



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2023년 2월
석사학위 논문

우주 마이크로파 배경복사
편광지도의 통계분석을 통한
우주 재이온화 과정 유추

조선대학교 대학원

과학교육학과

문 현 진

우주 마이크로파 배경복사
편광지도의 통계분석을 통한
우주 재이온화 과정 유추

Inference of the cosmic reionization history through
statistical analysis of the CMB polarization map

2023년 2월 24일

조선대학교 대학원

과학교육학과

문 현 진

우주 마이크로파 배경복사
편광지도의 통계분석을 통한
우주 재이온화 과정 유추

지도교수 안 경 진

이 논문을 이학석사학위 신청 논문으로 제출함

2022년 10월

조선대학교 대학원

과학교육학과

문 현 진

문현진의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교수 하 미 순 (인)

위 원 조선대학교 교수 안 경 진 (인)

위 원 조선대학교 부교수 명 노 준 (인)

2022년 12월

조선대학교 대학원

목 차

I . 서론	1
1. 연구 배경	1
2. 연구 동향	3
II . 연구 방법	11
1. 모의 CMB 데이터: 기본 재이온화 모형	12
2. 재이온화 역사 샘플링	14
1) Principal Component Analysis	14
2) FlexKnot analysis	23
3) HS17 analysis	24
3. CMB 가능도(Likelihood) 분석	24
1) 모의 CMB 가능도	24
2) 고적색편이 광학 깊이를 최적으로 탐색하기 위한 CMB 가능도	27
III . 연구 결과	29
1. Principal Component Analysis	29
2. FlexKnot analysis	33
3. HS17 analysis	34
4. 광학적 깊이에 기반한 사전 확률과 제한된 구면조화 함수를 이용한 CMB E-모드 재샘플링	35

IV. 결론	40
V. 참고문헌	45
VI. 부록	50
1. 적색편이(redshift, z)	50
2. 광학적 깊이(optical depth, τ)	50

List of Tables

Table 1. Specifications of LiteBIRD	8
Table 2. Reionization models used in analysis	11

List of Figures

Figure 1. Changes in τ due to improvement of observation technology	3
Figure 2. Integral value of optical depth τ using Planck data(2015)	6
Figure 3. Integral value of optical depth τ using Planck data(2018)	7
Figure 4. Predicted design of LiteBIRD	9
Figure 5. Several observations of angular power spectrum	10
Figure 6. Reionization history of MCMC	13
Figure 7. First step of PCA analysis	17
Figure 8. Second step of PCA analysis	17
Figure 9. Comparison of each principal component	21
Figure 10. Eigenvectors of the PCA analysis	22
Figure 11. The C_ℓ^{EE} power spectrum assuming that LiteBIRD observed the sky of the reionization model	26
Figure 12. x_e and D_ℓ^{EE} power spectrum according to each reionization model	28
Figure 13. Result of linear basis PCA analysis	31
Figure 14. Result of logarithmic basis PCA analysis	32
Figure 15. Marginalized distribution of τ for each reionization model	37
Figure 16. Marginalized distribution of $\tau_{z>15}$ for each reionization model	37
Figure 17. Result of HS17-7 analysis	38
Figure 18. Result of HS17-3 analysis	39
Figure 19. Estimation of $\tau_{z>15}$ using resampling method	39
Figure 20. Results for each sampling method of $\tau_{z>15}$	44

List of Acronyms

- AS21: Ahn & Shapiro(2021)
- CAMB: Code for Anisotropies in the Microwave Background
- CLASS: Cosmology Large Angular Scale Surveyor
- CMB: cosmic microwave background
- COBE: COsmic Background Explorer
- CV: cosmic variance
- EDGES: Experiment to Detect the Global EoR Signature
- EoR: the epoch of reionization
- EVD: Eigenvalue Decomposition
- FlexKnot-m: FlexKnot-modified
- HFI: High-Frequency Instrument
- HFT: High Frequency Telescope
- HMACH: high-mass atomic-cooling halo
- HS17: Hazra & Smoot(2017)
- IGM: Intergalactic medium
- LFI: Low-Frequency Instrument
- LFT: Low Frequency Telescope
- LiteBIRD: Lite(Light) satellite for the studies of B-mode polarization and
Inflation from cosmic background Radiation Detection
- LMACH: low-mass atomic-cooling halo
- LW: Lyman-Werner
- MB2018: Millea & Bouchet(2018)
- MCMC: Markov-Chain Monte-Carlo
- MFT: Medium Frequency Telescope
- MH: minihalo
- PCA: principal component analysis
- PCHIP: piecewise cubic Hermite interpolating polynomial
- PIPER: The Primordial Inflation Polarization Explorer
- PLD: Planck Legacy Data

SARAS3: the Shaped Antenna measurement of the background RAdio
Spectrum 3

SFR: star formation rate

SR I : Self-regulated Model I

SR II: Self-regulated Model II

SVD: Singular Value Decomposition

V: Vanilla Model

WMAP: Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

List of Symbols

- C : Angular power spectrum for Sampled reionization history
 \hat{C} : Angular power spectrum for reionization model by Ahn & Shapiro(2021)
 C_ℓ^{theory} : Theoretical power spectrum
 C_ℓ^{EE} : Angular power spectrum for E-mode polarization
 c_s : sound speed
 χ_{eff}^2 : Effective chi-square
 $\chi_{\text{eff,E}}^2$: Effective chi-square that use only E-mode polarization
 \det : Determinant
 D : Angular power spectrum for D
 $\Delta\tau$: Difference in τ values between SR II and SR I models
 Δz_{reion} : Reionization duration
 F_{ij} : Fisher information matrix
 f_{coll} : Halo collapse fraction
 f_{esc} : Ionizing-photon escape fraction
 f_{He} : The free electron fraction emitted by helium
 f_* : Star formation efficiency
 f_{sky} : Fraction of the sky covered by an observation
 G : Gravitational constant
 I : Identity matrix
 $J_{LW,th}$: Lyman-Werner radiation intensity
 ℓ : Multipole
 Λ : an example of eigenvalue
 λ_μ : μ -th eigenvalue
 \mathcal{L} : Likelihood function
 M_J : Jeans mass
 M_\odot : Solar mass
 m_μ : μ -th PCA parameter

- N_{ion} : The number of ionizing photons per stellar baryon
 N_{ℓ}^{noise} : Power spectrum of the assumed instrumental noise
 N_{pc} : number of PC components
 N_z : Number of bins in redshift
 n : Amount of substance
 $\Omega_{m,0}$: Present matter content
 R : Ideal gas constant
 ρ : Density
 S_{μ} : μ -th eigenvector
 \tilde{S} : Eigenvector in the log-space basis
 σ_{τ} : standard deviation of τ in the posterior distribution from the full TT+TE+EE analysis without limiting ℓ
 σ_{pol} : expected noise of LiteBIRD
 T : Temperature
 $T_{\ell i}$: Transfer function
 τ : Thomson scattering optical depth due to reionization
 $\bar{\tau}$: τ that use only E-mode polarization
 $\tau_{z>15}$: Thomson scattering optical depth due to reionization at $z = 15 \sim 30$
 V : a matrix that columns are eigenvectors
 V^T : Transposed V
 \vec{v} : an example of eigenvector
 x_e : Free electron fraction
 $x_{e,\text{fid}}$: Reionization fraction of fiducial model
 z : Redshift
 z_{end} : Redshift at the end of reionization
 z_i^{node} : Redshift of i -th node
 z_{max} : Reionization starting point in PCA
 z_{min} : Reionization end point in PCA
 z_n^{knot} : Redshift of n -th knot

ABSTRACT

Inference of the cosmic reionization history through statistical analysis of the CMB polarization map

Moon, Hyunjin

Advisor : Prof. Ahn Kyung-jin, Ph.D.

Department of Science Education.

Graduate School of Chosun University

Cosmic reionization is a phenomenon in which hydrogen atoms existing in the intergalactic medium receive energy greater than the ionization energy by an astrophysical light source and are divided into free electrons and nucleus. Photons emitted from the Cosmic Microwave Background are scattered by free electrons, leaving traces in temperature and polarization anisotropy. Currently, as the technology for observing CMB polarization and temperature anisotropy is advancing day by day, it has reached a level that can place many constraints on the history of cosmic reionization. As CMB observations in the near future aim for observations limited by maximum sensitivity and cosmic variance, we predict the potential of future CMB observations to limit reionization history in this study.

In this study, We perform Markov-chain Monte-Carlo analysis based on various sampling methods with different schemes and E-mode polarization data obtained by LiteBIRD(Lite satellite for the studies of B-mode Inflation from cosmic background Radiation Detection) that CV-restricted observation instrument to be used in the late 2020s, observe the actual

sky that theory based on Ahn & Shapiro(2021).

In this study, We focused on the estimation of the partial optical depth of CMB photons $\tau_{z>15}$, which can know the reionization rate at the early stage of cosmic reionization. We found $\tau_{z>15} \sim 0.008$ partial optical depth that lower than other recent research result limit partial optical depth that $\tau_{z>15} \sim 0.02$, can reached reionization model that mainly influenced by minihalo in early stage of cosmic reionization, and this model can be distinguish by CV-limited CMB polarization observation from $\tau_{z>15} \leq 5 \times 10^{-4}$ reionization model. However, there are still difficulties in estimating $\tau_{z>15}$ value. Therefore, We investigate that resampling the E-mode polarization data with a limited spherical-harmonics modes can resolve this shortcoming.

I. 서론

1. 연구 배경

우주 재이온화시대(The epoch of cosmic reionization: EoR)는 우주 탄생 후 약 40만 년이 지나면서 발생하는 우주 재결합(cosmic recombination) 이후 천체물리학적 광원에 의해 거의 중성이었던 은하간매질(Intergalactic Medium: IGM)의 수소 원자가 점진적으로 이온화되는 시기를 의미한다. 우주 재결합 시기 이전에는 빅뱅 이후 온도가 높았던 우주에서 수소는 원자 상태가 아닌 원자핵과 전자로 나뉜 플라스마 상태였으나, 팽창과 함께 우주의 온도감소로 인해 수소 원자 상태로 상전이되며 우주 재결합 시기에 도래하였다. 그 후, IGM의 수소 원자가 별의 탄생으로 인해 별에서 방출하는 13.6eV 이상의 에너지를 갖는 빛에 의해 원자핵과 전자로 분리되는 ‘재’이온화가 일어났다. 우주 재이온화는 고적색편이¹⁾ 우주의 천체물리학적 현상이므로 관측 한계에 의해 아직 우주 재이온화 시작점을 규정하는 데 어려움이 있지만, 건-피터슨 저점(Gunn-Peterson trough) 관측을 통해 우주 재이온화 종결 시기를 $z \geq 6-7$ 로 보고 있다(Becker *et al.* 2001; Fan *et al.* 2002). IGM은 우주 재이온화 시대가 끝난 후에도 이온화 광자의 과잉으로 인해 이온화된 상태로 존재한다.

우주 재이온화는 상대적으로 작은 규모의 형성과 진화에 영향을 끼쳤을 가능성이 크다. 그러므로 우주 재이온화 전체 역사를 조사하는 것은 일반적으로 우주 역사의 초기라고 할 수 있는 고적색편이 천체물리학에서 매우 중요하다. 예를 들어 우주론적 헤일로인 난장이 헤일로(minihalo: MH)와 가벼운 질량 원자 냉각 헤일로(low-mass atomic-cooling halo: LMACH)는 온도 $T \geq 10^4 \text{K}$ 으로 광 가열된 H II 영역에서 진스 질량 걸러냄(jeans-mass filtering)의 영향을 받았던 것으로 예상된다(Thoul & Weinberg 1996; Gnedin 2000; Okamoto *et al.* 2008; Hasegawa & Semelin 2013). 진스 질량은 자유낙하 시간이 음속 시간보다 빠를 때 진스 길이에 포함된 기체 구름이 중력 붕괴 되어 별을 형성하기 위한 최소질량이다. 진스 질량은 아래와 같이 표현된다:

1) 부록에 상세히 설명

$$M_J \simeq \frac{\pi}{6} \frac{c_s^3}{G^{3/2} \rho^{1/2}}. \quad (1)$$

여기서 c_s 는 음속으로 $\sqrt{P/\rho}$ 에 비례하고, 이상기체상태방정식 $PV = nRT$ 에 의해 결과적으로 진스 질량이 기체 구름의 온도와 비례함을 알 수 있다. 즉, $T \geq 10^4 \text{K}$ 으로 광 가열된 H II 영역에 존재하는 비교적 질량이 가벼운 LMACH나 MH에서 높은 온도로 인해 진스 질량이 증가하여 별 탄생이 억제된다. 보통 $T = 10^4 \text{K}$ 인 영역에서 진스 질량은 대략 $10^8 M_\odot$ 인데, 무거운 질량 원자 냉각 헤일로(high-mass atomic-cooling halo: HMACH)가 H II 영역에 존재하더라도 헤일로 자체의 질량이 높아 이러한 영향을 받지 않는다.

빅뱅 이후 온도가 높아 플라스마 상태였던 물질이 우주의 팽창으로 인해 온도가 낮아져 우주 재결합시기에 수소 원자 상태로 상전이 되었고 광자의 평균자유행로(mean free path)가 길어져 우주는 광자에 투명하게 되었다. 이 광자들로 구성된 우주 전역에 퍼져있는 전자기 복사가 우주 마이크로파 배경복사(cosmic microwave background: CMB)이다. CMB 광자는 자유 전자에 의해 편광되는데, E-모드와 B-모드 두 가지 유형의 편광이 있다. 특히, CMB의 E-모드 편광 비등방성은 CMB 광자가 톱슨 산란을 일으켜 발생하므로 우주의 자유 전자 개수에 대한 정보를 가지고 있다(Dodelson 2003, and Holder *et al.*, 2003, references therein). COBE(COsmic Background Explorer)와 WMAP(Wilkinson Microwave Anisotropy Probe)은 CMB 관측을 통해 우주 재이온화 진행 과정을 관측하고자 하였으나, 해상도 문제와 같은 관측 한계에 의해 우주 재이온화 과정 전체를 관측하는 것은 매우 어려웠다. 그래서 CMB 편광 측정을 재이온화 광학적 깊이 τ 와 재이온화 지속 시간 Δz_{reion} 이 두 개의 매개변수만으로 기술할 수 있었다. 이를 위해 $x_e(z)$ 의 접선-쌍곡선 형식(tanh)이 일반적으로 사용된다(see e.g. Planck Collaboration *et al.* 2016a). CMB 광자가 느끼는 τ 값은 우주에 존재하는 자유 전자량 x_e 에 따라 달라진다. CMB 측정은 τ 를 점점 더 정확하게 조사하여 너무 크거나 너무 작은 재이온화 모형을 배제하기에 이르렀다(Komatsu *et al.* 2011; Planck Collaboration *et al.*, 2016a, 2020). CMB의 관측 정확도가 관측 기술의 발전에 따라 증가하고 우주 전경 신호에 대한 이해도가 높아짐으로 인해서 적합한 τ 값은 그림1에서와 같이 $\tau = 0.088 \pm 0.015$ (Komatsu *et al.*, 2011), $\tau = 0.066 \pm 0.016$ (Planck Collaboration *et*

2) 부록에 상세히 설명

al., 2016a), $\tau = 0.054 \pm 0.007$ (Planck Collaboration *et al.*, 2020)처럼 점차 감소하는 경향을 보인다.

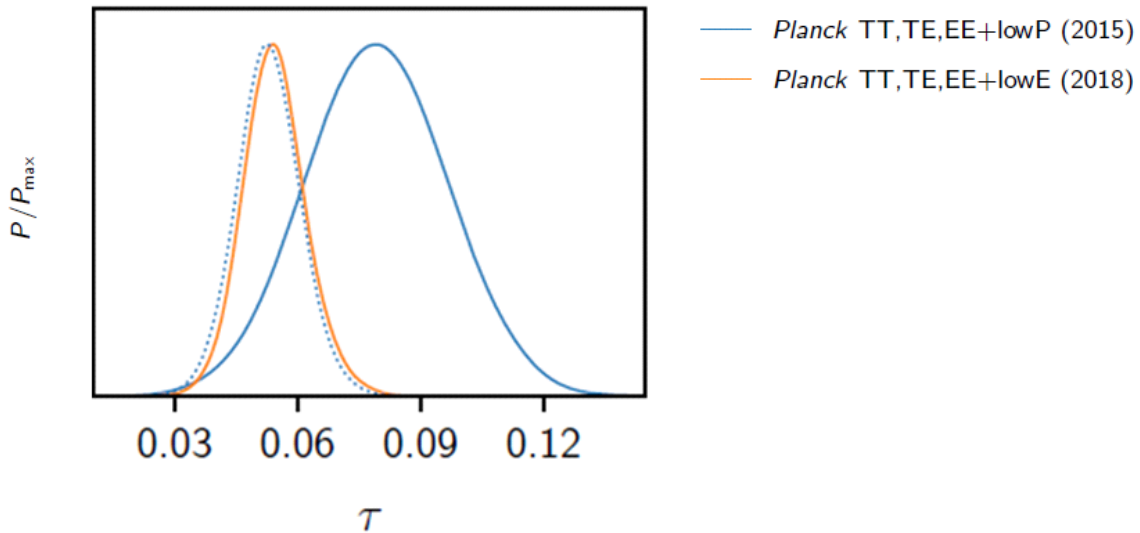


Figure. 1 Changes in τ due to improvement of observation technology. τ is on the decline (Planck Collaboration *et al.*, 2020).

2. 연구 동향

Planck 위성의 CMB 편광 측정은 우주 재이온화 역사를 상당히 제한하는 수준에 도달했다. 이렇게 증가한 정밀도 덕에, τ 와 Δz_{reion} 이 두 매개변수만으로 CMB 편광 비등방성을 맞추는 것은 불충분하며, τ 값이 실제 값보다 작은 값으로 치우치는 경향이 있다 (Holder *et al.*, 2003; Mortonson & Hu 2008; Planck Collaboration *et al.*, 2020). 따라서 우주 재이온화 모형을 추론하기 위해 고차(변수가 늘어난) 통계 방법이 대두되기 시작하였다. 고차 통계 방법 첫 번째 방법으로는 Hu & Holder(2003)에 의해 제안된 E-모드 편광 비등방성인 C_l^{EE} 의 각도 파워 스펙트럼에 기반을 둔 principal component analysis(PCA)이다. 이후 Mortonson & Hu(2008)는 두 성분(τ 와 Δz_{reion}) 분석이 τ 가 PCA에 의해 정확히 추론될 수 있는

값보다 더 작게 나옴을 보였다. PCA 분석은 재이온화 역사가 크게 변하더라도 E-모드 편광에 큰 영향을 주지 못하기 때문에 추론된 일부 이온화 역사는 $x_e < 0$ 인 비물리적인 값을 포함하였다. 이러한 비물리성을 피하고자 $z-x_e$ 평면에서 움직이는 매듭(knot)으로 직접 재이온화 역사를 샘플링하는 다른 유형의 고차 통계 방법이 개발되었다. 여기에는 Hazra & Smooth(2017)와 Millea & Bouchet(2018, Flexknot)를 포함한다. 본 논문에서 위 모든 방법을 테스트할 것이다.

우주 재이온화 모형 추론을 위한 다중 매개변수 필요성이 대두됨에 따라 강력한 자기 조절형 종족 III형 별에 의한 초기 우주 재이온화의 확장된 역사가 제안되었다(Haiman & Holder 2003; Haiman & Bryan 2006; Ahn *et al.*, 2012; Ahn & Shapiro 2021). 최초의 별은 고밀도에 냉매가 존재하는 환경에서 만들어졌는데, 여기서 자기조절의 의미는 우주 초기 존재했을 MH 내부에서 형성된 종족 III형 별이 이온화 광자인 $11.5 - 13.6\text{eV}$ 의 자외선, 즉 라이먼-워너 배경복사(Lyman-Werner background)를 방출하여 거의 유일한 냉매인 H_2 를 광해리 시켜 MH 내의 별 형성이 조절되었기 때문에 명명한 것이다. 또한, 종족 III형 별은 우주 초기에 존재했던 가벼운 원소 H, He으로 이루어진 별로써 우주 재이온화 시기 초기의 광원으로 적합하다. 왜냐하면 우주 재이온화 시기 초기에는 별의 핵융합으로 인해 생긴 중원소가 없었기 때문이다. 그리고 자기 조절형 종족 III형 별에 의한 초기 우주 재이온화의 확장된 역사는 Planck에 의해 CMB 편광 데이터로 테스트 되었다(Visbal *et al.*, 2017; Hazra & Smoot 2017; Miranda *et al.*, 2017; Heinrich & Hu 2018; Millea & Bouchet 2018; Planck Collaboration *et al.*, 2020; Qin *et al.*, 2020; Ahn & Shapiro 2021; Heinrich & Hu 2021; Wu *et al.*, 2021). 이러한 모형에서는 우주 재이온화가 2단계로 나뉜다. 1단계는 우주 재이온화 초기 시기로, 적색편이 $z \sim 30 - 10$ 의 기간에 MH 내부 종족 III형 별의 자기조절에 의해 천천히 이온화도 x_e 값이 증가하며, 2단계는 우주 재이온화 후반으로, 적색편이 $z \sim 10 - 6$ 기간에 ACH에서 별 탄생의 빈도가 많아지고 이온화 광자의 방출이 증가함에 따라 x_e 값이 빠르게 증가한다. 따라서 초기 단계 우주 재이온화 과정을 추론하기 위해서는 $z > 15$ 의 CMB 광학적 깊이가 $\tau_{z > 15}$ 로 테스트해볼 수 있다.

Ahn *et al.*(2012)은 통계적 의미를 가질 수 있는 만큼 충분히 큰 상자 ($\sim 150\text{Mpc}$)에서 우주 재이온화를 수치적으로 시뮬레이션을 진행했다. 동시에 다양한 수준의 피드백 효과와 MH에서 HMACH까지 이르는 우주론적 헤일로 전체 동적

범위를 포함하고, 대형 상자 시뮬레이션을 이용해 헤일로 분석하는데 직면하는 일반적인 수치 한계를 극복하였다. Ahn & Shapiro(2021, 이하 AS21)는 Ahn *et al.*(2012)에서 연구한 모형의 요지를 이어받았지만 준분석적(semi-analytical) 계산을 통해 더 넓은 매개변수 공간을 탐색했다. 임계값 Lyman-Werner 복사 강도 $J_{LW,th}$ 에 의해 매개 변수화된 적절한 수준의 복사 피드백 효과로 MH 내부의 종족 III형 별들은 $z \geq 10$ 에서 자기조절을 통해 “확장된 적색편이 이온화 꼬리(extended high-redshift ionization tail)” 역사를 제공하는 것으로 밝혀졌다(Haiman & Holder 2003; Ahn *et al.*, 2012; AS21). 이런 독특한 특징을 가진 재이온화 역사의 존재는 Planck의 저주파 계측기(Low-Frequency Instrument: LFI)를 통해 관측된 CMB 편광 비등방성 데이터에 의해 선호되는 것으로 밝혀졌다(Miranda *et al.*, 2017; Heinrich & Hu 2018). 그림 2에서 녹색 선이 자기조절 II형 모형으로 Planck 2015 데이터가 제안하는 τ 의 1σ 범위(진한 파란색 등고선) 안에 들어와 있으나 다른 모형은 그렇지 않다. 그 후, Planck의 고주파 계측기(High-Frequency Instrument: HFI) 데이터가 추가된 후, Millea & Bouchet(2018, 이하 MB2018)와 Planck Collaboration *et al.*(2020)은 $\tau_{z>15}$ 가 Miranda *et al.*(2017)와 Heinrich & Hu(2018)가 추론한 값보다 훨씬 작을 가능성이 있음을 보였다.

$\tau_{z>15}$ 값의 베이지안 추론은 다소 다사다난했다. 추정된 $\tau_{z>15}$ 의 값은 Planck Collaboration *et al.*(2020) 등의 초기 추정으로 인해 약간의 혼란이 발생한 후 최근 에야 공통 값으로 수렴되었다. Planck Collaboration *et al.*(2020)의 초기 주장에 의해 Planck Legacy Data(PLD)가 2σ 수준에서 하한값 없이 $\tau_{z>15} < 0.007$ 값을 제공하여 많은 고적색편이 재이온화 시나리오들의 가능성은 강하게 제한되었다. 이 주장에 대해 MB2018과 Planck Collaboration *et al.*(2020)은 Flexknot 분석 방법으로 $z-x_e$ 평면에서 직접 재이온화 역사를 샘플링하고 베이지안 추론을 수행했다. 그러나 AS21은 Planck Collaboration *et al.*(2020)이 설정한 2σ 한계를 벗어나는 $\tau_{z>15} = 0.008$ 인 모형이 PLD에 가장 적합한 모형 중 하나라는 것을 발견했다. 이 발견은 PCA(Heinrich & Hu 2021)와 간단한 likelihood 분석법(Wu *et al.*, 2021)에 의한 PLD 재분석에 의해 뒷받침되었고, 2σ 의 신뢰도로 상한 $\tau_{z>15} = 0.020$ 을 산출(Fig. 3)하여 더 뚜렷한 고적색편이 이온화 꼬리를 가질 수 있었다. 그 후, 위 결과에 동의한 Planck Collaboration은 2σ 의 신뢰도로 $\tau_{z>15}$ 의 상한을 0.018로 수정하였다(Planck Collaboration *et al.*, 2021). 따라서 현재 종족 III형 별에 의한 고적색편

이 재이온화는 가능한 시나리오로 보인다. Wu *et al.*(2021)는 우주 변이(cosmic variance: CV) 제한 CMB 관측으로 $\tau_{z>15}$ 를 탐색하는 것은 τ 값이 작아 비실용적이라고 주장하였으나, 본 논문에서 이에 관한 주장을 반증할 것이다.

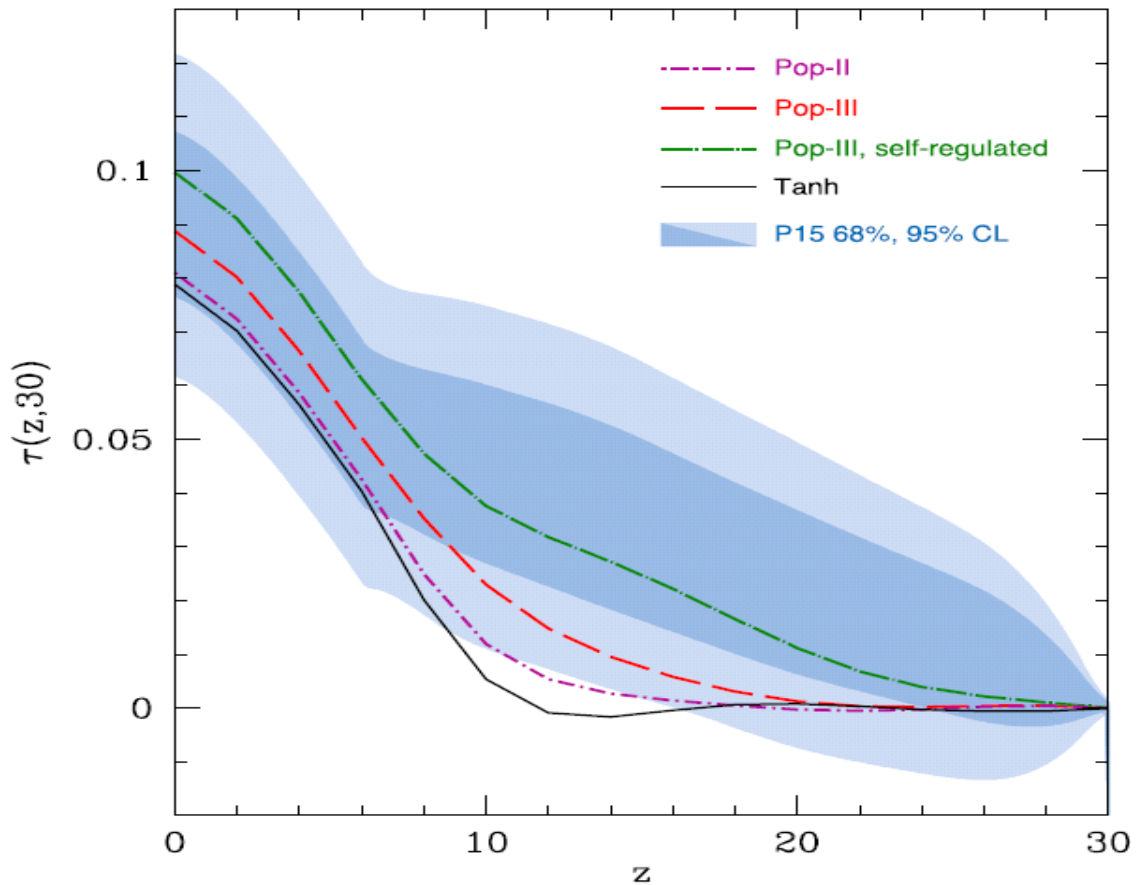


Figure. 2 Integral value of optical depth τ using Planck data(2015). The lower limit is unreliable because there is an interval that becomes less than 0 at $z = 15 \sim 30$. The best fit reionization model is self-regulated model of AS21. Provides an upper limit of 0.07 with the 2σ confidence at $z = 15 \sim 30$. This result is only using observation data using LFI(Miranda *et al.*, 2017).

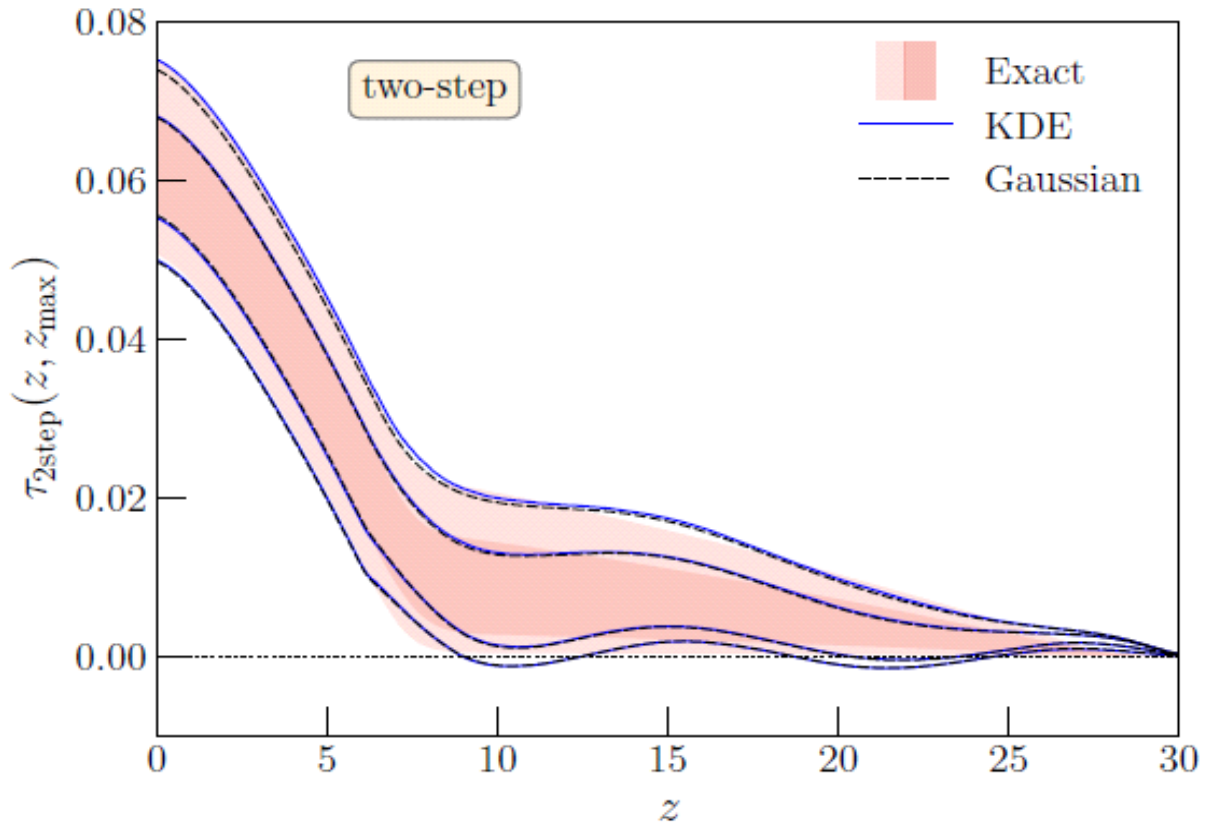


Figure. 3 Integral value of optical depth τ using Planck data(2018). Provides an upper limit of 0.02 with the 2σ confidence at $z=15 \sim 30$. However, The lower limit is unreliable because there is an interval that becomes less than 0. As a result of calculation using observation data using both LFI and HFI, the variance was smaller compared to the 2015 results.(Heinrich & Hu, 2021)

지상 및 우주 CMB 망원경의 관측 해상도의 발전은 매우 유망해 보인다. 고정밀 CMB 관측 장치는 가까운 미래에 가동될 것이며, 이를 통해 $\tau_{z>15}$ 와 같은 값을 탐색할 수 있을 것으로 예상된다. Planck에 의한 대규모 각도 스케일에 대한 최근 CMB 편광 측정은 계측기 소음에 의해 정확한 값 추정에 한계가 있지만 CLASS(Cosmology Large Angular Scale Surveyor)(Dahal *et al.*, 2021), Groundbird(Lee *et al.*, 2021) 또는 PIPER(The Primordial Inflation Polarization Explorer)(Gandilo *et al.*, 2016)와 같은 가까운 미래의 CMB 편광 관측은 큰 규모에서 각도 스케일에 대해 관측 샘플 분산의 영향만 받아 E-모드 편광 비등방성을 측정할 것이다(샘플 분산: 관측의 정밀도는 관측자가 관측할 수 있는 푸리에 모드

의 샘플 수에 의해 제한된다). 특히 2020년대 후반에 발사될 위성 LiteBIRD (Lite(Light) satellite for the studies of B-mode polarization and Inflation from cosmic background Radiation Detection, Fig. 4)는 전경 신호 문제를 완화하기 위해 15개의 주파수 대역으로 하늘 전체에 걸쳐 편광 관측을 수행할 것이다. 비록 LiteBIRD의 주요 목표는 초기 중력파를 감지하여 우주 급팽창의 증거를 찾기 위해 B-모드 각도 파워 스펙트럼을 측정하는 것이지만, 우주 재이온화시대 연구에 유익한 대규모 우주 변이 외에는 오차가 없는(Cosmic Variance limited: CV제한) E-모드 각도 파워 스펙트럼도 측정할 것이다.

LiteBIRD 위성은 34GHz ~ 448GHz의 주파수 대역의 우주 전경 신호를 15개의 주파수 밴드로 나누어 관측하며, 이를 토대로 CMB 편광지도 제작할 것으로 예상된다. 15개의 주파수 밴드는 LFT(Low Frequency Telescope), MFT(Medium Frequency Telescope), HFT(High Frequency Telescope)에 의해 나뉘어 관측되는데, LFT는 34GHz ~ 161GHz, MFT는 89GHz ~ 225GHz, HFT는 166GHz ~ 448GHz의 주파수 대역을 각 5개 밴드씩 관측한다. LiteBIRD 위성은 태양-지구 라그랑주 점 L2에서 3년간 우주 전체를 관측할 예정이며, 우주 전체를 관측할 때, 위성의 회전을 이용하여 태양의 반대 방향의 CMB를 관측할 것이다. 앞서 진행한 CMB 관측에 WMAP과 Planck를 사용했으나, LiteBIRD는 이 두 관측보다 높은 민감도로 CMB 비등방성을 관측할 수 있을 것으로 보인다. 그림 5에 여러 관측 프로젝트의 관측값과 LiteBIRD(검은색)의 예상 관측값에 대해 나타내었다. E-모드와 B-모드 편광 관측 시, 낮은 ℓ 에서 Planck(파란색)와 WMAP(회색)에 비해 좁은 에러 바를 보인다(LiteBIRD Collaboration, 2022). LiteBIRD의 CMB 전경 신호 관측은 우주 재이온화와 급팽창 이론의 연구에 필요한 중요한 결과물이 될 것이다.

Table 1. Specifications of LiteBIRD.

Item	specification
Observation type	All-sky CMB survey
Observation time	3 years
Orbit	L2 Lissajous orbit
Observing frequencies	34GHz ~ 448GHz
Polarization sensitivity	$2.2\mu K - \text{arcmin}$

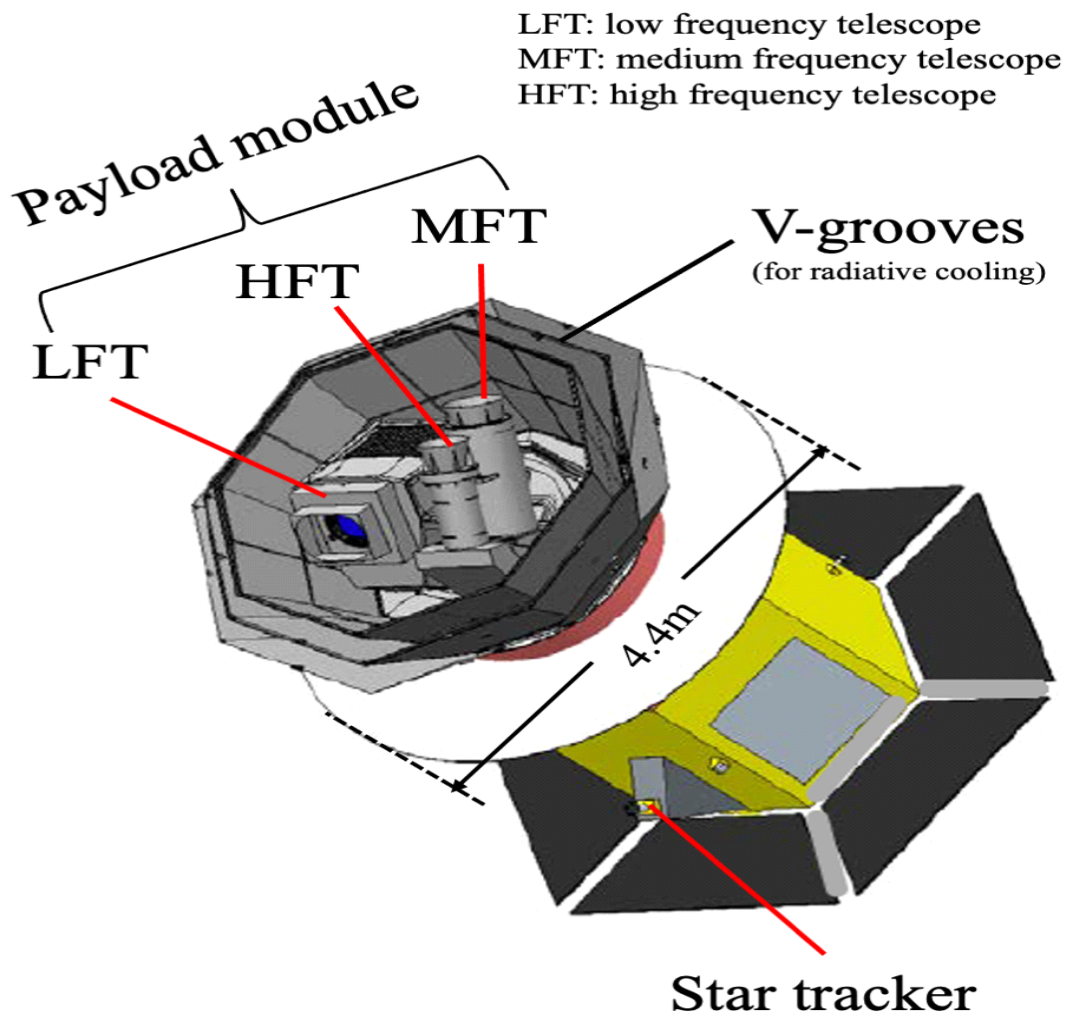


Figure 4. Predicted design of LiteBIRD. There are 3 observation instruments: LFT, HFT, MFT for observation in 15 frequency bands (LiteBIRD Collaboration, 2022).

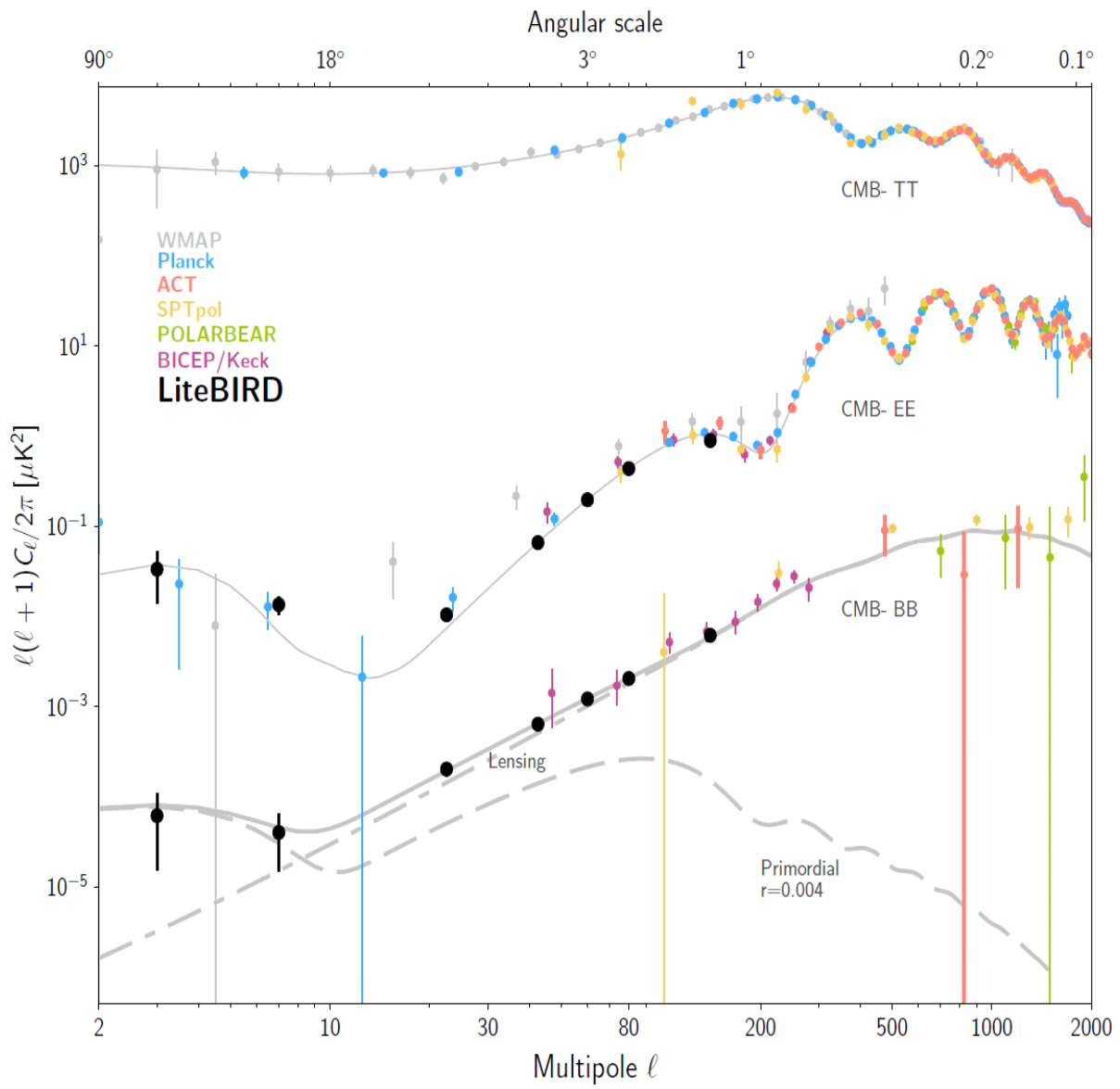


Figure 5. Observations from several observation projects and expected observations from LiteBIRD(black dot)(LiteBIRD Collaboration, 2022).

II. 연구 방법

미래의 CMB 관측기기(LiteBIRD 등)가 기존의 CMB 관측보다 재이온화 역사를 더 잘 조사할 수 있다면, 얼마나 잘 조사할 수 있을까? 이것이 본 논문에서 답하고자 하는 질문이다. 이론적 및 관측 기술의 발전에 따라 CV 제한 CMB 관측기기가 재이온화의 역사, 특히 고적색편이($z > 15$) 부분을 얼마나 제약할 수 있는지 연구한다. 이를 위해 먼저 AS21에 의한(에서 기술한 다양한 매개변수를 토대로 도출한) 이론적 재이온화 모형을 채택하여 여러 모의 CMB 데이터를 생성한 뒤, 다양한 샘플링 방법을 사용하여 재이온화 역사의 마르코프 연쇄 몬테카를로(Markov-Chain Monte-Carlo: MCMC) 샘플링을 통해 베이지안 추론을 수행하여 우주론적 매개변수와 기본 재이온화 역사를 추정한다. 본 논문에서 다루는 핵심은 Wu *et al.*(2021)이 $\tau_{z>15}$ 탐사의 가능성에 대해 비관적인 견해를 제시한 이유의 일부인, $\tau \sim 0.055 - 0.060$ 정도로 작은 값이어도 $\tau_{z>15}$ 에 대한 탐사가 가능한가에 대한 여부이다. 본 논문의 주요 목표는 수정되어 더욱 일반화된 접선-쌍곡선 재이온화 모형(Heinrich & Hu 2021)을 기반으로 τ 에 대한 Fisher-matrix 추정을 수행한 Watts *et al.*(2020)의 목표와 같다. 위에서 설명한 접근 방식을 통해, 본 논문에서는 일반적으로 Fisher-matrix 분석의 신뢰성을 제한하는 가우스성(gaussianity)에 국한되지 않을 것이며 또한 어떤 샘플링 방법이 재이온화의 역사를 탐색하는 데 가장 적합한지 알아보려고 한다.

Table 2. Reionization models used in analysis.

Model name	τ	$\tau_{z>15}$
V-L_dF (V1)	0.05998	3.97E-4
V-M1_F (V2)	0.05555	4.71E-5
SR I -L0_dF (SR I 1)	0.05436	2.01E-5
SR I -LL_F (SR I 2)	0.06140	1.16E-4
SR II -L0-300-e0.5-J0.05 (SR II 1)	0.05063	2.29E-3
SR II -L0-300-e1.0-J0.10 (SR II 2)	0.05960	7.79E-3
SR II -LL-300-e0.5-J0.05 (SR II 3)	0.06330	1.83E-3
SR II -LL-300-e1.0-J0.10 (SR II 4)	0.06944	6.96E-3

2.1 모의 CMB 데이터: 기본 재이온화 모형

여기서 AS21에 의해 주어진 우주 재이온화 역사를 반영한 우주를 LiteBIRD 또는 CMB 편광 관측을 CV 제한만 하는 장치가 관측한다고 가정한다. AS21에서 광원의 형성에 영향을 주는 다양한 피드백 효과에 따라 우주 재이온화 모형을 세 가지로 분류했다. (1) 전형적 모형(Vanilla model: V): 피드백이 없는 원자 냉각 헤일로(atomic-cooling halo :ACH)에 의한 준해석학적 재이온화 모형으로 우주의 별 탄생률(star formation rate: SFR)이 시간에 따른 헤일로의 붕괴율 f_{coll}/dt 과 비례한다고 가정하여 계산한 모형이다(black and blue line of Fig. 6). (2) 자기조절 I형(Self-regulated Model Type I: SR I): H II 영역 내부의 진스 질량 걸러냄에 의해 항성의 탄생을 조절되는 LMACH에 의한 재이온화 모형이다(magenta and orange line of Fig. 6). (3) 자기조절 II형(Self-regulated Model Type II: SR II): H II 영역 내부의 진스 질량 걸러냄 효과를 받는 LMACH와 LW 배경복사 피드백에 의해 항성의 탄생을 조절되는 MH에 의한 재이온화 모형이다(red, blue, cyan and yellow line of Fig. 6). 모든 모형은 고적색편이 재이온화 꼬리, 즉 $z \geq 15$ 이상의 재이온화를 포함하거나 포함하지 않고 재이온화 역사를 만들 수 있다. 그러나 Planck Collaboration과 라이먼-알파 숲(Lyman- α forest) 관측으로 인해 각각 제약된 $\tau = 0.054 \pm 0.007$ 와 $z_{end} \sim 5.5$ 를 모두 만족하는 모형은 각 범주에서 상당히 제한된 집합을 형성한다.

AS21에서 Planck의 E-모드 편광 파워 스펙트럼과 적합한 몇 가지 모형을 선택하고, 이 모형들은 다양한 베이지안 추론 방법의 판별력을 테스트하는 데 사용될 것이다. 본 논문에서 모의 CMB 데이터를 생성할 두 가지 대표 모형 V1과 SR II를 선택했다(ref. table 2). 이 두 모형은 비슷한 τ 값을 가지지만 재이온화 역사에서는 큰 차이를 보인다. V1 모형은 $\tau_{z>15} = 4.0 \times 10^{-4}$ 인 반면에 SR II 모형은 $\tau_{z>15} = 7.8 \times 10^{-3}$ 이며, MH 내부의 종족 III형 별에 의해 $z = 15$ 에서 x_e 는 0.1까지 도달할 수 있다. 이 두 개의 모형을 비교했을 때, SR II1, SR II3 모형은 종족 III형에서 종족 II형 별로의 이동이 원활히 이루어질 수 있다. 만약 $J_{LW,th}$ 가 MH 내부에서 별의 형성을 더욱 억제할 수 있을 정도로 작다면 이러한 모형들은 SR II2보다 훨씬 약한 고적색편이 재이온화 꼬리를 가질 수 있다. 모의 CMB 데이터를 생성하기 위해, 이 연구에서는 일반적으로 사용되는 접선-쌍곡선으로 제한되지 않는 x_e 의

일반적인 형태를 통합하기 위해 수정된 CAMB(Code for Anisotropies in the Microwave Background) 버전(Mortonson & Hu 2008)을 사용하였다.

$x_e(z)$ 에 의해 정량화된 기본 모형 역사는 PLD에 최적인 우주론적 매개변수의 집단 아래에서 생성된다(Planck Collaboration *et al.*, 2020). 원칙적으로, 구조 형성에 영향을 미치는 우주론적 매개변수는 주어진 천체물리학적 매개변수에 대한 재이온화 역사를 바꿀 것이다. 예를 들어, 현재 물질 함량 $\Omega_{m,0}$ 의 변화는 주어진 이온화 광자 탈출률 f_{esc} , 항성 형성률 f_* , 그리고 AS21의 V 모형에서 항성 바리온 하나당 방출하는 이온화 광자 수 N_{ion} 을 변화시켜 결과적으로 재이온화 역사를 바꿀 것이다. 본 연구에서 이러한 천체물리학적 매개변수를 제한할 의도가 없으며, 단순히 재이온화 역사 자체와 이 역사의 $\tau_{z>15}$ 와 τ 같은 매개변수만을 추정하기 위해 모형별로 고정된 $x_e(z)$ 를 취한다.

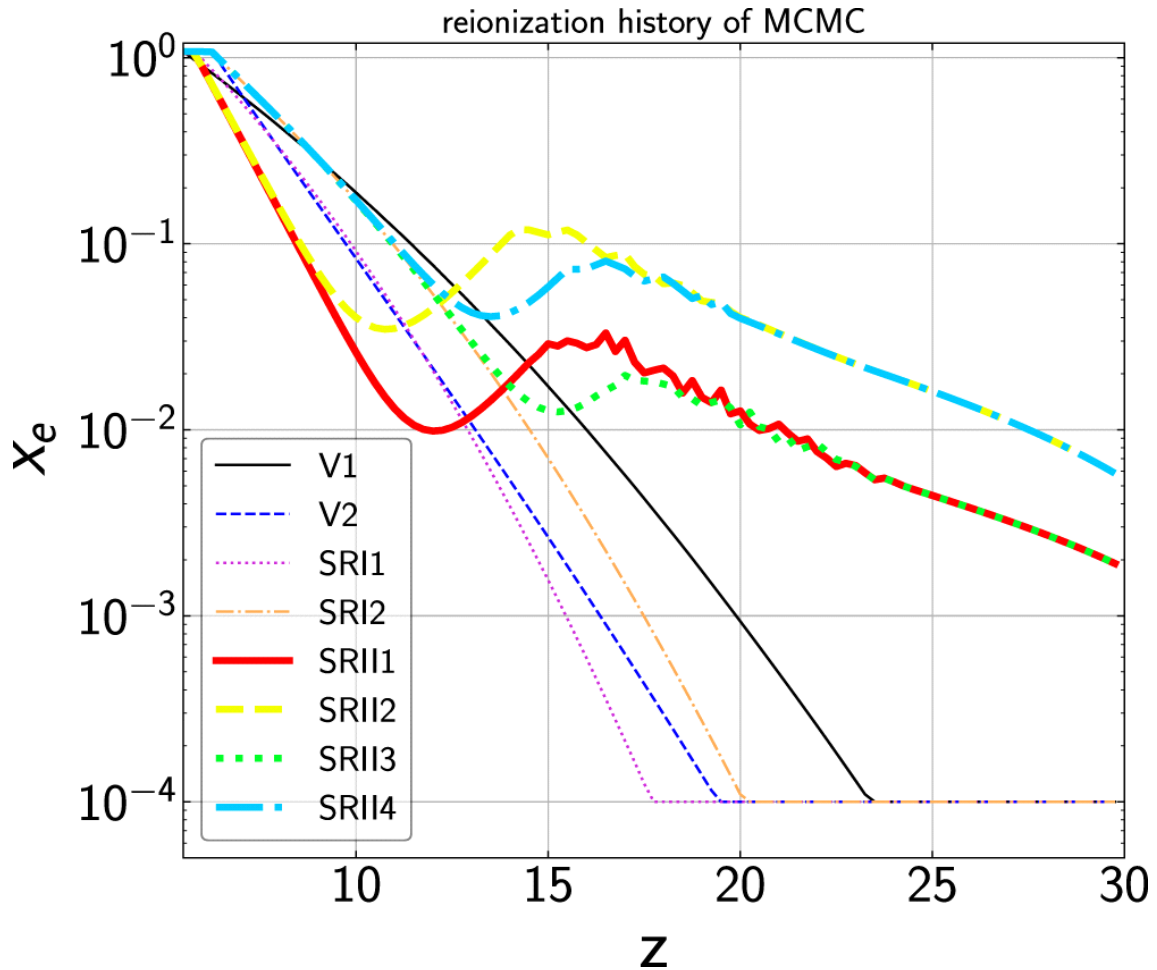


Figure 6. Ionization fraction x_e according to redshift of reionization model used in this paper.

2.2. 재이온화 역사 샘플링

2.2.1. Principal Component Analysis

Principal Component Analysis(PCA)는 차원 축소 기법으로 원래 데이터의 분포를 최대한 보존하는 방향으로 고차원 데이터를 저차원 데이터로 변환하여 분석하는 방법이다. 고차원 데이터는 여러 변수에 의해 데이터가 설명되므로 데이터 분포를 시각화하기에 어려움이 있다. 따라서 데이터를 다수의 변수가 아닌 소수의 변수로 설명되도록 데이터의 차원을 감소시켜 데이터 분석을 하는 것이 PCA의 목적이다. PCA는 데이터 분포를 가장 잘 보존할 수 있는 주성분(principal component)인 고유벡터(eigenvector)를 찾아 고유벡터를 주축(principal axis)으로 하는 새로운 차원에서 데이터의 분포를 시각화하여 분석한다. 만약 n 차원의 데이터를 이용해 고유벡터를 구할 때, 고유벡터의 개수는 n 개를 가질 수 있으며, 각 고유벡터는 서로 수직인 성질을 가진다. 원본 데이터를 정사영시켰을 때, 원본 데이터의 분산을 최대한 보존하는 축이 첫 번째 고유벡터이다. PCA의 목적은 차원 감소이므로 고차원 데이터를 분석할 때 모든 고유벡터를 사용하지 않고, 원본 데이터 정보량의 큰 손실을 주지 않는 소수의 고유벡터를 사용하여 분석한다.

차원 감소를 위한 주성분인 고유벡터는 아래 식을 통해 구할 수 있다:

$$A\vec{v} = \lambda\vec{v}. \quad (2)$$

정방행렬 A 에 대해서 식 2를 만족하는 0이 아닌 \vec{v} 를 고유벡터, λ 를 고유값으로 정의한다. 즉, 벡터 \vec{v} 를 A 로 선형변환 했을 경우, 벡터의 방향이 바뀌는 경우가 대부분이지만 그렇지 않고 방향은 그대로면서 그 크기만 변했을 때, 선형변환 A 에 대해 고유벡터 \vec{v} 와 고유값 λ 를 갖는다고 표현한다. 식 2의 우변의 항을 좌변으로 이항하면

$$A\vec{v} - \lambda\vec{v} = 0 \quad (3)$$

이고, 식 3을 다시 표현하면

$$(A - \lambda I)\vec{v} = 0 \quad (4)$$

이다. 여기서 I 는 단위행렬(identity matrix)이며, 고유벡터의 정의에 따라 $\vec{v} = 0$ 이

아니므로, 식 4를 만족하기 위해서 $(A - \lambda I)$ 의 역행렬이 존재하면 안 된다. 따라서 행렬식(determinant)

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (5)$$

을 만족해야 한다. 여기서 행렬 A 가 아래와 같다고 가정하면,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

식 5는 아래와 같다:

$$0 = \det \begin{pmatrix} 2 - \lambda & 1 \\ 1 & 2 - \lambda \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$= (2 - \lambda)^2 - 1 \quad (8)$$

$$= \lambda^2 - 4\lambda + 3. \quad (9)$$

식 7을 통해 행렬 A 의 고윳값이 $\lambda = 1$ or 3 임을 알 수 있다. $\lambda = 1$ 일 때, 식 2에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = (1) \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

이며, 식 10에서 $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ 이므로 정규화된 고유벡터는 $1/\sqrt{2}(1, -1)$ 이다. 위와 같은 방법으로 $\lambda = 3$ 일 때, $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ 이므로 정규화된 고유벡터는 $1/\sqrt{2}(1, 1)$ 이다. 앞서 기술한 것처럼 고유벡터끼리 서로 수직이며, 2차 정방행렬에 대한 고유벡터는 2개인 것을 알 수 있다.

식 2를 다시 표현하여 아래와 같이 나타낼 수 있다:

$$MV = VA. \quad (11)$$

여기서 V 는 고유벡터를 열(column)로 갖는 집합 행렬, A 는 고윳값을 주대각선 성분으로 갖는 대각행렬이며, M 은 정방행렬이다. V 가 정규직교인 고유벡터들로 이루어져 있으므로, $VV^T = 1$ 을 만족하고, $V^{-1} = V^T$ 이다. 여기서 V^T 는 행렬 V 의 전치(transpose)행렬이다. 그러므로 식 11 좌변의 고유벡터를 우변으로 이항하면 행렬 M 을 아래와 같이 고윳값과 고유벡터로 나타낼 수 있다:

$$M = V\Lambda V^T. \quad (12)$$

위의 식과 같이 정방행렬을 고윳값과 고유벡터로 분해하여 표현하는 방법을 고윳값 분해(eigenvalue decomposition)라하고, 고윳값 분해는 일반적인 경우인 직사각행렬을 분해할 때 사용하는 특잇값분해(Singular Value Decomposition: SVD)의 특별한 경우이다: $M = U\Lambda V^T$. 크기가 $(m \times n)$ 인 직사각행렬 M 은 특잇값 분해를 통해 크기가 $(m \times m)$ 인 직교행렬 U 와 크기가 $(m \times n)$ 인 대각행렬 Λ , 그리고 크기가 $(n \times n)$ 인 직교행렬 V^T 로 분해될 수 있다. 행렬 U 는 행렬 M 의 좌측 특이벡터들로 이루어져 있으며 m 개의 특이벡터를 가지고, 행렬 V^T 는 행렬 M 의 우측 특이벡터들로 이루어져 있으며 n 개의 특이벡터를 가지고 있다. 대각행렬 Λ 는 대각성분이 아닌 것은 0의 값을 가지며 대각성분을 특잇값(singular value)이라고 한다. 대각행렬 Λ 에서 특잇값은 내림차순으로 정렬되어 있다는 특징을 가진다.

그림 7과 8에 2차원 임의의 데이터($m=2$ 인 경우)를 사용한 PCA 과정을 나타내었다. 정규화한 원본 임의의 데이터의 공분산 행렬 M 을 특잇값 분해를 사용하여 $m=n=2$ 인 행렬 V , V^T , Λ 로 분리한 후, 차원 감소를 위해 고유벡터 2개 중 원본 무작위 데이터의 분산을 최대한 보존하는 첫 번째 고유벡터(V 의 1열)만 사용하여 새로운 축(파란색 선)으로 데이터를 정사영한 것이다. 2차원 데이터의 고유벡터는 파란색 선과 주황색 선으로 총 2개이며, 차원 감소를 위해 원본 분산을 많이 잃는 주황색 선(두 번째 주성분, PC2)이 아닌 분산을 최대한 보존하는 파란색 선(첫 번째 주성분, PC1)에 정사영 하여 1차원 데이터로 변환하였다.

다음 문단에 우주 재이온화 역사를 PCA를 통해 샘플링하는 방법에 관해 서술하였다. Hu & Holder(2003)에 따르면 적색편이량 $z=6 \sim 26$ 의 범위를 20개로 나누어 $\Delta z=1$ 로 샘플링하여도 PCA를 진행하는 데 문제가 없었다. 또한, 적색편이 z 를 나누는 범위 Δz 를 더욱 세밀하게 하여 샘플링하였으나, C_l^{EE} 파워 스펙트럼의 변화가 $\Delta z=0.25$ 이하에서는 잘 나타나지 않았다. 그러므로 이 연구에서는 적색편이 z 를 95개의 범위로 나누어 $\Delta z=0.25$, $m=n=95$ 인 경우를 다룬다. 95개의 고유벡터 중 고윳값이 가장 큰 6개의 고유벡터(PC1~PC6)만 사용하여도 원본 데이터의 분산을 대부분 담고 있으므로 고윳값이 가장 큰 고유벡터 6개만 사용하여 우주 재이온화 역사를 샘플링하였다.

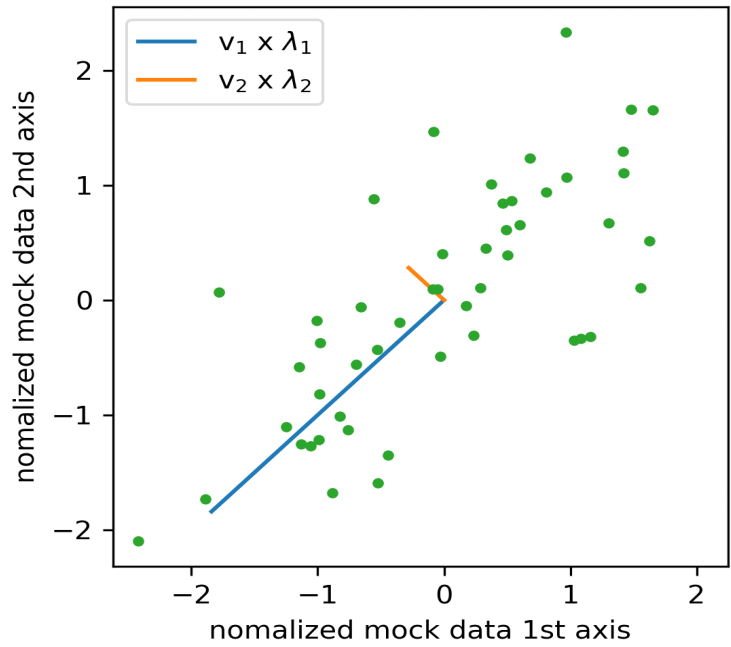


Figure 7. First step of PCA analysis, distribution of 2-dimensional random data sets (green dots) and creation of new axis (blue and orange lines) using eigenvector, eigenvalue.

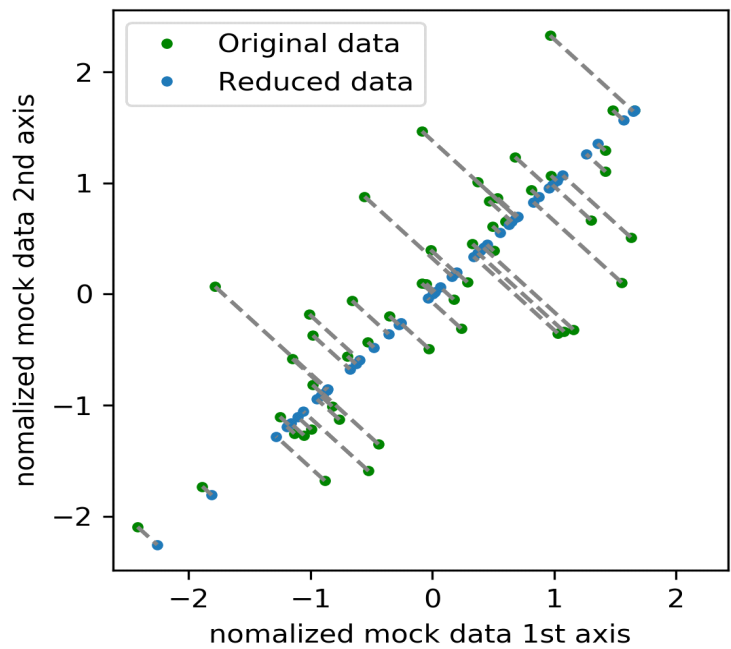


Figure 8. Second step of PCA analysis, Transforming 2-dimensional data into 1-dimensional data (blue dots) by projecting it into the first principal axis.

우주의 CMB E-모드 편광 비등방성을 이용한 재이온화 역사의 PCA는 Hu & Holder(2003)에 의해 처음 연구되었다. Hu & Holder(2003)는 우주 재이온화율에 따른 C_ℓ^{EE} 변화량을 구하기 위한 전달 함수

$$T_{\ell i} \equiv \frac{\partial \ln C_\ell^{EE}}{\partial x(z_i)} \quad (13)$$

와 피셔 정보 행렬

$$F_{ij} = \sum_{\ell} \left(\ell + \frac{1}{2} \right) T_{\ell i} T_{\ell j} \quad (14)$$

를 도입하였다. 위 식 13과 식 14를 결합하여 피셔 정보 행렬을 아래와 같이 나타낼 수 있다:

$$F_{ij} \equiv \sum_{\ell=2}^{\ell_{\max}} \left(\ell + \frac{1}{2} \right) \frac{\partial \log C_\ell^{EE}}{\partial x_{e,\text{fid}}(z_i)} \frac{\partial \log C_\ell^{EE}}{\partial x_{e,\text{fid}}(z_j)} \quad (15)$$

$$= (N_z + 1)^{-2} \sum_{\mu=1}^{N_z} S_\mu(z_i) \lambda_\mu S_\mu(z_j). \quad (16)$$

위와 같이 나타낸 피셔 정보 행렬을 특잇값 분해를 통해 고윳값과 고유벡터로 나타낼 수 있다. 여기서 λ_μ 는 고윳값, S_μ 는 고유벡터이며, N_z 는 적색편이 범위를 일정한 간격으로 나눈 범위의 개수이다. 그리고 피셔 정보 행렬을 대각화할 때 고윳값 λ_μ 를 내림차순으로 정렬한다. 그림 9에 피셔 정보 행렬 F_{ij} 을 특잇값 분해하고, 데이터를 고유벡터가 새로운 축이 되는 공간에 나타내었다. 뒷순위 주성분은 원본 데이터에 대한 정보를 많이 가지고 있지 않기 때문에 PC5와 PC6 축의 데이터 분산이 PC1과 PC2 축의 데이터의 분산보다 작은 것을 볼 수 있다. 식(13)의 전달 함수 $T_{\ell i}$ 는 $\{\partial x(z_i)\}^{-1}$ 에 비례하므로 피셔 정보 행렬 F_{ij} 은 $\{\partial x(z_i)\partial x(z_j)\}^{-1}$ 에 비례한다. 그러나 고유벡터 $S_\mu(z)$ 를 구하기 위해 $\{\partial x(z_i)\partial x(z_j)\}$ 의 값을 사용해야 하지만 고유벡터는 본래 행렬이 아닌 역행렬을 사용해도 고윳값만 변할 뿐 고유벡터는 변하지 않으므로 $\{\partial x(z_i)\partial x(z_j)\}^{-1}$ 값을 사용하였다. Hu & Holder(2003)에서 논의한 후, $N_{PC} = 6$, $z_{\min} = 5.5$, $z_{\max} = 30$ 을 취하고, 적색편이 범위를 $\Delta z = 0.25$ 로 이산화

하였다. 그리고 고유벡터 S_μ 를 일반화할 수 있는데, 아래와 같다:

$$\sum_{\mu=1}^{N_z} S_\mu(z_i)S_\mu(z_j) = (N_z + 1)\delta_{ij}. \quad (17)$$

$(N_z + 1)$ 항은 피셔 정보 행렬을 특잇값 분해할 때 고유벡터의 크기가 1로 고정되는데, 고유벡터의 크기를 $\sqrt{N_z + 1}$ 로 조절하여 N_z 값을 임의값으로 설정하여도 재이온화 역사를 적분한 값이 차이가 없도록 하는 인자이다. 그림 10의 상단 패널에서, 식 15에서 얻은 표준 PCA 분석의 고유벡터를 그래프로 나타내었다. 선형 기반에서, PCA는 시간에 따른 우주의 이온화율 진화를 다음과 같이 매개 변수화한다:

$$x_e(z) = x_{e,\text{fid}}(z) + \sum_{\mu=1}^{N_{\text{pc}}} m_\mu S_\mu(z). \quad (18)$$

위 식에서 m_μ 은 주성분 구성 요소이다. 기본 재이온화 모형 $x_{e,\text{fid}}$ 는 $x_{e,\text{fid}} = 0.5(1 + f_{\text{He}})$ 를 사용하여 비물리적 재이온화 모형($x_e < 0$)을 실현할 확률을 최소화하였다(MB2018). 고유벡터 $S_\mu(z)$ 가 $[z_{\text{min}}, z_{\text{max}}]$ 의 주어진 적색편이 범위에서 상호 독립적이므로 구성 요소 m_μ 는 위 식을 통해 다음과 같이 계산된다:

$$m_\mu = \frac{\int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} dz S_\mu(z)(x_e(z) - x_{e,\text{fid}}(z))}{z_{\text{max}} - z_{\text{min}}}. \quad (19)$$

위에 설명된 표준 PCA 분석 외에 다른 방법으로 일부 적색편이에서 음의 이온화율($x_e < 0$)을 갖는 비물리적 재이온화 역사를 피하고자 로그 공간에서 PCA 기법을 사용하여 재이온화 역사를 매개 변수화하였다. 로그 공간에서 피셔 정보 행렬과 고유벡터는 다음과 같이 정의된다:

$$F_{ij} = \sum_{\ell=2}^{\ell_{\text{max}}} \left(\ell + \frac{1}{2} \right) x_{e,\text{fid}}(z_i) \frac{\partial \log C_\ell^{EE}}{\partial x_{e,\text{fid}}(z_i)} x_{e,\text{fid}}(z_j) \frac{\partial \log C_\ell^{EE}}{\partial x_{e,\text{fid}}(z_j)} \quad (20)$$

$$= (N_z + 1)^{-2} \sum_{\mu=1}^{N_z} \tilde{S}_\mu(z_i) \lambda_\mu \tilde{S}_\mu(z_j). \quad (21)$$

여기서 \tilde{S} 는 로그 공간 기준의 고유벡터이며 $x_{e,\text{fid}}(z)$ 는 표준 PCA 분석과 같은 상수라고 가정한다. 따라서 피쳐 정보 행렬은 곱셈 상수까지의 선형 PCA 분석과 동일하다. 로그 공간 기준에서의 재이온화 역사는 다음과 같이 표현된다:

$$x_e(z) = x_{e,\text{fid}} \exp\left(\sum_{\mu=1}^{N_{\text{PC}}} m_{\mu} \tilde{S}_{\mu}\right). \quad (22)$$

위 식으로부터, 이온화율이 양의 값을 확실히 알 수 있다. 그러나 로그 공간의 PCA 분석에서 이온화율이 물리적으로 크지 않은($x_e \gg 1$) 경향이 있으므로 m_{μ} 에 대한 제약 조건에 물리적 조건을 부여해야 한다. 그림 10의 하단 패널에서, 식 20에서 얻은 로그 공간 PCA 분석의 고유벡터를 그래프로 나타내었다.

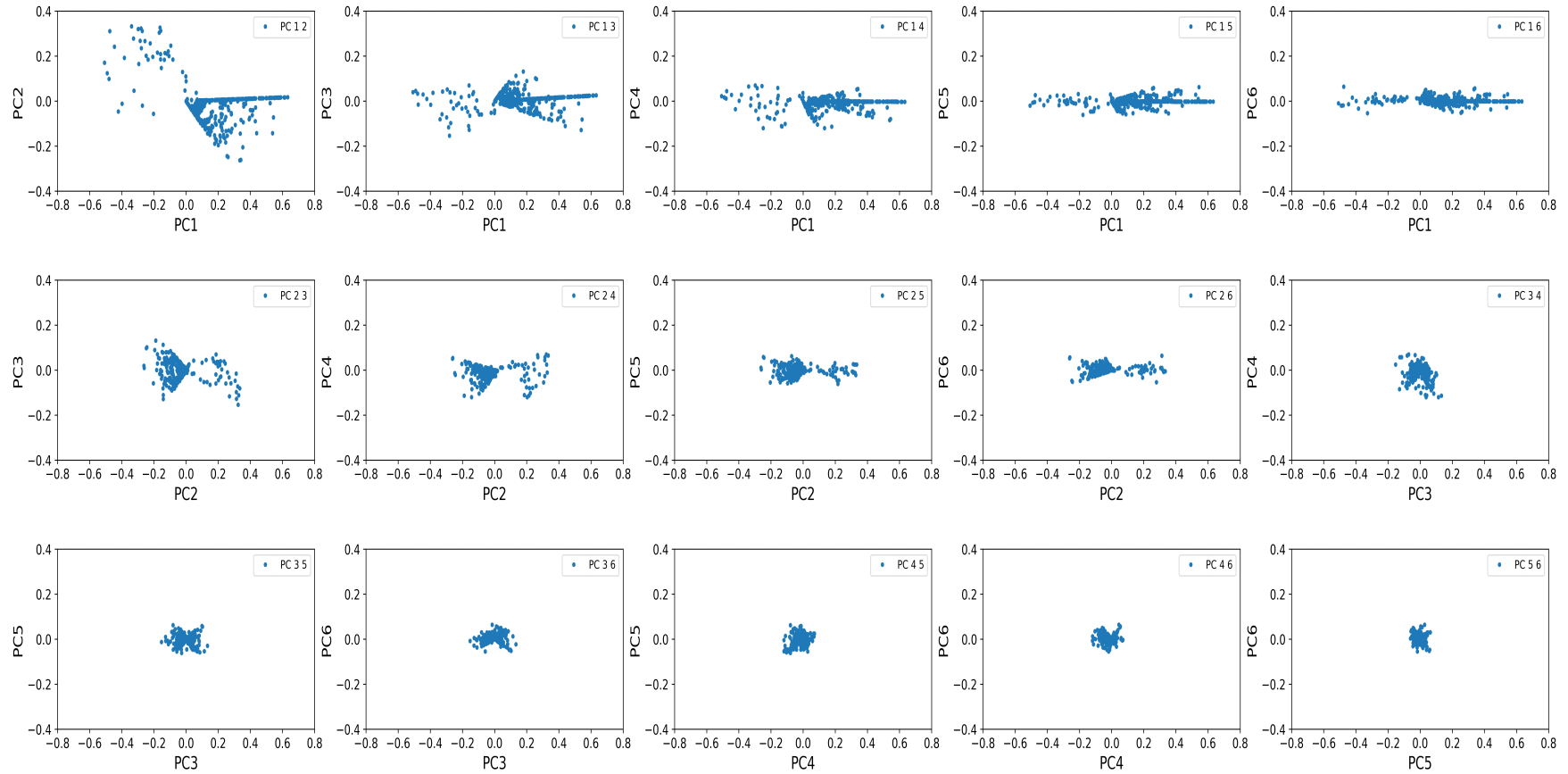


Figure 9. Comparison of each principal component. After dimension reduction, the post-order principal component does not explain the data well, so it can be seen that the data variance is narrow.

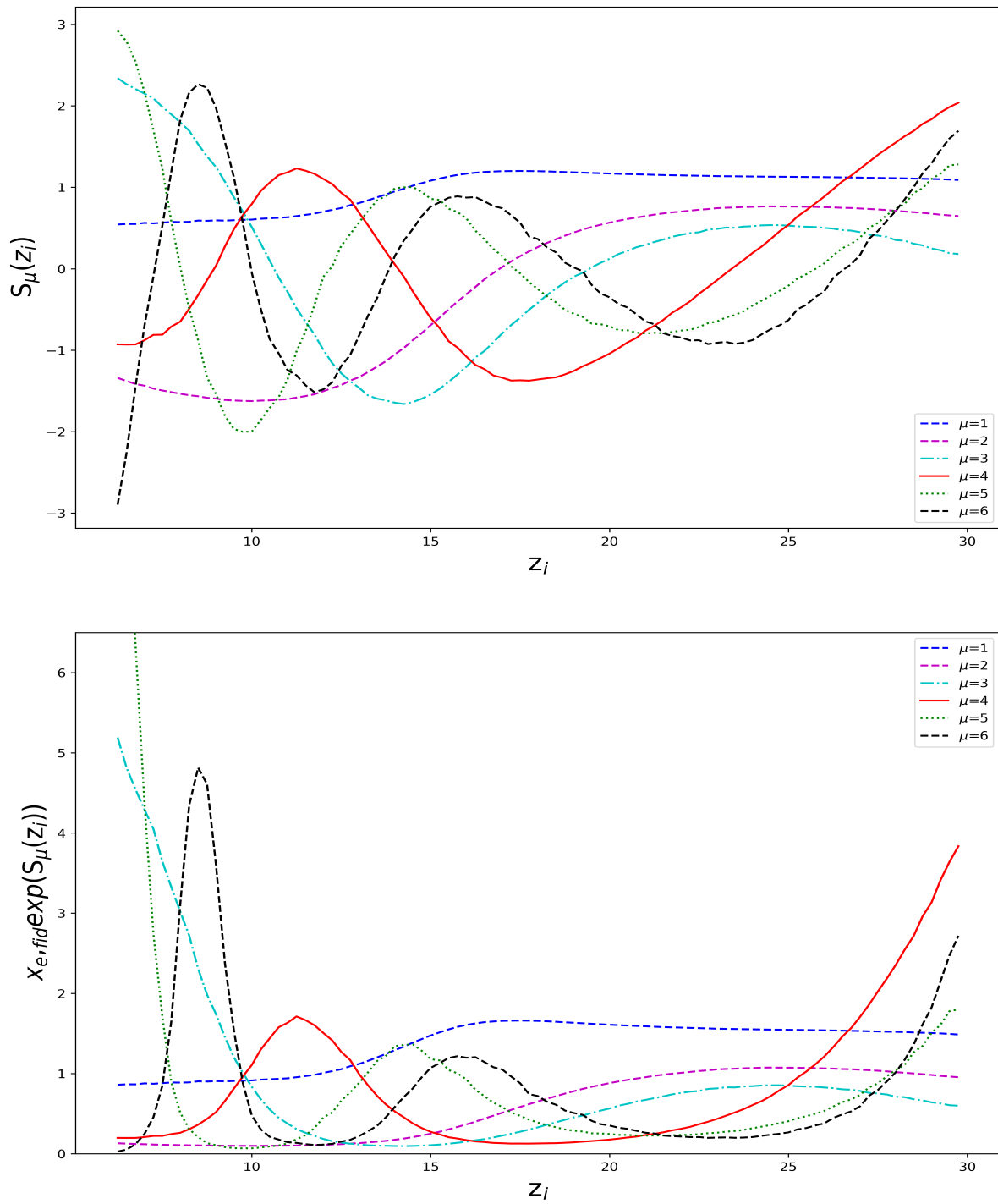


Figure 10. The first six eigenvectors of the linear basis PCA analysis (top part), and six eigenvectors of the log basis PCA analysis (bottom part). As Mortonson & Hu(2008) Claimed, The larger the μ , the smaller the effect on C_l^{EE} . Therefore, when $\mu=1$, it contributes the most to the total optical depth. z_i is discrete with $\Delta z = 0.25$

2.2.2. FlexKnot Analysis

Millea & Bouchet(2018)은 PCA의 비물리성을 피하고자 Vazquez *et al.*(2012)가 우주 초기 파워 스펙트럼을 탐구하기 위해 처음 사용한 방법을 변형하여 FlexKnot 분석을 개발하였다. FlexKnot 분석은 PCA와 다른 사전 확률(prior)을 취해 x_e 의 물리적 특성을 보장하며 $x_e(z)$ 를 직접 추론한다. FlexKnot의 Knot은 두 개의 변수 우주 재이온화율 $x_{e,i}$ 와 적색편이 z_i 로 이루어진 2차원 공간에 상하좌우 제한된 범위 내에서 움직일 수 있는 점을 의미한다. Knot을 균일하게 배치한 후, 샘플링한 적색편이 z 에서 Knot에 내삽법을 이용해 하나의 재이온화 역사를 샘플링한다.

LiteBIRD 모의 데이터를 FlexKnot 분석을 이용할 때 두 가지 방법을 선택할 수 있다. 첫째, FlexKnot 분석을 $z_1^{\text{knot}} < z_2^{\text{knot}} < \dots < z_{N_{\text{knot}}}^{\text{knot}}$ 와 같은 조건과 함께 사용한다. 이 조건은 Planck Collaboration *et al.*(2016b)에서 파워 스펙트럼을 추론할 때 FlexKnot의 원래 버전에서 적용되어 시행되었다. 둘째, FlexKnot-m(modified)를 사용하는 것으로, 약간 수정된 버전의 FlexKnot을 의미한다. FlexKnot-m에서 Knot를 사용할 때, 전체 재이온화시대 범위를 $z \otimes x_e = [6, 30] \otimes [0, 1 + f_{\text{He}}]$ 로 나눈다. 하위 영역은 순차적이며, i 번째 하위 영역은 $z \otimes x_e = [z_{i,L}, z_{i,R}] \otimes [0, 1 + f_{\text{He}}]$ 이다. 그런 다음, 각 Knot은 이러한 각각의 하위 영역에서 균일하게 샘플링되며, 첫 번째와 동일한 조건 $z_1^{\text{knot}} < z_2^{\text{knot}} < \dots < z_{N_{\text{knot}}}^{\text{knot}}$ 이 충족된다. FlexKnot-m은 각 Knot이 얻을 수 있는 영역을 제한하기 때문에 FlexKnot과 다른 사전 확률을 갖는다. 여기서 $f_{\text{He}} = 0.08$ 로서, 헬륨에 의하여 발생한 전자도 고려하여야 하므로 추가되는 양이다.

본 논문에서 $N_{\text{knot}} = 4$ 로 설정했다. 비록 완벽한 분석에는 다양한 N_{knot} 및 증거(evidence)와 함께 각 사후 확률(posterior)에 가중치를 부여하는 것이 포함되어야 하지만, 단순성을 위해 이 접근 방식을 선택하였다. FlexKnot 및 FlexKnot-m 모두 PCHIP(piecewise cubic Hermite interpolating polynomial)내삽법을 사용하는데, 이는 i 에 대해 $x_{e,i}^{\text{knot}} > 0$ 만큼 x_e 의 물리성을 보장한다. 이는 PCHIP이 x_i 와 x_{i+1} 이 주어진 구간 $[x_i, x_{i+1}]$ 에서 파생 함수 $y(x)$ 의 단조로운 변화를 보장하기 때문이다.

2.2.3. HS17 Analysis

Hazra & Smoot (2017)의 HS17 분석은 어떤 의미에서 FlexKnot 분석의 제한된 버전이다. HS17 분석에 사용되는 node는 적색편이 값 z_i^{node} 에 고정되어 있으며 각 z_i^{node} 에서 x_e 만 변화한다. 일단 node가 정의되면, 이 node들은 균일하게 간격을 둔 적색편이에서 PCHIP을 사용해 내삽하여 하나의 재이온화 역사를 샘플링한다.

본 논문에서 HS17 분석의 예측 성능이 PCA 및 FlexKnot과 어떻게 비교되는지 살펴보고자 한다. 또 다른 동기는 대부분 SR II 모형에서 관찰할 수 있는 $z \sim 10-12$ 에서 우주 전체적인 재조합으로 의해 야기된 재이온화 감소(dip), 또는 시간에 비 단조로운 행동을 보이는 x_e 를 조사하는 체계를 찾을 수 있는지 연구하는 것이다(Fig 4). 만약 이것이 CMB 편광 비등방성에 어느 정도 영향을 미친다면, 이러한 특징은 적어도 3개의 node가 필요할 수 있고, 더 많은 수의 node가 나올 수 있다. 따라서 HS17 분석에서 각각 HS17-3과 HS17-7로 표기할 3개의 node와 7개의 node를 선택했다.

HS17의 사전 확률은 분명히 다른 분석과 차이를 보이며 $z-x_e$ 평면에서 균일하지 않다. 그러나 이 차이가 분석할 포기할 이유가 돼선 안 되므로 다양한 방법을 테스트하고 모의 CMB 데이터에 대한 기준 모형을 찾는 데 가장 최적의 방법을 확인하는 방법을 택하였다.

2.3 CMB 가능도(likelihood) 분석

2.3.1 모의 CMB 가능도

PCA, FlexKnot 및 HS17 체계에 의해 설명된 재이온화 모형의 CMB 가능도 평가를 위해, 이 연구에서는 단순 정확한 χ^2 (chi-square) 가능도를 가정한다. 특히 관측된 임의의 T 와 E-모드 파워 각도 스펙트럼 \hat{C}_ℓ^{EE} , \hat{C}_ℓ^{TE} , \hat{C}_ℓ^{TT} 는 다음과 같이 주어진 χ_{eff}^2 을 계산한다(Perotto *et al.*, 2006):

$$\chi_{\text{eff}}^2 = -2 \ln \mathcal{L} = \sum_{\ell=2}^{\ell_{\text{max}}} (2\ell + 1) f_{\text{sky}} \left(\frac{D}{C} + \ln \frac{C}{\hat{C}} - 2 \right) \quad (23)$$

여기서 D 와 C 는 아래와 같이 정의된다:

$$D(C_\ell, \hat{C}_\ell) = \hat{C}_\ell^{TT} \hat{C}_\ell^{EE} - 2\hat{C}_\ell^{TE} C_\ell^{TT} + C_\ell^{EE} C_\ell^{TT}, \quad (24)$$

$$C(C_\ell) = C_\ell^{TT} C_\ell^{EE} - (C_\ell^{TE})^2. \quad (25)$$

그리고 $\hat{C} = C(\hat{C}_\ell)$ 이며 f_{sky} 는 관측 때 가려진 하늘의 일부분이다. 여기서 hat이 없는 C_ℓ 은 $C_\ell = C_\ell^{\text{theory}} + N_\ell^{\text{noise}}$ 에 의해 주어진 모형 파워 스펙트럼을 나타내며, 여기서 C_ℓ^{theory} 는 이론적 파워 스펙트럼이고 N_ℓ^{noise} 은 가정된 계측기 잡음의 파워 스펙트럼이다.

계측기 잡음의 경우 $l \leq 1000$ 에서 $\sigma_{\text{pol}} = 2\mu\text{K arcmin}$ 으로 가정한다. 이는 LiteBIRD의 잡음을 대략 추정한 것이다. 이 잡음은 LiteBIRD가 사실상 CV 제한 장치가 될 정도로 작다. SR II 2에 기초한 기준 E-mode 편광 파워 스펙트럼과 가정 오류 1σ 의 크기는 표 2에 나열된 모형에 대해 그림 11에 표시했다.

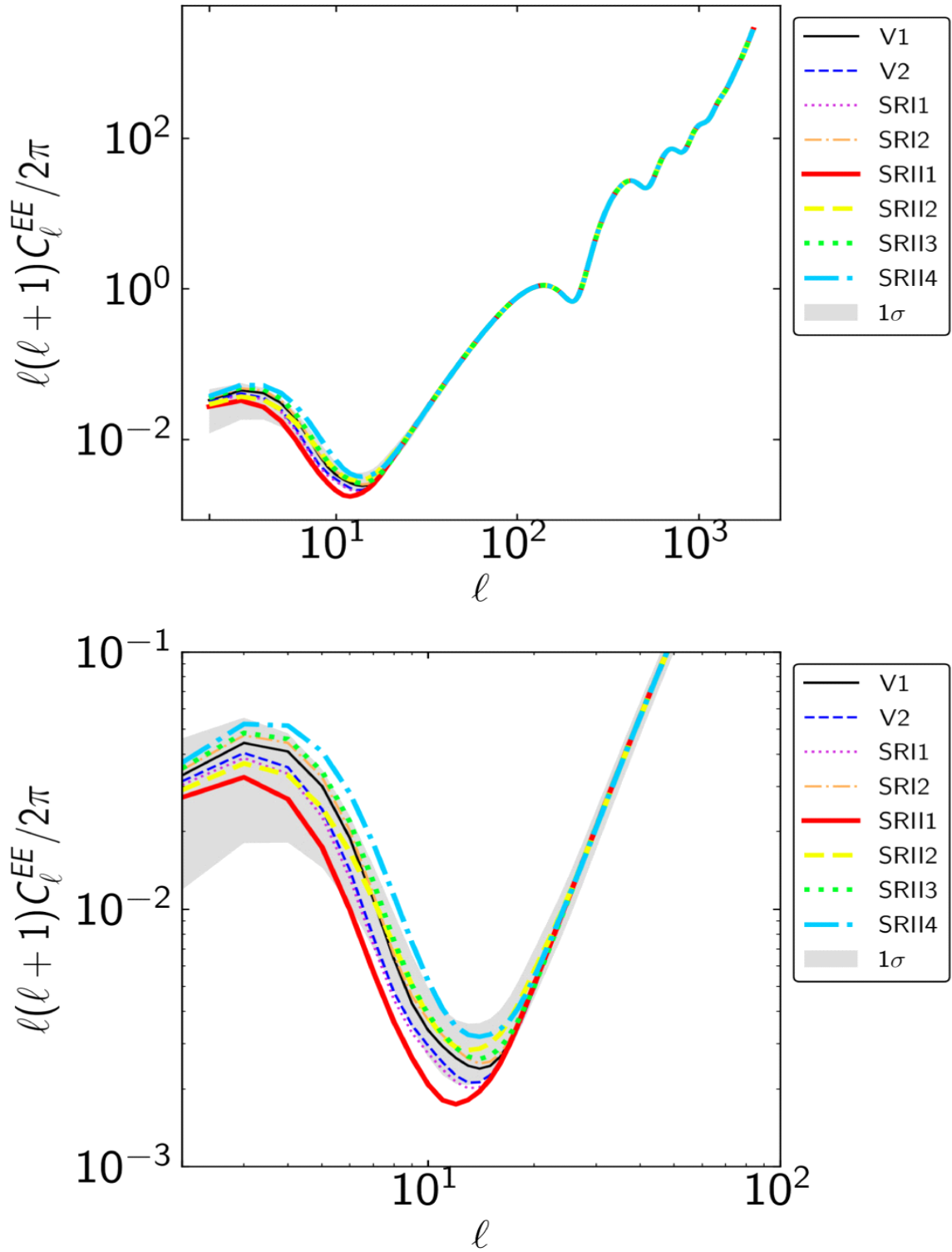


Figure 11. The C_{ℓ}^{EE} power spectrum assuming that LiteBIRD observed the sky of the reionization model listed in Table 1. Gray shaded regions are cosmic variance error associated with the SRII2 model.

2.3.2 고적색편이 광학 깊이를 최적으로 탐색하기 위한 CMB 가능성도

$\tau_{z>15}$ 는 우주 재이온화 초기부터 $z=15$ 동안 명시적으로 재이온화 과정이 얼마나 활성화되었는지 정량화하는 데 유용한 매개변수이다. ℓ 의 전체 범위에서 CMB 편광 데이터를 사용하는 것이 C_ℓ^{EE} 에 대한 고적색편이 재이온화의 영향을 조사하는 데 최적의 방법이 아닐 수도 있다. 그림 12를 보면, $x_e(z > 15)$ 에 대한 정보는 제한된 범위의 ℓ , 즉 $15 \leq \ell \leq 25$ 에서(right bottom panel) C_ℓ^{EE} 값이 상대적으로 재이온화 모형(left top panel)에 따라 역전되는 등 눈에 띄게 변화하는 반면, low- ℓ 영역($\ell \leq 14$)에 있는 C_ℓ^{EE} 는 $C_\ell^{EE}(15 \leq \ell \leq 25)$ 보다 $x_e(z > 15)$ 에 재이온화 모형에 따라 비슷한 경향을 보일 뿐 큰 변화는 없는 것으로 보인다(right top panel). $\ell \geq 30$ 의 경우, C_ℓ^{EE} 는 재이온화시대 이전인 재결합시대 동안 물리현상에 의해 대부분 결정되며, 본 논문의 관심 범위를 벗어난 범위이다.

따라서 제한된 ℓ 값으로 CMB 가능성을 사용하여 $\tau_{z>15}$ 를 조사하는 최적의 방법을 찾고자 한다. 첫째, 다음 형식으로 χ_{eff}^2 를 구할 수 있다:

$$\chi_{\text{eff}}^2(15 \leq \ell \leq 25) \equiv \sum_{\ell=15}^{25} (2\ell+1) f_{\text{sky}} \left(\frac{D}{C} + \ln \frac{C}{\hat{C}} - 2 \right). \quad (26)$$

둘째, 대신 아래 형식을 사용하여

$$\chi_{\text{eff}}^2(15 \leq \ell \leq 25) \equiv \sum_{\ell=15}^{25} (2\ell+1) f_{\text{sky}} \left(\frac{\hat{C}_\ell^{EE}}{C_\ell^{EE}} + \ln \frac{C_\ell^{EE}}{\hat{C}_\ell^{EE}} - 1 \right), \quad (27)$$

E-모드 각도 파워 스펙트럼만 유지할 수 있다. 마지막으로 다음 형태를 사용할 수도 있다:

$$\tilde{\chi}_{\text{eff,E}}^2(15 \leq \ell \leq 25) = \chi_{\text{eff,E}}^2(15 \leq \ell \leq 25) + (\tau - \bar{\tau})/\sigma_\tau^2. \quad (28)$$

여기서 σ_τ 는 ℓ 의 제한 없이 전체 $TT+TE+EE$ 분석의 사후 확률 분포에서 τ 의 표준 편차이다.

식 26과 식 27의 제한된 ℓ 을 사용하는 것은 위에서 설명한 바와 같이 Ahn &

Shapiro (2021)와 추정된 τ 의 정밀도가 선택한 l 의 범위에 따라 다르다는 것을 보여준 Watts et al. (2020)에 의해서도 힌트를 얻은 것이다. 고적색편이 재이온화의 영향이 제한된 l 범위에서 E-모드 분석에 의해서만 더 잘 조사되는지 확인하기 위해 식 26에 추가하여 식 27을 시도하였다. 그러나 주요 우주론적 매개변수는 E-모드로만 유추할 수 없으므로 식 27을 사용할 때 모든 우주론적 매개변수를 수정해야 한다.

식 28을 사용하는 이유는 다음과 같다. τ 에 대한 사전 확률에 대한 정보가 없는 상태에서 $\tau_{z>15}$ 를 추정하기 위해 제한된 l 을 사용하는 경우, 제한된 정보로 인해 τ 를 잘못 추정할 위험이 있으므로 $\tau_{z>15}$ 의 추정에도 영향을 미칠 수 있다. 예를 들어 SR II2를 기반으로 한 모의 데이터에서 FlexKnot은 $\tau = 0.0634 \pm 0.0017$ 를 생성하며 τ 의 사후 확률은 보통 정규분포에 가깝다. 그 후, 이는 식 28의 형태로 재표본 분석에 사용된다.

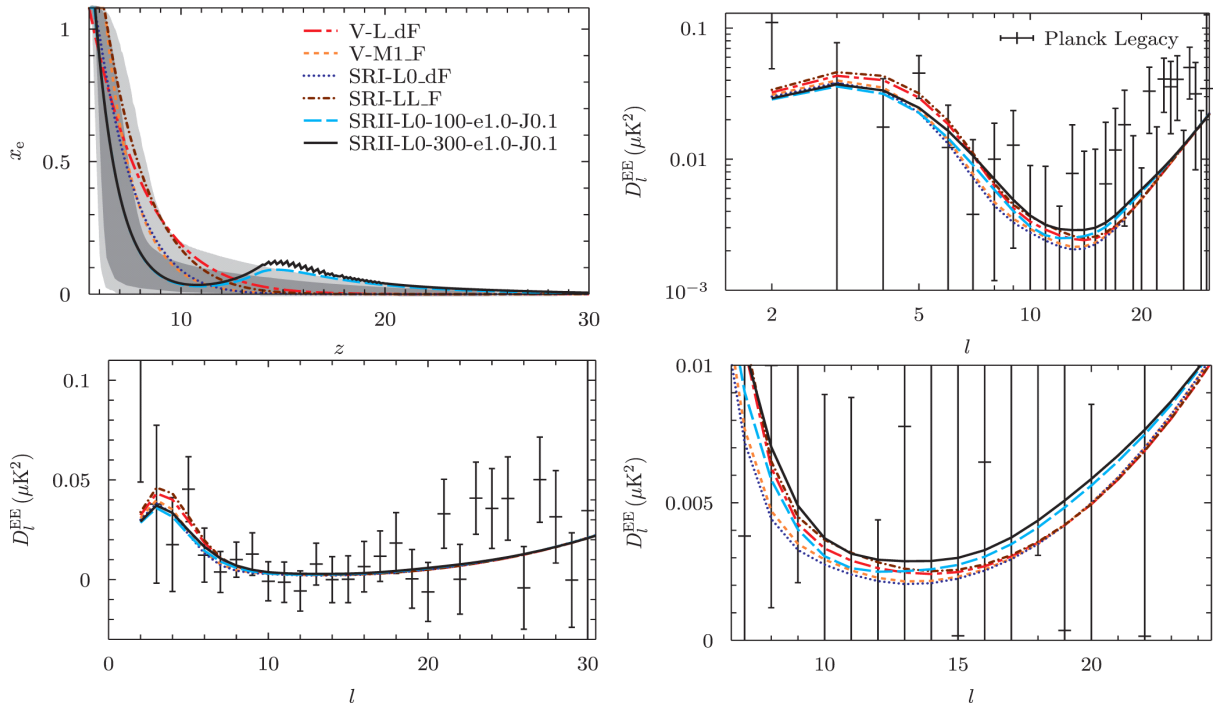


Figure 12. x_e and D_l^{EE} power spectrum according to each reionization model.

The right bottom panel shows that the D_l^{EE} value of the SRII model is reversed when $l \sim 15$. Since $D_l^{EE} = \ell(\ell + 1)C_\ell^{EE}/2\pi$ so, $D_l^{EE} \propto C_\ell^{EE}$ (Ahn and Shapiro, 2021). The left bottom panel is a log-scaled version of the right top panel.

Ⅲ. 연구 결과

3.1. Principal Component Analysis

LiteBIRD와 같은 CV 제한 CMB 측정기기를 가정하여, PCA 매개변수 $m_\mu (\mu = 1, \dots, 6)$ 와 우주론적 매개변수 여섯 가지에 대한 MCMC 분석을 수행하였다. 모의 데이터는 SR Π 2를 가정하고, MCMC 분석 결과를 그림 13에 PCA 매개변수 m_1, m_2 및 m_3 에 대한 사후 확률 분포로 나타내었다. PC들은 기준 모형 SR Π 2의 대략 1σ 영역 중앙에 위치한다. 그림 13의 왼쪽 아래 그래프의 m_1, m_3 공간에서 SR I, V 모형과 SR Π 모형이 확연히 구분되는 것으로 보아 선형 PCA 분석에서 세 번째 PCA 매개변수인 m_3 가 MH의 영향에 가장 민감하다는 것을 발견했다. 그리고 m_1, m_3 공간에서 재이온화 모형 V2와 SR I 1은 2σ 윤곽선 밖에 있다. 이 재이온화 모형들은 초기 재이온화 영향을 포함하지 않는 대표적인 모형이다. 선형 PCA 기반에서 일부 모형은 m_1, m_2 및 m_3 매개변수 공간에서 구분할 수 없다. 예를 들어 m_1, m_2 공간에서 V2 모형과 SR I 2 모형, m_1, m_3 공간에서 V2 모형과 SR I 2 모형, m_2, m_3 공간에서 SR I 2 모형과 SR Π 3 모형이 그러하다. 로그 기반 PCA에서, 실질적으로 모든 추정치는 그림 14에서 보는 바와 같이 실제 값과 거리가 멀다. 로그 PCA 분석이 $x_e < 0$ 의 비물리성이 없다고 가정하더라도 추정 능력이 좋지 않기 때문에 실질적으로 무용지물이다. 이러한 경향은 로그 공간 기준으로 x_e 값이 지수함수의 특성으로 인해 0으로 향하는 성향이 있기 때문이다. 이온화율 x_e 는 m_1 값이 클 경우, 로그 공간에서 0에 가까워진다. 데이터는 고적색편이 영역에서 이온화율 $x_e \sim 0$ 이 아니기 때문에, 이러한 영역은 사후 확률의 편향에 크게 영향을 미친다. 따라서 추가 분석에 이 기준을 사용하지 않았다.

PCA를 사용한 CV 제한 실험의 모형 판별력은 주로 두 가지 주요 PC에 대한 2차원 매개변수 공간에 있다. 고적색편이 재이온화 꼬리가 있는 모형(SR Π 2 및 SR Π 4)은 $\sim 2\sigma$ 수준에서 꼬리가 없는 모형(V1, V2, SR I 1 및 SR I 2)과 구별된다. 같은 SR Π 범주에서도 약한 꼬리 모형(SR Π 1 및 SR Π 3)은 $\sim 1\sigma$ 에서 강한 꼬리 모형(SR Π 2 및 SR Π 4)과 구별될 수 있다. 이는 그림 13에서 볼 수 있듯이 $f_{\text{sky}} = 0.65$ 에 해당하며 $f_{\text{sky}} = 1$ 에 더 적합하다. 예를 들어 SR Π 2와 SR I 2 사이의

총 광학 깊이 차이는 $\Delta\tau = 0.0018$ 로 $\sigma_\tau = 0.002$ 의 전체 하늘 CV 오차보다 작다는 점에 유의해야 한다(MB2018).

그림 15와 16에서는 V1 및 SR II 2 모형에서 광학 깊이 τ 및 $z > 15$ 에서 부분 광학 깊이 $\tau_{z > 15}$ 의 주변화된 분포를 보여준다. PCA 분석 결과 V1 모형의 경우 $\tau = 0.0590 \pm 0.0024$, SR II 모형의 경우 $\tau = 0.0591 \pm 0.0025$ 로 나타났다. V1 및 SR II 2 모형의 입력값은 각각 $\tau = 0.05998$ 및 $\tau = 0.05960$ 이므로 입력 τ 값을 성공적으로 복구했다.

MCMC 분석에서 추정된 PC를 사용하여 식 18에 의해 재구성된 재이온화 역사는 입력된 재이온화 역사와 다를 수 있다는 점에 주의해야 한다. PCA 방법은 복구된 PC를 사용하여 계산된 C_ℓ 들이 분석에서 가정한 통계적 불확실성 내에서 입력한 C_ℓ 들과 구별되지 않아야 한다는 것만 보장한다. 또한, m_μ 이 기본 매개변수인 PCA 분석에서 m_μ 의 일부 조합은 물리성 조건을 깨고 x_e 가 음이 되며, 따라서 τ 와 $\tau_{z > 15}$ 는 음의 값을 취할 수 있다. 그래서 음의 $\tau_{z > 15}$ 영역에서 유한한 확률을 갖는다.

식 21 및 22에 도입된 로그 기준으로 PCA 매개변수를 사용하여 MCMC 분석을 수행해 보았다. 그림 14에서 PCA 매개변수의 사후 확률 분포를 삼각도표로 나타냈다. 그 결과 사전 확률에 의해 강하게 영향을 받는다는 것을 발견했다. 따라서 일부 입력 모델은 특히 m_1 매개변수에 대한 2σ 윤곽선을 벗어났고, 로그 기준 PCA는 물리성 조건을 만족한다는 사실을 제외하면, 실제 사용하기에는 무리가 있다.

앞서 언급했듯이, 본 논문에서 표준적인 여섯 개의 우주론적 매개변수를 변화시켰다. 이러한 매개변수가 CMB의 온도 파워 스펙트럼에 의해 강하게 제한되었고, 여기서 고려된 재이온화 모형과 관계없이 입력한 값이 편향되지 않고 복구될 수 있다는 것을 발견했다.

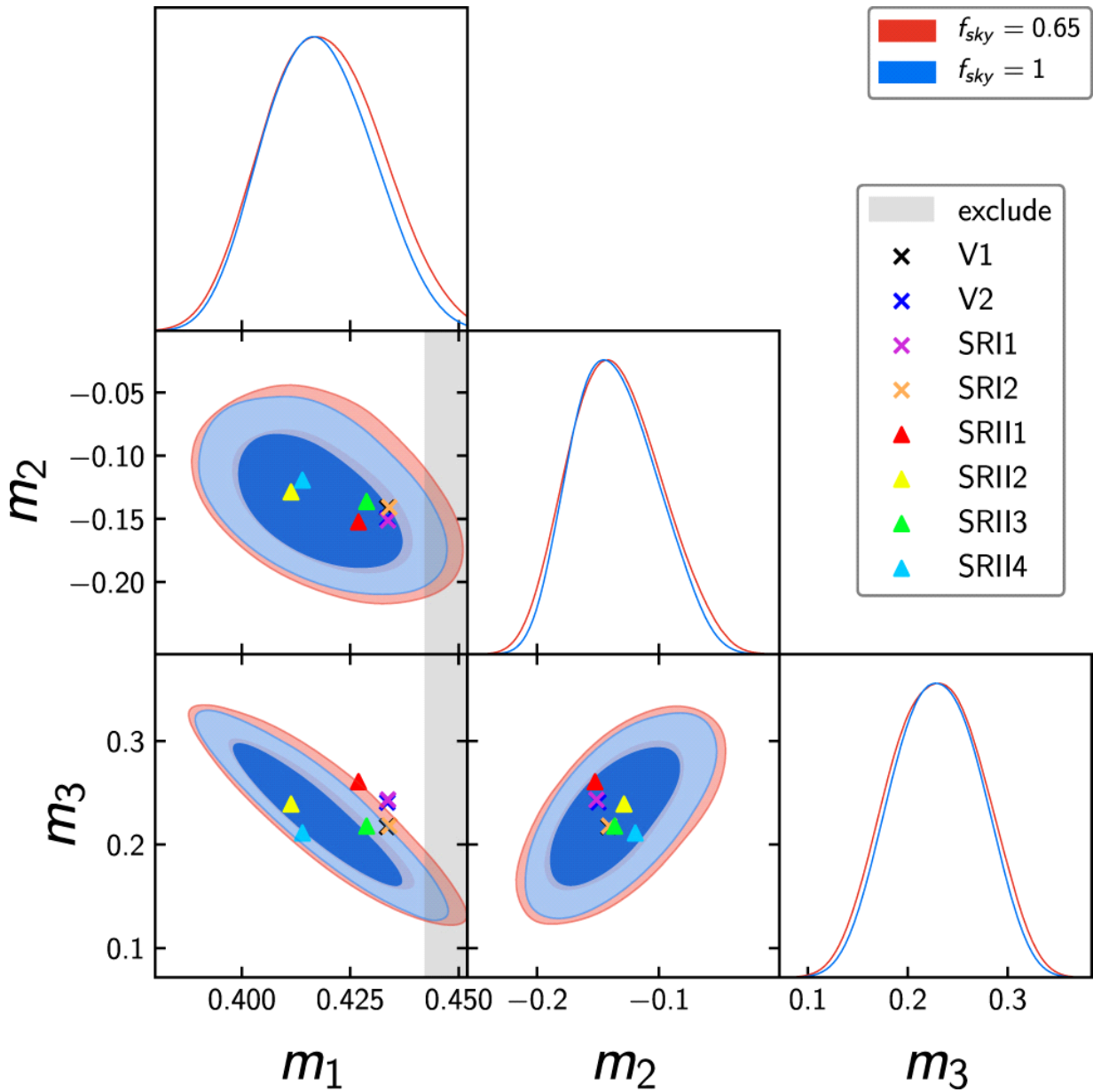


Figure 13. Result of linear basis PCA analysis. The part of deep color is posterior distribution of 1σ confidence level and the part of light color is posterior distribution of 2σ confidence level. The mock data is based on SRII2 model. The gray shaded part is the ionization fraction $x_e < 0$, the blue one is $f_{sky} = 1$, the red one is $f_{sky} = 0.65$.

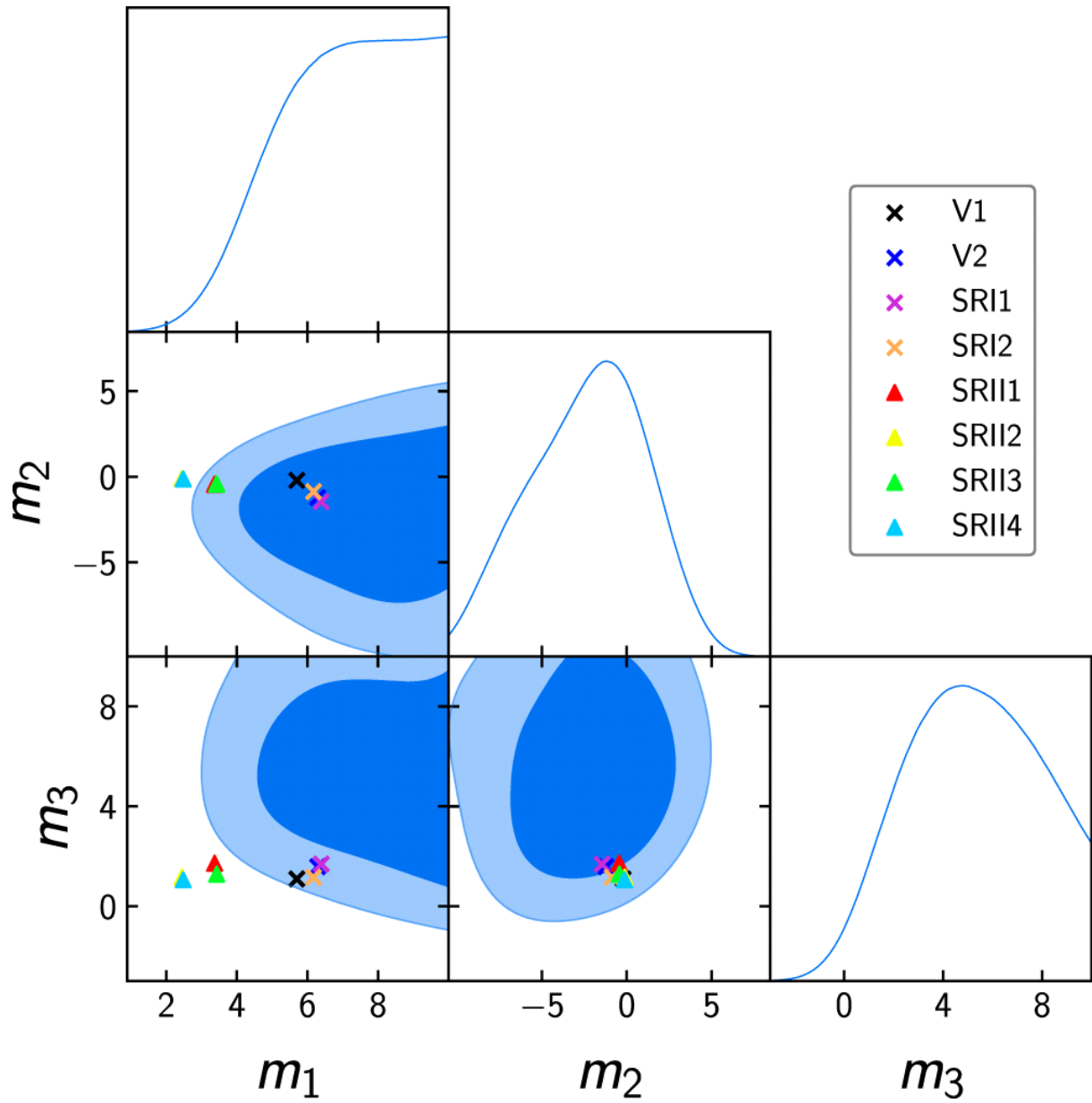


Figure 14. Result of logarithmic basis PCA analysis. This is for $f_{sky} = 0.65$.

3.2. FlexKnot 분석

그림 15를 보면 FlexKnot(red line)과 FlexKnot-m(blue line)은 광학적 깊이 τ 를 추정할 때 비슷한 모습을 보였다. SR II 2와 V1에 해당하는 모의 데이터의 경우, 추정치가 실제 τ 값보다 큰 값을 갖도록 편향된 방식으로 τ 를 조사한다. PCA 분석과 비교했을 때, 주변화된 사후 확률 분포에서 τ 의 최빈값은 0.003 정도 이동된다. 실제 τ 값과 비교하면, τ 의 최빈값은 0.0025 정도 이동했다. 사후 확률의 편차는 PCA의 편차보다 10% 정도 작다.

PCA에 대한 τ 추정에서 FlexKnot 및 FlexKnot-m의 이러한 편향은 MB2018 및 Planck Collaboration *et al.*(2020)에서도 보고되었다. PLD의 경우, 선택된 사전 확률(flat- τ prior 또는 flat-knot prior) 및 샘플 범위(모든 ℓ 또는 low E-모드 전용에서의 $TT+TE+EE$)에 관계없이 PCA의 추정 τ 값보다 크다(Planck Collaboration *et al.*, 2020). 이 작업에서 FlexKnot과 FlexKnot-m 모두에 대해 사용하는 사전 확률은 flat-knot 사전 확률이다. 또한 flat- τ 사전 확률 FlexKnot의 경향은 PCA와 flat-knot 사전 확률 FlexKnot 사이의 어딘가에서 τ 를 추정하는 것이다(Planck Collaboration *et al.*, 2020). 만약 이 연구에서 같은 경향을 가정한다면, FlexKnot과 FlexKnot-m이 CV 제한 CMB 장치의 τ 를 더 잘 추정할 가능성이 있다.

CV 제한 실험은 고적색편이 ($z \geq 15$) 재이온화 역사를 조사할 수 있는 잠재력을 가지고 있다. 그림 16을 보면 FlexKnot과 FlexKnot-m 분석에서 $\tau_{z>15}$ 의 추정은 최빈값에서 유사한 추세를 보이지만 분산에서는 상당히 다른 추세를 보인다. 추정된 $\tau_{z>15}$ 의 최빈값은 PCA 분석보다 FlexKnot 및 FlexKnot-m 분석에서 약간 작지만 모두 FlexKnot 및 FlexKnot-m의 $\leq 1\sigma$ 수준에서 서로 유사하다. 이 분석에서 매우 중요한 점은 FlexKnot과 FlexKnot-m이 $\tau_{z>15}$ 에 대해 상대적으로 비슷한 사후 확률을 줄 수 있다는 점이다. $\tau_{z>15} = 0.008$ 의 고적색편이 재이온화 꼬리를 갖는 SR II 2 재이온화 역사는 $\tau_{z>15} = 0.0004$ 의 실질적으로 특별한 재이온화 꼬리를 가지지 않는 재이온화 역사인 V1과 구별할 수 있다. FlexKnot-m은 FlexKnot보다 $\tau_{z>15}$ 에 대한 더 강한 제약을 준다는 점에서 두드러지며 SR II 2와 V1의 구분을 잘할 수 있다(2σ 수준에서 $\tau_{z>15} \geq \tau_{z>15}(\text{SR II 2}) - \tau_{z>15}(\text{V1}) = 0.0075$). 따라서 Wu *et al.*(2021)의 주장과 달리 CV 제한 실험은 고적색편이 이온화 꼬리의 존재

여부를 상당한 수준으로 알 수 있다.

실제 문제는 CV 제한 실험이 잘 이뤄진다면 고적색편이 이온화 꼬리를 탐색할 수 있지만 FlexKnot 및 FlexKnot-m에 의해 추정된 $\tau_{z>15}$ 는 일반적으로 $\tau_{z>15} \sim 0.008$ 이면 실제 값보다 작고 $\tau_{z>15} \leq 4 \times 10^{-4}$ 이면 실제 값보다 크다는 것이다(Fig. 16). 이는 CMB E-mode가 $\tau_{z>15}$ 에만 덜 민감하거나, FlexKnot 및 FlexKnot-m이 $\tau_{z>15}$ 를 탐색하는 데 가장 적합한 방법이 아님을 나타낸다. 이에 비해 PCA는 SR II 2 모형의 모의 데이터에 대해 Flexknot 분석 방법보다 실제 값에 더 가까운 값을 나타내며 V1 모형 모의 데이터에 대해 FlexKnot 분석 방법과 유사한 $\tau_{z>15}$ 최빈값을 추정한다. 그러나 PCA는 주변화된 사후 확률에서 훨씬 더 큰 편차 σ 를 나타내며, 비물리적인 값 $\tau_{z>15} < 0$ 을 포함한다. 따라서 $\tau_{z>15}$ 를 추정하는 데 있어 FlexKnot과 FlexKnot-m이 PCA보다 우수한 것으로 보인다.

3.3. HS17 분석

HS17 분석은 τ 에 대한 추정 검정 능력에서 FlexKnot 및 FlexKnot-m과 전반적으로 유사하다. 그림 15와 같이, HS17은 PCA보다 더 큰 값으로 편향된 방식으로 τ 를 추정한다. HS17-3(orange line)은 고적색편이 재이온화 꼬리의 존재와 관계없이 τ 및 $\tau_{z>15}$ 모두를 추정하는 데 있어 FlexKnot과 거의 유사한 동작을 보인다. 반면 HS17-7(black line)은 여러 가지 방법 중 가장 편향된 방법으로 τ 와 $\tau_{z>15}$ 를 추정한다. 이러한 파생 매개변수의 추정치는 모든 방법 중 가장 크다. node의 수가 증가함에 따라 사전 확률들의 변화가 어떻게 변하는지를 관찰한다면 이러한 행동을 이해할 수 있다. HS17-7은 적색편이의 범위 $z = 10 \sim 20$ 에서 HS17-3보다 더 많은 node를 둔다. 이는 적색편이 범위 $z = 10 \sim 20$ 에서 x_e 의 사전 확률을 높일 수 있으므로 더 높은 광학 깊이로 편향된다. 이 사실은 실제 재이온화 역사가 일반적인 재이온화 모형에 의해 설명된 유형일 때 x_e 가 $z > 15$ 에서 단조롭게 증가하는 경우 분석에서 최대 7개의 node를 갖는 것이 중복되고 원치 않는 편향을 유발할 수 있음을 나타낸다.

또한 HS17은 $\tau_{z>15}$ 를 추정한다는 점에서 FlexKnot 및 FlexKnot-m과 유사하다(Fig. 16). HS17-3과 HS17-7 모두 고적색편이 꼬리가 있는 재이온화 모형인 SR II

2와 꼬리 없는 모형인 V1을 구별할 수 있다. HS17-3과 HS17-7은 모두 FlexKnot 및 FlexKnot-m과 유사하게 $\tau_{z>15}$ 를 추정할 때 편향을 받는다. SRII2 임의 데이터의 경우 HS17-3의 $\tau_{z>15}$ 추정치는 FlexKnot의 추정치와 유사하며 HS17-7의 $\tau_{z>15}$ 추정치는 FlexKnot-m의 추정치와 매우 유사하다. 반면 V1 모의 데이터의 경우 HS17-3의 $\tau_{z>15}$ 추정치는 FlexKnot-m의 추정치와 거의 유사하며 HS17-7의 $\tau_{z>15}$ 추정치가 가장 크다. HS17 분석과 Flexknot 분석의 $\tau_{z>15}$ 추정치 차이는 SRII2 임의 데이터의 경우 매우 작고, V1 임의 데이터의 경우 $\leq 1\sigma$ 내에서 서로 유사하다. 남은 문제는 3.4절에서 설명될 $\tau_{z>15}$ 를 추정할 때 재샘플링 방법(2.3.2절)을 통해 얻을 수 있는지에 대한 여부이다.

3.4. 광학적 깊이에 기반한 사전 확률과 제한된 구면조화함수를 이용한 CMB E-모드 재샘플링

식 28에 의해 주어진 가능성으로 재샘플링 분석의 결과(2.3.2절)를 설명한다. 이러한 재샘플링의 목적은 식 23을 사용한 전체 분석보다 더 나은 $\tau_{z>15}$ 의 추정치를 얻기 위함이다. 식 23을 사용한 결과는 $\tau_{z>15}$ 의 편향된 추정치를 산출하기 때문이다. 실제 모형이 SRII2일 때, HS17-7 및 HS17-3의 경우, 그림 17과 18에서와 같이, 재샘플링은 추정된 x_e 와 $\tau_{z>15}$ 를 크게 변경한다.

본 논문의 재샘플링 분석 결과 τ 는 비슷하지만 $\tau_{z>15}$ 추정이 다른 모델에서 얼마나 잘 작동했는지에 대한 척도는 그림 19와 20에 가장 잘 요약되어 있으며 원래 목적에 도달한다는 점에서 인상적이다. SRII2 모의 데이터에 대해 PCA를 제외한 식 28을 사용한 모든 샘플링 방법은 식 23의 계산값(black dot of Fig. 20)보다 원래 값에 가까운 $\tau_{z>15}$ 의 최빈값(red dot of Fig. 20)을 산출한다. FlexKnot-m 및 HS17-7은 실제 값(dotted line)과 거의 유사한 $\tau_{z>15}$ 최빈값을 생성한다는 점에서 두드러진다. 그런 다음 우주가 SRII2 유형으로 표현되었을 때 $\tau_{z>15}$ 를 가장 정확하게 조사하기 위해 다른 방법보다 이 두 가지 방법을 선택하는 것이 좋은 선택으로 보인다. 그러나, 추정된 $\tau_{z>15}$ 를 증가시키는 경향은 PCA를 제외하고도 실질적으로 가치가 없는 $\tau_{z>15}$ 를 가지는 V1에도 남아 있다. 그 결과 SRII2의 $\tau_{z>15}$ 를 정확하게 추정하는 데 장점을 보였던 FlexKnot-m과 HS17-7은 원래는 꼬리가 없는

V1을 0보다 큰 값의 $\tau_{z>15}$ 를 갖는다고($\tau_{z>15} \sim 0.04 \sim 0.05$) 추정한다. FlexKnot 및 HS17-3의 $\tau_{z>15}$ 최빈값 변화는 FlexKnot-m 및 HS17-7보다 상대적으로 적다. 특히 HS17-3은 SRII2의 경우 $\tau_{z>15}$ 최빈값의 증가가 1σ 보다 크지만, V1의 경우 증가가 미미하다. 따라서 HS17-3은 가장 일반적인 경우(전체 ℓ 의 범위)에서 작동하는 방법을 선택하는 경우 가장 유리하게 작동한다. 하지만 HS17-3의 $\tau_{z>15}$ 최빈값과 실제 값의 차이가 있다.

재샘플링에 대한 $\tau_{z>15}$ 의 전반적인 편차 증가도 이 연구의 의도와 반대의 경향을 보인다(Fig. 20). 이는 $\tau_{z>15}$ 가 C_{ℓ}^{EE} 에 미치는 영향이 $15 \leq \ell \leq 25$ 에 완전히 제한되지 않으므로, $\tau_{z>15}$ 의 편차를 줄이기 위해 어느 정도 더 낮은 ℓ 의 데이터를 포함해야 할 수 있다는 것을 의미하는 것으로 보인다. 재샘플링에서 $\tau_{z>15}$ 의 편차가 증가한 원인은 TT 및 TE 파워 스펙트럼의 제외에 의한 것으로 보이지 않는다. 모든 TT , TE 및 EE 모드를 제한적으로 사용하여 실험했으며, $\tau_{z>15}$ 의 편차는 EE 만을 이용한 것과 제한된 ℓ 경우와 거의 유사하다.

따라서 $\tau_{z>15}$ 를 정확하게 추정하려는 원래 의도를 달성하는 단일 방법을 선택할 수 없다는 결론을 내린다. 그렇지만 전체 $TT+TE+EE$ 분석에서 $\tau_{z>15}$ 최빈값이 ≥ 0.004 로 추정될 경우, 식 28의 τ 값 변화와 제한된 ℓ 범위의 가능성과 함께 FlexKnot-m 또는 HS17-7 분석 방법을 사용하는 것이 좋아 보이지만 $\tau_{z>15}$ 가 전체 $TT+TE+EE$ 분석에서 ≤ 0.002 로 추정될 때, $\tau_{z>15}$ 의 액면값(face value)을 대신 취하고 더 이상 재샘플링을 수행하지 않는다는 문제점이 있다. 그러므로 이것은 그다지 권장되지 않으며 $\tau_{z>15}$ 를 조사하기 위해 보다 일관된 방법을 찾아야 한다.

본 논문에서 수행한 방법 중에서 PCA는 최빈값과 사후 확률의 편차 모두에서 $\tau_{z>15}$ 를 추정하는 데 가장 잘 작동하지 않는다. SRII2 모형 모의 데이터의 경우 $\tau_{z>15}$ 의 최빈값이 편차가 너무 커서 효력이 없고 V1 모형 임의 데이터의 경우 $\tau_{z>15}$ 의 최빈값이 음수값을 갖는다. 편차는 전체 $TT+TE+EE$ 분석보다 약 2~3 배 크다. 따라서 식 28은 PCA에 대해 의도된 대로 작동하지 않으며, 물리적 조건을 적용하지 않는 한 PCA는 식 28을 사용함으로써 원하는 결과를 얻지 못할 것이다.

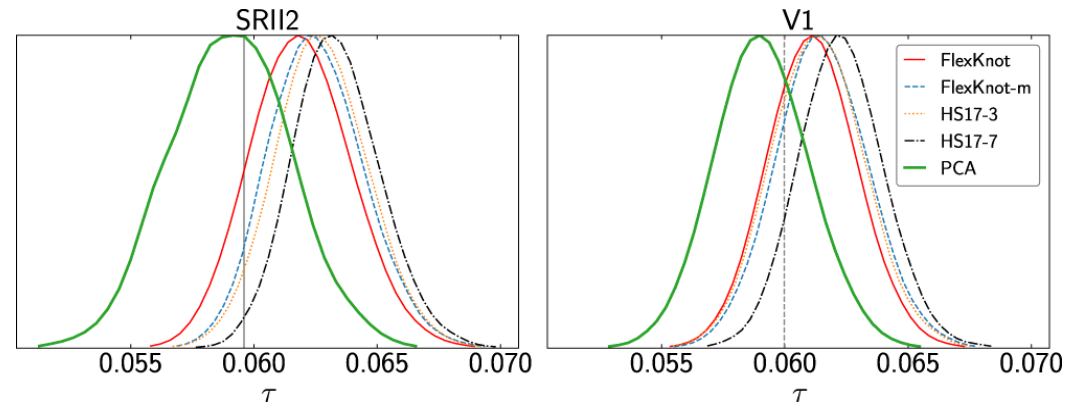


Figure 15. Left: marginalized distribution of τ using various sampling methods given a mock data based on SRII2 model, obtained from analyzing with full TT+TE+EE power spectrum when $f_{sky} = 1$. Right: same as the left panel, but with mock data based on V1 model

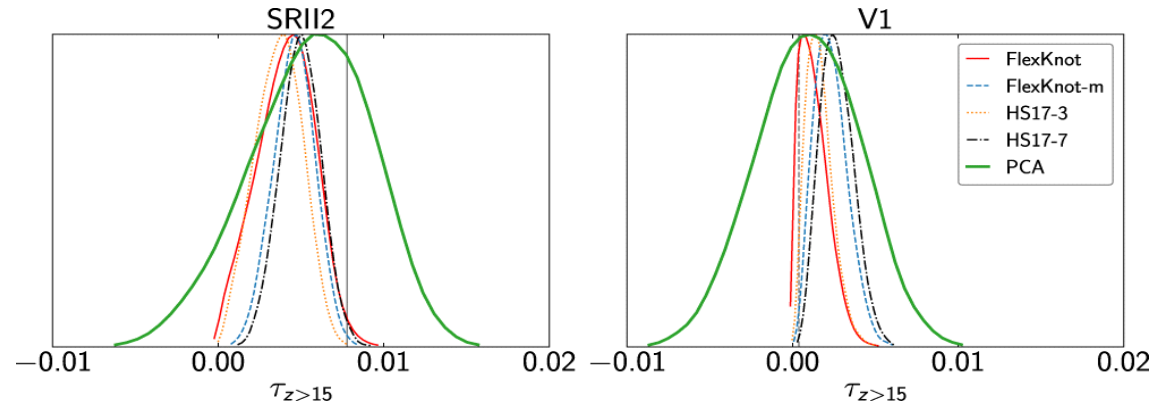


Figure 16. Same method as Figure 15. However, this distribution represent marginalized $\tau_{z > 15}$.

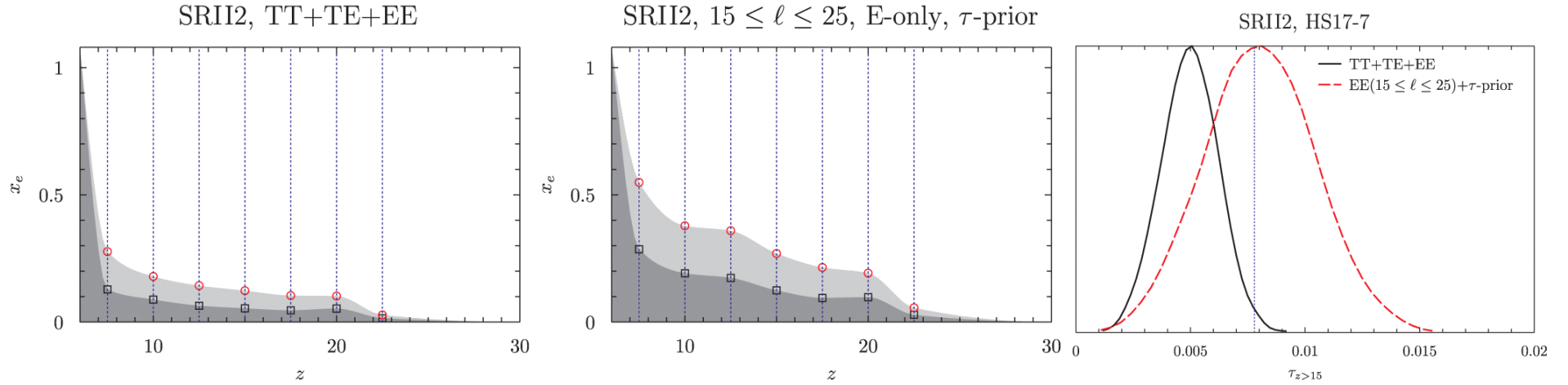


Figure 17. Result of HS17-7 analysis. Left: ionization fraction x_e by HS17-7 analysis with full TT+TE+EE mock data based on SRII2 model. The dark region is connected to the posterior of each point(square) marginalized by confidence, the gray region is connected to the posterior of each point(circle) marginalized by confidence. PCHIP was used to connect each point. Middle: x_e by HS17-7 analysis with only EE-only mock data based on SRII2 model, limited- ℓ , τ -prior. Right: marginalized posterior of $\tau_{z>15}$. The black line is estimate of the HS17-7 analysis using TT+TE+EE mock data. The red line is $\tau_{z>15}$ estimate with only EE-only mock data based on SRII2 model, limited- ℓ , τ -prior. The vertical line is $\tau_{z>15}$ of SRII2 model.

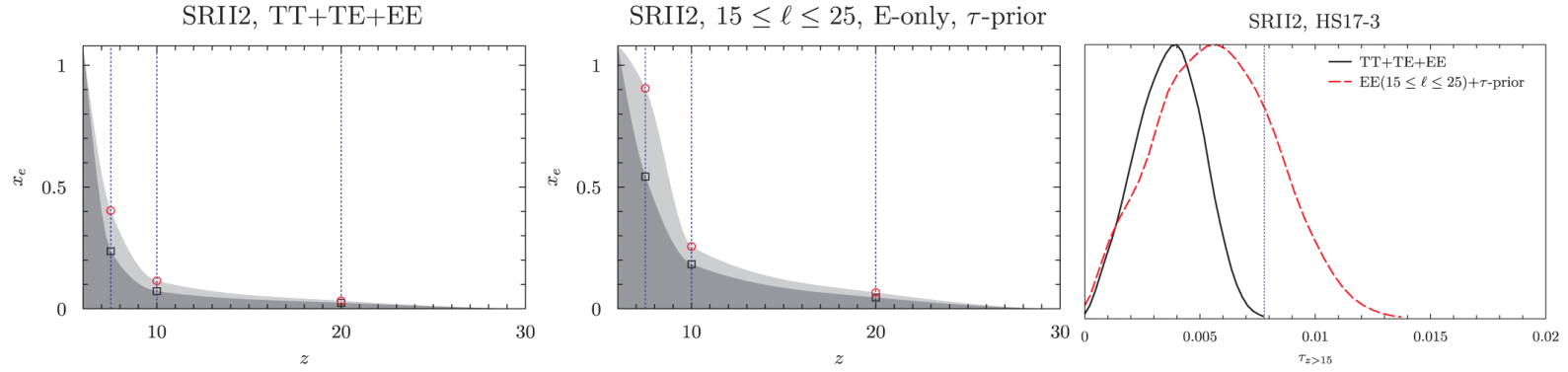


Figure 18. Same as Figure 17, but with HS17-3 analysis. Unlike the HS17-7 analysis, there are three nodes.

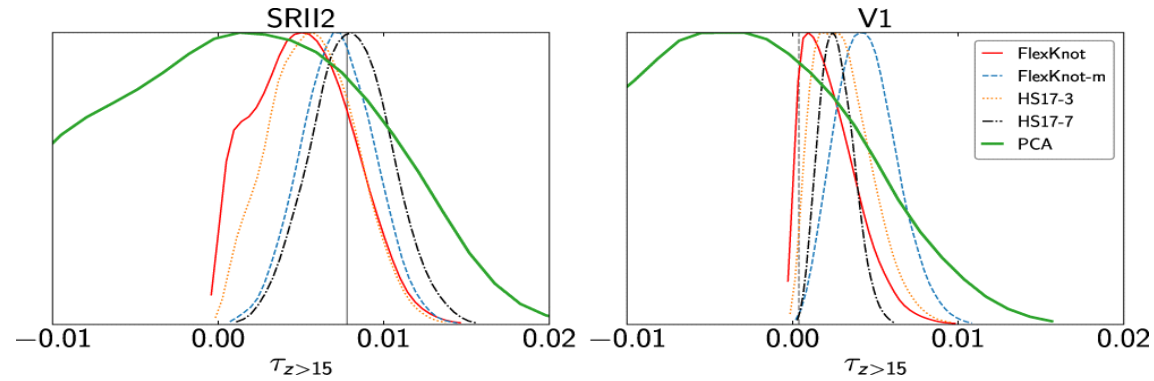


Figure 19. Left: estimation of $\tau_{z>15}$ derived by calculating the likelihood by Equation 12 through resampling of CMB E-mode(limited range of ℓ and the τ -prior). The mock data used here is based on SRII2 model. Right: same method as left panel, but the mock data used here is based on V1 model.

IV. 결론

LiteBIRD와 같은 이상적인 CV 제한 장치로 측정된 온도와 편광의 CMB 각도 파워 스펙트럼이 재이온화 초기 단계에 대한 정보를 제공할 수 있는지 조사했다. 이를 위해, 먼저 광범위한 헤일로 종류에 따라 이온화율에 영향을 주는 여러 가지 재이온화 모형을 기반으로 CMB 모의 데이터를 생성했다. 그런 다음 MCMC 과정 동안 재이온화 역사를 샘플링하는 다양한 방법(PCA, FlexKnot 및 HS17)을 선택했다. 또한 표준 방식(TT , TE 및 EE 파워 스펙트럼에서 전체 ℓ 범위 사용)뿐만 아니라 재샘플링 방식(τ 에 대한 사전 확률이 적용된 EE 파워 스펙트럼에서 제한된 ℓ 범위 사용)으로도 CMB 가능도를 지정했다.

모든 샘플링 방법은 일반적인 표준 가능도를 사용할 때 CV 제한 실험에 의한 Planck 추정치보다 강한 제약 조건으로 τ 에 대한 합리적인 추정치를 보여준다. 또한 CV 제한 실험은 초기 재이온화 역사에 대한 명확한 지표인 부분 광학적 깊이 $\tau_{z>15}$ 를 추정하는 데 Planck보다 훨씬 더 강력하다. 이러한 실험은 모의 데이터의 $\tau_{z>15} \sim 0.008$ 일 때 분석을 통해 주변화된 $\tau_{z>15}$ 의 사후 확률에 대한 두 꼬리 분포를 제공하며, 다른 모델 데이터를 사용했을 때처럼 더 작은 $\tau_{z>15}$ 에 대해서도 그렇게 될 것으로 예상된다. 따라서 CV 제한 실험을 통해 고적색편이($z \geq 15$) 재이온화가 활성화 여부를 알 수 있다. 그러나 PCA, FlexKnot 및 HS17 분석을 이용한 $\tau_{z>15}$ 의 추정값이 V1, SR12 모형의 $\tau_{z>15}$ 값보다 더 크거나 작은 값으로 편향된다는 것을 발견했다.

반면에 재샘플링된 가능도가 사용될 때, $z > 15$ 에서 능동적인 재이온화를 갖는 모형은 $\tau_{z>15}$ 사후 확률 최빈값이 실제 값에 훨씬 더 가까워지도록 더 잘 탐색할 수 있는 것으로 보인다. 그러나 $z > 15$ 에서 무시할 수 있는 재이온화를 가진 모형 예를 들어 V1 같은 모형은 더 이상 제대로 조사되지 않는다. 이 작업에서 $\tau_{z>15}$ 를 정확하게 조사하는 단일 방법을 찾을 수 없었다. 따라서 $\tau_{z>15}$ 의 정확한 추정이 다소 모호하다는 결론을 내렸다. 그러나 단일 데이터의 체계(CMB 비등방성)에서, 그러한 재샘플링은 고적색편이 재이온화가 활성화될 때 $\tau_{z>15}$ 를 정확하게 추정할 가능성이 있다. 따라서 $\tau_{z>15}$ 를 탐사하기 위한 최적의 일관성 있는 방법을 찾아내기 위한 향후 작업이 필요하다.

각 표본 추출 방법에는 장단점이 있다. PCA는 τ 에 대한 합리적인 예측력을 가지고 있지만 $x_e(z)$ 에서 비물리성을 갖고 있으며, 테스트 된 샘플링 방법 중 $\tau_{z>15}$ 를 추정하는 데 가장 저조한 성능을 보인다. FlexKnot, FlexKnot-m, HS17-3 및 HS17-7은 τ 와 $\tau_{z>15}$ 를 추정할 때 유사한 동작을 보인다. 그러나 이러한 방법으로 다른 재이온화 역사를 구별하는 것은 PCA만큼 간단하지 않다. 그 이유는 PCA 분석에서 PC가 C_ℓ^{EE} 에 대한 상대적 중요도에 따라 가중되고 정렬되므로 주요 2개 (m_1, m_2) 또는 3개 (m_1, m_2, m_3) 성분이 재이온화 역사의 대부분을 결정하기 때문이다. 반대로 HS17은 각 node에 대해 $x_e(z)$ 를 균일하게 샘플링하므로 $z-x_e$ 평면에서 서로 다른 재이온화 모형의 판별이 수행되어야 한다. 그러나 모든 $x_e(z)$ 의 주변화된 사후 확률 분포는 보통 상한값이 제한되어 있고 하한값은 제한되어 있지 않기 때문에 모형 식별에 주변화된 $x_e(z)$ 를 사용하는 것은 어려움이 있다(Fig. 12와 Fig. 13의 상부 윤곽선만 있음을 참조). 그러나 HS17 분석 방법으로 추정된 $\tau_{z>15}$ 은 상한값과 하한값의 제한이 어느 정도 있는 것으로 보여, 반드시 $\tau_{z>15}$ 를 탐사할 수 없는 것을 의미하지는 않는다. 이 현상은 i 번째 node에 대해서도 하한값이 없는 $x_e(z_i)$ 가지며 $z_i > 15$ 가 아닌 FlexKnot 분석에서도 나타난다. 따라서 재이온화 역사의 직접적인 판별을 위해 HS17 또는 FlexKnot을 사용하는 것은 한계가 있으며, 판별을 위한 유일한 매개변수로 $\tau_{z>15}$ 를 사용해야 할 수 있다.

매개변수 τ 와 부분 매개변수 $\tau_{z>15}$ 는 기본 매개변수가 아니라 파생된 매개변수이다. τ 의 사후 확률 분포가 PCA에서 입력값을 거의 정확하게 복구할 수 있다는 것을 발견했다(Fig. 14). HS17과 FlexKnot의 경우 앞서 언급한 것처럼 분포는 PCA에서 파생된 것보다 분산이 작지만 모두 더 큰 τ 값을 나타내는 경향이 있으며 편향이 약 $1 \sim 2\sigma$ 수준이다. 이것은 두 분석 방법이 다른 사전 확률을 가지기 때문이라고 생각한다. 예를 들어 원래 FlexKnot은 $z-x_e$ 평면에서 z 에 따라 x_e 는 범위 $0.0001 \sim 1+f_{He}$ 값을 가질 수 있으므로 z 의 변화에 따라 같은 τ 값(flat- τ)을 가질 수 있다. MB2018이 제안한 것처럼 z 의 변화에 따라 같은 τ 값을 갖는 사전 확률(flat- τ prior)을 사용하면 τ 에 대한 편향을 억제할 수 있다. 그러나 τ 와 같은 파생 매개변수에 대해 z 의 변화에 따라 같은 τ 값을 갖는 사전 확률을 사용해야 할 타당한 근거가 없다. 그러므로 이 문제는 본 논문에서 시행한 것처럼 이론으로부터 모의 데이터를 생성하고, 특정 MCMC 방법과 사전 확률이 목표, 파생된 매개변수

를 추정할 때 어떻게 작동하는지 관찰하는 순방향 모델링을 통해 해결해야 한다.

PCA의 경우 물리적 성질 위반이 항상 문제가 된다. 그래서 로그 기반 PCA를 사용하여 비물리성을 처리하고자 시도했으나 선형 기반 PCA에서 봤던 예측력은 손실된다는 것을 발견했다. 이 현상은 사전 확률 조건의 영향을 받는 또 다른 예시이다. 선형 기반 PCA는 $\tau_{z>15}$ 에 대한 예측력이 HS17 및 FlexKnot보다 훨씬 낮다. 이는 부분적으로 x_e 의 비물리성이 $z < 6$ 보다 $z > 15$ 에서 나타난 더 심한 비물리성 때문이다. 이를 위해 Ahn *et al.*(2012)같이 MCMC 샘플링 동안 물리성을 부여할 수 있다.

이 연구에서 CV가 C_l^{EE} 파워 스펙트럼의 관찰을 제한한다고 가정했지만, 이것만이 CMB의 τ 에 대한 궁극적인 제약은 아니다. Meyers *et al.*(2018)은 은하단에 존재하는 자유 전자에 의해 유도된 편광 신호를 사용하여 τ 에 대해 훨씬 더 정확한 제약을 얻을 수 있다고 주장했다. 이러한 편광 신호는 은하단에서 관측되는 시간상으로 먼 CMB 사중극자(quadrupole)에 의해 결정되고 이러한 사중극자가 큰 규모에서 CMB E-모드 편광을 유도하기 때문에, 사중극자와 E-모드 편광을 상호 상관(cross-correlating)한 CMB 지도를 통해 τ 에 대한 제약을 CV 제한 E-모드 파워 스펙트럼만 사용한 지도에 비해 몇 배 더 개선할 수 있다. 이 편광 신호는 아직 감지되지 않았지만, 우주 탐사선으로서의 통계적 능력을 고려할 때 추가 조사할 가치가 있다.

고적색편이($z \geq 15$) 우주를 직접 탐사한 관측 자료는 21cm 배경복사에 대한 관측을 제외하고는 없다. $z = 5 \sim 10$ 에서 관측된 광도 밀도(예: Ishigaki *et al.*, 2018)와 $z \leq 8$ 에서 전체 이온화율(예시: $z \leq 7$ 에서의 하한값: McQuinn *et al.*, 2008, Ouchi *et al.*, 2010, McGreer *et al.*, 2015, $z \simeq 7$ 에서의 제한값: Schenker *et al.*, 2014; Greig *et al.*, 2017 Davie 2018, Mason *et al.*, 2018, $z \simeq 8$ 에서의 상한선: Schenker *et al.*, 2014, Mason *et al.*, 2019)의 제약은 매우 강하다고 주장된다(Hazra *et al.*, 2020; Paoletti *et al.*, 2021). Paoletti *et al.*(2021)는 이러한 모든 관측치를 결합할 경우, 고적색편이 이온화율은 1σ 수준에서 $\tau_{z>15} < 0.001$ 로 매우 낮다고 주장하였다. 그러나, 주로 천체물리학적 제약 조건의 체계적 불확실성 때문에 이러한 강한 제약 조건을 수용하고 이를 수용하는 것은 시기상조라고 생각한다. 이온화된 부분에 대한 제약 조건은 여전히 매우 불확실하며 결과는 예를 들어 $z \simeq 7$ 에서 서로 완벽히 일치하지 않는다 (Schenker *et al.*, 2014; Greig *et al.*, 2017;

Davies *et al.*, 2018; Mason *et al.*, 2018). Ishigaki *et al.*(2018)에 따르면 관측된 자외선 광도 함수를 제한된 절대 등급에 대한 변수에 상수를 부여하는 특정 가정을 통해 전체 우주의 이온화율로 변환할 수 있다.

많은 재이온화 관련 관측 중 Experiment to Detect the Global EoR Signature (EDGES; Bowman *et al.*, 2018)에 의해 연속 전경 신호에 대한 흡수의 검출이 주장된 것은 우주 재이온화 초기 단계에 가장 직접적인 탐사이다. 21cm 선의 밝기를 온도로 환산하면 $T_b \simeq -500\text{mK}$ 이며, 이 절댓값은 표준 ΛCDM 우주론의 최대 절댓값인 $\sim 200\text{mK}$ 와 차이를 보인다. 이러한 큰 흡수 값은 아직 알려지지 않은 기원의 전경 신호의 존재(Ewall-Wice *et al.*, 2018) 또는 암흑 물질 입자와 바리온의 이례적으로 높은 상호 작용과 같은 여러 가지 시나리오의 가능성이 생긴다(Tashiro *et al.*, 2014; Barkana 2018). 최근, the Shaped Antenna measurement of the background Radio Spectrum 3(SARAS 3)에 의한 새로운 관측은 EDGES가 주장한 신호의 널(null) 검출과 함께 EDGES 분석과 서로 모순되는 것으로 보인다(Singh *et al.*, 2021). 따라서 미래의 CMB 관측을 통해 $z > 15$ 에서 물리적으로 독립적인 제약 조건을 갖는 것은 ΛCDM 패러다임의 운명을 결정하고, EDGES 및 SARAS 3 데이터의 해석을 판단하며, 어떻게 초기 천체물리학적 광원이 나타났는지를 이해하는 데 유용할 것이다.

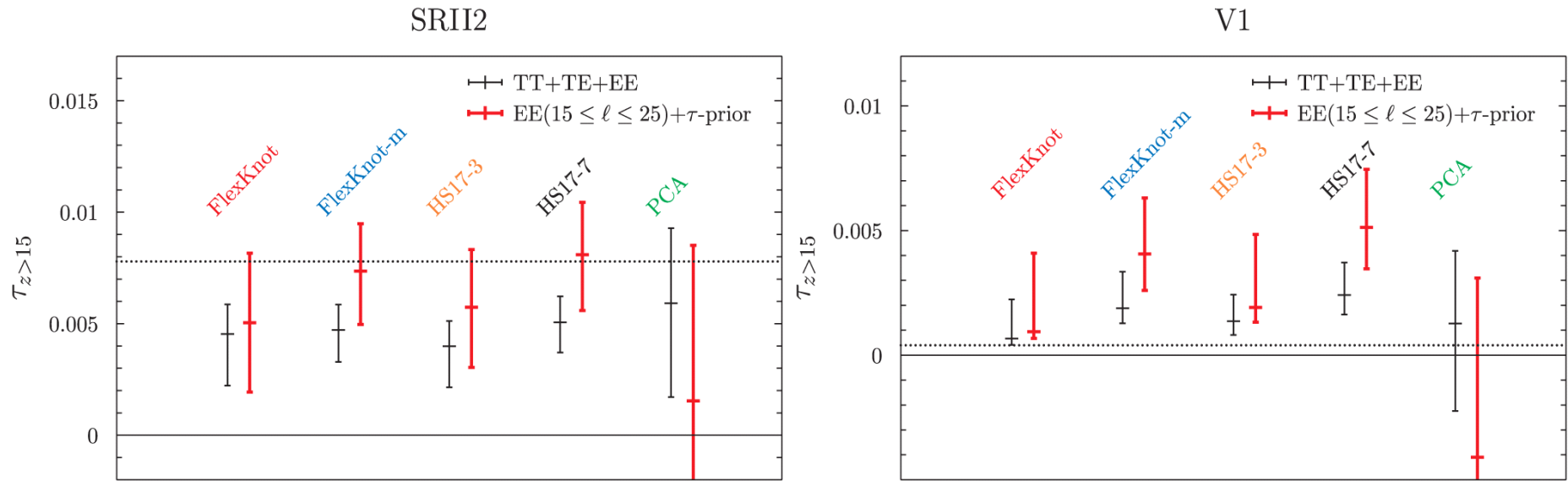


Figure 20. Results for each sampling method of $\tau_{z>15}$. The error bars refer to the 1σ confidence of the estimated by each sampling method. The mock data used in the left panel is SRII2 model based, and the mock data used in the right panel is based on V1 model. The dotted line represents the actual of each model.

V. 참고 문헌

- 안경진, 2019, 다양한 고적색편이 별탄생 모형에 따른 우주 재이온화 역사의 변이, 천문학논총, 34(3), 67-79
- Ahn, K., Iliev, I. T., Shapiro, P. R., et al., 2012, Detecting the Rise and Fall of the First Stars by Their Impact on Cosmic Reionization, *ApJL*, 756(1), L16
- Ahn, K. & P. R. Shapiro, 2021, Cosmic Reionization May Still Have Started Early and Ended Late: Confronting Early Onset with Cosmic Microwave Background Anisotropy and 21 cm Global Signals, *ApJ*, 914(1), 44
- Barkana, R., 2018, Possible interaction between baryons and dark-matter particles revealed by the first stars, *Nature*, 555(7694), 71-74
- Bowman, J. D., Rogers, A. E., Monsalve, R. A., Mozdzen, T. J., & Mahesh, N., 2018, An absorption profile centred at 78 megahertz in the sky-averaged spectrum, *Nature*, 555(7694), 67-70
- Dahal, S., Appel, J. W., Datta, R., Brewer, M. K., et al., 2022, Four-year Cosmology Large Angular Scale Surveyor (CLASS) Observations: On-sky Receiver Performance at 40, 90, 150, and 220 GHz Frequency Bands, *ApJ*, 926(1), 33
- Davies, F. B., Hennawi, J. F., Bañados, E., Lukić, Z., et al., 2018, Quantitative Constraints on the Reionization History from the IGM Damping Wing Signature in Two Quasars at $z > 7$, *ApJ*, 864(2), 142
- Dodelson, S., 2003, *Modern Cosmology*, Amsterdam: Academic Press, 310-312
- Ewall-Wice, A., Chang, T. C., Lazio, J., et al., 2018, Modeling the Radio Background from the First Black Holes at Cosmic Dawn: Implications for the 21 cm Absorption Amplitude, *AJ*, 868(1), 63
- Gandilo, N. N., Ade, P. A., Benford, D., Bennett, C. L., et al., 2016, The Primordial Inflation Polarization Explorer (PIPER), *Proc. SPIE*, 9914, 99141J
- Gnedin, N. Y., 2000, Effect of reionization on structure formation in the

- universe, *ApJ*, 542(2), 535
- Greig, B., Mesinger, A., McGreer, I. D., et al., 2017, Ly α emission-line reconstruction for high- z QSOs, *MNRAS*, 466(2), 1814–1838
- Haiman, Z., & Bryan, G. L., 2006, Was star formation suppressed in high-redshift minihalos?, *ApJ*, 650(1), 7
- Haiman, Z., & Holder, G. P., 2003, The reionization history at high redshifts. I. Physical models and new constraints from cosmic microwave background polarization., *ApJ*, 595(1), 1
- Hasegawa, K. & Semelin, B., 2013, The impacts of ultraviolet radiation feedback on galaxies during the epoch of reionization, *MNRAS*, 428(1), 154–166
- Hazra, D. K., Paoletti, D., Finelli, F., et al., 2020, Joining Bits and Pieces of Reionization History, *PhRvL*, 125(7)
- Hazra, D. K. & Smoot, G. F., 2017, Witnessing the reionization history using Cosmic Microwave Background observation from Planck, *JCAP*, 2017, 028
- Hazumi, M., Ade, P. A., Adler, A., et al., 2021, LiteBIRD satellite: JAXA's new strategic L-class mission for all-sky surveys of cosmic microwave background polarization, *Proc. SPIE*, 11443, 114432F
- Heinrich, C., & Hu, W., 2018, Does Planck 2015 polarization data favor high redshift reionization?, *PhRvD*, 98(6), 063514
- Heinrich, C., & Hu, W., 2021, Reionization effective likelihood from Planck 2018 data, *PhRvD*, 104(6), 063505
- Holder, G. P., Haiman, Z., Kaplinghat, M., et al., 2003, The reionization history at high redshifts. II. Estimating the optical depth to Thomson scattering from cosmic microwave background polarization, *ApJ*, 595(1), 13.
- Hu, W., & Holder, G. P., 2003, Model-independent reionization observables in the CMB, *PhRvD*, 68(2), 023001
- Ishigaki, M., Kawamata, R., Ouchi, M., et al., 2018, Full-data Results of Hubble Frontier Fields: UV Luminosity Functions at z similar to 6–10 and a Consistent Picture of Cosmic Reionization, *ApJ*, 854(1), 73
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., et al., 2011, Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (Wmap) Observations: Cosmological

- Interpretation, *ApJS* 192(2), 18
- Lee, K., Génova-Santos, R. T., Hazumi, M., et al., 2021, A Forecast of the Sensitivity on the Measurement of the Optical Depth to Reionization with the GroundBIRD Experiment, *ApJ*, 915(2), 88
- LiteBIRD Collaboration, Allys, E., Arnold, K., et al., Probing Cosmic Inflation with the LiteBIRD Cosmic Microwave Background Polarization Survey, arXiv e-prints, arXiv:2202.02773.
- Mason, C. A., Fontana, A., Treu, T., et al., 2019, Inferences on the timeline of reionization at z similar to 8 from the KMOS Lens-Amplified Spectroscopic Survey, *MNRAS*, 485(3): 3947–3969
- Mason, C. A., Treu, T., Dijkstra, M., et al., 2018, The universe is reionizing at $z \sim 7$: bayesian inference of the IGM neutral fraction using Ly α emission from galaxies, *ApJ*, 856(1), 2
- McGreer, I. D., Mesinger, A., & D’Odorico, V., 2015, Model-independent evidence in favour of an end to reionization by $z \approx 6$, *MNRAS*, 447(1), 499–505
- McQuinn, M., Lidz, A., Zaldarriaga, M., et al. 2008, Probing the neutral fraction of the IGM with GRBs during the epoch of reionization, *MNRAS*, 388(3), 1101–1110.
- Meyers, J., Meerburg, P. D., Van Engelen, A., & Battaglia, N., 2018, Beyond CMB cosmic variance limits on reionization with the polarized Sunyaev-Zel’dovich effect, *PhRvD*, 97(10), 103505
- Millea, M., & Bouchet, F., 2018, Cosmic microwave background constraints in light of priors over reionization histories, *A&A*, 617, A96
- Miranda, V., Lidz, A., Heinrich, C. H., & Hu, W., 2017, CMB signatures of metal-free star formation and Planck 2015 polarization data, *MNRAS*, 467(4), 4050–4056
- Mortonson, M. J., & Hu, W., 2008, Model-independent constraints on reionization from large-scale cosmic microwave background polarization, *ApJ*, 672(2), 737–751
- Okamoto, T., Gao, L., & Theuns, T., 2008, Mass loss of galaxies due to an

- ultraviolet background, *MNRAS*, 390(3), 920–928
- Ouchi, M., Shimasaku, K., Furusawa, H., et al., 2010, Statistics of 207 Ly α emitters at a redshift near 7: Constraints on reionization and galaxy formation models, *ApJ*, 723(1), 869
- Paoletti, D., Hazra, D. K., Finelli, F., & Smoot, G. F., 2021, Dark twilight joined with the light of dawn to unveil the reionization history, *PhRvD*, 104(12), 123549
- Perotto, L., Lesgourgues, J., Hannestad, S., Tu, H., & Wong, Y. Y., 2006, Probing cosmological parameters with the CMB: forecasts from Monte Carlo simulations, *JCAP*, 2006(10), 013
- Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., et al., 2016, Planck 2015 results–xiii. cosmological parameters, *A&A*, 594, A13
- Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., et al., 2016, Planck 2015 results–XX. Constraints on inflation, *A&A*, 594, A20
- Planck Collaboration, Aghanim, N., Akrami, Y., et al., 2020, Planck 2018 results–VI. Cosmological parameters, *A&A*, 641, A6
- Planck Collaboration, Aghanim, N., Akrami, Y., et al., 2021, Corrigendum: Planck 2018 results, *A&A*, 652, C4
- Qin, Y., Mesinger, A., Bosman, S. E., & Viel, M., 2021, Reionization and galaxy inference from the high-redshift Ly α forest, *MNRAS*, 506(2), 2390–2407
- Qin, Y., Poulin, V., Mesinger, A., et al., 2020, Reionization inference from the CMB optical depth and E-mode polarization power spectra, *MNRAS*, 499(1), 550–558
- Sakamoto, H., Ahn, K., Ichiki, K., et al., 2022, Probing the Early History of Cosmic Reionization by Future Cosmic Microwave Background Experiments, *ApJ*, 930(2), 140
- Schenker, M. A., Ellis, R. S., Konidakis, N. P., & Stark, D. P., 2014, Line-emitting galaxies beyond a redshift of 7: an improved method for estimating the evolving neutrality of the intergalactic medium, *ApJ*, 795(1), 20
- Singh, S., Nambissan, T., Subrahmanyam, R., et al., 2022, On the detection of a

- cosmic dawn signal in the radio background, *NatAs*, 6(5), 607–617
- Tashiro, H., Kadota, K., & Silk, J., 2014, Effects of dark matter–baryon scattering on redshifted 21 cm signals, *PhRvD*, 90(8), 083522
- Thoul, A. A., & Weinberg, D. H., 1996, Hydrodynamic Simulations of Galaxy Formation. II. Photoionization and the Formation of Low Mass Galaxies, *ApJ*, 465, 608
- Vazquez, J. A., Bridges, M., Hobson, M. P., & Lasenby, A. N., 2012, Model selection applied to reconstruction of the Primordial Power Spectrum, *JCAP*, 2012(06), 006
- Visbal, E., Haiman, Z., & Bryan, G. L., 2015, Limits on Population III star formation in minihaloes implied by Planck, *MNRAS*, 453(4), 4456–4466
- Watts, D. J., Addison, G. E., Bennett, C. L., & Weiland, J. L., 2020, Beyond optical depth: Future determination of ionization history from the cosmic microwave background, *ApJ*, 889(2), 130
- Wu, X., McQuinn, M., Eisenstein, D., & Iršič, V., 2021, The high-redshift tail of stellar reionization in LCDM is beyond the reach of the low- ℓ CMB, *MNRAS*, 508(2), 2784–2797

VI. 부록

본문에서 설명하지 못한 기본적인 물리량 두 가지를 이곳에 소개한다.

6.1. 적색편이(redshift, z)

적색편이는 천체에서 방출한 빛의 파장이 천체가 관측자에게서 멀어지는 운동이나 우주의 팽창 등으로 인해 관측했을 때, 파장이 길어지는 현상을 의미한다. 예를 들면 우리는 라이먼-알파선의 파장이 121.6nm인 것을 알고 있다. 하지만 관측자로부터 거리가 먼 천체에서 방출한 빛은 적색편이 되어 121.6nm보다 높은 파장에서 관측할 수 있다. 이를 정량화하기 위해 식으로 표현하면 아래와 같다:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_{\text{emit}}}{\lambda_{\text{emit}}} = \frac{\lambda - \lambda(t)}{\lambda(t)}. \quad (29)$$

위 식에서 λ 는 관측자가 관측한 파장이며 λ_{emit} 은 천체가 방출한 빛의 파장이다. 식(29)의 분자와 분모는 모두 길이 단위를 포함하므로 결과적으로 z 는 단위를 가지지 않는다. 한 천체를 관측했을 때, 라이먼-알파선의 파장이 486.4nm라면, 식(29)을 통해 $z=3$ 이라는 것을 알 수 있다. 즉, 우리는 관측을 통해 z 를 알 수 있고, z 에 따라 관측자와 천체의 거리를 알 수 있다. 떨어진 거리는 빛의 속도에 비해 매우 크기 때문에, z 가 높을수록 우주의 과거를 보는 것이라고 할 수 있다. 따라서 z 는 시간에 대한 정보를 가지고 있다.

6.2. 광학적 깊이(optical depth, τ)

광학적 깊이는 천체에서 방출한 광자가 진행함에 따라 물질에 의해 산란, 흡수되는 빛의 양을 의미한다. 본 논문에서는 CMB 광자가 IGM의 중성수소에서 분리된 자유 전자에 의해 산란된 빛의 양을 의미한다. 즉, 자유 전자밀도가 높을수록 산란된 빛의 양이 많으므로 광학적 깊이가 자유 전자밀도의 정보를 제공할 수 있다. 우주 재이온화에 의한 광학적 깊이 τ 는 아래와 같이 표현된다:

$$\tau = \int_{l(z=\text{recom})}^{l(z=0)} n_e \sigma_T dl \quad (30)$$

$$= \int_{z=\text{recom}}^{z=0} n_e \sigma_T \frac{c}{H(z)(1+z)} dz. \quad (31)$$

적분 구간은 우주 재결합이 일어난 시점부터 현재까지이며, 여기서 n_e 는 자유 전자 밀도이며, $n_{H,0}(1+f_{He})x(z)(1+z)^3$ 으로 나타낼 수 있다. $n_{H,0}$ 은 현재 우주의 수소 개수밀도이며, f_{He} 는 수소 원자 개수밀도 대비 헬륨의 원자 개수밀도이다. $x(z)$ 는 적색편이 z 일 때, 이온화도이다. dl 은 CMB 광자가 이동한 거리로, $cdz/H(z)(1+z)$ 로 나타낼 수 있으며, $H(z)$ 는 z 에서의 허블 상수이다. σ_T 는 톰슨 산란 단면적이며, CMB 광자가 전하를 띄는 자유 전자에 의해 산란되므로, 톰슨 산란 단면적을 사용하였다. 자유 전자가 느끼는 톰슨 산란 단면적은 아래와 같이 표현된다:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right)^2 \quad (32)$$

여기서 q 는 입자 당 전하이므로, ϵ_0 는 유전율이며, m 은 전자의 질량, c 는 광속이다. dl 과 σ_T 을 대입하여 식(30)의 우항을 계산하면 τ 는 무차원이 된다. 식(31)에 의해 우주 재이온화 동안의 광학적 깊이를 계산하여 자유 전자밀도를 알고, 재이온화가 얼마나 일어났는지 알 수 있다.

위 문단에서는 우주 재이온화 전체의 광학적 깊이를 계산하는 방법에 서술하였다. 우주 재이온화 초기의 재이온화 진행 정도를 알 수 있는 부분적 광학적 깊이인 $\tau_{z>15}$ 는 적색편이 $z=15 \sim 30$ 동안의 광학적 깊이이며, 아래와 같이 표현할 수 있다:

$$\tau_{z>15} = \int_{l(z=30)}^{l(z=15)} n_e \sigma_T dl \quad (33)$$

$$= \int_{z=30}^{z=15} n_e \sigma_T \frac{c}{H(z)(1+z)} dz. \quad (34)$$

식(33)을 계산하면, 적분 구간 동안의 자유 전자밀도를 알 수 있으므로, 적분 구간 $z = 15 \sim 30$ 의 우주 재이온화 초기에 종족 III형 별에 의해 얼마나 재이온화가 일어났는지 알 수 있다.