



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2022년 2월
석사학위논문

CMG를 장착한 위성의 최대 기동을 위한 자세명령생성 및 구동법칙

조선대학교 대학원

항공우주공학과

김 민 영

CMG를 장착한 위성의 최대 기동을 위한 자세명령생성 및 구동법칙

Attitude Command Generation and Steering Logic for Maximum Maneuver of
Spacecraft installed with CMGs

2022년 2월 25일

조선대학교 대학원

항공우주공학과

김 민 영

CMG를 장착한 위성의 최대 기동을 위한 자세명령생성 및 구동법칙

지도교수 이 현 재

이 논문을 공학석사학위 신청 논문으로 제출함

2021년 10월

조선대학교 대학원

항공우주공학과

김 민 영

김민영의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교수 김 태 규 (인)

위 원 조선대학교 교수 이 현 재 (인)

위 원 조선대학교 교수 정 성 훈 (인)

2021년 12월

조선대학교 대학원

목차

I. 서론	1
II. CMG 장착 위성 동역학	3
1. 위성 시스템 정의	3
2. CMG 장착 형상	4
3. CMG 장착 위성의 동역학 및 자세 운동학	9
III. FAM Chart	11
1. 단일 축 토크명령 생성	11
2. 가용 김벌 공간 정의	12
1) 김벌공간에서의 김벌 각가속도 궤적 및 각운동량 등고	13
2) 가용 김벌공간 정의	14
3. 구동기 성능 분석을 위한 FAM Chart 설계	16
1) 성능 분석 예제	17
IV. 위성 자세명령생성	19
1. 위성 최대 기동을 위한 자세명령생성 제한조건	19
2. Rest-to-Rest 기동 1축 자세명령생성	22
1) Bang-Bang I ($a_p < a_m$ and $\omega_p < \omega_m$ / $\theta_T \leq \theta_{b1}$)	23
2) Bang-Bang II ($a_p = a_m$ and $\omega_p < \omega_m$ / $\theta_{b1} < \theta_T \leq \theta_{b2}$)	25
3) Bang-off-Bang ($a_p = a_m$ and $\omega_p = \omega_m$ / $\theta_{b2} < \theta_T$)	27

3. Rest-to-Rest 기동 3축 자세명령생성	29
4. Spin-to-Spin 기동 자세명령생성	29
1) STEP 1. : Spin-to-Spin 기동 구간 정의	29
2) STEP 2. : Spin-to-Spin 기동 구간 별 1축 명령	30
3) STEP 3. : Spin-to-Spin 기동 구간 별 3축 명령	36
5. 수치 시뮬레이션	38
1) Rest-to-Rest 기동 프로파일 예제	38
2) Spin-to-Spin 기동 프로파일 예제	38
V. 다양한 기동에서의 CMG 구동 법칙	44
1. CMG 구동 법칙	44
1) Pseudo-inverse 구동 법칙	45
2) HL(Half-Leading) 구동 법칙	45
2. 각운동량 벡터 회복 구동 법칙	46
3. 수치 시뮬레이션	48
1) Rest-to-Rest 기동 예제	48
2) Spin-to-Spin 기동 예제	49
VI. 결론	56
[참고문헌]	58

ABSTRACT

Attitude Command Generation and Steering Logic for Maximum Maneuver of Spacecraft installed with CMGs

Min-young Kim

Advisor : Prof. Henzeh Leeghim, Ph.D.

Department of Aerospace Engineering,

Graduate School of Chosun University

Recently, high-agility spacecraft have garnered significant interest in the field of aerospace engineering to satisfy the demands of commercial and reconnaissance space missions. A representative method utilized for this purpose involves mounting high-torque generators (e.g., Control Moment Gyros, CMGs), on spacecraft. However, the utilization of CMGs to generate a control torque input while performing attitude control to reorient a spacecraft may create singularities, including an absence of a specific direction in the control torque.

To avoid this, an analysis chart called the feasible angular momentum chart (FAM chart) is usually utilized to maneuver CMG-equipped spacecraft effectively. This is defined by considering the gimbal angles of the CMG system that correspond to internal or external singularities and superimposing the results corresponding to each CMG, ultimately yielding a single gimbal space where the actuator limit prevents the generation of an accurate command torque input.

Various singularity avoidance/escape and robust steering schemes have been proposed to overcome geometric singularity problems associated with CMG systems. The position of the initial gimbal angle of the CMG system is closely related to the rotational maneuvering performance of the spacecraft. The angular momentum vector along any axis is a function of the gimbal angle, whose value is dependent on the gimbal vector of the spacecraft.

As the value of the gimbal angle must revert to its original value at the end of a

maneuver, the angular momentum vector must also revert to its initial value, which eventually leads to a singularity. In turn, this disrupts the generation of a desired torque command by the TPCMG. To recover the angular momentum maneuver, the vector while avoiding a singularity, this paper introduces a steering strategy based on optimal angular momentum vector recovery.

Attitude command generation in high-agility spacecraft, which aims to minimize the total maneuvering duration, also requires the consideration of various other constraints. An analytical attitude command generation technique is also proposed in this paper to improve the maneuvering performance of spacecraft. To this end, a novel scale adjustment and reallocation strategy is introduced to define constraints for attitude command generation and maximize maneuvering capability and the range of attitude reorientation.

I. 서론

최근 위성의 고기동성(High Agility)에 대한 요구가 크게 증가하는 것에 발맞춰, 현대 상업용 및 정찰 위성의 다양한 우주 임무(Space Mission)를 효과적으로 수행하기 위한 위성 고기동성 관련 연구는 현재까지 활발히 진행 중에 있다[1, 2, 3, 4, 5]. 이때, 위성 고기동성에 대한 요구를 충족시키기 위한 효과적인 방법으로 제시되고 있는 것 중 대표적인 것이 제어 모멘트 자이로 (Control Moment Gyros, CMG)와 같은 고 토크 구동기를 위성에 장착하는 것인데, 위성의 자세 재 지향(Attitude Reorientation)을 위한 자세 제어를 할 때, 제어 토크 입력을 발생시키기 위하여 구동기로서 CMG를 활용하게 되면, 특정 방향으로 토크가 발생되지 않는 특이점 문제(Singularity Problem)가 발생한다[6, 7].

특이점이란 CMG 김벌의 정렬 방식 및 구동기 장착 형상과 밀접한 관련이 있는데, 먼저 김벌의 정렬 방식을 두고 본다면 다음과 같다. 1) 만약 다수의 CMG가 클러스팅 되어 있는 시스템 내에서 각각의 CMG에 대한 김벌이 서로 반대 방향으로 정렬해 있는 경우에 내부 특이점이 발생하였다 (Internal Singularity, 0h)고 하며, 김벌이 동일한 방향으로 정렬해 있는 경우를 외부 및 포화 특이점 (External/Saturation Singularity, 2h)이 발생했다고 한다. 또한, CMG 장착 형상에 따라 특이점 분석의 난이도가 달라지는데, 일반적으로 자주 사용되는 피라미드형(Pyramid Array) 장착 구조의 경우는 기울임 각(Skew-Angle)에 따라 도출되는 내부 특이점의 형상이 복잡하여 특이점 회피가 매우 어렵다. 본 논문에서 구동기 장착 방식으로 지붕형(Roof Array) 방식을 채택하였으며, 지붕형 방식의 경우 내/외부 특이점이 비교적 간단한 형상을 띄고 있어 타 장착 형식에 비하여 특이점 회피에 수월하다는 장점이 있다.

또한, CMG를 장착한 위성의 효율적인 기동성능에 대한 분석 차트로서의 역할을 수행하는 FAM Chart[8]를 도출하는 과정에서도 특이점 발생을 반드시 고려한다. 여기서 FAM Chart는 CMG 김벌 배치 형상에 따른 내/외부 특이점이 발생할 수 있는 김벌각(Gimbal Angle) 쌍들을 정의한 김벌 공간(Gimbal Space) 내에 도시하고난 후, 구동기 한계로 인하여 정확한 명령 토크가 발생되지 않는 김벌 공간인 단일 공간(Singular Space)을 한 김벌 공간 내에 겹쳐 도시하는 것으로 정의된다. 따라서 CMG를 장착한 위성의 기동 성능 분석을 할 때, 특이점 및 구동기 한계로부터 발생하는 제어 토크 발생 불가 가능성을 가진 김벌 공간을 완전히 제외함으로써 가용 김벌 공간 내의 최대 각운동량 범위 및 CMG 김벌 운용 범위를 정의할 수 있게 되었다.

고기동 위성의 자세명령은 다양한 제한조건을 고려하되, 총 기동시간을 최소화 하는것이 목적이 다[2, 9]. 본 논문에서는 위성의 최대 기동성능 발휘를 위한 해석적인 자세명령생성 기법을 소개하고 있다. 이때, 자세명령생성의 제한조건을 정의하는 과정에 있어서 새로운 스케일 조정 할당 법칙을 도입하여 최대 기동 자세명령생성을 따라 위성이 기동 하며 자세 지향을 할 수 있도록 하는 것이 본 논문의 목표이다.

또한, 많은 연구진들은 앞서 언급한 CMG의 기하학적인 특이점 문제를 극복하기 위하여 다양한 특이점 회피/탈출 및 특이점 강건 구동 법칙에 대한 연구를 지속적으로 진행하고 있다[1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].

이때, CMG의 초기 김벌 각의 위치는 위성의 회전 기동성능과 밀접한 관련이 있다. 왜냐하면, 모든 축에대한 각운동량 벡터는 김벌각에 대한 함수로, CMG 김벌 벡터의 변화에 따라 항상 값이 바뀐다. 만약 모든 기동시간 내로 동일한 기동성능이 발휘되어야 하는 점이 매우 중요한 요소 중 하나라고 한다면, 각 축에 허용되는 각운동량 벡터는 Rest-to-Rest, Spin-to-Spin 과 같은 자세 기동을 시작하기 전에 그 값이 변경되지 않아야 한다. 즉, 김벌 각이 항상 초기에 정의된 방향으로 복귀하여야 한다는 의미다.

이때, 김벌 각을 항상 초기 위치로 복귀해야한다는 것은 결국 임의의 위성 자세 기동이 끝나갈 무렵 각운동량 벡터 또한 초기의 각운동량 벡터 위치로 복귀해야 한다는 것인데, 만약 복귀를 하지 않고 점점 초기 각운동량 벡터의 값과 멀어지게 된다면, 결국 특이점에 도달하게 된다. 특이점에 도달하면 CMG는 원하는 토크 명령 발생을 수행할 수 없는 상태에 이르게 되므로, 특이점 발생 방지에 필요한 각운동량 벡터의 회복을 위하여 본 논문에서는 최적 각운동량 벡터 회복 구동 법칙을 소개한다.

즉, 본 논문에서는 지붕형 장착방식을 따른 TPCMGs 를 장착한 인공위성이 다양한 기동 상황에서 최대 기동을 할 수 있도록 하는 자세명령생성법을 정의한다. 또한, 생성한 3축 자세명령에 대한 자세 지향 기동을 위하여 자세제어 시 구동기가 항상 특이점에 도달하지 않도록 하는 각운동량 벡터 회복 구동 법칙에 대하여 다루어보고자 한다.

II. CMG 장착 위성 동역학

최근 위성의 고기동성에 대한 요구가 증가함에 따라 현대 상업용 및 정찰 위성의 다양한 우주 임무(Space Mission) 를 효과적으로 수행하기 위하여 위성의 신속한 자세 지향 및 기동 성능이 지속적으로 요구되고 있다. 예를 들어, 지구 지상에서 이동중인 여러개의 표적(Targets) 을 추적(Tracking) 하는 임무 및 단 시간내에 여러 장의 지구 영상을 수집해야하는 것과 같은 다양한 우주 임무를 수행하기 위하여 위성 고기동성은 가히 필수적이다.

이와 같은 위성 기동성능에 대한 요구 조건을 충족시키기 위한 방법으로 반작용 휠(Reaction Wheel, RW) 과 더불어 제어 모멘트 자이로(Control Moment Gyros, CMG) 와 같은 토크 발생 장치를 위성에 장착한다. 이때, CMG는 반작용휠보다 동일한 전력(Power) 및 질량 대비 상대적으로 더 큰 토크를 발생시킬 수 있다. 이러한 이유로 CMG는 토크 증폭기(Torque Amplifier) 라고도 불린다. 다만, 위성의 자세 재 지향을 위한 토크를 발생시키기 위하여 구동기로서 CMG를 활용하게 되면, 특정 방향으로 제어 토크가 발생되지 않는 특이점 문제(Singularity Problem) 가 발생하게 된다[6, 7]. 이러한 이유로 위성 개발자들은 위성의 주 구동기(Primary Actuator) 로서 CMG를 장착하는 것에 대하여 심사숙고하는 편이다.

이에 따라 많은 연구진들은 CMG의 기하학적 특이점 문제를 효율적으로 극복하기 위하여 다양한 구동 법칙에 대한 연구를 지속적으로 진행하고 있는데 [1, 10, 11, 12, 13, 14], 이와 관련한 자세한 내용은 본 논문의 마지막 장에서 다루기로 한다.

본 장에서는 CMG 장착 위성 시스템에 대한 정의와 CMG 장착 형상에 따른 특이점 특성에 대하여 설명한다. 또한, CMG를 장착한 인공위성의 자세 동역학(Attitude Dynamics)[17, 18] 과 그에 따른 쿼터니언 자세 운동학(Attitude Kinematics) 을 자세히 다루도록 한다.

1. 위성 시스템 정의

본 논문에서는 위성 시스템의 좌표계(Coordinate System) 설정을 Fig. (1) 과 같이 정의하였다. 먼저, 구동기에 대한 김벌 좌표계(Gibal frame, G) 를 정의한다. 해당 3축 좌표계의 벡터 방향은 다음과 같은데, 1) CMG 장착 회전 휠(Spinning Wheel) 의 각운동량 방향 벡터 s , 2) CMG 김벌 회전 방향 벡터 γ , 3) 자이로스코픽 토크 발생 방향 벡터 τ 가 존재한다 $G = (s, \gamma, \tau)$. 위성 동체

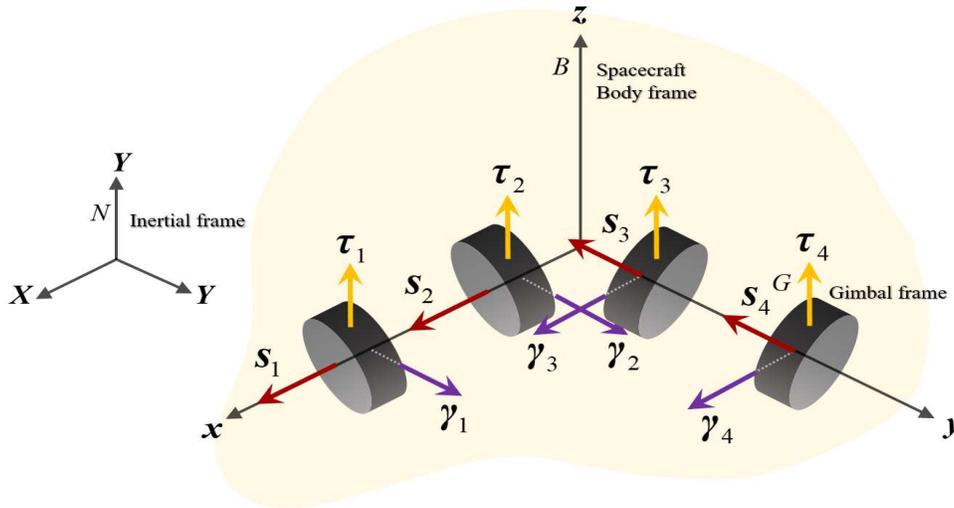


Fig. 1 Definition of Spacecraft Coordinate System with TPCMGs.

좌표계(Spacecraft Body Frame, B) 는 위성 본체에 대한 3축 방향 벡터 $B = (x, y, z)$ 로 이루어져 있다. 마지막으로, 위성 시스템의 관성 좌표계(Inertial Frame, N) 는 $N = (X, Y, Z)$ 로 구성된다. 이때, 좌표계를 표현하는 모든 벡터는 정규직교 단위 벡터(Orthonormal Unit Vector) 이다.

CMG 구동 원리에 대하여 순차적으로 설명하자면 다음과 같다. 1) Fig. (2) 에 도시된 스피ن 모터(Spin Motor) 에 의하여 휠이 회전 구동을 실시하면, s 방향의 축을 중심으로 각운동량(Angular Momentum) h 가 발생한다. 2) 이때 CMG 김벌이 김벌 모터(Gimbal Motor) 에 의해 회전 운동을 하게 되면, γ 방향 축을 중심으로 김벌 각속도(Gimbal Angular Rate) $\dot{\gamma}$ 이 발생하게 된다. 3) 이 때, 자이로스코프 원리에 의하여 해당 두 축 s, γ 에 직교하는 자이로스코픽 토크가 τ 방향 축으로 생성되는데, 이때 발생한 구동 토크를 통하여 위성의 자세를 변화시킬 수 있는 것이다.

2. CMG 장착 형상

본 논문은 하나의 TPCMG(Two Parallel CMG) 가 Fig. (1) 에 표현된 동체 좌표계의 $x - z$, $y - z$ 면으로 각각 하나씩 부착되어 있는 지붕형(Roof Array) 구조의 CMG 장착 형식을 따른다.

CMG를 위성에 장착하기 위한 방법은 매우 다양하나, 일반적으로 CMG 4개를 1조로 클러스팅 한 피라미드형(Pyramid Array) 장착 방식을 채택하며, Fig. (3)에 피라미드형 장착 형상을 도시하였다. 그러나, 피라미드형 방식은 본 논문에서 채택한 지붕형 방식보다 내부 특이점(Internal Singularity)의 형상이 Fig. (4) 와 같이 매우 복잡하게 형성되므로 특이점이 발생하는 위치를 예측하기가 상당히

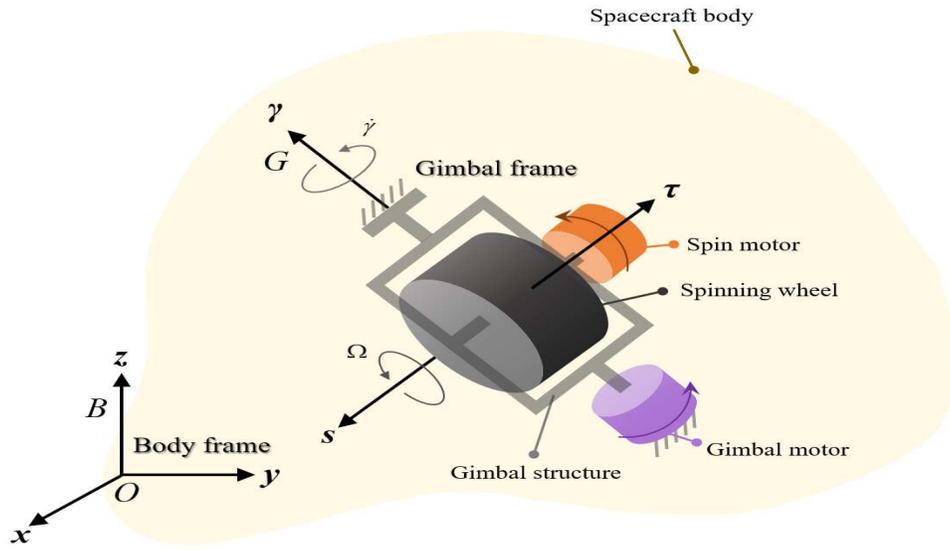


Fig. 2 Rigid Spacecraft Body with a Single CMG

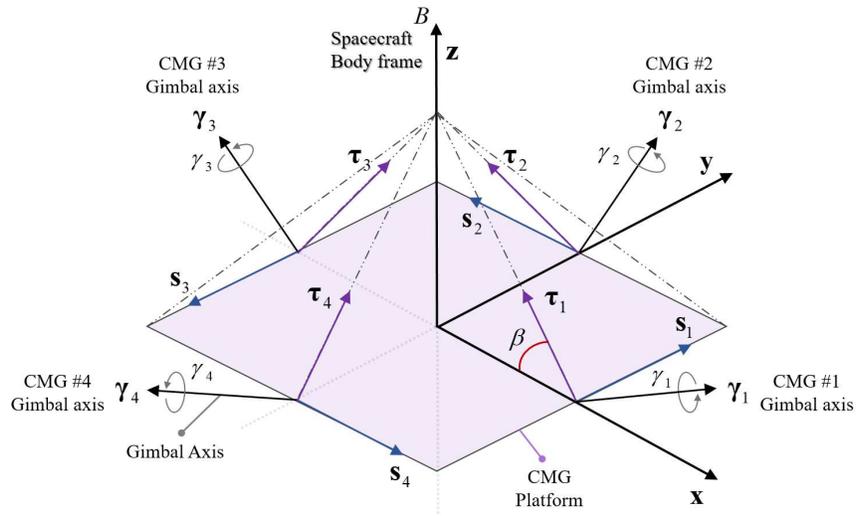


Fig. 3 Single-gimbal CMGs with Pyramid Array Configuration

어렵다.

만약, Fig. (3) 에 표현된 피라미드형 방식의 기울임각(Skew Angle) 인 β 각을 $90(deg)$ 로 지정했을 때, 위성 장착 형상은 2-SPEED (Two Sissored Pair Ensemble) 단일 김벌 CMG 시스템과 동일해진다. 해당 시스템의 CMG 장착 구조는 다음과 같은데, 병렬 형식으로 정렬된 두 개의 단일 김벌 CMG(TPCMG) 가 두 쌍으로 직교하며 위성체에 장착되어 있는 기하학적 형상을 띄고 있으며,

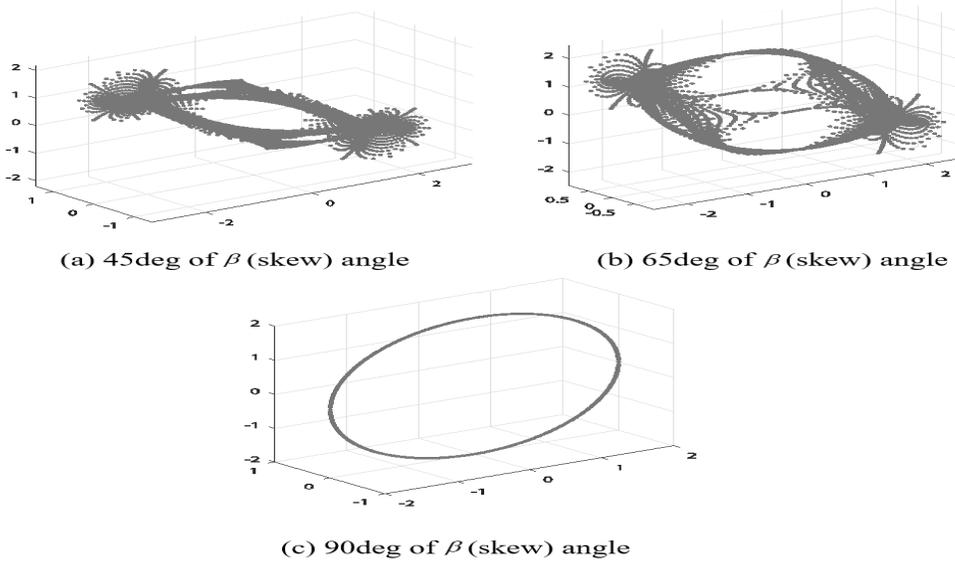


Fig. 4 Internal Singular Surfaces w.r.t Skew Angle of the Pyramid Array

이를 지붕형 장착 방식이라고 일컫는다. 즉, 지붕형 장착 방식은 내부 특이점이 발생하는 공간이 Fig. (4) 의 (c) 처럼 얇은 둥근 띠 형태로 나타나므로 다른 각도의 기울임 각에서의 내부 특이점 공간보다 특이점 회피에 비교적 수월하다는 장점이 있다.

본 논문에서 사용하는 단일 TPCMG는 2축으로만 제어 토크를 생성할 수 있는데, Fig. (1) 에서 보여지듯이 두 쌍의 TPCMG가 서로 직교하며 위성체에 장착되어 있으므로, $x - z$ 면으로는 y 축 토크 생성이 불가하며, 이와 반대로 $y - z$ 면으로는 x 축 토크를 생성할 수 없다. 즉, z 축의 각운동량 및 토크 용량은 이와 같은 기하학적 형상에 의하여 두배가 된다. Fig. (5) 는 지붕형 장착 방식의 TPCMG 김벌각에 대한 정의를 시각화 한 그림이며, 두 쌍의 직교 TPCMG에 대한 각각의 김벌 각 (Gimbal Angle) 을 다음과 같이 정의하였는데 먼저 γ_1, γ_2 의 경우는 TPCMG의 $x - z$ 면에 장착된 각각의 CMG에 대한 김벌 각을 나타내며, γ_3, γ_4 는 $y - z$ 면에 대한 김벌 각을 의미한다.

지붕형 장착 방식을 따른 TPCMG에 의한 각운동량 벡터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{h}_{cmg1} &= h_{max} \begin{bmatrix} \sin \gamma_1 + \sin \gamma_2 \\ \sin \gamma_1 + \sin \gamma_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \\
 \mathbf{h}_{cmg2} &= h_{max} \begin{bmatrix} \sin \gamma_3 + \sin \gamma_4 \\ -\sin \gamma_3 - \sin \gamma_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2
 \end{aligned} \tag{1}$$

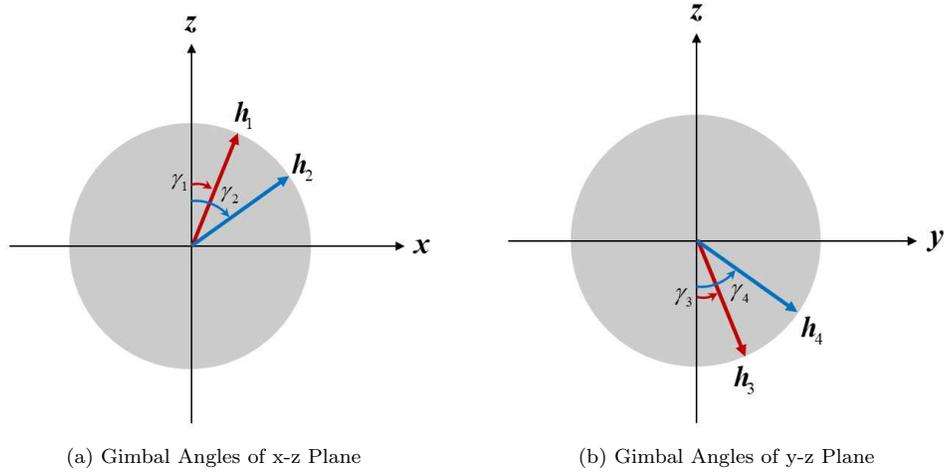


Fig. 5 Gimbal Angle Configuration of Two Pairs of TPCMGs

여기서 Eq.(1)의 \mathbf{h}_{cmg1} , \mathbf{h}_{cmg2} 는 각각 $x-z$ 및 $y-z$ 면에 대한 2차원 각운동량 벡터 (2-dimensional Angular Momentum Vector)를 의미한다. 이때, h_{max} 는 각각의 TPCMG의 최대 각운동량 크기이다. 단 일반성을 잃지 않고(Without Loss of Generality), 모든 TPCMG는 동일한 용량의 각운동량을 가지고 있다고 가정한다.

TPCMG에 대한 2차원 각운동량 벡터는 김벌각 γ 에 대한 함수이므로, 이를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같이 토크 값이 도출된다.

$$\boldsymbol{\tau}_i \equiv \dot{\mathbf{h}}_{cmgi} = A_i(\gamma_i)\dot{\gamma}_i = \frac{d\mathbf{h}_{cmgi}}{d\gamma_i} \cdot \frac{d\gamma_i}{dt} \in \mathbb{R}^2 \quad (2)$$

이때, 2차원 김벌 벡터 $\gamma_i \in \mathbb{R}^2$ 를 각각 $\gamma_1 = [\gamma_{11}, \gamma_{12}]^T$, $\gamma_2 = [\gamma_{21}, \gamma_{22}]^T$ 로 정의한다. 또한 $A_i(\gamma_i) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 자코비안 행렬(Jacobian Matrix)로, 이 또한 김벌 각에 대한 함수이다. 각각의 TPCMG에 대한 자코비안 행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A_1 &= h_{max} \begin{bmatrix} \cos\gamma_{11} & \cos\gamma_{12} \\ -\sin\gamma_{11} & -\sin\gamma_{12} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \\ A_2 &= h_{max} \begin{bmatrix} \cos\gamma_{21} & \cos\gamma_{22} \\ \sin\gamma_{21} & \sin\gamma_{22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \end{aligned} \quad (3)$$

마지막으로, 지붕형 배치의 TPCMGs 에 대한 총 각운동량 벡터(Total Angular Momentum Vector for the Roof Array TPCMGs) 는 다음과 같다.

$$\mathbf{h}_{cmg} = h_{max} \begin{bmatrix} \sin \gamma_1 + \sin \gamma_2 \\ \sin \gamma_3 + \sin \gamma_4 \\ \cos \gamma_1 + \cos \gamma_2 - \cos \gamma_3 - \cos \gamma_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad (4)$$

이때, Eq.(4) 를 시간에 대하여 미분하면 지붕형 배치의 TPCMGs 로 부터 발생하는 제어 토크 벡터 $\boldsymbol{\tau}$ 를 얻을 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau} \equiv \dot{\mathbf{h}}_{cmg} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{d\mathbf{h}}{d\boldsymbol{\gamma}} \cdot \frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} \in \mathbb{R}^3 \quad (5)$$

김벌 벡터는 $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4]^T \in \mathbb{R}^4$ 이며, 자코비안 행렬은 다음과 같이 도출된다.

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma}) = h_{max} \begin{bmatrix} \cos \gamma_1 & \cos \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma_3 & \cos \gamma_4 \\ -\sin \gamma_1 & -\sin \gamma_2 & -\sin \gamma_3 & -\sin \gamma_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 4} \quad (6)$$

본 논문에서는 일반적인 피라미드형 배치 보다 비교적 간단한 특이점 공간을 갖는 지붕형 배치 방식의 TPCMGs 를 위성 자세제어를 위한 구동기로 채택하였다. 이때, 해당 배치 형식으로부터 발생할 수 있는 내/외부 특이점(Internal/External Singularity) 을 Fig.(6) 에 도시하였다.

여기서, 내/외부 특이점이 발생하는 경우는 총 두가지인데, 단일 TPCMG 기동각의 위치에 따라 나뉜다. 먼저, 1) $\mathbf{x} - \mathbf{z}$ 면에서의 두 김벌각 γ_1, γ_2 의 관계가 $\gamma_1 = \gamma_2 \pm \pi$ 와 같을 때에 내부 특이점이 발생했다고 볼 수 있다. 또한, 2) $\gamma_1 = \gamma_2$ 인 경우에는 외부 특이점이 발생함을 의미한다.

이때, 내/외부 특이점이 발생하는 경우를 각 TPCMG의 각운동량 벡터의 정렬 방식에 따라서도 나눌 수 있다. Fig. (7)를 참고하여, (a)와 같이 단일 TPCMG의 총 각운동량 벡터가 영벡터일 때 내부 특이점이 발생하며, 이는 두개의 CMG가 반대 방향으로 정렬 해 있을 때이다. 또한, (b)와 같이 총 각운동량 벡터가 2배의 값을 가질때 외부 특이점이 발생하며, 이는 두개의 CMG가 같은 방향으로 정렬 해 있을 때를 의미한다. 즉, 이와 같은 정렬상태를 가질 때, TPCMG는 원하는 방향으로 제어 토크를 발생시키지 못한다.

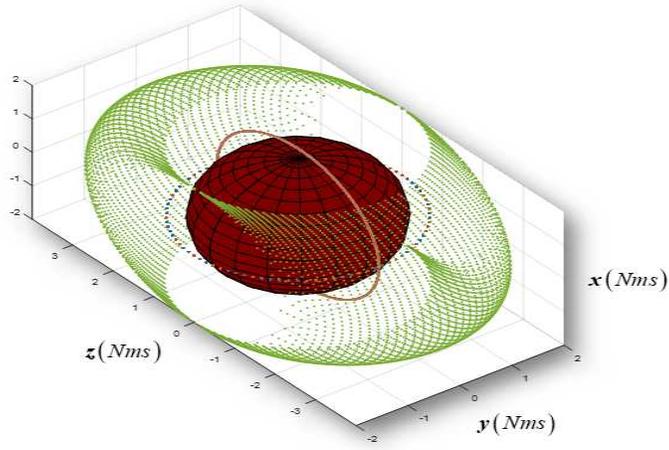


Fig. 6 Complete Singular Surfaces of Roof Array TPCMGs

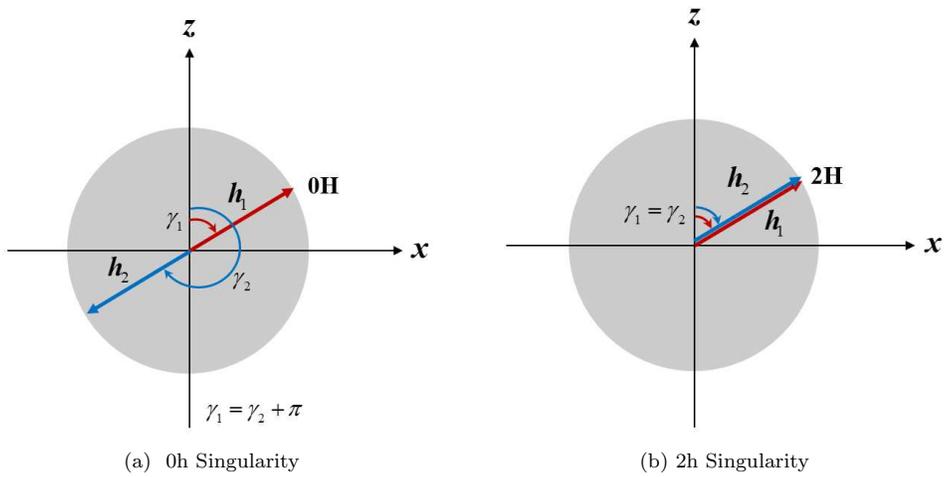


Fig. 7 The Internal/External Singular Conditions of TPCMGs

3. CMG 장착 위성의 동역학 및 자세 운동학

지붕형 TPCMGs 가 장착된 위성의 운동방정식(Equations of Motion) 을 유도하기 위하여 다음과 같은 순서를 따른다. 먼저, 위성체 (Rigid Spacecraft) 의 총 각운동량 벡터 \mathbf{h}_t 는 다음과 같다.

$$\mathbf{h}_t = \mathbf{h}_s + \mathbf{h}_{cmg} \in \mathbb{R}^3 \quad (7)$$

이때, $\mathbf{h}_s \in \mathbb{R}^3$ 는 위성의 총 각운동량 벡터이며, \mathbf{h}_{cmg} 는 Eq. (4) 에서 정의한 지붕형 TPCMGs 의 총 각운동량 벡터이다.

그 다음, 앞서 정의한 위성체 총 각운동량 벡터 \mathbf{h}_t 에 오일러 공식(Euler's Equation) 을 적용하여 다음과 같은 회전 운동 방정식을 도출하였다.

$$\dot{\mathbf{h}}_t = \boldsymbol{\tau}_{ext} \in \mathbb{R}^3 \quad (8)$$

여기서 $\boldsymbol{\tau}_{ext}$ 는 위성체에 작용하는 외부 토크벡터의 총 합이며, 이에 대한 영향은 매우 미비하다고 가정한다. 따라서, $\boldsymbol{\tau}_{ext} \approx \mathbf{0}$ 이다.

위성체의 총 각운동량 벡터 \mathbf{h}_t 의 시간 변화량, 즉 미분값을 유도하기 위하여 Eq.(7)의 성분을 각각 시간에 대하여 미분하고, 이를 정리한 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{J}_t \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}_t \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{h}_{cmg} - A(\boldsymbol{\gamma}) \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (9)$$

이때, $\mathbf{J}_t \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 는 모든 TPCMG의 모멘트를 포함한 인공위성의 총 관성 모멘트(Total Moment of Inertia of the Spacecraft) 이다. 또한 $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ 은 위성의 각속도(Angular Velocity of the Spacecraft) 벡터이며, 이를 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 로 정의하였다. $\boldsymbol{\omega}^\times \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 는 각속도 벡터에 대한 반대칭 행렬(Skew-symmetric Matrix) 이다. 또한, $A(\boldsymbol{\gamma}) \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ 는 Eq.(6) 에서 도출한 자코비안 행렬이며, $\dot{\boldsymbol{\gamma}} \in \mathbb{R}^4$ 는 TPCMGs의 김벌 각속도 벡터이다. 이는 $\boldsymbol{\gamma} = [\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2, \dot{\gamma}_3, \dot{\gamma}_4]^T$ 로 정의될 수 있다.

본 논문에서는 위성의 자세 연산을 위한 방식으로 쿼터니언(Quaternion) 을 사용하며, 위성 자세에 대한 회전 운동 미분 방정식이 필요하다. 즉, 쿼터니언 자세의 시간에 따른 변화량은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{q}} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{q} + \frac{1}{2} q_4 \boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3 \quad (10)$$

$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{q} \in \mathbb{R} \quad (11)$$

이때, 쿼터니언은 벡터부분 $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$ 와 스칼라 부분 q_4 으로 나눌 수 있다. 총 쿼터니언은 $\hat{\mathbf{q}} = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T = [\mathbf{q}, q_4]^T$ 로 정의한다.

III. FAM Chart

본 단원에서는 CMG를 장착한 위성의 효율적인 기동성 분석 (Maneuverability Analysis) 방법[8] 에 대하여 다루어 보도록 하겠다. 특히 CMG를 위성에 장착함으로써 필연적으로 발생하는 특이점 문제에 중점을 두고, 해당하는 내/외부 특이점 문제로부터 완전히 벗어나 (Singularity-free) 위성 기동성능을 분석할 수 있는 FAM Chart(Feasible Angular Momentum Chart) 에 대하여 설명하고자 한다.

먼저, 이전 단원의 주 내용을 되짚어 보자면 다음과 같다. 인공위성의 자세 재 지향을 위한 제어 토크를 발생시키기 위하여 고토크 구동기인 CMG를 위성에 장착하게 되면, 특정한 방향으로 제어 토크가 발생되지 않는 특이점 공간이 존재하게 된다. 이때, 위성에 장착할 구동기의 배치 방법으로 피라미드형이 아닌 지붕형 배치 구조를 선택하였을 때, 특이점 회피에 더욱 수월한 내/외부 특이점 공간이 형성됨을 Fig. (6) 에 도시하였다.

이는 특이점 공간으로부터 완전히 벗어나 위성 기동성 분석이 가능한 FAM Chart 를 정의할 때, 하나의 중요한 부분으로 작용한다. 이때, 보다 실용적인 관점으로 접근하기 위하여 CMG의 구동기 한계(Hardware Limit) 로 인한 문제 또한 함께 고려되어야 하는데 이는 다음과 같다 : 1) 구동기의 김벌 최대 각속도 , 2) 구동기 발생 가능 최대 토크 등이 추가적으로 고려되어야 하는 사항이다.

결과적으로, 본 단원에서는 기동성능 분석을 위한 새로운 접근법으로 FAM Chart 를 설계한다. 이때, 앞서 정의한 특이점 공간 및 구동기 성능 제한 등이 차트 구성 시 주요한 요소로 작용하며 이를 통하여 각 축에 대한 최대 각운동량 범위 및 김벌 운용 범위를 도출 해 낼 수 있다.

1. 단일 축 토크명령 생성

먼저, 지붕형 배치 구조를 갖는 TPCMGs 의 토크 벡터 τ 가 $x - z$ 평면 상에 놓여져 있고 김벌 벡터의 경우 y 축 방향으로 정렬되어 있다고 가정하자. 또한, 지금부터 각각의 단일 축(Single-axis) 으로부터 지속적으로 동일한 값의 토크(Constant Torque) 명령을 발생시키는 경우에 대하여 다루어 보고자 한다. 이때, 구동기 한계로 인한 최대 김벌 각속도 $\dot{\gamma}_{max}$ 와 각각의 단일 TPCMG 에 대한 최대 각운동량 h_{max} 은 임의의 값으로 제한 및 설정됨에 유의한다. 이에따라 단일 TPCMG 가 발생시킬 수 있는 최대 토크명령 τ_{max} 값을 도출할 수 있다. 단, 지속적인 동일 토크 명령 발생 시의 결과에

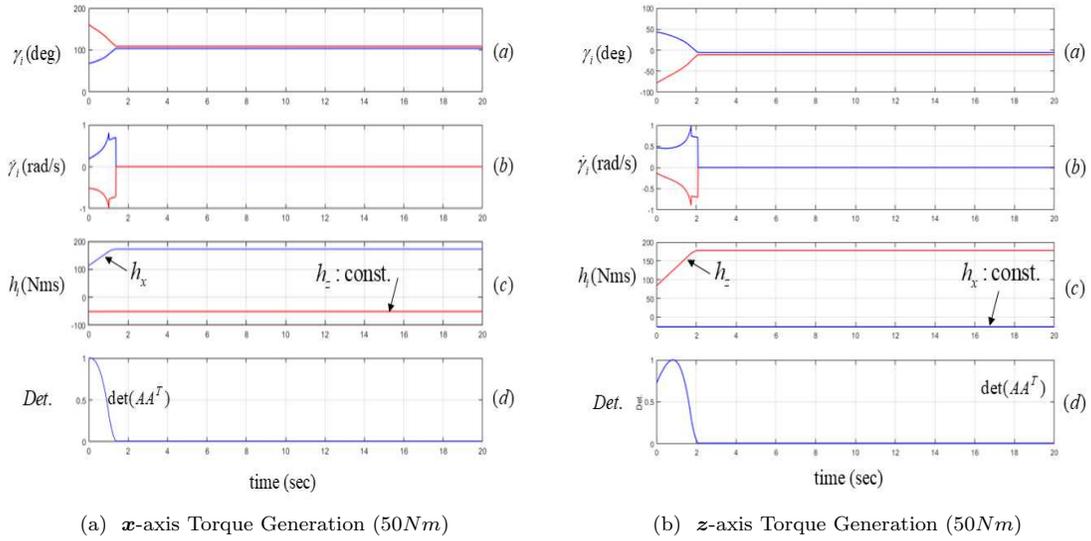
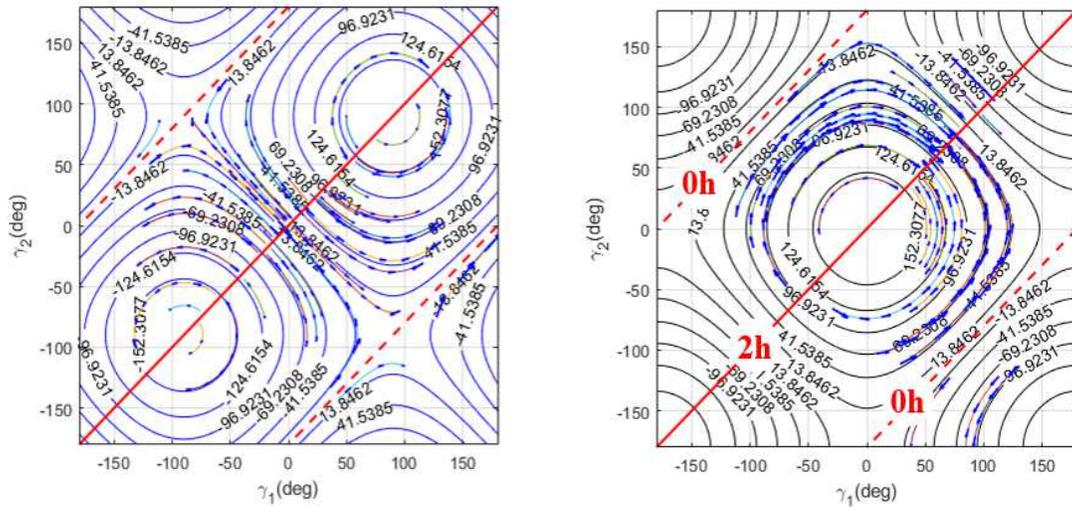


Fig. 8 Example for Constant Torque Generation of a Single-axis of each TPCMG

대한 시각화를 위해 Fig. (8) 를 도시하였으며, 이때 각 축으로 50(Nm) 의 토크 명령이 지속적으로 주어지도록 하였다. 결과적으로, x 또는 z 축으로만 지속적인 명령 토크를 발생시켰을 때, TPCMG 시스템이 결국 특이점에 도달하게 된다. 즉, 본 논문의 특이성 지수(Singularity Index) 로 적용된 자코비안 행렬 제곱의 행렬식(Determinant) $det(AA^T)$ 가 0으로 수렴함으로써 특이점에 도달하였음을 인지할 수 있으며, 이는 Fig. (8) 의 (a) - d 및 (b) - d 에 도시되어 있다. 특히 특이점에 가까이 도달한 시점에서, 지속적으로 요구되는 단일 축 토크 명령을 충족시키기 위하여 김벌 각속도 $\dot{\gamma}$ 가 속도를 증가시키는 구간이 존재하나 ((a) - b , (b) - b 참고) , 결국 제한 조건 $\dot{\gamma}_{max}$ 으로 인하여 더 이상 추가적으로 지속적인 토크 발생이 불가능한 상황에 이른다. 이때, Fig. (8) 의 (a) - c , (b) - c 와 같이 단일 z 또는 x 방향 토크 명령이 지속적으로 수행되는 동안, x 또는 z 축에 대한 각운동량 성분 h_x , h_z 이 일정하게 유지되는 것은 FAM Chart 를 정의하는데 매우 중요한 사안으로 작용한다.

2. 가용 김벌 공간 정의

가용 김벌공간(Feasible Gimbal Space) 을 정의하기 위하여 다음과 같은 순서를 따른다. 또한, 김벌공간 내에 내/외부(0h , 2h) 특이점이 발생하는 김벌각 쌍(γ_1 , γ_2) 을 각각 빨간 점선, 실선으로 도시하였다. (Fig. (9)참고).



(a) z-axis Torque Generation and x-axis Angular Momentum Contour

(b) x-axis Torque Generation and z-axis Angular Momentum Contour

Fig. 9 Overlaid Gimbal Spaces of the Angular Momentum Contour and Gimbal Trajectories of each TPCMG

1) 김벌공간에서의 김벌 각가속도 궤적 및 각운동량 등고

먼저, 1) 무작위로 선택한 단일 TPCMG의 김벌 각 γ_1, γ_2 를 초기 김벌각(Initial Gimbal Angle)으로 두고, 단일 축으로만 지속적인 토크 명령을 가하는 시뮬레이션 예제를 반복적으로 수행한다. 즉, 초기 김벌각을 무작위로 설정하고, z 또는 x 축으로만 지속적인 토크 명령이 가해지는 경우를 한 시나리오로 두고, 2) 여러개의 예제 시뮬레이션을 반복 진행하였다.

결과적으로, Fig.(9) 와 같이 김벌 각속도 $\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2$ 에 대한 궤적들이(파란색 화살표로 궤적 표현) 김벌 공간(Gimbal Space) 에 도시되어 있는 모습을 볼 수 있다. 이때, x 축 또는 z 축 방향을 따라 단일 축 토크 명령을 생성할 수 있는 김벌 각속도 벡터의 궤적들이 일정한 곡선을 따라 2h 특이점이 발생하는 라인으로 모여드는 현상을 발견할 수 있다.

또한, Eq. (1) 로부터 도출해 낼 수 있는 각 축에 대한 각운동량 값을 등고선(Contour Line) 형태로 김벌 공간 내에 Fig.(9) 와 같이 도시하였는데, 자세한 사항은 다음과 같다 : 1) z 축 단일 토크 생성 시의 x 축에대한 각운동량 h_x 분포 등고를 Fig.(9)-(a) 에 파란 등고선으로 나타내었고, 2) x 축 단일 토크 생성 시의 z 축에대한 각운동량 h_z 분포 등고를 Fig.(9)-(b) 에 검은 등고선으로 표시하였다.

이때, z 축 단일 토크 생성 시의 x 축에대한 최대 각운동량 $h_{max,x}$ 은 외부 특이점인 2h 가 발생하는 라인(빨간색 실선) 과 동일한 선 위치에 존재한다 (Fig.(9)-(a) 참고). 또한, x 축 단일 토크

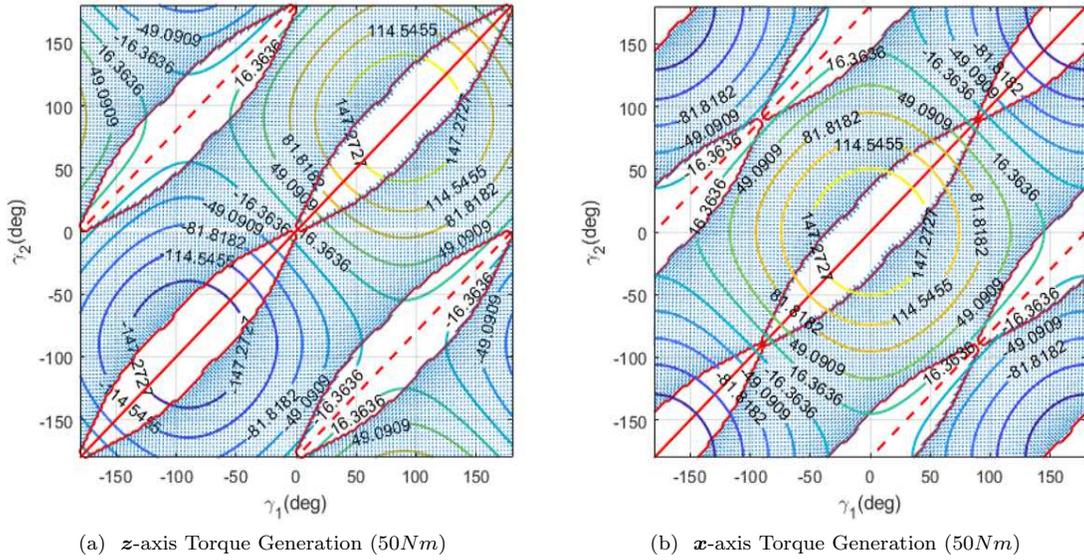


Fig. 10 Unfeasible Gimbal Space to Generate a Constant Torque

생성 시의 z 축에대한 최대 각운동량 $h_{max,z}$ 는 내부 특이점인 $0h$ 가 발생하는 라인(빨간색 점선)과 동일한 선 위치에 존재한다 (Fig.(9)-(b) 참고).

정리하자면, z 축 또는 x 축으로 지속적인 토크 명령이 주어졌을 때, 이에 대한 김벌 각속도 궤적은 각각 x 축 또는 z 축 각운동량의 분포 등고의 곡선과 일치함을 Fig.(9) 에서 확인할 수 있다. 또한, 이러한 김벌 공간의 특징은 차후에 가용 김벌공간을 정의할 때 유의미한 특성으로서 작용한다.

2) 가용 김벌공간 정의

본 단원에서는 TPCMG 가 구동기 한계로 인한 김벌 각속도 제한 값 $\dot{\gamma}_{max}$ 내에서 원하는 토크 명령 생성을 정확하게 수행할 수 있는 가용 김벌공간(Feasible Gimbal Space) 에 대하여 정의한다. 단일 TPCMG 의 김벌 벡터가 $0h$, $2h$ 특이점 발생 라인에 진입 해 있지 않더라도, 특정 값의 토크 명령을 생성하기 위하여 구동기 한계로 인한 최대 김벌 각속도 $\dot{\gamma}_{max}$ 를 넘어서는 각속도가 필요해지는 경우가 생기는데, 이러한 경우가 발생하는 김벌 공간을 단일 김벌 공간(Singular Gimbal Space) 이라 정의한다. 이때, Fig. (10) 에 도시된 모든 흰색 공간이 단일 김벌 공간에 해당한다. 이와 반대로, 모든 파란색 공간은 가용 김벌 공간이 되는 것이다. 즉, 가용 김벌 공간은 특이점 발생 라인과 단일 김벌 공간을 제외한 토크 명령 발생 가능 공간으로 정의한다.

우선, Eq. (2) 에 의하여 원하는 토크 명령 $\tau_{cmd,i}$ 에 대한 필요 김벌 각속도 벡터는 다음과 같은

식을 통해 도출해낼 수 있다. ($i = xz, yz$).

$$\dot{\gamma}_i = A_i(\gamma_i)^{-1} \tau_{cmd,i} \in \mathbb{R}^2 \quad (12)$$

구동기 한계가 존재하는 상황에서의 2축 회전 기동성 분석을 진행 할 경우 ($x-z$ 및 $y-z$ 평면), 다음과 같은 초기 설정 과정이 필요하다. 지금 부터 TPCMG 의 2축 회전 기동성 분석 진행 과정을 설명하겠다. 1) 우선 사용자가 원하는 임의의 구동기 최대 토크 벡터 $\tau_{max,i}$ 를 정의한다. 단 $\tau_{max,i}$ 의 경우, 모든 기동 시간내에 토크 생산이 가능하다.

$$\tau_{max,xz} = \begin{bmatrix} \tau_{m,x} \\ \tau_{m,z_1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad (13)$$

$$\tau_{max,yz} = \begin{bmatrix} \tau_{m,y} \\ \tau_{m,z_2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

또한, 2) 구동기 한계인 최대 김벌 각속도 벡터 $\dot{\gamma}_{max,i} \in \mathbb{R}^2$ 는 다음과 같이 구성되는데, 이때 각 성분인 각속도 제한 파라미터는 각 축이 항상 특정한 토크 발생을 유지할 수 있도록 보장한다.

$$\dot{\gamma}_{max,xz} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_x \\ \dot{\gamma}_{z_1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad (14)$$

$$\dot{\gamma}_{max,yz} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_y \\ \dot{\gamma}_{z_2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

이때, x 축 제어 토크 발생에 관한 최대 각속도 성분을 $\dot{\gamma}_x < \dot{\gamma}_{max}$ 로 선택함으로써, z 축 제어 토크에 대한 허용 가능한 최대 각속도 성분 $\dot{\gamma}_{z_1}$ 은 다음과 같이 정의된다. 나머지 $y-z$ 평면 에 대한 각속도 성분 정의 또한 동일한 과정을 통해 도출할 수 있다 ($\dot{\gamma}_y < \dot{\gamma}_{max}$).

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{z_1} &= \dot{\gamma}_{max} - \dot{\gamma}_x \\ \dot{\gamma}_{z_2} &= \dot{\gamma}_{max} - \dot{\gamma}_y \end{aligned} \quad (15)$$

즉, 정확한 토크 명령 생성을 위한 가용 김벌 공간은 다음과 같은 간단한 판단조건(Criterion) 으로부터 결정된다.

$$\|\dot{\gamma}\|_{\infty,i} < \dot{\gamma}_{mm}, (i = 1, 2) \quad (16)$$

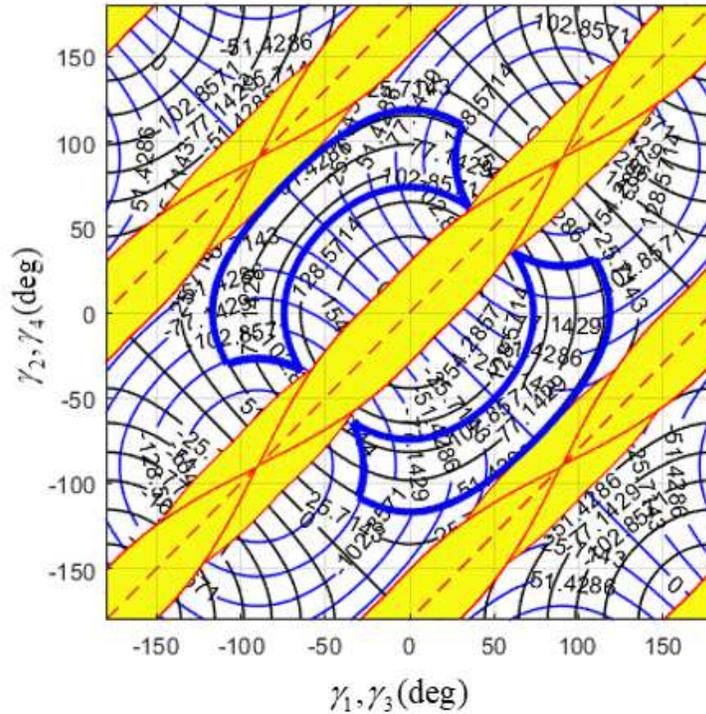


Fig. 11 A FAM Chart of each TPCMG

여기서, $\|\dot{\gamma}\|_{\infty,1} = \max[\dot{\gamma}_1 \ \dot{\gamma}_2] \in \mathbb{R}$, $\|\dot{\gamma}\|_{\infty,2} = \max[\dot{\gamma}_3 \ \dot{\gamma}_4] \in \mathbb{R}$ 이다. 이때, $\dot{\gamma}_{mm}$ 는 $\dot{\gamma}_x, \dot{\gamma}_y$ 또는 $\dot{\gamma}_{z1}, \dot{\gamma}_{z2}$ 로 대체된다 가정함으로써 Eq. (16) 의 기준으로 가용 김벌 공간을 결정 할 수 있다.

3. 구동기 성능 분석을 위한 FAM Chart 설계

이전 단원에서 정의한 각운동량 분포 등고 (Fig.(9) 참고) 와 단일 김벌 공간 (Fig.(10) 참고) 을 한 김벌 공간에 겹쳐 도시하면, 단일 TPCMG 의 회전 성능 분석이 가능하도록 설계된 유효 각운동량 차트(이하 FAM 차트 , Feasible Angular Moementum Chart) 를 생성할 수 있다. 이를 Fig.(11) 에 도시하였다.

여기서, Fig.(11) 의 유효 김벌 공간 중에서 특이점 문제와 구동기 한계로 인한 토크 오류 발생 가능성을 완전히 제거시킨 부분 김벌공간(Optional Gimbal Space) 을 설정할 수 있다. 즉, 특이점 문제 및 구동기 한계에 대한 걱정 없이 자유롭게 김벌 운용을 할 수 있는 부분 김벌 공간을 Fig.(11) 에 추

가적으로 도시하였다. 이때, 허용가능한 최대 각 운동량 벡터 $\mathbf{h}_{max,i}$ 를 정의할 수 있다. ($i = xz, yz$)

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{max,xz} &= \begin{bmatrix} h_{m,x} \\ h_{m,z_1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \\ \mathbf{h}_{max,yz} &= \begin{bmatrix} h_{m,y} \\ h_{m,z_2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

위성의 3축 자세 재 지향 임무를 위하여, 지붕형 배열의 TPCMGs 를 장착한 위성을 고려해보자. 이전 단원에서 언급한 바와 같이, 지붕형 배열의 TPCMGs 에 대한 위성 회전 기동성능은 서로 직교하는 두 개의 TPCMG 쌍을 고려하여 평가할 수 있다. 본 논문에서 정의한 지붕형 배열을 따르는 두 쌍의 TPCMG 가 공유하는 축은 위성 동체 좌표계의 z 축이다. 이때 일반성을 잃지않고, 분석의 편의를 위하여 x 축 방향과 y 축 방향 모두에서 요구되는 기동 성능은 동일하다고 가정한다. 따라서, 본 논문에서는 $x - z$ 평면에서의 단일 TPCMG 시스템만을 고려하여 전체 3축에 대한 회전 기동 성능을 분석할 수 있다.

1) 성능 분석 예제

지금부터, 간단한 예제를 통하여 FAM 차트를 이용한 TPCMGs 의 3축 회전 기동성능 분석을 진행 해 보도록 하겠다. 이때, 시뮬레이션 예제에 필요한 파라미터들을 Table (1) 에 정리하였다.

먼저, 위성의 관성 모멘트를 Table (1) 의 J_t 와 같이 설정하였다. 또한 단일 TPCMG에 대한 최대 각운동량 크기인 h_{max} 를 $90(Nm)$ 로 정하였다. 그리고 단일 TPCMG에 대한 최대 각속도 값을 $\dot{\gamma}_{max} = 1(rad/s)$ 로 설정함에 따라, 설계자가 임의로 설정할 수 있는 각각의 단일 TPCMG 에 대한 최대 토크 값은 $\tau_{max} = 90(Nm)$ 가 된다.

Table. 1 Numerical Simulation Parameters for Performance Analysis of TPCMGs

Parameter	Value	Unit
h_{max}	90	Nms
$\dot{\gamma}_{max}$	1	rad/s
$\dot{\gamma}_x$	0.8	rad/s
$\dot{\gamma}_z$	0.2	rad/s
τ_{max}	90	Nm
$\boldsymbol{\tau}_{max}$	$[36, 36, 18]^T$	Nm
J_t	$diag [2000, 2000, 1000]$	Kgm^2

이때, 모든 축에 대하여 동일한 기동 성능을 제공하기 위하여, 주어진 위성의 관성 모멘트를 고려한 위성 최대 토크 벡터 τ_{max} 는 $\tau_{max} = [36, 36, 18]^T$ (Nm) 로 설정하였다. 이때, x 축과 y 축에 대한 최대 토크, 각운동량 성분이 모두 z 축 방향의 설계 변수보다 약 4배가량 큰 값을 가져야 한다. 왜냐하면, 위성의 관성 모멘트의 x, y 축 방향의 관성이 z 축의 2배를 이루며, 두 개의 TPCMG 가 직교 하는 지붕형 구조로 위성에 장착되어 있으므로 z 축 방향의 토크, 각운동량 용량이 2배가 되기 때문이다. 또한, x, z 축 방향에 대한 김벌 각속도는 직관적으로 각각 0.8, 0.2(rad/s) 로 설정하였다.

그 다음, Table (1) 에서 설정한 파라미터들을 활용하여, 내/외부 특이점 라인 및 구동기 한계로 인한 제어 명령 토크 발생 불가 김벌 공간을 포함하는 단일 공간으로부터 최대한 멀리 떨어진 1) 허용 가능한 최대 각운동량 벡터 h_{max} 와 이에따른 2) 유효 김벌 공간을 결정하기 위하여 FAM 차트를 설계할 수 있다. 이때, 설계된 FAM 차트로부터 유효 김벌 공간의 부분 공간을 선택할 수 있는데, 이는 Fig.(11) 에서 굵은 파란선으로 둘러싸인 공간이다. 이 공간은 특이점 문제와 구동기 한계로 인한 토크 오류 발생 가능성을 완전히 제거하였으므로, 특이점 문제에 대한 걱정 없이 자유로운 김벌 운용을 할 수 있다.

즉, 지붕형 TPCMGs 가 장착된 인공 위성의 예측 가능한 회전 기동성능은 FAM 차트를 활용하여 정의할 수 있는 TPCMG 의 최대토크 벡터 τ_{max} 와 최대 각운동량 벡터 h_{max} 를 사용하여 쉽게 결정이 가능하다. 이때, 본 예제의 최대 토크 각운동량 벡터는 $h_{max} = [129, 129, 64.5]^T$ (Nms) 로 정의할 수 있다. 또한, TPCMG 김벌의 운용 범위는 다음과 같다 : $-35 \leq \gamma_1, \gamma_3 \leq 116$ (deg) 또는 $-116 \leq \gamma_2, \gamma_4 \leq 35$ (deg) 이다.

IV. 위성 자세명령생성

본 장에서는 인공위성의 최대 기동성능 발휘를 위한 해석적 자세명령생성 기법을 소개한다. 먼저, 실제 위성의 환경적·구조적 조건을 고려한 자세명령생성 해를 도출하기 위하여 다음과 같은 제한 조건 설정이 필수적이다[9]. 1) 구동기 성능(최대토크/최대모멘텀)에 따른 위성체 제한조건(최대 각가속도/최대각속도), 2) 위성체 유연 구조로 인한 미소진동 발생(i.e., 고유진동수 저하). 즉, 구동기 성능으로 인한 제약조건이 정의되었을 때, 이를 상위 레벨인 위성체 제한조건으로 변환하는 과정을 통하여 최종적인 위성 제한조건을 도출한다. 그 다음, 해당 제한조건을 고려한 다양한 기동(e.g., Rest-to-Rest maneuver, Spin-to-Spin maneuver)상황에서의 자세명령생성 해를 도출하는 것이 본 장의 목표이다.

또한, 자세명령생성 과정을 간단히 소개하자면 다음과 같다[2]. 보다 직관적이고 간략화된 해석적 자세명령생성을 위하여 기존의 3축 회전 문제(3-axis rotation prob.)를 고유축 회전 (Eigen-axis rotation)을 가정하여 1축 회전 문제로 단순화 한다. 그 다음, 각 기동에 따른 제한조건을 고려하여 다양한 프로파일을 형상화하여 분류한다. 각각의 프로파일 형태에 따라 1축 자세명령을 생성한 뒤, 1축 명령을 3축 명령으로 다시 일반화 하는 과정을 거치면 비로소 특정 기동에 대한 자세명령해가 생성되는 것이다. 자세한 과정은 아래 소단원에서 다루도록 하겠다.

1. 위성 최대 기동을 위한 자세명령생성 제한조건

고기동 위성의 자세명령은 다양한 제한조건을 고려하되, 기동시간(Maneuver time)을 최소화 하는 것이 최종 목적이다. 이때, 상위 레벨의 제한조건인 위성체 제한 조건만을 고려하여 자세명령 해를 생성하게 되면, 구동기 성능 및 배치에 따라 발생하는 모든 하위 레벨의 제한조건 또한 항상 만족될 수 있도록 다소 보수적인 해를 도출하므로 기동성 증대 측면에서 어려움이 발생한다. 즉, 상위 레벨의 위성체 제한 조건인 위성의 최대각가속도(Maximum Angular Acceleration)와 최대 각속도(Maximum Angular Velocity)값은, 하위 레벨의 제한조건인 구동기 성능에 의한 최대토크(Maximum Torque for the Spacecraft)와 최대모멘텀(Maximum Angular Momentum of the Roof-array TPCMGs)값으로부터 도출된 위성체 최대 각가속도/최대 각속도 값보다 크기가 작으며, 이에 따라 위성의 기동성능 저하가 초래된다.

따라서 자세명령생성 시 기동성 증대 측면에서의 필수 고려 요소로서, 하위 레벨에서의 구동기 제한조건을 상위 레벨인 위성체 제한조건으로 변환하는 과정을 먼저 소개하고자 한다. 이에 앞서, 고유축 기동(Eigen-axis Maneuver)을 가정함으로써 임의의 자세 간의 변환을 고유축(Eigen-axes)과 기동각 및 회전각(Eigen-angle)으로 정의한다. 즉, 기동은 고유축을 기준으로하는 기동각의 회전으로부터 발생한다.

이때, 위성의 3축 자세 표현 방법으로 쿼터니언(Quaternion)을 사용하며, 초기 자세 벡터(Initial Quaternion) \mathbf{q}_0 와 최종 자세 벡터(Final/Desired Quaternion) \mathbf{q}_f 에 대한 쿼터니언 회전 벡터(Rotation Quaternion) \mathbf{q} 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \mathbf{q}_f \otimes \mathbf{q}_0^{-1} \\ &= [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T \\ &= \begin{bmatrix} \epsilon \sin(\theta_T/2) \\ \cos(\theta_T/2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, 1축 기동각 θ_T 와 3축 고유축 벡터 ϵ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \theta_T &= 2 \cos^{-1}(q_4) \\ \epsilon &= [q_1 \ q_2 \ q_3]^T / \sin(\theta_T/2) \end{aligned} \quad (19)$$

앞서 소개한 3장의 내용을 토대로, FAM Chart 생성 및 TPCMGs의 기동성 분석에 의하여 하위 레벨인 구동기 성능제한으로 인한 제한 조건: 최대토크 및 최대모멘텀을 설정할 수 있다. 본 논문의 경우, 최대토크는 $\boldsymbol{\tau}_{max} = [\tau_{m,x} \ \tau_{m,y} \ \tau_{m,z}]^T \in \mathbb{R}^3 [Nm]$ 과 같으며, FAM Chart로 부터 도출한 최대모멘텀은 $\mathbf{h}_{max} = [h_{m,x} \ h_{m,y} \ h_{m,z}]^T \in \mathbb{R}^3 [Nms]$ 으로 설정하였다.

이때, 하위 레벨의 제한 조건을 통하여 상위 레벨의 위성체 제한조건 : 최대각가속도 및 최대각속도를 구하는 과정은 다음과 같은 단계로 진행된다.

FAM Chart 로부터 도출된 구동기의 최대토크 $\boldsymbol{\tau}_{max}$ 및 최대모멘텀 \mathbf{h}_{max} 벡터[3 × 1] 를 기반으로 하여, 자세명령생성에 필요한 파라미터인 1축 고유축에 대한 위성체 최대각가속도 및 최대각속도 [1 × 1] 값을 계산할 수 있다. 우선, 최대토크 및 최대모멘텀 벡터를 위성의 총 관성 모멘트(Total Moment of Inertia of the Spacecraft, MOI) J_t 의 역행렬과 곱셈 연산을 수행하면, 3축에 대한 위성의 최대각가속도 및 최대각속도 벡터를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_{max} &= J_t^{-1} \boldsymbol{\tau}_{max} \\
 \boldsymbol{\omega}_{max} &= J_t^{-1} \mathbf{h}_{max}
 \end{aligned} \tag{20}$$

최종적으로 구하고자 하는 3축 자세명령은 1축 명령에 고유축 벡터를 곱하여 도출할 수 있다. 이때, 3축 자세명령의 각가속도/각속도 최대 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_{max,cmd} &= a_{max} \boldsymbol{\epsilon} \\
 \boldsymbol{\omega}_{max,cmd} &= \omega_{max} \boldsymbol{\epsilon}
 \end{aligned} \tag{21}$$

지금부터 최대 기동을 위한 1축 자세명령을 도출하는 과정을 상세히 설명하고자 한다. 이때, FAM Chart로부터 구한 3축 최대각가속도 및 최대각속도 벡터는 성분이 모든 축에서 동일한 기동 성능을 나타낸다고 가정한다. 그리고 Eq. (20)의 두 제한 조건 벡터에 대한 최대 노름(L- ∞ norm) 값을 계산하여 1축 자세명령의 최댓값을 생성하게 되면, $\omega_{max}[deg/s]$, $a_{max}[deg/s^2]$ 과 같은 임의의 특정한 값을 가지게 되는데, 이를 1축 위성 최대각가속도/각속도 제한조건으로 설정한다면 결과적으로 3축 중 임의의 축에서의 기동 성능이 최대로 발휘되지 않는 자세명령을 생성하는 셈이 된다.

즉, Eq. (21)을 활용하여 3축 명령 벡터의 최댓값을 도출하면, 특정한 $\boldsymbol{\omega}_{max,cmd}$ 와 $\mathbf{a}_{max,cmd}$ 값이 도출이 되는데, 이때의 기동축 벡터는 $\boldsymbol{\epsilon} = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \epsilon_3]^T$ 이다.

초기에 도출한 3축 최대각가속도 및 최대가속도 벡터의 각각의 성분 크기인 (ω_{max}, a_{max}) 에 비하여 Eq. (21)로 부터 도출된 벡터의 성분 최댓값은 결과적으로 더욱 작은 값으로 도출 되므로, 임의의 축에서 최대 값을 할당할 수 없음을 의미한다. 즉, 자세명령생성값의 축소로 인하여 위성의 기동성능 저하가 야기된다.

따라서, 위 문제점을 해결하기 위한 방안으로 $a_{max} = \|\mathbf{a}_{max}\|_\infty$ 및 $\omega_{max} = \|\boldsymbol{\omega}_{max}\|_\infty$ 에 스케일 조정 법칙을 새로이 도입하여 Eq. (22) 과 같은 1축 위성 최대 각가속도 및 최대각속도 제한조건을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 a_{max} &= \|\mathbf{a}_{max}\|_\infty \frac{1}{\max|\boldsymbol{\epsilon}|} \\
 \omega_{max} &= \|\boldsymbol{\omega}_{max}\|_\infty \frac{1}{\max|\boldsymbol{\epsilon}|}
 \end{aligned} \tag{22}$$

이에 따라 기존의 Eq. (21) 이 다음과 같이 변경된다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_{max,cmd} &= a_{max}\epsilon \\
 &= \|\mathbf{a}_{max}\|_{\infty} \frac{\epsilon}{|max|\epsilon|} \\
 \boldsymbol{\omega}_{max,cmd} &= \omega_{max}\epsilon \\
 &= \|\boldsymbol{\omega}_{max}\|_{\infty} \frac{\epsilon}{|max|\epsilon|}
 \end{aligned} \tag{23}$$

즉, Eq. (22) 스케일 조정 법칙을 통해 도출된 ω_{max} , a_{max} 1축 제한 조건 값은 법칙 적용 전 보다 전반적으로 큰 값이 할당되게 된다. 따라서, 3축 최대 각가속도 및 각속도 명령 벡터의 최댓값은 Eq. (23)에 의하여 $\boldsymbol{\omega}_{max,cmd} = [\omega_{m,cx} \ \omega_{m,cy} \ \omega_{m,cz}]^T \in \mathbb{R}^3$ 와 $\mathbf{a}_{max,cmd} = [a_{m,cx} \ a_{m,cy} \ a_{m,cz}]^T \in \mathbb{R}^3$ 가 된다. 즉, 위성체 3축 중 적어도 임의의 한 축으로는 기동 명령 최대 값이 할당됨에 따라 위성 기동성을 향상시키는 결과를 도출해 낼 수 있는 것이다.

따라서, 각각의 파라미터들을 정리하자면 : Eq. (20) 의 \mathbf{a}_{max} 는 위성의 3축 최대각가속도 벡터 [$\mathbf{a}_{max} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$] 이며, a_{max} 는 고유축에 대한 1축 최대각가속도 성분 [$a_{max} \in \mathbb{R}$] 이다. 또한, $\boldsymbol{\omega}_{max}$ 와 ω_{max} 는 각각 3축 최대 각속도 벡터 [$\boldsymbol{\omega}_{max} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$] 와 고유축에 대한 1축 최대각속도 성분 [$\omega_{max} \in \mathbb{R}$]을 의미한다. $\mathbf{a}_{max,cmd}$ [$\mathbf{a}_{max,cmd} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$] 와 $\boldsymbol{\omega}_{max,cmd}$ [$\boldsymbol{\omega}_{max,cmd} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$]는 각각 3축 각가속도/각속도 명령 벡터의 최댓값이다.

즉, 위 과정으로부터 도출된 위성체 1축 최대각속도 및 각가속도 값은 임의의 기동에 대한 자세명령생성 단계에서의 제한조건으로 적용되며, Eq. (22) 에 소개된 1축 제한조건에 대한 스케일 조정 법칙을 통하여 위성 최대 기동 성능을 보장하는 해석적 자세명령해를 도출할 수 있는 방법을 제시하였다.

2. Rest-to-Rest 기동 1축 자세명령생성

초기/최종 위성 각속도가 영벡터(Zero Vector)인 Rest-to-Rest(R2R) 기동을 수행하는 자세 명령생성 단계를 소개하고자 한다. 이때, Eq. (22) 으로부터 도출된 제한조건과 더불어, 실제 위성은 유연 구조로 인하여 미소진동이 발생하게 되는데, 이에 대한 제한조건을 고려해야 한다. 위성은 대계 태양전지판(Solar Pannel) 및 데이터링크 붐(Data Link Boom)이 장착된 구조로 인하여 강체보다 유연 모델이 더욱 적합하다. 이에 따라 위성의 고유진동수(Natural Frequency)가 낮아짐으로써 자세명령의 대역폭(Bandwidth)이 위성을 가진시키게되며, 결국 미소진동이 발생함에 따라 자세에 미세한 오차가 생성된다. 본 논문에서는 위성의 미소진동을 회피하는 기법으로 대표적인 입력성형(Input Shaping) 방법 중 하나인 유한 저크(Finite Jerk) 방식을 채택하였다. 이때, 저크는 위성 가속

도의 시간에 대한 미분 값을 의미한다.

먼저, 기존의 위성 3축 회전 문제를 고유축에 대한 1축 회전 문제로 단순화 하는 과정을 실시한다. 이때, 계산을 위하여 고유축 ϵ , 기동각(1-axis) θ_T , 최대각가속도 a_{max} , 최대각속도 ω_{max} 파라미터가 필요하다. 이 때의 식은 각각 Eq. (19), Eq. (22) 을 참고한다.

그 다음, Eq. (19) 로 부터 도출된 기동각의 크기와 그에 따른 위성체 제한 조건을 고려하면, 총 3 가지의 자세명령 프로파일 형태가 유도되는데 이를 다음과 같이 구분할 수 있다.

1) Bang-Bang I ($a_p < a_m$ and $\omega_p < \omega_m$ / $\theta_T \leq \theta_{b1}$)

기동각의 크기가 작을 때를 먼저 고려해보자. 이때, 자세명령의 첨두각가속도(Peak Angular Acceleration) $a_{peak}(= a_p)$ 와 최대각가속도 $a_{max}(= a_m)$ 가 다음과 같은 관계를 이루는데, $a_p < a_m$ 이다. 또한, 자세명령의 첨두각속도(Peak Angular Velocity) $\omega_{peak}(= \omega_p)$ 와 최대각속도 $\omega_{max}(= \omega_m)$ 는 $\omega_p < \omega_m$ 의 관계에 있다. 이때, 작은 기동각(Small Angle)일 때의 자세명령 프로파일을 Fig. 12 에 도시하였다.

그리고 첨두각가속도 도달 시간(Rising time to Peak Angular Acceleration) t_1 은 기동각에 관계 없이 일정 값으로 고정한다. 도달 시간을 너무 줄이게 되면, 토크 명령의 고주파수 대역이 증가 하게 되어 무한 저크(Infinite Jerk)형식과 유사해짐으로써 위성체 유연 모드와의 공진(Resonance) 문제가 발생할 가능성이 존재하기 때문이다. 따라서 총 기동시간(Total Maneuver Time) T 는 $4t_1$ 과 동일하다. 본 논문에서는 t_1 을 다음과 같이 정의한다.

$$t_1 = \frac{a_m}{j_m} \tag{24}$$

먼저, Fig. (12) 의 유한저크,각가속도,각속도 프로파일 형태를 참고하여 첨두저크(Peak Finite Jerk) $j_{peak}(= j_p)$ 와 기동각 θ_T 의 관계를 도출해 낼 수 있는데, 이를 수식적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_T &= 2\theta_{t_2} \\ &= 2\omega_{t_1}t_2 \\ &= 2a_p t_1^2 \\ &= 2j_p t_1^3 \end{aligned} \tag{25}$$

또한 Bang-Bang I 타입의 각가속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령생성 프로파일 식은 다음과 같다. 또한, 해당 자세명령에 대한 총 기동시간 T 는 $4t_1$ 이다.

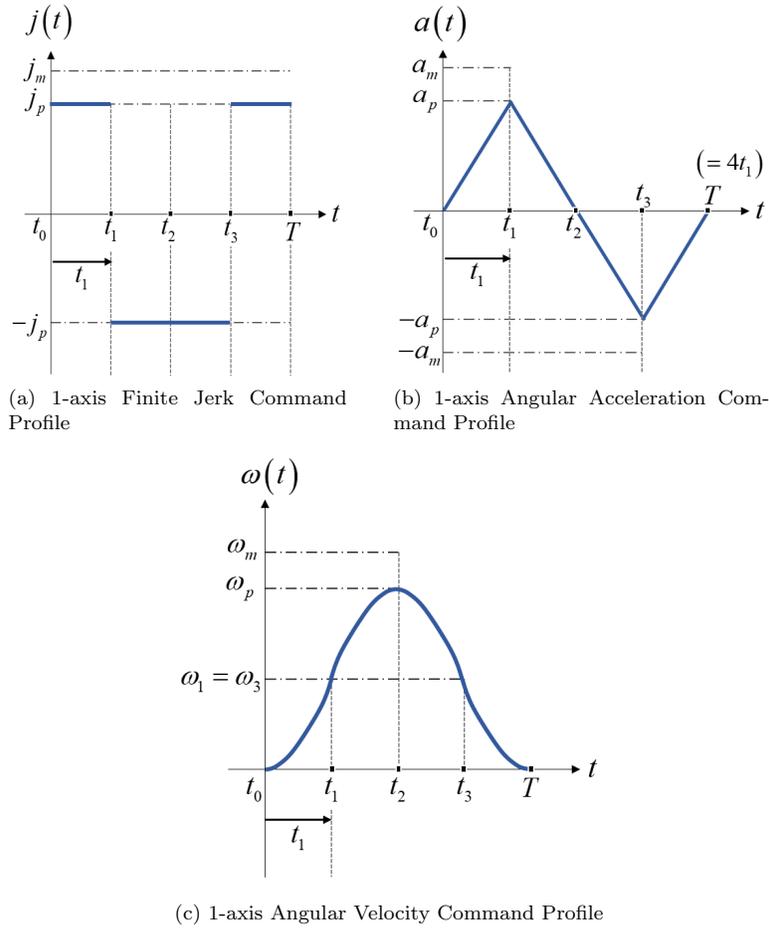


Fig. 12 Commanded Profiles for Rest-to-Rest Maneuver : Bang-Bang I

$$\begin{aligned}
 &0 \leq t < t_1, \\
 &a(t) = j_p t \\
 &\omega(t) = \frac{1}{2} j_p t^2 \\
 &\theta(t) = \frac{1}{6} j_p t^3 \\
 &t_1 \leq t < t_3, \\
 &a(t) = a_p - j_p (t - t_1) \\
 &\omega(t) = \omega_{t_1} + a_p (t - t_1) - \frac{1}{2} j_p (t - t_1)^2 \\
 &\theta(t) = \theta_{t_1} + \omega_{t_1} (t - t_1) + \frac{1}{2} a_p (t - t_1)^2 - \frac{1}{6} j_p (t - t_1)^3
 \end{aligned} \tag{26}$$

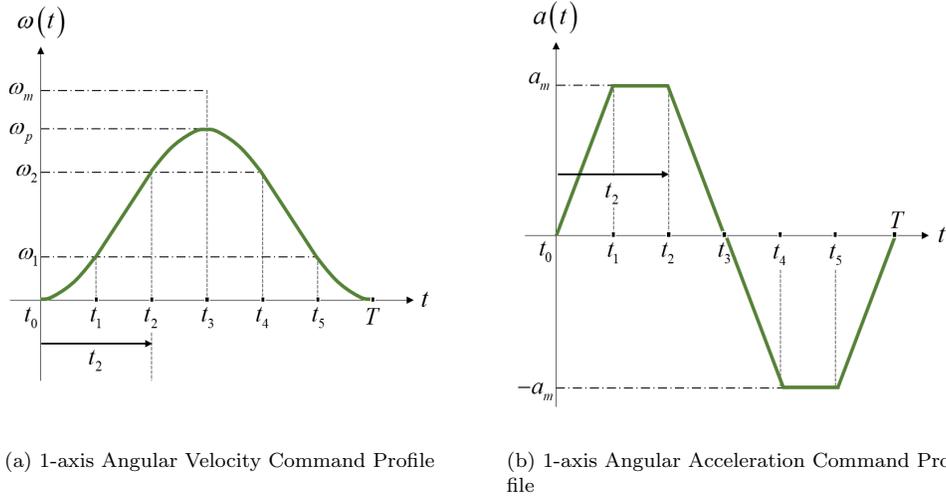


Fig. 13 Commanded Profiles for Rest-to-Rest Maneuver : Bang-Bang II

$$\begin{aligned}
 & t_3 \leq t < t_4 (= T), \\
 & a(t) = -a_p + j_p(t - t_3) \\
 & \omega(t) = \omega_{t_3} + \frac{1}{2}a_p(t - t_3)^2 - \frac{1}{6}j_p(t - t_3)^3 \\
 & \theta(t) = \theta_{t_3} + \omega_{t_3}(t - t_3) - \frac{1}{2}a_p(t - t_3)^2 + \frac{1}{6}j_p(t - t_3)^3
 \end{aligned}$$

2) Bang-Bang II ($a_p = a_m$ and $\omega_p < \omega_m$ / $\theta_{b1} < \theta_T \leq \theta_{b2}$)

만약, Fig. (12) 의 기동각의 크기가 점점 커진다면 첨두저크가 최대저크에 도달하는 시점이 발생하는데, 이 시점에서의 기동각을 경계 기동각(Boundary Maneuver Angle) θ_{b1} 으로 정의할 수 있다.

$$\theta_{c1} = \frac{1}{8}a_m(t_4)^2 \tag{27}$$

즉, 기동각 θ_T 가 경계 기동각 θ_{b1} 보다 큰 경우 기존 프로파일 타입에서 ($\theta_T > \theta_{b1}$) Bang-Bang II 타입으로 프로파일 형태의 변화가 나타나며, 이를 Fig. (13) 와 같이 도시하였다. 이때, 첨두각가속도와 최대각가속도 간의 관계는 다음과 같으며 $a_p = a_m$, 이는 첨두각가속도가 최대각가속도에 도달하였다는 것을 의미한다. 그러나, 첨두각속도가 최대각속도에 도달하지는 못한 상태이므로 기존의 Bang-Bang 프로파일과 유사한 타입II 형태로 나타나는 것이다.

초기 각가속도 도달(증가)시간인 t_1 은 이전 타입 프로파일과 동일하게 Eq. (24)로 정의한다. 또한, t_2 는 Fig. (13) 의 각속도 프로파일 형상으로부터 도출된 방정식을 계산하여 얻을 수 있다.

$$t_2 = \frac{-t_1 + \sqrt{t_1^2 + 4\theta/a_m}}{2} \quad (28)$$

Bang-Bang II 타입의 각가속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령생성 프로파일 식은 다음과 같다. 그리고 해당 자세명령의 총 기동시간 T 는 $2(t_2 + t_1)$ 이다.

$$\begin{aligned} &0 \leq t < t_1, \\ &a(t) = j_m t \\ &\omega(t) = \frac{1}{2} j_m t^2 \\ &\theta(t) = \frac{1}{6} j_m t^3 \\ &t_1 \leq t < t_2, \\ &a(t) = a_m \\ &\omega(t) = \omega_{t_1} + a_m (t - t_1) \\ &\theta(t) = \theta_{t_1} + \omega_{t_1} (t - t_1) + \frac{1}{2} a_m (t - t_1)^2 \\ &t_2 \leq t < t_4, \\ &a(t) = a_m - j_m (t - t_2) \\ &\omega(t) = \omega_{t_2} + a_m (t - t_2) - \frac{1}{2} j_m (t - t_2)^2 \\ &\theta(t) = \theta_{t_2} + \omega_{t_2} (t - t_2) + \frac{1}{2} a_m (t - t_2)^2 - \frac{1}{6} j_m (t - t_2)^3 \\ &t_4 \leq t < t_5, \\ &a(t) = -a_m \\ &\omega(t) = \omega_{t_4} - a_m (t - t_4) \\ &\theta(t) = \theta_{t_4} + \omega_{t_4} (t - t_4) - \frac{1}{2} a_m (t - t_4)^2 \\ &t_5 \leq t < t_6 (= T), \\ &a(t) = -a_m + j_m (t - t_5) \\ &\omega(t) = \omega_{t_5} - a_m (t - t_5) + \frac{1}{2} j_m (t - t_5)^2 \\ &\theta(t) = \theta_{t_5} + \omega_{t_5} (t - t_5) - \frac{1}{2} a_m (t - t_5)^2 + \frac{1}{6} j_m (t - t_5)^3 \end{aligned} \quad (29)$$

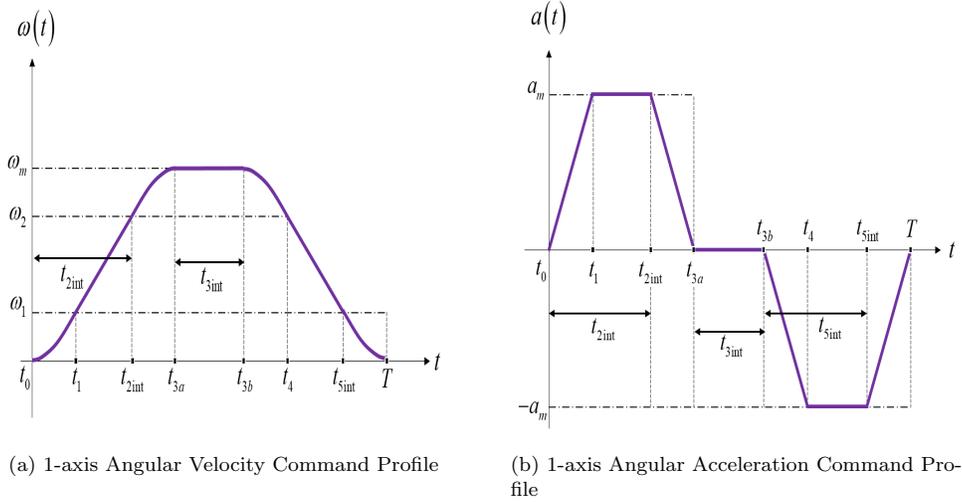


Fig. 14 Commanded Profiles for Rest-to-Rest Maneuver : Bang-off-Bang

3) Bang-off-Bang ($a_p = a_m$ and $\omega_p = \omega_m$ / $\theta_{b2} < \theta_T$)

초기 기동각의 크기가 점점 증가하게 되면 첨두각속도가 최대각속도에 도달하는 시점이 발생하는데 ($\omega_p = \omega_m$), 이 시점에서의 기동각을 또 다른 경계 기동각인 θ_{b2} 으로 정의한다.

$$\theta_{b2} = a_m (t_1 t_{2int} + t_{2int}^2) \quad (30)$$

$$t_{2int} = \frac{\omega_m}{a_m} \quad (31)$$

즉, 기동각 θ_T 가 경계 기동각 θ_{b2} 보다 큰 경우에 ($\theta_T > \theta_{b2}$) 이전 프로파일 타입에서 Bang-off-Bang 타입으로 프로파일 형태의 변화가 나타나며, 이를 Fig. (14) 와 같이 도시하였다. 이때, t_{3b} 는 다음과 같다.

$$t_{3b} = t_{3a} + \frac{\theta - \theta_{b2}}{\omega_m} = t_{3a} + t_{3int} \quad (32)$$

또한 Bang-off-Bang 의 각가속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령생성 프로파일 식은 다음과 같다. 그리고 해당 자세명령의 총 기동시간 T 는 $t_{3b} + t_1 + t_{2int}$ 이다.

$$\begin{aligned}
 &0 \leq t < t_1, \\
 &a(t) = j_m t \\
 &\omega(t) = \frac{1}{2} j_m t^2 \\
 &\theta(t) = \frac{1}{6} j_m t^3 \\
 \\
 &t_1 \leq t < t_2, \\
 &a(t) = a_m \\
 &\omega(t) = \omega_{t_1} + a_m (t - t_1) \\
 &\theta(t) = \theta_{t_1} + \omega_{t_1} (t - t_1) + \frac{1}{2} a_m (t - t_1)^2 \\
 \\
 &t_2 \leq t < t_{31}, \\
 &a(t) = a_m - j_m (t - t_2) \\
 &\omega(t) = \omega_{t_2} + a_m (t - t_2) - \frac{1}{2} j_m (t - t_2)^2 \\
 &\theta(t) = \theta_{t_2} + \omega_{t_2} (t - t_2) + \frac{1}{2} a_m (t - t_2)^2 - \frac{1}{6} j_m (t - t_2)^3 \\
 \\
 &t_{31} \leq t < t_{32}, \\
 &a(t) = 0 \\
 &\omega(t) = \omega_{t_{31}} \\
 &\theta(t) = \theta_{t_{31}} + \omega_{t_{31}} (t - t_{31}) \\
 \\
 &t_{32} \leq t < t_4, \\
 &a(t) = -j_m (t - t_{32}) \\
 &\omega(t) = \omega_{t_{32}} - \frac{1}{2} j_m (t - t_{32})^2 \\
 &\theta(t) = \theta_{t_{32}} + \omega_{t_{32}} (t - t_{32}) - \frac{1}{6} j_m (t - t_{32})^2 \\
 \\
 &t_4 \leq t < t_5, \\
 &a(t) = -a_m \\
 &\omega(t) = \omega_{t_4} - a_m (t - t_4) \\
 &\theta(t) = \theta_{t_4} + \omega_{t_4} (t - t_4) - \frac{1}{2} a_m (t - t_4)^2 \\
 \\
 &t_5 \leq t < t_6, \\
 &a(t) = -a_m + j_m (t - t_5) \\
 &\omega(t) = \omega_{t_5} - a_m (t - t_5) + \frac{1}{2} j_m (t - t_5)^2 \\
 &\theta(t) = \theta_{t_5} + \omega_{t_5} (t - t_5) - \frac{1}{2} a_m (t - t_5)^2 + \frac{1}{6} j_m (t - t_5)^3
 \end{aligned} \tag{33}$$

3. Rest-to-Rest 기동 3축 자세명령생성

지금까지 각각의 프로파일 형태 (Bang-Bang *I, II* and Bang-off-Bang) 에 따른 1축 각각속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령 해를 도출하였다면, Eq. (26), Eq. (29), Eq. (33) 과 같은 1축 회전 자세명령을 3축 자세명령으로 재 일반화 하는 과정을 거쳐야 최종적인 3축 해석적 자세명령생성 해를 획득할 수 있는데, 그 과정은 다음과 같다.

$$\mathbf{a}(t) = a(t)\boldsymbol{\epsilon} \quad (34)$$

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \omega(t)\boldsymbol{\epsilon} \quad (35)$$

$$\mathbf{q}_c(t) = \mathbf{q}_r(t) \otimes \mathbf{q}_0 \quad (36)$$

$$\mathbf{q}_r(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon} \sin (\theta(t) / 2) \\ \cos (\theta(t) / 2) \end{bmatrix} \quad (37)$$

4. Spin-to-Spin 기동 자세명령생성

지구 관측위성(Earth Observation Satellite)과 같이 지구 지향(Earth Pointing)을 하는 미션을 수행하려면 위성 궤도에 따라서 임의의 일정 각속도 성분이 요구되며(대략 $0.06(deg/s)$)[1], 동일한 지구 지표 지점(Earth Ground Point)을 연속적으로 지향하기 위한 미션을 수행할 때에도 일정 수준의 위성 각속도가 요구된다(대략 $0.7(deg/s)$). 따라서 다양한 우주 임무를 수행하기 위하여 위성 기동을 기본적인 Rest-to-Rest 기동 뿐만 아니라, 초기/최종 각속도 성분이 존재하는 Spin-to-Spin 형태의 기동구간을 거치게 되는데, 본 장에서는 Spin-to-Spin 구간의 해석적 자세명령생성 해를 오차 없는 보다 정확한 해로 유도해보고자 한다.

1) STEP 1. : Spin-to-Spin 기동 구간 정의

Spin-to-Spin 기동의 자세명령생성 과정은 기존 Rest-to-Rest 기동과 유사하나, 기동 구간 자체를 Fig. (15) 와 같이 4가지 단계(Phase)로 분리하여 나타낸다. 단, 기동축은 구간에 따라 다르게 적용된다. 따라서, 임의의 1축 각각속도 및 각속도 성분이 3축으로 차원변환 될 때, 기동축에 따라 각각의 기동 구간에서의 벡터값들이 모두 다르게 도출됨에 유의한다. 또한 Spin-to-Spin의 1축 자세명령생성의 각 기동 구간별 생성 순서는 Phase4) \rightarrow Phase1) and Phase3) \rightarrow Phase2) 를 따른다.

Phase4) 안정화구간(Stabilization Phase) : $t = [t_5, t_6]$

해당 구간은 실제 우주 환경의 내/외부적인 외란(Disturbance)으로부터 발생하는 위성 자세명령 추종 오차 발생을 줄이고자 안정화시간 t_s 를 고려한다. 또한, 해당 구간에서의 1축 각속도 명령은 $a(t) = 0$ 이며, 1축 각속도 명령은 등속을 유지한다. $\omega(t) = \omega_f$

Phase1) Spin-to-Rest 구간 (Spin-to-Rest Phase) : $t = [t_0, t_2]$

이 구간은 위성 초기각속도 벡터 ω_0 를 $\mathbf{0}$ 벡터로 만드는 각속도 감소 Spin-down 구간이다. 즉, 해당 구간의 마지막 시점 t_2 에서의 1축 각속도 명령은 $\omega_{t_2} = 0$ 이 되는 것이다. 또한, 기준 각속도 (Criterion Velocity) ω_{cri1} 와 1축 초기각속도 ω_0 의 대소비교를 통하여 프로파일 형태가 총 두가지로 나뉜다 : Jerk-Bang-Bang / Jerk-Bang-off-Bang.

Phase3) Rest-to-Spin 구간 (Rest-to-Spin Phase) : $t = [t_3, t_5]$

해당 구간은 위성 초기각속도가 $\mathbf{0}$ 벡터에서 최종 각속도 벡터 ω_f 까지 상승하는 각속도 상승 Spin-up 구간이다. 즉, 해당 구간의 초기 시점 t_3 의 1축 각속도 명령은 $\omega_{t_3} = 0$ 이 되는 것이다. 또한, 기준 각속도(Criterion Velocity) ω_{cri3} 와 1축 최종각속도 ω_f 의 대소비교를 통하여 프로파일 형태가 총 두가지로 나뉜다 : Jerk-Bang-Bang / Jerk-Bang-off-Bang.

Phase2) Rest-to-Rest 구간 (Rest-to-Rest Phase) : $t = [t_2, t_3]$

이 구간은 위성 초기 및 최종 각속도벡터가 모두 $\mathbf{0}$ 벡터인 기동 구간으로, 앞 소단원 2)Rest-to-Rest 기동 자세명령생성과 동일하다. 기동각의 크기에 따라 프로파일 형태가 총 세가지로 나뉜다 : Bang-BangI , Bang-BangII , Bang-off-Bang.

2) STEP 2. : Spin-to-Spin 기동 구간 별 1축 명령

지금부터 Spin-to-Spin 기동의 구간 별 1축 각가속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령해를 도출해보고자 한다.

Phase4) 안정화구간(Stabilization Phase) : $t = [t_5, t_6]$

안정화구간에서의 3축 각가속도 벡터는 $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_f = \mathbf{0}$ 이고 각속도 벡터는 $\omega(t) = \omega_f = \omega_6$ 로 일정하다. 즉, 해당 구간의 초기 시점 t_5 에서의 위성 자세를 계산하기 위하여 최종 시점 $t_6(= T)$ 으로부터 역방향 적분(Backward Integration) 을 실시한다. 단, 기동 구간의 최종 시점에서의 기동각을

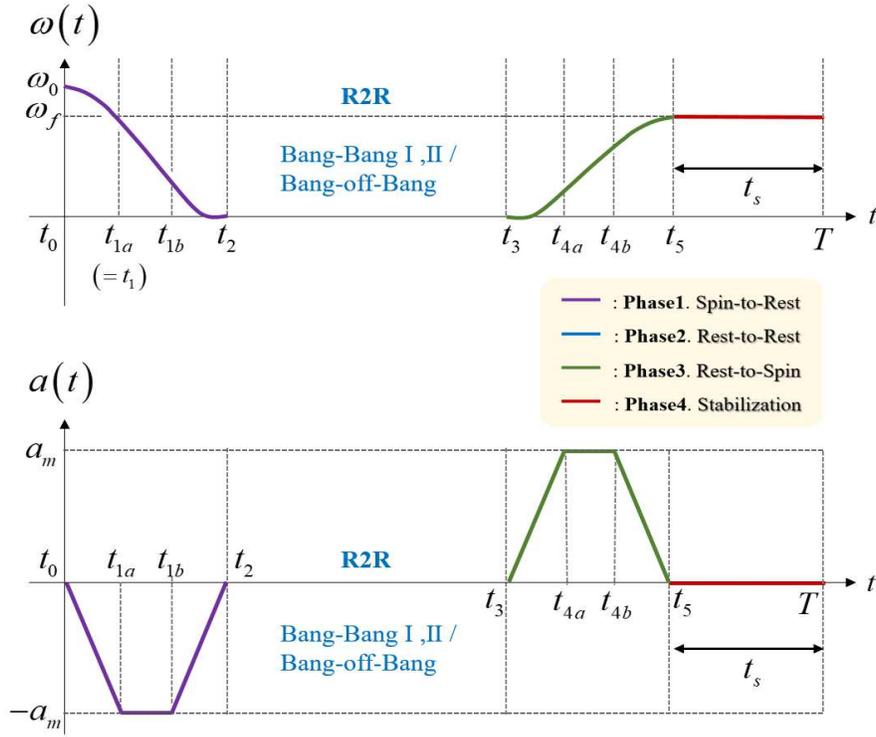


Fig. 15 Overall 1-axis Commanded Profile for Spin-to-Spin Maneuver

$\theta_6 = 0$ 으로 가정하고, 시작 시점 기동각 θ_5 를 구한다. 초기 시점의 값은 최종 시점에서 안정화 시간을 제하면 된다 $t_5 = t_6 - t_s$.

이 구간의 1축 각가속도,각속도,기동각 명령에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 t_5 \leq t < t_6, \\
 a(t) &= 0 \\
 \omega(t) &= \omega_{t_6} \\
 \theta(t) &= \omega_{t_6} (t - t_6)
 \end{aligned} \tag{38}$$

Phase1) Spin-to-Rest 구간(Spin-to-Rest Phase) : $t = [t_0, t_2]$

해당 기동 구간에서의 초기 경계조건은 : $t_0, \omega_0, \theta_0 = 0$ 이며, 최종 경계조건은 $t_2(unknown), \omega_{t_2} = 0, \theta_{t_2}(unknown)$ 이다. 이때, 기준 각속도인 ω_{cri1} 보다 해당 기동에서의 초기 각속도 ω_0 의 크기가 작은 경우 : $\omega_0 \leq \omega_{cri1}$, 프로파일의 형태는 Jerk-Bang-Bang 을 따른다. 그리고 $\omega_0 > \omega_{cri1}$ 이면 Jerk-Bang-off-Bang 프로파일 형태를 따른다.

이때, Spin-to-Rest 의 기준 각속도 ω_{cri1} 는 다음과 같다.

$$\omega_{cri1} = a_m t_1 \quad (39)$$

여기서 Eq.(39) 의 우항(Right-hand Side)성분들은 각각 Eq.(22) 와 Eq.(24)를 참고하면 된다. 또한, 이 구간에서의 1축 각가속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령식은 다음과 같다.

1-1) Jerk-Bang-Bang : ($\omega_0 \leq \omega_{cri1}$)

$$\begin{aligned} 0 \leq t < t_1, \\ a(t) &= -j_p t \\ \omega(t) &= \omega_0 - \frac{1}{2} j_p t^2 \\ \theta(t) &= \theta_0 + \omega_0 t - \frac{1}{6} j_p t^3 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} t_1 \leq t < t_2, \\ a(t) &= -a_p + j_p (t - t_1) \\ \omega(t) &= \omega_{t_1} - a_p (t - t_1) + \frac{1}{2} j_p (t - t_1)^2 \\ \theta(t) &= \theta_{t_1} + \omega_{t_1} (t - t_1) - \frac{1}{2} a_p (t - t_1)^2 + \frac{1}{6} j_p (t - t_1)^3 \end{aligned}$$

즉, Spin-to-Rest 기동의 Jerk-Bang-Bang 프로파일에대한 최종 기동시간 t_2 는 $t_2 = 2t_1$ 이다.

1-2) Jerk-Bang-off-Bang : ($\omega_0 > \omega_{cri1}$)

$$\begin{aligned} 0 \leq t < t_{1a}, \\ a(t) &= -j_m t \\ \omega(t) &= \omega_0 - \frac{1}{2} j_m t^2 \\ \theta(t) &= \theta_0 + \omega_0 t - \frac{1}{6} j_m t^3 \end{aligned} \quad (41)$$

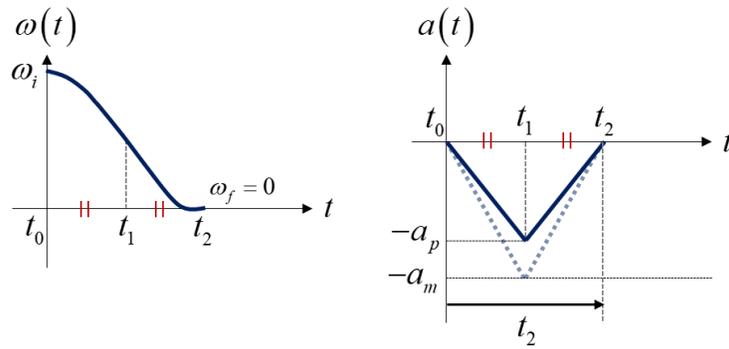
$$\begin{aligned} t_{1a} \leq t < t_{1b}, \\ a(t) &= -a_m \\ \omega(t) &= \omega_{t_{1a}} - a_m (t - t_{1a}) \\ \theta(t) &= \theta_{t_{1a}} + \omega_{t_{1a}} (t - t_{1a}) - \frac{1}{2} a_m (t - t_{1a})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{1b} &\leq t < t_2, \\
 a(t) &= -a_m + j_m(t - t_{1b}) \\
 \omega(t) &= \omega_{t_{1b}} - a_m(t - t_{1b}) + \frac{1}{2}j_m(t - t_{1b})^2 \\
 \theta(t) &= \theta_{t_{1b}} + \omega_{t_{1b}}(t - t_{1b}) - \frac{1}{2}a_m(t - t_{1b})^2 + \frac{1}{6}j_m(t - t_{1b})^3
 \end{aligned}$$

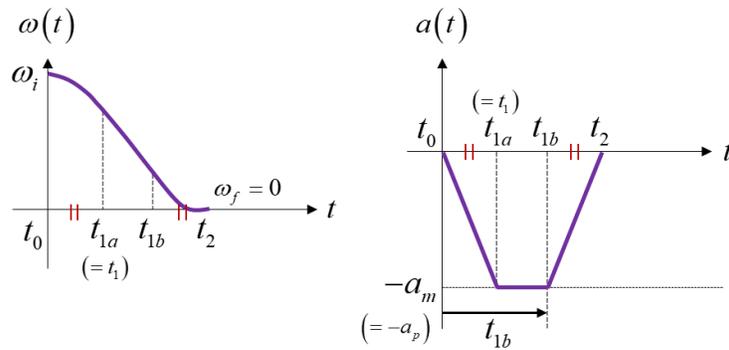
여기서, Spin-to-Rest 기동의 Jerk-Bang-off-Bang 프로파일에 대한 최종 기동시간 t_2 는 $t_2 = t_{1b} + t_1$ 이다. 이때, $t_{1a} = t_1$, $t_{1b} = \omega_0/a_p$ 이다.

Phase3) Rest-to-Spin 구간(Rest-to-Spin Phase) : $t = [t_3, t_5]$

해당 기동 구간에서의 초기 경계조건은 : $t_3(unknown)$, $\omega_3 = 0$, $\theta_3(unknown)$ 이며, 최종 경계



(a) 1-axis Jerk-Bang-Bang Command Profile



(b) 1-axis Jerk-Bang-off-Bang Command Profile

Fig. 16 1-axis Commanded Profile for Spin-to-Rest Phase

조건은 t_5 (Phase4 에서 도출됨) , $\omega_{t_5} = \omega_{t_f}$, θ_{t_5} (Phase4 에서 도출됨) 이다. 이때, 기준 각속도인 ω_{cri3} 보다 해당 기동에서의 최종 각속도 ω_5 의 크기가 더 작은 경우 : $\omega_5 \leq \omega_{cri3}$, 프로파일의 형태는 Jerk-Bang-Bang 을 따른다. 그리고 $\omega_5 > \omega_{cri3}$ 이면 Jerk-Bang-off-Bang 프로파일 형태를 따른다.

이때, Rest-to-Spin 의 기준 각속도 ω_{cri3} 는 다음과 같다.

$$\omega_{cri3} = a_m t_1 \quad (42)$$

따라서, 이 구간에서의 1축 각가속도 $a(t)$, 각속도 $\omega(t)$, 기동각 $\theta(t)$ 명령식은 다음과 같다.

2-1) Jerk-Bang-Bang : ($\omega_5 \leq \omega_{cri3}$)

$$\begin{aligned}
 t_3 \leq t < t_4, \\
 a(t) &= j_p (t - t_3) \\
 \omega(t) &= \omega_{t_3} + \frac{1}{2} j_p (t - t_3)^2 \\
 \theta(t) &= \theta_{t_3} + \omega_{t_3} (t - t_3) + \frac{1}{6} j_p (t - t_3)^3
 \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned}
 t_4 \leq t < t_5, \\
 a(t) &= a_p - j_p (t - t_4) \\
 \omega(t) &= \omega_{t_4} + a_p (t - t_4) - \frac{1}{2} j_p (t - t_4)^2 \\
 \theta(t) &= \theta_{t_4} + \omega_{t_4} (t - t_4) + \frac{1}{2} a_p (t - t_4)^2 - \frac{1}{6} j_p (t - t_4)^3
 \end{aligned}$$

즉, Rest-to-Spin 기동의 Jerk-Bang-Bang 프로파일에 대한 최종 기동시간 t_{int35} 는 $t_{int35} = 2t_1$ 이다. 이때, $t_3 = t_5 - 2t_1$ 이다.

2-2) Jerk-Bang-off-Bang : ($\omega_5 > \omega_{cri3}$)

$$\begin{aligned}
 t_3 \leq t < t_{4a}, \\
 a(t) &= -j_m (t - t_3) \\
 \omega(t) &= \omega_{t_3} + \frac{1}{2} j_m (t - t_3)^2 \\
 \theta(t) &= \theta_{t_3} + \omega_{t_3} (t - t_3) + \frac{1}{6} j_m (t - t_3)^3
 \end{aligned}$$

$$t_{4a} \leq t < t_{4b},$$

$$a(t) = a_m$$

$$\omega(t) = \omega_{t_{4a}} + a_m (t - t_{4a})$$

$$\theta(t) = \theta_{t_{4a}} + \omega_{t_{4a}} (t - t_{4a}) + \frac{1}{2} a_m (t - t_{4a})^2$$

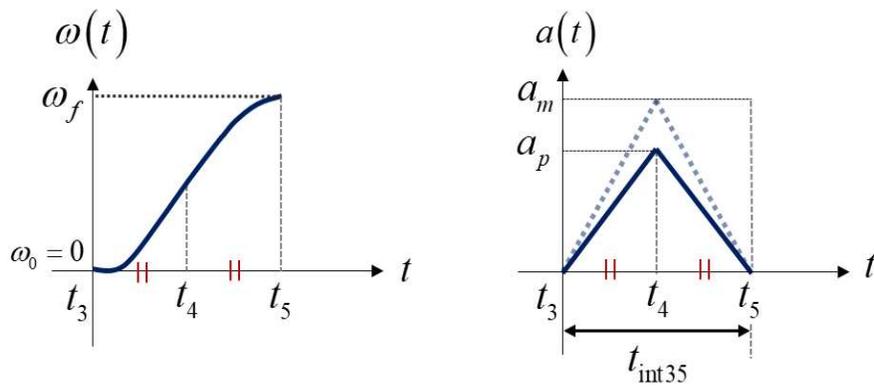
(44)

$$t_{4b} \leq t < t_5,$$

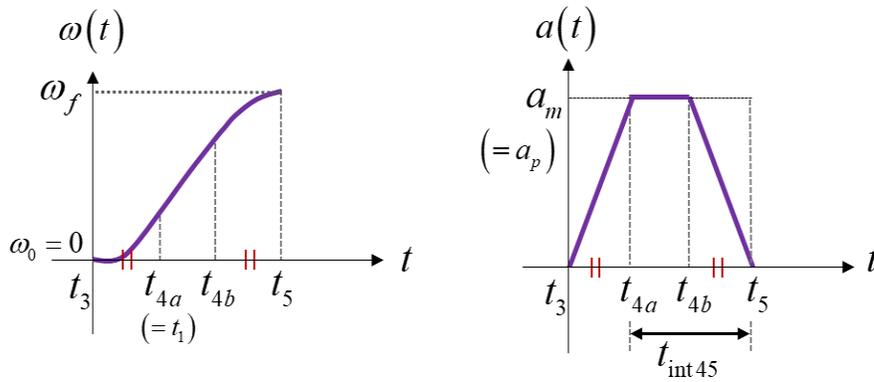
$$a(t) = a_m - j_m (t - t_{4b})$$

$$\omega(t) = \omega_{t_{4b}} + a_m (t - t_{4b}) - \frac{1}{2} j_m (t - t_{4b})^2$$

$$\theta(t) = \theta_{t_{4b}} + \omega_{t_{4b}} (t - t_{4b}) + \frac{1}{2} a_m (t - t_{4b})^2 - \frac{1}{6} j_m (t - t_{4b})^3$$



(a) 1-axis Jerk-Bang-Bang Command Profile



(b) 1-axis Jerk-Bang-off-Bang Command Profile

Fig. 17 1-axis Commanded Profile for Rest-to-Spin Phase

여기서, Rest-to-Spin 기동의 Jerk-Bang-off-Bang 프로파일에대한 총 기동시간 t_{int35} 는 $t_{int35} = t_5 - (t_1 + t_{4b})$ 이다. 이때, $t_{int45} = \omega_{t_5}/a_m$, $t_{4a} = t_5 - \omega_{t_5}/a_m$, $t_{4b} = t_5 - t_1$ 이다.

3) STEP 3. : Spin-to-Spin 기동 구간 별 3축 명령

마지막으로, Spin-to-Spin 기동의 구간 별 3축 각각속도 벡터 $\mathbf{a}(t)$, 각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}(t)$, 쿼터니언 벡터 $\mathbf{q}_c(t)$ 명령생성과정을 알아보자.

STEP 2. 로부터 도출한 1축 각각속도 $a(t)$ / 각속도 $\omega(t)$ 명령에 기동축 벡터 $\boldsymbol{\epsilon}$ (기동 단계별로 다른 값을 가짐) 을 곱하면, 3축에 대한 각각속도 $\mathbf{a}(t)$ / 각속도 $\boldsymbol{\omega}(t)$ 명령해가 도출된다.

또한, 3축 쿼터니언 자세벡터 $\mathbf{q}_c(t)$ 에 대한 명령값의 경우는 도출 과정이 다소 복잡한데, 계산 순서는 다음과 같다. 먼저, 1축 기동각 $\theta(t)$ 와 기동축 벡터를 활용하여 쿼터니언 회전 벡터 \mathbf{q}_{rel} 를 구한 다음, \mathbf{q}_{rel} 과 각 기동 단계별 기준 쿼터니언 자세 벡터를 곱하면 비로소 쿼터니언 벡터 명령을 도출해낼 수 있다. 단, 각 기동 단계별 기준 쿼터니언 자세 벡터는 : Phase4); \mathbf{q}_6 / Phase1); \mathbf{q}_0 / Phase3); \mathbf{q}_5 이다.

Phase4) 안정화구간(Stabilization Phase) :

먼저, 기동축 벡터 $\boldsymbol{\epsilon}_6$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{\epsilon}_6 = \boldsymbol{\epsilon}_f = \frac{\boldsymbol{\omega}_f}{\omega_f} \quad (45)$$

$$\omega_f = \|\boldsymbol{\omega}_f\|_2 \quad (46)$$

따라서, 안정화구간에서의 3축 자세명령 벡터는 다음과 같은 식을 적용하여 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(t) &= a(t) \boldsymbol{\epsilon}_6 = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\omega}(t) &= \omega(t) \boldsymbol{\epsilon}_6 = \boldsymbol{\omega}_f \\ \mathbf{q}_c(t) &= \mathbf{q}_{rel} \otimes \mathbf{q}_6 \\ \mathbf{q}_{rel} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_6 \sin(\theta(t)/2) \\ \cos(\theta(t)/2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (47)$$

Phase1) Spin-to-Rest 구간(Spin-to-Rest Phase) :

먼저, 기동축 벡터 ϵ_0 은 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_0 = \frac{\omega_0}{\omega_0} \quad (48)$$

$$\omega_0 = \|\omega_0\|_2 \quad (49)$$

따라서, Spin-to-Rest 구간에서의 3축 자세명령 벡터는 다음과 같은 식을 적용하여 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(t) &= a(t) \epsilon_0 \\ \boldsymbol{\omega}(t) &= \omega(t) \epsilon_0 \\ \mathbf{q}_c(t) &= \mathbf{q}_{rel} \otimes \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q}_{rel} &= \begin{bmatrix} \epsilon_0 \sin(\theta(t)/2) \\ \cos(\theta(t)/2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (50)$$

Phase3) Rest-to-Spin 구간(Rest-to-Spin Phase) :

먼저, 기동축 벡터 ϵ_5 는 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_{t_5} = \frac{\omega_{t_5}}{\omega_{t_5}} \quad (51)$$

$$\omega_{t_5} = \|\omega_{t_5}\|_2 \quad (52)$$

따라서, Rest-to-Spin 구간에서의 3축 자세명령 벡터는 다음과 같은 식을 적용하여 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(t) &= a(t) \epsilon_5 \\ \boldsymbol{\omega}(t) &= \omega(t) \epsilon_5 \\ \mathbf{q}_c(t) &= \mathbf{q}_{rel} \otimes \mathbf{q}_5 \\ \mathbf{q}_{rel} &= \begin{bmatrix} \epsilon_5 \sin(\theta(t)/2) \\ \cos(\theta(t)/2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (53)$$

5. 수치 시뮬레이션

1) Rest-to-Rest 기동 프로파일 예제

시뮬레이션 예제를 통해 프로파일 명령의 시각화를 진행해 보고자 한다. 임의의 초기/최종 자세 (η_0 / η_f)에 대한 Rest-to-Rest 기동에서의 1축 명령 프로파일(각가속도, 각속도, 기동각)은 Fig. (18) 과 같으며, 자세명령 재 일반화를 거친 3축 명령 프로파일은 Fig.(19)에 도시하였다. 단, 직관적인 자세표현을 위하여 쿼터니언 자세를 오일러 각(Euler Angle)으로 변환하여 도시하였다. 또한, 예제 수행에 필요한 시뮬레이션 파라미터들을 Table. 2에 정리하였다.

이때, 시뮬레이션 예제의 1축 프로파일 명령 그래프에서의 최대각가속도/최대각속도 (a_{max}/ω_{max}) 파라미터는 Eq. (22) 의 계산 과정으로부터 새로 도출된 최대 기동을 위한 최대각가속도/최대각속도 값이다.

Rest-to-Rest 자세명령에 대한 기동 시간(Maneuver Time) 은 다음과 같은데, 1) 1축 제한조건에 대한 스케일 조정 법칙을 도입하지 않았을 때의 위성 기동시간은 33.69(sec) 이다. 그러나, 2) 스케일 조정 법칙을 도입하였을 때의 기동 시간은 23.21(sec) 이다. 이는 위성의 최대 기동을 위하여 1축 제한조건에 스케일 조정 법칙을 적용한 명령생성법이 기존의 명령생성보다 10.48(sec) 정도 더 빠른 시간안에 명령한 다음 자세로 재 지향을 할 수 있음을 보여준다.

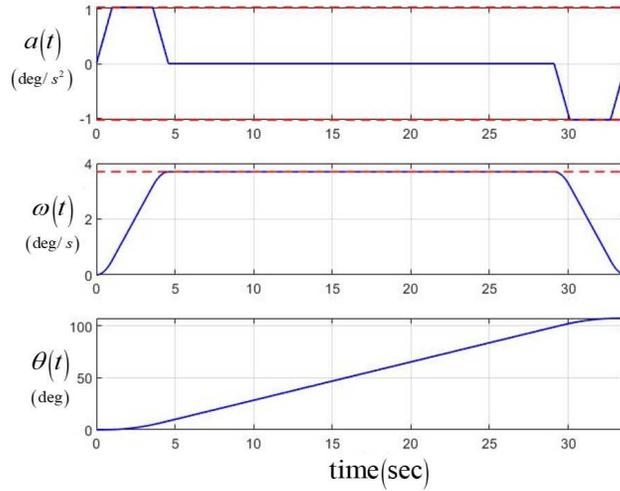
2) Spin-to-Spin 기동 프로파일 예제

시뮬레이션 예제를 통해 프로파일 명령의 시각화를 진행해 보고자 한다. 임의의 초기/최종 자세 (η_0 / η_f)에 대한 Spin-to-Spin 기동에서의 1축 명령 프로파일(각가속도, 각속도, 기동각)은 Fig. (20) 과 같으며, 자세명령 재 일반화를 거친 3축 명령 프로파일은 Fig.(21)에 도시하였다. 단, 직관적인 자세표현을 위하여 쿼터니언 자세를 오일러 각(Euler Angle)으로 변환하여 도시하였다. 또한, 예제 수행에 필요한 시뮬레이션 파라미터들을 Table. 3에 정리하였다.

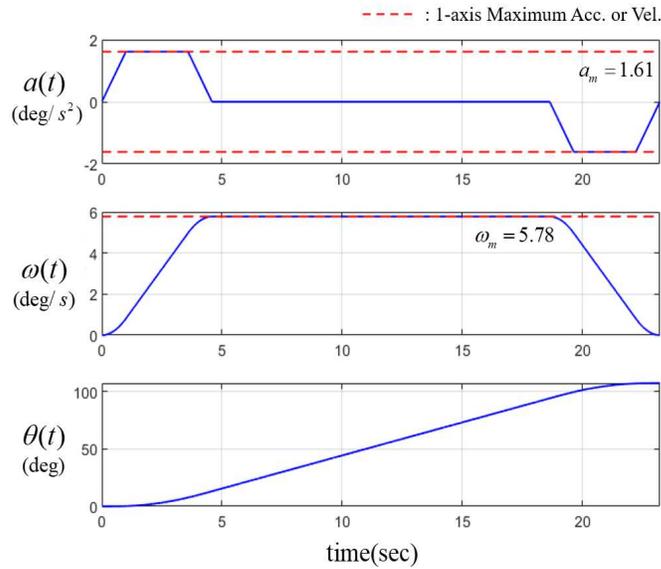
시뮬레이션 예제의 1축 프로파일 명령 그래프에서의 최대각가속도/최대각속도 (a_{max}/ω_{max}) 파라미터들은 기동 구간에 따라 기동축 변화가 생기므로 결국 서로 다른 값들을 가진다. 즉, Eq. (22) 의 계산 과정으로부터 새로 도출된 최대각가속도/최대각속도 값은 4가지 기동 구간별로 존재한다.

Spin-to-Spin 자세명령에 대한 기동 시간(Maneuver Time) 은 다음과 같은데, 1) 1축 제한조건에 대한 스케일 조정 법칙을 도입하지 않았을 때의 위성 기동시간은 30.66(sec) 이다. 그러나, 2) 스케일 조정 법칙을 도입하였을 때의 기동 시간은 26.48(sec) 이다. 이는 위성의 최대 기동을 위하여 1축

제한조건에 스케일 조정 법칙을 적용한 명령생성법이 기존의 명령생성보다 4.18(sec) 정도 더 빠른 시간안에 명령한 다음 자세로 재 지향을 할 수 있음을 보여준다.

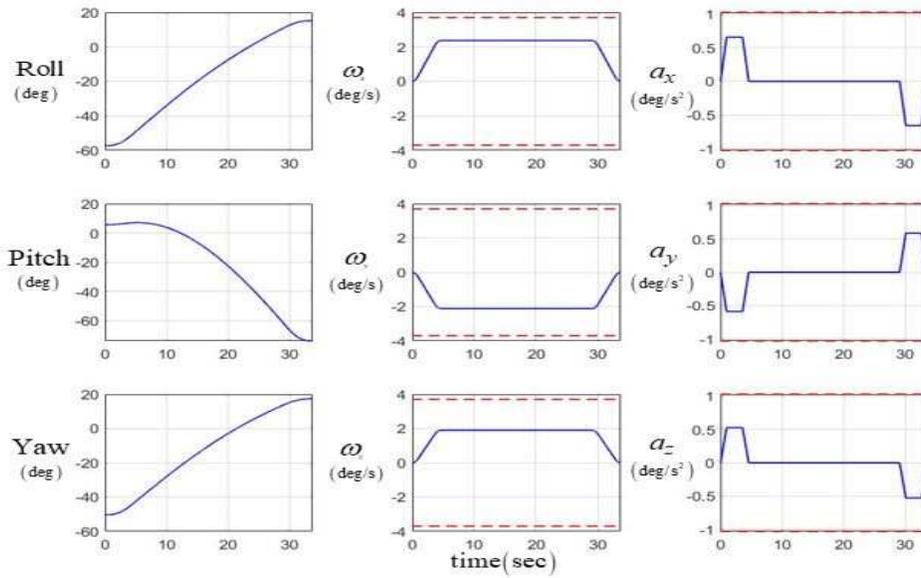


(a) 1-axis Commanded profile : w/o Maximum scale reallocation method for 1-axis Max. Angular Velocity and Acceleration

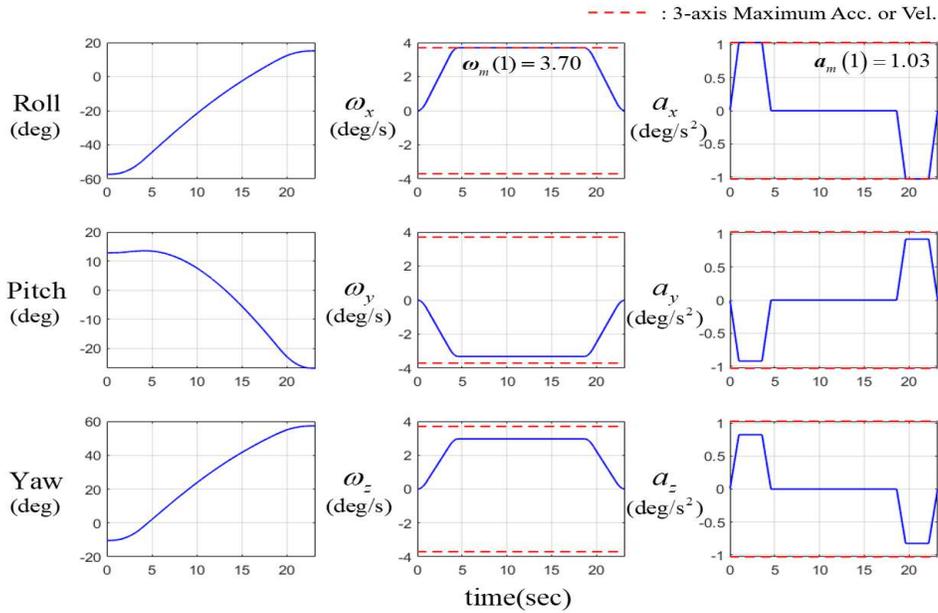


(b) Maximum scale reallocation method for 1-axis Max. Angular Velocity and Acceleration

Fig. 18 Rest-to-Rest : 1-axis Commanded Profile



(a) 3-axis Commanded profile : w/o Maximum scale reallocation method for 3-axis Max. Angular Velocity and Acceleration



(b) Maximum scale reallocation method for 3-axis Max. Angular Velocity and Acceleration

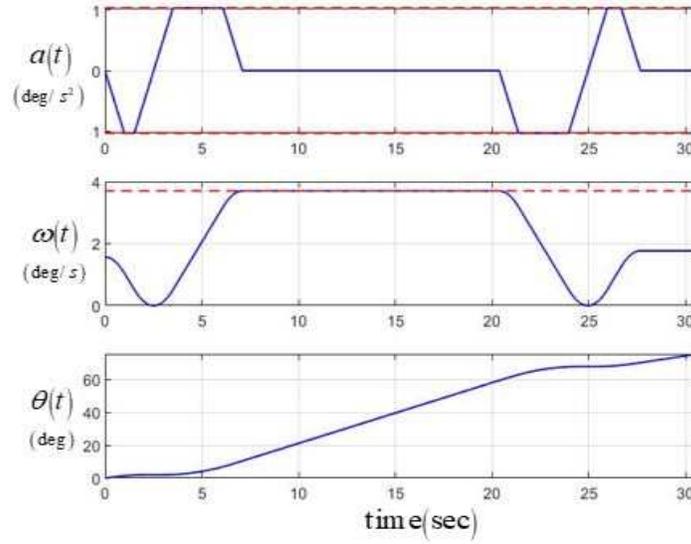
Fig. 19 Rest-to-Rest : 3-axis Commanded Profile

Table. 2 Numerical Simulation Parameters of R2R Attitude Command Generation Example

Parameter	Value	Unit
η_0	$[-57.30, 12.95, -10.32]^T$	<i>deg</i>
η_f	$[15.12, -26.80, 57.30]^T$	<i>deg</i>
ω_{max}	$[3.70, 3.70, 3.70]^T$	<i>deg/s</i>
a_{max}	$[1.03, 1.03, 1.03]^T$	<i>deg/s²</i>
h_{max}	$[129, 129, 64.5]^T$	<i>Nms</i>
τ_{max}	$[36, 36, 18]^T$	<i>Nm</i>
ω_{max}	5.78	<i>deg/s</i>
a_{max}	1.61	<i>deg/s²</i>

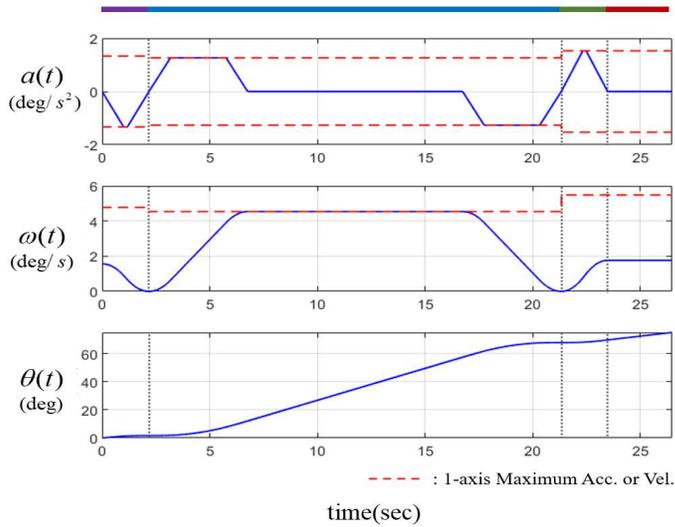
Table. 3 Numerical Simulation Parameters of S2S Attitude Command Generation Example

Parameter	Value	Unit
η_0	$[-44.79, -30.47, -57.30]^T$	<i>deg</i>
η_f	$[17.25, -57.30, -18.19]^T$	<i>deg</i>
ω_0	$[0.98, -1.21, -0.14]^T$	<i>deg/s</i>
ω_f	$[-0.77, -1.19, -1.05]^T$	<i>deg/s</i>
ω_{max}	$[3.70, 3.70, 3.70]^T$	<i>deg/s</i>
a_{max}	$[1.03, 1.03, 1.03]^T$	<i>deg/s²</i>
h_{max}	$[129, 129, 64.5]^T$	<i>Nms</i>
τ_{max}	$[36, 36, 18]^T$	<i>Nm</i>
ω_{max}	4.77 / 4.54 / 5.48 / 5.48	<i>deg/s</i>
a_{max}	1.33 / 1.27 / 1.53 / 1.53	<i>deg/s²</i>



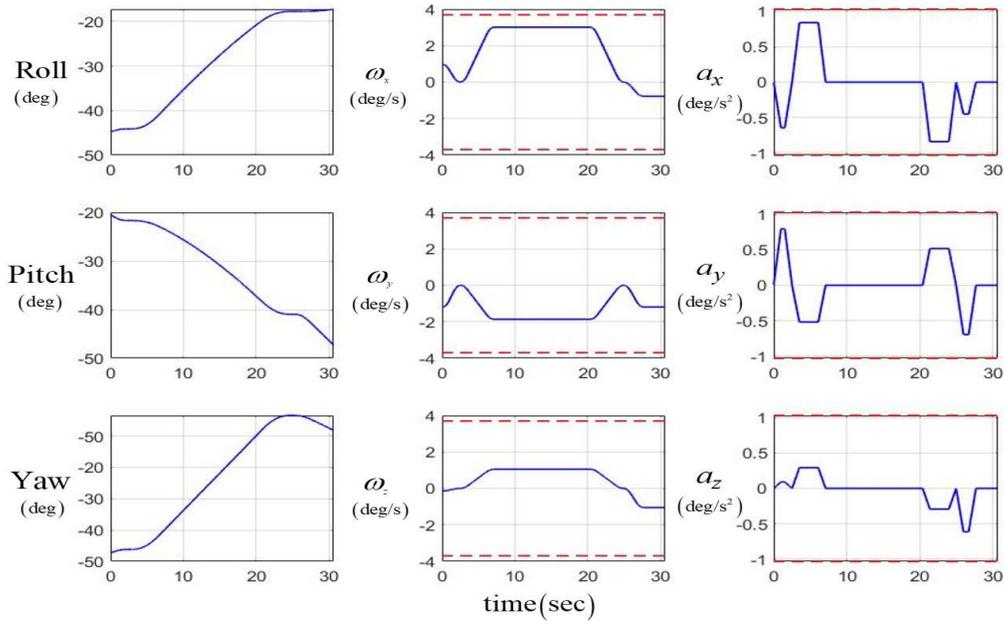
(a) 1-axis Commanded profile : w/o Maximum scale reallocation method for 1-axis Max. Angular Velocity and Acceleration

$a_m = 1.33$	$a_m = 1.27$	$a_m = 1.53$
$\omega_m = 4.77$	$\omega_m = 4.54$	$\omega_m = 5.48$

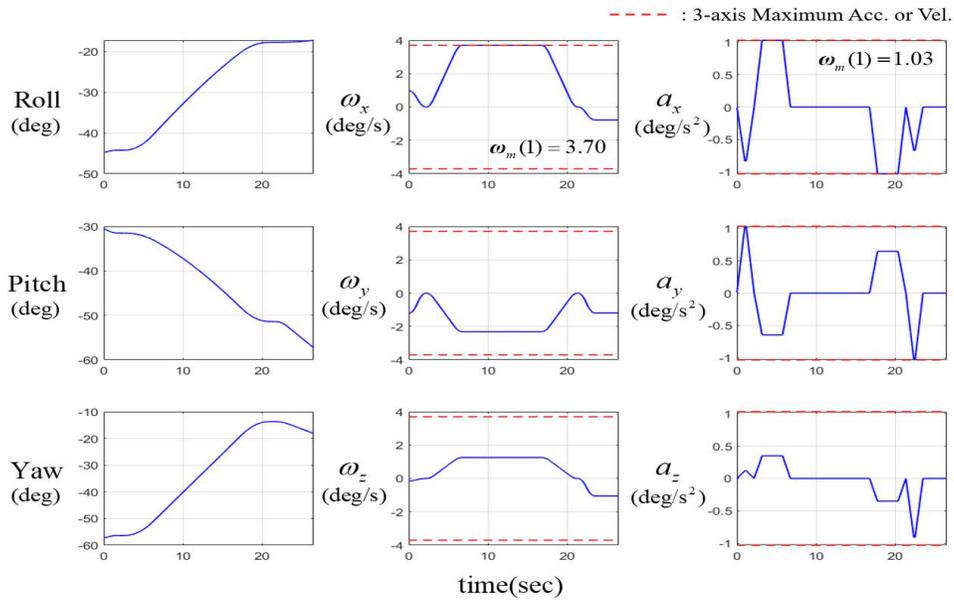


(b) Maximum scale reallocation method for 1-axis Max. Angular Velocity and Acceleration

Fig. 20 Spin-to-Spin : 1-axis Commanded Profile



(a) 3-axis Commanded profile : w/o Maximum scale reallocation method for 3-axis Max. Angular Velocity and Acceleration



(b) Maximum scale reallocation method for 3-axis Max. Angular Velocity and Acceleration

Fig. 21 Spin-to-Spin : 3-axis Commanded Profile

V. 다양한 기동에서의 CMG 구동 법칙

1. CMG 구동 법칙

인공위성 자세에 대한 제어 법칙(Attitude Control Law) 에서 도출되는 3축 제어 토크 명령을 발생시키기 위하여 구동기 명령 분배 법칙, 즉 CMG 구동 법칙이 필요하다. 이때, 일반적으로 의사역행렬 구동 법칙(Pseudo-inverse Steering Logic) 을 사용하여 제어 토크 분배를 실시한다. 또한, CMG가 제공해야 할 토크 명령을 $\tau_{cmd} = \dot{h}_{cmg}$ 라 할 때, 이는 자코비안 행렬 $A(\gamma)$ 와 김벌 각속도 곱과 같은데, 토크로부터 CMG 구동 시 요구되는 김벌 각속도 $\dot{\gamma}$ 을 구하기 위하여 자코비안 행렬의 역행렬이 필요하게 되나, 자코비안 행렬은 3×4 행렬로 정방행렬 (Square Matrix) 이 아니므로 의사역행렬을 사용하여 각속도 값을 구하게 된다.

그러나, 의사 역행렬 법칙의 자코비안 행렬 역시 김벌 각에 대한 함수이므로 특정 김벌 각 배치 형상의 CMG에 대한 의사 역행렬이 항상 존재하지 않는다. 이 경우를 단일(Singular) 상태라 일컫으며, 자코비안 행렬의 랭크(Rank) 값이 3보다 작은 경우에 단일 상태가 발생하면서, 결국 김벌 각속도를 계산할 수 없는 상황에 이른다.

따라서, 다음과 같은 단일 상태로 부터 회피 및 탈출 하기 위한 CMG 구동 법칙에 대한 다양한 연구가 존재한다[1, 10, 11, 12, 13, 14].

본 논문에서는 구동기 배치 형식으로 지붕형 배치 형식을 따르는데, 의사 역행렬의 경우 지붕형 배치 형식에 적절한 구동 법칙이라 할 수 있다. 그러나, Half-Leading(HL) 구동 법칙[1]은 지붕형 배치 형식에 특화된 구동 법칙으로써, 김벌 궤적이 항상 FAM Chart의 유효 각운동량 공간, 즉 Fig.(11)의 파란 선의 내부에만 존재하게 됨으로써 내/외부 특이점 라인과 구동기 한계로 부터 토크 명령이 정확하게 도출되지 않는 단일 공간의 간섭을 받지 않아 특이점에 빠지지 않는다.

또한 초기 김벌 각 위치는 위성의 회전 기동성과 밀접한 관련이 있다. 왜냐하면 모든 축에대한 각운동량 벡터는 김벌각에 대한 함수로, CMG 김벌 벡터의 변화에 따라 항상 값이 바뀐다. 만약 모든 기동시간 내로 동일한 기동성능이 발휘되어야 하는 점이 매우 중요한 부분 중 하나라고 한다면, 각 축에 허용되는 각운동량 벡터는 Rest-to-Rest, Spin-to-Spin과 같은 자세 기동을 시작하기 전에 그 값이 변경되지 않아야 한다. 즉, 김벌 각이 항상 초기에 정의된 방향으로 복귀하여야 된다는 의미이

기도 하다.

이때, 김벌 각을 항상 초기 위치로 복귀해야한다는 것은 결국 임의의 위성 자세 기동이 끝나갈 무렵 각운동량 벡터 또한 초기의 각운동량 벡터 위치로 복귀해야 한다는 것인데, 만약 복귀를 하지 않고 점점 초기 각운동량 벡터의 값과 멀어지게 된다면, 결국 특이점에 빠지게 된다. 특이점에 빠지게 되면 TPCMG는 원하는 토크 명령 발생을 수행할 수 없는 상태에 이르게 된다. 따라서, 이와 같은 각운동량 벡터의 회복을 위하여 본 논문에서는 최적 각운동량 벡터 회복 구동 법칙을 소개한다.

1) Pseudo-inverse 구동 법칙

의사역행렬을 활용한 Pseudo-inverse 구동 법칙으로 부터 각속도 벡터를 구하는 식은 다음과 같다[10].

$$\dot{\gamma} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\boldsymbol{\tau}_{cmd} \in \mathbb{R}^3 \quad (54)$$

2) HL(Half-Leading) 구동 법칙

Half-Leading(HL) 구동 법칙은 지붕형 배치 형식에 특화된 구동 법칙인데[1], 김벌 궤적이 항상 FAM Chart의 유효 각운동량 공간의 내부에만 존재함으로써 내/외부 특이점 라인과 구동기 한계로 부터 토크 명령이 정확하게 도출되지 않는 단일 공간의 간섭을 받지 않는다는 점이 가장 큰 장점이다. 본래 FAM 차트는 2축의 각운동량 벡터를 기준으로 개발되었다. 따라서, z 축의 각운동량 벡터와 토크를 둘로 나누어 2개의 단일 TPCMG 값으로 분배한다. 이때, TPCMG 쌍 중 하나는 $x-z$ 평면에 대한 제어 토크 명령을 생성하고, 다른 하나는 $y-z$ 평면에 대한 제어 토크 명령을 생성한다.

이처럼, HL 구동 법칙의 경우에 $\boldsymbol{\tau}_{cmd}$ 를 $\boldsymbol{\tau}_{cmd} = \boldsymbol{\tau}_{xz} + \boldsymbol{\tau}_{yz}$ 처럼 두 부분으로 분할한다. 이때, $\boldsymbol{\tau}_{xz} = [\tau_{xc}, 0, 0.5\tau_{zc}]^T$ 이고 $\boldsymbol{\tau}_{yz} = [\tau_{yc}, \tau_{zc}, 0.5\tau_{zc}]^T$ 로 정의할 수 있다. 즉, z 축 공유를 한다는 특성은 해당 구동 법칙을 설계하는데 큰 영향력을 발휘한다. 따라서, 2차원 TPCMG에 대한 김벌 각속도 벡터는 Redundancy 가 없으므로 자코비안 행렬의 역행렬로 정확한 값을 구할 수 있으며, HL (Half-Leading) 구동 법칙으로 부터 각속도 벡터를 구하는 식은 다음과 같다.

$$\dot{\gamma}_i = A_i^{-1}\boldsymbol{\tau}_{cmd,i} \in \mathbb{R}^2 \quad (55)$$

이때, 2차원 공간(예: $x-z$ 공간) 상의 각각의 토크 명령 벡터는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau}_{cmd,xz} = [\tau_{xc}, 0.5\tau_{zc}]^T \quad (56)$$

$$\tau_{cmd,yz} = [\tau_{yc}, 0.5\tau_{zc}]^T \quad (57)$$

2. 각운동량 벡터 회복 구동 법칙

초기 김벌 각(Initial Gimbal Angle) 의 위치는 위성의 회전 기동성과 연관성이 있다. 3축에 대한 각운동량 벡터 h_{cmg} 는 김벌각 γ_i 에 대한 함수로써 지붕형 배치 TPCMG 의 김벌 벡터 값이 달라짐에 따라 항상 각운동량 벡터에 변화가 생긴다. 만약, 위성의 자세를 반복적으로 재 지향해야 하는 임무 상황에서, 모든 기동시간 내로 동일한 기동성을 발휘하고자 한다면 각 축에 허용되는 각운동량 벡터는 Rest-to-Rest, Spin-to-Spin 과 같은 다양한 자세 기동을 하고 난 후, 이전 기동에서의 초기 각운동량 벡터 값과 항상 동일한 각운동량 벡터 값을 가지고 있어야 한다. 즉, 김벌 각이 항상 초기에 정의된 방향으로 복귀하여야 된다는 의미이다.

즉, 진행하고 있는 자세 기동을 완료하기 전에, TPCMG 의 김벌 각을 항상 기동 초기 시점에서의 위치로 복귀시켜야 한다는 것을 염두해두고, 만약 복귀를 하지 않고 점점 초기 김벌의 위치와 멀어지게 된다면, 김벌의 궤적은 FAM Chart에 도시된 단일 공간으로 점점 접근함으로써 결국 특이점에 다다르게 된다. 특이점에 빠지게 되면 TPCMG 는 원하는 토크 명령 발생을 수행할 수 없는 상태에 이르게 되므로, 김벌 각 또는 TPCMG의 각운동량 벡터의 값을 기동 시작 시점에서의 값으로 회복시키는 것은 매우 중요하다. 따라서, 각운동량 벡터의 원점 회복을 위하여 본 논문에서는 최적 각운동량 벡터 회복 구동 법칙에 대하여 정의하였다.

본 논문에서는 최적화 기법 (Optimization technique) 을 활용하여 각운동량 벡터 회복 구동 법칙을 도출하였다. 즉, 최소화 되어야 할 성능 지수(Performance Index) 를 다음과 같이 설정하였다.

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2}\dot{\gamma}^T M \gamma + \frac{1}{2}(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_d)^T N (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_d) \quad (58)$$

이때, $\tau_{cmd} = A(\gamma)\dot{\gamma}$ 이라는 제한 조건 식(Constraint Equation) 을 갖는다. Eq.(58) 의 첫 번째 성분은 기존의 의사역행렬과 동일하게 제어 토크 입력의 제공합이 최소가 되도록 하는 것에 기여하고, 두 번째 성분은 TPCMG 김벌의 현재 김벌 각속도와 사용자가 원하거나 또는 이미 정해진 김벌 각속도의 차이를 최소화하는 것에 대한 해를 구한다는 의미이다.

$M \in \mathcal{R}^{4 \times 4}$ 과 $N \in \mathcal{R}^{4 \times 4}$ 는 각각 양의 정부호를 가진 대칭 웨이트 행렬(Symmetric Positive Definite Weighting Matrix) 이다. ($M = M^T > 0, N = N^T > 0$)

또한, 원하는 김벌 각속도 $\dot{\gamma}_d$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\dot{\gamma}_d = (\gamma - \gamma_d) / \Delta t \quad (59)$$

그 다음, Eq. (58) 의 최적 해(Optimal Solution) 를 찾기 위하여 최적 조건(Optimality Condition) 식을 활용하면 결국 다음과 같은 해를 도출하게 된다.

$$\dot{\gamma} = WA^T (AWA^T)^{-1} \tau_{cmd} + \left[WA^T (AWA^T)^{-1} AW - W \right] \mathbf{g} \quad (60)$$

단, $W = (M + N)^{-1}$ 이고 \mathbf{g} 는 김벌 각을 사용자가 원하는, 혹은 지정된 초기의 위치로 이동하도록 강제하는 구배 벡터(Gradient Vector) 이다. ($\mathbf{g} = N(\gamma - \gamma_d) / \Delta t$). 또한 구배 벡터 선택 시, 0 벡터가 아닌 모든 임의의 값이 가능하다. 왜냐하면, 이는 제어 토크 명령에 영향을 끼치지 않는 영운동(Null motion) 법칙과 관련이 있는 성분이기 때문이다. 또한, Eq.(60) 의 우항(Right-hand Side) 의 두 번째 성분은 각속도 벡터 회복에 대한 영 벡터(Null vector) 이며, 반면 첫 번째 성분은 Minimum Norm Solution인 Pseudo-inverse 구동 법칙과 관련이 있다.

만약, 웨이트 행렬 M , N 을 $M = \alpha I_{4 \times 4}$ 과 $N = \beta I_{4 \times 4}$ 와 같이 정의하게 되면, TPCMG 각가속도 벡터를 구하는 각운동량 벡터 회복 구동 법칙은 다음과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$\dot{\gamma} = A^\dagger \tau_{cmd} + \beta^* \mathbf{n} \quad (61)$$

$$A^\dagger = A^T (AA^T)^{-1} \quad (62)$$

이때, \mathbf{n} 은 null vector로 $\mathbf{n} = [I - A^\dagger A](\gamma - \gamma_d)$ 이다. 각운동량 벡터 회복 전략은 임의의 자세 재 지향 임무에서의 마지막 기동 구간에서 작용하는 것이 적절하다. 그러므로, β^* 는 다음과 같이 시그모이드 함수(S-shaped Sigmoid Function) 의 특성을 활용하여 정의할 수 있다.

$$\beta^* = \frac{\beta}{(\alpha + \beta) \Delta t} = L / (1 + e^{-k\sigma}) \quad (63)$$

여기서, $\sigma = (\|\mathbf{e}\| + \|\boldsymbol{\omega}\|)^{-1} - \zeta$ 이다. 이때, $\|\mathbf{e}\|$ 는 위성 자세 에러의 크기(norm) 을 의미하며, $\|\boldsymbol{\omega}\|$ 또한 위성의 각속도 벡터의 자세를 나타낸다. 즉, 기동의 마지막 구간에서는 자세와 각속도 모두 작은 값으로 수렴하게 되므로, 마지막 기동 구간에서만 각운동량 벡터 회복 구동 법칙이 활성화 되도록 β^* 를 설정하였음을 의미한다.

또한, 앞 단원에서 설명한 Rest-to-Rest, Spin-to-Spin 기동명령에 대한 위성 자세제어를 실시할 때, 각속도 벡터를 도출하기 위한 TPCMG 구동 법칙으로 각속도 벡터 회복 법칙을 사용할 수 있는데, Spin-to-Spin 의 경우는 기동축 마다 위성 자세에 대한 에러를 계산해야 함에 유의한다.

본 논문에서는 영 운동, 즉 각속도 벡터 회복 전략이 $\|\mathbf{e}\| + \|\boldsymbol{\omega}\| < \nu$ 에 따라 활성화/비활성화가 나누게 설정하였고, 만약 활성화가 된다면 ζ 는 $1/\nu$ 로 지정된다. 또한, 영 벡터의 최대 값은 다음과 같은 기준 값 \bar{n} 으로 부터 제한되어진다.

$$\mathbf{n} = \begin{cases} \mathbf{m}\bar{n}/\|\mathbf{n}\|, & \|\mathbf{n}\|_{\infty} \geq \bar{n} \\ \mathbf{n}, & \|\mathbf{n}\|_{\infty} < \bar{n} \end{cases} \quad (64)$$

이때, $\|\mathbf{x}\|_{\infty}$ 는 \mathbf{x} 의 상한 노름이다.

3. 수치 시뮬레이션

본 단원에서는 구동 법칙과 관련된 수치 시뮬레이션을 진행하였다. 먼저, 지붕형 TPCMGs 를 장착한 인공위성이 최대 기동을 실시하도록 하는 Rest-to-Rest 또는 Spin-to-Spin 자세 명령을 생성한 뒤, 생성한 자세명령에 따른 위성 자세 제어를 진행하였다. 이때, 자세 제어기로는 비선형 제어기인 쿼터니언 피드백 제어기(Quaternion Feedback Control) 를 사용하였으며, TPCMG 김벌의 각속도 값을 도출하기 위한 구동 법칙으로 1) HL 구동법칙(Half-Leading Steering logic) , 2) 각운동량 벡터 회복 구동법칙 (Momentum Vector Recovery Strategy) 을 각각 적용하였다.

시뮬레이션 환경은 다음과 같다.

1) Rest-to-Rest 기동 예제

1) 먼저, Rest-to-Rest 기동에 대한 다중명령 시뮬레이션의 경우, 총 200번의 다중 자세명령 (Multi-target Attitude Command Generation) 을 생성한 후, 생성한 자세명령에 대한 위성 자세제어를 진행하였는데 이때 CMG 구동법칙만을 달리 적용하여 진행하였다.

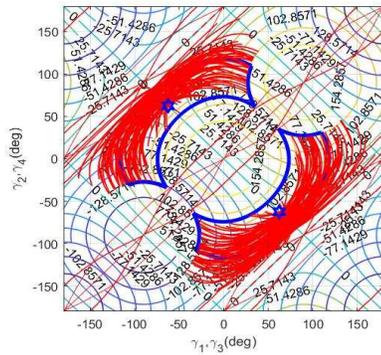
결론적으로, 1) HL 구동법칙을 사용하여 다중 자세 명령에 대한 자세제어를 진행하였을 때, TPCMG의 김벌 각 및 각운동량 벡터가 점점 FAM Chart에서 정의한 단일 공간, 즉 내/외부 특이점 및 구동기 한계로 인한 제어 토크 발생 불가 지역으로 김벌 궤적이 이동해 가다가 결국 특이점에 도달하게 되어 자세 명령 프로파일과는 일치하지 않는 다른 자세를 지향하게 되는 문제가 발생하였다. 이를 Fig.(22) 에서 확인할 수 있다. 이에 반해 2) 각운동량 벡터 회복 구동법칙을 적용하여 다중

자세 명령에 대한 자세제어 결과를 도출하였을 때, FAM Chart 에 도시된 TPCMG 의 김벌 궤적을 분석하면 위성이 최대 기동을 함과 동시에 김벌 각 또는 TPCMG의 각운동량 벡터의 값이 기동 시작 시점에서의 값으로 회복되는 것을 확인할 수 있다. 즉, 각운동량 회복 구동 법칙을 적용하면 다양한 자세명령 기동이 주어졌을 때, 특이점 및 토크 에러가 발생하는 문제점이 기동 과정 중에 발생하지 않으며 제어기를 통한 자세 값이 주어진 3축 자세 명령 프로파일을 잘 추종함을 알 수 있다. 이 결과를 Fig.(23)에 도시하였다.

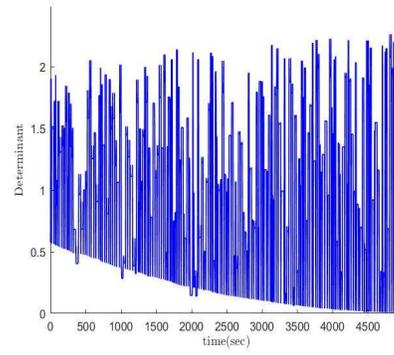
2) Spin-to-Spin 기동 예제

Spin-to-Rest 기동에 대한 다중명령 시뮬레이션의 경우, 총 200번의 다중 자세명령을 생성한 후, 생성한 자세명령에 대한 위성 자세제어를 진행하였는데, 이때 CMG 구동법칙만을 달리 적용하여 진행하였다.

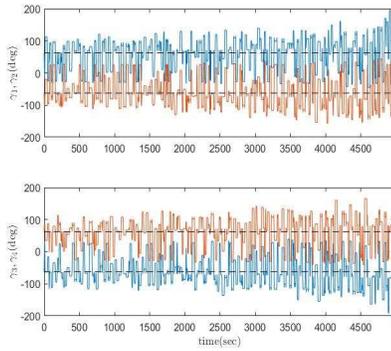
결론적으로, 1) HL 구동법칙을 사용하여 다중 자세 명령에 대한 자세제어를 진행하였을 때, 이전 R2R 기동 때의 결과와 동일하게 TPCMG의 김벌 각 및 각운동량 벡터가 점점 FAM Chart에서 정의한 단일 공간, 즉 내/외부 특이점 및 구동기 한계로 인한 제어 토크 발생 불가 지역으로 김벌 궤적이 이동해 가다가 결국 특이점에 도달하게 되어 자세 명령 프로파일과는 일치하지 않는 다른 자세를 지향하게 되는 문제가 발생하였다. 이를 Fig.(24)로 확인할 수 있다. 또한, Fig.(25) 에 다중 기동각 명령 및 각속도 명령과 제어기를 통해 계산된 실제 자세 값을 함께 도시하였다. 이때 각 축에 대한 자세명령 값과 제어기로 도출된 자세 값에 대한 오차를 계산한 결과, 시스템이 특이점에 다다를수록 자세 오차가 급격히 증가함을 알 수 있다. 이에 반해 2) 각운동량 벡터 회복 구동법칙을 적용하여 다중 자세 명령에 대한 자세제어 결과를 도출하였을 때, FAM Chart 에 도시된 TPCMG 의 김벌 궤적을 분석하면 위성이 최대 기동을 함과 동시에 김벌 각 또는 TPCMG의 각운동량 벡터의 값이 기동 시작 시점에서의 값으로 회복되는 것을 확인할 수 있다. 즉, 각운동량 회복 구동 법칙을 적용하면 다양한 자세명령 기동이 주어졌을 때, 특이점 및 토크 에러가 발생하는 문제점이 기동 과정 중에 발생하지 않으며 제어기를 통한 자세 값이 주어진 3축 자세 명령 프로파일을 잘 추종함을 알 수 있다. 이 결과를 Fig.(26)에 도시하였다. 더욱이 Fig.(27) 의 결과로 보아 각 축에 대한 자세 명령 값을 제어 값이 잘 추종함을 더욱 직관적으로 알 수 있다.



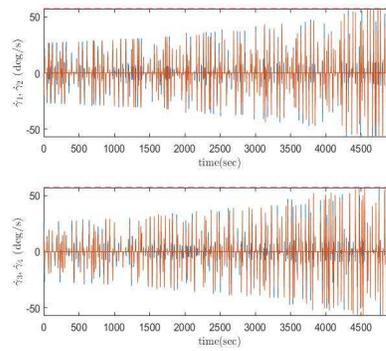
(a) Time Histories of the FAM Chart



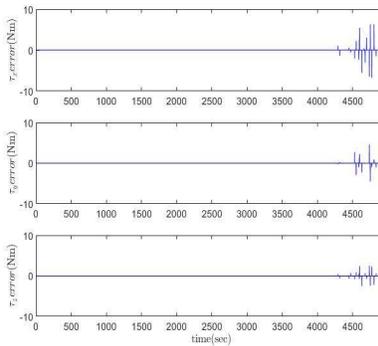
(b) Time Histories of the Det. of Jacobian Matrix A



(c) Time Histories of the Gimbal Angles

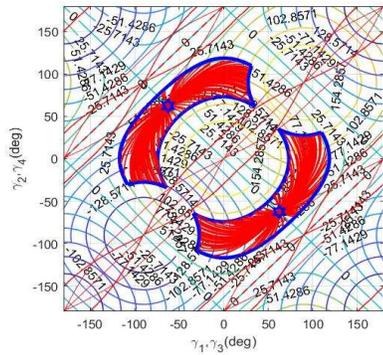


(d) Time Histories of the Gimbal Angular Velocities

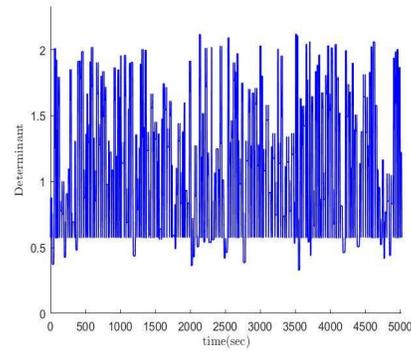


(e) Time Histories of Torque Error from Hardware Limit

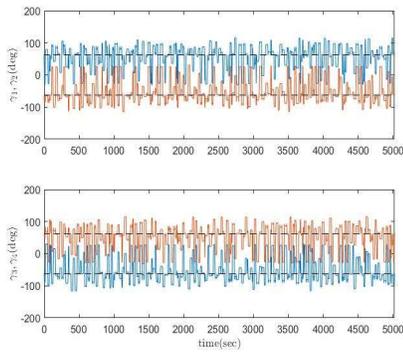
Fig. 22 Rest-to-Rest Maneuver ; The Multi-target Attitude Control Scenario of Spacecraft w/o Applying the Momentum Vector Recovery Technique (HL-logic)



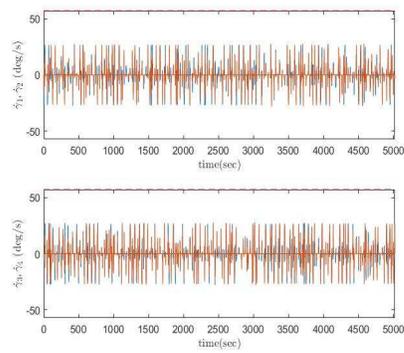
(a) Time Histories of the FAM Chart



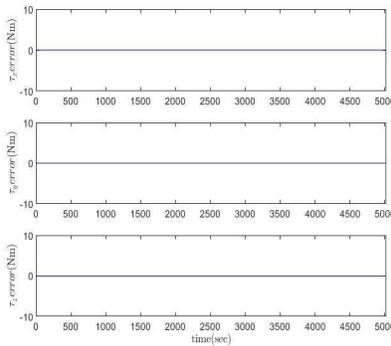
(b) Time Histories of the Det. of Jacobian Matrix A



(c) Time Histories of the Gimbal Angles

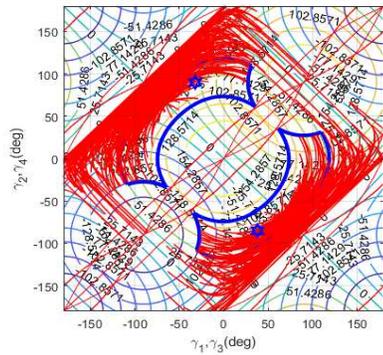


(d) Time Histories of the Gimbal Angular Velocities

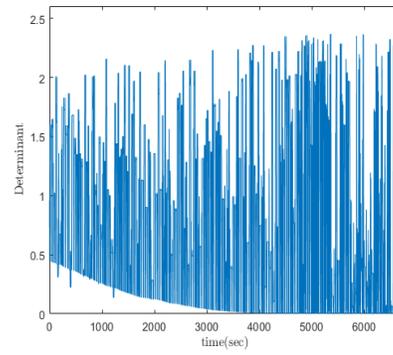


(e) Time Histories of Torque Error from Hardware Limit

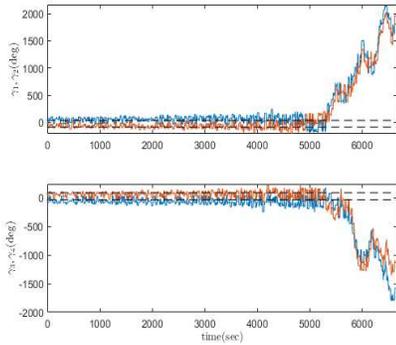
Fig. 23 Rest-to-Rest Maneuver ; The Multi-target Attitude Control Scenario of Spacecraft with Applying the Momentum Vector Recovery Technique



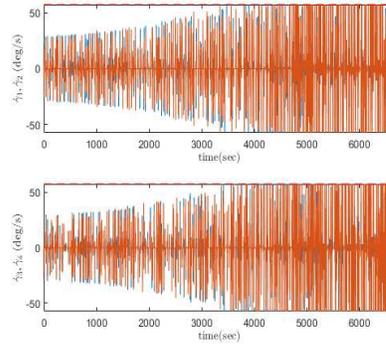
(a) Time Histories of the FAM Chart



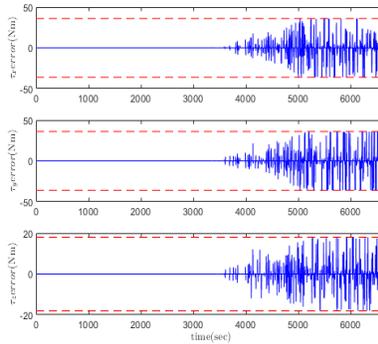
(b) Time Histories of the Det. of Jacobian Matrix A



(c) Time Histories of the Gimbal Angles



(d) Time Histories of the Gimbal Angular Velocities



(e) Time Histories of Torque Error from Hardware Limit

Fig. 24 Spin-to-Spin Maneuver ; The Multi-target Attitude Control Scenario of Spacecraft w/o Applying the Momentum Vector Recovery Technique (HL-logic)

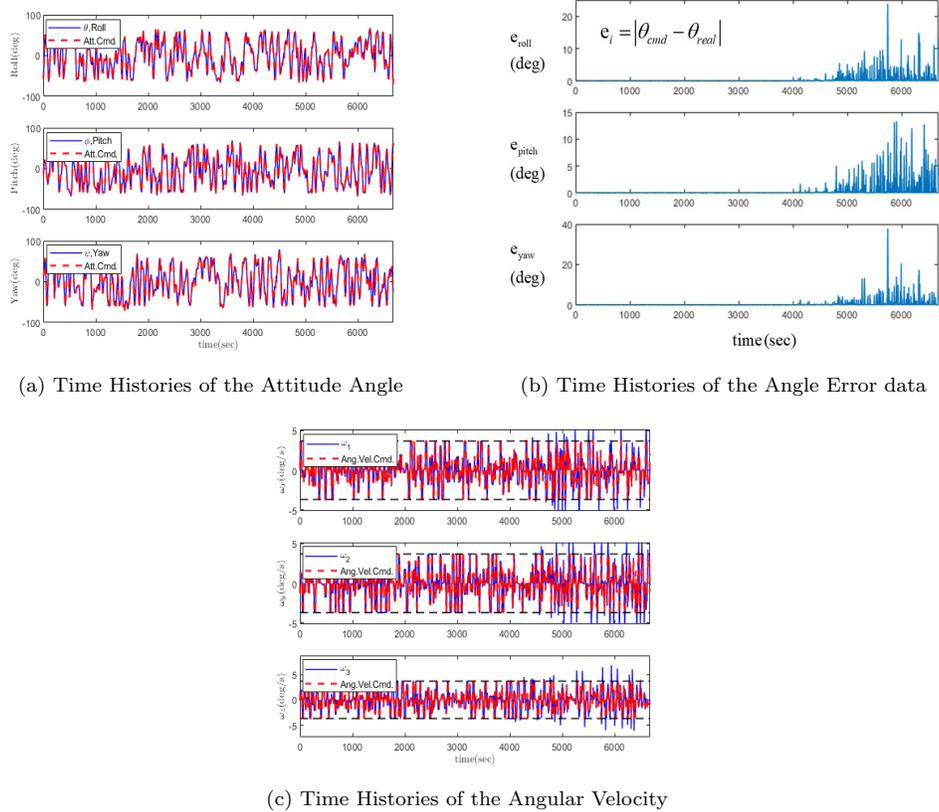
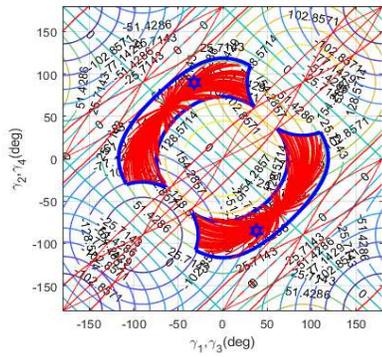
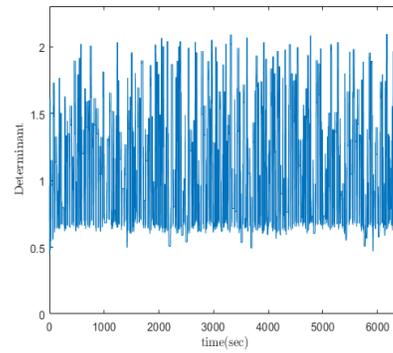


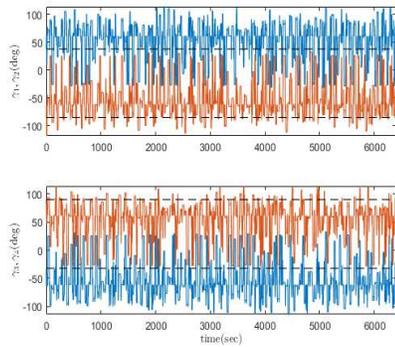
Fig. 25 Spin-to-Spin Maneuver ; The Multi-target Attitude Control Scenario of Spacecraft w/o Applying the Momentum Vector Recovery Technique (HL-logic)



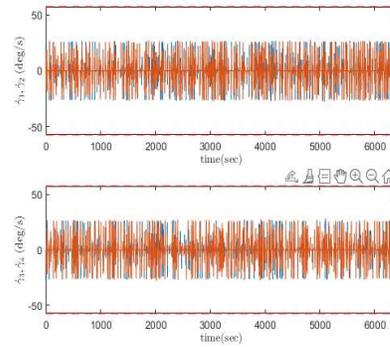
(a) Time Histories of the FAM Chart



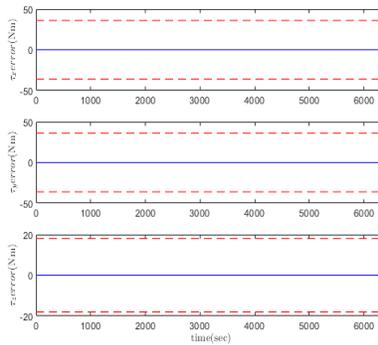
(b) Time Histories of the Det. of Jacobian Matrix A



(c) Time Histories of the Gimbal Angles



(d) Time Histories of the Gimbal Angular Velocities



(e) Time Histories of Torque Error from Hardware Limit

Fig. 26 Spin-to-Spin Maneuver ; The Multi-target Attitude Control Scenario of Spacecraft w/o Applying the Momentum Vector Recovery Technique

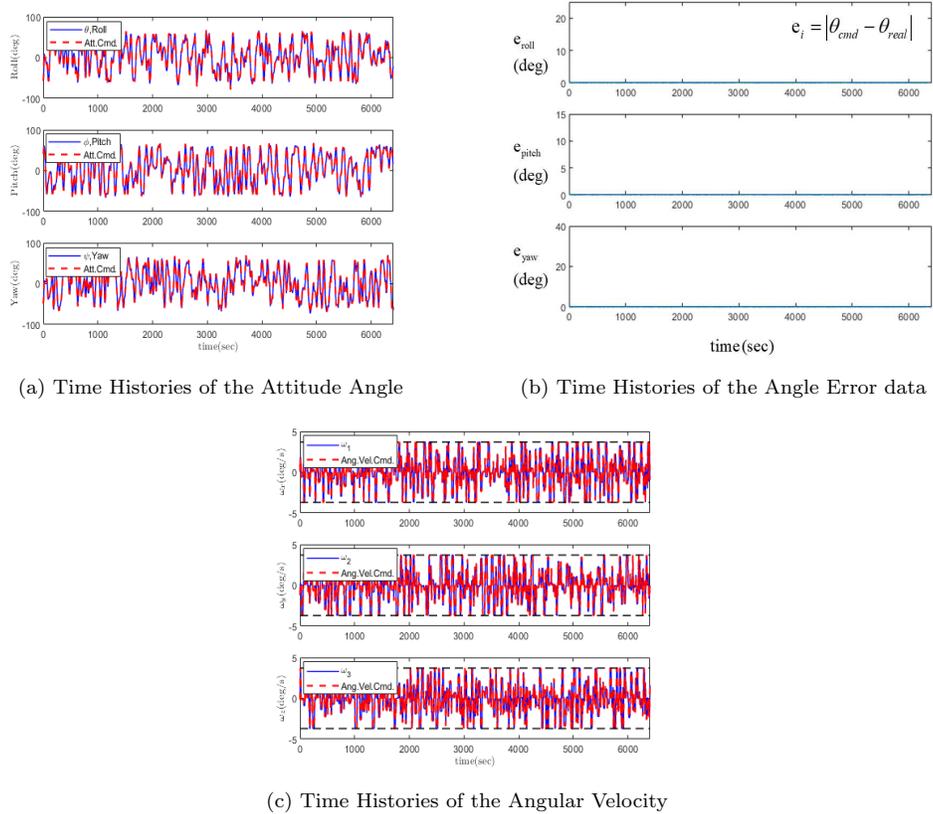


Fig. 27 Spin-to-Spin Maneuver ; The Multi-target Attitude Control Scenario of Spacecraft w/o Applying the Momentum Vector Recovery Technique

VI. 결론

최근 위성의 고기동성에 대한 관심과 요구가 증가함에 따라, 위성의 다양한 우주 임무를 보다 효과적으로 수행하기 위하여, 위성 고기동성과 관련한 연구는 현재까지 활발히 진행중에 있다.

본 논문에서는 위성의 기동성능을 높일 수 있는 방법 중 가장 대표적인 제어 모멘트 자이로인 CMGs 를 위성에 장착한 시스템을 고려하였다. 이때, 위성이 다른 자세로 재 지향을 하고 싶을 때에 위성 자세제어가 필요로한데, 이에 따라 제어 토크 입력을 발생시키기 위하여 CMGs 를 활용하면 특정 방향으로 제어 토크가 발생하지 않는 특이점 문제에 빠지게 된다. 따라서, 본 논문은 CMG 장착 방법으로 일반적으로 자주 사용되는 피라미드형 장착 구조가 아닌 지붕형 구조를 선택하였다. 이는 피라미드 배치보다 지붕형 배치의 TPCMGs 시스템에 대한 내/외부 특이점 공간 형상이 비교적 간단하게 나타나기 때문에 특이점 회피 구동에 수월한 장점이 있다. 또한, 특이점의 영향으로부터 독립적인 지붕형 TPCMGs의 김벌각 운용 범위 및 각운동량 범위를 분석할 수 있는 FAM Chart 에 대하여 정의하였으며, 이는 CMG를 장착한 위성의 효율적인 기동성능 분석이 가능하다는 점에서 의의가 높다.

또한, 본 논문에서는 인공 위성의 최대 기동을 위한 자세명령생성에 대하여 심도깊이 다루었는데, 고기동 위성의 자세명령은 다양한 제한조건을 고려하되 총 기동시간을 최소화 하는 것이 주 목적이다. 따라서, 자세명령생성의 제한조건을 정의하는 과정에서 새로운 제한조건 스케일 조정 및 할당 법칙을 도입하여 위성이 항상 적어도 한 축으로는 최대 기동을 하며 자세 지향을 할 수 있도록 하였다. 그 결과, 자세명령에 대한 총 기동시간이 유의미하게 감소하였음을 보였다.

본 논문에서는 CMG의 초기 김벌 각 위치가 위성의 회전 기동성능과 밀접한 관련이 있음을 인지하고, 이에 따라 김벌 각 및 각운동량 벡터가 기동 초기에 정의된 방향으로 반드시 복귀하여야 한다는 것을 강조하였다. 결국, 임의의 위성 자세 기동이 끝나갈 무렵의 각운동량 벡터 및 김벌 각 위치는 기동 초기 시절의 값으로 반드시 복귀해야 한다. 만약 복귀를 하지 않고 점점 초기 설정 값과 멀어지게 된다면, 결국 이 위성 시스템은 특이점에 빠지게 되면서 TPCMG 는 원하는 방향으로 토크 발생을 수행할 수 없는 불능의 상태에 이르게 된다.

따라서, 본 논문에서는 TPCMG 김벌 각 및 각운동량 벡터의 기동 초기 위치로의 복귀를 위하여 최적 각운동량 벡터 회복 구동 법칙에 대하여 정의하였고, 그 결과 일반적으로 소개된 구동 법칙과

달리 각운동량 벡터 회복 구동 법칙을 채택하면, 지속적인 자세 명령이 수행됨에도 불구하고 각각의 자세 기동 마지막 구간에서 항상 초기 김벌 벡터 및 각운동량 상태로 복귀하기 때문에 특이점에 빠지지 않으면서 기동함을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] H. Leeghim, C.-Y. Lee, J. Jin, and D. Kim, “A singularity-free steering law of roof array of control moment gyros for agile spacecraft maneuver,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, pp. 1–12, 2020.
- [2] S.-H. Mok, H. Bang, and H.-S. Kim, “Analytical solution for attitude command generation of agile spacecraft,” *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 46, no. 8, pp. 639–651, 2018.
- [3] S.-W. Rhee, H.-H. Seo, and H.-J. Yoon, “Agile attitude control of small satellite using 5nm small cmg,” *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 46, no. 11, pp. 952–960, 2018.
- [4] H. Schaub and J. L. Junkins, *Analytical mechanics of space systems*. Aiaa, 2003.
- [5] B. Wie, *Space vehicle dynamics and control*. Aiaa, 1998.
- [6] —, “Singularity analysis and visualization for single-gimbal control moment gyro systems,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 27, no. 2, pp. 271–282, 2004.
- [7] H. Yoon and P. Tsiotras, “Singularity analysis of variable speed control moment gyros,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 27, no. 3, pp. 374–386, 2004.
- [8] H. Leeghim, J. Jin, and S.-H. Mok, “Feasible angular momentum of spacecraft installed with control moment gyros,” *Advances in Space Research*, vol. 61, no. 1, pp. 466–477, 2018.
- [9] T. Kim, S.-H. Mok, H. Bang, T. Song, J. Lee, D. Song, and J. Seo, “Attitude control for agile spacecraft installed with reaction wheels,” *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 46, no. 11, pp. 934–943, 2018.
- [10] H. Kurokawa, “A geometric study of single gimbal control moment gyros, no. 175,” Japan: Mechanical Engineering Laboratory, Tech. Rep., 1997.

- [11] Y. Nakamura and H. Hanafusa, “Inverse kinematic solutions with singularity robustness for robot manipulator control,” 1986.
- [12] B. Wie, “Singularity escape/avoidance steering logic for control moment gyro systems,” *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 28, no. 5, pp. 948–956, 2005.
- [13] H. Schaub and J. L. Junkins, “Singularity avoidance using null motion and variable-speed control moment gyros,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 1, pp. 11–16, 2000.
- [14] H. Leeghim, H. Bang, and J.-O. Park, “Singularity avoidance of control moment gyros by one-step ahead singularity index,” *Acta Astronautica*, vol. 64, no. 9-10, pp. 935–945, 2009.
- [15] G. Golub and W. Kahan, “Calculating the singular values and pseudo-inverse of a matrix,” *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series B: Numerical Analysis*, vol. 2, no. 2, pp. 205–224, 1965.
- [16] S. Vadali, “Feedback control and steering laws for spacecraft using single gimbal control moment gyros,” in *Guidance, Navigation and Control Conference*, 1988, p. 3475.
- [17] B. Wie, H. Weiss, and A. Arapostathis, “Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotations,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 375–380, 1989.
- [18] B. Wie, D. Bailey, and C. Heiberg, “Rapid multitarget acquisition and pointing control of agile spacecraft,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, no. 1, pp. 96–104, 2002.