드에서는 Bending Mode, 1,2,3,4,5,6,8,9 모드에서는 Torsion Mode 형상을 나타내었다. 주파수 영역이 증가할수록 휘돌림 모드가 발생하는 것으로 판단된다. 이상 진동해석을 통해 고유진동수를 파악하였고, 수차터빈이 운전되는 범위에서는 가진주파수 영역이 겹치는 모드의 고유진동수는 없는 것으로 확인된다.^[17-18]

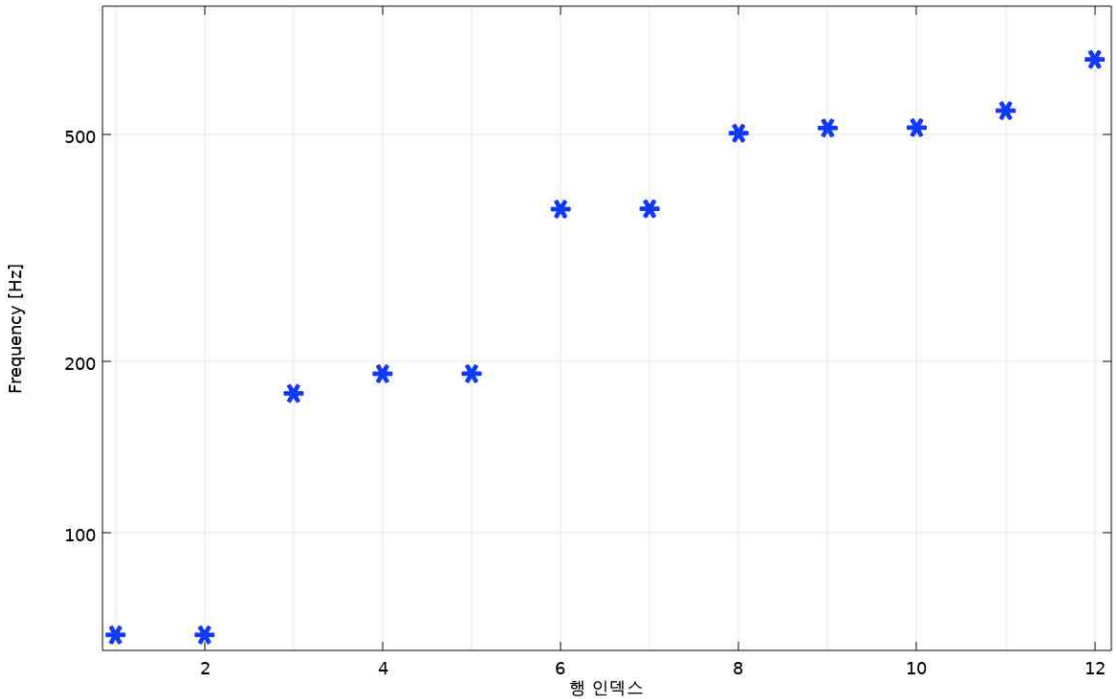


Fig. 3-24 Graphs of the Free Frequencies of the Transmission Moduler

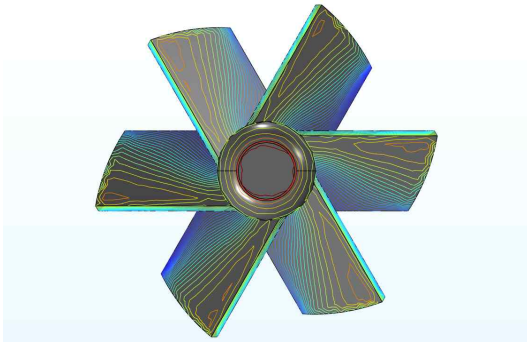
제 4 절 CFD를 이용한 수차 성능분석

1. 고정깃, 임펠러 압력분포 해석

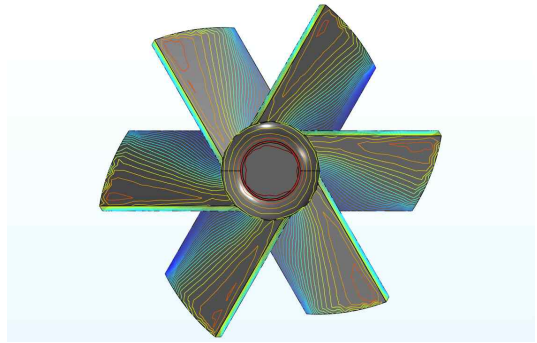
설계 데이터와 현장 실체가동 데이터에 차이가 발생할 경우 손쉽게 수차의 운전조건을 변경시킬 수 있는 장점을 가진다. 임펠러 블레이드를 포함하여 수차 형상에 대한 설계 표준 연구는 이미 국내외 여러 연구자들에 의하여 많은 부분 성능검증이 이루어진 상태이다.^[19-21]

수차의 유동해석을 통해서 유동의 흐름을 분석하고 와류현상이나 캐비테이션 현상 유무를 파악한다.

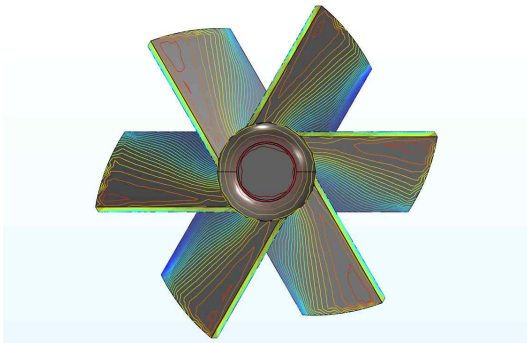
유동의 특성을 분석하기 위해 동적해석을 시행하였으며, 0.2초 간격으로 3초 동안 해석을 시행하였다. 고정깃 압력분포도는 그림 3-25 같이, 임펠러의 압력분포도는 그림 3-26에 나타내었다.



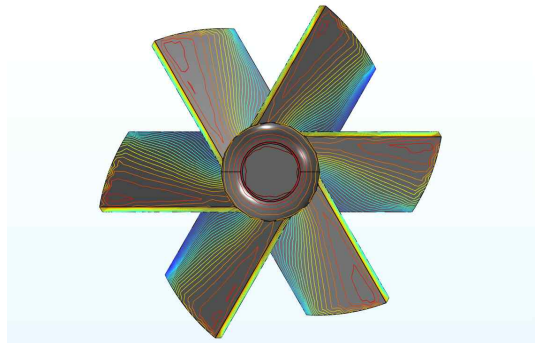
(a) (0.2s)



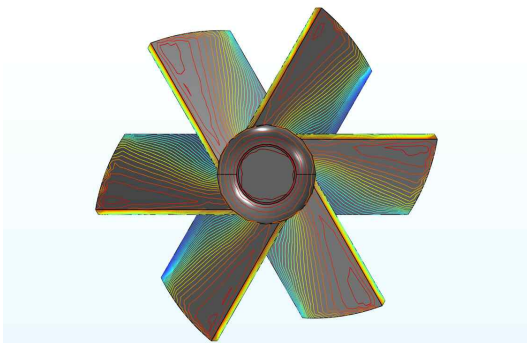
(b) (0.4s)



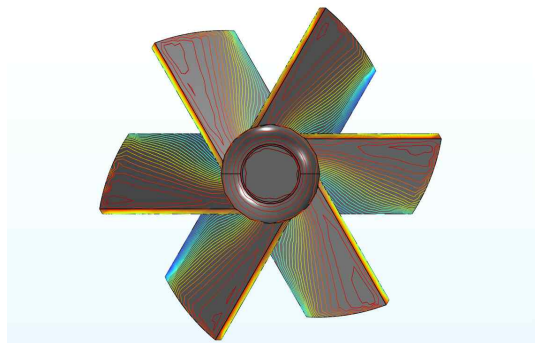
(c) (0.6s)



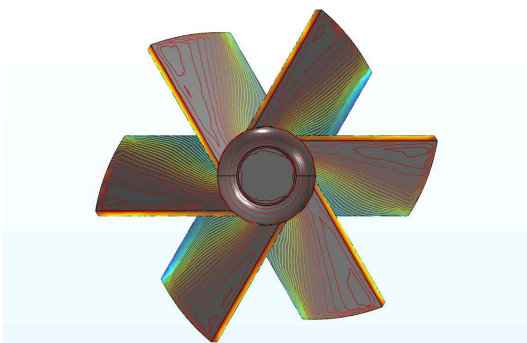
(d) (0.8s)



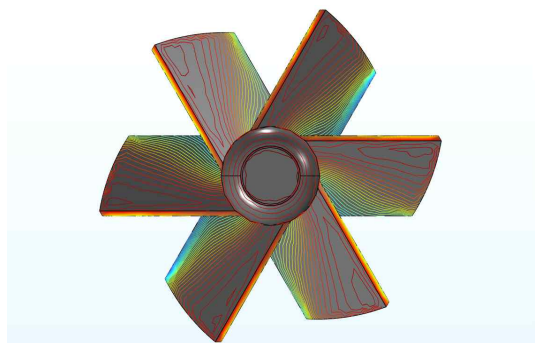
(e) (1.0s)



(f) (1.2s)



(g) (1.4s)



(h) (1.6s)

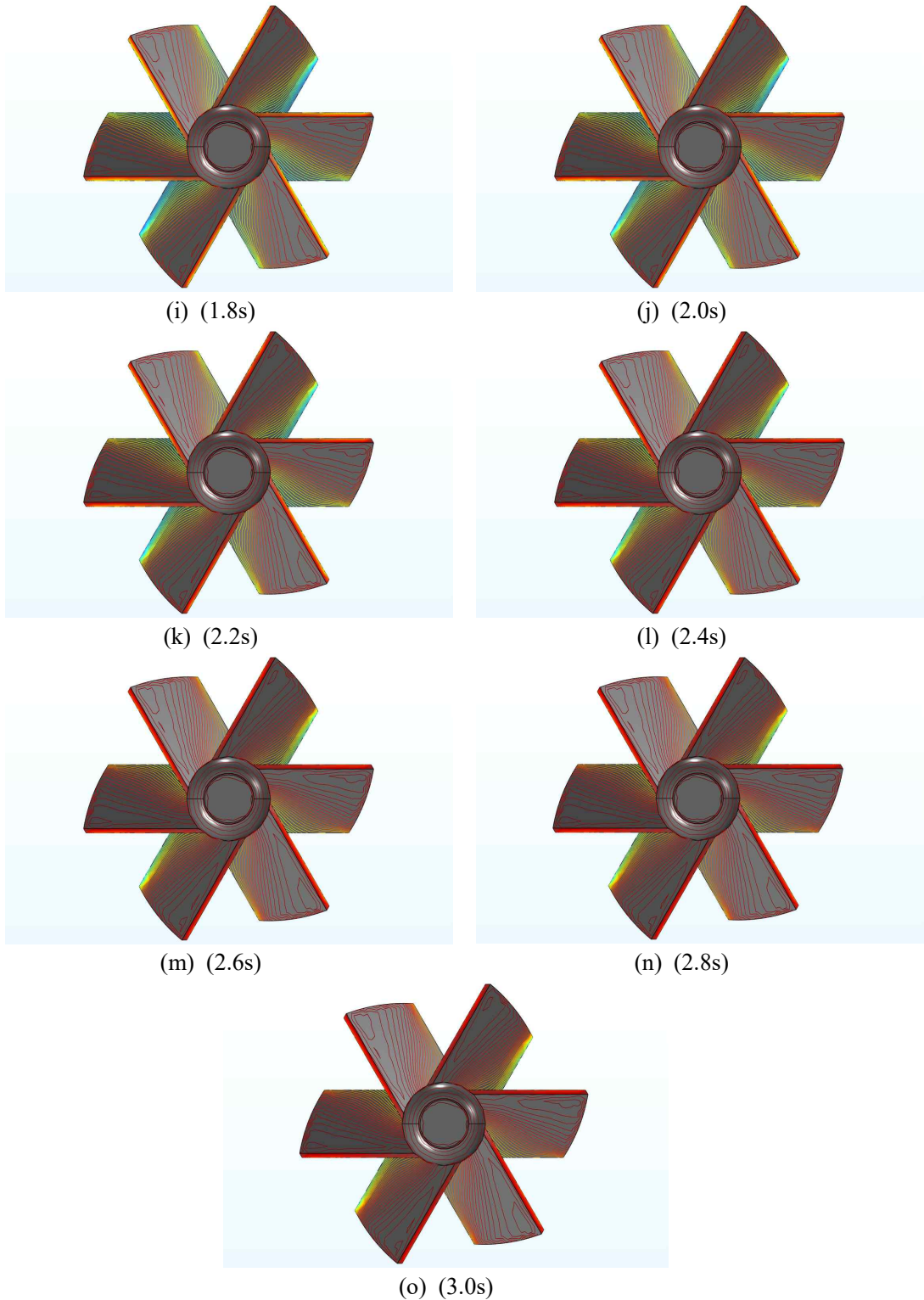
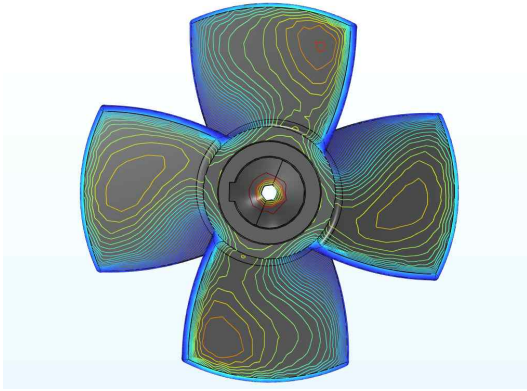
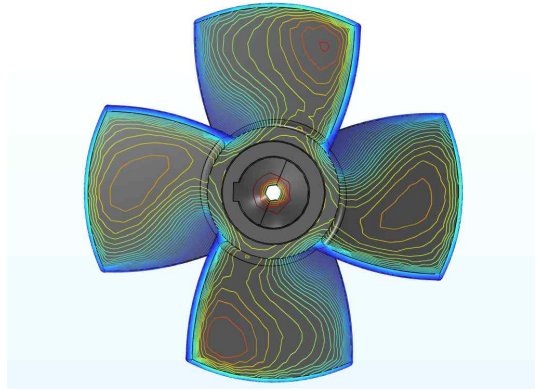


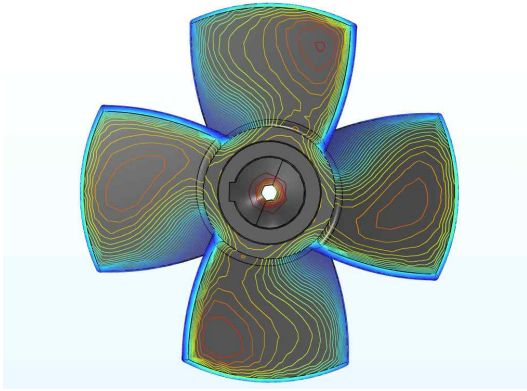
Fig. 3-25 Fixed Collar Fluid Pressure Distribution



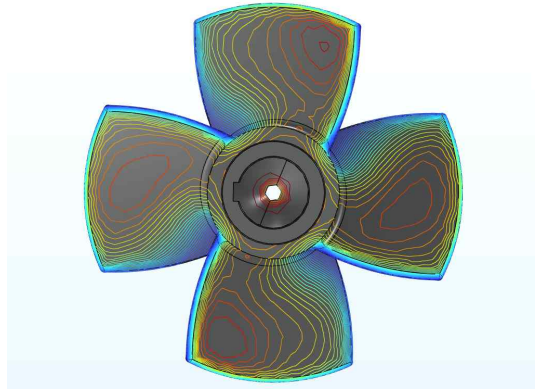
(a) (0.2s)



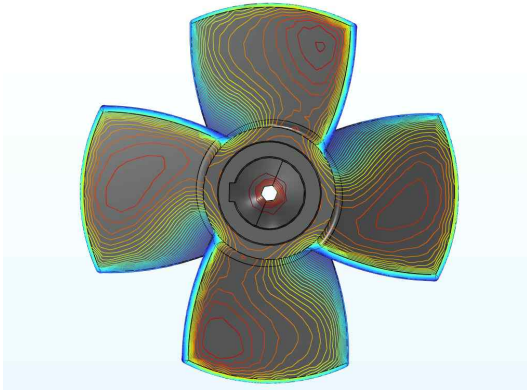
(b) (0.4s)



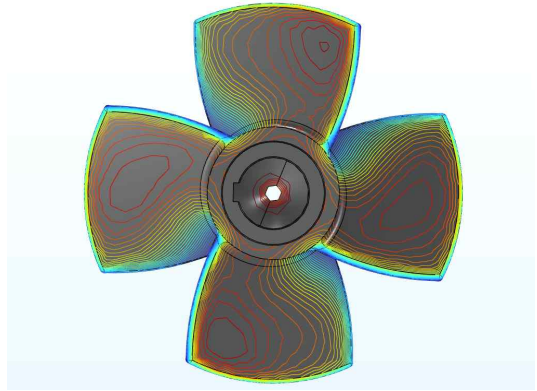
(c) (0.6s)



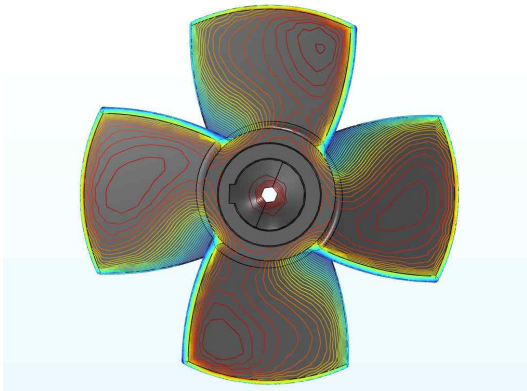
(d) (0.8s)



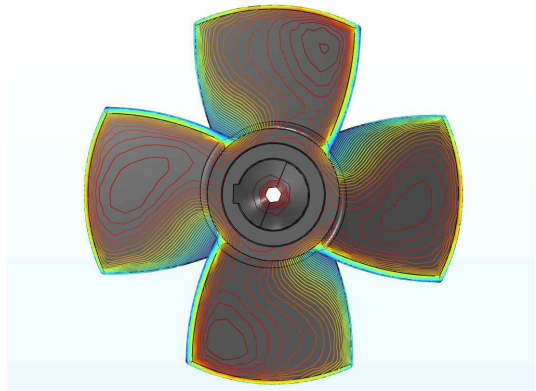
(e) (1.0s)



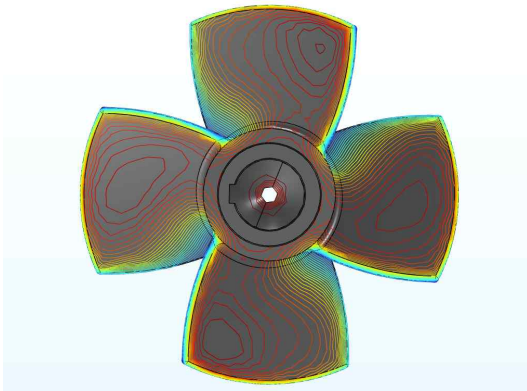
(f) (1.2s)



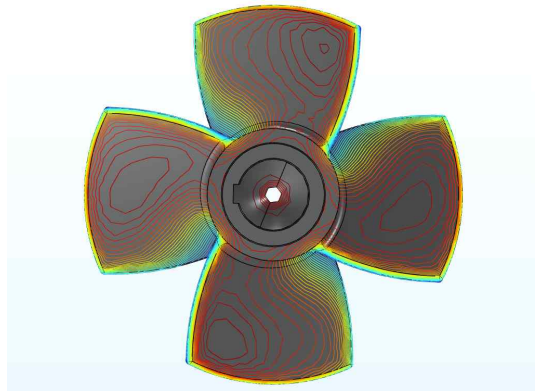
(g) (1.4s)



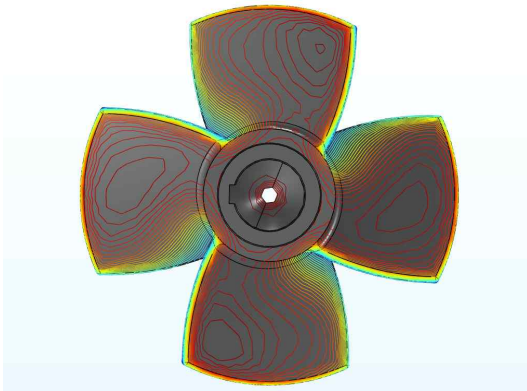
(h) (1.6s)



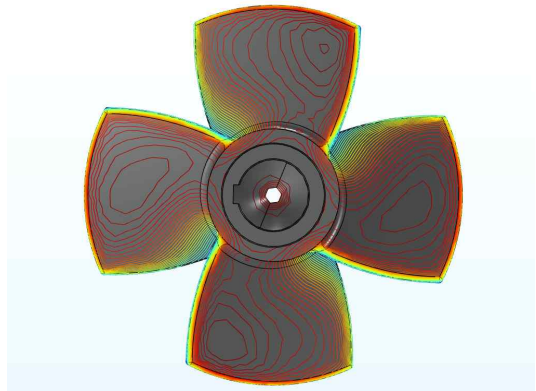
(i) (1.8s)



(j) (2.0s)



(k) (2.2s)



(l) (2.4s)

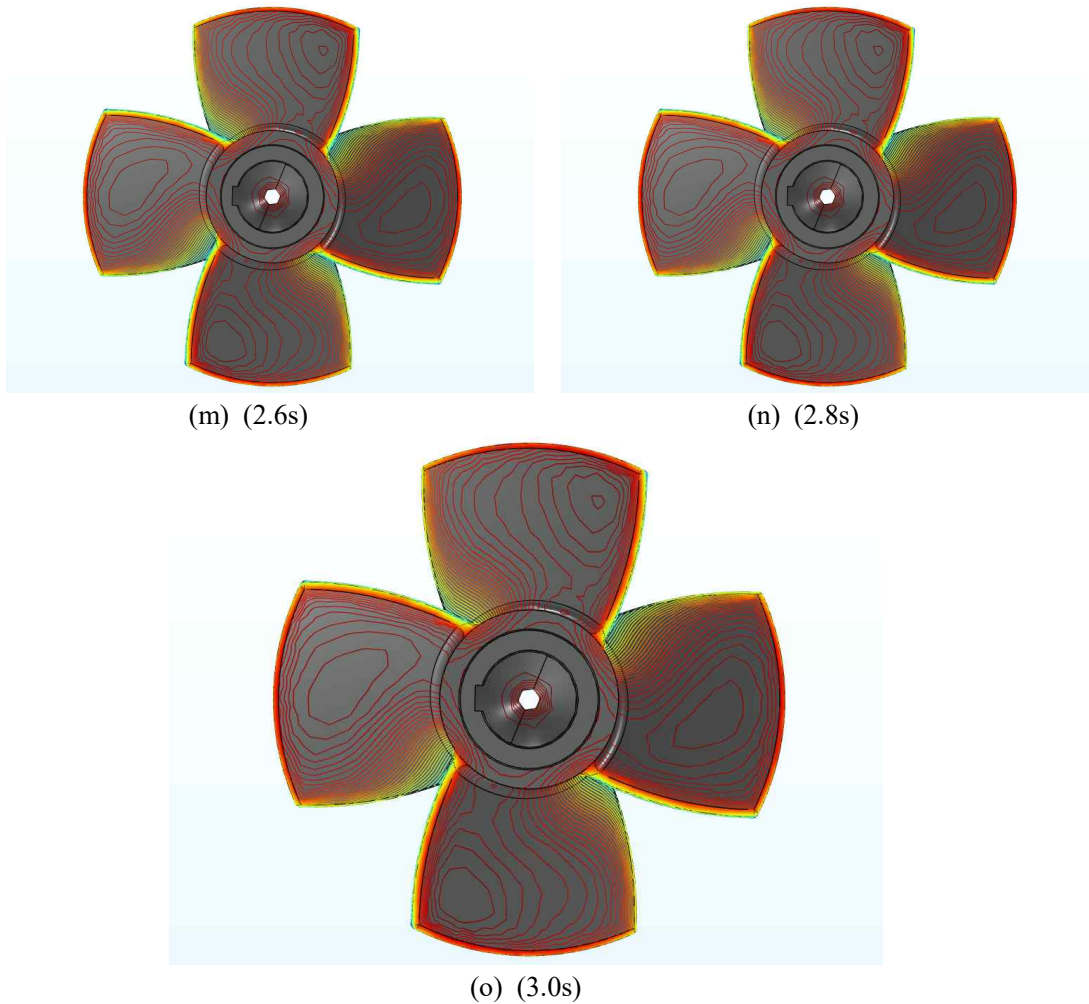
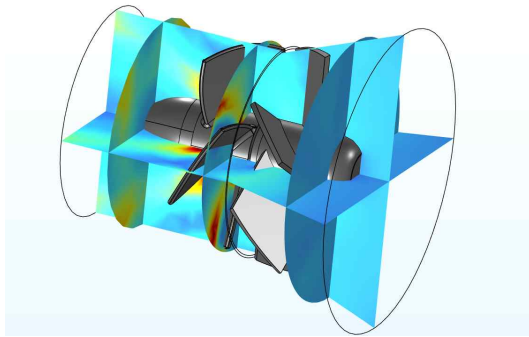


Fig. 3-26 Impeller Fluid Pressure Distribution

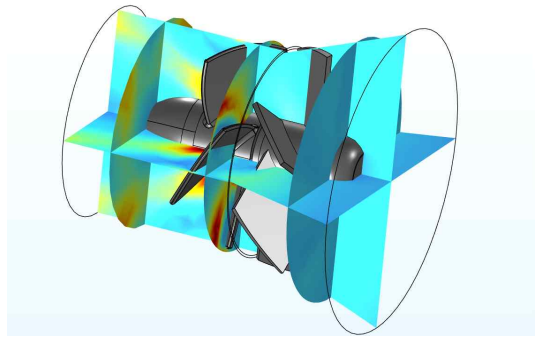
2. 수차내 유동 특성 분석

수차내부 유체 유속해석을 시행하였고, 해석결과 고정깃을 유체가 고정깃을 통과한 유동이 임펠러에 향하는 유동 방향을 확인 하였다.

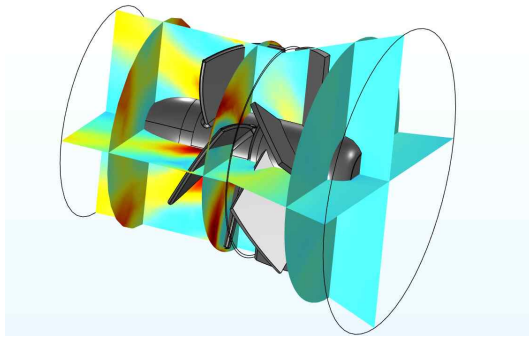
터빈 가동시 유속은 그림 3-27과 같이 약 2.4초에서부터 최대 효율이 발휘되지만 유동의 상세 흐름도 해석결과 캡 상단 부분에서 그림 3-28처럼 와류 현상이 생길 가능성은 확인하였고, 이에 대한 임펠러의 피치각 및 고정깃의 각도 설계검토가 필요하다 판단된다.



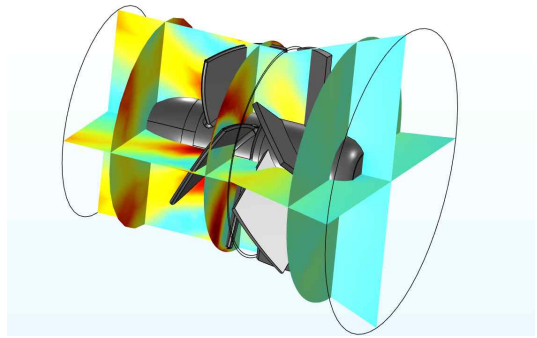
(a) (0.2s)



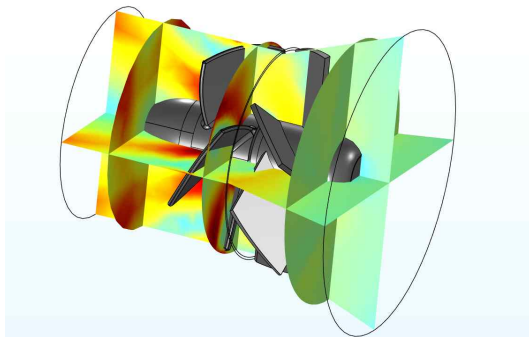
(b) (0.4s)



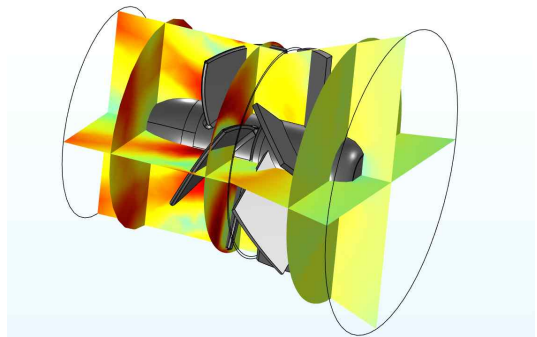
(c) (0.6s)



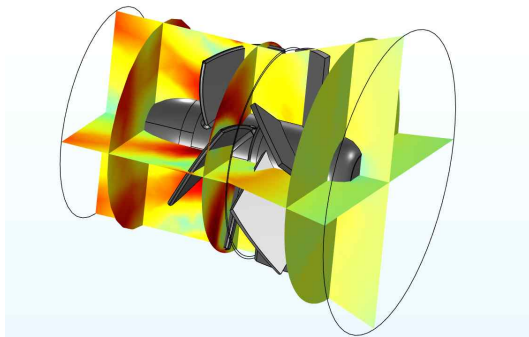
(d) (0.8s)



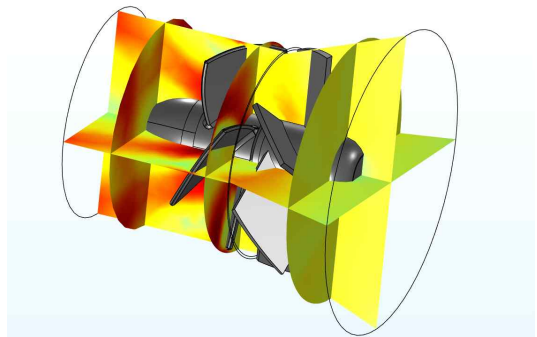
(e) (1.0s)



(f) (1.2s)



(g) (1.4s)



(h) (1.6s)

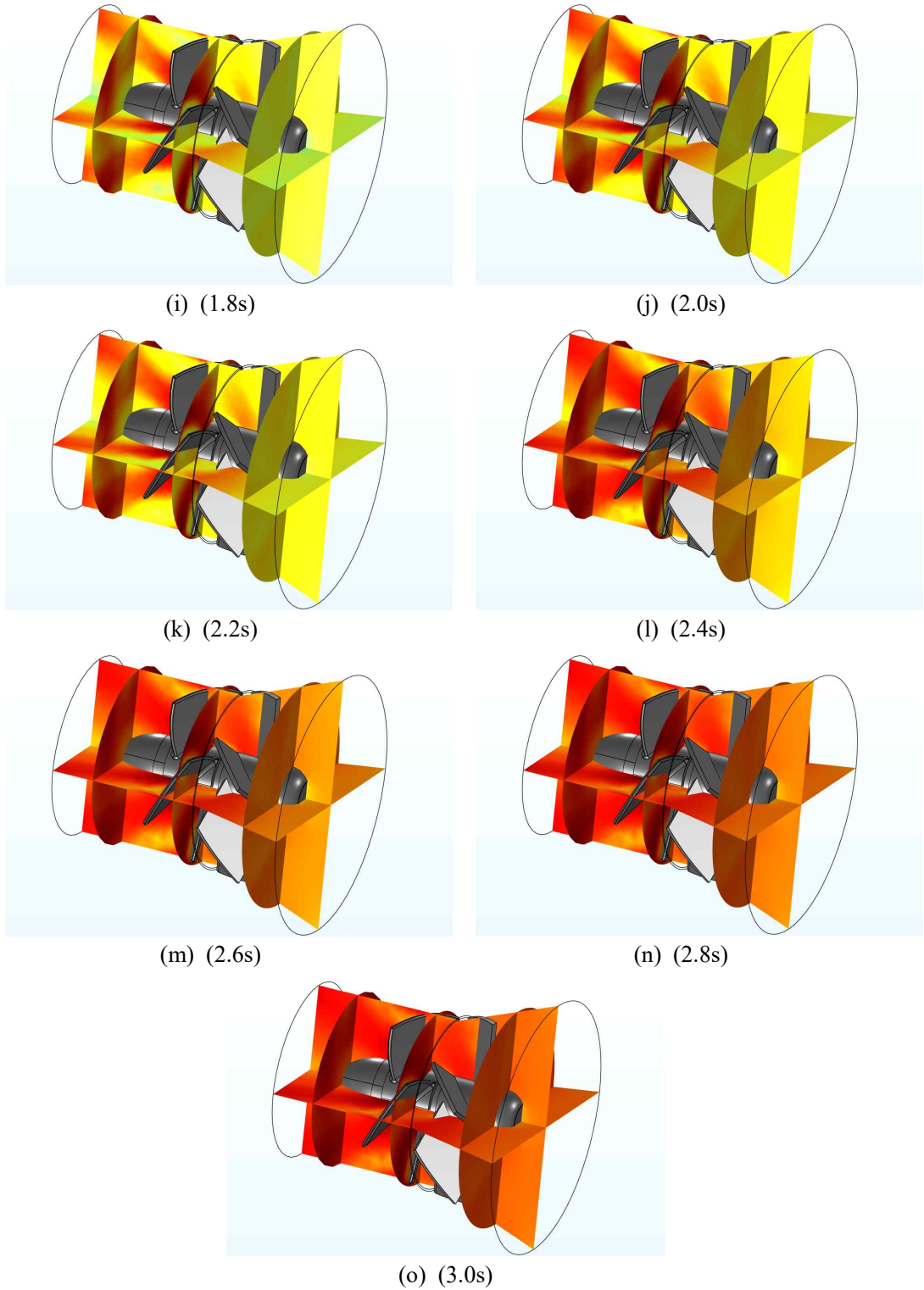


Fig. 3-27 Turbine Internal Flow Rate

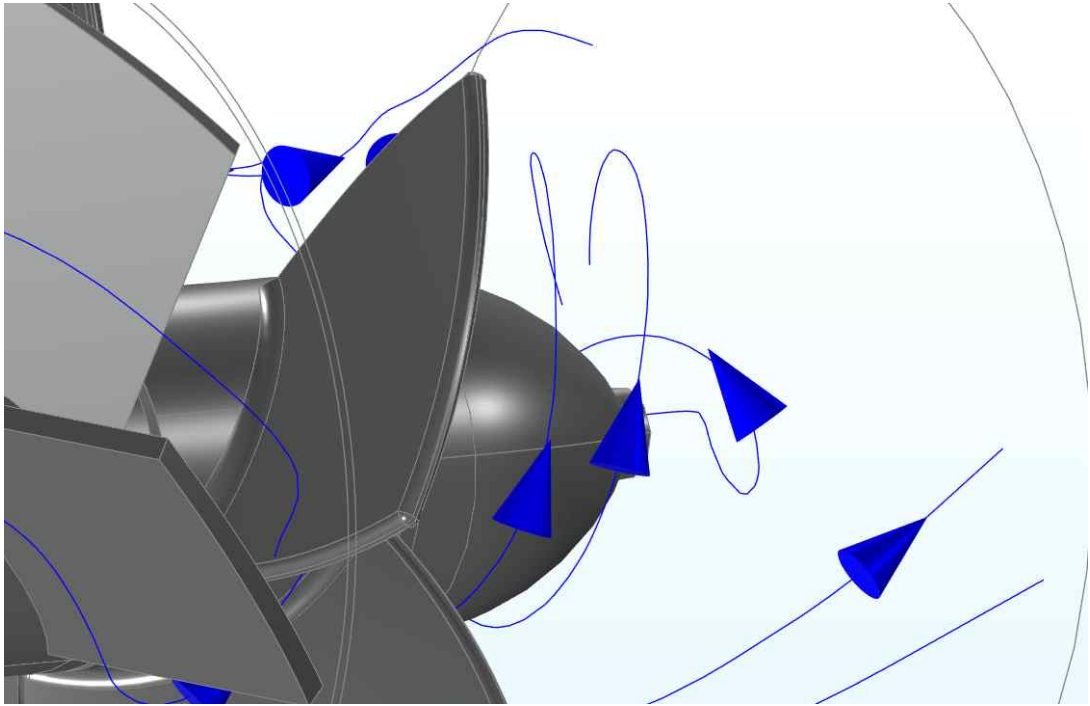


Fig. 3-28 Create Impeller Cap Top Vortex

제 5 장 결 론

본 연구에서는 프로펠러 수차터빈의 구조해석과 진동해석을 통한 강성 및 안정성 검증, CFD를 통한 유동흐름을 파악하고 터빈효율을 분석하였다.

STS304로 이루어진 회전체 임펠러의 600rpm, 700rpm, 800rpm, 900rpm 구조해석 결과 최대응력은 62.7MPa와 부위는 허브와 베인의 이어지는 곡면으로 파악되었다. 안전계수 값 3.3을 도출하였고, 임펠러의 최대 효율시에 구조적 안정성을 검증하였다. 변위해석에서는 Hexa요소를 사용하여 최대 900rpm시 1.227mm로 틱클리어스 5mm내외로 설계시 안정적이다 판단된다. SM400A 재질로 이루어진 가이드 파이프의 동적해석결과 안전계수 2.36값을 도출하였고, 프로펠러 수차터빈은 구조적으로는 안정적이다 판단된다.

수차터빈의 진동특성을 파악 하기 위하여 자유진동해석과, 고유진동해석을 수행하여 각 주파수 산출과 형상을 파악하였다. 자유진동해석결과 임펠러는 484.54Hz, 샤프트는 103.74Hz, 고정깃은 793.12Hz, 수차동력모듈은 66.183Hz값을 산출하였으며, 고유진동수 경우 임펠러는 490.5Hz, 샤프트는 15.254Hz를 도출하였다. 주파수는 최대 운영구간인 900rpm에서 수차터빈의 예상 가진주파수는 14.21Hz ~ 58.75Hz로 예상되어 공진 발생 여부는 낮다고 판단되며, 모드별 Bending Mode, Torsion Mode 의 형상을 파악하여 설계검토를 하였다.

터빈 내에서 흐르는 유체의 흐름과 임펠러의 성능확인을 위하여, CFD해석을 시행한 결과, 고정깃과 임펠러의 후방 압력 분포를 파악하였다. 유체흐름 해석결과 내부 물이 고정깃에 맞 닿는 시점부터 유속이 빨라지는 것으로 보여 고정깃의 성능을 확인할 수 있었고, 터빈 가동시 약 2.4초 부근에서 임펠러의 최대 성능이 발휘 되는 것으로 파악됐다. 그러나 임펠러의 Cap 부근에서 와류 현상발생 가능성을 발견하였고, 임펠러의 피치각 재설계 후, 재 확인이 필요하다 판단된다.

FEA해석은 정확도는 매우 높지만, 100% 정확한 값이 아니다. 최종설계형상 제품이 생산되면 실증시험을 통해 해석결과와 비교 분석하고 잘못된 설계 및 해석값을 파악하고 재수행 하여 생산된 시제품을 통해 실증값과 해석값 비교검증이 필요하다 사료된다.

참 고 문 헌

1. Loots a,n, M. van Dijk a, B. Barta b, S.J. van Vuuren a, J.N. Bhagwan, “A review of low head hydropower technologies and applications in a South African context” Renewable and Sustainable Energy Reviews 50, pp. 1254–1268, (2015).
2. Paish O. Small hydro power: technology an current status. Renew Sustain Energy Rev ;6(6):537–56. (2002).
3. 지식경제부, 한국 에너지 관리공단, 신재생에너지 RD&D 전략 2030 소수력, (2008).
4. Tadashi Tsukamoto, Morihito Inagaki, Tadahiko Watanabe, Shoichi Yamato, Michihiro Nishi, "Characteristics of a Micro Tubular Turbine for the Serial Arrangement", Turbomachinery Vol.32, No.3,pp.176-182, Aug.12, (2005).
5. Nguyen, V. Ph., "Automatic Mesh Generation with Tetrahedron Elements", Int . J. Numer. Meth. Egn. 18, pp.273~280, (1982).
6. Saeed Moaveni, "Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS", Prentice-Hall Inc. (1999).
7. Irvinc H. Shames, Clive L. Dym, "Energy and Finite Element Methods in StructureMechanics", Hemisphere Publishing Cor., pp.455~483, (1985).
8. William T. Thomson, "Theory of Vibration with Application", Prentice-Hall Inc., pp.1~2, (1993).
9. Daniel J.Inman, "Engineering Vibration, 2nd Edition", Pearson Education Inc., pp1~8,(1999).
10. Shephard, M.S., "Finite Element Modeling within an Integrated Geometric Modeling

- Environment :Part 2-Attribute Specification, Domain Differences, and Indirect Element Types", Engineering with Computers, 1, pp73~85, (1985).
11. Norman E. Dowling, "Mechanical Behavior of Materials (Engineering Method for Deformation, Fracture, and Fatigue)", (2015).
 12. Soong, T. T. and Grigoriu, M., Random Vibration of Mechanical and Structural Systems, Prentice Hall International, Ltd., London, (1993).
 13. Cho, J. H., Oh, J. E., Im, D. G., Yoon, H. U. and Kang, S. J., "Modeling and Vibration Analysis of Steering System," Trans. of Korean Society for Noise Vibration Engineering, Vol. 2, No. 2, pp. 125~134, (1992).
 14. Kim, C. N., "Operational Deflection Shape and Modal Analysis Testing To Solve Resonance Problems," Trans. of Korean Society of Marine Engineering, Vol. 30, No. 2, pp. 190~198, (2006).
 15. Cho, J. H., Oh, J. E., Im, D. G., Yoon, H. U. nd Kang, S. J., "Modeling and Vibration nalysis of Steering System," Trans. of KoreanSociety for Noise Vibration Engineering, Vol. 2, No. 2, pp. 125~134, (1992).
 16. Ewins, D. J., Modal Testing : Theory, Practice and Application, Research Studies Press LTD, (2000).
 17. David V. Hutton, "Fundamentals of Finite Element Analysis", (2006).
 18. James M. Gere, Barry J. Goodno, "Mechanics of Material – SI Edition", (2014).
 19. Torbjorn K.N., Jorgen R., and Ole G. D., "Propeller Turbine with Two Contra-Rotating impellers and built in Generators", Proceedings of the 23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems Yokohama, Japan, October (2006).

20. Daisuke T., and Toshiaki K., "Experimental Study on Design Materials for Solidity of Counter Rotating Runners", Proceedings of the 23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems Yokohama, Japan, October (2006).

21. Ales s., and Jiri O., "Shape Optimization of a Kaplan Turbine Blade", Proceedings of the 23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems Yokohama, Japan, October (2006).

감사의 글

석사 과정과 학위논문을 마무리하며 이렇게 감사의 글을 쓰니 감회가 새롭습니다. 직장생활을 하다 다시 학교 생활을 하게 된 것에 대한 기대감으로 입학은 하였지만, 전례 없는 감염병 사태로 1년을 비대면 수업을 하다보니 아쉬운 점도 있었습니다. 그러나 열정있는 훌륭한 교수님들께 4학기 동안 많은 것을 배울 수 있었습니다. 저의 석사생활을 이끌어 주시고, 도와주시고, 더 많이 배울 수 있도록 관심과 힘 써주신 분들께 그 감사함을 조금이나마 이 지면을 통해 표현 하고자 합니다.

먼저, 저의 석사 과정 동안 큰 가르침을 주신 김재열 교수님께 진심으로 감사드립니다. 바쁘신 와중에도 항상 신경을 써주시고, 부족한 저를 많이 확인해주신 것에 대해 정말 감사드립니다. 부족한 학위 논문이었지만 교수님의 많은 지도 덕에 부끄럽지 않은 논문이 완성된 것 같습니다. 아울러 바쁘신 와중에도 논문을 심사하여 주신 심사위원장 김지훈 교수님, 심사위원 정현철 교수님께 진심으로 감사 드립니다. 또한, 학위 과정을 마칠 수 있게 옆에서 물심양면으로 도와주신 이항서 선배님, 강찬근 선배님, 신주엽 선배님, 김우진 선생님과 현일이, 조은이, 영하에게도 진심어린 감사를 드립니다. 이 인연 계속 이어갈 수 있도록 후배로써, 선배로써 노력하겠습니다.

저의 대학 연구활동 도움과 학위논문의 아이디어를 제공해 주시고 논문의 틀을 잡아주신 자동화 실험실의 김경석 교수님과 정현철 교수님께 특별히 감사를 전합니다. 저의 학위논문 연구를 위한 아낌없는 조언과 지원덕에 논문을 완성할 수 있었습니다.

대학원 생활을 하면서 힘들고 답답할 때, 옆에서 하나부터 열까지 세심하게 신경써 주신 어머니, 무심한 듯 지켜보며 걱정해주는 내 동생 종서 덕분에 2년간의 대학원 생활을 잘 마무리 지을 수 있었습니다. 제가 말이나 행동으로는 표현 못하지만 항상 존경하고, 사랑하고, 감사합니다.

지면에는 다 표현하지는 못하였지만, 석사 과정을 하는 2년 동안 힘이 되어준 나의 친구들에게 감사를 전하고 싶습니다. 그 고마움을 꼭 잊지 않고 차근차근 전하겠습니다.

2022년 12월

박 종 현