



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2023년 2월

석사학위 논문

등가 가속 수명 시험 설계

조선대학교 대학원

산업공학과

서위건

등가 가속 수명 시험 설계

Design of Equivalent Accelerated Life Test Plan

2023년 2월 24일

조선대학교 대학원

산업공학과

서 위 건

등가 가속 수명 시험 설계

지도교수 김성준

이 논문을 석사 학위논문으로 제출함

2022년 10월

조선대학교 대학원

산업공학과

서위건

서위건의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교수 백정우 (인)

위원 조선대학교 교수 신종호 (인)

위원 조선대학교 교수 김성준 (인)

2022 년 12 월

조선대학교 대학원

목차

제 1 장 서론	10
제 1 절 연구 배경 및 목표	10
제 2 절 논문의 구성	11
제 2 장 이론적 배경	12
제 1 절 선행 연구	12
제 2 절 가속수명시험	13
제 3 절 와이블 분포	17
제 4 절 Arrhenius 모형	18
제 5 절 등가 가속수명시험	19
제 3 장 연구 방법	21
제 1 절 가속수명 모형	21
제 2 절 불완전한 시험자료를 고려한 등가 가속수명시험의 설계 25	
제 4 장 연구 결과	29
제 1 절 수치 예제	29
제 2 절 민감도 분석	34
제 5 장 결론 및 향후 연구	36
참고문헌	37

표 목차

표 1. 가속수명시험 데이터	22
표 2. 변화설계요소별 등가 시험설계의 점근분산	32
표 3. 시료 수를 변화설계요소로 설정한 경우	32
표 4. 중단시간을 변화설계요소로 설정한 경우	32
표 5. 스트레스 수준을 변화설계요소로 설정한 경우	32
표 6. 1% 변동에서 기준 및 등가 시험설계의 점 근분산	34
표 7. 3% 변동에서 기준 및 등가 시험설계의 점 근분산	34
표 8. 5% 변동에서 기준 및 등가 시험설계의 점 근분산	34

그림목차

그림 1. 스트레스 부과 방법	14
그림 2. 수명-스트레스 관계	14
그림 3. 가속수명시험의 절차	15
그림 4. 가속수명시험 모형	16
그림 5. 변화 설계 요소로 시료 수를 채택한 경우 우	30
그림 6. 변화 설계 요소로 중단시간을 채택한 경우 우	31
그림 7. 변화 설계 요소로 스트레스 수준을 채택 한 경우	31

ABSTRACT

Design of Equivalent Accelerated Life Test Plan

Wigeon Seo

Advisor: Prof. Seongjoon Kim, Ph.D.
Department of Industrial Engineering
Graduate School of Chosun University

The design of the Accelerated Life Test (ALT) has been widely investigated in the literature. Typical ALT is designed to be performed as the initial design without compromising or changing plans during conducting tests. In practice, however, the initial design may not be completed due to various reasons; for example, unexpected equipment failures, test sample losses, etc. In this case, the ALT model fails to yield sufficient accuracy as designed. In this study, we propose an approach for the design of supplementary or alternative ALT plans that are equivalent to the initial design. The proposed method is demonstrated by the numerical examples using the device-A data. A sensitivity analysis is also performed to investigate the robustness of the proposed method.

국문 초록

가속수명시험(Accelerated Life Test, ALT)은 정상 작동 조건보다 가혹한 조건에서 시험을 실시하여 짧은 시간에 고장 데이터를 얻기 위한 시험으로 다양한 산업 분야에서 널리 사용된다. 일반적인 ALT 는 시험을 수행하는 동안 초기 시험계획의 변경이나 조기중단을 고려하지 않는다. 하지만 현실에서는 예상치 못한 장비의 고장, 실험 샘플의 손실 등과 같은 다양한 이유로 인하여 초기 설계가 완료되지 않을 수 있다. 이 경우 ALT 모델은 시험계획 수립시에 목표한 시험의 정확도를 달성하지 못하게 되는데, 이에 대한 보완 내지는 대처방안에 대한 연구는 부족한 실정이다.

본 연구는 초기의 가속수명시험 계획을 완료하지 못하고 중단되어 불완전한 가속수명시험 데이터가 주어졌을 때, 초기 가속수명시험계획의 목표를 달성할 수 있는 등가 가속수명시험 계획의 설계를 위한 접근법을 제안한다. 먼저 가속수명시험에 대한 등가성을 정의하고 불완전한 시험데이터가 주어진 상황 하에서 초기 가속수명시험 계획의 목표를 달성하기 위한 추가 가속수명시험에 필요한 시료 수, 중단시간, 스트레스 수준을 결정할 수 있는 방법을 개발하였다. 수치 예제를 통해서 제안방법을 통한 등가 가속수명시험계획의 정밀도를 평가하고 민감도 분석을 실시하여 시험계획의 강건성을 평가하였다.

제 1장 서론

제 1절 연구 배경 및 목표

제품을 사용기간 동안 고장 없이 원래 기능을 수행하도록 설계하는 것은 중요하다. 오늘날 대부분의 제품은 고장 없이 오랜 기간 사용할 수 있도록 설계된다. 따라서 일상 제품들의 정상 사용조건에서 시험 기간 내에 고장 데이터를 확보하는 것은 현실적으로 불가능하다. 이러한 문제를 해결하기 위해 많은 제조업체는 정상 사용조건보다 훨씬 가혹한 조건에서 실험하여 빠른 시간에 고장 데이터를 얻기 위한 방법인 가속수명시험(Accelerated Life Test, ALT) 방법을 사용한다.

일반적인 가속수명시험은 실험을 진행하는 동안 실험을 중단하거나 도중에 계획을 변경하지 않고 초기 설계한 대로 수행한다. 그러나 현실 상황에서는 예상하지 못한 장비의 고장이나 시험 샘플의 손실 등과 같은 다양한 이유로 인하여 초기 설계가 완료되지 않을 수 있다. 초기에 설계한 대로 실험을 완료하지 못한다면 충분한 정확도를 제공하지 못하며 시간과 비용 등에 막대한 손해를 입게 된다.

따라서 본 연구의 목표는 가속수명시험 도중 불안정한 정보를 얻게 되었을 때 처음 목표로 했던 수준과 동등한 결과를 보일 수 있는 보완 또는 대체 시험계획을 설계하는 방법을 제안한다.

제 2절 논문의 구성

1 장 이후 본문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 이론적 배경을 설명한다. 실험에 사용된 이론인 가속수명시험(Accelerated Life Test)이 무엇인지에 대한 설명과 정상 사용조건에서의 수명을 추정하기 위해 채택한 수명분포인 와이블 분포와 수명-스트레스 관계에 이용한 Arrhenius 모형에 관한 기본적인 이론들을 설명한다. 또한, 연구를 위한 등가성의 정의와 등가성을 평가하기 위한 척도를 소개한다. 3 장에서는 연구에 사용된 가속수명시험 모형과 등가 가속수명시험을 설계하기 위한 방법론을 제안한다. 4 장에서는 수치 예제를 통한 등가가속수명시험의 설계사례와 성능평가와 민감도 분석을 수행한다. 마지막으로 5 장에서는 연구 결과를 정리하고 향후 연구과제를 소개한다.

제 2장 이론적 배경

제1절 선행 연구

가속수명시험의 경우 스트레스 부과 방법과 수명분포의 종류에 따라 형태가 달라진다. Yang et al.[1]은 스트레스 부과 방법으로 일정형 스트레스 방식을 이용했다. Pascual et al.[2]은 수명분포로 와이블 분포를 사용하여 가속수명시험 설계를 진행하였다.

등가 시험설계의 경우도 어떤 조건을 기준으로 삼는지에 따라 형태가 달라진다. Liao et al.[3]와 HU et al.[4]은 Log-Location-Scale 분포에서 등가 설계를 하였고, Chen et al.[5]은 점진형 스트레스 인가방식에서 등가 설계를 실시하였다. 또한, Zhu et al.[6]와 Liao et al.[7]는 각각 다양한 스트레스 인가 조건과 다중 목적에서 설계하였으며, Bae et al.[8]는 가속 열화시험에서 등가 설계를 하였다.

이처럼 가속수명시험과 등가 시험설계에 대한 연구는 수년에 걸쳐 많이 이루어졌다. 하지만, 당초 설계한 가속수명시험계획이 완료되지 않은 불완전한 데이터가 주어져 있는 상황에서 유연하게 초기 가속수명시험계획의 설계목표를 달성할 수 있는 등가 가속수명시험의 설계방법에 대한 연구는 부족한 실정이다.

제2절 가속수명시험

오늘날 많은 제품은 수년 혹은 수십 년의 수명을 갖는다. 고객들은 이러한 제품들을 오랜 기간 고장 없이 사용하기를 원한다. 이와 같은 이유로 제조업체에서는 제품들이 사용 기간 동안 제 기능을 수행하도록 신뢰성 시험에 대한 필요성이 증대되고 있다. 하지만, 현실적으로 신뢰성 분석을 위하여 사용 조건에서 고장 데이터를 얻는 것은 거의 불가능하다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 대부분의 제조업체는 가속수명시험(Accelerated Life Test, ALT) 방법을 사용한다.

가속수명시험은 시험 기간을 단축하기 위하여 정상 사용 조건보다 훨씬 가혹한 조건에서 실시하여 빠른 시간 내에 수명 데이터를 획득하는 시험이다. [9] 시험에 사용되는 스트레스의 종류로는 온도, 전압, 압력, 진동, 전류 등이 있다. 스트레스 수준을 정상 사용조건보다 높게 설정함으로써 고장을 가속화하며 각 스트레스 조건마다 수명-스트레스 모형이 달라질 수 있다. 예를 들어, 온도를 채택하는 경우 Arrhenius 모형, 전압을 이용한 내구시험은 역 거듭제곱 모형, 온도와 그 외의 스트레스를 함께 가하면 Eyring 모형 등으로 나타난다. [10]

가속 조건에서 제품의 고장 메커니즘을 촉진하기 위해 스트레스 가속을 사용하는데 스트레스 부과 방법은 일정형, 계단형, 점진형, 주기형 스트레스 가속 등이 있다. (그림 1) 본 연구에서는 일정형 스트레스 가속을 사용하였다.

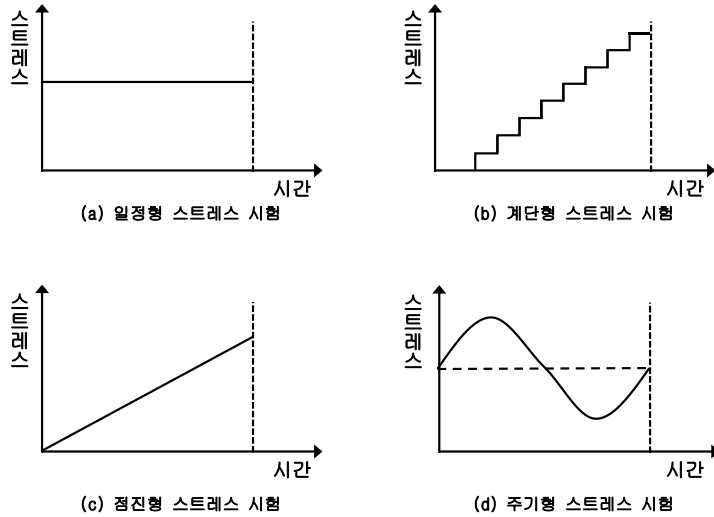


그림 1. 스트레스 부과 방법

가속 조건에서 획득한 수명 데이터를 수명-스트레스 관계를 이용하여 사용조건으로 외삽(extrapolation)하여 정상 사용조건에서의 수명을 추정할 수 있다. 수명-스트레스 관계는 다음 그림 2와 같이 나타난다.

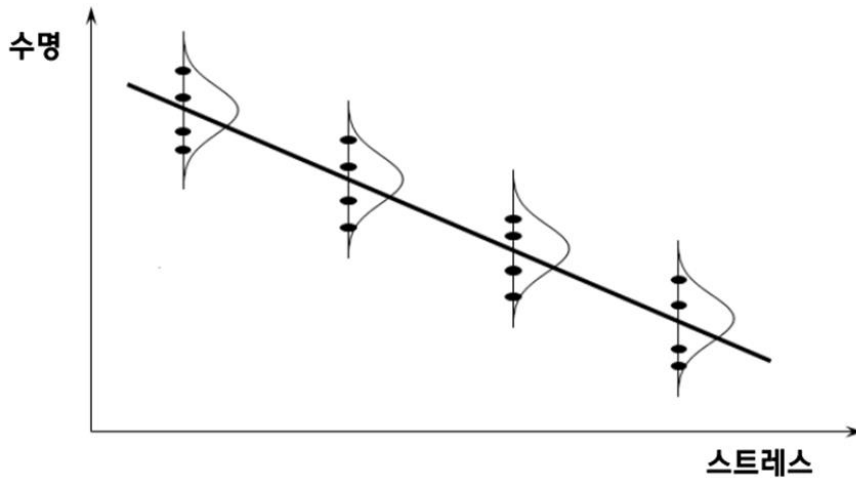


그림 2. 수명-스트레스 관계

가속수명시험은 대상을 정한 뒤 고장원인, 메커니즘 등을 조사하고 가속 모형을 정한다. 이후 가속 시험법을 확정한 뒤 시험 계획을 수립하고 시험 결과를 토대로 가속시험의 통계적 분석과 사후관리를 실시한다. 이러한 일련의 과정은 그림 3 과 같다.

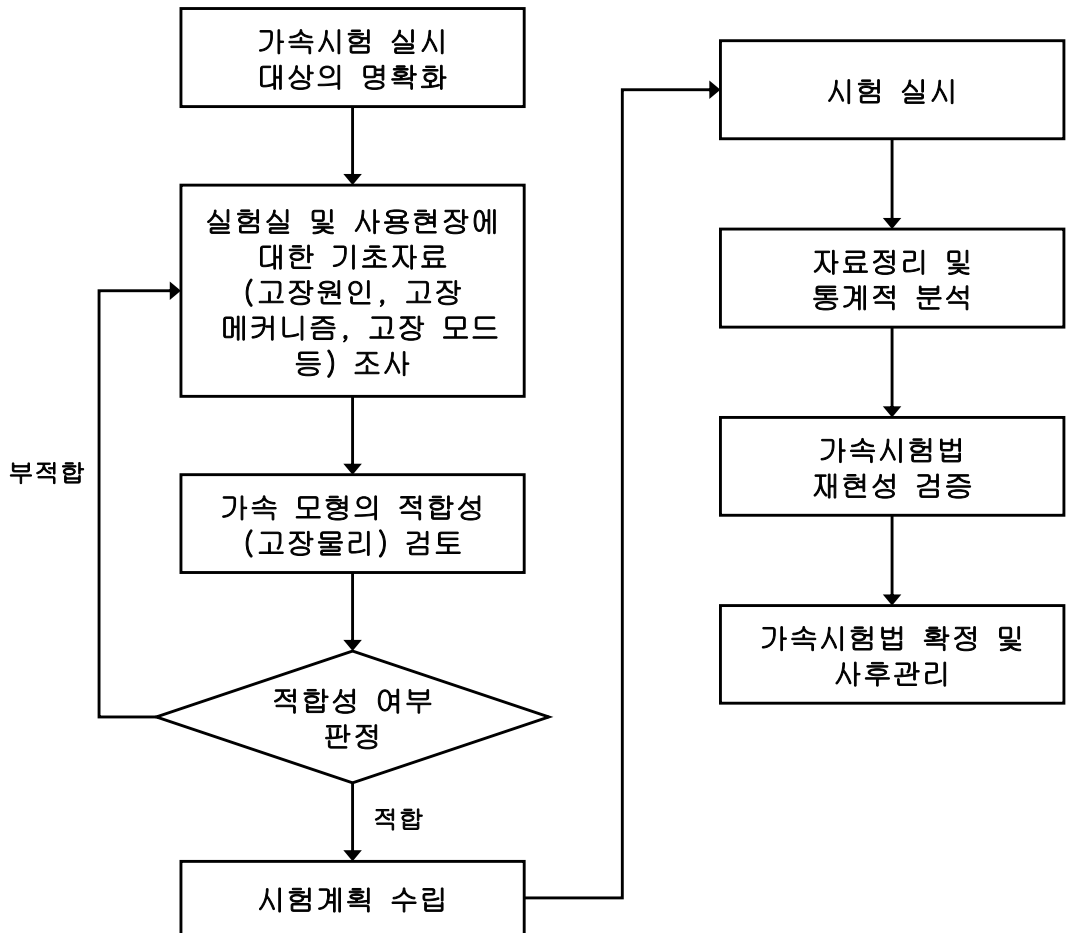


그림 3. 가속수명시험의 절차

가속수명시험을 수행한 이후 정상 사용조건에서의 수명을 추정하기 위해서는 두 가지 모형이 필요하다. 해당 모형은 데이터 분석을 위한 “수명분포”와 정상 사용조건으로 외삽(extrapolation)하기 위한 “수명-스트레스 관계”로 구성되어 있으며 각 모형에 대한 종류는 그림 4에 나와 있다.

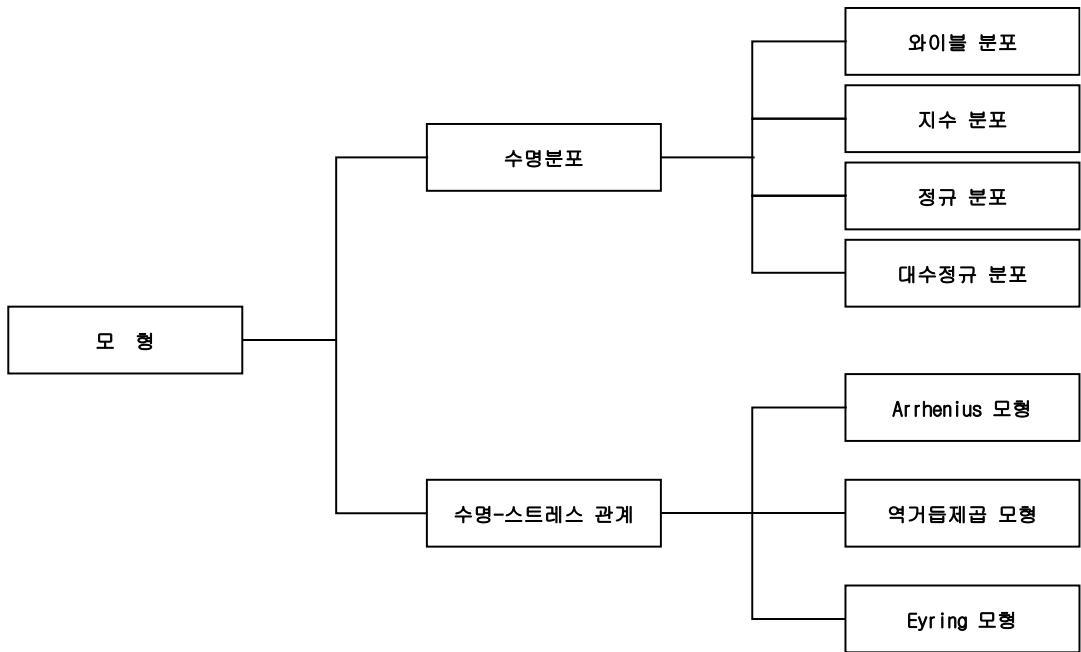


그림 4. 가속수명시험 모형

가속수명모형은 그림 4에서 제시된 수명분포와 수명-스트레스 관계식의 조합으로 수립할 수 있으며, 본 연구에서는 가속 모형에서 가장 널리 사용되는 Weibull-Arrhenius 모형을 가정하였다.

제3절 와이블 분포

제품의 사용 가능 기간에 대한 확률분포인 수명분포(life distribution)는 수명 분석을 수행할 수 있는 신뢰성 척도 중 하나이다. 수명분포에는 와이블 분포, 지수분포, 정규분포, 대수정규분포 등이 있지만, 본 연구에서는 수명 분석에서 가장 많이 사용되는 와이블 분포를 다루도록 한다.

와이블 분포는 재료의 강도를 분석하기 위해 고안되었으며, 반도체, 볼 베어링, 엔진, 진공관, 절연체 등 수명 자료에 폭넓게 사용된다. 와이블 분포의 모수인 형상모수(Shape parameter), 척도모수(Scale parameter) 및 위치모수(Location parameter)의 값에 따라 다양한 분포로 표현할 수 있다. [9] 또한 해당 모수 값에 따라 감소형(Decreasing Failure Rate), 일정형(Constant Failure Rate), 증가형(Increasing Failure Rate) 모두 대응할 수 있어 신뢰성 분석에서 가장 자주 사용된다. [10]

와이블 분포의 누적 분포 함수(Cumulative Distribution Function, CDF)와 확률 밀도 함수(Probability Density Function, PDF)는 각각 수식 1 과 수식 2 와 같이 표현할 수 있다.

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right) \quad \text{수식 1}$$

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right) (t > 0) \quad \text{수식 2}$$

Where, β = Shape parameter

η = Scale parameter

제4절 Arrhenius 모형

가속수명시험을 통해 얻은 데이터를 정상 사용조건으로 추정하기 위해서는 수명-스트레스 관계를 알아야 한다. 수명-스트레스 관계식은 수명분포의 모수와 스트레스 함수식으로 표현되며 Arrhenius 모형, 역 거듭제곱 모형, Eyring 모형 등이 있다. [10] 본 연구에서는 Arrhenius 모형을 사용하였다.

Arrhenius 모형은 온도 스트레스에 의한 가속 조건을 사용했을 때 주로 사용되는 수명-스트레스 관계이다. [9] 따라서, Arrhenius 모형에 대한 반응을 v_r 과 온도 Temp에 대한 관계식은 수식 3 과 같이 표현된다.

$$v_r(Temp) = \exp\left(\gamma + \frac{E_a}{\kappa \times (Temp + 273.15)}\right) \quad \text{수식 3}$$

Where, v_r : 반응을 또는 반응속도

γ : 대상 제품의 고장 메커니즘과 시험 조건의 특성에 따른 상수

E_a : 활성화 에너지 (단위는 전자볼트, eV)

κ : Boltzmann 상수 $\left(8.6171 \times 10^{-5} = \frac{1}{11604.83} eV/K\right)$

Temp : 절대온도 (K, °C+273.15)

제5절 등가 가속수명시험

가속수명시험을 설계할 때, 모델 매개변수, 특정 조건에서의 평균 수명, 고장까지의 정량적 시간 추정 등 신뢰성 특성에 대해 추정하는 것이 일반적이다. 이러한 통계적 추정치들은 ALT 계획에서 최적화 기준으로 고려될 수 있다.

예를 들어, 사용조건의 백분위수 수명을 관심 변수로 설정하는 경우 이에 대한 점근 분산을 가속수명시험 설계의 척도로 설정하고 이를 최소화하는 분산 최적성을 시험설계의 기준으로 사용한다. 모델 매개변수를 추정하는 것이 주요 관심사인 경우는 Fisher-Information Matrix 의 결정 요인을 최대화하는 D-optimality가 기준이 된다. 모델 매개변수를 추정하는 다른 방법으로는 최대우도 추정(MLE) 혹은 Bayesian 추정과 같은 방법도 사용할 수 있다. [6]

두 개의 가속수명시험 계획을 설계할 때, 위에서 언급한 신뢰성 특성에 대하여 동일한 기준을 가지며 제약 조건을 충족하면서 동등한 목표를 달성한다면 두 계획은 “동등하다. (등가이다)” 고 할 수 있다. 등가 ALT 와 관련된 여러 문헌[2,3,6,7,8]에서 등가성에 대해 언급이 되었으며 몇 가지 정의에 대해 소개하려고 한다.

Definition 1. 두 개의 ALT 계획은 원하는 모든 목적함수의 동일한 값을 생성하는 경우 동등하다.

Definition 2. 테스트 단위 수, 예상 고장 횟수 또는 총테스트 시간에 대한 동일한 제약 조건에서 가속수명시험 설계 척도의 절대 차이가 $\delta(\delta \geq 0)$ 미만인 경우 두 테스트 계획은 동등하다.

Definition 3. 두 개의 ALT 계획은 모든 제약 조건을 만족하고 가속수명시험 설계 척도의 상대오차가 $\delta(\delta \geq 0)$ 보다 작으면 동등하다.

본 연구에서는 **Definition 3.**을 등가성의 기준으로 삼고 최적의 등가 가속수명시험 설계를 위한 방법을 제안하고자 한다.

제 3장 연구 방법

제1절 가속수명 모형

가속수명 모델을 설계하기 위해서는 몇 가지의 변수 설정이 필요하다. 본 연구에서는 일정형 스트레스 인가를 고려하였으며, 가속수명시험의 가정사항은 다음과 같다.

- S_D 는 정상 사용조건에서의 스트레스 수준이며, S_L 과 S_H 는 각각 최소, 최대 스트레스 수준이다. p 개의 스트레스 수준 S_i 는 $S_D = S_L \leq S_1 \leq \dots \leq S_p \leq S_H$ 와 같이 표현된다.
- i 번째 스트레스 수준에서의 시료 개수는 n_i 이며, 전체 시료 개수는 $N = \sum_i^p n_i$ 이다.
- i 번째 스트레스 수준에서의 관측중단시간은 τ_i 이다.

Ξ 를 ALT 시험 계획이라고 했을 때, 위에서 정의된 변수들을 ALT 설계에 필요한 변수라고 하고, 스트레스 수준이 p 개라고 한다면, 가속수명 시험계획은 수식 4와 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\Xi = \{(n_1, \tau_1, S_1), (n_2, \tau_2, S_2), \dots, (n_p, \tau_p, S_p)\} \quad \text{수식 4}$$

본 논문에서의 연구는 가속수명 모델로 Weibull-Arrhenius 모델을 가정한다. Weibull-Arrhenius 모델은 수식 5와 같이 표현할 수 있다.

$$T \sim \text{Weibull}(v_r(\text{Temp}), \beta) \quad \text{수식 5}$$

위 모델은 Weibull 분포를 따르기 때문에 매개변수는 척도모수와 형상모수로 이루어져 있으며, 척도모수는 Arrhenius 모형이 적용된다.

실험에서 사용된 가속수명 데이터의 모형은 수식 6 과 같이 표현된다.

$$X = [Life^T, Status^T, Temperature^T] \quad \text{수식 6}$$

$$Life^T = [t_{11}, t_{12}, \dots, t_{pn_p}]^T \quad (\text{고장시간})$$

$$Status^T = [C_{11}, C_{12}, \dots, C_{pn_p}]^T \quad (\text{관측중단 여부})$$

$$Temperature^T = [S_{11}, S_{12}, \dots, S_{pn_p}]^T \quad (\text{스트레스 수준})$$

위 식을 표로 나타내면 다음과 같다. (표 1)

Life	Status	Temperature (°C)
t_{11}	C_{11}	S_{11}
\vdots	\vdots	\vdots
t_{pn_p}	C_{pn_p}	S_{pn_p}

표 1. 가속수명시험 데이터

Weibull-Arrhenius 모형의 매개변수 추정을 위하여 최대 우도 추정법(Maximum Likelihood Estimation, MLE)을 사용하는데, 우도 함수(Likelihood function)는 확률밀도함수($f(t)$)의 곱으로 표현된다. [11]

우도 함수의 성질을 유지하며 모수 θ 추정에 계산의 용이함을 위하여 자연로그를 취한 함수를 로그-우도 함수(Log-Likelihood function)라 한다. 본 연구에서 가속수명시험데이터는 독립적이며 관측 중단 시간이 τ_i 인 우측 관측 중단형의 형식을 갖는다. t_{ij} 를 스트레스 수준 S_i 에서 j 번째 시료의 고장 시간이라고 하면 가속수명시험 데이터의 로그-우도 함수는 수식 7로 표현될 수 있다 [7].

$(\Theta|X)$

$$= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} \left[C_{ij} \log(f(t_{ij}, S_i; \Theta)) + (1 - C_{ij}) \log(1 - F(\tau_i, S_i; \Theta)) \right]$$

수식 7

$$\text{where, } C_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if unit } i \text{ fails at } S_i \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$\sum_i^p n_i = N$ (전체 시료 수), Θ : 모델 매개변수, $f(\cdot)$: pdf, $F(\cdot)$: CDF

가속수명 모델 모수의 추정치와 분산-공분산행렬 $(\hat{\theta}, \hat{\Sigma}_{\theta})$ 는 Maximum Likelihood Estimation (MLE) 을 통해서 추정할 수 있다. 이때, 모수는 $\hat{\theta} = (\gamma, E_a, \beta)$ 로 각각 모형상수, 활성화에너지, 형상모수를 뜻한다.

가속수명시험 설계의 목적은 사용조건에서 목표 신뢰성 척도의 정밀도를 극대화, 즉 오차를 최소화 하는 것이다. 본 연구에서는 사용조건인 100p 백분위수 수명 $t_p = F^{-1}(p, S, \theta)$ 을 관심변수로 설정하고 이에 대한 점근 분산을 설계척도로 채택한다. 이 때, 점근 분산은 Delta Method 에 의해 수식 8 과 같이 구해진다. [12]

$$\text{Avar}(G(\theta)) \approx \left[\frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} \right]^T \times \Sigma_{\theta} \times \left[\frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} \right]$$

수식 8

수식 9 의 계산식은 모델 매개변수를 편미분 한 값인 Gradient 행렬 $\left[\frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} \right]$ 과 Fisher-Information Matrix(피셔 정보 행렬)의 역행렬 값인 $\Sigma_{\theta} (\Sigma_{\theta} = F^{-1})$ 으로 이루어져 있다. 각각의 값들은 수식 9 와 수식 10 으로 계산할 수 있다.

$$\left[\frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} \right] = \nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial F^{-1}(p, S, \theta)}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F^{-1}(p, S, \theta)}{\partial E_a} \\ \frac{\partial F^{-1}(p, S, \theta)}{\partial \beta} \end{pmatrix}$$

수식 9

$$\widehat{\Sigma}_{\theta} = \begin{pmatrix} Avar(\gamma) & Acov(\gamma, E_a) & Acov(\gamma, \beta) \\ Acov(\gamma, E_a) & Avar(E_a) & Acov(E_a, \beta) \\ Acov(\gamma, \beta) & Acov(E_a, \beta) & Avar(\beta) \end{pmatrix} \quad \text{수식 10}$$

또한, 수식 9의 계산식에서 $G(\theta)$ 는 모수 추정치의 함수로 신뢰성 함수의 추정치 및 수명 분위수 추정치와 같다. 여기서 분위수란 전체 구간에서 100p%가 고장나는 시점이다. 이는 B 수명으로 표현되기도 하며, 전체 제품의 누적 고장확률이 10%가 되는 시점을 B_{10} 수명 혹은 10% 백분위수라고 한다. [10]

제2절 불완전한 시험자료를 고려한 등가 가속수명시험의 설계

본 논문의 주요 목적은 불완전한 상황에서 등가 가속수명시험을 설계하는 것이다. 따라서, 시험을 진행하기에 앞서 우리가 정의한 등가성이란 무엇인지와 불완전한 상황은 어떠한 상황인지에 대한 내용을 설명해야 한다.

먼저, 2.5 절에서 정의한 여러 등가성의 정의 중 **Definition 3.**을 등가성의 기준으로 삼았다. **Definition 3.**에서 δ 는 사전에 설정한 허용오차를 가리킨다.

여기서 두 개의 ALT 계획이란, 기준 가속수명시험 계획(T)과 불완전한 시험자료(X)를 포함하는 등가 가속수명시험 계획(E)를 말한다. 이때, 불완전한 시험자료(X)는 처음 계획한 ALT 시험을 완수하지 못한 가속수명시험 자료를 말하며 다음의 조건들이 해당한다.

- 3 수준 시험 계획이었지만 현장에서 가용한 용량은 2 대인 경우
- 실험 진행 도중 중단 문제가 발생한 경우
- 한 조건의 결과가 손실된 경우
- 실험의 $n\%$ 가 진행되었을 때 현재까지의 결과가 예상한 결과대로 가고 있는지 확인이 필요한 경우
- 모든 조건의 설계가 다시 필요한 경우(해당 상황은 기존의 가속 수명 모델 설계와 같다.)
- 이 외에도 불완전한 자료를 얻을 수 있는 모든 상황.

위와 같이 불완전한 정보가 얻어진 경우 최초의 계획과 동등한 결과를 도출하기 위한 보완 실험 설계, 즉 등가 가속수명시험 계획이 필요하다. 가속수명모델의 수명-스트레스 관계식의 절편과 활성화 에너지 그리고 형상모수가 (γ, E_a, β) 로 주어졌을 때, 기존 가속수명시험 계획의 신뢰성 척도(예: 백분위수 수명)의 정밀도인 점근분산을 $Avar(\Xi_T)$ 라고 하자. 불완전한 데이터(X_I)와 등가 가속수명시험 계획(E)으로부터 얻어지는 정보행렬을 각각 F_X 와 F_{Ξ_E} 라고 할 때, 합계 정보행렬 $F_E = (F_{X_I} + F_{\Xi_E})$ 의 역행렬은 불완전한 시험자료와 등가 가속수명시험 설계로부터 얻어지는 분산-공분산 행렬 $\Sigma_E = \Sigma(X_I, \Xi_E)$ 이 된다. 그러면 가속수명시험 계획의 설계척도인 점근분산은 $\nabla^T \Sigma_E \nabla = Avar(X_I, \Xi_E)$ 과 같이 얻어질 수 있다. 본 연구에서는 주어진 시험계획 Ξ 에 대한 정보행렬 및 점근분산의 계산을 위해 Monte-Carlo 시뮬레이션 방법을 사용한다. 가속수명모델과 모수 (γ, E_a, β) 로부터 시뮬레이션을 통해 Ξ 에 대해서 생성된 i 번째 데이터를 X_{S_i} 라고 하자. 그러면 X_{S_i} 에 대해서 계산되는 단위정보행렬을 F_i 라고 하고, 총 K 개의 단위정보행렬을 생성했다면 시험계획 Ξ 에 대한 평균정보행렬 F_{Ξ} 은 단위정보행렬의 기대값인 $\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K F_i$ 로 얻을 수 있다.

기존 가속수명시험 계획과 등가 가속수명시험 계획의 등가성은 Definition 3 에 의해서 두 점근분산의 상대오차가 허용오차 이내가 될 때 성립한다고 할 수 있다. 따라서 등가 가속수명시험의 설계에 있어서 최적화 문제의 목표는 불완전한 시험자료 X 가 주어져 있을 때, 기존 가속수명시험 설계의 점근분산($Avar(\Xi_T)$)과 허용오차 이내의 상대오차를 갖는 등가 가속수명시험 계획 Ξ_E 을 찾는 것이다. 최적화 문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

Objective. Minimize $\frac{|\nabla^T \Sigma(X, \Xi_E) \nabla - \nabla^T \Sigma(\Xi_T) \nabla|}{\nabla^T \Sigma(\Xi_T) \nabla}$

수식 11

Subject to $S_{\min} \leq S_i \leq S_{\max},$

$N_{\min} \leq N_i \leq N_{\max},$

$\tau_{\min} \leq \tau_i \leq \tau_{\max}$

이 때, 제약조건은 사전에 결정한 스트레스 수준, 시료 수, 중단시간의 범위를 만족하도록 설정한다.

불완전한 시험자료가 얻어지는 상황은 다양하므로, 이에 대한 등가 가속수명시험은 시료 수, 중단시간, 스트레스 수준에 대해서 사용자의 판단에 따라서 여러 종류의 시험계획을 설정할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 불완전한 시험자료 X가 얻어진 상황에서 보완 등가 가속수명시험을 설계하기 위한 절차를 설계변수 결정단계와 최적화 단계로 구분하여 제안한다.

설계변수 결정단계

Step 0: 현재까지 얻어진 불완전한 Data(X)를 진단하여 등가 가속수명시험 설계가 필요한 의사결정 변수(Ξ_E)를 선택한다. 초기 가속수명시험 계획인 수식 4의 변수 중 어느 변수에 불완전한 정보가 있는지 파악하는 과정이 필요하다.

Step 1: 모든 설계변수를 등가 가속수명시험의 의사결정변수로 선택하는 경우 해 탐색에 많은 시간이 소요될 뿐만 아니라 현실 적합성이 떨어지는 대안이 도출될 수 있다. 따라서 시험환경과 조건을 고려하여 등가 가속수명 시험설계의 최적화 의사결정 변수인 변화설계요소 (Ξ_E^V)와 사용자에게 의해 결정되는 고정

설계요소 (Ξ_E^F) 를 결정한다. 그러면 등가 가속수명시험 설계는 $\Xi_E = (\Xi_E^V, \Xi_E^F)$ 로 나타낼 수 있다.

최적화 단계

Step 2: 변화 설계 요소 Ξ_E^V 에 대해 제약조건 내의 탐색 범위를 설정한다. 예를 들어 시료 수를 변화설계요소로 설정한 경우, 제약조건인 (N_{min}, N_{max}) 구간에서 Grid-search 방법을 통해 등간격으로 의사결정변수 탐색구간을 설정할 수 있다.

Step 3: Step 2의 모든 구간에 대하여 각각 Monte-Carlo Simulation 방법을 통해 평균 정보행렬 F_{Ξ_E} 을 구하고 불완전한 데이터의 정보행렬인 F_{X_T} 을 활용하여 점근 분산 $Avar(X_T, \Xi_E)$ 을 계산한다.

Step 4: 변화설계요소에 대한 점근분산의 반응곡선 또는 반응표면모델을 이용하여 기준 가속수명시험 계획의 점근분산 $Avar(\Xi_T)$ 와 일치하는 최적 변화설계요소, 즉 등가 가속수명시험 설계를 찾는다. 이 때, 도출된 등가 가속수명 시험설계가 유일하지 않은 경우, 시험비용 또는 시간이 적게 드는 대안을 선택한다.

제 4장 연구 결과

제1절 수치 예제

이 장에서는 Definition 3.을 기반으로 등가 가속수명시험 설계에 대한 수치 예제를 보여준다. 수치 예제를 위한 사례는 Meeker et al.[12]에서 사용한 “Device-A” 데이터를 사용하였다. 가속수명시험 설계의 관심변수는 정상 사용 조건 10°C에서의 B₁ 수명 $t_{0.01} = F^{-1}(p = 0.01, S = 10, \theta)$ 라고 하자. 기준 가속수명시험 계획은 다음과 같다.

$$\Xi_T = \left\{ \begin{array}{l} (n_1 = 100, \tau_1 = 5000, S_1 = 40^\circ\text{C}), \\ (n_2 = 20, \tau_2 = 5000, S_2 = 60^\circ\text{C}), \\ (n_3 = 15, \tau_3 = 5000, S_3 = 80^\circ\text{C}) \end{array} \right\} \quad \text{수식 12}$$

기준 가속수명시험 계획에 사용된 모수는 Device-A 데이터에서 추정된 Weibull-Arrhenius 가속수명모델의 모수 $\theta = (\gamma = 0.1273848, E_a = 0.2198330, \beta = 2.0394652)$ 라고 가정한다. 그러면 가속수명시험의 설계적도인 사용조건의 B1 수명의 점근분산 $Avar(\Xi_T)$ 은 170로 얻어진다. 이 때, 기준 가속수명시험 설계 Ξ_T 에 대한 점근분산은 10,000개의 단위정보행렬의 평균을 통해서 계산하였다.

본 수치 예제에서는 Device-A의 3수준 가속수명시험에서 80°C조건을 시험을 수행하지 못한 상황을 가정하였다. 즉, 40°C, 60°C 조건을 각각 100개와 20개가 불완전한 시험자료 X_1 로 얻어진 상황에서 나머지 한 스트레스 수준에 대한 등가 가속수명시험을 설계하는 경우를 다룬다. 그러면 등가 가속수명시험 설계 의사결정 변수는 시료 수(n_3), 중단시간(τ_3), 스트레스 수준(S_3)이 된다. 본 수치 예제에서는 시료 수, 중단시간, 스트레스 수준을 각각 변화설계요소로

설정하고 나머지 2 개는 고정설계요소로 설정한 3 가지 경우를 고려하였다. 예를 들어, 시료 수를 변화설계요소로 설정한 경우 중단시간과 스트레스 수준은 당초 기준 가속수명시험 설계의 값을 채택하여 각각 5000 시간, 80℃로 고정한다. 유사하게, 중단시간을 변화설계요소로 설정한 경우는 시료 수와 스트레스 수준은 15 개, 80℃로 설정할 수 있다.

그림 5~7은 기준 실험설계의 80℃ 조건의 시험이 수행되지 않았을 때의 특정 불완전한 시험자료에 대해서 각각 시료 수, 중단시간, 스트레스 수준을 변화설계요소로 설정했을 때, 점근분산의 반응곡선과 등가 설계값(빨간 화살표)을 나타내고 있다. 실선으로 연결된 타점은 변화설계요소가 변화함에 따른 설계척도의 점근분산의 반응곡선을 나타내고 있다. 이 반응곡선과 기준 시험계획의 점근분산과 교차하는 지점이 변화설계요소에 대한 등가 설계값이다.

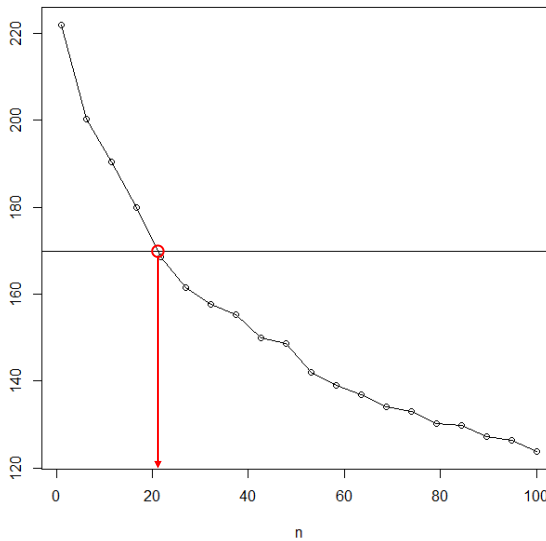


그림 5. 변화 설계 요소로 시료 수를 채택한 경우

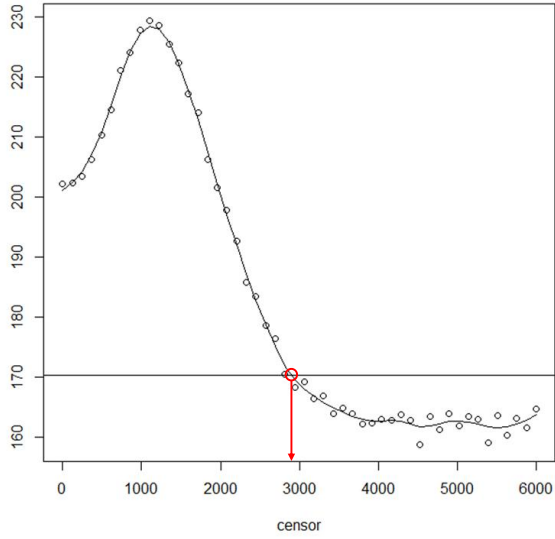


그림 6. 변화 설계 요소로 중단시간을 채택한 경우

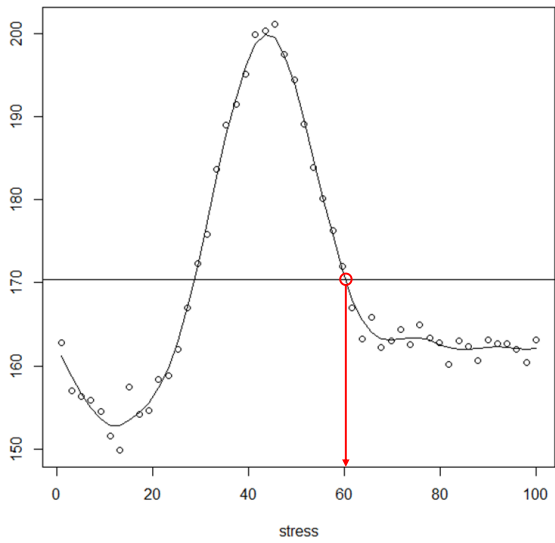


그림 7. 변화 설계 요소로 스트레스 수준을 채택한 경우

Avar(ε)	기준 가속수명 시험계획	변화설계요소		
		시료 수	중단시간	스트레스 수준
	170	167.9359	169.44658	166.85943

표 2. 변화설계요소별 등가 시험설계의 점근분산

표 2는 그림 6~8에서 등가 설계에 대한 점근분산 값을 나타내고 있다. 이 때, 시료 수는 정수로 결정되므로 등가 시험설계값에 대한 점근분산은 기준 시험계획보다 점근분산이 더 작게 추정되는 것을 알 수 있다.

마지막으로 제안한 등가 가속수명시험 설계방법의 성능과 특성을 검토하기 위해서 ε_T 에서 80°C 조건의 시험이 실시되지 않은 불완전한 시험데이터 X_i 를 모수 θ 로부터 Monte-Carlo simulation으로 1,000개 생성하였다. 각각에 대해서 3.2절에서 제안한 방법에 의해 도출된 등가 가속수명시험 설계의 변화설계요소 평균값을 아래 표에 고정설계요소와 함께 나타냈다.

	평균 등가시료 수(ε_E^V)	중단시간(ε_E^F)	스트레스 수준(ε_E^F)
등가 시험 계획	22	5000	80

표 3. 시료 수를 변화설계요소로 설정한 경우

	시료 수(ε_E^F)	평균 등가 중단시간(ε_E^V)	스트레스 수준(ε_E^F)
등가 시험 계획	15	2963.26	80

표 4. 중단시간을 변화설계요소로 설정한 경우

	시료 수(ε_E^F)	중단시간(ε_E^F)	평균 등가스트레스 수준(ε_E^V)
등가 시험 계획	15	5000	63.11

표 5. 스트레스 수준을 변화설계요소로 설정한 경우

표 3은 중단시간과 스트레스 수준이 고정설계요소일 때 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 생성된 1,000개의 불완전한 시험자료에 대한 등가 시료 수의 평균값을 나타낸다. 본 연구에서 제안한 방법은 불완전한 시험자료가 가진

정보량과 등가 시험설계로부터 얻을 수 있는 정보량을 합산하여 기준 시험계획과 동등한 설계척도를 달성하도록 변화설계요소를 탐색한다. 따라서 등가 시험계획의 결과는 불완전한 시험자료의 정보량에 의존하기 때문에 등가 시료 수는 기준 시험계획의 시료 수와 일치하지 않을 수 있다. 표 3의 경우, 기준 시험계획의 시료 수는 15 개이지만 80°C 조건의 시험데이터가 없는 불완전한 시험자료가 주어질 때는 평균적으로 등가성을 확보하기 위한 시료 수는 22 개 정도가 됨을 알 수 있다. 유사하게 표 4 과 표 5 의 경우 중단시간과 스트레스 수준을 변화설계요소로 설정했을 때의 평균적인 결과를 나타내고 있다.

제2절 민감도 분석

제안한 등가 시험설계 방법의 성능을 검토하기 위해서 가속수명설계 모수에 대한 민감도 분석을 실시하였다. 앞서 설명한 1 절의 수치 예제에 대해서 시험설계에서 가정한 가속수명시험의 설계 모수 $\theta = (\gamma, E_a, \beta)$ 와 실제 모수 $\theta^* = (\gamma^*, E_a^*, \beta^*)$ 가 같지 않을 때, 등가 시험설계와 기준시험계획에 대한 점근분산을 각각 계산하였다. 이 때, 민감도 분석을 위한 모수의 변동은 각각 $\pm 1\%$, $\pm 3\%$, $\pm 5\%$ 범위에서 부여하였다.

변화설계 요소	$\gamma+1\%$	$\gamma-1\%$	$E_a+1\%$	$E_a-1\%$	$\beta+1\%$	$\beta-1\%$	평균 상대오차
시료 수	168.95	164.09	157.01	175.52	170.83	168.22	
중단시간	166.69	170.96	165.68	173.99	173.57	172.16	1.85%
스트레스	168.21	169.94	168.42	168.34	169.53	165.43	
기준설계	171.04	170.22	173.68	166.40	172.05	167.65	1.27%

표 6. 1% 변동에서 기준 및 등가 시험설계의 점근분산

변화설계 요소	$\gamma+3\%$	$\gamma-3\%$	$E_a+3\%$	$E_a-3\%$	$\beta+3\%$	$\beta-3\%$	평균 상대오차
시료 수	166.41	169.49	138.65	184.15	167.78	164.55	
중단시간	170.22	170.32	153.79	173.30	168.27	168.90	3.33%
스트레스	168.06	170.46	163.10	174.12	172.11	163.78	
기준설계	169.24	169.96	177.39	154.00	178.21	162.83	3.88%

표 7. 3% 변동에서 기준 및 등가 시험설계의 점근분산

변화설계 요소	$\gamma+5\%$	$\gamma-5\%$	$E_a+5\%$	$E_a-5\%$	$\beta+5\%$	$\beta-5\%$	평균 상대오차
시료 수	168.37	169.62	123.71	195.42	173.26	164.37	
중단시간	170.59	167.29	156.08	171.52	171.13	167.23	4.11%
스트레스	167.93	169.62	166.56	163.55	173.14	164.98	
기준설계	171.28	169.06	183.32	140.12	182.18	158.96	6.73%

표 8. 5% 변동에서 기준 및 등가 시험설계의 점근분산

표 6 ~ 8 에 민감도 분석을 통해 계산된 점근분산이 주어져 있다. 모수의 변동이 존재하지 않는, 즉 $\theta = \theta^*$ 일 때의 점근분산을 170 이라고 했을 때, 1 절의 수치예제 조건에서 변화설계요소를 각각 시료 수, 중단시간, 스트레스 수준으로 설정했을 때의 등가 시험설계에 의한 점근분산을 비교하여 제안 방법의 강건성을 평가할 수 있다. 전반적으로 기준 점근분산 170 으로부터 크게 벗어나지 않는 강건한 특성을 보이는 것을 확인할 수 있다. 단, 활성화에너지 E_a 는 수명-스트레스 관계식에서 기울기를 결정하므로 가속수명시험 설계에 있어서 가장 민감하게 반응한다. 특히, ‘ $E_a - 5\%$ ’ 조건에서 변화설계요소를 시료 수로 설정하는 경우 민감도가 가장 불리한 것으로 확인되며, 170 을 기준으로 약 14.9%의 변동이 발생하였다. 절대적인 민감도 크기는 ‘ $E_a + 5\%$ ’ 이 가장 크게(27.2%) 나타나지만 점근분산이 작게 추정되어 유리한 특성을 가진다. 각 표의 하단에 제시된 ‘기준설계’는 기준 가속수명시험 계획이 정상적으로 완수된 경우에 점근분산의 변동을 나타내고 있다.

각 표의 ‘평균상대오차’는 등가 시험설계와 기준 시험설계의 점근분산을 $\theta = \theta^*$ 일 때의 점근분산 170 과 비교한 결과이다. 모수의 변동이 클수록 불완전한 시험자료를 활용하여 얻은 등가 시험설계가 상대적으로 강건한 경향을 확인할 수 있다.

제 5장 결론 및 향후 연구

본 연구에서는 다양한 원인으로 불완전한 시험자료가 얻어 졌을 때 최초 설계한 기준 시험계획과 동등한 설계적도를 달성할 수 있는 등가 가속수명시험의 설계방법을 제안하였다. 이 때, 합리적인 등가 시험계획을 결정하기 위해 고정 설계요소와 변화 설계요소를 구분하여 등가 시험을 설계하도록 하였으며, 불완전한 시험자료가 갖는 정보행렬과 추가 시험을 통해 기대되는 정보행렬을 활용하여 기준시험계획과 동일한 설계적도를 만족하는 등가 가속수명시험 설계를 결정할 수 있는 방법론과 절차를 제안하였다.

제안한 방법의 성능을 평가하기 위해 3 수준 가속수명시험 계획에서 한 수준을 완료하지 못한 상황을 불완전한 상황으로 가정하여 수치실험과 민감도 분석을 수행하였다. 그 결과, 불완전한 시험자료에서 얻어진 정보를 활용하여 등가시험을 설계하면 당초 시험계획의 목표를 달성할 수 있을 뿐만 아니라, 모수의 변동에도 강건한 시험을 수행할 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 특정한 수치 예제 상황에서 3 개의 의사 결정 변수(시료 수, 중단시간, 스트레스 수준) 중 2 개를 고정하고 하나의 변수에 대한 등가시험을 설계하였기 때문에 다양한 종류의 불완전한 시험자료가 주어질 수 있거나 시험설계 변수가 복잡한 경우를 다루지 못한 한계점이 있다. 향후 설계변수가 2 개 이상인 경우 뿐만 아니라 다양하게 주어질 수 있는 불완전한 시험자료 조건에서도 유연하게 적용할 수 있는 등가 수명시험 설계 방법론에 대한 확장연구가 진행될 필요가 있다.

참고문헌

- [1] Yang, Guang-Bin. "Optimum constant-stress accelerated life-test plans." IEEE transactions on reliability 43.4 (1994): 575-581.
- [2] Pascual, Francis. "Accelerated life test planning with independent Weibull competing risks with known shape parameter." IEEE Transactions on Reliability 56.1 (2007): 85-93.
- [3] Liao, Haitao, and Elsayed A. Elsayed. "Equivalent accelerated life testing plans for log-location-scale distributions." Naval Research Logistics (NRL) 57.5 (2010): 472-488.
- [4] Hu, Cheng-Hung, Robert D. Plante, and Jen Tang. "Equivalent step-stress accelerated life tests with log-location-scale lifetime distributions under Type-I censoring." IIE Transactions 47.3 (2015): 245-257.
- [5] Chen, Yunxia, Wenbin Sun, and Dan Xu. "Multi-stress equivalent optimum design for ramp-stress accelerated life test plans based on D-efficiency." IEEE Access 5 (2017): 25854-25862.
- [6] Zhu, Yada, and Elsayed A. Elsayed. "Design of equivalent accelerated life testing plans under different stress applications." Quality Technology & Quantitative Management 8.4 (2011): 463-478.
- [7] Liao, Haitao, and Zhaojun Li. "Multiobjective design of equivalent accelerated life testing plans." International journal of reliability, quality and safety engineering 15.06 (2008): 515-538.
- [8] 배석주. "Equivalent Accelerated Degradation Test Plans for a Nonlinear Random Coefficients Models." 19th ISSAT International Conference Reliability and Quality in Design. ISSAT, 2013.
- [9] 서순근, 김호균, 배석주, 윤원영. (2020). 신뢰성공학. 교문사.
- [10] 산업자원부 기술표준원. (2003). 신뢰성용어 해설서.
- [11] Nelson, Wayne, and William Q. Meeker. "Theory for optimum accelerated censored life tests for Weibull and extreme value distributions." Technometrics 20.2 (1978): 171-177.
- [12] William, Q. Meeker, and Luis A. Escobar. "Statistical methods for reliability data." A. Wiley Interscience Publications (1998): 639.