



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2023년 8월
석사학위 논문

변조전달 분광학을 이용한
외부공진기형 다이오드 레이저
주파수 안정화 연구

조선대학교 대학원
광 기술 공 학 과
이 재 곤

변조전달 분광학을 이용한
외부공진기형 다이오드 레이저
주파수 안정화 연구

Study on laser frequency stabilization of a
homemade external cavity diode laser using
modulation transfer spectroscopy

2023년 8월 25일

조선대학교 대학원
광기술훈공학과
이재곤

변조전달 분광학을 이용한
외부공진기형 다이오드 레이저
주파수 안정화 연구

지도교수 김진태

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함

2023년 4월

조선대학교 대학원
광기술평학과
이재곤

이 재 곤의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교 수 김 현 수 (인)
위 원 조선대학교 교 수 박 종 락 (인)
위 원 조선대학교 교 수 김 진 태 (인)

2023년 5월

조선대학교 대학원

목 차

ABSTRACT

제1장 서론	1
제1절 연구 배경	1
제2절 연구의 현황 및 의의	2
제3절 연구 목표	5
제2장 연구 이론	6
제1절 ECDL의 조립과 실제 실험에서의 적용 이론	6
1. 반도체 레이저 다이오드	6
2. ECDL의 이론	9
제2절 SAS의 배경 이론	16
1. 펌프 및 프로브 빔 & 원자 간 상호작용	16
2. SAS 신호의 형태	20
제3절 MTS의 배경 이론	21
1. 전기 광학 변조기 (EOM)	21
2. 미분 신호	22
제4절 다이오드 레이저와 MTS를 이용한 주파수 안정화	25
1. 비례-적분-미분 제어 (PID)	25
2. Lock-in Amplifier	27
3. 주파수 안정화 방법	28

제3장 실험 결과 및 분석	29
제1절 ECDL의 제작 과정 및 실험 적용	29
1. 수제 ECDL의 제작 과정	29
2. ECDL의 실험 적용	34
제2절 SAS 및 MTS 신호 탐색	35
제3절 레이저의 주파수 안정화	43
제4장 고찰 및 논의	46
제5장 결론	47
[참고문헌]	49

표 목차

표 2-1. 레이저 다이오드와 LED의 차이점	7
표 3-1. 표 양식 구조를 이용하여 루비돔 원자의 준위 표현 1	38
표 3-2. 설정값	41

그림 목차

그림 2-1. 레이저 다이오드의 발진 원리	6
그림 2-2. 외부공진기를 가진 다이오드 레이저의 기본 형태	9
그림 2-3. Littrow식 구성	10
그림 2-4. Littman식 구성	11
그림 2-5. Littman식 구성으로 이미지 예시를 든 각 수식의 의미	13
그림 2-6. Modified Littrow식 구성	13
그림 2-7. Rb cell을 기준으로 중첩되는 펌프 빔과 프로브 빔	18
그림 2-8. 속도가 0인 원자의 관찰 그래프	19
그림 2-9. Lorentzian 함수의 모양	20
그림 2-10. PID 제어의 모식도	25
그림 2-11. PID 제어기인 ITC4001	26
그림 3-1. ECDL의 조립도	29
그림 3-2. Thorlabs사의 L785P090	30
그림 3-3. 조립하는 과정 1	30
그림 3-4. 조립하는 과정 2. PZT를 설치하는 모습	31
그림 3-5. 조립하는 과정 3. Main body 밑에 TEC 붙이기	31
그림 3-6. 조립하는 과정 4. LD 장착	32
그림 3-7. 조립하는 과정 5. body 조합	32
그림 3-8. knobs 조절하기	33
그림 3-9. 조립을 완료한 ECDL의 모습	33
그림 3-10. Laser Current Setpoint 값에 따른 레이저 파워미터 측정 그래프	34
그림 3-11. 안정화를 위한 실험 장비 모식도	35
그림 3-12. 광학 테이블 위에 배치된 광학소자 실험 모식도	36
그림 3-13. 표 양식 구조를 이용하여 루비듐 원자의 준위 표현 2	39
그림 3-14. 예측된 공명선 위치	39
그림 3-15. 신호 검출 모식도	40
그림 3-16. 잡아낸 SAS 및 MTS 신호	41
그림 3-17. DC, RAMP를 조절하는 장치의 모습	44
그림 3-18. 안정화되기 전(검은색)과 안정화가 된 후(빨간색)의 오차 신호 모습 ..	44

ABSTRACT

Study on laser frequency stabilization of a homemade external cavity diode laser using modulation transfer spectroscopy

By Jae-Gon Lee

Advisor : Prof. Jin-Tae Kim, Ph.D.

Department of Photonic Engineering

Graduate School of Chosun University

In this work using Modulation Transfer Spectroscopy (MTS), laser frequency stabilization of a homemade external cavity diode laser (ECDL) was conducted.

An ECDL is manufactured using a laser diode with the wavelength of ~780 nm corresponding D2 transition of Rb atom. Frequency scanning of ECDL is done with changes of the angle and the position of a grating positioned with Littrow type. Obtained maximum output power is ~ 50mW at 0.1 A input current.

Instead of modulating the frequency of the probe laser, modulating the pump laser beam by Electro Optic Modulator (EOM) generate sidebands and the modulation can be transferred to the probe beam through four-wave mixing by rubidium atoms. The differential line profile of MTS due to the modulation can be obtained. Strong MTS signal with differential line profile appears at a cycling transition line from the ground level $F_g = 3$ to the excited level $F_e = 4$ although the SAS signal is weak at a cycling transition line from the ground level $F_g = 3$ to the excited level $F_e = 4$. There is no Doppler background due to nonlinear process so that it is appropriate to use the stabilized frequency in the atomic trap, high resolution spectroscopy, precision measurement, etc.

Strong MTS with large slope of the error signal has advantage to elevate the stability of laser frequency. Laser frequency stabilization is done using a

Proportional Integral Differential (PID) with MTS with zero crossing. Error signal before frequency locking is reduced by ~10 times compared to that of error signal after frequency locking.

제1장 서론

제1절 연구 배경

레이저는 1960년 5월 16일 미국 캘리포니아 휴즈(Hughes) 연구실에서 일하던 물리학자이자 기술자인 시어도어 H 마이만(Theodore H. Maiman)이 세계 최초로 개발하였다 [1]. 그 이후로 레이저의 파장과 세기를 일정하게 하고자 하는 많은 방법의 연구가 진행되었다. 특히 원자 및 분자 분광학 실험에 있어 필수적인 요소 중 하나가 레이저 주파수 안정화이다. 이는 주파수가 안정화되어야 주파수 흔들림 없이 얻고자 하는 신호가 안정화될 수 있다 [2]. 이러한 예로 레이저 냉각을 통해 원자 포획을 하기 위해서는 레이저 주파수가 특정 천이 분광선들에 고정되어야 하는데, 그렇게 되지 않고 레이저 주파수 흔들림이 있으면 레이저에 의한 원자의 포획이 되지 않는다 [3]. 또한, 주파수의 안정화를 위해서는 오차 신호인 미분 신호를 얻어야 하는데 그 미분 신호를 얻기 위해서는 프로브 레이저의 주파수 변조를 통해 그 미분 신호를 얻을 수가 있다 [4]. 그러나 직접적인 방식으로 레이저 주파수 변조를 하려는 경우, 레이저 주파수 떨림 현상이 발생할 수가 있다. 그래서 레이저 주파수를 직접 변조시키지 않고 미분 신호를 얻을 수 있으면 레이저 주파수 떨림이 없게 되기 때문에 레이저 주파수 안정도가 훨씬 좋아질 수가 있다. 변조전달 분광학(modulation transfer spectroscopy)에서는 펌프 광(pump beam)과 프로브 광(probe beam)이 사용된다 [5]. 오차 신호를 얻을 때 프로브 광을 직접 변조하지 않고, 대신 강한 세기를 가지는 펌프 광을 변조시키면서 이렇게 변조된 펌프 광의 주 주파수 옆에 생긴 이웃 주파수 신호를 프로브 광에 전달하여 프로브 빔을 변조하지 않고도 미분이 된 변조전달 신호를 얻을 수가 있다 [6]. 변조전달 분광학은 편평한 배경 신호를 가지는 미분 신호를 가지기 때문에 원자 천이 신호의 중앙에 영점을 지나게 해 준다. 또한, 변조전달 신호는 원자 천이의 달린계에서만 기여를 하기 때문에 SAS 신호에서의 달린계에서 약한 신호를 가지더라도 큰 신호를 주는 장점이 있다.

Modulation Transfer Spectroscopy (MTS)가 가지는 장점은 비선형 4광자 혼합에 의해 생기는 현상이므로 배경 신호가 매우 작고 미분 신호의 기울기가 매우 커서 주파수 안정화에 적용하기에 매우 좋은 방법이라고 할 수 있다 [7].

제2절 연구의 현황 및 의의

그동안 수행되고 있던 기존의 변조전달 분광학 연구 목록을 정리하자면, MTS가 제안된 이후로 현재까지 수행된 많은 변조전달 분광학 연구들이 있었다. McCarron 등은 ^{85}Rb 와 ^{87}Rb 원자의 D2에서 MTS 신호가 닫힌계들인 ^{85}Rb 의 $F_g=3 \rightarrow F_e=4$ 공명선과 ^{87}Rb 의 $F_g=2 \rightarrow F_e=3$ 의 공명선에서 MTS 신호가 뚜렷하게 증대하고 있다는 것을 보고하였다. ^{87}Rb 의 $F_g=2 \rightarrow F_e=3$ 의 경우, 근사한 수치로 중첩된 SAS 신호에 의해 분리되지 않은 신호라 해도 닫힌계의 경우에는 레이저 주파수 안정화를 위한, 명확하게 분리된 미분신호로 측정된다는 것을 확인하였다 [8].

Cheng Bing 등은 ^{87}Rb 원자의 D2 전이선 $F_g=2 \rightarrow F_e=3$ 를 사용하여 원형 편광된 펌프 빔 및 프로브 빔을 사용하여 수백 MHz의 주파수 이동을 시도하면서 레이저 주파수 안정화를 수행하였다 [9].

Pérez Galván는 여기 상태의 원자 특성을 고려하여 도플러 이하의 선폴을 정밀하게 측정하는 방법으로 두 개의 파장을 사용하는 변조전달 분광학 방식을 사용하는 것을 제안하였다 [10].

도플러 확장된 세슘 원자의 펌프 광으로 유도가 된, 원자 결맞음성을 통한 변조전달 연구를 수행하였다. 변조전달의 체계에 대해서는 느린 주파수 변조 하에서 3준위 람다 구조에 대해 논의되었다. 펌프 레이저는 음향-광학 주파수 변조가 되었으며 원자의 결맞음성을 통해 그 변조가 프로브 빔에 전달되는 것을 확인하였다 [11].

알칼리 원자 이외에도 다른 원자들의 변조전달 분광학 실험들이 많이 보고되었다. ^4He 원자를 이용한 변조전달 분광학을 이용하여 1083 nm 광섬유 레이저의 주파수 안정화가 보고되었다. 주파수 변조 분광학과 변조전달 분광학 신호들이 편광 분광학 신호와 비교되었다. 이러한 비교 & 분석으로부터 변조전달 분광학을 이용한 신호를 이용하여 주파수 안정화를 하는 것이 제일 안정한 것으로 판명되었다 [12].

칼슘 원자의 4^1S_0 에서 4^1P_1 전이선에 해당하는 주파수를 주파수 변조전달 분광학을 이용한 실험도 진행된 적이 있다. 관측된 선 모양은 이론치와 잘 맞았다는 것을 알 수 있다 [13].

이터븀 원자의 $6s6p^3P_0 \implies 6s7s^3S_1$ 전이에 해당하는 649 nm MTS 실험이 수행되었다. 이를 이용하여 이터븀 원자의 동위원소에 따른 초미세 상수 A, B가

정밀하게 얻어졌다 [14].

주파수 이동이 가능한 MTS를 이용하여, 다이오드 레이저의 주파수를 바꿀 수 있는 방법이 있는데, 이를 이용하여 주파수 주사에도 주파수 안정화가 가능한 안정화 방법을 고안하였다.

루비듐 원자의 D2 천이선의 흡수선과 분산선이 MTS를 사용하여 측정되었다. 정상 분산선이 $F_g \Rightarrow F_e = F_g - 1$, $F_g \Rightarrow F_e = F_g$ 일 때 얻어지고, 비정상 분산선은 $F_g \Rightarrow F_e = F_g + 1$, $F_g \Rightarrow F_e = F_g$ 일 때 얻어지고, $F_g \Rightarrow F_e = F_g - 1$, $F_g \Rightarrow F_e = F_g$ 일 때 crossover 신호가 얻어졌다.

MTS는 순환계에서 가장 강한 신호를 보이거나 비순환 천이선만 가진 루비듐 D1 천이선에 대한 MTS와 편광 분광학 실험을 수행하여, MTS 신호의 경사도를 편광 분광학 신호의 경사도와 비교해 보니 MTS 신호가 더 큰 경사도를 가진다는 것을 알 수 있었으며, 셀을 heating 하여 MTS 신호 특성을 분석하였다.

^{87}Rb 원자 바닥준위의 $F_g=1$ 부터의 천이에 의한 변조 전달 분광학에서 변조전달 신호의 편광 의존성에 대한 연구가 진행되기도 하였다. 변조전달 신호는 편광에 강하게 의존하는 것을 확인하였으며 평행 편광 구도에서의 신호는 자발 방출에 의해 생긴 비결맞음 과정에 의해 생성된다는 것을 확인하였다 [15].

광대역 레이저 주파수의 안정화가 변조전달 분광학에 의해 수행되었다. 100 kHz 되먹임 밴드 폭을 가진 레이저 안정화가 수행되었으며, 음파 범위에서 30 dB 만큼 주파수 잡음을 줄일 수 있다는 것을 보였다 [16].

포타슘 원자의 D2 전이선에 대한 변조전달 분광학이 수행되었다. 포타슘 원자의 D2 천이선에 대한 MTS를 열로 달군 셀에서 구현하였다. 프로브 빔을 직접 변조한 신호와 비선형 혼합을 통해 펌프 빔으로부터 변조전달을 사용해서 얻은 신호를 비교 및 연구하였다 [17].

^{87}Rb 원자에 대한 선형 편광된 펌프 빔 및 프로브 빔을 이용하여 MTS의 선 모양에 대한 실험과 이론 연구를 수행하였다. 이론 연구는 현상론적인 파라미터들을 사용하지 않고 광 블로흐 방정식의 해를 계산하면서 수행되었다. 실험치와 이론치는 잘 일치한다는 것을 알 수 있었다.

연구를 진행한 Long Zhe Li 등은 비순환 천이선의 2준위 원자 시스템의 MTS 신호를 이론적으로 계산하였다. 비순환 신호가 얻어지기 위해서는 원자와 레이저 빔의 긴 시간 동안 상호 작용이 있는 경우에 일어난다는 것을 알 수 있었다 [18].

세슘 원자의 도플러 확장된 Λ 시스템에서 EIT 신호에 주파수 변조된 분광학을

적용하여 변조전달을 수행하였다. 음향광학 주파수 변조를 가지고 레이저 공진기를 변조하는 것 없이 주파수 잠금을 할 수 있는 고유의 파장 잠금 방식이 실험적으로 시연되었다 [19, 20]. 세슘 원자의 $6S_{1/2}-7P_{1/2}$ 인 459 nm에 잠금된 외부공진기형 다이오드 레이저를 이용한 광주파수 표준을 성취하였다. 잠금된 레이저는 잠금되지 않았을 때와 자율작동 안정화 레이저를 비교했을 때 69.6 kHz에서 10.3 kHz가 되어 6.75배 만큼 레이저 선폭이 좁아진다는 것을 확인하였다. 또한, Cs $7P_{1/2}$ 의 자기쌍극자 상수 $A=94.38$ MHz를 얻을 수 있었다.

루비듐 원자의 $nF_{5/2}$ 준위를 구동하기 위해 3대의 레이저를 사용하여 첫 번째와 두 번째 레이저를 중간 준위에 주파수 잠금을 하고, 세 번째 레이저를 주사하고 변조시키는 방법을 사용하여 MTS를 진행하는 다색 MTS 방식을 구현하였으나 이론적인 형태의 MTS 선모양에 대한 연구를 수행하지는 못하였다.

자기장을 이용하여 ^{87}Rb 원자의 D2 천이에 대해 향상된 MTS 실험과 이론을 수행하였다. 자기장이 있을 때 $F=1 \Rightarrow F'=1$ 에 대한 자기장에 의한 신호의 증대는 $F=1$ 바닥준위 Zeeman 결맞음성을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우를 비교하여 자기장에 의한 MTS 증대 효과를 증명하였다.

MTS 신호에 대한 적절한 변조인자를 결정하는 일반적인 분석을 제안하였으며, 적정화된 기울기와 진폭을 가지는 MTS 신호는 변조지수가 크고 천이선의 자연 선폭과 비교할만한 변조 주파수를 가지는 것으로 판단된다. 변조지수가 3에서 10 사이의 변조지수 값이 적절한 것으로 확인되었다. Li 원자 증기 셀에서 MTS 신호가 편광 변화에 따라 연구되었다. 본 실험에서는 crossover 신호의 MTS 신호 특성을 분석하였으며, 이러한 분석이 레이저 주파수 안정화에 알맞은 것으로 판단된다.

이러한 오차 신호를 얻는 방법에는 포화흡수분광학 (Saturation Absorption Spectroscopy), 이색성 원자증기 고정 (Dichroic Atomic Vapor Laser Lock), 편광분광학 (Polarization Spectroscopy), 주파수 변조 분광학(Frequency Modulation Spectroscopy) 등이 있다 [21].

제3절 연구 목표

미분형 주파수 신호인 MTS의 안정화 신호와 오차 신호를 얻는 것을 목적으로 삼은 연구로써 본 실험 논문에서는 포화흡수 분광학(Saturation Absorption Spectroscopy. 이하 SAS)의 미분형 주파수 신호인 변조전달 분광학(MTS) 신호를 얻어 안정화된 신호와 오차 신호를 얻는 것을 목적으로 실험한 결과를 정리한 것이다. 이러한 주파수 안정화는 원자 포획, 고분해능 분광학, 정밀 측정 분야 등에 필요하다.

실험에서 사용하는 레이저 장비인 고분해능 외부공진기형 다이오드 레이저는 소형, 경량, 고효율의 장점을 가지고 있어 많은 응용 분야에서 사용되고 있다. 이러한 고분해능 공진기는 원자의 초미세 관측, 거리 측정, 표면 조도 측정 등에 적용이 가능하다. 그래서 레이저 선폭을 작게 줄이기 위한 방법으로 외부공진기형 다이오드 레이저 장치를 수제로 제작하고, 제작된 레이저를 사용하여 레이저 주파수 변조 없이 얻을 수 있는 미분 신호를 가지는 변조전달 신호를 이용하여 레이저 주파수 안정화도를 높이고자 하는 연구이다.

제2장 연구 이론

제1절 ECDL의 조립과 실제 실험에서의 적용 이론

1. 반도체 레이저 다이오드

반도체 레이저 다이오드(Semiconductor Laser Diode, 이하 SLD)와 외부공진기를 구성하는 핵심 광학소자인 회절격자(Grating)를 사용하여 외부공진기형 다이오드 레이저(External Cavity Diode Laser, 이하 ECDL)을 제작한다. 먼저, ECDL에 사용하는 레이저 다이오드의 특성에 대해 간단히 설명하자면 SLD의 장점은 레이저 광원의 효율이 높고 가격이 저렴한 편이다. 그리고 광통신, 분광학, 의학, 계측 분야 등 다양한 산업 분야에서 널리 쓰이고 있는 소자이다. 이 SLD는 레이저 다이오드 자체를 반도체로 만드는 경우가 많기 때문에 그냥 LD(Laser Diode)라고 표현하기도 한다.

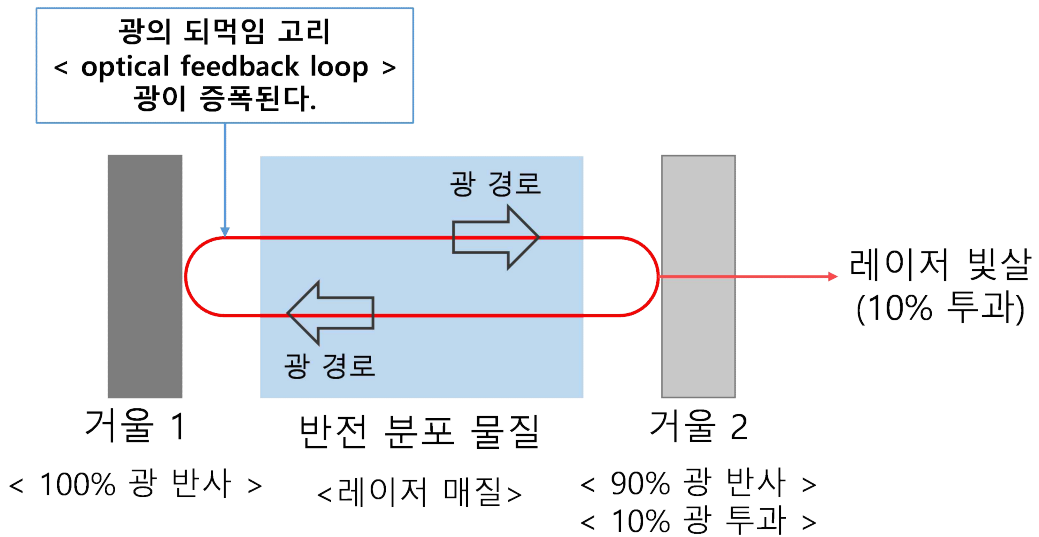


그림 2-1. 레이저 다이오드의 발진 원리

다이오드 레이저의 발진 원리를 보면 두 개의 거울을 둔 뒤, 그 사이에 특정 굴절률을 가진 레이저 매질을 둔다. 외부에서 에너지원으로 전류를 주입할 수 있는데, 그림 2-1과 같은 내부 구조를 가진 레이저 다이오드에 주입하게 되면 빛(광)이

발생하게 되고 그 광이 2개의 거울 사이를 왕복하는 사이에 증폭하면서 레이저 발진이 일어나게 된다. 이렇게 거울 양쪽을 오가게 유도한 광선을 형성하였는데, 한쪽 거울이 부분 투과성의 성질을 가지고 있으면 내부를 왕복하고 있던 광의 일부분이 거울에 의해 형성된 광공진기 밖으로 방출된다. 이 방출된 광선을 레이저라고 부르는 것이다.

레이저 소자 재료로는 AlGaAs, InGaAlP, InGaN, ZnO 등의 화합물인 반도체 매질을 이용하여 레이저를 발진시킨다. 단, 반도체 재료로 많이 사용하는 Si는 전류가 광으로 변환할 수 있는 천이 확률이 좋지 않으므로 레이저 다이오드에는 적합하지 않다 [22].

레이저 다이오드와 LED는 구조가 비슷하지만 엄연한 차이점이 존재하며 LED에서 나오는 빛과 LD에서 나오는 레이저는 다음과 같이 특성이 다르다는 것을 알 수 있다.

	레이저 다이오드(LD)	LED
파장 스펙트럼	단일 파장 (파장 폭은 대략 1~2 nm)	다중 파장 (수 십 nm)
위상	일정하다. = 결맞음 (coherent)	일정하지 않다. = 결어긋남 (incoherent)
광 퍼짐의 형태	직진	발산
발생 방법	유도 방출	자연 방출

표 2-1. 레이저 다이오드와 LED의 차이점

레이저 다이오드는 p-n접합을 사용하는데 모든 파동의 주파수 및 위상이 똑같은 결맞음 된 광을 방출한다.

레이저 다이오드의 작동은 먼저 에너지 흡수부터 시작된다. p-n 접합에 특정 전압이 가해지면 전자는 에너지를 흡수하여 더 높은 에너지 준위인 들뜬 준위로 천이하게 된다. 이러한 천이에 의해 전자가 원래 있던 자리가 비어 있게 되는데, 이 위치에 양공(Hole)이 만들어진다. 들뜬 전자는 "재조합 시간" 또는 "상부 수명"으로 불리는 매우 짧은 시간 동안 정공과 재결합하지 않으며 들뜬 상태로 유지된다. 재결합 시간은 대부분의 레이저 다이오드에서 대략 나노초 단위로 매우 짧은 편이다. 여기된(들뜬) 전자의 상부 수명의 시간이 지난 후, 이들은 정공과 재결합한다. 전자가 더

높은 에너지 준위에서 더 낮은 에너지 준위로 떨어지면 에너지의 차이에 해당하는 전자기파를 방출하게 된다. 이 과정은 LED 소자가 빛을 생성하는데 사용한다. 방출된 광자의 에너지는 양쪽의 에너지 준위(바닥 준위 & 들뜬 준위)의 차이에 의해 주어지는데 위상이 같은 전자기파 방출을 하기 위해서는 자발적 방출보다는 유도 방출을 하는 것이 좋다. 자발적 방출에서 튀어나온 광자의 농도가 임계값에 도달할 때까지 p-n 접합에 포획되도록 부분 반사거울이 다이오드의 양쪽에 사용된다. 이 포획된 광자는 여기 된 전자가 자극 시간 전에도 정공과 재결합하도록 자극한다. 그 결과 더 많은 광자가 방출되어 출력이 증폭된다. 일단 광자 농도가 임계값을 초과하면 부분적으로 반사되는 거울로부터 빠져나와 단색성과 위상이 동일한 광인 레이저 빔을 생성한다 [23].

2. ECDL의 이론

앞에 서술한 반도체 다이오드 레이저는 효율이 높고 가격이 저렴해서 여러 분야에서 널리 활용되고 있다고 언급하였다. 하지만 레이저 다이오드는 다중 모드로 발진되고 파장의 선폭이 넓어 정밀한 레이저의 실험을 위해서는 이를 보완할 필요가 있다. 특히 온도, 전류 변화 등에 의해 출력이 갑작스럽게 다른 형태의 모드로 전환되는 현상이 발생할 수 있어 분광학 실험을 진행하는데 어려운 요소가 될 수 있다. 그래서 반도체 다이오드 레이저의 선폭을 줄이고 사용 목적에 따라 단일 파장을 변조시키려는 연구를 하는 것이다. 그래서 채택한 것이 바로 ECDL이며 가변 범위가 넓으면서 파장 조절이 쉽고 편리한 방식이라고 할 수 있다.

ECDL의 의미를 다시 한번 살펴보자면 External Cavity Diode Laser의 약자로 레이저 다이오드 소자 외부에 따로 공진기를 만든 형태의 다이오드 레이저를 말한다. 기존의 LD 레이저는 내부에서 광의 증폭을 통해 레이저를 발진시켰다면 ECDL은 추가로 외부공진기인 에돌이발(Grating)의 각도에 변화를 줘서 레이저 광원의 파장을 변화시킬 수 있다. 즉, ECDL은 레이저 광원의 파장을 임의로 변조시키는 많은 방법들 중 가장 대표적인 방법으로 외부공진기를 이용한 파장 변조 방법이라고 할 수 있다.

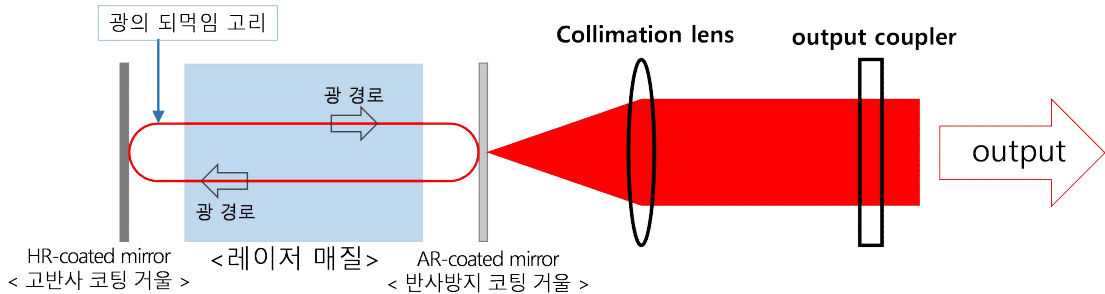


그림 2-2. 외부공진기를 가진 다이오드 레이저의 기본 형태

유도 증폭이 된 레이저가 나오는 거울의 출력면이 가지는 반사율이 극도로 낮으면 ECDL의 성능이 좋아지게 된다. 다중 모드에서 단일 모드, 평행 빔, 매우 좁은 발진 선폭, 출력 안전성이 뛰어나게 되어 레이저의 출력이 커지게 된다. 안정적인 작동 영역의 확대도 생각해 볼 수 있는데 그 예시로 온도, 전류, 피드백, 파워 등도 고려하여 레이저의 튜닝 범위를 더 넓게 할 수 있는 방법을 찾을 수 있다. 다이오드

레이저와 다르게 파장의 선폭이 좁아지게 되므로 고분해능 분광법을 적용시킬 수 있다.

본 논문에서는 주기율표에서 1족 원자번호 37번 알칼리 금속인 Rb(Rb^{85} , Rb^{87})의 D2 전이선에 대한 SAS 및 MTS signal 실험에 필요한 광원으로 ECDL을 제작하였다.

ECDL의 장점으로는 다른 파장 가변 방식을 지닌 레이저 다이오드(LD)에 비해 가변 범위가 크고, 파장 및 주파수 주사가 다른 방식에 비해 쉽다는 특징이 있다 [24].

ECDL의 구조는 Littman 방법과 Littrow 방식이 있는데 이 둘의 차이점에 대해 이야기를 하자면 Littman 방식의 경우 아래 그림에서 보는 바와 같이 Littrow 방식과는 달리 외부 거울을 하나 더 첨가시키는 것이다. 단점은 Littman식 구성으로 제작할 때 압전소자인 PZT를 쓸 경우, 파장을 변화시키는 속도가 제한적이다. 물론 실험에서 사용할 ECDL은 Littrow식 구성으로 결정하였는데, Littman식 구성보다 구조도 좀 더 단순하면서도 파장 변화 속도의 제한도 없는 편이다.

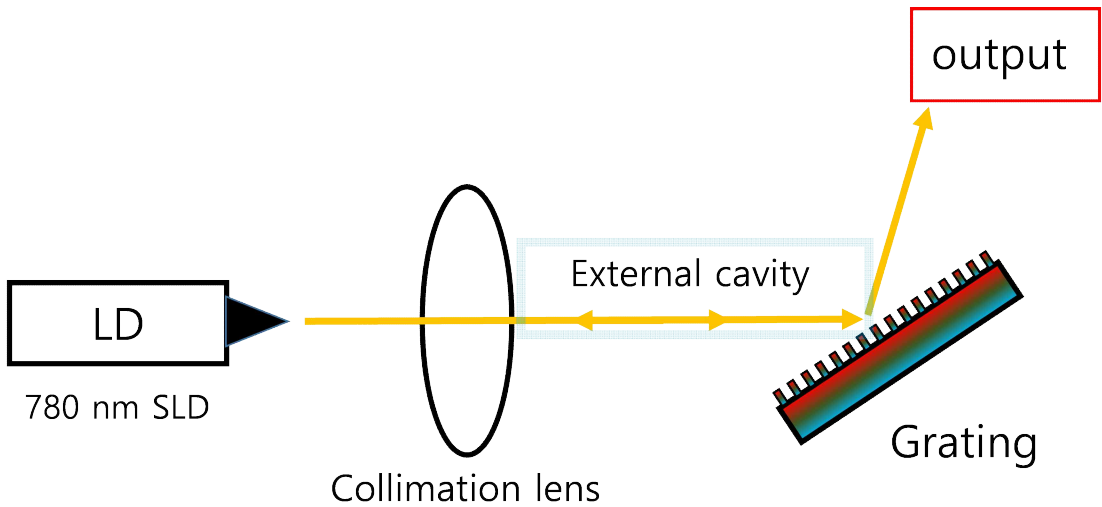


그림 2-3. Littrow식 구성

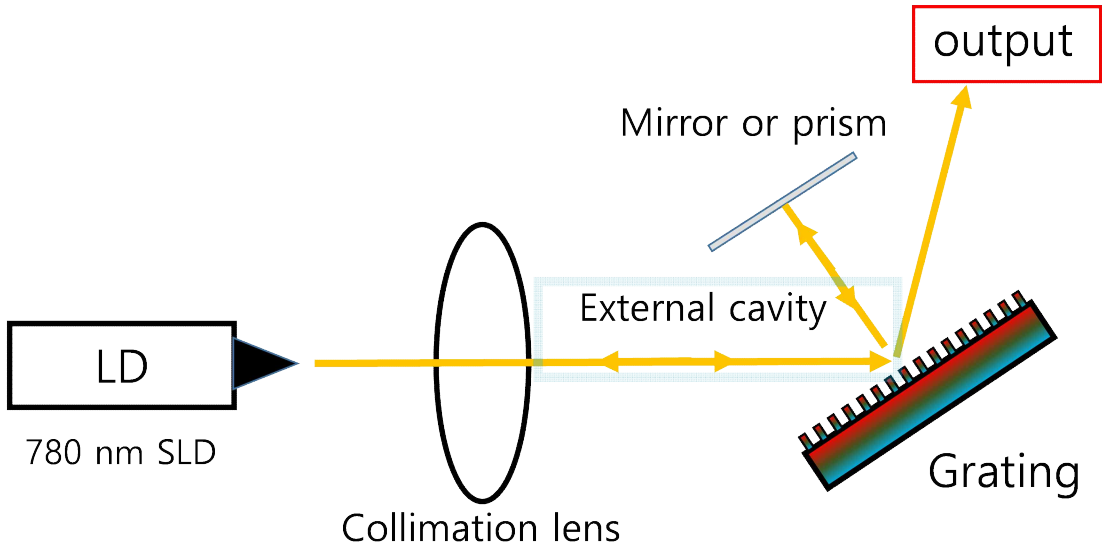


그림 2-4. Littman식 구성

Littrow형 공진기는 크게 광원과 회절격자로 구성되며, 회절격자의 회전에 따라서 공진되는 레이저의 파장이 달라지게 된다. Littrow식 구조는 그림에서와 같이 레이저 다이오드에서 나온 빔을 시준(평행광)해 주기 위해 평행광 렌즈를 사용하고, 시준이 된 레이저 빔이 에돌이발에 입사할 때 1차 회절차수에 해당하는 빔이 다시 레이저 다이오드로 되먹임이 되는 방식을 이용한다. 그 후, 레이저 다이오드 표면과 회절격자가 이루는 외부공진기를 이용하여 레이저 빔을 증폭하게 된다. 즉, 다시 설명하자면 레이저가 나오는 LD의 입구 표면과 그 레이저가 막 입사하는 회절격자 표면 사이의 공간이 외부공진기가 되어주는 것이다 [25]. 레이저 빔이 증폭되는 것을 확인하기 위해서는 낮은 외부 전류에서 외부공진기로 발진하는 문턱에 해당하는 약 0.5 mW의 출력 빔을 얻게 되고, 되먹임이 제대로 일어나는 경우 회절격자의 수평 및 수직을 조절하는 손잡이(Knob)를 조절하여 외부 공진이 일어나게 되면 약 3 mW의 레이징 출력을 얻게 된다. 전류를 증가시켜 SAS와 MTS 실험을 위한 광원으로 사용하게 된다.

Littrow형의 공진기는 간단한 구조이기 때문에 광학 부품의 사용 종류가 적어 정렬이 쉽다. 그리고 낮은 손실률로 높은 출력을 낼 수 있다는 특징이 있다. 아쉬운 점이라면 발진되는 파장이 달라짐에 따라 레이저의 출력 방향이 바뀐다는 특징이 있다. 그리고 파장 변조 속도가 Littman형 공진기에 비해 느리다는 특징이 있다.

Littman형 공진기는 광원과 회절격자, 그리고 거울로 구성되며 거울의 회전 각도에 따라서 서로 다른 파장이 공진된다. Littrow형 공진기에 거울 하나 추가한 구조이다. 거울을 임의로 회전시킬 수 있으며 회전 각도에 따라 서로 다른 파장을 공진시킬 수 있어 파장 범위를 늘릴 수 있다. 파장 가변에 대해서는 고정된 레이저 출력 각도를 가질 수 있다. Littrow형 공진기에 거울 하나 추가한 것이지만 구조는 단순한 편이며 빠른 속도로 거울을 회전시켜 파장을 변조시킬 수 있다.

회절격자의 특징을 이용해서 Littrow나 Littman 구성에서 파장에 따라 달라지는 회절각도를 이용해 공진되는 파장을 바꿀 수 있다. 본 실험에서는 D2 전이선을 위해 약 780 nm에 해당하는 파장이 필요하게 되는데 Littrow 각도는 1800 grooves/mm를 가지는 회절격자를 사용한다. 레이저 다이오드로의 되먹임을 하기 위해서는 회절격자의 격자 방정식을 이용한다.

$$\lambda_g = d(\sin\phi + \sin\theta) \quad (1)$$

$$\lambda_m = \frac{2}{q}(L_f + L_t) = \frac{2}{q}(L_f + L_p \sin\theta) \quad (2)$$

식(1)을 살펴보자면 λ_g 는 회절격자에 의해 결정되는 레이저의 파장인데 1차 회절만 고려한 것이다. ϕ 는 거울과 회절격자가 이루는 각도인데 레이저가 회절격자로 입사되는 입사각이기도 하다. θ 는 회절각, d 는 회절격자의 간격을 의미한다.

식(2)를 살펴보자면 λ_m 은 외부공진기의 길이에 의해 결정되는 파장이다. q 는 공진 모드인데 임의의 정수로 되어 있다. L_f 는 레이저 다이오드에서 레이저가 나오는 출구 부분에서 레이저가 입사하는 회절격자의 표면까지의 거리, L_t 는 회절격자에서 거울까지의 수직 거리, L_p 는 회전 중심점에서 회절격자까지의 거리인데 정확히 표현하자면 레이저가 입사하는 회절격자의 표면까지의 거리이다.

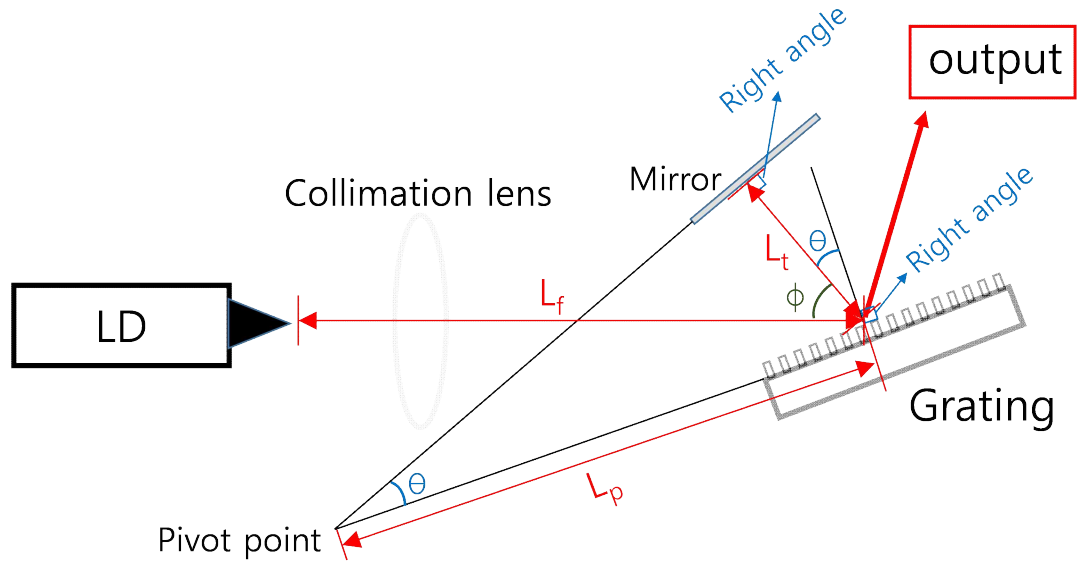


그림 2-5. Littman식 구성으로 이미지 예시를 든 각 수식의 의미

Littrow형 공진기는 발진되는 레이저의 파장이 달라지는 것에 따라 레이저의 출력 방향 또한 바뀌는 특성이 있는데 문제가 되는 경우가 있다. 이를 해결하고자 아래 그림과 같은 수정된 Littrow형을 고안하기도 한다.

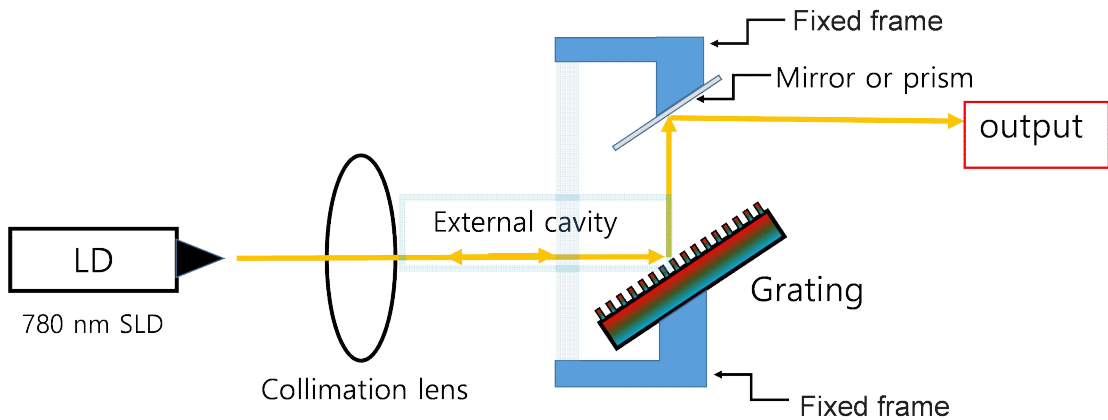


그림 2-6. Modified Littrow식 구성

Modified Littrow식 공진기를 이용한 레이저는 그 레이저의 출력 방향에 거울을 설치하는데 회절격자와 서로 평행하게 설치하고 고정틀을 이용하여 회절격자를 회전시키면 거울도 같이 회전하게 만든 구조를 이용한다. 즉, 회절격자의 회전 각도와 똑같이 거울의 각도도 회전시키게 되는 구조이다. 거울 대신에 프리즘을 이용할 수도 있다.

이들 방법 모두 레이저의 출력 방향이 고정되는 장점이 있지만 부가적인 시스템으로 인해 구동 메커니즘이 복잡해지고 파장 변조 속도가 느리다는 단점이 생긴다. 이와 달리, Littman형 공진기는 파장 가변에 대해서 고정된 레이저 출력 각도를 가질 뿐만 아니라 구조가 단순한 편이기 때문에 빠른 속도로 거울을 회전시켜 파장을 변조시킬 수 있게 된다. 레이저 다이오드(Laser Diode, LD)에서 나온 빔은 회절격자에 맞아서 1차 회절각을 따라 거울로 진행하고, 거울에 반사된 빔은 다시 1차 회절각을 따라 회절격자에 반사되어 레이저 다이오드로 돌아가게 되어 이 과정 중에 외부공진이 일어나게 된다. 공진된 빔은 다시 회절격자에 맞아 0차 반사각을 따라 출력방향으로 진행하게 된다. 거울이 회전함에 따라 회절격자와 공진 길이에 의해 결정되는 파장이 달라질 경우, 두 파장이 다르게 결정되므로 회전에 의한 파장 변화와 공진 길이에 의한 파장 변화가 같아야 한다 [26].

궁극적으로 MTS 실험에서 ECDL을 사용하는 이유는 wavemeter(이하 파장측정기)를 이용하여 0.01 nm 대역으로 가변 중인 Rb(Rb^{85} , Rb^{87})의 D2 전이선 파장을 측정하기 위해 미세하고 정밀한 주파수 변이를 필요로 하기 때문이다.

정리하자면 외부공진기는 레이저의 파장을 임의로 변조시키는 여러 방법 중 가장 대표적인 방법인데 다른 레이저의 파장 가변 방식에 비해 가변 범위가 넓고, 파장 조절이 쉽다는 장점이 있다. 외부공진기형 다이오드 레이저는 여러 종류가 있는데 Littrow형은 가장 단순한 형태로 광원으로 쓰이는 레이저 다이오드와 회절격자로 이루어진다. 다시 서술하지만 레이저 다이오드에서 나온 레이저 중 일부는 회절격자에 의해 다시 광원으로 되돌아와 렌즈와 회절격자 사이에서 공진하고, 다른 일부는 반사각을 따라 출력방향으로 진행한다. 이 때 회절격자의 회전에 따라 공진되는 파장이 달라지게 되고, 이를 통해 레이저의 파장을 조절하는 것이다. 그러나 Littrow형 공진기의 단점은 발진되는 파장이 달라지면 레이저의 출력방향 또한 달라지게 된다. 이를 보완하고자 Littman형이 고안되었고 광원, 회절격자, 거울로 구성된다. 레이저 다이오드에서 나온 빔은 회절격자에 반사되며 1차 회절각을 따라 거울로 진행하고, 거울에 반사된 빔은 되먹임에 의해 1차 회절각을 따라 회절격자에

반사되어 레이저 다이오드로 돌아가게 된다. 여기에서 공진이 일어나고 또 되먹임에 의해 레이저 다이오드 내부 공진기로 들어가고 일부는 반사각을 따라 출력방향으로 진행하게 된다. 이런 식으로 출력방향과 파장을 동시에 따로 조절할 수 있게 되는 시스템이다 [27]. 본 실험에서는 Littrow형 공진기를 채택하였다.

제2절 SAS의 배경 이론

1. 펌프 및 프로브 빔 & 원자 간 상호작용

불균일하게 도플러 확장된 양공 태우기(hole-burning) 현상은 레이저 빔의 세기가 포화될 정도로 강할 때, 바닥준위와 들뜬준위 사이의 원자 밀도를 재분포하게끔 만들어 준다. 기저 준위의 밀도 분포가 양공 태우기에 의해 줄어들게 되고 여기 준위의 밀도는 증가하게 된다. 포화흡수 분광학에서 펌프 빔(pump beam)과 프로브 빔(probe beam)은 서로 반대 방향으로 원자 셀에 입사하게 되는데 속도가 zero인 곳에서 방금 언급한 펌프 빔과 프로브 빔, 이 두 종류의 빔들에 의해 포화흡수 신호로 도플러 이하의 선폴을 가지는 흡수선을 얻을 수 있게 되는 것이다. 레이저 선폴이 충분히 작으면 레이저 천이는 균일한 천이 선폴을 가지게 되고, 도플러 선폴보다 약 1/1000배 만큼 선폴 줄임이 일어나게 된다 [28].

원자 물리학에서 포화흡수 분광학(Saturation Absorption Spectroscopy, SAS)은 바닥 상태와 광학적으로 들뜬 상태에서 원자의 천이 진동수를 정확하게 결정하게 해주는 방법이다. 일반적으로 실온에 있는 원자 기체의 진동수 분포는 도플러 효과 때문에 매우 넓게 측정된다. 포화흡수 분광학은 원자 수준의 시료를 굳이 도플러 선폴 증대 효과가 더 이상 영향을 못 끼치는 온도까지 냉각해줄 필요 없이 정확한 분광학을 할 수 있게 해 준다. 또한, 포화흡수 분광학은 레이저의 진동수를 원자 전이의 정확한 파장에 고정시키는데 사용된다 [29]. 레이저는 광이며 전자기파의 한 종류라고 할 수 있는데 전자기장에서 상호작용하는 원자에 의한 광의 흡수는 주로 광자의 진동수에 달려있다. 실온의 원자 증기가 지닌 속도의 분포는 맥스웰-볼츠만 분포를 따른다.

$$f_{MB}(v) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv} = 4\pi \left[\frac{m}{2\pi k_B T} \right]^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \quad [\text{unit} : (\text{m/s})^{-1}] \quad (3)$$

$$= 4\pi \left[\frac{M}{2\pi RT} \right]^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} \quad [\text{unit} : (\text{m/s})^{-1}] \quad (4)$$

위 식은 기체 분자의 속도 분율/확률 분포를 나타낸 것이다. N 은 원자의 수,

k_B 은 볼츠만 상수, R 은 보편기체상수, m 은 원자의 질량, v 는 원자의 속도, T 는 켈빈 온도이다 [30]. 도플러 효과 공식에 따르면 상대론적이지 않은 속도이다.

$$\omega_{lab} = \omega_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) \quad (5)$$

ω_0 은 원자의 공명 진동수, c 는 광속이다.

$$\Delta\omega_{lab} = \omega_0 \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{mc^2}} \quad (6)$$

상온에서의 루비듐 원자에 해당하는 주파수를 계산하면 다음과 같다.

$$\Delta\omega_{lab} \approx 2\pi \cdot 500 \text{ MHz} \gg \frac{\Gamma}{2} \approx 2\pi \cdot 3 \text{ MHz}$$

어쨌든, 기체 상태의 원자 흡수의 최댓값을 조사하는데 어떠한 특별한 조작이 없으면 측정의 불확실성은 도플러 선평 증대 효과에 의해 제한된다. 즉, 근본적인 공명의 너비에 의해서는 제한되지 않는다고 할 수 있다. 레이저 실험에서 도플러 선평 증대 효과를 없애기 위해서 기존에는 시료를 밀리켈빈(mK) 온도까지 낮춰서 실험을 진행하였다면 펌프 빔과 프로브 빔을 이용한 실험을 진행하는 방식을 사용한다. 펌프 광은 세기가 높고, 프로브는 세기가 낮은 특징을 가진다. 문제는 두 빔을 같은 진동수로 맞춰도 자연적인 열운동 때문에 다른 원자와 상호작용한다. 만약 이 두 빔이 원자의 공명 진동수에 대해 적색 편이가 되었다면, 원자의 운동 방향과 반대 방향의 광은 도플러 효과 때문에 원자의 입장에서는 적색 편이가 된 광의 진동수가 더 높다고 느끼게 되고 흡수시킬 수 있다. 만약 광이 청색 편이가 되었다면, 그 반대가 된다.

바닥 상태의 원자 수와 들뜬 상태의 원자 수가 거의 같을 때, 전이는 포화가 되었다고 말할 수 있다. 프로브 광이 원자를 만난다면 원자가 들뜬 상태에 이미 있을 확률이 높고, 유도 방출이 일어날 것이다. 그리고 레이저의 진동수가 원자의 공명 진동수일 때, 흡수 그래프에서 조금 움푹 파인 부분이 각 원자 전이에서 관측될 것이다. 일반적인 초미세 구조에서 펌프 광이 셀수록, 넓고 깊이 파인 부분이 생긴다.

완벽한 조건에서 움푹 파인 부분의 너비는 자연 선포에 근접할 수 있다.

어쨌든 펌프 빔과 프로브 빔을 정확히 반대 방향으로 원자에 입사시켜 공명시키는 방법을 쓸 때, 크로스오버 선이 생긴다. 두 전이가 하나의 도플러 선포 증대 효과에 의해 일어나고 모든 바닥 상태를 공유할 때, 정확히 두 천이 사이의 진동수에서 크로스오버 피크가 나타날 수 있다. 펌프 빔과 프로브 빔 둘 다 공명하는 것으로 보는, 움직이는 원자들 때문에 이런 일이 발생하게 된다. 펌프 광은 강한 에너지를 지니고 있어 바닥 상태의 원자 숫자를 줄이는데, 이로 인해 프로브 광은 펌프 광 때문에 더 적은 숫자의 바닥 상태의 원자들을 만나게 된다. 그리고 프로브 광의 흡수는 줄어들게 된다.

정리하자면 포화흡수 분광학은 펌프 빔(pump beam)과 프로브 빔(probe beam)이 동시에 원자와 상호작용을 할 때 일어난다. 속도 v 를 가지는 원자는 $\omega = \omega(1-v/c)$ 를 가지는 주파수를 흡수하고, 다른 방향에서 오는 빔은 $\omega = \omega(1+v/c)$ 주파수를 가지는 빔을 흡수하게 된다. 이 때, 펌프 빔과 프로브 빔이 동시에 원자에 작용하기 위해서는 주파수 값인 ω 가 같아야만 하기 때문에 속도가 0이 되어야 한다. 이러한 조건에서 도플러 확장이 없는 포화흡수 분광 신호가 얻어지게 된다. 포화흡수 분광학을 도플러 제거 분광학이라고도 말하는 이유가 이것이다.

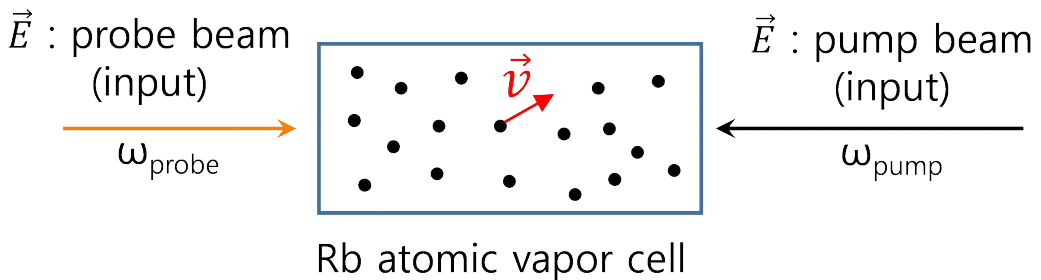


그림 2-7. Rb cell을 기준으로 중첩되는 펌프 빔과 프로브 빔

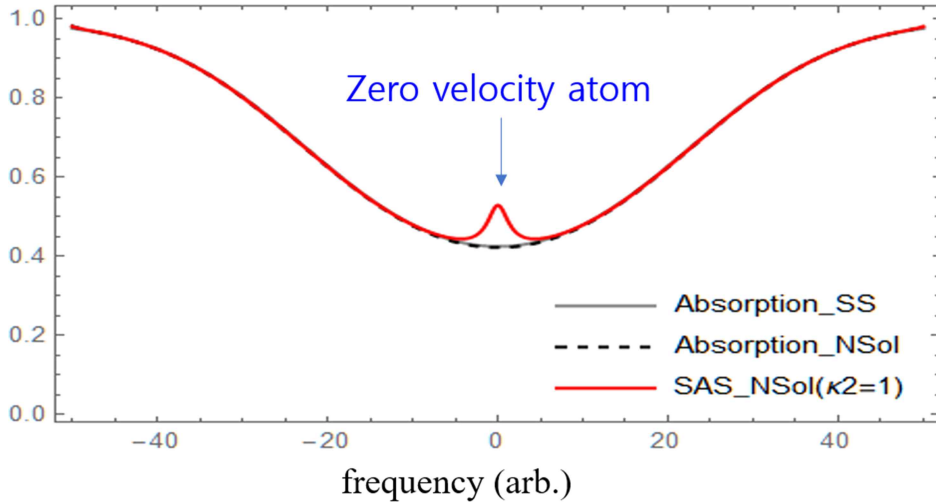


그림 2-8. 속도가 0인 원자의 관찰 그래프

그림 2-8에서 ω_{probe} 는 프로브 빔의 주파수이고 ω_{pump} 는 펌프 빔의 주파수인데 만약 $\omega_{\text{probe}} = \omega_{\text{pump}}$ 라면 공명과 함께 속도가 0인 그룹의 원자를 관찰할 수 있다. 펌프 빔과 프로브 빔의 주파수는 서로 같아야 일반적인 흡수선 선폭보다 작은 선폭의 초미세 구조를 얻어낼 수 있다.

$J=3/2$ 인 D2 여기 전이선을 고려하면 핵스핀이 $5/2$ 인 루비듐 원자의 초미세 구조는 $F=|1+J|, \dots, F=|1-J|$ 가 되어 $F_e=4,3,2,1$ 의 들뜬 상태를 가지게 되며 기저 준위는 $J=1/2$ 이므로 $F_g=2,3$ 을 가지게 된다. 그러므로 원자 전이선들이 이러한 초미세 양자수의 조합에 해당하고 선택률이 $\Delta F=0, \pm 1$ 천이를 가지는 천이가 일어나게 되는데 $F_g=3 \rightarrow F_e=4,3,2$ 등과 같이 일어나게 되어 다음과 같은 에너지에 따른 포화흡수 분광선을 갖게 된다. 여기서 지정되지 않은 전이선은 cross-over 신호로 두 여기 준위 사이의 중앙선에 해당하는 교차 신호들이다. 예를 들어 $F_g=2 \rightarrow F_e=2$ 전이선과 $F_g=2 \rightarrow F_e=3$ 에너지 중앙에 해당하는 공명선에 해당한다. $[(3 \rightarrow 2) + (3 \rightarrow 3)]/2$, $[(3 \rightarrow 3) + (3 \rightarrow 2)]/2$, $[(3 \rightarrow 3) + (3 \rightarrow 4)]/2$ 교차 신호들이 얻어진다. 또한, 원자 질량에 따른 동위원소를 고려하면 다음과 같이 흡수 공명선들이 나타나게 된다.

위상 변조된 펌프광이 비선형성을 유도하는 원자에 조사광과 함께 역 방향으로 입사 시 펌프광의 위상 변조 신호가 4광자 혼합에 의해 조사광에 전달되어 신호가 형성되는 매우 안정적이고 사광자 혼합이 정확히 일어나는 곳에서만 신호가 나타나게 되어 배경 잡음이 없는 분광학 실험 방법이다 [31].

2. SAS 신호의 형태

SAS 신호의 형태는 Lorentzian 함수(로렌츠 함수) 형태이다. 가우시안 함수와 비슷한 종 모양 함수인데 아크탄젠트 함수를 미분했을 때 나오는 도함수 형태라고 할 수 있다.

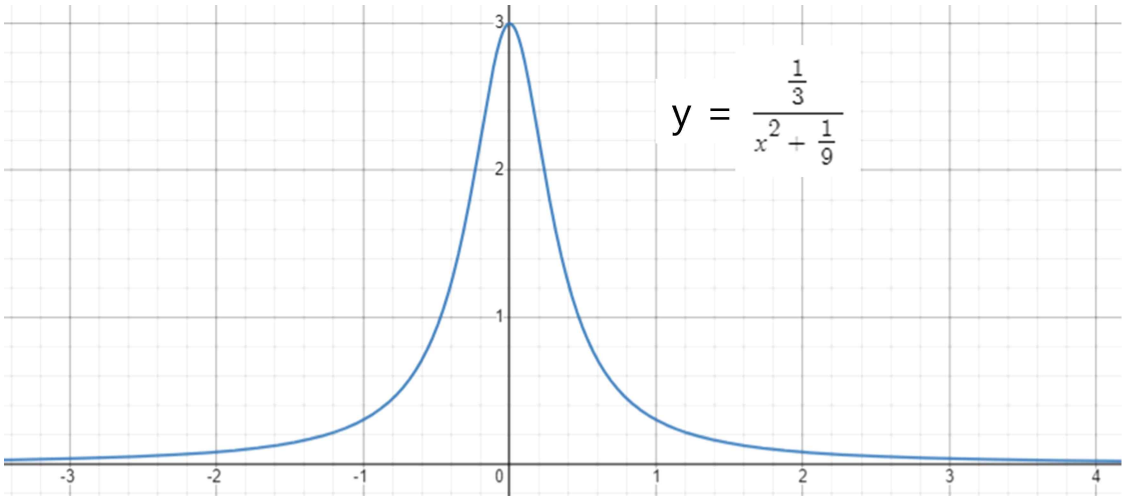


그림 2-9. Lorentzian 함수의 모양

그림 2-9는 Desmos를 이용해 예시로 그린 것이다. Lorentzian 함수는 다음과 같이 주어진 단일 정점 함수이다. 아크탄젠트가 시그모이드형 함수이기 때문에 그 도함수인 로렌츠 함수는 1개의 극댓값을 지니게 된다.

$$L(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{1}{2} \Gamma}{(x - x_0)^2 + \left(\frac{1}{2} \Gamma\right)^2} \quad (7)$$

여기서 x_0 는 중심이고 Γ 는 너비를 지정하는 매개변수이다. 로렌츠 함수는 다음과 같이 정규화된다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} L(x) dx = 1 \quad (8) [32].$$

제3절 MTS의 배경 이론

1. 전기 광학 변조기 (EOM)

전기 광학 변조기(Electro Optic Modulator)는 전기 광학 효과를 나타내는 신호 제어 요소를 이용하여 광을 변조하는데 사용하는 광학 장치이다. 광의 위상, 주파수, 진폭 또는 편광 등을 변조한다. 여기에서 비선형 광학이라는 개념이 투입된다. 비선형 광학(nonlinear optics, NLO)이란 레이저를 이용하여 물질의 비선형적인 특성을 조사하는 학문이다. 뉴턴의 기하광학, 호이겐스의 파동광학과 같은 고전 광학의 후반에 등장한 광학이다. 일반적인 굴절률을 지닌 물질의 경우, 어떤 광을 조사(입사)했을 때 물질을 이루는 핵과 전자 간의 영향을 거의 미치지 않는 편이다. 즉, 빛의 전기장이 굴절률과 선형적으로 비례한다. 하지만 비선형 광학 결정을 지닌 물질은 선형적이지 않으며 어떤 작용에 의해 다양한 굴절률을 나타낼 수 있다. 대표적인 매질로 방해석이 있다. 방해석(calcite)은 탄산염 광물의 일종으로 탄산칼슘(CaCO_3)의 가장 안정적인 동질이상이다. 방해석과 아라고나이트는 같은 탄산칼슘(CaCO_3)으로 이루어진 결정이지만 방해석의 결정은 육방정계 구조이고 아라고나이트는 사방정계 구조로 되어 있어 서로 다른 물질로 취급된다. 다이아몬드와 흑연도 똑같은 탄소(C)로 되어 있지만 다이아몬드는 등축정계로 되어 있고 흑연은 육방정계로 되어 있다고 할 수 있다. EOM에서 중요한 비선형 광학의 요소는 포켈 효과(Pockels effect)이다. 전기 광학 효과에서 투명한 결정체에 가해지는 전기장의 세기에 비례하여 빛의 굴절률이 변화하는 현상으로, 특히 매질의 굴절률이 전기장의 세기에 직접 비례하여 변화하는 현상을 의미한다. 포켈효과는 1차 전기 광학 효과라고도 한다. 포켈 효과는 LiTaO_3 과 같은 강 투전체 혹은 GaAs와 같은 반도체에서 볼 수 있으며, 광 변조, 광 편광 등에 응용된다. 전기장이 걸리는 방향은 결정이 가진 원래의 광축 방향으로 전기장이 걸리지 않으면 편광방향에 변화가 없어서 빛이 통과하지 못한다. 그러나 전기장을 적절히 걸어주면 편광상태에 따라 위상 지연이 다르게 일어난다. 이를 이용하면 입사 편광판에 수직으로 배치된 편광판을 통과하는 빛의 강약을 걸어주는 전압으로 조절할 수 있다. 이러한 장치를 포켈 셀(Pockels cell)이라 하며, 수십 GHz 정도까지의 고속 광 변조기를 만들 수 있다 [33, 34].

2. 미분 신호

많은 원자 물리학 실험, 특히 레이저 냉각 분야, 활성 주파수에 의한 의존 레이저의 안정화 또는 주파수의 잠금은 다양한 분야에서 쓰이고 있는 레이저 기술을 조절하는데 변조전달 분광학인 MTS가 사용된다. 유용하게 사용할 수 있는 신호를 얻는 것이 목적이다.

이 MTS 기술이 사용되는 분야로 이색 원자 증기 레이저 록(DAVLL) 및 DAVLL과 포화 흡수 분광의 조합, Sagnac 간섭계, 편광 분광법, 주파수 변조(FM) 분광법 등이 있다.

DAVLL과 같은 단일 레이저 빔으로 된 기술은 도플러 확장된 스펙트럼 특징을 가지며 결과적으로 수백 MHz의 캡처 범위(시스템이 허용할 수 있고 여전히 원하는 잠금 지점으로 돌아갈 수 있는 주파수 편위로 정의됨)를 나타낸다. 변조 전달 분광학과 같이 펌프-프로브 방식은 서브-도플러 분해능을 달성하고 결과적으로 훨씬 더 가파른 신호 기울기와 향상된 주파수 식별을 표시하게 된다. 특히 MTS는 다른 기술에 비해 두 가지 분명한 이점이 있다. 첫째, 이 기술은 바닥 배경에 있는 분산형 선 모양을 쉽게 생성할 수 있다. 결과적으로 변조 전송 신호의 제로-크로싱은 해당 원자 전이에 정확하게 중심을 맞춰줄 수 있다. 둘째, 신호는 닫힌 원자 전이의 기여도에 따라 지배된다.

이 이론상의 실험에서 ^{85}Rb 및 ^{87}Rb 에서 D2 전이로 얻은 변조 전송 선 모양에 대한 실험적 연구를 토대로 레이저 잠금을 위한 최적의 선 모양을 생성하는 실험을 설정하기 위해 변조 주파수에 대한 의존성 특성화를 하였다. 고정된 레이저의 주파수 안정성은 많은 매개 변수에 따라 달라지므로 변조 전송 신호의 진폭 및 기울기 동작에 대한 논의를 한정할 수밖에 없다.

변조 전달 분광학은 레이저 잠금에 적합한 하위 도플러 선 모양을 생성하는 펌프-프로브 기술이다. 포화 흡수/초미세 펌핑 분광학에서와 같이 두 개의 빔이 서로 반대 방향으로 만나게 만드는 구조로 실험 설계를 진행하는데, 여기서 사용하는 그 두 개의 레이저 빔을 펌프 및 프로브 빔으로 지칭하는 것이다. 변조전달 분광학의 기본 원리는 다음과 같다. 강력한 파워를 지닌 단일 주파수로 된 펌프 빔이 주파수 ω_m 에서 발전기에 의해 구동되는 EOM을 통과한다. 전송된 위상 변조된 빛은 반송파 주파수 ω_c 및 변조 주파수 ω_m 에 의해 분리된 측파대로 표현될 수 있다.

$$E = E_0 \sin[\omega_c t + \delta \sin \omega_m t] \quad (9)$$

$$E = E_0 \left[\sum_{n=0}^{\infty} J_n(\delta) \sin(\omega_c + n\omega_m)t + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(\delta) \sin(\omega_c - n\omega_m)t \right] \quad (10)$$

여기서 δ 는 변조 지수이고 $J_n(\delta)$ 는 차수가 n 인 베셀 함수이다. 일반적으로 변조 지수는 $\delta < 1$ 이므로 프로브 빔은 ω_c 에서 강한 반송파와 $\omega_c \pm \omega_m$ 에서 2개의 약한 측파대로 설명할 수 있다. 위상 변조 펌프 빔과 변조되지 않은 프로브 빔은 증기 셀을 통해 동일선상에 정렬된다. 펌프 및 프로브 빔과 원자 증기의 상호 작용이 비선형이면 프로브 빔에 변조가 나타나게 된다. 이 과정은 펌프 빔의 측파대에서 발생한다. 가장 강한 변조 전송 신호는 닫힌 전환에 대해 관찰된다. 변조 전송은 서브-도플러 공진 조건이 충족될 때만 발생하며, 이 선형 기준선 안정성은 잔여 선형 흡수 효과와 거의 독립적이라고 할 수 있다. 이는 평평한 제로 배경 신호로 이어지며 변조 전송 분광법의 주요 이점 중 하나이다. 따라서 선형 기준선의 안정성은 편광, 온도 및 빔 강도의 변동으로 인한 흡수 변화와 무관하게 된다. 또 다른 이점은 제로-크로싱의 위치가 항상 서브-도플러 공진의 중심에 있으며, DAVLL과 편광 분광법을 뒤엎는 자기장 또는 파장판 각도 의존 이동에 의해 영향을 받지 않는다는 것이다. 증기 셀을 통과한 후 프로브 빔이 광검출기에 입사한다. 증기에서 생성된 프로브 측파대는 프로브 빔과 부딪혀 변조 주파수 ω_m 에서 교번 신호를 생성하게 된다. 검출기의 비트 신호는 다음과 같다.

$$S(\omega_m) = \frac{C}{\sqrt{\Gamma^2 + \omega_m^2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\delta) J_{n-1}(\delta) \quad (11)$$

$$\times [(L_{(n+1)/2} + L_{(n-2)/2}) \cos(\omega_m t + \phi) + (D_{(n+1)/2} + D_{(n-2)/2}) \sin(\omega_m t + \phi)]$$

$$L_n = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\Delta - n\omega_m)^2} \quad (12)$$

$$D_n = \frac{\Gamma(\Delta - n\omega_m)}{\Gamma^2 + (\Delta - n\omega_m)^2} \quad (13)$$

여기서 Γ 는 자연 선폭, Δ 는 라인 중심에서 디튜닝(detuning)되는 주파수, ϕ 는 펄프 레이저에 적용되는 변조 필드에 대한 검출기 위상이다. 상수 C 는 독립적인 개념으로 프로브 빔의 다른 모든 속성을 나타낸다. $\delta < 1$ 이기 때문에 1차 측파대만 고려하면 식(11)는 다음과 같이 단순하게 정리할 수 있다.

$$S(\omega_m) = \frac{C}{\sqrt{\Gamma^2 + \omega_m^2}} J_0(\delta)J_1(\delta) \quad (14)$$

$$\times [(L_{-1} - L_{-1/2} + L_{1/2} - L_1)\cos(\omega_m t + \phi) + (D_1 - D_{1/2} - D_{-1/2} + D_{-1})\sin(\omega_m t + \phi)]$$

식(11)와 식(14)에서 \sin 항은 신호의 직교 성분을 나타내고, \cos 항은 신호의 같은 위상 성분을 나타낸다. 따라서 위상 감지 방식을 사용하면 기준 신호의 동위상 신호 성분을 각각 선택하도록 설정할 수 있어 서브 도플러 공진의 흡수 및 분산 성분을 나타낼 수 있다 [35].

제4절 다이오드 레이저와 MTS를 이용한 주파수 안정화

1. 비례-적분-미분 제어 (PID)

PID는 Proportional Integral Differential의 약자로 비례-적분-미분을 의미하며 PID control을 말한다. 즉, 비례-적분-미분 제어기라고 할 수 있는데 대개는 PID 제어기라고 부르며 여러 산업체, 과학 분야 등에서 많이 쓰이는 제어기법이다. PID의 기본적인 원리가 되먹임을 이용한 제어기 형태인데, 제어하고자 하는 대상의 출력값을 측정한 뒤, 원하는 참조값 또는 설정값과 비교하여 오차를 계산하고 이 오차값을 이용하여 제어에 필요한 값을 계산하는 구조로 되어 있다. 여기서 필요한 값을 제어값이라고 한다. 단순히 ON, OFF만을 이용하는 방식보다 더 정교한 제어 방식으로 단순하게 일정한 값이 되었다고 꺼지거나 켜지는 제어가 아니라 값의 상승, 하강, 시간 등 여러 요인에 비례하여 작동하기 때문에 아주 정교한 제어 방식이라고 할 수 있다. 다양한 변수들을 고려해서 변수와 입력한 참조값 사이의 오차를 계산해서 제어를 하기 때문에 오류가 적다는 장점이 있다.

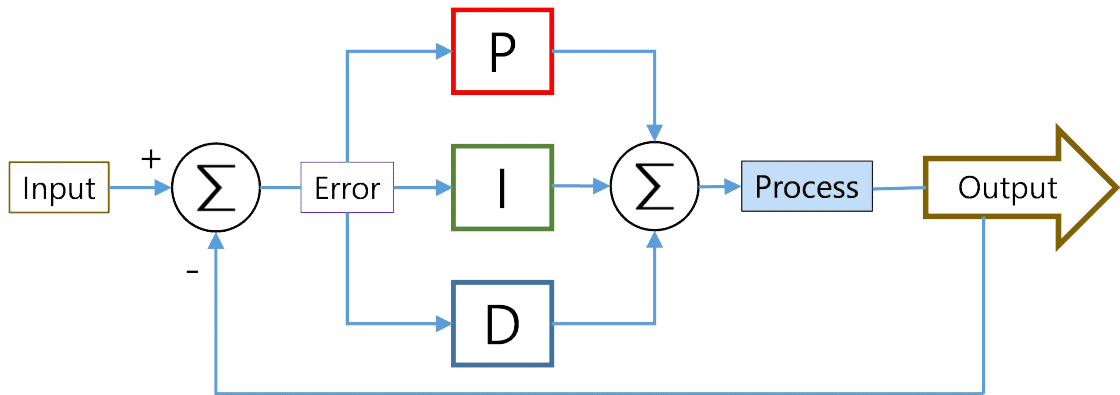


그림 2-10. PID 제어의 모식도

PID는 그림 2-10처럼 닫힌 고리계(Closed-loop system)로 되어 있다.

$$(\text{오차}) = (\text{목표값}) - (\text{결과값}) = e(t) \quad (15)$$

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (16)$$

식(16)는 PID 제어를 수식으로 나타낸 것이다. t 는 시간, $u(t)$ 는 제어를 통해 산출된 입력값(control input)이고 $e(t)$ 는 시간에 대한 오차를 의미한다. K_p 는 비례항이고 $K_p e(t)$ 는 비례 제어기로서 현재 상태에서 오차값의 크기를 비례한 제어 작용을 의미한다. K_I 는 적분항이고 $K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$ 는 적분 제어기로서 일정한 상태로 유지되는 오차를 없앤다. K_D 는 미분항이고 $K_D \frac{de(t)}{dt}$ 는 미분 제어기로서 출력값에 급격한 변화에 있을 시 제동을 걸어 오버슈트를 줄여준다. 즉, 식(16)는 특정 시간 t 에서의 제어 입력값에 대한 표현이라고 할 수 있다.

본 실험에서 온도 제어를 위해 PID 제어기로 Thor labs사에서 만든 ITC4001을 사용하였다. 레이저 발진에 필요한 전류를 공급해 주기도 한다.



그림 2-11. PID 제어기인 ITC4001

2. Lock-in Amplifier

Lock-in Amplifier는 잠금 증폭기라고 하는데 어떤 레이저, 전파와 같은 전자기파 신호를 측정하고자 할 때 noise(잡음) 없이 원하는 신호만을 정확히 측정하고자 할 때 사용하는 장비이다. 측정하고자 하는 대상의 신호와 같은 주파수 성분으로 된 이상적인 참조 신호가 있으면 측정 대상의 신호에 잡음이 있어도 그 신호의 진폭과 위상을 측정할 수 있게 해주는 장비라고 할 수 있다. 잠금 증폭기는 Signal channel(신호 채널)과 Mixer(혼합기), DC Amplifier(직류 증폭기)로 이루어져 있다. 신호 채널로부터 잡음이 섞인 신호가 입력되는데 Band-pass filter(대역 거르개), notch filter(노치 거르개), low-pass filter(저역 통과 거르개), high-pass filter(고역 통과 거르개)가 1차적으로 잡음을 걸러준다. 이후에 이 신호가 혼합기에 입력되면 Function generator(함수 발생기)에서 만들어진 reference signal(참조 신호)와 비교하면서 측정된 신호의 주파수로부터 잡음을 제외한 신호를 잡아낼 수 있다.

3. 주파수 안정화 방법

고분해능 외부공진기형 레이저 다이오드는 소형, 경량, 고효율의 장점을 가지고 있기 때문에 원자의 초미세 관측, 레이저 주파수 안정화, 거리 측정, 표면 조도 측정 등과 같은 레이저 측정 분야에 널리 사용되고 있다. 본 연구에서는 다이오드 레이저의 선풍을 줄이기 위한 방법으로 외부공진기형 다이오드를 제작하고 제작된 레이저를 사용하여 탐사(프로브) 레이저의 주파수 변조 없이, EOM에 의해 변조된 펌프 빔 원자의 비선형 주파수 혼합 효과에 의해 생기는 미분 신호를 가진 변조전달 분광학(MTS: Modulation Transfer Spectroscopy) 신호를 이용하여 레이저 주파수 안정화 연구를 수행하였다. 또한, DAVLL 등의 실험과는 달리 온도에 둔감하고 순환선에 대해 신호가 매우 큰 변조전달 신호를 이용하여 오프셋 레이저 주파수 안정화 방법을 수행하여 새로운 연구 결과를 낼 수 있을 것으로 예상하였다. DAVLL이란 Dichroic atomic vapour laser lock의 약자로 이색성의 원자 증기 레이저 잠금이라고 한다. 분광학 연구는 기존의 이 실험에 대해 레이저 제작 기술, 회로제작 기술, 초정밀 가스 측정 기술 등에 잘 적용이 가능할 것으로 기대한다.

고정된 파장의 안정화를 위하여 PID와 잠금 증폭기를 이용한다. 위상 민감 신호를 얻기 위해 사용하는 잠금 증폭기는 얻어진 신호의 참조 파장 이외의 파장 성분을 가지는 신호를 제거해 부분 또는 완전하게 신호의 잡음을 제거해 준다.

본 연구에서는 레이저 안정화를 위한 온도 안정화가 필수적으로 요구되어 1/1000도까지 정밀하게 온도를 통제하여 안정화를 할 수 있는 온도 안정화, 레이저 주파수 안정화 등에 적용이 가능한 회로 기술 또한 연구하여 조립하였다. 기존에는 레이저 주파수 안정화 신호의 오류 신호를 얻기 위해 레이저 주파수를 변조하였는데 이러한 경우, 레이저 주파수 변조로 인한 주파수 떨림 현상에 의해 레이저 주파수 안정화 신호의 잡음이 증가하게 되어 레이저 안정도가 시간에 따라 나빠지는 현상이 있는 단점이 있었다. 그러나 본 연구에서는 프로브 빔의 레이저가 아닌 펌프 빔의 레이저를 변조시켜보는 발상을 적용하고, 온도에 따른 신호 변화가 매우 작은, 기존에 수행되어 있지 않은 원자의 공명 주파수에서 약간씩 주파수를 연속적으로 이동시키면서 주파수 안정화를 시킬 수 있는 레이저 주파수 안정화 방법을 수행하여 레이저 주파수 안정화 정밀도를 높일 수 있는 새로운 방식의 주파수 안정화 방법을 연구하였다.

제3장 실험 결과 및 분석

제1절 ECDL의 제작 과정 및 실험 적용

1. 수제 ECDL의 제작 과정

외부공진기형 다이오드 레이저(ECDL)는 연구 이론에서 설명하였지만 레이저 광원으로 사용되는 장비이며, 레이저 다이오드와 외부공진기를 형성하는 회절격자로 구성되어 있고 레이저 헤드의 온도를 안정화하게 해주는 열전 냉각기(thermo-electric cooler, 이하 TEC)와 레이저 헤드 온도를 실시간으로 측정하는 thermistor, 레이저 광선의 빔 경로를 조절하는 knobs으로 구성되어 있다. ECDL을 제작하는 과정에 대해 이야기를 써 보자면, 먼저 레이저 다이오드를 시준하기 위해 초점거리가 짧은 렌즈를 사용하여 시준시킨다. 시준된 빔을 Littrow 각이 780 nm에서 약 45° 인 각도에서 1차 회절된 빔이 레이저 다이오드로 오도록 한다. 레이저 다이오드에서 반사된 빔이 0차 빔과 중첩되도록 회절격자의 위치를 조절하는 knobs을 조정하여 맞춘다. 레이징 문턱에서 약 35 mA의 다이오드 전류를 인가시키면 적절한 위치에서 외부공진기에 의한 레이징이 되어 레이저 파워가 3배가 되는 위치를 찾는다. 이 위치에서 파워가 최대가 되도록 knobs을 다시 조절한다. 루비돔 D2 전이선에 해당하는 전이선인 780.243 nm의 파장을 얻도록 회절격자의 각도를 조절한다. 또한, TEC 소자의 온도를 조절하여 파장의 변화가 어떻게 되는지를 확인한다. 이러한 파장을 확인하기 위해서는 파장 측정기(wavemeter)를 사용하여 파장을 확인한다. 이 파장 측정기는 단일 종모드로 발진하는 경우에만 파장이 읽히기 때문에 레이저 종모드 상태를 확인하는 것으로도 유용하다. 외부공진기형 다이오드 레이저의 조립도는 아래와 같다.

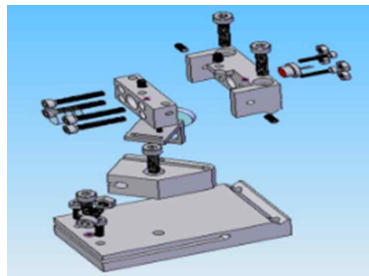


그림 3-1. ECDL의 조립도

실제 조립 과정을 세세하게 서술하자면 다음과 같다.

ㄱ. 레이저 다이오드 선정하기

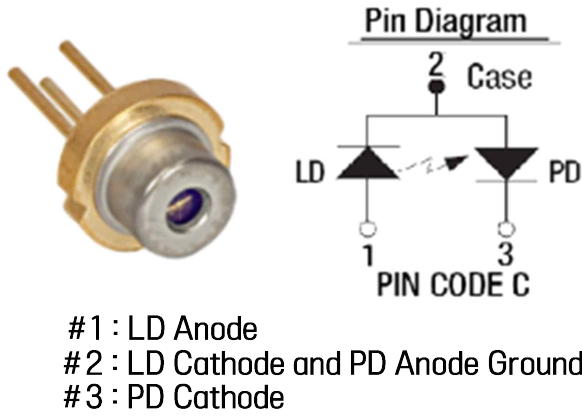


그림 3-2. Thorlabs사의 L785P090

Thorlabs사의 L785P090(제품 특성 : 785 nm, 90 mW, Ø5.6 mm, C Pin Code, Laser Diode)를 채택하여 ECDL의 레이저 소자로 활용하였다.

ㄴ. 조립하기



그림 3-3. 조립하는 과정 1

회절격자와 회절격자용 바디(grating body)를 조심스럽게 붙여준 뒤 바디에 뚫린 구멍에 PZT(Piezo-electric transducer. 압전 변환기)를 설치하였다. LD, TEC, PZT, thermistor, body, collimation lens 등 사용한 광학 소자들은 모두 Thorlabs사의 제품을 사용하였으며 회절격자만 Edmund Optics사의 제품을 사용하였다.

이 회절격자의 제품 특성은 1800 Grooves/mm, 12.7 mm Square, VIS Holographic Grating이다.

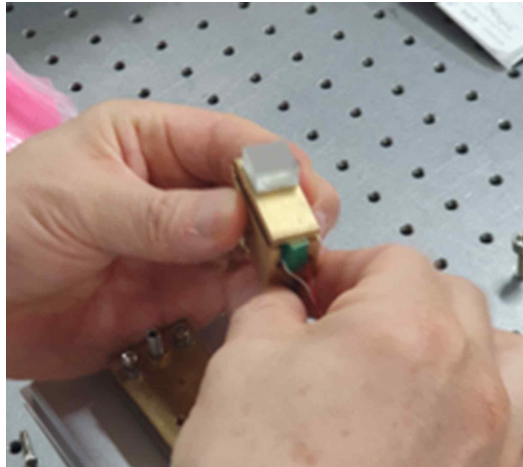


그림 3-4. 조립하는 과정 2. PZT를 설치하는 모습

PZT의 제품 특성은 Piezoelectric Actuator, 9.1 um Max Displacement, 6.5 mm × 6.5 mm × 10.0 mm 이다.

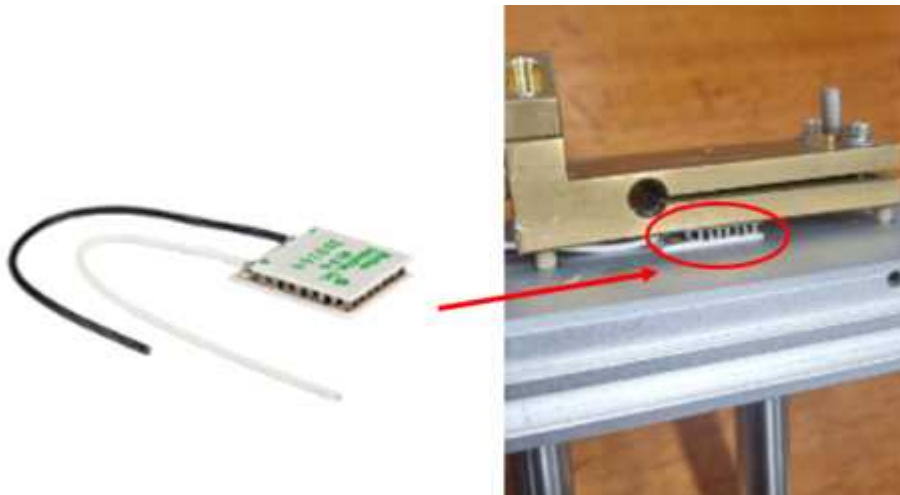


그림 3-5. 조립하는 과정 3. Main body 밑에 TEC 붙이기

TEC의 모델은 TEC3-60이며 제품 특성은 5.6 A Single-Stage TEC Element, $\Delta T = 65^{\circ}\text{C}$ for 27°C Hot Surface이다.

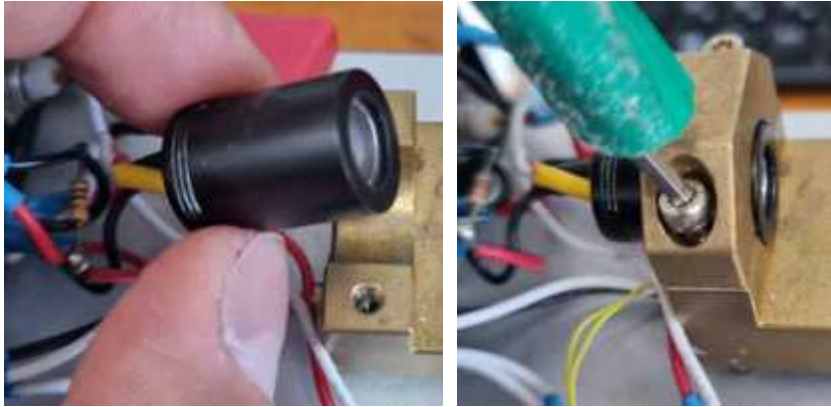


그림 3-6. 조립하는 과정 4. LD 장착

LD와 평행광 렌즈를 전용 LD body(검정)에 결합 후 main body에 장착하였다. LD에 전원을 공급한 뒤 거리에 따른 레이저의 형태와 크기를 측정하며 거리 상관없이 레이저의 크기와 형태가 똑같은지를 확인한다. 똑같아야 평행광이 된 것이다.

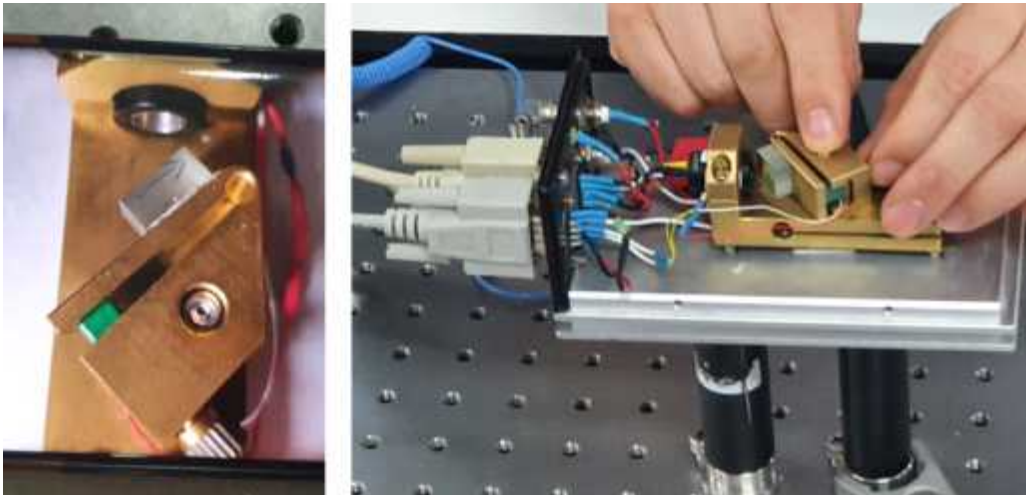


그림 3-7. 조립하는 과정 5. body 조합

PZT와 회절격자를 조립한 grating body와 TEC를 붙인 main body를 결합하였다.

이제 ECDL의 이론에 나온 회절격자 방정식을 이용하여 이론상 각도가 45°임을 확인하였다.



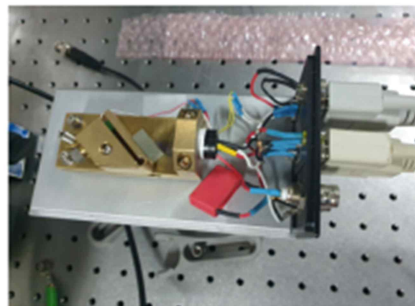
그림 3-8. knobs 조절하기

그림 3-8에서와 같이 L-렌치를 이용하여 knobs을 조절하여 회절격자의 수직 및 수평 위치를 미세하게 조절하여 1차 빔과 0차 빔이 서로 중첩되는지 확인한다. 중첩이 맞는 경우 레이징 문턱에서의 레이저 빔의 파워가 3배 가량 중첩 되지 않은 경우에 비해 증대 되는 위치를 찾는다.

레이저 빔은 780 nm의 광을 사용하기 때문에 근적외선이라 비가시광이다. 그래서 눈으로 관찰하고 싶다면 카메라로 촬영한 뒤 TV 모니터를 이용하여 레이저를 관측하거나 특수한 형광물질을 도료시켜 코팅한 근적외선 레이저 검출 카드(Laser viewing card, Laser detection card)를 이용하여 레이저 빔을 관측한다. 아래 사진은 완성된 외부공진기형 다이오드 레이저의 보호 뚜껑 달은 모습과 뚜껑을 연 상태를 보여주고 있다.



△ 보호 뚜껑 달은 모습



△ 뚜껑을 연 모습

그림 3-9. 조립을 완료한 ECDL의 모습

2. ECDL의 실험 적용

레이저 빔이 증폭되는 것을 확인하기 위해서는 낮은 외부 전류에서 외부공진기로 발진하는 문턱 전류에 해당하는 약 0.5 mW의 출력 빔을 얻게 되고, 되먹임이 제대로 일어나는 경우 회절격자의 수평 및 수직을 조절하는 손잡이(Knob)을 조절하여 외부 공진이 일어나게 되면 약 3 mW의 레이징 출력을 얻게 된다. 전류를 증가시켜 SAS와 MTS 실험을 위한 광원으로 사용하게 된다. 제작된 ECDL의 레이저 전류 특성은 다음과 같다.

레이저 파장은 전류와 온도에 따라 파장이 달라지게 되는데 루비돔 D2 공명선을 얻는데 필요한 전류값은 0.0767 A이며 온도는 19.376°C에서 공명 흡수선을 관찰할 수 있었다. 제작된 ECDL의 레이저 전류 특성은 다음과 같다. 측정은 총 2번을 하였다.

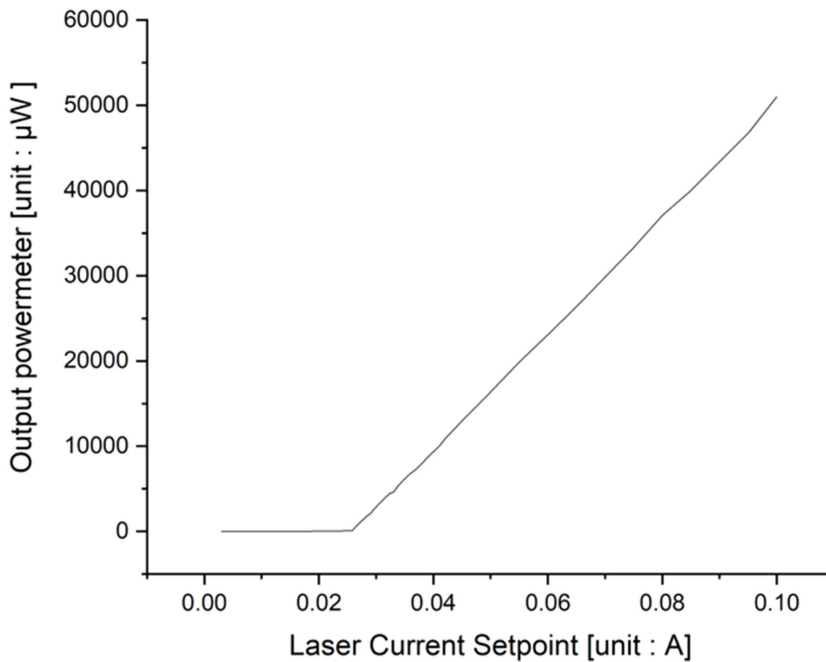


그림 3-10. Laser Current Setpoint 값에 따른 레이저 파워미터 측정 그래프

온도는 19.376°C로 고정인데 PID 제어에 의해 온도가 거의 일정하게 유지되고 있기 때문이다. 조립한 ECDL의 레이저 Current 전류값과 출력되는 레이저의 파워미터는 서로 선형적으로 비례한다는 것을 알 수 있다.

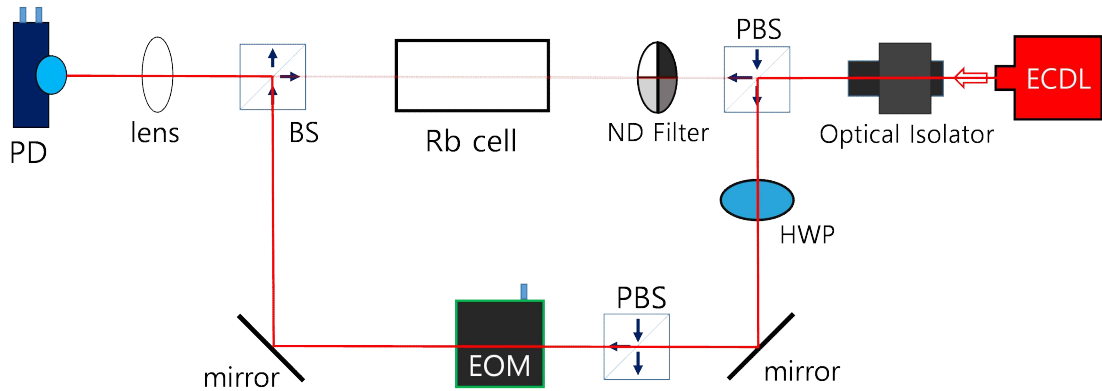


그림 3-12. 광학 테이블 위에 배치된 광학소자 실험 모식도

비례-적분-미분 제어기(ITC4001)를 이용하여 레이저를 발진시킨다. 레이저 광원(ECDL)에서 나온 레이저 빛살(laser beam)은 먼저 광 고립기(OI)를 거치게 된다. 광 고립기를 설치한 이유는 가역성을 막는 용도로 다르게 표현하면 레이저가 역류하여 다시 광원 안으로 들어가는 것을 막는 역할이다. 본 실험의 구조는 레이저 빛살이 순환하는 구조이기 때문에 다시 광원 안으로 빛살이 들어갈 수 있는 위험이 있다. 그 위험을 차단하고 레이저 장비를 보호하고자 광 고립기를 쓰는 것이다. 광 고립기를 지난 레이저는 반파장판(HWP)을 지나게 된다. 반파장판은 편광의 위상차를 π [radian] 만큼 지연시키는 광학 소자인데 편광을 회전시키는 파장판이다. 참고로 타원편광은 90° 회전과 동시에 원편광처럼 회전 방향도 같이 바뀐다. 본 실험에서 이 반파장판을 설치한 이유는 말루스의 법칙(Malus law)을 이용하여 레이저 광의 세기를 조절하기 위해서이다. 레이저 광원에서 나오는 레이저 빛살은 선편광된 광이기 때문에 위상지연자를 두 개 쓸 필요가 없이 하나만 사용해도 광의 세기를 조절할 수 있다.

HWP를 지난 레이저 광선은 PBS를 지나면서 두 갈래로 나누어지는데 한 광선은 펌프 빔(pump beam)이 되고 다른 광선은 프로브 빔(probe beam)이 된다.

편광 빛살 가르개(PBS)는 입사평면을 기준으로 s-편광 광선(senkrecht polarization. 여기서 senkrecht는 독일어로 수직을 의미. 즉 수직편광)과 p-편광 광선(parallel polarization. 수평편광)으로 나누어 주는 역할을 하는 광학소자이다. PBS 안의 매질 경계면과 입사평면은 서로 수직관계이다. s-편광은 매질 경계면에서 반사가 되고, p-편광은 투과된다. 그리고 s-편광은 펌프 광선의 역할을 하고, p-편광은 프로브 광선의 역할을 하게 된다.

펌프 광선의 역할을 해줄 s-편광 빔은 거울을 지나 볼록렌즈에서 집속이 된 뒤, EOM을 거치게 된다. 거울을 쓰는 이유는 레이저 광선의 경로를 바꿔 측정하고자 하는 시료(^{85}Rb cell)로 갈 수 있게끔 방향을 잡기 위해서이다. 거울은 일반 거울이 아니라 레이저 광원에 맞춰 780 nm 파장의 광만 반사하는 거울이다. 볼록렌즈를 이용하여 레이저 광선을 집속하는 이유는 EOM 때문인데, 사용하고자 하는 EOM은 Kerr effect(커 효과)를 이용하여 편광의 성질을 바꿔주기 위해서이다. EOM 내부에는 복굴절 물질로 된 결정이 들어있다. 복굴절 물질은 결정 구조를 가진 투명한 고체 물질인데 EOM 내부에 있는 복굴절 결정은 길고 가느다란 형태로 되어 있기 때문에 렌즈로 집속한 뒤 광을 입사시키는 것이다. EOM을 지난 펌프 빔은 또 볼록렌즈를 지나게 되는데 이 렌즈의 용도는 광을 시준시키기 위한 것이다. 현재 레이저 광선은 EOM 내부에 위치한 초점을 기준, 앞으로 진행하면서 광이 퍼지고 있는 형태인데 이 초점과 렌즈가 가지고 있는 초점거리를 똑같이 일치시키면 광선은 평행광이 된다.

펌프 빔은 빔 정렬을 목적으로 배치한 거울에 반사된 뒤 PBS를 만나 시료(^{85}Rb cell)가 있는 곳으로 경로가 꺾여 이동한다. 여기까지가 펌프 빔의 광 경로였고, 프로브 빔에 대해 설명하자면 다음과 같다.

반파장판을 지난 빔은 PBS를 만나게 되는데 경계면에서 반사되지 않고 투과된 p-편광이 프로브 빔이 된다. 이 광선은 중립 밀도 여광기(ND filter)를 지나게 되는데, 이는 탐사 광선의 세기를 약하게 조절하는 역할을 한다. ND 여광기를 지나면 바로 시료(^{85}Rb cell)이 위치해 있다. 사용하는 시료는 루비듐 셀이며, 동위원소인 ^{87}Rb 도 함께 포함되어 있다.

불균일하게 도플러 확장된 양공 태우기 현상(hole-burning effect)은 레이저 빔의 세기가 포화될 정도로 강할 때 바닥준위와 들뜬준위 사이의 원자 밀도를 재분포하게 만든다. 바닥 준위의 밀도 분포가 양공 태우기에 의해 줄어들고 들뜬 준위의 밀도는 증가하게 된다. 이론을 다시 살펴보자면 포화흡수 분광학에서 펌프 빔과 프로브 빔은 서로 반대 방향으로 루비듐 기체 원자가 든 셀에 입사하게 되어 속도가 0인 곳에서 두 빔에 의해 포화흡수 신호가 도플러 이하의 선포를 가지는 흡수선을 얻게 된다. 레이저 선포가 충분히 작으면 레이저 천이는 균일한 천이 선포를 가지게 되고, 도플러 선포보다 약 1/1000배 만큼 선포 줄임이 일어나게 된다.

포화흡수 분광학은 펌프 빔과 프로브 빔, 이 두 가지의 광선이 동시에 원자와 상호작용을 할 때 일어난다. 속도 v 를 가지는 원자는 $\Omega = \omega(1-v/c)$ 를 가지는 주파수를 흡수하고, 다른 방향에서 오는 빔은 $\Omega = \omega(1+v/c)$ 주파수를 가지는 빔을 흡수하게

되어 펌프 빔과 프로브 빔이 동시에 원자에 작용하기 위해서는 ω 가 같아야 하기 때문에 속도가 0이 되어야 한다. 이러한 조건에서 도플러 확장이 없는 포화흡수 분광학 신호가 얻어지게 된다.

$J=3/2$ 인 D_2 여기 전이선을 고려하면 핵스핀이 $5/2$ 인 루비듐 원자의 초미세 구조는 $F=|I+J|, \dots, F=|I-J|$ 가 되어 $F_e = 4, 3, 2, 1$ 의 들뜬 상태를 가지게 되며 바닥 준위는 $J=1/2$ 이므로 $F_g = 2, 3$ 을 가지게 된다. 그러므로 원자의 전이선들은 이러한 초미세 양자수의 조합에 해당하고 선택률이 $\Delta F = 0, \pm 1$ 천이를 가지는 천이가 일어나게 되어 $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4, 3, 2$ 등과 같은 천이가 일어나게 된다. 그래서 다음과 같은 에너지에 따른 포화흡수 분광선을 갖게 된다.

$5^2P_{3/2}$	\uparrow $384.230406373 \text{ THz}$ $= A$ \downarrow	\uparrow 100.205 MHz \downarrow	\uparrow 120.64 MHz \downarrow	$F = 4$
		$20.435 \text{ MHz} \updownarrow$		$F = 3$
		$63.401 \text{ MHz} \updownarrow$	$63.401 \text{ MHz} \updownarrow$	$F = 3$
		$29.372 \text{ MHz} \updownarrow$	$29.372 \text{ MHz} \updownarrow$	$F = 2$
		Band Gap		$F = 1$
$5^2S_{1/2}$		1.2648885163 GHz \updownarrow	\uparrow	$F=3$
		1.7708439228 GHz \updownarrow	3.035732439 GHz \downarrow	$F=2$

표 3-1. 표 양식 구조를 이용하여 루비듐 원자의 준위 표현 1

여기서 지정되지 않은 전이선은 크로스오버(cross-over) 신호로 두 여기 준위 사이의 중앙선에 해당하는 교차 신호들이다. 예를 들어 $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ 전이선과

$F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ 에너지 준위에 해당하는 공명선에 해당한다.



그림 3-13. 표 양식 구조를 이용하여 루비듐 원자의 준위 표현 2

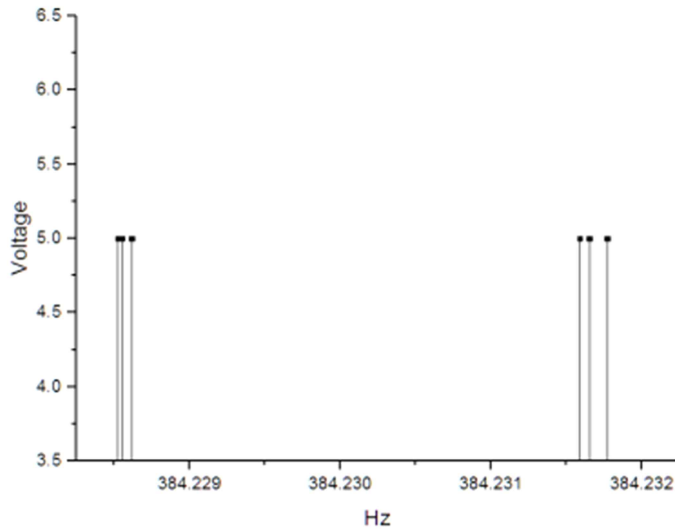


그림 3-14. 예측된 공명선 위치

모델은 Mini-Circuits 사의 SLP-1.9+를 사용하였다.

믹서의 R과 L에서 수신한 신호들을 믹서가 섞어 준다. 그리고 섞인 신호는 믹서의 I 부분으로 넘어가게 되는데 오실로스코프 채널 1로 보내지게 된다. WaveGen은 함수 발생기로 제품은 RIGOL사를 이용하였고 모델은 DG1022를 사용하였다. 설정값은 다음과 같이 지정해 주었다.

WaveGen	주파수	증폭
CH1	5.11 MHz	900 mVpp
CH2	5.11 MHz	2.3 Vpp

표 3-2. 설정값

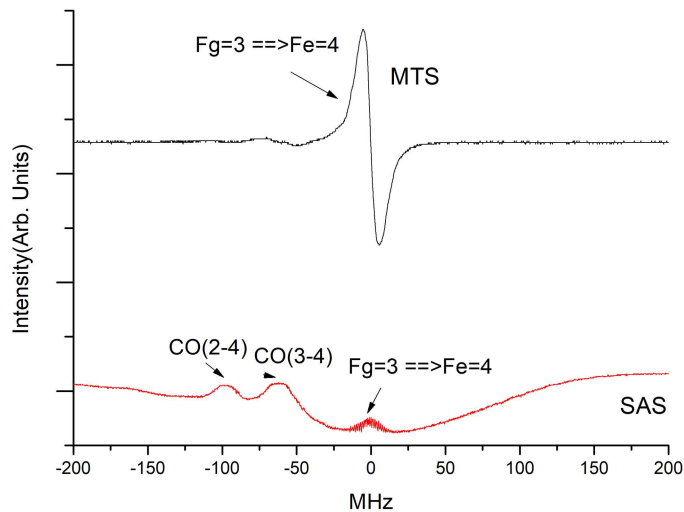


그림 3-16. 잡아낸 SAS 및 MTS 신호

이렇게 지정해 주었을 때 강한 MTS 신호가 나왔다. 그림 3-2의 위쪽 신호는 루비듐 ^{85}Rb 동위 원소의 바닥준위 $F_g=3$ 에서 들뜬준위 $F_e=4$ 의 전이선에 해당하는 MTS 신호를, 아래쪽 신호는 SAS 신호를 보여주고 있다. MTS 신호에 해당하는 SAS 신호의

왼쪽 두 개의 강한 교차 신호는 SAS 신호는 강하게 나타나나 MTS 신호는 $F_g=3$ 에서 들뜬준위 $F_g=4$ 에 해당하는 SAS 신호에 비해 매우 작다는 것을 볼 수 있다. 이것은 MTS 신호가 $F_g=3$ 에서 들뜬준위 $F_g=4$ 와 같은 달린 준위에 해당하는 신호만이 크게 나오기 때문에 교차 신호에서는 MTS 신호가 거의 나오지 않는다는 것을 보여준다.

제3절 레이저의 주파수 안정화

측정된 MTS 신호는 프로브 레이저를 직접 변조하는 것 없이 zero-crossing을 가지는 미분 신호를 그림 3-2 위쪽에 보인 바와 같이 가지게 된다. 이 미분 신호가 레이저 안정화를 위한 입력 신호가 된다. 그래서 프로브 레이저를 직접 변조하여 얻어진 SAS 신호를 이용한 레이저 안정화에 비해 비선형 효과에 의해서 변조전달이 가능하게 되어 온도 등에 둔감한 레이저 주파수 안정화가 가능하게 된다. 이 zero-crossing 신호와 PID 전기회로를 이용하여 외부 공진기에 장착된 PZT에 전압을 가해 PZT 길이를 줄이고 늘리면 레이저의 공진기 길이를 줄이고 늘리는 과정을 통해 레이저 주파수를 줄이고 늘리는 작동을 하게 된다. 이러한 과정을 통해 $F=3 \rightarrow F'=4$ MTS 원자 분광선에 레이저 주파수가 안정하게 되어 주파수 안정화가 되게 된다. 레이저 안정화 정도는 안정화 ON/OFF를 통해 시간에 따른 오차 신호를 관찰함으로써 확인할 수 있다. 또한, 본 연구에서는 자기광학 포획이 되는가에 따라 안정화된 것을 확인할 수 있다. 닫힌 루프 레이저 주파수 안정화 레이저 잠금은 1 MHz 이하의 원자 분광선에 잠금이 되어야 한다. 여기서 포획 레이저는 $F=3 \rightarrow F'=4$ 천이에 해당하며 사용된 레이저가 안정화되는 경우에 포획된 원자로부터의 형광 신호가 원형 형태의 밝은 포획된 모습을 볼 수 있다.

고정된 파장의 안정화를 위하여 PID와 Lock-in 증폭기를 이용한다. 여기에서 PID는 PI servo 1라는 장치를 의미한다. 비례-적분-미분 제어기에 대해 다시 말하자면, 제어하고자 하는 대상의 출력값을 측정하여 이를 원하고자 하는 참조값 (설정값)과 비교하여 오차를 계산하고, 이 오차값을 이용하여 제어에 필요한 제어값을 계산하는 구조로 되어 있다. 본 실험에서는 주파수를 대상으로 제어하는 역할을 한다. Lock-in 증폭기는 얻어진 신호의 참조 주파수 이외의 주파수 성분을 가지는 신호를 제거함으로써 부분 또는 완전하게 신호 잡음을 제거하는 역할을 한다. 미분 신호로 영점을 가지는 MTS 신호가 영점을 가지는 주파수에 고정하기 위해 외부 교란에 의한 주파수 에러 신호로 고정하는 방법은 다음과 같다. 주파수 스캔을 해주는 램프 신호를 오실로스코프의 정중앙 원점에 대칭적으로 놓음으로써 영점의 위치를 오실로스코프의 중앙에 고정한다. 확대된 MTS 신호를 이 원점에 맞추기 위해 PI servo 1의 DC 신호 조정을 통해 MTS 신호를 평행이동 시키고, 주파수 스캔의 램프 신호를 조정하여 줄임으로써 확대된 MTS 신호의 영점이 오실로스코프의 영점에 올 수 있도록 한다.

☆ Equipment's name : PI SERVO 1, Model : PI-0610



앞면



뒷면

그림 3-17. DC, RAMP를 조절하는 장치의 모습

이러한 작업은 DC버튼을 돌려서 MTS 신호의 x축을 이동시키고, Ramp를 줄여 MTS 신호의 영점을 찾는다. 이 영점이 오실로스코프의 원점에 원하는 MTS의 영점을 위치하게 한 후, LOCK 버튼을 내려서 주파수를 고정하면 PI servo 1에 의해 MTS 신호의 영점이 레이저 주파수 안정화가 된다.

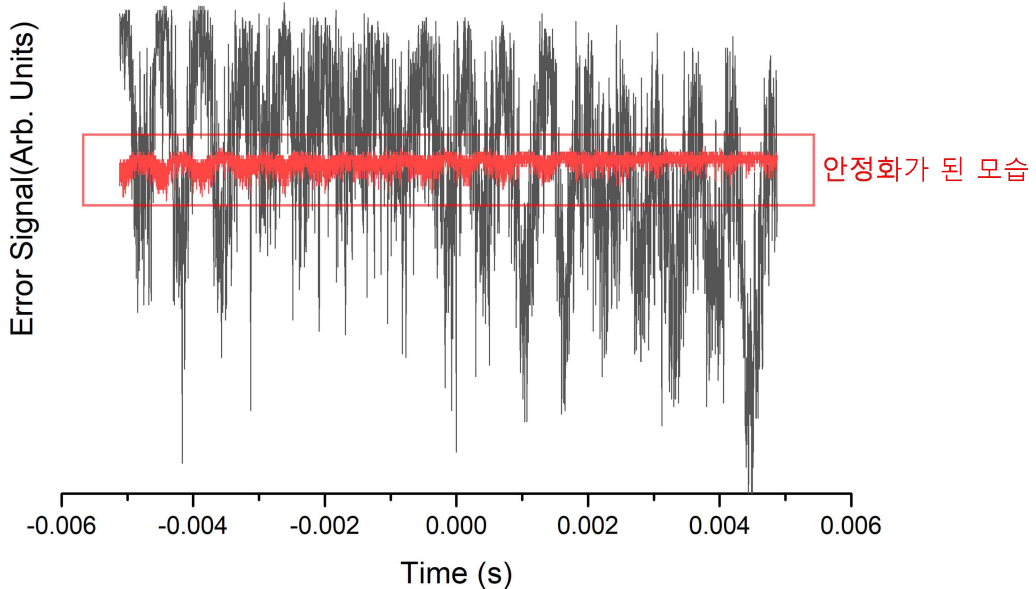


그림 3-18. 안정화되기 전(검은색)과 안정화가 된 후(빨간색)의 오차 신호 모습

그림 3-18은 안정화가 되기 전(검은색)과 후(표시한 부분)에 오차 신호를 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 레이저 안정화되기 전에는 오차 신호의 교란이 크다는 것을 보여준다. 즉, 레이저에 불필요한 noise(잡음)가 많이 끼어 있다는 의미이다. 그러나 레이저가 안정화되는 경우, 안정화가 되기 전의 오차 신호와 비교 시 약 10배 만큼 줄어들었다는 것을 알 수 있었다.

제4장 고찰 및 논의

변조전달 분광학은 원자 증기 셀과 같은 비선형 매질 내에서 주파수가 변조된 펄프 빛살이 반대 방향으로 진행하는 프로브 빛살과 상호작용을 하여 변조되지 않은 조사 광으로 전달되어 비선형 4광자 혼합 신호를 전달하는 것이다. 변조전달 분광학 신호를 이용하여 레이저의 주파수를 안정화하면 주파수 변조 분광학에서와 같이 주파수 오차 신호의 대역폭이 넓어 고속으로 안정화할 수 있을 뿐만 아니라 도플러 배경에 무관한 주파수 오차 신호를 얻을 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 변조전달 분광학을 이용하여 외부공진기형 다이오드 레이저의 주파수를 안정화하였다. 레이저는 루비덤 원자의 초미세구조 흡수선에 안정화되었다.

이 연구의 결과는 변조전달 분광학을 이용하여 외부 공진기형 다이오드 레이저의 주파수를 안정화하는 것이 매우 효과적인 방법이라는 것을 보여주었다. 이 방법은 고속 및 고정밀 주파수 안정화가 필요한 다양한 응용 분야 및 실험에 유용하게 사용할 수 있다고 보여줄 수 있다.

이번 실험을 통해 변조전달 분광학과 ECDL을 이용한 주파수 안정화 실험은 기존의 주파수 변조 분광학에 비해 다음과 같은 장점들이 있다. 첫째, 주파수 오차 신호의 대역폭이 더 넓어 고속으로 안정화할 수 있다. 둘째, 도플러 효과에 무관한 주파수 오차 신호를 얻을 수 있다. 그래서 원자 시계 및 레이저 정밀계측기와 같은 고정밀 응용 분야에 적합하다.

제5장 결론

본 연구는 제작된 외부공진기형 다이오드 레이저(ECDL)를 이용하여 SAS 및 MTS 신호를 얻은 뒤, 영점을 가진 미분신호 MTS 신호를 PID SERVO의 입력 신호로 하여 주파수 안정화를 하는 실험을 진행하였다. 고분해능 외부공진기형 다이오드 레이저는 소형, 경량, 고효율의 장점을 가지고 있기 때문에 원자의 초미세 구조 관측, 레이저 주파수 안정화, 거리 측정, 표면 조도 측정 등과 같은 레이저 측정 분야에 널리 사용되고 있다. 본 연구에서는 다이오드 레이저의 선폭을 줄이기 위한 방법으로 외부 공진기형 다이오드 레이저를 제작하였고 제작된 레이저를 사용하여 프로브 레이저 주파수 변조 없이 전기광학 변조기 (EOM: Electro Optic Modulator)에 의해 변조된 펌프 빔이 원자의 비선형 주파수 혼합 효과에 의해 생기는 미분 신호를 가지는 변조 전달 분광 (MTS: Modulation Transfer Spectroscopy) 신호를 이용하여 얻어진 미분 신호를 이용하여 레이저 주파수 안정화 연구를 수행하였다. 사용한 원자는 상온에서 루비듐 셀 속에 있는 가스 상태의 루비듐 원자 동위 원소 ^{85}Rb 의 기저준위 $F_0=3$ 에서 $F_0=4$ 으로의 전이선에 대한, 고정된 파장의 안정화를 위하여 PID와 Lock-in 증폭기를 이용하였다. 위상 민감 신호를 획득하기 위해 사용되는 Lock-in 증폭기는 얻어진 신호의 참조 주파수 이외의 주파수 성분을 가지는 신호를 제거해 부분 또는 완전하게 신호 잡음을 제거하였다. 또한, 본 연구에서는 레이저 주파수 안정화를 위한 온도 안정화가 필수적으로 요구되어 1/1000도까지 정밀하게 온도를 안정화시킬 수 있는 온도 안정화, 레이저 주파수 안정화 등에 적용이 가능한 PID 회로를 이용하였다. 그러나 본 연구에서는 펌프 빔은 변조되지만 프로브 빔의 레이저 주파수 변조가 없는 방법을 사용하여 주파수 안정화 후에 고정된 신호와 실시간 신호 차이에 해당하는 오차 신호를 크게 줄여준다는 사실을 확인함으로써 레이저 주파수 안정화가 된다는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 주파수 안정화가 되는 경우에만 자기광학 포획이 이루어지는 점을 이용하여 자기광학 포획 신호를 관찰함으로써 주파수 안정화를 확인하였다. 원자의 공명주파수를 연속적으로 이동시키면서 주파수 안정화(Off-set Locking)를 시킬 수 있는 레이저 주파수 안정화 방법을 수행하거나, DAVLL등의 실험과는 달리 온도에 둔감하고 순환선에 대해 신호가 매우 큰 변조 전달 신호를 이용하여 오프-셋 레이저 주파수 안정화 방법을 수행하면 새로운 연구 결과를 창출할 수 있을 것으로 사료된다. 현재 이러한 연구를 위해 외부 공진기형 레이저 발전 구현

및 특성 평가, 레이저 주파수 안정화를 위한 변조전달 신호 획득을 통한 향후 오프-셋 주파수 안정화를 위한 기초 연구 분석이 수행되어지고 있을 것이다.

이 연구의 결과는 전반적으로 변조전달 분광학을 이용하여 외부 공진기형 다이오드 레이저의 주파수를 안정화하는 데 효과적인 방법이라고 결론을 내릴 수 있었다. 이 방법은 고속 및 고정밀 주파수 안정화가 필요한 다양한 응용 분야에 유용하게 쓰일 수 있다고 본다.

[참고문헌]

- [1] Byung-Tai Kim, 『Laser Engineering(레이저공학)』 도서출판 상학당, 2016, pp. 35
- [2] Harold S. Boyne, “Laser Frequency Stabilization Techniques and Applications”
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 22, no. 1, pp. 19 (1971)
- [3] Daniil Provorchenko, Dmitry Tregubov, Denis Mishin, Mikhail Yaushev, Denis Kryuchkov, Vadim Sorokin, Ksenia Khabarova, Artem Golovizin and Nikolay Kolachevsky, “Deep Laser Cooling of Thulium Atoms to Sub- μ K Temperatures in Magneto-Optical Trap.” *atoms* 11, no. 2, pp. 1 (2023)
- [4] Bowen Wang, Xiang Peng, Haidong Wang, Yang Liu, Hong Guo, “Laser-frequency stabilization with differential single-beam saturated absorption spectroscopy of ^4He atoms.” *Review of Scientific Instruments*, 93, 043001 (2022)
- [5] Dali Sun, Chao Zhou, Lin Zhou, Jin Wang, and Mingsheng Zhan, “Modulation transfer spectroscopy in a lithium atomic vapor cell.” *Optics Express* 24, no. 10, pp. 1 (2016)
- [6] CESAR JAUREGUI, CHRISTOPH STIHLER, ANDREAS TÜNNERMANN, AND JENS LIMPERT, “Pump-modulation-induced beam stabilization in high-power fiber laser systems above the mode instability threshold.” *Optics EXPRESS* 26, no. 8, pp. 1 (2018)
- [7] Sanglok Lee, Jeongwon Kang, Subin Kim, Jeongyoun Jeong, Geol Moon, and Heung-Ryoul Noh, “Magnetic-field enhanced modulation transfer spectroscopy: theory and experiment.” *Optics Express* 29, no. 21, pp. 1 (2021)

- [8] D. J. McCarron, S. A. King and S. L. Cornish, “Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium.” *Measurement Science and Technology*, 19, 105601 (2008)
- [9] Cheng Bing (程冰), Wang Zhao-Ying (王兆英), Wu Bin (吴彬), Xu Ao-Peng (许翱鹏), Wang Qi-Yu (王启宇), Xu Yun-Fei (徐云飞) and Lin Qiang (林强), “Laser frequency stabilization and shifting by using modulation transfer spectroscopy.” *Chinese Physics B*, 23, 104222 (2014)
- [10] A. Pérez Galván, D. Sheng, L.A. Orozco, and Y.Zhao, “Two-color modulation transfer spectroscopy.” *Canadian Science* 87, pp. 95-100 (2009)
- [11] Ho Seong Lee, Sang Eon Park, Sang-Kyung Choi, Taeg Yong Kwon, Young-Ho Park, “Research on Cesium Atomic Clocks at the Korea Research Institute of Standards and Science.” *Journal of the Korean Physical Society* 45, no. 2, pp. 256-272 (2004)
- [12] W Gong, X Peng, W Li, H Guo, “Frequency stabilization of a 1083 nm fiber laser to ^4He transition lines with optical heterodyne saturation spectroscopies.” *Review of Scientific Instruments* 85(7), pp. 1 (2014)
- [13] J.F. Eble & F. Schmidt-Kaler, “Optimization of frequency modulation transfer spectroscopy on the calcium 4^1S_0 to 4^1P_1 transition.” *Applied Physics B* volume 88, pp. 563-568 (2007)
- [14] Min Zhou, Sheng Zhang, Limeng Luo and Xinye Xu, “Characterization of ytterbium resonance lines at 649 nm with modulation-transfer spectroscopy.” *PHYSICAL REVIEW A*, 101, 062506 (2020)
- [15] D. J. McCarron, S. A. King and S. L. Cornish, “Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium.” *Measurement Science and Technology*, 19,

105601 (2008)

- [16] Fabien Kéfélian, Haifeng Jiang, Pierre Lemonde and Giorgio Santarelli, “Ultralow-frequency-noise stabilization of a laser by locking to an optical fiber-delay line.” *Optics Letters* 34, no. 7, pp. 914–915 (2009)
- [17] N Lorenz, “A Rydberg Tweezer Platform with Potassium Atoms.” *Electronic Theses of LMU Munichen*, den 1, pp. 13–51 (2021)
- [18] Heung-Ryoul Noh, Sang Eon Park, Long Zhe Li, Jong-Dae Park and Chang-Ho Cho, “Modulation transfer spectroscopy for ^{87}Rb atoms: theory and experiment.” *Optics Express* 19, no. 23, pp. 1–9 (2011)
- [19] Yogeshwar Kale, Ayan Ray, Niharika Singh, Q. V. Lawande, “Modulation transfer in Doppler broadened Λ system and its application to frequency offset locking.” *The European Physical Journal D* 61(1), pp. 221–229 (2010)
- [20] Ho Seong Lee, Sang Eon Park, Sang-Kyung Choi, Taeg Yong Kwon, Young-Ho Park, “Research on Cesium Atomic Clocks at the Korea Research Institute of Standards and Science.” *Journal of the Korean Physical Society* 45, no. 2, pp. 256–272 (2004)
- [21] Dali Sun, Chao Zhou, Lin Zhou, Jin Wang, and Mingsheng Zhan, “Modulation transfer spectroscopy in a lithium atomic vapor cell.” *Optics Express* 24, no. 10, pp. 10649–10662 (2016)
- [22] Weng W. Chow, Stephan W. Koch & Murray Sargent III, “Semiconductor Laser Diodes.” *Semiconductor-Laser Physics*, pp. 1-33 (1994)
- [23] Jong-In Shim, Jong Chang Yi, Jong Ryul Kim. 『Fundamentals of Modern Light Emitting Semiconductors』. bookshill, 2009, pp. 77–84

- [24] Jaeheon Cho, Unsik Baek, “A study on the construction and the performance evaluation of Littman type tunable diode laser system” Photonics Conference, 2001, pp. 499–500
- [25] Wenxian Hong, O. Painter, “Design and Characterization of a Littrow Configuration External Cavity Diode Laser.” Physics, pp. 1–9 (2005)
- [26] Gi-Chul Kim, Yongbum Seo, Young-Sik Ghim, and Hyug-Gyo Rhee, “Development of Wavelength Tunable External-Cavity Diode Laser by Considering the Pivot Point Location.” Korean Society for Precision Engineering 34, No. 7, pp. 473–478 (2017)
- [27] C. J. Hawthorn, K. P. Weber, and R. E. Scholten, “Littrow configuration tunable external cavity diode laser with fixed direction output beam.” Review of Scientific Instruments 72, no. 12, pp. 4477–4479 (2001)
- [28] Julian Adolphs, Manuel Berrer, and Thomas Renger, “Hole-Burning Spectroscopy on Excitonically Coupled Pigments in Proteins: Theory Meets Experiment.” American Chemical Society, 138, 9, pp. 2993–3001 (2016)
- [29] Heung-Ryoul NOH, “Optical Pumping Spectroscopy.” Physics & High Technology 19, no. 5, pp. 7–11 (2010)
- [30] Tae-Woong Ha, Choong-Gun Sim, “A Proton Acceleration Model and Gas Molecular Motions: Maxwell-Boltzmann Distribution of Velocities.” J. Korean Soc. Mech. Technol 24, no. 1, pp. 47–52 (2022)
- [31] Isadora Perrin, Jeanne Bernard, Yannick Bidet, Nassim Zahzam, Cédric Blanchard, Alexandre Bresson, Malo Cadoret,
“Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency chirped

laser.” HAL science ouverte, pp. 1-8 (2019)

- [32] Varun Jain, Mark C. Biesinger, Matthew R. Linford, “The Gaussian-Lorentzian Sum, Product, and Convolution (Voigt) functions in the context of peak fitting X-ray photoelectron spectroscopy (XPS) narrow scans.” Applied Surface Science 447, 31, pp. 548-553 (2018)
- [33] Roman Lavrov, Michael Peil, Maxime Jacquot, Laurent Larger, Vladimir Udaltsov, and John Dudley, “Electro-optic delay oscillator with nonlocal nonlinearity: Optical phase dynamics, chaos, and synchronization.” PHYSICAL REVIEW E 80, 026207 (2009)
- [34] Jung Yun Do, Ji myoung Ye, “Electro-optic Organic Materials and Applications.” Polymer Science and Technology 21, no. 1, pp. 33-40 (2010)
- [35] D. J. McCarron, S. A. King and S. L. Cornish, “Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium.” Measurement Science and Technology, 19, 105601 (2008)