



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2021년 2월

교육학석사(미술교육)학위논문

# 미술작품 속 수학 원리를 활용한 미술과 수학의 융합교육 프로그램 개발 연구

-고등학교 미술교과서를 중심으로-

조선대학교 교육대학원

미술교육전공

조 현 아

# 미술작품 속 수학 원리를 활용한 미술과 수학의 융합교육 프로그램 개발 연구

-고등학교 미술교과서를 중심으로-

A Study on the Development of Convergence  
Education Program for Art and Math Using  
Mathematics Principles in Art Works

-Focusing on High School arts textbook-

2021년 2월

조선대학교 교육대학원

미술교육전공

조 현 아

# 미술작품 속 수학 원리를 활용한 미술과 수학의 융합교육 프로그램 개발 연구

-고등학교 미술교과서를 중심으로-

지도교수 조 윤 성

이 논문을 교육학석사(미술교육)학위 청구논문으로 제출함.

2020년 10월

조선대학교 교육대학원

미술교육전공

조 현 아

조현아의 교육학 석사학위 논문을 인준함.

심사위원장    조선대학교    교수    김    익    모    인

심사위원      조선대학교    교수    박    홍    수    인

심사위원      조선대학교    교수    조    윤    성    인

2020년    12월

조선대학교    교육대학원

## 목 차

ABSTRACT .....	v
제1장 서론 .....	1
제1절 연구의 필요성 및 목적 .....	1
제2절 연구의 내용 및 방법 .....	3
제2장 융합교육의 이해 및 미술교과서 분석 .....	5
제1절 융합교육의 개념과 필요성 .....	5
1. 융합교육의 개념 .....	5
2. 융합교육의 필요성 .....	7
제2절 미술과 수학의 연관성 및 융합 분야 분석 .....	8
1. 미술과와 수학과와 교육과정 목표 및 핵심역량 비교 .....	8
2. 10종 미술교과서 융합 분야 및 자료 분석 .....	11
제3장 미술작품 속 수학 원리를 활용한 융합교육 프로그램 .....	17
제1절 융합교육 프로그램의 설계 .....	17
1. 융합교육 프로그램의 구성 .....	17
2. 융합교육 프로그램의 모형 .....	20

제2절 융합교육 프로그램의 운영 방안 .....	21
1. 구성8과 브로드웨이 부기우기 .....	21
2. 밀로의 비너스와 비트루비우스 인체비례 .....	28
3. 에셔의 파충류 .....	36
4. 멜랑콜리아 I 과 씨름도 .....	47
제3절 융합교육 프로그램의 교육적 가치와 적용 방안 ...	58
1. 융합교육 프로그램의 교육적 가치 .....	58
2. 융합교육 프로그램의 적용 방안 .....	59
제4장 결론 .....	63
참고문헌 .....	65

## 표 목 차

<표-1> 고등학교 미술과와 수학과와 핵심역량 비교 .....	10
<표-2> 2015개정 검정 고등학교 미술교과서 10종 표현영역의 내용에 따른 분포도 .....	12
<표-3> 2015개정 고등학교 미술교과서 10종 수학과와 관련된 단원 .....	14
<표-4> 융합교육 프로그램 자료 .....	16
<표-5> 2. 직선의 방정식-두 직선의 위치 관계-평행과 수직 .....	25
<표-6> 3. 원의 방정식-원과 직선의 위치관계 .....	26

## 그 립 목 차

[그림-1] STEAM 교수학습 준거 .....	6
[그림-2] 융합교육 프로그램 모형 .....	20
[그림-3] 구성8과 브로드웨이 부기우기 .....	22
[그림-4] 미로의 종달새의 노래를 재구성한 베얼리의 작품 .....	24
[그림-5] 두 직선의 위치 관계-평행과 수직 .....	25
[그림-6] 원과 직선의 위치관계 .....	26
[그림-7] 밀로의 비너스와 비트루비우스의 인체 비례 .....	28
[그림-8] 파르테논 신전 .....	30
[그림-9] 쿠푸 피라미드 .....	31
[그림-10] 비너스상과 다비드상 .....	32
[그림-11] 정오각형과 선분의 황금비율 .....	33
[그림-12] 파충류과 알람브라 궁전 .....	36
[그림-13] 변형2와 나한전의 꽃 창살 .....	38
[그림-14] 테셀레이션 만드는 방법과 가능한 도형 .....	39



[그림-15] 정삼각형 테셀레이션의 예(1) ..... 40

[그림-16] 정삼각형 테셀레이션의 예(2) ..... 40

[그림-17] 정사각형 테셀레이션의 예(1) ..... 41

[그림-18] 정사각형 테셀레이션의 예(2) ..... 41

[그림-19] 정육각형 테셀레이션의 예 ..... 42

[그림-20] 평면 테셀레이션의 예 ..... 42

[그림-21] 도형의 평행이동과  $x$ 축에 대한 대칭이동 ..... 44

[그림-22] 멜랑콜리아 I 과 씨름 ..... 47

[그림-23] 낙서(洛書)와 마방진 ..... 51

[그림-24] 최석정의 9차마방진과 지수귀문도 ..... 52

[그림-25] 3차 마방진의 원리 ..... 53

[그림-26] 3차 마방진 ..... 54

[그림-27] 4차 마방진 ..... 54

[그림-28] 다양한 마방진 ..... 55

## ABSTRACT

# **A Study on the Development of Convergence Education Program for Art and Math Using Mathematics Principles in Art Works**

## **- Focusing on High School arts textbook-**

Cho, Hyun Ah

Advisor: prof. Cho, Yoon Sung, ph.D.

Department of Fine Arts Education

Graduate School of Education, Chosun University

The whole world is undergoing changes in economy, society and culture due to the Covid 19 pandemic and Fourth Industrial Revolution. In the field of education as well, online lessons are expanding. Moreover students as active learners are being required to use key technologies of the Fourth Industrial Revolution such as artificial intelligence and big data. While teachers used to be knowledge transmitters in the past, the role of teachers has been changed into sharing the knowledge with students and helping them with their own creation.

The 2015 revised national curriculum calls for human resources who can identify and utilize the flow of new technologies and information in a rapidly changing world and in a new environment and situation they need creative convergence ability to resolve problems by employing and converging various knowledge gathered from what they have learned.

The purpose of this study is to propose a convergence education program that helps learners understand learning while reducing the burden on learners. First, through analyzing art textbooks, the basic elements are

identified by selecting works that can be combined with mathematical principles. Then the application of STEAM's learning criterion (Presentation of Situations - Creative Design - Emotional Touch) and processfolio is applied.

This convergence educational program consists of a total of 4 themes-Positional Relationship of Figures with Composition VIII and Broadway boogie woogie, Golden Ratio with Vitruvian Man and Venus de Milo, Tessellation with M.C Escher reptiles, Magic square with Melencolia I and Ssireum(Korean Wrestling) Each program consists of the following stage: learning objectives, descriptions of the artwork, subject specific elements, learning criterion of STEAM, and Processfolio.

First, learning objectives were stated, followed by brief explanation on the artist and descriptions or interpretations of the work to learn art techniques used in the art work. In the stage of the elements of each subject, artistic and mathematical elements were clarified and organized based on the contents of the textbook. STEAM learning standards framework was conducted in the order of the presentation of situation, creative design, and emotional touch. Lastly, processfolio was referred to help evaluate the overall program.

The research results of this paper are as follows. First, learners will get to know artists and art techniques through various artworks. By incorporating mathematical principles with art, students will gain new interest in class. Though students considered math as just solving math questions, they will be able to experience visual thinking, aesthetic sensibility and humanities competencies through artworks.

Second, the convergence education program can provide learners with the opportunity to know about the elements of art and mathematics in works of art. They can also have chance to think about a theme from an artistic and mathematical perspective. Not only will the program arouse intellectual curiosity and motivation that students may not have had before in each subject, but also can create a positive attitude toward the class.

Third, while writing the processfolio, learners can improve integrative thinking and creativity by actively designing the contents of the class on the theme. They can also share their thoughts by exchanging opinions with friends. Through these process, learners can have the opportunity to collaborate each other, explain and present what they have learned in groups, and listen to other students' opinions on one topic.

To activate convergence educational program in the field, the role of the teacher is essential. Most of all, it is necessary to raise the awareness of convergence education. As knowing that it takes a lot of time and effort to prepare convergence lessons regarding the theme, the cooperation amongst teachers across subjects is required.

Teachers should steadily prepare themselves for convergence classes by participating in group or remote training. Teachers need to improve not only competency on their own subject but also understanding and interest of other subjects. Securing time and space for teachers to exchange their ideas and opinions on convergence classes is an urgent need. Besides, flexible management of curriculum and acceptance of diverse evaluation methods are required.

This study proposed art and mathematics convergence program applying mathematics principles to work of art in the art text book. Although it is following the format of the process-folio, the evaluation method was not specified. More follow-up research including evaluation should be carried out, diversifying convergence program with other subjects as well as art and mathematic. Since the role of teachers is crucial in convergence classes, teachers should make active effort to enhance creative convergence competence with their steady interest.

# 제1장 서 론

## 제1절 연구의 필요성 및 목적

전 세계는 코로나19로 인한 팬데믹(pandemic) 상황으로 경제·사회·문화에서 전례 없는 변화에 직면했다. 교수이자 작가인 유발 하라리<sup>1)</sup>는 파이낸셜 타임즈 기고문에서 “This storm will pass. But the choices we make now could change our lives for years to come”이라고 전망하였다.<sup>2)</sup> 기존의 사회체계와 질서가 해체되고 로봇과 인공지능이 끌고 가는 4차 혁명시대에 맞는 새로운 방식과 가치관이 필요한 뉴노멀<sup>3)</sup> 시대가 도래한다고 본 것이다. 4차 산업혁명의 기술들은 비대면 중심의 경제활동을 가능하게 하고, 팬데믹의 공포는 비대면 중심의 경제사회 활동의 필요성을 증대시켰다.

이러한 변화는 교육 분야에서 온라인 수업의 확대를 가져올 것이며, 기존의 교사의 역할이 지식을 전달하는 것이었다면 점차 학생과 지식의 공유 및 창출을 이끄는 역할로 바뀌게 될 것이다. 또한 교사는 티칭보다는 코칭의 역할을 맡게 되고, 학생은 수동적 학습자에서 능동적 학습자로 변화하여 앞으로 인공지능이나 빅데이터 등의 4차 산업혁명의 주요 기술들을 이용할 수 있는 능력이 요구될 것이다.<sup>4)</sup>

급격하게 변화하는 4차 산업혁명 시대에 대비하기 위해 학생들은 수시로 필요한 것을 배울 수 있는 능력을 길러야 한다. 학교는 학생들에게 융합형 정보 인재 양성을 위한 교육환경과 미래 일자리에 대비하기 위해 인공지능 기초 소양 교육을 제공해야 한다. 또한 교사는 변화에 대비하기 위한 SW, 코딩교육 등 교육 방법에 대해 꾸준히 연구해야 할 것이다.

---

1) 유발 노아 하라리(Yuval Noah Harari, 1976년 2월 24일~ )는 이스라엘의 역사학 교수, 세계적 스테디셀러 <사피엔스: 유인원에서 사이보그까지>의 저자, 현재 예루살렘 히브리 대학교 역사학과 교수로 재직 중.  
 2) FINANCIAL TIMES, the world after coronavirus, March, 20, 2020, <https://www.ft.com/content/19d90308-6858-11ea-a3c9-1fe6fedcca75>  
 3) 김환표, 과거를 반성하고 새로운 질서를 모색하는 시점에 자주 등장하는 말로, 시대 변화에 따라 새롭게 부상하는 표준을 의미함., 트렌드 지식사전 2, 2014. 5. 23.  
 4) 프레시안, 코로나19 팬데믹 이후 교육의 '뉴노멀'은?, [www.pressian.com](http://www.pressian.com)

다시 말해, 세상은 과학기술 창조력과 인문학적 상상력을 겸비한 창의 융합형 인재를 필요로 한다. 이를 위해서는 여러 교과가 자연스럽게 연결된 융합교육이 답이 될 것이다. 다양한 컴퓨터 시스템을 기반으로 한 지능 사회로의 변화가 가속화되면서 오히려 더 인간성에 기반을 둔 인간적 감수성이 중요해지고 있다. 왜냐하면 인간의 감성, 아름다움에 대한 추구, 창의력 등의 역량만큼은 로봇이 대체할 수 없기 때문이다. 이제 학교 현장에서는 미래 사회에 인공지능이 직업환경을 대체할 것으로 보고, 그 변화에 대비할 직업교육과 학생 스스로 문제를 해결하기 위해 교과간의 융합을 시도해야 한다. 더불어 인간만이 할 수 있는 예술과 문학적인 창작활동을 통한 융합교육이 필요하다.

우리는 미술교과서에서 점, 선, 면으로 이루어진 율동적인 회화 작품, 정확한 비율은 모르지만 아름다운 조각상, 같은 모양의 반복과 대칭, 작품 속에서의 수학적 원리 등을 본 적이 있을 것이다. 물론 수학교과서에도 수학적 원리와 관련된 미술작품 및 주제를 참고자료로 수록하고 있다. 이제는 시대가 요구하는 인재 양성을 위해 기존의 수업방법인 지식 암기 및 지식 습득만으로는 한계가 있기 때문에 분산되어 있는 교과별 지식과 방법을 연결하고 접목하여 창의적이고 통합적인 사고를 할 수 있는 수업이 필요하다. 이런 수업을 위해 이 연구에서는 미술과 수학의 기본요소를 파악하여 학습자의 부담은 줄이면서 학습내용을 이해하는데 도움이 되는 융합교육 프로그램을 제안하고자 한다.

2015개정 교육과정에서는 앞으로의 시대를 ‘지능정보사회’<sup>5)</sup>라고 보고, 급변하는 세상에서 변화의 흐름을 파악하고 그 흐름을 이용할 줄 알기 위한 새로운 인재를 요구하고 있다. 즉, 학습자는 새로운 환경과 상황 속에서 학습한 내용을 기본으로 여러가지 지식을 선택하고 접목하여 문제를 해결하는 창의·융합 능력이 필요하다.

또한 과정중심평가가 대두되고 있는데 결과물만으로 학생들을 평가하지 않고, 학생이 문제를 해결하는 과정에서 성장과 변화를 기록하기 위한 프로세스폴리오 방식을 채택하고 있다.

---

5) 정보통신기술 인프라를 통해 생성, 수집, 축적된 데이터와 인공지능(AI)이 결합한 지능정보 기술이 경제, 사회, 삶 모든 분야에 보편적으로 활용됨으로써 새로운 가치가 창출되고 발전하는 사회를 지능정보화사회라고 한다.

본 연구는 2015개정 교육과정의 핵심역량 중 창의·융합 능력을 키우기 위해 융합 인재교육(STEAM)의 수업 유형인 교과 내 수업형<sup>6)</sup>을 중심으로 학습준거를 제시하고, 미술과 수학의 융합교육의 필요성을 재인식하며 미술작품 속 수학 원리를 활용한 과정활동지(프로세스폴리오) 중심의 융합 프로그램을 제안하는데 목적이 있다.

앞으로의 학교 교육은 타 교과의 융합과정에서 체험하는 것이 중요시되며 그 영역을 확장시킬 수 있다고 본다. 융합교육에서는 수학을 단순히 문제를 푸는 과목으로 보는 것이 아니라, 미술 교과와 접목을 통해 수학에서 체험할 수 없었던 시각적 사고와 표현 방법, 미적 감수성, 인문학적 소양 등을 경험하고 타인과 더 많은 생각을 공유하여 창의적인 아이디어를 창출하는 과목이 될 수 있도록 하는 것이다.

## 제2절 연구의 내용 및 방법

본 연구에서는 융합교육의 개념과 필요성을 살펴보고, 선행연구와 문헌을 바탕으로 미술과 수학의 연관성을 조사하였다. 또한, 2015개정 교육과정의 핵심 역량을 비교하고, 미술교과서에 수록된 미술작품을 통해 수학 원리와 융합된 분야를 분석하여 정리하였다.

이를 근거로 프로그램 설계 시 융합인재교육 학습준거를 적용하며 더불어 과정활동지(프로세스폴리오)를 제시하고 교육적 가치 및 현장 적용 방안을 모색하고자 한다. 이 연구는 고등학교 1학년을 대상으로 미술작품 속 수학 원리를 발견하고, 구체적인 미술 활동 과정을 제시한다. 다만, 프로그램의 내용이 높은 수학적 지식을 요구하기 보다는 학생들이 교과서 수준에서 미술과 수학에 흥미를 갖도록 하고, 학생들이 주도적인 자세로 참여할 수 있는 프로그램을 제시하도록 하였다. 또한 프로세스폴리오 형식을 따르긴 했으나 구체적인 평가 요소 및 방법, 성취기준에 대해서는 제시하지 않았다.

연구의 구체적인 방법은 다음과 같다.

첫째, 고등학교 미술교과서 10종에서 융합 분야 분석을 통해 미술과 수학이 융합

---

6) 교과 내 수업형은 하나의 중심 교과에 과학, 기술, 공학, 예술, 수학적 요소(원리, 동향, 연관직업 등)연계한다. 수업 시간 확보와 수업 진행은 용이하나, 타교과에 대한 깊이 있는 내용을 포함하기 곤란하다.

된 단원을 정리하고, 수록된 미술작품 속 수학 원리를 조사하였다. 또한, 그 수학원리가 중등 수학교과 어느 단원과 관련 있는지 검토하였다.

둘째, 융합교육의 일환인 융합인재교육(STEAM)에 대해 알아보고, 융합인재교육의 교수학습 준거를 이용한 융합교육 프로그램 설계를 제시하였다. 또한 미술과 수학의 융합교육 프로그램의 구체적 방법을 선행연구를 통해 모색하고, 과정활동지(프로세스폴리오)를 제안하였다.

셋째, 교과서에서 수학 원리를 포함한 미술작품을 선정하여 작가, 역사적 배경, 표현 방법 등 다양한 접근을 시도하고, 학생들이 미술과 수학에 대해 연관성을 인식하여 폭넓은 사고를 할 수 있는 경험을 제시하였다. 각 프로그램은 학습목표, 작품 설명, 과목별 요소, 단계별 요소, 프로세스폴리오 순서로 계획하였다. 더 나아가 교육 현장의 적용 방안에 대해서도 제안하였다.

마지막으로, 본 연구의 내용과 과정을 정리하여 결론을 맺고 이를 바탕으로 향후 연구방향 및 과제를 제시하였다.



## 제2장 융합교육의 이해 및 미술교과서 분석

### 제1절 융합교육의 개념과 필요성

#### 1. 융합교육의 개념

##### 가. 융합의 정의

융합(convergence)이란 ‘서로 다른 분야가 화학적인 결합을 통해 새로운 특성을 가진 분야를 만들어내는 것’을 말한다.<sup>7)</sup> 요즘은 세계적으로 인문, 과학, 기술 각각의 세분된 학문들을 결합하고 통합할 뿐만 아니라 더 나아가 응용함으로써 새로운 분야를 창출하는 과정이 활발히 일어나고 있는데 이 또한 융합이라고 말할 수 있다.<sup>8)</sup> 교육 분야에서 창의적 융합은 “과학, 기술, 사회 지식뿐만 아니라 인문학적 상상력과 예술적 감성까지를 연결시켜서 새로운 것을 창조하는 능력 또는 행위”로 정의된다.<sup>9)</sup>

##### 나. 융합교육의 개념

###### (1) 융합인재교육(STEAM)의 개념

우리나라의 경우에는 초·중등학교 교육에서 융합교육의 일환으로 2011년부터 STEAM 정책을 추진하고 있다. 이재분 외(2011)는 “융합인재교육(STEAM)이란 이를 구성하고 있는 과학, 기술, 공학, 인문사회·예술, 수학을 연계하여 교육함으로써 학생의 전문적 지식과 응용력을 강화하고 창의성 발휘를 촉진하며 융합적 사고와 태도를 육성하는 것이다.”라고 정의하였다.<sup>10)</sup> 그리고 융합인재교육(STEAM)의 요소

7) 배상훈, 대학에서 융합교육 제대로 하기, 행복한 교육(교육부 웹진), 2018년 5월호, [http://happyedu.moe.go.kr/happy/bbs/selectHappyArticle.do?bbsId=BBSMSTR\\_000000005103&ntId=8307](http://happyedu.moe.go.kr/happy/bbs/selectHappyArticle.do?bbsId=BBSMSTR_000000005103&ntId=8307)

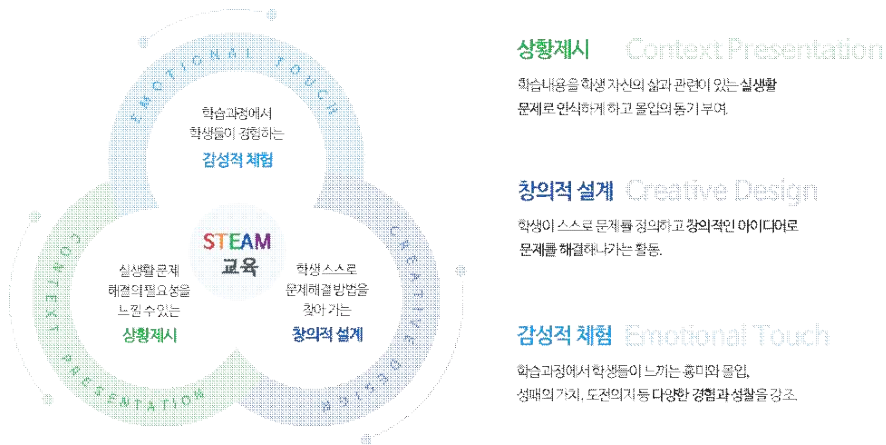
8) 조준동, 창의적인 아이디어 프로젝트, 한빛아카데미, 2016

9) 교육부, 2015 융합형 교육과정 개편 추진 일정 보도자료, 2013

10) 이재분 외, <청장년시기(15세~45세) 과학기술인재 발달 및 육성 종합 전략 연구III: 과학고등학교 및 영재학교의 STEAM 발전 방안 연구>, 2011

는 과학(Science), 기술(Technology), 공학(Engineering), 예술(Arts), 수학(Mathematics)이며, 특히 A(Arts)는 일반적으로 말하는 예술(fine arts, music, etc.) 뿐만 아니라, 인문사회(liberal arts)를 포함하는 개념이다. 수학이나 과학 교과를 기술, 공학 나아가 예술 등과 접목시켜 가르치는 융합 교육을 통해 학생들의 흥미와 이해를 높이고, 과학 기술 기반의 융합적사고와 문제해결능력을 배양하는 교육이다.<sup>11)</sup>

(2) 융합인재교육(STEAM) 학습 준거



[그림-1] STEAM 교수학습 준거<sup>12)</sup>

2011년부터 교육부와 한국창의과학재단에서는 융합인재교육에 대한 학생들과 교사의 이해 수준을 높이고자 연구 및 지원을 지속하고 있다. 융합인재교육의 목표 실현을 위한 도구로 제시된 것은 학습준거로서 상황제시, 창의적 설계, 감성적 체험의 3단계로 이루어져 있다. 자세하게 살펴보면 학생이 문제해결의 필요성을 구체적으로 느낄 수 있게 상황을 제시하여 학생 스스로 문제 해결 방법을 찾아가도록 하는 창의적 설계 과정을 거쳐 학생이 문제를 해결하였다는 성공의 경험을 통해 새로운 문제에 도전하도록 하는 학습 설계이다.

수업을 설계할 때 단계별로 점검해야 할 사항에 대해 알아보면 상황제시에서는 전체학습을 아우르며 학생이 흥미를 느끼고 몰입할 수 있는 실생활 문제를 다루고

11) 이광우, 2014 KICE 교육과정 포럼(3차)-초·중등학교 교육에서 창의·융합인재 양성을 위한 융합 교육의 가능성 탐색, 2014  
 12) 한국과학창의재단, <https://steam.kofac.re.kr/>

있는지 확인한다. 창의적 설계에서는 학생의 아이디어를 학습 활동에 반영할 수 있는 기회를 제공하고 있는지, 학생 중심으로 유·무형의 산출물이 다양하게 나오도록 하고 있는지, 학생이 서로 배려하고 협력할 수 있는 활동이 포함되어 있는지 검토가 필요하다. 감성적 체험은 성공 또는 실패의 가치를 경험할 수 있는 기회를 제공하고 있는지를 점검한다.

## 2. 융합교육의 필요성

기존의 교육이 각 교과별로 지식과 개념, 이론을 중심으로 전달하는 것에 중점을 두었다면, 융합인재교육은 교과간의 연관성을 강조하여 어디에 쓰이는지 왜 배우는지 이해하고 실생활에 활용되도록 하는 것이다. 체험하고, 느끼고, 스스로 설계하고 탐구·실험하는 과정을 강조하고, 실생활의 문제해결력을 길러낸다. 사실 오늘날 관심 받고 있는 융합교육은 새로운 것이 아니다. 고대 그리스에서 철학을 중심으로 수학, 음악, 천체물리학 등 다양한 영역이 접목되었던 것에서 그 근원을 찾을 수 있다. 학문 분야별로 각각의 지식을 나누어 경계를 구분하여 습득하는 것이 아니라 지식에 대하여 다방면으로 접근하고 종합적인 이해를 추구하였다. 이렇게 볼 때, 융합이란 본래의 학문 세계와 교육의 모습으로 돌아가는 것이며 무엇보다 미래 사회가 요구하는 창의적 인재를 기르는 대표적인 방법이고, 시대의 반영인 것이다.<sup>13)</sup>

일반적으로 학교 현장에서의 교육은 단일 교과 내에서 학생들의 흥미와 관심을 높여 이해하기 쉽고 재미있게 가르치는 것이 주된 목표였다. 하지만 이러한 교육 방법은 현재 다양한 방면에서 이루어지는 학문간 통합에 대응하는 데는 한계가 있다. 즉, 지금의 교육과정 체계가 지나치게 세분화된 학습하려는 경향이 있어 전체적인 모습과 의미를 파악하는데 한계가 있다고 볼 수 있다. 이런 점이 교육 현장에서도 융합 교육의 필요성이 부각되고 있는 이유이며, 이는 인재상의 변화와 관련이 있다. 학습자들이 한 영역에 전문성을 갖기 보다는 그 경계를 넘어서 창의적이고 종합적인 관점을 경험하고 사고할 수 있도록 하는 새로운 교육 체계가 필요하다.

---

13) 배상훈, 전계서.

## 제2절 미술과 수학의 연관성 및 융합 분야 분석

### 1. 미술과와 수학과와의 교육과정 목표 및 핵심역량 비교

#### 가. 미술과와 수학과와의 교육과정 목표

##### (1) 미술과 교육과정 목표

2015개정 교육과정에서는 미술과 목표에 대해 “다양한 미술 활동을 통하여 대상을 감각적으로 인식하고, 느낌과 생각을 창의적으로 표현하며, 미술 작품의 가치를 판단함으로써 삶 속에서 미술 문화를 향유할 수 있는 능력을 기른다.”<sup>14)</sup>라고 고시하고 있다. 구체적인 내용은 주변 세계에 대해 미적으로 인식하며 시각적으로 소통하는 능력, 자기 주도적인 미술 활동을 경험하고 창의·융합적으로 사고하고 표현할 수 있는 능력, 미술 작품을 통해 그 작품의 특징을 이해하고 비평할 수 있는 능력, 미술을 생활화하며 문화의 다원적 가치를 존중하는 태도를 기르는 능력이다.

##### (2) 수학과 교육과정 목표

2015개정 교육과정에서는 수학과 목표에 대해 “수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하며 수학적으로 추론하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변과 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다.”<sup>15)</sup>라고 고시되어 있다. 구체적인 내용은 자연 및 사회 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 경험을 통하여 각 영역(문자와 식, 기하, 수와 연산, 함수, 확률과 통계)에 관련된 개념 및 원리와 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다. 주어진 문제에 대해 추론하고 의사소통하며, 정보 처리와 창의·융합적 사고 능력을 기본으로 자연 및 사회 현상을 수학적으로 이해하고 합리적이고 창의적으로 해결할 수 있다. 또한, 학습자가 과목에 대한 흥미와 자신감을 갖고 수학의 역할과 가치를 이해하며 바람직한 태도

14) 교육부 고시 별책13, 미술과 교육과정(제2015-74호), pp.24-25

15) 교육부 고시 별책8, 수학과 교육과정(제2020-255호), p.46

와 실천 능력을 기른다고 본다.

### 나. 미술과와 수학과와 핵심역량 비교

미술 교과와 핵심역량으로 미적 감수성, 시각적 소통 능력, 창의·융합 능력, 미술 문화 이해 능력, 자기 주도적 미술 학습 능력 등을 제시하고 있는데, 그 내용은 고등학교에서의 미술은 중학교에서 익힌 미술의 효과적 활용 능력을 바탕으로 주제와 매체를 확장하여 창의적으로 표현하는 능력과 미술의 다원적 가치를 이해하고 판단하는 능력을 기르며, 미술 활동을 통해 자기를 계발하고 미술 문화를 폭넓게 향유하며 발전시키는 데 중점을 두고 있다.<sup>16)</sup>

수학 교과에서는 학생들이 수학의 지식을 이해하고 기능을 습득하는 것과 더불어 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지 교과 역량을 제시하고 있는데, 학생들은 교과 역량의 함양을 통해 점차 다양성, 전문성이 강조되는 미래 사회에서 사회 구성원의 역할을 성공적으로 수행하고 개인의 잠재력과 재능을 발현할 수 있도록 수학의 유용성과 필요성을 이해하고, 학습의 즐거움을 느끼며, 수학에 대한 흥미와 자신감을 기를 수 있는데 중점을 두고 있다.<sup>17)</sup>

연번	미술과		수학과	
1	미적 감수성	다양한 대상 및 현상에 대한 시각을 통해 자신의 느낌과 생각을 이해하고 표현하며 미적 경험에 반응하면서 미적 가치를 느끼고 내면화할 수 있는 능력	문제 해결	해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력
2	시각적 소통 능력	변화하는 시각 문화 속에서 이미지와 정보, 시각 매체를 이해하고 비판적으로 해석하며, 이를 활용한 미술 활동을 통해 소통할 수 있는 능력	추론	수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력

16) 교육부 고시 별책13, 전개서 pp.23-24

17) 교육부 고시 별책8, 전개서, pp.45-46

3	창의·융합 능력	자신의 느낌과 생각을 다양한 매체를 활용하여 창의적으로 표현하고 미술 활동 과정에 타 분야의 지식, 기술, 경험 등을 연계, 융합하여 새로운 가능성을 발견할 수 있는 능력	창의·융합	수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학과 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력
4	미술 문화 이해 능력	우리 미술 문화에 대한 이해를 바탕으로 정체성을 확립하고, 유연하고 개방적인 태도로 세계 미술 문화의 다원적 가치를 이해하고 존중하며 공동체의 발전에 참여할 수 있는 능력	의사소통	수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력
5	자기 주도 적 미술 학습 능력	미술 활동에 자발적이고 주도적으로 참여하면서 자기를 계발·성찰하며, 그 과정에서 타인의 생각과 느낌을 이해하고 존중·배려하며 협력할 수 있는 능력	정보 처리	다양한 자료와 정보를 수집, 정리, 분석, 활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택, 이용하여 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력
6			태도 및 실천	수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민 의식을 갖추어 실천하는 능력

<표-1> 고등학교 미술과와 수학과 의 핵심역량 비교

### 다. 미술과 수학의 연관성

미술과 수학의 핵심역량에서 알 수 있듯이 두 교과에서는 공통적으로 ‘창의·융합’을 강조하고 있는데 이는 미술과 수학의 융합교육 프로그램을 위한 연구가 개정 교육과정의 교육목표 실현에 도움이 된다는 것을 보여준다. 또한, 수학은 일정한 규칙을 통해 아름다움과 질서를 표현하는 방법적인 측면을 제시하며 미술에 많은 영향을 주었다. 미술작품 속에는 대칭, 구도, 비율, 도형, 점, 선, 패턴 등 수학에서

다루는 다양한 원리가 담겨 있다. 또한, 고대부터 현대까지의 다양한 미술작품 속에는 황금비율<sup>18)</sup>, 테셀레이션<sup>19)</sup>, 프랙탈<sup>20)</sup>, 원근법 등의 수학적 원리가 포함되어 있다. 예술가들은 작품활동을 할 때 수학 원리를 이용했으며, 수학자들은 왜 미술이 아름답고 안정적인지를 수학을 통해 해결하고자 하였다. 고등학교 미술 천재교과서를 보면 4단원 <확장하는 미술>의 03.융합을 통한 미술의 확장에서는 수학의 원리를 응용하는 미술이라는 소단원을 통해 피비우스의 띠를 응용한 작품만들기를 수록하고 있다. 또한 수학 금성출판사에서 V.함수와 그래프의 2.유리함수의 그래프 단원에서 칸딘스키의 미술작품을 통해 수학 원리를 탐구할 수 있는 과정을 제시하고 있다. 이런 이유로 미술과 수학을 접목한 융합교육 프로그램이 필요하고, 그것은 미술과 수학의 연관성을 통해 폭넓은 사고력 신장 및 창의적 미술 표현력 향상에 도움이 된다고 볼 수 있다.

## 2. 10종 미술교과서 융합 분야 및 자료 분석

### 가. 선행연구

정유진(2018)은 ‘2015개정 미술과 교육과정에 의한 고등학교 미술교과서 분석’이라는 논문에서 10종 미술교과서에 나타난 표현영역을 분석하였다. 그 항목 중 융합미술 분야는 미진사를 제외한 출판사에서 수록하고 있는데, 구체적인 쪽수와 비율로 나타내면 (주)금성출판사(4쪽, 8%), (주)미래엔(6쪽, 9%), (주)비상교육(4쪽, 10%), 씨마스(7쪽, 9%), (주)와이비엠(3쪽, 7%), (주)지학사(6쪽, 10%), (주)천재교과서(9쪽, 12%), (주)해냄에듀(8쪽, 13%), (주)교학도서(12쪽, 22%)이다. 융합미술 분야의 영역은 재료, 매체, 표현방법 또는 타 분야와의 융합에 관한 부분을 포함시

18) 한 선분을 두 부분으로 나눌 때, (짧은 선분):(긴 선분)=(긴 선분):(긴 선분)+(짧은 선분)을 만족하는 선분의 분할에 대한 비를 황금분할이라고 한다.

19) 테셀레이션(tessellation)은 숫자 4를 뜻하는 그리스어 tesseres에서 유래한 용어로 정사각형 판을 의미하며, 정사각형 도형을 붙여 만드는 과정에서 생겨남. 라틴어 'tessella'에서 유래되었는데 고대 로마 모자이크에 사용되었던 작은 정사각형 모양의 돌 또는 타일을 의미한다. 순 우리말로로는 '쪽매맞춤'이라고 한다.

20) 부분과 전체가 똑같은 모양을 하고 있다는 자기 유사성 개념을 기하학적으로 푼 구조를 말한다. 프랙탈은 단순한 구조가 끊임없이 반복되면서 복잡하고 묘한 전체 구조를 만드는 것으로, 즉 '자기 유사성(self-similarity)'과 '순환성(recursiveness)'이라는 특징을 가지고 있다.



킨 것으로 내용은 연극, 퍼포먼스, 뮤지컬, 무대의상 디자인, 설치미술, 매체융합, 사진, 인터랙티브아트 등 다양하다. 하지만, 교과간의 연계성이 중요시 되는 중등교육에서 타교과와의 융합 내용은 미술과 문학, 미술과 과학, 미술과 수학 정도로 빈약하게 수록되어 있다.

국내 학술지 중심으로 살펴보면, 이종희(1999)는 ‘수학적 연결성에 대한 연구(수학과 미술과의 연결)’에서 다각형의 내각의 합과 테셀레이션, 무리수와 황금비를 제시하여 교사가 미술과 수학의 공통주제를 중심으로 수업에 대한 자료와 그 방법에 대해 어떻게 가르칠 수 있는지에 대한 아이디어를 제공하였다.

출판사	미디어 아트	회화	조소	디자인	공예	판화	서예 및 전각	융합 미술	합계 (표지 포함)
㈜금성출판사	5 (10%)	14 (27%)	6 (12%)	11 (21%)	4 (8%)	4 (8%)	2 (4%)	4 (8%)	52
㈜미래엔	4 (6%)	14 (20%)	8 (12%)	24 (35%)	6 (9%)	2 (3%)	4 (6%)	6 (9%)	68
미진사	4 (9%)	14 (30%)	6 (13%)	14 (30%)	0 (0%)	4 (9%)	2 (4%)	0 (0%)	46
㈜비상교육	2 (5%)	9 (22.5%)	5 (12.5%)	19 (47.5%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	4 (10%)	40
씨마스	5 (6%)	12 (15%)	13 (17%)	28 (36%)	5 (6%)	5 (6%)	3 (4%)	7 (9%)	78
㈜와이비엠	9 (20%)	11 (24%)	10 (22%)	11 (24%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	3 (7%)	46
㈜지학사	2 (3%)	13 (22%)	4 (7%)	20 (33%)	4 (7%)	4 (7%)	5 (8%)	6 (10%)	60
㈜천개교과서	4 (5%)	15 (20%)	4 (5%)	27 (37%)	4 (5%)	4 (5%)	4 (5%)	9 (12%)	74
㈜해냄에듀	6 (10%)	11 (18%)	3 (5%)	24 (39%)	4 (7%)	0 (0%)	2 (3%)	8 (13%)	62
㈜교학도서	8 (15%)	4 (7%)	5 (9%)	14 (26%)	4 (7%)	1 (2%)	2 (4%)	12 (22%)	54

<표-2> 2015 개정 검정 고등학교 미술교과서 10종 표현영역의 내용에 따른 분포도<sup>21)</sup>

정경철(2010)은 ‘미술작품을 통한 미술교육: 수학 원리를 중심으로’에서 신성기

21) 정유진, 2015 개정 미술과 교육과정에 의한 고등학교 미술교과서 분석, 공주대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문, 2018, p.52.



시대의 기하학적 패턴, 황금분할, 정다면체와 미술 작품(건축물), 프랙탈 등을 통해 작품 속 수학 원리를 찾아 미술수업의 활용 가능성 및 통합적인 접근을 고찰하였다. 또한 에셔(Escher, Maurits Cornelis/네델란드/1898년~1972년)의 작품 4개의 입방체를 이용하여 학생들이 정보를 수집하고, 작품 감상을 통하여 느낀 점과 수학 원리를 찾아보도록 하는 프로그램을 제시하였다.

고황경·김재원(2013)은 ‘중학교 미술과와 수학과와의 융합인재교육(STEAM) 교수·학습방법 개발 및 적용 연구’에서 STEAM교육이 반영된 중학교 미술과와 수학과 교과서를 분석하고 관련된 단원을 선정 후, STEAM 교수·학습 방법을 개발하고 ‘나만의 카드 만들기’를 주제로 프로그램을 진행하고 결과 분석을 하였다.

김수철·정보민(2018)은 ‘미술과 수학의 융합수업 설계 방안’에서 미술 교과서의 내용에서 수학적 개념 요소를 추출하고, 그 주제를 체험, 표현, 감상 영역으로 나누어 연구하였다. 체험 영역은 미술 교과서의 내용에서 수학적 개념을 이해하기 위해 피보나치 수열, 입체도형의 전개도를 제시하고, 표현 영역에서는 비트루비우스(Marcus Vitruvius Pollio/고대 로마/B.C.80~70경~B.C.15이후)의 인체비례 작품에서 황금비의 개념과 수학적 아이디어를 연결하였으며 감상 영역에서는 세잔(Paul Cezanne/프랑스/1839년~1906년)의 바구니가 있는 정물을 제시하고 조형적 특징을 이해하고 해석하며, 수학적 관점에서 입체도형의 기본 구조를 이해하는 방법을 제안하였다. 이처럼 미술과 수학에 대한 융합교육 연구가 두 과목의 연결 가능성을 구체적으로 제시하고, 미술작품 속 수학 원리를 활용하여 수업을 구성하였으며 과목별 공통주제에 대해 다양한 융합 교수·학습 방법을 개발하였다. 다만, 초등학생, 중학생을 위한 프로그램은 많은 편이나 폭넓은 사고와 다양한 시각이 요구되는 고등학생들을 위한 프로그램은 상대적으로 적은 편이다. 그리고 그 연구 내용이 있더라도 심화과정을 포함하고 있어서 학생들이 미술과 수학의 연결성에 흥미를 갖기에는 어려움이 있어 보인다. 앞으로의 시대는 기존의 지식들을 다양한 방법으로 소통하고 그 과정에서 창의적으로 융합할 수 있는 능력을 요구하므로 타 교과간의 융합 및 다교과적 통합 연구가 지속되어야 한다고 본다.

### 나. 미술교과서 10종 중 미술과 수학 관련 융합 분야 단위

고등학교 미술교과서 10종을 분석한 결과 미술과 수학 관련 융합 분야는 다음과 같다.

출판사 쪽수	융합미술 단위명	표현활동 영역
(주)금성출판사 pp.78-79	11. 미술로 융합하기	-밀로의 비너스(조각과 황금분할) -사그라다 파밀리아 성당의 나선형 계단(건축과 수열) -변형2 (테셀레이션)
(주)미래엔 p.74	V. 매체 미술의 세계 -매체 융합을 통한 표현	-
미진사	-	-
(주)비상교육 pp.65-66	8. 성찰과 보완 21. 같은 소재와 주제의 다양한 표현	-밀로의 비너스(황금비) -멜랑콜리아 I (마방진)
씨마스	-	-
(주)와이비엠 p.54	II. 표현, 함께 미술을 펼치다 4. 다양한 매체 가로지르기	-
(주)지학사 p.47	II. 표현하는 아름다움 4. 현실과 다르게 바라본 세상	-정보시각화 -펜로즈 삼각형(착시)
(주)천재교과서 pp.94-95	3. 확장하는 미술 03. 융합을 통한 미술의 확장	-과충류(테셀레이션) -유클리드의 산책(수학의 역설) -뢰비우스의 띠
(주)해냄에듀 p.70,p.72	II. 생각에 빛깔을 입히다 표현 매체의 융합 6. 미술, 경계를 넘나들다. -미술, 다양한 분야를 만나다	-유클리드의 산책
(주)교학도서 pp.70-71	III. 미술과 융합 2. 미술과 융합의 확장	-파르테논 신전, 비트루비안 맨(황금비) -성 삼위일체(원근법)

<표-3> 2015개정 고등학교 미술교과서 10종 중 수학과와 관련된 단위 10종 교과서에서 4개의 출판사를 제외하고, 미술과 수학이 융합된 단원이 포함되어 있었다. 내용을 살펴보면 황금분할(황금비), 테셀레이션, 마방진, 원근법 등이 있고, 미술작품으로는 밀로의 비너스(대리석/높이 204cm/기원전 130~120년 경),

뒤러(Dürer, Albrecht/독일/1471년~1528년)의 멜랑콜리아 I (드라이포인트와 에칭/24×18.9cm/1511년), 에셔의 변형2(목판화/19.2×38.5cm/1940년/부분), 파충류(석판화/33.4×38.5cm/1943년), 마그리트(Magritte, Rene/벨기에/1898년~1967년)의 유클리드 산책(캔버스에 유채/163×130cm/1955년), 토미소 디 지오반니(Tommaso di Giovanni/이탈리아/1401년~1428년)의 성 삼위일체(프레스코화/667×317cm/1424년~1427년)등이 수록되어 있다.

또한 모든 미술교과서에서 조형요소와 원리에 대한 단원을 다루고 있는데, 그것은 조형의 요소인 점, 선, 면이 수학교과에서 도형의 기본 원리와 연결되므로 융합 프로그램 주제로 적합하다고 볼 수 있다.

### 다. 미술과 수학 융합 프로그램 자료

미술작품	작가	수학 원리	활동지 내용	관련 단원 내용
구성8	칸딘스키	점, 선, 면, 직선, 원, 사각형	점, 선, 면의 정의 작품 감상 후 느낀 점 자신만의 도형을 배치 후 채색	수학 -도형의 방정식
브로드웨이 부기우기	몬드리안			
밀로의 비너스	작자미상	황금분할	실생활 속 황금비율의 예시 나만의 명함 제작	수학 -이차방정식 수학 I -등비수열
비트루비안 맨	레오나르도 다빈치			
파충류 변형2	에셔	평행이동 대칭이동	테셀레이션의 유형 테셀레이션으로 표현하기	수학 -도형의 방정식 -도형의 이동
멜랑콜리아 I	뒤러	마방진	3차 마방진 4차 마방진 김홍도의 씨름도	수학(中) -수와 연산 수학 I -수열의 합

유클리드의 산책 이미지의 배반	마그리트	원근법 명제	마그리트의 다른 작품 찾아보기 명제의 참과 거짓을 설명하기	수학 집합과 명제
끝없는 표면 뫼비우스의 띠	빌 에셔	뫼비우스 의 띠	스토리가 있는 뫼비우스의 띠 만들기	
포화 I 금색 포화도	베르나르 브네	수식	자신만의 수식 그림 그려보기	

<표-4> 융합 프로그램 자료

미술교과서의 융합분야 분석 결과와 수학교과와의 관련성을 바탕으로 작성한 표로써 본 연구의 구체적인 프로그램의 자료를 정리하고, 그 중 조형의 원리, 황금분할, 테셀레이션, 마방진에 대해 프로그램을 설계하도록 한다.

## 제3장 미술작품 속 수학 원리를 활용한 융합교육 프로그램

### 제1절 융합교육 프로그램의 설계

본 연구는 융합교육 프로그램을 제안하는데 의의가 있으므로 한국창의재단의 융합인재교육의 학습준거를 적용하여 프로그램의 체계를 만들하고자 한다. 또한 과정중심평가를 위한 프로세스폴리오 내용을 포함하고자 한다.

총 4개의 주제를 정하여 각 주제별로 학습목표, 작품설명, 과목별 요소, 단계적 요소(상황제시-창의적 설계-감성적 체험) 순서로 제시하고<sup>22)</sup> 각 주제마다 과정활동지(프로세스폴리오)를 추가한다.

#### 1. 융합교육 프로그램의 구성

##### 가. 학습목표

미술과 수학의 내용 목표를 제시하고, 각 과목과 관련된 과정 목표를 통해 제작활동에 대해 구체화할 수 있다. 본 프로그램을 통해 성취할 수 있는 요소에 대해 제시한다.

##### 나. 작품설명

미술작품에 대한 작가의 업적과 활동에 대해 서술하고, 작품의 표현 기법에 대해 설명한다. 작품의 미술사적 의미에 대해서도 알아본다.

##### 다. 과목별 요소

주제에 대한 미술적 요소와 수학적 요소를 제시하고, 각 과목과 관련된 개념 및

22) 고흥경·김재원, 중학교 미술과와 수학과와의 융합인재교육(STEAM) 교수·학습방법 개발 및 적용 연구, 조형교육 제46집(Art Education Review, No.46), 2013, p.15

이론에 대해 정리하여 학생들의 이해를 돕는다. 그리고 수학과 미술의 연관성에 대해 탐구하고, 공통적인 요소에 대해 생각해 볼 수 있다.

## 라. 단계별 요소

### (1) 상황제시

학습자가 문제에 접근하게 하는 단계로 동기부여에 해당된다. 동영상이나 미술작품 감상을 통해 수업 내용이 학습자와 어떤 관련이 있는지 생각해 보는 기회를 제공하는 것이다.

### (2) 창의적 설계

학생들이 다양한 방법을 통해 주제에 대한 아이디어를 생각하게 하고, 수업을 통해 구체적으로 표현하는 것이다. 아이디어를 생각하게 된 동기나 구현하는 방법을 친구들과 의견을 나누면서 수정 보완하여 발표하고 경청할 수 있는 경험을 하게 된다. 브레인스토밍, 마인드 맵, 아이디어 스케치 등을 이용하여 구체화할 수 있다.

### (3) 감성적 체험

학생들은 아이디어 스케치를 다양한 기법과 재료를 통해 제작하고 완성한 후, 활동에서 느낀 점들을 공유하는 경험을 갖는다. 교사는 학생들의 활동을 지원하고, 학생 자신이 주체적으로 문제를 해결할 수 있도록 도움을 준다. 또한 교사는 활동 결과를 확인하고, 학생들이 이 활동과 관련된 새로운 과제에 관심을 가질 수 있도록 제시한다.

## 마. 프로세스폴리오(processfolio)

### (1) 개념

프로세스폴리오<sup>23)</sup>란, 미술 수업 과정에서 생산되는 다양한 자료들을 학생들이 자율적으로 기록하는 학습과 평가 활동이 연계된 것으로 완성된 작품만을 기록하는 것이 아니라 학습목표에 도달하기 위해 학생들이 수행한 과정을 보여주는 체계적인 정리 과정이다. 덧붙여 학습의 진행상황, 활동에 대한 자신과 모둠 구성원들의 비평, 생각의 구체화, 새로운 학습 기획, 학습 활동 과정 및 결과 등의 학습·평가 활동을 수행하는 것을 말한다.

### (2) 프로세스폴리오의 필요성

2015개정 교육과정에서의 평가 방식은 결과중심보다는 과정중심 및 학생 성장 중심의 평가를 권장하고 있다. 구체적으로 보면 포트폴리오 평가, 자기평가 및 동료평가를 활용한 평가로 과정 및 학생의 다양한 활동을 평가하고자 하는 과정평가를 반영하고 있다고 할 수 있다. 이 과정을 통해 학생들은 자신들의 창작 과정을 주도적으로 수행하고 지속해 나가며, 작품 제작 후 자신들의 결과물을 타인과 공유하며 반성할 수 있는 기회를 갖게 된다. 따라서 이러한 다양한 평가방식 중에서 본 연구에서는 과제 수행 과정에서의 성장과 변화를 기록하기 위한 프로세스폴리오 방식을 접목하여 프로그램을 연구하고자 한다.

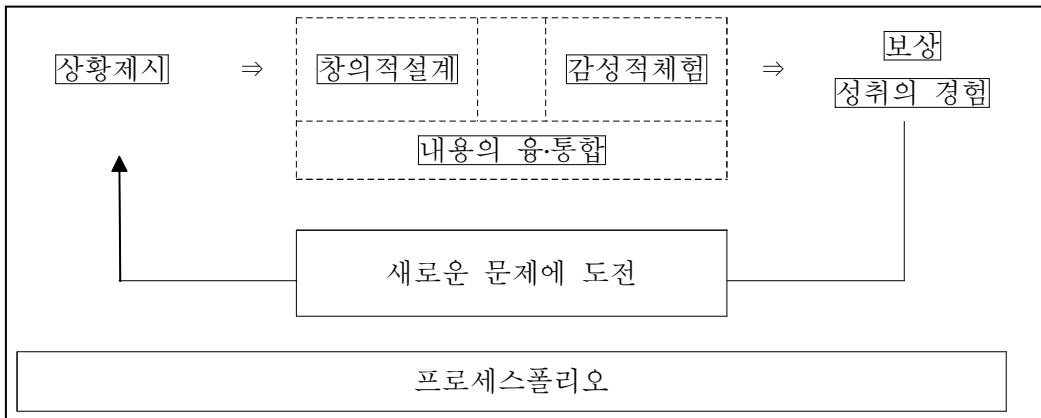
---

23) 프로세스폴리오는 프로세스(process)+폴리오(folio)의 합성어로, 학생들의 학습 발전 과정 및 단계를 보여주는 학생들의 성장에 대한 기록(모음집)이다.

## 2. 융합교육 프로그램의 모형

본 연구의 융합프로그램 모형은 백윤수 외(2012)가 ‘융합인재교육(STEAM) 실행 방향 정립을 위한 기초연구’<sup>24)</sup>에서 제시한 모형과 프로세스폴리오를 결합하여 제안하고자 한다.

먼저, 상황을 제시하여 학습 주제를 학생 본인의 문제로 인식하게 하며, 그 과정에서 느낀 점을 과정활동지에 적어보고, 주제를 해결하기 위해 필요한 요소들을 찾아보게 한다. 이어서 창의적 설계로 자기 주도적인 활동을 통하여 주제에 대한 마인드맵, 아이디어 스케치 과정을 통해 작품을 구상한다. 모둠원들과 서로의 생각을 나누고 보완할 점에 대해 수정하는 기회를 갖는다. 이 과정을 바탕으로 감성적 체험을 적극적으로 작품 제작에 반영해 보고, 자신의 작품을 다른 사람들 앞에서 발표해 본다. 학생들은 이러한 일련의 과정을 통해 성취의 기쁨을 느끼게 되며 새로운 문제에 열정적으로 도전하도록 격려를 받는 수업을 듣게 된다.



[그림-2] 융합교육 프로그램 모형

24) 백윤수 외, 융합인재교육(STEAM) 실행방향 정립을 위한 기초연구(2012-12), 서울: 한국과학창의재단, 2012



## 제2절 융합교육 프로그램의 운영 방안

### 1. 구성8과 브로드웨이 부기우기

두 작품은 작품 속 표현된 조형의 요소가 수학에서의 도형의 요소와 공통점을 갖고 있으며, 미술과 수학을 연계하여 수업을 진행할 수 있는 융합적인 내용을 포함하고 있다.

#### 가. 학습목표

미술작품을 통해 점, 선, 면을 관찰하고 조형의 기본요소와 도형의 기본요소에 대해 이해할 수 있다.

원과 직선의 위치관계를 설명하고, 자신만의 도형을 배치하여 작품을 완성한 후 친구들과 서로의 결과물에 대해 공유할 수 있다.

#### 나. 작품설명

##### (1) 칸딘스키

칸딘스키(Kandinsky, Wassily/러시아→프랑스/1866년~1944년)는 러시아의 화가, 판화제작자, 예술이론가이다. 그는 추상 회화의 선구자이자 청기사파의 창시자로 대상의 구체적인 재현에서 벗어나 선명한 색채의 음악적이고 다이내믹한 뜨거운 추상을 정립하였다. 그는 색채와 선, 면 등 순수한 조형 요소만으로도 감동을 줄 수 있으며, 형태와 색채가 사물의 겉모습을 그려내기보다 작가의 감정을 나타내는 표현수단이 되어야 한다고 생각했다. 그런 시각에서 그는 추상미술이 우리에게 주는 감동을 음악에 비유해 설명했다. “색채는 건반, 눈은 화음(하모니), 영혼은 현이 있는 피아노이다. 예술가는 영혼의 울림을 만들어내기 위해 건반 하나하나를 누르는 손이다.” 라고 말했다. 피카소와 마티스와 비교되며 20세기의 중요한 예술가 중의 하나로 평가되는 그는 최초의 현대추상작품을 그린 작가로 평가된다.<sup>25)</sup>

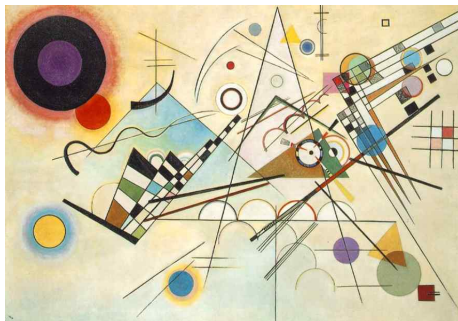
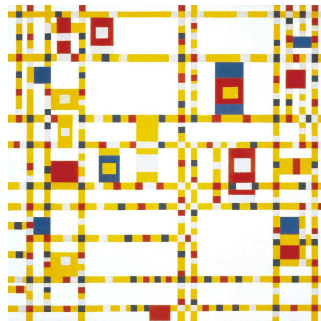
25) 바실리 칸딘스키, 두산백과, <https://terms.naver.com/entry.nhn?docId=1149206&cid=40942&categoryId=34391>

칸딘스키는 원은 간결하면서도 무한한 변화가 가능한 도형이며, 명랑하게 4차원을 암시하는 지표라고 말하였고 많은 작품에 원을 이용하여 추상적인 세계를 나타내었다. 그의 작품인 ‘원 속의 원’, ‘컴퍼지션’ 등에서 크기와 색채가 서로 다른 원과 직선의 조합을 볼 수 있다.

(2) 몬드리안

몬드리안(Mondrian, Piet, Cornelis/네델란드/1872년~1944년)은 네델란드의 근대 미술 화가로 칸딘스키와 함께 추상 회화의 선구자로 불린다. 다양한 비례로 구성된 검은색의 격자 구조와 이를 채우는 삼원색과 회색, 검은색, 흰색으로 구성된 비대칭의 리듬감 있는 색채 구성을 탄생시켰다. 그는 이를 신조형주의라고 명명하였다. 몬드리안에게 있어서 이 양식은 가변적인 현상 세계 이면의 내적 질서를 상징하는 것이었다.

몬드리안은 데카르트의 철학의 영향을 받아 형태에 대해 완전한 지식을 갖기 위해 형태를 단순화하기 시작했다. 그는 형태의 가장 기본적인 구성요소를 점, 선, 면이라 보고 형태는 면들의 집적으로 이루어진 것이고, 면은 선의 연장으로서 이루어진 것, 선은 점들의 연장으로서 이루어진 것이라고 생각했다.

	
<p>칸딘스키(Kandinsky, Wassily/러시아 →프랑스/1866년~1944년)의 구성8(유채/140×201cm/1923년)</p>	<p>몬드리안(Mondrian, Piet, Cornelis/네델란드/1872년~1944년)의 브로드웨이 부기우기(유채/127×127cm/1942년~1943년)</p>

[그림-3] 구성8과 브로드웨이 부기우기<sup>26)</sup>

26) 현영호 외 5명(2018), 《고등학교 미술》교과서, (주)비상교육, p.115

### (3) 추상화의 정의와 종류

구체적인 형상을 재현하지 않고 점, 선, 면, 형 등의 순수한 조형 요소만으로 표현한 그림을 추상화라고 하는데, 뜨거운 추상과 차가운 추상으로 나눌 수 있다.

뜨거운 추상(서정적 추상)은 자유로운 형과 색을 이용하여 작가의 감정을 순수한 조형 요소로 표현하며 1950년대 미국의 추상 표현주의로 발전하였다. 칸딘스키는 선과 색으로 음악에서 느낄 수 있는 음률과 리듬감을 표현하였다. 구성8은 음악적인 느낌을 시각적으로 표현하기 위해 선과 면, 색 등의 기하학적 요소로 화면의 질서를 표현한 그림이다.

차가운 추상(기하학적 추상)은 감정을 배제하고 선과 면의 기하학적인 형태와 색채의 조화로 표현한다. 이지적이고 차가운 느낌의 화면 구성으로 현대의 디자인과 건축에 영향을 주었다. 몬드리안은 질서, 비율, 균형 및 수평과 수직의 면 분할 화면을 구성하였다. 브로드웨이 부기우기는 빨강, 노랑, 파랑의 삼원색을 자유롭게 조합하여 재즈 음악의 리듬감과 비슷한 즉흥적인 효과를 나타냈으며 뉴욕의 화려하면서도 생동적인 음악과 무용에서 영감을 얻어 그린 것으로 제목에도 미국 뉴욕의 중심거리 '브로드웨이'가 들어간다.

## 다. 과목별 요소

미술적 요소	수학적 요소
조형의 기본 요소인 점, 선, 면을 이해하고, 다양한 작품을 통해 점, 선, 면의 표현 방법 및 기능을 알 수 있다.	미술작품 속에서 원과 직선의 위치를 이해하고, 평면에서 직선과 직선, 원과 직선의 위치 관계를 설명할 수 있다.

### (1) 미술적 요소

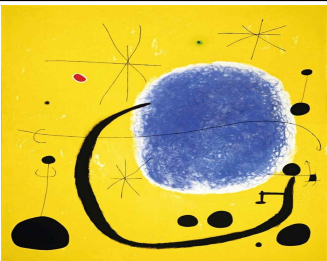
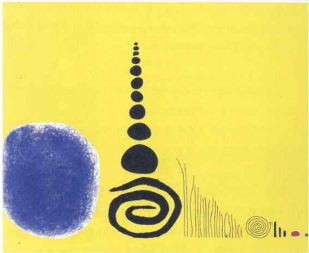
#### (가) 조형의 요소

- ① 점: 조형 활동의 최소 단위로 크기나 모양, 방향 등으로 동세, 입체감을 표현
- ② 선: 점이 움직인 궤도를 따라 만들어짐. 사물의 외곽이나 윤곽을 형성함. 선의 강약과 굵기, 속도감, 방향으로 대상의 형태와 감정을 표현
- ③ 면: 선이 이동하면서 폭이 확대된 형태로 2차원의 넓이를 지님.

- ④ 형태: 사물의 생김새나 모양을 이르는 말로 대상의 생김새나 모양, 윤곽을 나타냄.
- ⑤ 색: 빛에 의해 지각되는 요소로 색상, 명도, 채도의 3속성과 배색 및 대비 등의 변화 요소에 따라 다양한 느낌을 전달함.
- ⑥ 양감: 대상의 부피나 무게에 대한 감각으로 회화에서는 양감을 형, 명암, 색채로 표현함.
- ⑦ 질감: 거칠거나 부드러움, 매끈한 등과 같은 촉각적 느낌을 시각적으로 전달함.

(나) 조형의 원리

- ① 통일: 유사한 형과 색의 규칙적인 배치로 화면에 질서를 부여하는 것.
- ② 변화: 형, 색, 크기 등을 다르게 하여 단조롭지 않게 하는 원리
- ③ 균형: 어느 한쪽으로 치우치지 않은 안정된 상태
- ④ 비례: 부분과 부분, 부분과 전체의 비율 관계. 대상의 크기나 길이, 양감의 비유에서 느껴지는 아름다움을 의미
- ⑤ 율동: 유사하거나 동일한 요소의 반복으로 만들어진 질서 있는 흐름
- ⑥ 점이: 색, 형, 명암이 점진적으로 변화하는 것으로 방향성을 느끼게 함.
- ⑦ 강조: 형태, 색채, 위치, 크기 등에 변화를 주어 시선의 주목을 강하게 끌.
- ⑧ 대비: 반대되는 요소들이 대립되어 서로 다른 성질을 강조하는 것.
- ⑨ 조화: 여러 조형 요소와 원리가 어우러져 보이는 자연스러움.

	
<p>미로(Miro, Joan/1893~1983/에스파냐)종달새의 노래(캠버스에 유채/205×173.5cm/1967년)</p>	<p>베일리(Wehrli, Ursus/1969년~/스위스)종달새의 노래를 재구성한 작품</p>

[그림-4] 미로의 종달새의 노래를 재구성한 베일리의 작품<sup>27)</sup>

27) 장지성 외 6명(2018), 고등학교 미술, 천재교과서, p.52

(2) 수학적 요소

(가) 도형을 이루는 요소

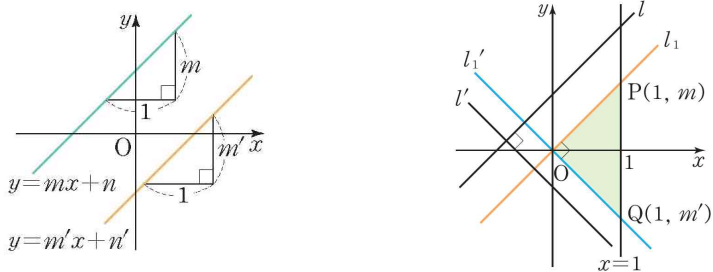
- ① 점: 어떤 공간에서 위치만을 가지는 가장 기본적인 원소로 길이, 넓이, 부피가 없는 것.
- ② 선분: 두 점을 끝개 이은 선
- ③ 직선: 선분을 양쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선
- ④ 원: 평면에서 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점을 모두 모아 놓은 집합

(나) 도형의 방정식

① 두 직선의 평행과 수직

두 직선 $y = mx + n$ , $y = m'x + n'$ 에서	
두 직선이 서로 평행하면 $m = m'$ , $n \neq n'$ 이다. $m = m'$ , $n \neq n'$ 이면 두 직선은 서로 평행하다.	두 직선이 서로 수직이면 $mm' = -1$ 이다. $mm' = -1$ 이면 두 직선은 서로 수직이다.

<표-5> 2. 직선의 방정식-두 직선의 위치 관계-평행과 수직<sup>28)</sup>



[그림-5] 두 직선의 위치관계- 평행과 수직<sup>29)</sup>

28) 홍성복 외 10인(2018), 고등학교 수학, 지학사, pp.131-133

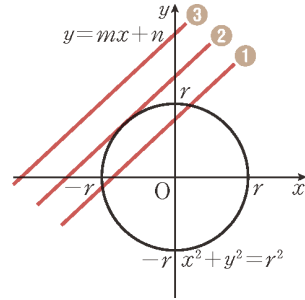
29) 홍성복 외 10인(2018), 상계서

② 원과 직선의 위치 관계

원의 방정식  $x^2 + y^2 = r^2$ 에

직선의 방정식  $y = mx + n$ 을 대입하여 얻은  $x$ 에 대한 이차방정식의 판별식을  $D$ 라 하면,  $D$ 의 값의 부호에 따라 원과 직선의 위치 관계는 다음과 같다.

- a.  $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- b.  $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다.(접한다.)
- c.  $D < 0$ 이면 만나지 않는다.



<표-6>, [그림-6] 3. 원의 방정식-원과 직선의 위치관계<sup>30)</sup>

라. 단계별 요소

상황 제시	<p>구성8, 브로드웨이 부기우기를 제시하고 감상하게 한다.</p> <p>추상화의 정의와 종류에 대해 알아보고, 추상화 기법에 대해 조사하고 정리할 수 있다.</p> <p>작품 속에서 조형과 도형의 기본 요소를 찾을 수 있는지 질문하고 주제에 접근을 시도한다.</p>
창의적 설계	<p>다양한 미술작품을 검색 후, 조형 요소들의 특징을 파악하고 자신만의 작품을 만들기 위한 마인드맵을 작성한다.</p> <p>점과 선을 이용한 작품을 조사하고, 작가에 대해 알아보고, 작품을 이해할 수 있다.</p> <p>마인드맵을 통해 구체적인 아이디어 스케치를 한다.</p> <p>도형의 위치관계를 알고, 직선과 직선, 원과 직선의 위치관계를 활용할 수 있다.</p> <p>스케치를 바탕으로 평면이나 입체적으로 표현할 수 있도록 재료를 준비하고, 작품을 제작한다.</p>
감성적 체험	<p>작품을 마무리하고 조별 또는 개인별로 발표 및 느낀 점을 공유하며 성공의 기회를 갖는다.</p>

30) 홍성복 외 10인(2018), 전계서, p.145

**마. 프로세스폴리오**

1. 칸딘스키의 작품에서 느낀 점을 적어보고, 조형과 도형의 요소를 찾아보자.  
(교사가 제시한 작품 이외의 것을 검색하여 작성할 수 있음.)

구성9(유채/113.5×195cm/1936년) 내면에서 우러나오는 감정을 선, 면, 색 등 순수한 조형 요소만으로 구성한 것이다. 여러 가지 요소들이 즉흥적으로 배열된 듯이 보이면서도 조화로운 색채와 크고 작은 형상들의 적절한 배치, 과감한 사선의 구도로 시각적 즐거움을 준다.



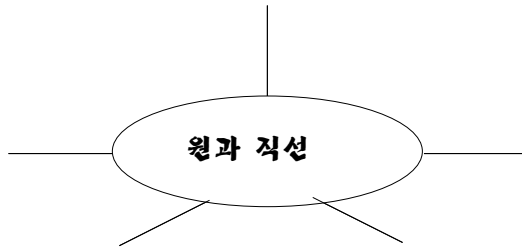
느낀 점:

조형의 요소:

도형의 위치관계:

2. 조형과 도형의 요소를 이용하여 각자의 마인드맵을 작성하고, 조별로 발표하고 의견을 듣는다.(도형의 위치관계를 중점적으로 이해한다.)

점과 직선, 직선과 원, 직선과 직선 등



발표 후 느낀 점:

모둠원들의 비평 및 조언:

3. 8절 쉐트지를 준비하고 아이디어 스케치를 한다.

4. 스케치를 활용하여 구체적으로 평면 또는 입체적으로 작품을 제작한다.  
(아이디어에 적합한 재료를 준비한다. 색연필, 철사, 비즈 등)

5. 결과물을 조별로 발표하고, 활동을 통해 느낀 점을 작성한다.

## 2. 밀로의 비너스와 비트루비우스의 인체비례


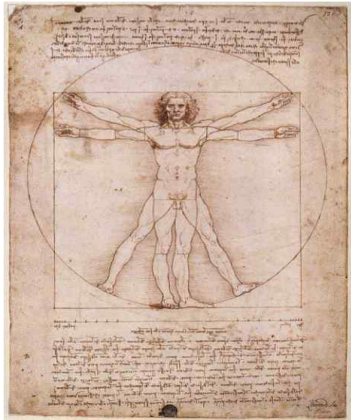
두 작품은 고대로부터 내려오는 황금분할에 대해 현대적 시각으로 재해석해 보는데 도움을 주고, 황금분할에 대한 미술가와 수학과와의 관점을 비교하고 이해하는데 적합하다고 할 수 있다.

### 가. 학습목표

미술작품을 통해 황금분할의 의미를 알고, 황금분할의 정의를 활용하여 황금비율을 직접 구할 수 있다.

황금분할이 적용된 작품 및 사물을 탐색하고 황금분할을 이용하여 자신만의 명함을 제작할 수 있다.

### 나. 작품설명

	
<p>밀로의 비너스(대리석/높이 204cm/기원전 130~120년 경)</p>	<p>레오나르도 다 빈치(Leonardo da Vinci/이탈리아/1452년~1519년)의 비트루비우스의 인체 비례(종이에 펜/34.3×24.5cm/1487년)</p>

[그림-7] 밀로의 비너스와 비트루비우스의 인체 비례<sup>31)</sup>

31) 현영호 외 5명(2018), 《고등학교 미술》교과서, (주)비상교육, p.65(좌)  
 김형숙 외 5명(2018), 《고등학교 미술》교과서, (주)교학도서, p.70(우)



### (1) 밀로의 비너스

밀로의 비너스는 아름답고 완벽한 균형을 가진 몸매로 인해 ‘미’의 전형으로 알려져 있다. 이처럼 밀로의 비너스가 미의 전형으로 언급되는 데는 크게 세 가지 이유가 있다. 첫째, 조각상에 몸의 뼈대와 근육을 포함한 완벽한 해부학이 적용되었고, 둘째, 작품에서 몸의 무게중심을 한 쪽 다리에 뒹으로써 나타나는 S자 곡선, 즉 콘트라포스토가 나타난다. 셋째는 밀로의 비너스 8등신의 신체구조를 갖추고 있다는 점이다.<sup>32)</sup> 황금분할은 선분을 둘로 나누었을 때 짧은 부분과 긴 부분의 길이의 비가 긴 부분과 원래 선분의 길이의 비와 똑같아지는 경우를 말하며, 숫자로 나타내면 1:1.618이다. 고대 그리스 시대부터 사람들은 이러한 황금분할을 가장 안정적이고 아름다움을 준다고 생각하였다.

### (2) 비트루비우스의 인체 비례

레오나르도 다 빈치(Leonardo da Vinci/이탈리아/1452년~1519년)는 15~16세기 르네상스 시대의 이탈리아 화가이자 과학자, 발명가, 인문학자이다. 조각, 건축, 토목, 수학, 과학, 음악에 이르기까지 다방면에 재능을 보였다. 해부학에 정통했으며 르네상스 예술 이론인 회화론 등 다수 논문을 남겼다. 그의 인체해부도를 보면 그림이지만 과학적인 내용을 포함하고 있다. 이런 특징은 레오나르도 다 빈치와 더불어 르네상스 시대의 많은 미술가들은 과학을 응용해 미술을 더욱 충실하게 표현하려고 노력했다고 볼 수 있다. 즉, 미술이 과학이 할 수 없는 인간 내면의 문제, 세상에 대한 영감과 상상력, 자유의지를 나타내려고 했다면 과학은 예술로 표현하기 위한 구체적인 원리를 발견하고 제시하였던 것이다.

그는 로마의 건축가 비트루비우스의 글 “인체는 비례의 모범이다. 사람이 팔과 다리를 뻗으면 완벽한 기하학적 형태인 정사각형과 원에 딱 들어맞기 때문이다.”를 접하고 인체 비례도를 그렸는데, 인체를 직접 관찰하여 차이가 있다고 생각한 부분을 수정하여 완성하였다.

그림 속 인물의 머리에서 배꼽까지의 거리와 배꼽에서 발까지의 거리의 비가 1:1.618에 가까워 황금비의 기준에 부합한다고 볼 수 있다.

32) 이광연, 미술관에 간 수학자, 어바웃어북, 2018, pp.78-79

다. 과목별 요소

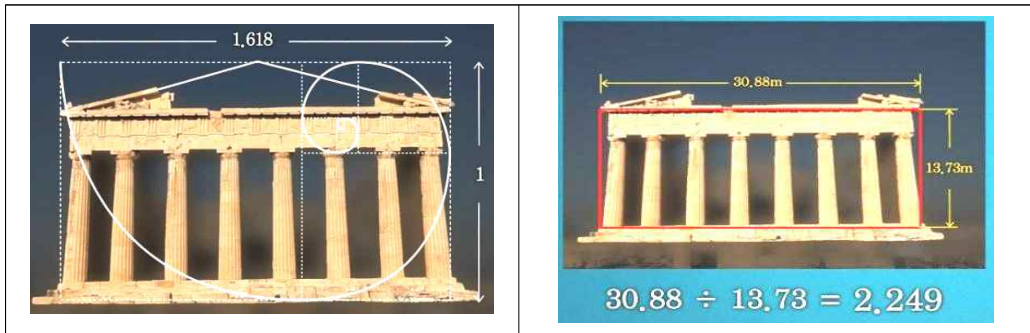
미술적 요소	수학적 요소
고대 그리스인들이 안정적이고 아름답다고 여긴 황금분할의 개념을 알고, 황금분할이 적용된 명함을 제작한다.	황금비율이 어떻게 정의 내려지는지 수학적으로 접근하고, 수직선과 이차방정식의 해를 활용하여 구할 수 있다.

(1) 미술적 요소

(가) 황금분할(golden section)

황금분할은 한 선분을 두 부분으로 나눌 때, 전체에 대한 큰 부분의 비와 큰 부분에 대한 작은 부분의 비가 같게 한 것으로 대략 1:1.618이다. 황금분할은 고대 그리스에서 시작되었는데 가장 조화로운 비례의 원리 중 하나로 알려져 있다. 건축, 조각, 회화, 공예 등 조형 예술 분야에서 널리 사용되어 왔고, 자연의 해바라기씨나 솔방울, 소용돌이에서도 발견된다고 한다.

(나) 파르테논 신전



[그림-8] 파르테논 신전<sup>33)</sup>

파르테논 신전(대리석/69.5×30.9m/그리스 아테네)은 페이디아스, 익티노스, 칼리크라테스(B.C.5세기/그리스)에 의해 고대 그리스 아테네 시민들이 그 도시의 수호신 아테나에게 바친 도리스식 신전으로 안정된 비례와 장중함을 갖춘 곁각으로 기원전 430년경에 완성되었다. 기둥과 지붕 사이의 틈과눈에는 트로이 전쟁, 그리스인과 아마존 족과의 싸움 등이 정교하게 조각되어 있다.

33) EBS 다큐프라임, 황금비율의 비밀-2부 절대적이고 상대적인 진리(2017.7.18)

고대 그리스 신전에서 열주들을 세울 때 가로 방향의 열주의 수와 세로 방향의 열주의 수가 대개  $n:2n+1$ 의 비를 이루는 경향이 있다. 파르테논도 크게는 이 법칙을 따르는데, 신전의 정면에서 바라보았을 때 신전의 높이와 너비의 비율이 4:9를 이루고, 다시 또 신전의 너비와 길이의 비가 4:9를 이룬다. 고대 그리스 사람들은 이 신전을 보면서, 익티노스와 칼리크라테스가 파르테논 신전을 건축할 때 반복해서 고안해 둔 4:9의 비를 함께 보게 되는 셈이다.<sup>34)</sup>

아르키메데스가 고안했던 원뿔과 원기둥과 구의 비, 폴뤼도루스와 비트루비우스가 찾으려 했던 이상적인 인체의 비, 익티노스와 칼리크라테스가 구현하고자 했던 완벽한 신전의 비에서 공통적으로 찾을 수 있는 것은 아름다움을 간단한 정수의 비로 나타낼 수 있고, 반대로 간단한 정수의 비로 아름다움을 표현할 수 있다는 신념이었다. 그래서 르네상스 시대에는 고대 그리스인들이 아름답고 균형적인 건물에 황금비율을 적용했고 정수의 비로 나타내는 것을 중요하다고 생각했다.

(다) 이집트 피라미드

이집트의 쿠푸왕 피라미드에서 황금비에 가까운 비율을 찾아볼 수 있다. 피라미드의 사각뿔 형태에서 꼭짓점에서 밑면에 수선을 내려 만들어지는 직각삼각형의 밑변과 빗변의 길이 비가 약 1:1.618임을 알 수 있다. 실제로 고대 이집트인들은 매듭이 있는 줄을 이용하여 3:4:5비율의 직각삼각형을 토대로 피라미드를 만들었는데, 이때 3:5가 바로 황금비에 가까운 비율이기 때문이다. 안정적이고 견고한 건물은 황금비에 근접한 비율을 따른다고 볼 수 있다.



[그림-9] 쿠푸 피라미드<sup>35)</sup>

34) 과학전문 웹진 <https://horizon.kias.re.kr/12047>

미술교과서에서는 황금분할이라고 하면 밀러의 비너스, 파르테논 신전이 예시로 나온다. 하지만 ‘EBS 다큐프라임의 황금비율의 비밀’편에서는 우리가 지금껏 믿고 있던 황금분할에 대해 절대적이지 않다고 반론을 제기한다. 황금비율은 우연일 뿐이고 1:1.618에 가까운 정수비일 뿐 모든 예술작품에 적용되지 않는다는 것이다. 실제로 밀러의 비너스의 비율은 1:1.555, 다비드 상은 1:1.535로 정확한 황금비라고 볼 수 없다. 하지만 고대 사람들은 미술 작품이 아름다운 이유를 설명하기 위해 황금비를 생각했고, 황금비는 미학적인 성질과 신비로움은 힘이라고 믿었다고 한다. 예술을 이루는 요소 중 수학적 질서를 이루는 것은 분명하나 명작들이 다 황금비율을 따르는 것은 아니다. 수학은 이론으로 공식에 따라 답을 구하는 것이지만 예술은 하나의 답만 있는 것이 아니기 때문이다.



[그림-10] 비너스상과 다비드상<sup>36)</sup>

## (2) 수학적 요소

### (가) 황금비율의 의미

그리스인들 가운데 황금비율과 밀접한 관련이 있는 사람은 피타고라스로 그는 ‘만물의 근원은 수이다’라고 하였다. 수에 대한 믿음이 컸던 그는 수는 일정한 크기와 모양이 있다고 생각해서 세상의 모든 일을 수와 관련지어 연구하였다. 그는 인간이 생각하는 가장 아름다운 비로 황금비율을 고안해서 황금비율이 들어 있는 꼭짓점이 다섯 개인 별모양으로 5를 의미하는 펜타그램(Pentagram)을 피타고라스학파의 상징으로 사용하였다.<sup>37)</sup> [그림-11]의 펜타그램에서 짧은 변과 긴 변의 길이의 비

35) EBS 다큐프라임, 황금비율의 비밀-1부 숨은 그림 찾기(2017.7.17)

36) EBS 다큐프라임, 황금비율의 비밀-2부, 전개서

37) 홍채영, 수학과 그림사이, 궁리, 2018, pp.78-79

는 5:8이므로 1:1.6이 된다. 황금비에 가깝다고 볼 수 있다. 피타고라스학파는 정오각형의 각 대각선은 서로를 황금비율로 나누면서 가운데 작은 정오각형을 만든다는 신비한 사실을 발견했던 것이다.

황금비율은 약 1:1.618로 사용하고 있지만 긴 선분의 길이를 계산하면 1.61803...이라는 무한소수이다. 그래서 이와 비슷한 값이 나오는 3:5, 5:8등과 같은 다양한 비례식으로 황금비율을 나타내기도 한다. 피타고라스가 황금비율을 아름답다고 했던 이유는 고대 그리스에서는 비례와 조화를 아름다움의 요소로 보고, 적절한 비례는 조화가 이루어지는 아름다움을 만들어낸다고 생각했고, 황금비율을 안정감 있고 균형 있는 비율로 느꼈기 때문이다.

<p>선분 <math>AB</math>의 길이를 <math>x:1</math>로 나누는 점 <math>C</math>에 대해  <math>\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{BC}</math> 인 경우,          「점 <math>C</math>는 선분 <math>AB</math>를 황금분할 한다.」고 하고, 이 때의 <math>x</math>가 「황금비」가 되는 것이다. 즉, 긴 선분인 <math>AC</math>(단, <math>x &gt; 1</math>)에 대하여 <math>\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BC}</math>가 성립하므로 이를 두 선분의 비로 나타내면 <math>(x+1):x = x:1</math>,  <math>x^2 - x - 1 = 0</math>의 해 중에서 양수인 <math>x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033 \dots</math>이 된다.</p>	

[그림-11] 정오각형과 선분의 황금비율<sup>38)</sup>

(나) 피보나치 수열

피보나치수열이란 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...와 같이 앞의 두 수의 합이 다음 두 수가 되는 수의 배열을 말한다. 이 수열은 피보나치가 1202년에 처음으로 발견한 것으로 등차수열도 아닌 등비수열도 아닌 규칙을 갖고 있다. 이것을 점화식으로 표현하면 다음과 같다.

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

38) 김형숙 외 5명(2018), 전계서, p70

$$\frac{1}{1}=1, \frac{2}{1}=2, \frac{3}{2}=1.5, \frac{5}{3} \approx 1.666, \frac{8}{5}=1.6, \frac{13}{8}=1.625, \frac{21}{13} \approx 1.615, \dots$$

또한, 1611년 요하네스 케플러(Johannes Kepler, 1571~1630)는 피보나치 수열이 뒷항으로 갈수록 인접한 두 수의 비가 황금비율에 가까워진다는 것을 발견하고 피보나치 수열과 황금비율이 관련이 있음을 보여 주었다.

(다) 생활 속 황금비율

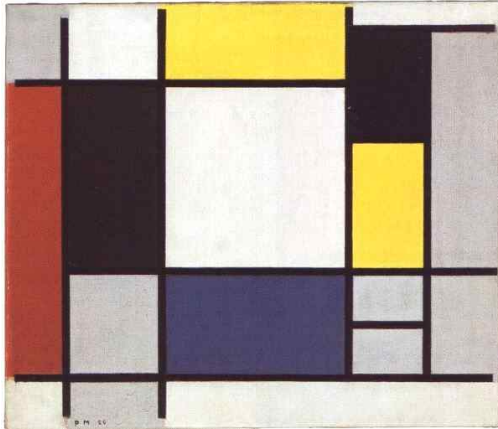
신용카드의 가로와 세로의 길이를 재어 보면 각각 약 8.56cm와 5.398cm로, 비율은 1:1.586임을 알 수 있다. 이 비는 황금비율에 매우 가까운데, 요즘은 황금비율이 그것을 보는 사람에게 가장 편안하고 안정감을 주는 아름다운 비율이라는 이유로 도서나 가전제품의 화면 등의 가로, 세로의 비율을 일부러 황금비율에 가깝게 만들고 있다. 이 황금비율 1:1.618에 5를 곱하면 5:8.09이 되는데, 거의 5:8의 비율에 가깝다. 즉 머리부터 턱까지의 길이가 키의 1/8이면 흔히 말하는 8등신이라고 부르는데, 최근까지도 이 비율은 이상적인 모델의 기준으로 생각하고 꼽았던 예이다.

**라. 단계별 요소**

상황 제시	밀로의 비너스와 비트루비우스의 인체비례도를 제시하고, 시대적 배경 및 작가에 대해 조사하고, 감상하게 한다. 작품을 통해 느낀 점을 공유하고 아름다운 비율로 나만의 명함을 제작할 수 있다.
창의적 설계	황금비율에 대해 생각해 보고, 검색 및 참고 작품을 통해 마인드맵을 작성한다. 마인드맵을 통해 황금비율을 적용할 수 있는 구체적인 아이디어 스케치를 한다. 1:1.618의 수학적 의미에 대해 알아보고, 수직선의 좌표와 비례식, 이차방정식을 이용하여 구할 수 있다. 스케치를 바탕으로 명함을 제작할 수 있는 적합한 재료를 준비하고, 명함을 디자인 한다.
감성적 체험	작품을 마무리하고 조별 또는 개인별로 발표 및 느낀 점을 공유하며 구체적이고 긍정적인 환류를 통해 지지한다. 명함을 제작하는 과정에서 교과에 대한 필요성, 학습에 대한 흥미, 성취감을 경험할 수 있다,

### 마. 프로세스폴리오

1. 제시된 작품에서 느낀 점을 적어보고, 황금비율을 찾아보자.  
 (교사가 제시한 작품 이외의 것을 검색하여 작성할 수 있음.)

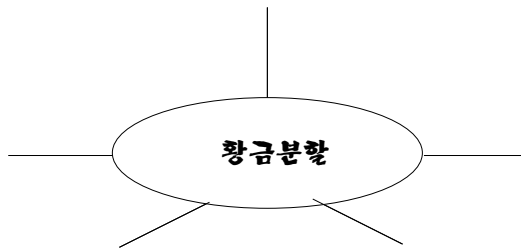


느낀 점:

황금비율의 개념:

황금비율을 나타내기

2. 황금분할에 대해 검색 및 참고 작품을 이용하여 각자의 마인드맵을 작성하고, 조별로 발표하고 의견을 듣는다. (황금분할이 실생활에서 응용된 예를 구체적으로 제시해 본다.)



모둠원들의 비평 및 조언:

발표 후 느낀 점:

3. 8절 쉐트지를 준비하고 자신의 명함을 제작하기 위한 아이디어 스케치를 한다.

4. 스케치를 활용하여 구체적으로 평면 또는 입체적으로 작품을 제작한다.  
 (아이디어에 적합한 재료를 준비한다.)

5. 결과물을 조별로 발표하고, 활동을 통해 느낀 점을 작성한다.



### 3. 에셔의 파충류


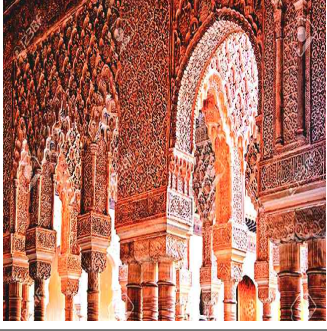
에셔의 작품을 통해 미술과 측면에서는 소재의 내포된 의미와 평면에서 입체적으로 표현하는 미술적 기법을 체험할 수 있고, 수학과 측면에서는 도형의 대칭, 회전, 평행이동에 대해 이해할 수 있다.

#### 가. 학습목표

작품을 통해 테셀레이션의 원리를 알고, 테셀레이션을 직접 구상할 수 있다.

실생활에서 테셀레이션이 적용된 사물을 관찰하고, 테셀레이션을 이용하여 작품을 제작할 수 있다.

#### 나. 작품설명

	
<p>에셔(Escher, Maurits Cornelis/네델란드/1898년~1972년)의 파충류(석판화/33.4×38.5cm/1943년)</p>	<p>알람브라 궁전(에스파냐 그라나다/13세기 후반)</p>

[그림-12] 파충류와 알람브라 궁전<sup>39)</sup>

#### (1) 에셔의 파충류

에셔는 네덜란드 출신의 판화가로 초기에는 주로 풍경 작품을 다루었고, 1936년 즈음부터 패턴과 공간의 환영을 반복한 작품을 발표하였다. 이슬람 건축의 모자이크에 영감을 받았으며 단순한 기하학적 무늬에서 수학적 변환을 이용한 독특한 테

39) 장지성 외 6명, 《고등학교 미술》교과서, 천재교과서, p.94(좌)  
 조익환 외 13명, 《고등학교 미술창작》교과서, 씨마스, p.93(우)



셀레이션 작품 세계를 펼쳤다. 이 작품은 차원과 테셀레이션이 결합 돼 있으며 도마뱀은 2차원 평면에서 나와서 3차원 입체로 옮겼다가 다시 2차원 속으로 들어가는 것처럼 표현하였다. 또 그 바닥은 도마뱀 모양으로 평면을 덮은 테셀레이션으로 되어 있고, 그림에는 정다면체의 한 종류인 정십이면체가 놓여 있다. 또 주목할 것은 도마뱀이 정십이면체를 지날 때 콧구멍에서 증기가 뿜어져 나오고 있다는 것이다.

정다면체에는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체가 있는데, 플라톤(Plato/B.C.428?~B.C.347?/그리스 아테네)은 이것들을 각각 불, 흙, 공기, 우주, 물로 비유했다. 따라서 그림 속 도마뱀은 우주를 밟고 있는 것이다. 또한 이 그림에서는 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형 등 많은 입체 다각형들이 담겨 있다. 이는 평면인 2차원적 캔버스 위에 3차원적 입체를 구현하기 위해 에셔가 미술적인 섬세한 표현 구성과 수학적 원리를 결합하기 위해 끊임없는 고민과 연구를 했을지 추측할 수 있다.

## (2) 알람브라 궁전

알람브라 궁전은 에스파냐 남부의 그라나다 지역에서 머물던 아랍 군주의 저택이었던 곳으로 현재는 이슬람 건축 박물관으로 쓰이고 있다. 유네스코가 지정한 세계 문화유산으로 이 건물은 테셀레이션으로 가장 잘 알려진 곳이다. 다양한 모자이크 문양에서 미술과 디자인에 대한 영감을 얻을 수 있는데 에셔도 여기에서 영감을 얻은 바 있다.

벽과 천장에 아랍 특유의 문양이 타일과 조각으로 빈틈없이 새겨져 있다. 숭배 의식에서 비롯된 인간이나 동물에 대한 엄격한 규정 때문에 이슬람 예술은 고유한 캐릭터로 발전해 왔으며 기하학, 아라베스크, 꽃무늬, 그리고 서체에 이르기까지 최근까지도 세계적인 시각과 균형 및 조화를 이루며 세계적으로 발전하고 있다. 알람브라 궁전 안뜰을 장식하고 있는 테셀레이션 문양을 자세히 살펴보면 여러 가지 도형이 맞물려 이동하는 것을 발견할 수 있는데 대표적인 도형의 이동 방법은 밀기, 돌리기, 뒤집기이며 알람브라 궁전에는 밀기가 주로 사용되었다.

## 다. 과목별 요소

미술적 요소	수학적 요소
테셀레이션을 통해 반복적인 문양에서 느낄 수 있는 점을 공유하고, 다양한 미술작품 속 테셀레이션을 찾아보고 이해할 수 있다.	테셀레이션을 이용하여 기하 영역에서 수업하는 평행이동, 회전, 반사에 대해서 이해할 수 있고, 패턴을 이용하여 직접 구할 수 있다.



### (1) 미술적 요소

#### (가) 테셀레이션

테셀레이션 패턴으로 가장 유명한 것은 알람브라 궁전으로 이 곳의 마루, 벽, 천장들은 반복되는 문양으로 되어 있다. 이 곳은 우리에게 예술적인 아름다움을 줄 뿐만 아니라 무한한 수학적 이론과 의미가 포함되어 흥미롭게 도형의 각의 크기, 대칭과 변환, 합동 등을 학습할 수 있게 도와준다.

생활 속에서 테셀레이션을 찾아보면 마루나 욕실 바닥에 깔린 타일에서도 찾을 수 있고, 이슬람 문화의 벽걸이 용단, 깔개, 가구의 타일, 건축물에서 쉽게 찾아볼 수 있으며 이집트, 로마, 페르시아, 그리스, 비잔틴, 아리비아, 일본, 중국 등에서도 발견되었다. 우리나라의 경우는 궁궐이나 사찰의 단청, 담장, 문창살 등 한국의 전통문양에서 많이 찾아볼 수 있다.

#### (나) 그 외 작품들

	
변형2(목관화/19.2×389.5cm/1940년/부분)	금산사 나한전의 꽃 창살(전라북도 김제시/600년 경)

[그림-13] 변형2와 나한전의 꽃 창살<sup>40)</sup>

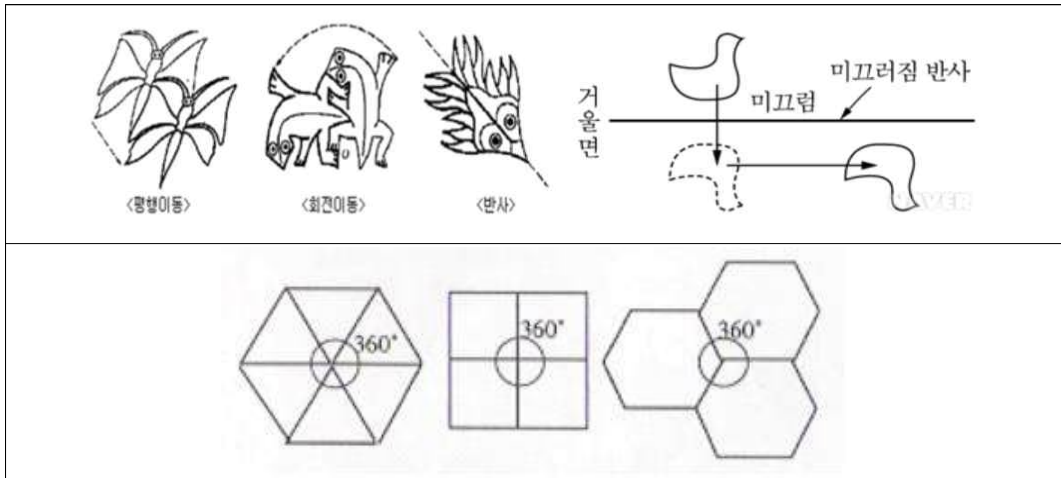
40) 최찬경 외 5명(2018), 《고등학교 미술》교과서, (주)금성출판사 p.79(좌)  
장지성 외 6명(2018), 《고등학교 미술》교사용 지도서, (주)천재교과서 p.188(우)

(2) 수학적 요소

(가) 테셀레이션의 원리

수학자들은 정삼각형, 정사각형, 정육각형만이 규칙적인 공간 분할에 사용될 수 있다는 것을 증명하였다. 테셀레이션은 같은 모양을 평행이동, 회전, 반사 등의 규칙을 이용하여 틈이나 포개짐 없이 평면을 채우는 작업을 말한다.

테셀레이션은 한 점을 중심으로 모양을 돌리는 회전, 평행이동, 모양을 뒤집는 반사와 반사를 결합한 미끄러짐 반사의 네 가지 변형을 통해 만들 수 있다. 즉, 정삼각형은 한 내각의 크기가  $60^\circ$ 이므로 한 점에 여섯 개가 모이면  $360^\circ$ 가 되어 평면을 이루고, 정사각형은 한 내각의 크기가  $90^\circ$ 이므로 네 개가 한 점에 모이면 평면이 된다. 또한 정육각형은 한 내각의 크기가  $120^\circ$ 이므로 한 점에 세 개가 모이면  $360^\circ$ 가 되어 평면을 이룬다.<sup>41)</sup> 테셀레이션이 가능하기 위한 조건은 단위 모양으로 평면이나 공간을 빈틈없이 채워야 하고, 한 꼭짓점을 중심으로 모인 단위 모양의 각들의 합이  $360^\circ$ 가 되어야 한다. 길이가 같은 변끼리 접하도록 배열하고, 평면에서 모든 방향으로 무한대로 확장될 수 있어야 한다.



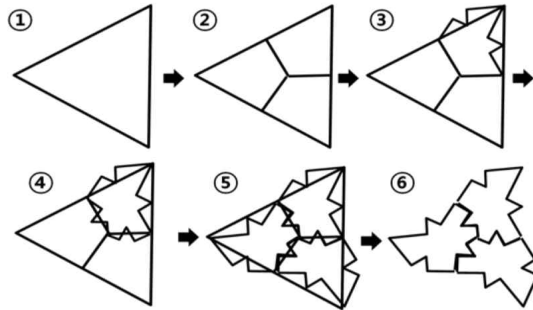
[그림-14] 테셀레이션 만드는 방법과 가능한 도형<sup>42)</sup>

41) 이광연, 전개서, pp.254-255

42) 그루의 정보 참고, [https://gruu.tistory.com/테셀레이션\(위\)](https://gruu.tistory.com/테셀레이션(위)이광연, 전개서, p.254(아래))  
이광연, 전개서, p.254(아래)

(나) 테셀레이션 분할하는 방법

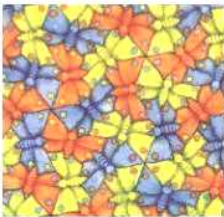
① 정삼각형 테셀레이션



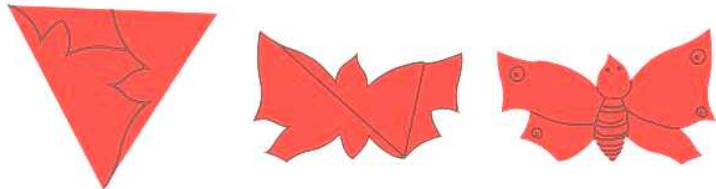
[그림-15] 정삼각형 테셀레이션의 예(1)<sup>43)</sup>

- a. 정삼각형을 그린다.
- b. 정삼각형 중앙의 점에서 각 변의 중점까지 선을 긋는다.
- c. 나누어진 사각형의 한 변에 선을 그리고, 그 선을 정삼각형의 한 꼭짓점을 중심으로 회전이동하여 이웃한 변에 똑같이 그린다.
- d. 나누어진 사각형의 다른 변에 선을 그리고 정삼각형의 가운데 점을 중심으로 회전이동하여 이웃한 변에 똑같이 그린다.
- e. 완성된 모양을 회전이동하여 나누어진 다른 사각형에도 똑같은 모양을 그린다.
- f. 처음에 그린 선을 모두 지우면 테셀레이션의 모양이 완성된다.

• 에스허르 작품 따라 하기



에스허르(Escher, Maurits Cornelis/네덜란드/1898 ~1972) 나비(석판화/??)



1. 기본 도형을 찾고, 도안을 그린다.
2. 완성된 도안을 색깔 별로 여러 개 만든다.
3. 완성된 모양을 돌려 가며 붙인다.

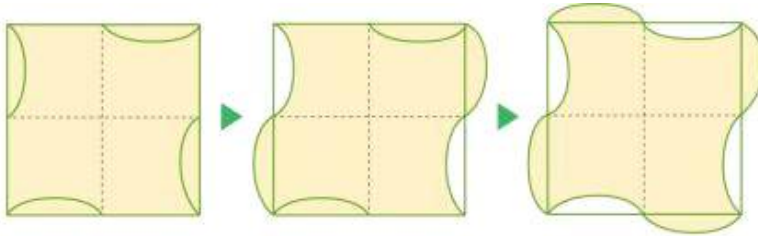
[그림-16] 정삼각형 테셀레이션의 예(2)<sup>44)</sup>

43) 수학영재발굴단, 스토리텔링 수학속으로-테셀레이션 <http://blog.daum.net/somabc1142/166>

44) 김선아 외 6명, 《고등학교 미술문화》교사용지도서, 천재교육, p.129

이 모양은 회전이동을 통해서 울록볼록함이 서로 반대가 되도록 했고, 정삼각형이 테셀레이션이 가능한 다각형이므로 만든 단위모양을 서로 겹치지 않도록 붙여서 테셀레이션을 완성할 수 있다.

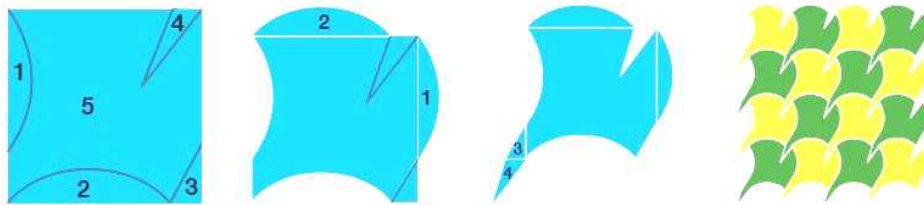
② 정사각형 테셀레이션



[그림-17] 정사각형 테셀레이션의 예(1)<sup>45)</sup>

- 여러장의 색종이를 준비하고, 만들고자 하는 모양을 그린 후 오려낸다.
- 색종이의 아랫부분에서 오려낸 그림을 윗부분에 붙인다. (주의: 아랫부분에서 오려낸 부분과 똑같은 위치의 윗부분에 오려낸 그림 조각을 붙인다.)
- 위와 아래가 결정됐으면 오른쪽과 왼쪽을 만들기 위해 같은 방법으로 그림을 그려 넣고 잘라내어 붙인다.
- 위와 같은 작업을 계속하여 얻은 여러 장의 색종이를 서로 겹치지 않게 붙인다.

• 은행잎 만들기



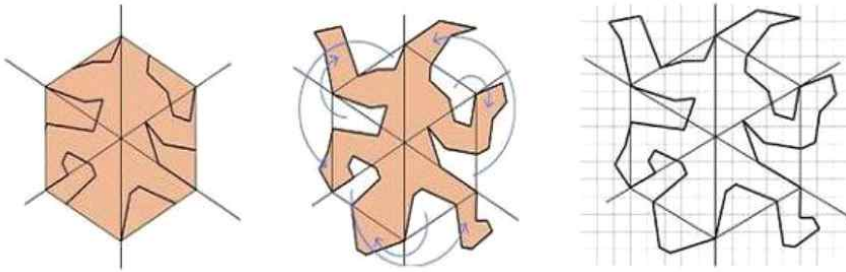
- 정사각형의 색종이에 도안을 그린 후 오려서 5개의 조각을 만든다.
- 1, 2번 조각을 오른쪽, 위 방향으로 평행 이동시켜서 붙인다.
- 3번은 왼쪽, 4번은 왼쪽 아래로 평행 이동시켜서 붙인다.
- 완성된 모양을 돌려가며 붙인다.

[그림-18] 정사각형 테셀레이션의 예(2)<sup>46)</sup>

45) 이광연, 전개서, p.256

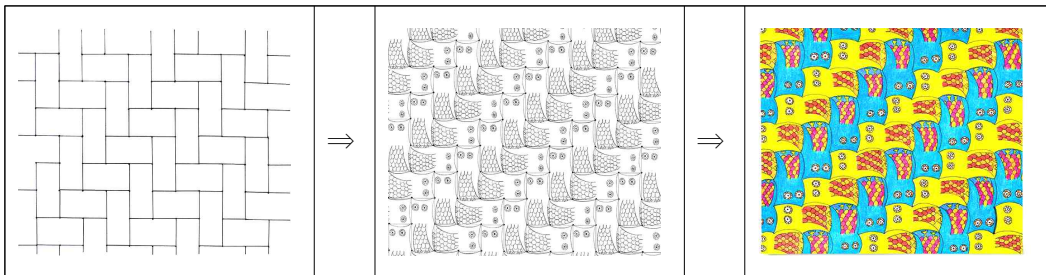
46) 김선아 외 6명, 전개서, p.129

③ 정육각형 테셀레이션



[그림-19] 정육각형 테셀레이션의 예47)

- a. 육각형을 그리고 도마뱀을 만들기 위해 위의 그림처럼 도안을 한다.
- b. 그림처럼 회전을 시켜 도마뱀을 만들어 올려낸다.
- c. 올려낸 도마뱀을 종이에 대고 이어 그려 테셀레이션을 만든다.
- d. 테셀레이션을 채색한다.



[그림-20] 평면 테셀레이션의 예48)

(다) 테셀레이션의 종류

평면 테셀레이션은 크게 두 가지로 분류할 수 있는데 주기적 테셀레이션과 비주기적 테셀레이션으로 분류할 수 있다. 비주기 테셀레이션의 대표적인 예로는 펜로즈 타일49)이 있다. 주기적 테셀레이션은 정규, 준정규, 비정규 테셀레이션이 있다.

47) 김상미, 문학 및 미술작품을 활용한 수학 교수학습자료 개발, 서울시립대학교 교육대학원 석사학위논문, 2009, p.141

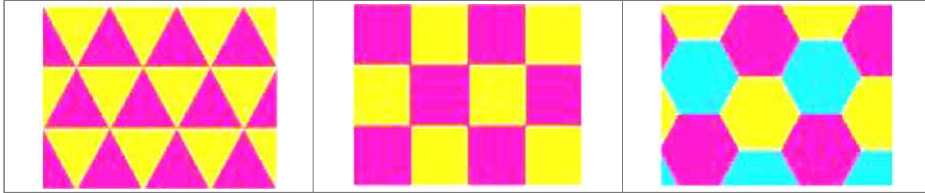
48) 최찬경 외 5명(2018), 전개서, p.79

49) 옥스포드대학의 수학과 교수인 라저 펜로즈(Roger Penrose,1931~)가 고안한 것으로 이 타일링은 반복되는 것 같지만 반복되지 않는 특이한 형태를 갖고 있다. 펜로즈 타일링에서는 부분적으로 일정한 패턴을 찾을 수는 있지만 전체적으로 반복되는 패턴은 존재하지 않는다.



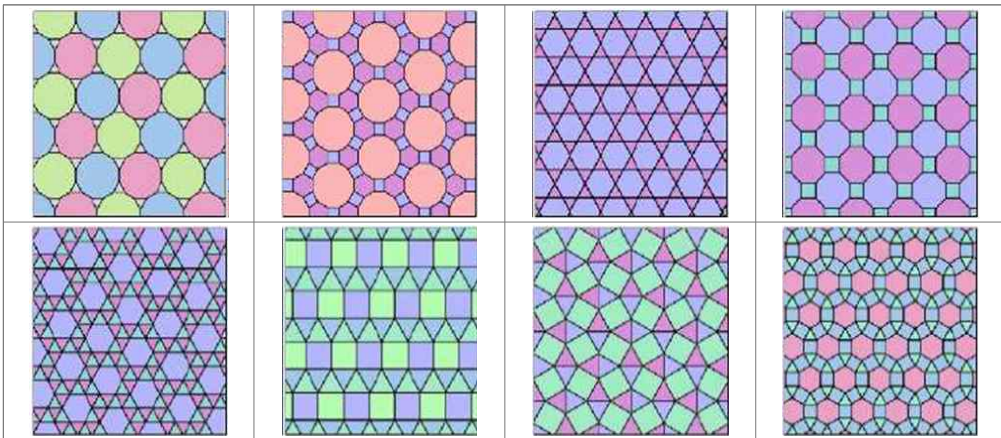
① 정규 테셀레이션

오직 한 가지의 정다각형으로만 테셀레이션을 만드는 것이다. 정규 테셀레이션은 3가지가 있다. 정삼각형( $60^\circ$ ), 정사각형( $90^\circ$ ), 정육각형( $120^\circ$ )이다.



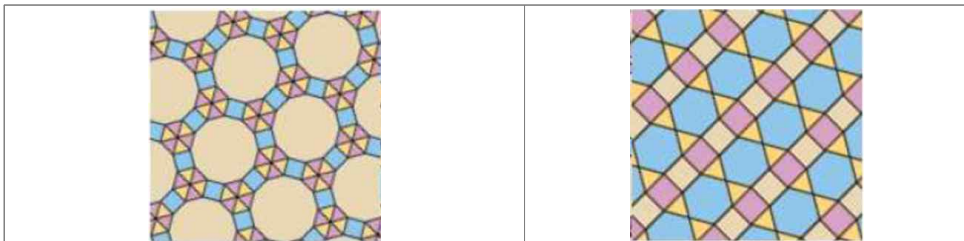
② 준정규 테셀레이션

두 가지 이상의 정다각형으로 이루어진 테셀레이션인데 이때 임의의 꼭짓점에서 정다각형들의 배열은 항상 같아야 한다. 준정규 테셀레이션은 8가지 뿐인데, 다음 그림과 같이 8가지가 있다.



③ 비정규 테셀레이션

한 꼭짓점에서의 배열의 종류가 여러 가지인 테셀레이션이다. 그 예로는 다음과 같은 테셀레이션이 있다.



(라) 도형의 평행이동과 대칭이동

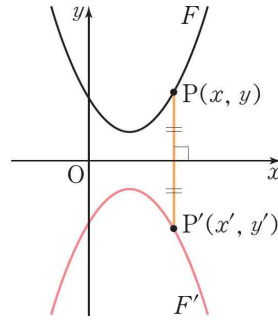
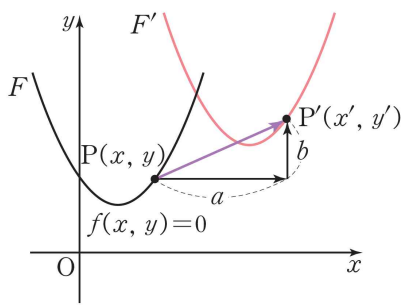
① 도형의 평행이동<sup>50)</sup>

좌표평면에서 방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형  $F$ 를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 도형  $F'$ 의 방정식은 다음과 같다.

**도형의 평행이동**

방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 도형의 방정식은

$$f(x - a, y - b) = 0$$



[그림-21] 도형의 평행이동과  $x$ 축에 대하여 대칭이동

② 도형의 대칭이동<sup>51)</sup>

좌표평면 위의 방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형  $F$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형을  $F'$ 이라고 하자.

도형  $F$  위의 임의의 점  $P(x, y)$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $P'(x', y')$ 이라고 하면

$$x' = x, y' = -y \text{ 이므로}$$

$$x = x', y = -y' \text{ ..... ①이다.}$$

점  $P(x, y)$ 는 도형  $F$  위의 점이므로 식 ①을  $f(x, y) = 0$ 에 대입하면

$$f(x', -y') = 0 \text{ 이다.}$$

50) 홍성복 외, 전계서, pp.154-155

51) 홍성복 외, 전계서, p.158



따라서 점  $P'(x', y')$ 은 방정식  $f(x, -y) = 0$ 을 만족한다. 즉, 방정식  $f(x, -y) = 0$ 은 도형  $F$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형  $F'$ 의 방정식이다.

**$x$ 축,  $y$ 축과 원점에 대한 도형의 대칭이동**

방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을

- ①  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은  $f(x, -y) = 0$
- ②  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은  $f(-x, y) = 0$
- ③ 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은  $f(-x, -y) = 0$

**라. 단계별 요소**

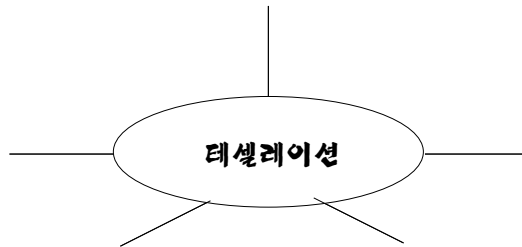
상황 제시	<p>에서의 테셀레이션 작품을 검색하고, 각각의 표현 기법에 대해 조사한다.</p> <p>작품을 감상한 후 느낀 점에 대해 공유한다.</p> <p>작품의 특징 및 숨은 요소를 찾아보고 어떤 느낌을 받았는지 공유하고 테셀레이션의 의미에 대해 생각해 보게 한다.</p>
창의적 설계	<p>다양한 테셀레이션 작품들을 검색하고, 나만의 테셀레이션을 구상할 수 있다.</p> <p>마인드맵을 통해 테셀레이션의 원리 및 방법 등을 구체화한다.</p> <p>수학에서 대칭, 평행이동 등에 대해 설명하고, 나만의 테셀레이션 도안을 만든다.</p> <p>정다각형을 응용하여 만들 수 있는 테셀레이션 무늬를 생각해 보거나 주어진 도안을 이용하여 테셀레이션을 꾸미며 그 안에 있는 미술적 요소와 수학적 요소를 찾아내 이야기로 꾸며가며 체험할 수 있다.</p> <p>변형된 도안을 이용하여 활용할 수 있는 디자인에 대해 생각해 본다.</p>
감성적 체험	<p>도안을 이용하여 다양한 방법과 재료를 활용하여 제작해 본다.</p> <p>작품을 마무리하고 조별 또는 개인별로 발표한다.</p> <p>느낀 점을 공유하며 성취감을 느낀다.</p>

### 마. 프로세스폴리오

1. 제시된 작품에서 느낀 점을 적어보고, 수학적 원리를 찾아보자.  
 (교사가 제시한 작품 이외의 것을 검색하여 작성할 수 있음.)

	느낀 점:
	테셀레이션의 개념:  테셀레이션으로 나타내기 (정삼각형, 정사각형, 정육각형을 이용함.)

2. 테셀레이션에 대해 검색하고 참고 작품을 이용하여 각자의 마인드맵을 작성하고, 조별로 발표하고 의견을 듣는다.(테셀레이션이 실생활에서 응용된 예를 구체적으로 제시해 본다.)



모둠원의 비평 및 조언:  
 발표 후 느낀 점:

3. 8절 쉐트지를 준비하고 아이디어 스케치를 한다.  
 다각형을 이용하여 회전, 평행이동, 반사 등을 활용하여 나만의 창의적인 테셀레이션을 만들어 보자.

4. 스케치를 활용하여 구체적으로 평면 또는 입체적으로 작품을 제작한다.  
 (책갈피, 종이백 디자인, 텀블러 디자인 등)

5. 결과물을 조별로 발표하고, 활동을 통해 느낀 점을 작성한다.

## 4. 멜랑콜리아 I 과 씨름도

두 작품은 작품에 나타난 마방진을 통해 미술적·수학적 관점으로 접근하여 그 의미를 파악할 수 있다. 또한, 작품 감상 시 내포된 내용을 이해하며 작가의 생각과 감정을 엿볼 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

### 가. 학습목표

미술작품 속에 나타난 마방진의 수학적 원리를 찾고, 마방진의 개념을 이해할 수 있다.

마방진의 의미에 대해 알아보고, 마방진을 직접 만들어 볼 수 있다.

### 나. 작품설명

	
<p>뒤러(Dürer, Albrecht/독일/1471년~1528년)의 멜랑콜리아 I (인그레이빙/24×18.9cm/1514년)</p>	<p>김홍도(金弘道, 1745년~1806년?)의 풍속도 중 씨름(종이에 수묵담채 세로 26.9cm, 가로 22.7cm)</p>

[그림-22] 멜랑콜리아 I 과 씨름<sup>52)</sup>

#### (1) 뒤러의 멜랑콜리아 I

이 작품은 독일인 뒤러의 동판화로 사색에 잠긴 예술적 천재의 자화상을 표현하였다. 작품의 오른쪽 상단에 그려진 마방진이 계기가 되어 전 유럽에서 마방진이

52) 현영호 외, 전계서, pp.66(좌)

국립중앙박물관 국보·보물, [https://www.museum.go.kr/site/main/relic/search/view?relicId=551\(우\)](https://www.museum.go.kr/site/main/relic/search/view?relicId=551(우))

유행하게 되었다. 당시의 유럽에서는 신비주의라 불리는 사상이 있어, 그 사상에서 기인한 점성술과 연금술이 현재의 과학과도 같이 연구되었다.

미술도 교양과목에 속한다는 이탈리아 사람들의 견해를 받아들인 뒤러는 인문주의자적인 교양인을 미술가의 이상으로 생각했고 그는 자신의 지적 관심을 꾸준히 도야(陶冶)함으로써 다양한 기법과 주제들을 자기 것으로 만들 수 있었다.<sup>53)</sup> 그는 이탈리아 르네상스 회화의 영향을 많이 받았으나 독일적인 품격을 가미한 독자적인 화풍을 구축해 나갔고, 종교·초상·풍경·동물·식물 등 다방면에 걸쳐 그 주제를 다루었고 회화뿐만 아니라 판화와 소묘에도 재능을 발휘하여 렘브란트와 함께 서양 회화사상 최대의 화가로 꼽혔다.<sup>54)</sup> 뒤러의 멜랑콜리아 I 이 도상학적 관심을 자극하는 요인은 각종 상징을 담고 있는 사물들에 둘러싸인 여성의 신비롭고 우울한 분위기라고 볼 수 있다.

## (2) 김홍도의 씨름

씨름도는 보물 제527호로 그의 풍속화 특징을 대표할 만한 명품으로 두 무리의 구경꾼들을 화면의 위아래에 둥글게 배치하여 가운데 공간을 연 다음, 서로 맞붙어 힘을 겨루는 두 사람의 씨름꾼을 그려 넣어 그림의 중심을 잡았고, 왼쪽에 서 있는 옛장수는 구경꾼들의 관심 밖에 있으면서도 이 원형 구도에 도움을 주고 있으며, 벗어 놓은 신발은 오른쪽으로 터진 여백을 좁히는 구실을 하고 있다.<sup>55)</sup> 이처럼 빈틈없이 짜인 구성과 함께 간결한 붓질로 풍부하게 묘사한 인물들의 표정과 열띤 좌중의 분위기가 김홍도의 비범한 재능을 잘 나타내고 있고, 인물들이 입고 있는 무명옷의 질감에 맞추어 구사된 투박한 필치와 둥글넓적한 얼굴, 둥글둥글한 눈매도 그가 즐겨 다룬 풍속 인물에서 공통적으로 보이는 특징이 있다.<sup>56)</sup> 화면 중앙에 그려진 씨름꾼들을 보면, 한쪽은 낭패의 빛이 역력한 표정이고, 다른 한쪽은 상대를 넘기기 위해 마지막으로 기를 바짝 모으고 있다. 이에 따른 구경꾼들의 반응도

53) 멜랑콜리아11, Melencolia, <http://gravita.egloos.com/461940>, 2005.08.10

54) 멜랑콜리아11, 상계서

55) 국립중앙박물관 국보.보물, <https://www.museum.go.kr/site/main/relic/search/view?relicId=551>

56) ohyh45, 단원 김홍도의 작품세계, 네이버 블로그, <https://m.blog.naver.com/PostView.nh?blogId=ohyh45&logNo=20103887825&proxyReferer=https:%2F%2Fwww.bing.com%2F2010.04.13>

흥미로운데, 화면 오른쪽 위에 있는 구경꾼들은 상체를 앞으로 굽히면서 승리의 순간을 열렬히 환호하고, 오른쪽 아래의 두 사람은 자신의 편이 넘어 가는 것이 얼마나 안타까운지 입을 벌리고 놀라서 몸을 뒤로 제쳤다. 화면의 맨 아래에 등을 보이는 어린이는 이러한 열띤 상황에도 아랑곳하지 않고 엿을 팔고 있는 엿장수를 쳐다보고 있다.<sup>57)</sup> 여기서 우리는 김홍도의 치밀함과 해학성을 엿볼 수 있고 승리와 패배, 이에 따른 환호와 안타까움, 그리고 야단법석 가운데 무관심 등 각 인물에 대한 절묘한 상황설정과 심리묘사가 탁월하다.

### 다. 과목별 요소

미술적 요소	수학적 요소
작품 감상 후 느낀 점을 공유하고, 표현기법을 알아본다. 작품 속 소재가 어떻게 구성되어 있는지 이야기를 나눌 수 있다.	작품 속 수학적 요소를 찾아보고, 마방진의 개념과 원리를 알고, 직접 만들어 볼 수 있다.

#### (1) 미술적 요소

##### (가) 동판화

동판화는 금속으로 된 전용 끝을 사용하여 동판에 새긴 오목한 부분으로 작가의 생각을 형상화하는 방법이다. 눈 위의 발자국, 모래 위의 흔적 등을 생각나게 하는 시각적인 표현기법으로써 선사시대의 암각화까지 회상할 수 있게 한다.<sup>58)</sup> 동판화가 판화 예술에서 가장 고귀하고 소중한 이유는 중세의 금은세공사로부터 그 기법과 도구를 계승한 것이며 장인적인 기술영역을 보여 주었기 때문이다. 그리하여 동판화가는 예리하고 섬세한 과정을 통해 동작의 우아함을 결합시키고, 정신을 이에 투입함으로써 기술을 가장 고귀하게 승화시킨다고 본 것이다.<sup>59)</sup>

① 인그레이빙(engraving): 동판 면에 금속 전용의 조각도 뷔랑(burin)으로 직접 흠을 파 넣어 인쇄하는 판화 기법이다. 에칭이 산을 사용해 새겨진 흠을 부식시키

57) 문화콘텐츠닷컴, 풍속화로 보는 민속생활 씨름, <http://www.culturecontent.com/content/>

58) 임영방, 뒤러 판화에 있어서 미의 원리, 현대미술관연구 제7집, 1996

59) 임영방, 상계서

는 반면, 잉그레이빙은 보다 전통적인 방법으로 손에 힘을 가하여 견고한 동판을 파내는 특별한 세공 기술이 필요한 판화 기법이다.

② 드라이포인트(drypoint): 잉그레이빙에 쓰는 뷔랑보다 더 강하고 뾰족한 끝을 가진 바늘로 동판에 점을 새겨 인쇄하는 판화 기법이다. 바늘의 재료로 다이아몬드나 루비, 강철 등 단단한 강도를 가진 재료가 쓰인다. 판의 표면이 바늘 끝에 의하여 얇게 파여 올라가 버(burr)가 생기며 원하는 효과에 따라 버를 깎아 내기도 하고 그대로 두고 인쇄하기도 한다. 버로 인해 물감이 번지기 때문에 드라이포인트의 선은 더 부드럽고 보풀이 인듯이 보이며, 프레스기의 압력이 여러 번 사용되면 버를 파괴하기 때문에 10~20개 정도의 소수의 작업에 적합하다.

③ 에칭(etching): 산을 이용해 판의 도안 부분을 부식시켜 인쇄하는 판화의 기법이다. 독일의 호퍼(Daniel Hopfer, 1470년~1536년)에 의하여 발명되었다고 전해지며, 1500년경부터 독일의 뒤러 등에 의하여 예술 작품으로 등장하였다. 동판에 산의 화학 작용을 방지하는 방산제인 그라운드를 칠한 후 금속 바늘로 이미지를 그려 산에 담그면 굽어낸 부분의 그라운드가 벗겨져 부식이 되고 잉크를 칠했을 때 부식된 부분에만 잉크가 묻는다. 손으로 직접 힘을 주어 새겨 특별한 세공 기술을 필요로 했던 잉그레이빙보다 부드러운 그라운드 위에 그리기 때문에 미술가들이 비교적 쉽게 배우고 작업할 수 있었다. 또한 펜으로 그리듯 자연스러운 선의 표현이 가능했으며, 선의 굵기와 깊이도 부식의 정도에 따라 조절할 수 있었다.

#### (나) 풍속화

다양한 인물상으로 구성된 과거의 생활 습속이나 삶의 모습을 사실적으로 묘사한 그림으로 넓은 의미에서 풍속화는 청동기시대부터 조선시대에 이르기까지 다양한 사람들의 생활 장면을 묘사한 그림을 범주로 한다.<sup>60)</sup> 풍속화는 특정 시기에만 그려진 것이 아니라 어느 시대에나 다양한 표현방식으로 그린 그 시대의 시대상을 담고 있으며 선사시대의 암각화, 고구려 고분벽화, 고려의 수렵도, 조선의 삼강행실도와 경직도, 감로도, 조선후기의 풍속화, 현대의 민중미술 등 시대마다 유행한 주제가 다양하다. 이 가운데 조선 후기 풍속화는 회화사적으로 커다란 변화를 이루었

60) 풍속화, 한국민속대백과사전, <https://folkency.nfm.go.kr/kr/topic/detail/6595>



고, 무엇보다 서민의 일상생활이 주제로 다루어진다는 점에 중요한 의미를 가진다. 대표적인 화가와 그들의 작품으로는 17세기 말 윤두서(尹斗緒, 1668년~1715년)의 <짚신 삼기>, 18세기의 조영석(趙榮碩, 1686년~1761년)의 <목기 깎기>, 김홍도의 <점심>, <서당>, 신윤복(申潤福, 1758년~1814년?)의 <단오풍정>, 김득신(金得臣, 1754년~1822년)의 <짚신 삼기> 등이 있다.

(2) 수학적 요소

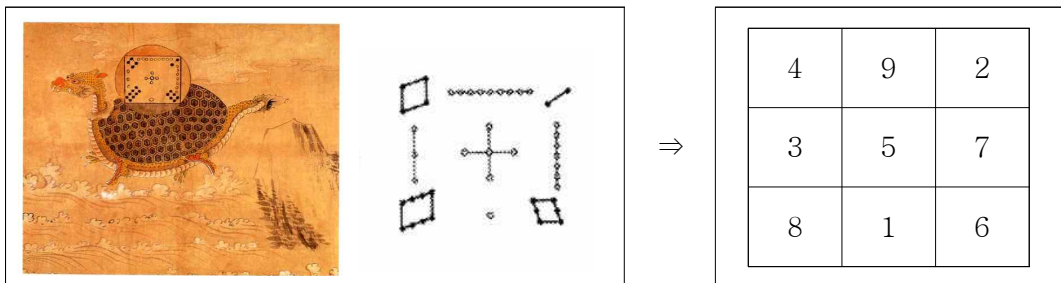
(가) 수학적 소재

멜랑콜리아 I의 작품 속에는 구, 컴퍼스, 다면체, 모래시계, 저울 등의 수학적 소재가 표현되는데 그 중에서 그림의 왼쪽에 위치한 다면체를 살펴보면 삼각형 한 개, 오각형 세 개가 보인다. 보이지 않는 면까지 생각하면 이 다면체는 삼각형 두 개와 오각형 여섯 개로 이루어진 팔면체라고 볼 수 있다.

(나) 마방진

① 마방진의 유래

마방진(魔方陣, Magic Square)이란 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같아지도록 수를 나열한 것이다. 여기서 방(方)은 정사각형, 진(魔)은 나열한다는 뜻이다. 기원은 약 4000년 전 하나라의 우왕이 계속되는 황허 강의 범람을 막기 위해 제방 공사를 시작할 때, 한 마리의 거북이 흘러 내려왔는데 그 거북의 등에 마방진이 그려져 있었다고 한다. 낙서(洛書)라고 불리는 그림에는 점이 배열되어 있는데, 그 점의 개수는 1부터 9까지 이고, 어느 방향으로 더해도 합이 15가 된다. 이때부터 중국에서는 낙서가 우주의 비밀과 음양오행의 원리를 함축하고 있다고 생각했다.



[그림-23] 낙서(洛書)와 마방진<sup>61)</sup>

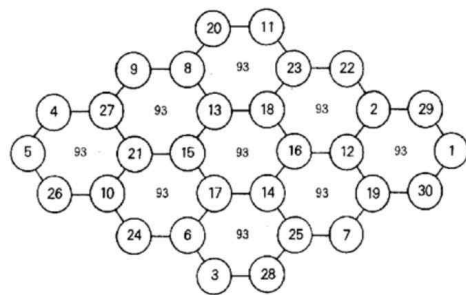
61) 이광연, 전개서, pp.203-204

마방진은 신비한 전설과 함께 인도, 페르시아, 아라비아의 상인들에 의해 서아시아, 남아시아, 유럽으로 전해졌다. 그 당시 유럽에서는 르네상스 시대로 접어들던 때로 과학과 미신이 혼재되어 있었다. 그래서 천문학을 기반으로 앞일을 점쳤던 점성술에서 마방진을 별과 연관지어 3차 마방진은 토성, 4차 마방진은 목성, 5차 마방진은 화성, 6차 마방진은 태양, 7차 마방진은 금성, 8차 마방진은 수성, 9차 마방진은 달을 상징한다고 생각했다.

마방진은 아라비아를 거쳐 유럽에 전해졌는데 유럽에서는 중국의 3차 마방진과는 달리 숫자 합계가 '34'인 4차 마방진을 만들어 부적으로 삼았다. 이 4차 마방진은 16세기 유럽에서 전염병으로부터 보호해준다고 믿어졌으며, 점성술사들은 마방진을 은판에 새겨서 악마를 쫓아내는 신비한 부적으로 삼았다.

우리나라에서 마방진을 연구한 사람으로는 조선 후기 유학자이자 수학자인 최석정(崔錫鼎, 1646년~1715년)을 꼽을 수 있다. 그가 쓴 '구수략'(九數略)에는 [그림-24]의 9차 마방진과 지수귀문도(地數龜文圖)라는 유명한 마방진이 있다. 9차 마방진은 1부터 81까지의 수가 배열하는데 중복되지 않는다. 조그마한 정사각형 9개가 모두 마방진을 이루고, 전체적으로도 마방진을 이룬다. 지수귀문도는 거북이 등처럼 생겼다고 해서 붙여진 이름이다.<sup>62)</sup> 이 거북등처럼 생긴 육각형에는 1에서 30까지의 수가 중복되지 않게 배열되어 있는데 각각의 육각형의 수를 모두 더하면 어느 경우든지 93이 된다.

50	18	55	70	5	48	3	76	44
66	31	26	29	81	13	52	11	60
7	74	42	24	37	62	68	36	19
54	67	2	65	25	33	28	23	72
59	21	43	9	41	73	15	61	47
10	35	78	49	57	17	80	39	4
79	6	38	20	69	34	32	64	27
30	71	22	45	1	77	16	51	56
14	46	63	58	53	12	75	8	40



[그림-24] 최석정의 9차마방진과 지수귀문도<sup>63)</sup>

62) 박경미(2011), 수학비타민 플러스, 김영사, p.291

63) 박경미(2011), 전계서.



② 마방진의 원리

$n$ 차 마방진은 1부터  $n^2$ 까지의 연속된 자연수를 가로, 세로, 대각선의 합이 같도록 정사각형 모양을 배열한 것이다. 마방진에서 각 행, 열, 대각선에 위치한 수의 합을 마방진 상수라고 하는데, 마방진 상수는  $n$ 차 마방진의 1부터  $n^2$ 까지의 수들을 배열한 것의 총합  $\frac{n^2(1+n^2)}{2}$ 을 가로줄이나 세로줄의 개수  $n$ 으로 나눈

$\frac{n(1+n^2)}{2}$ 이다. 따라서 3차 마방진의 상수는 15, 4차 마방진의 상수는 34, 5차 마방진의 상수는 65가 된다. 3차 마방진의 종류는 1개, 4차 마방진은 880개, 5차 마방진은 275,305,224개를 구할 수 있다.

3차 마방진에 대해 구체적으로 살펴보면 1에서 9까지의 수가 한 번씩 들어가므로 모든 칸에 들어가는 수의 합은  $1+2+3+\dots+9=45$ 가 된다. 그런데 세 줄에 놓인 세 수의 합이 모두 같으므로 가로, 세로, 대각선의 한 줄에 놓인 세 수의 합은  $45 \div 3 = 15$ 가 된다. 3차 마방진은 한 가지인데, 돌리거나 뒤집으면 같아지기 때문이다.

	<p>(1, 5, 9), (1, 6, 8), (2, 4, 9), (2, 5, 8), (2, 6, 7), (3, 4, 8), (3, 5, 7), (4, 5, 6)로 합이 15가 되는 세 수의 쌍은 8개 가로 3개, 세로 3개, 대각선 2개의 모두 8개</p>
	<p>가운데 칸은 4번 포함 꼭지점 네 칸은 3번 포함 변 중간의 네 칸은 2번 포함</p>
	<p>가운데 칸: 5가 네 번 꼭지점 네 칸: 2, 4, 6, 8은 각각 세 번 변 중간 네 칸: 1, 3, 7, 9는 각각 두 번씩</p>

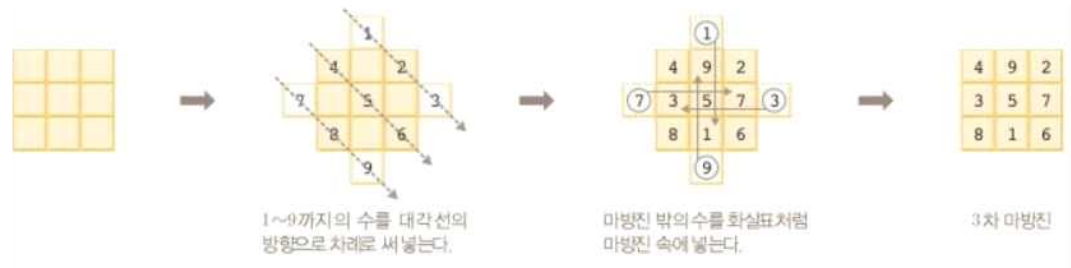
[그림-25] 3차 마방진의 원리 64)

64) 김상미(2009). 전계서, pp.58-60

③ 마방진의 방법

a. 3차 마방진

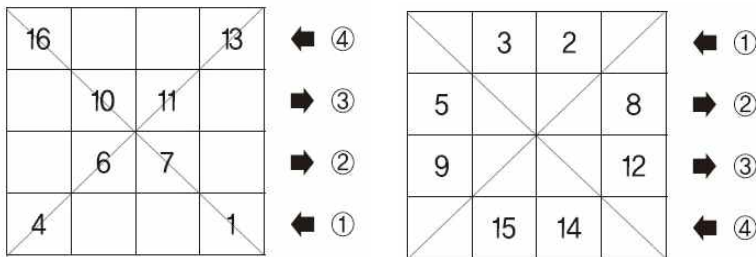
빈 칸이 9개 있는 정사각형을 만들고, 왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 비스듬히 차례로 1부터 9까지의 수를 쓴다. 그리고 정사각형의 바깥쪽에 있는 각 수를 그 줄에서 가장 먼 자리에 있는 칸으로 옮겨 쓴다. 즉, 1은 5 아래에, 3은 5 왼쪽에, 그리고 9는 5위에, 7은 5 오른쪽에 오도록 숫자를 쓴다.



[그림-26] 3차 마방진<sup>65)</sup>

b. 4차 마방진

가로, 세로 각각 4칸으로 된 정사각형을 만든 다음 대각선 2개를 긋는다. 4행에서 오른쪽부터 1,2,3,4 중 해당하는 수를 적는다. 3행에 5,6,7,8 중 해당하는 수를 적는다. 대각선이 아닌 8개의 칸에도 화살표 방향으로 1부터 16까지의 일련의 수중 8개를 적되, 이번에는 1행부터 4행으로 화살표를 따라 진행한다. 왼쪽과 오른쪽의 결과를 결합시킨다.



[그림-27] 4차 마방진<sup>66)</sup>

(다) 그 외 다양한 마방진

65) 심진경 외2, 초등수학 개념사전, (주)아울북, 2015, pp.38-39

66) 박경미(2013), 전계서, pp.256-257

① <씨름도>의 X자 마방진

작품에서 좌우의 대각선 상에 있는 사람의 수를 살펴보면, 모두 12명씩 존재하여 이를 합치면 24명이 된다는 것을 알 수 있다. 여기서는 대각선만 같은 경우에 해당 되는 X자형 마방진이라고 불린다. 안정적인 구도를 위한 것이라고 볼 수 있다.

② 프랭클린 마방진

미국 정치가, 철학자, 과학자인 벤자민 프랭클린의 마방진으로 같은 색깔이 있는 칸의 합이 260이다.

③ 인도수학자 라마누잔의 마방진

자신의 생일을 영어식으로 왼쪽부터 표현한 것으로 대각선의 합이 139이다.

	<table border="1"> <tr><td>52</td><td>61</td><td>4</td><td>13</td><td>20</td><td>29</td><td>36</td><td>45</td></tr> <tr><td>14</td><td>3</td><td>62</td><td>51</td><td>46</td><td>35</td><td>30</td><td>19</td></tr> <tr><td>53</td><td>60</td><td>5</td><td>12</td><td>21</td><td>28</td><td>37</td><td>44</td></tr> <tr><td>11</td><td>6</td><td>59</td><td>54</td><td>43</td><td>38</td><td>27</td><td>22</td></tr> <tr><td>55</td><td>58</td><td>7</td><td>10</td><td>23</td><td>26</td><td>39</td><td>42</td></tr> <tr><td>9</td><td>8</td><td>57</td><td>56</td><td>41</td><td>40</td><td>25</td><td>24</td></tr> <tr><td>60</td><td>63</td><td>2</td><td>15</td><td>18</td><td>31</td><td>34</td><td>47</td></tr> <tr><td>16</td><td>1</td><td>64</td><td>49</td><td>48</td><td>33</td><td>32</td><td>17</td></tr> </table>	52	61	4	13	20	29	36	45	14	3	62	51	46	35	30	19	53	60	5	12	21	28	37	44	11	6	59	54	43	38	27	22	55	58	7	10	23	26	39	42	9	8	57	56	41	40	25	24	60	63	2	15	18	31	34	47	16	1	64	49	48	33	32	17	<table border="1"> <tr><td>22</td><td>12</td><td>18</td><td>87</td></tr> <tr><td>21</td><td>84</td><td>32</td><td>2</td></tr> <tr><td>92</td><td>16</td><td>7</td><td>24</td></tr> <tr><td>4</td><td>27</td><td>82</td><td>26</td></tr> </table>	22	12	18	87	21	84	32	2	92	16	7	24	4	27	82	26
52	61	4	13	20	29	36	45																																																																											
14	3	62	51	46	35	30	19																																																																											
53	60	5	12	21	28	37	44																																																																											
11	6	59	54	43	38	27	22																																																																											
55	58	7	10	23	26	39	42																																																																											
9	8	57	56	41	40	25	24																																																																											
60	63	2	15	18	31	34	47																																																																											
16	1	64	49	48	33	32	17																																																																											
22	12	18	87																																																																															
21	84	32	2																																																																															
92	16	7	24																																																																															
4	27	82	26																																																																															
씨름 속의 마방진	프랭클린 마방진	라마누잔 마방진																																																																																

[그림-28] 다양한 마방진<sup>67)</sup>

(라) 자연수의 거듭제곱의 합

자연수를 차례로 나열한 수열 1, 2, 3, ..., n은 첫째항이 1이고 공차가 1인 등차수열이므로 1부터 n까지의 자연수의 합은 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

자연수의 제곱을 차례로 나열한 수열 1<sup>2</sup>, 2<sup>2</sup>, 3<sup>2</sup>, ..., n<sup>2</sup>의 첫째항부터 제n항까지의 합은 다음과 같다.

67) 박경미(2013). 전계서, p.255, p.259, p.270

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

자연수의 제곱을 차례로 나열한 수열  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합은 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

### 라. 단계별 요소

<p>상황 제시</p>	<p>뒤러와 김홍도의 작품을 제시하고 감상하게 한다.          작품의 특징을 찾아보고, 어떤 느낌을 받았는지 공유한다.          오목판화와 풍속화의 기법에 대해 조사하고, 발표할 수 있다.</p>
<p>창의적 설계</p>	<p>뒤러의 작품 속 소재들에 대해 나열하고, 그 의미가 무엇인지 알아보기 위해 검색한다.          마방진의 유래 및 원리 등을 조사하고, 나만의 마방진을 구상한다.          마인드맵을 통해 마방진을 설계한다.          구체화된 마방진을 모둠별로 발표하고, 조원들끼리 서로의 의견을 공유한다.          마방진과 관련된 여러 분야의 작품을 조사하고, 모둠별로 마방진의 원리에 대해 생각해 보고 정리한다.</p>
<p>감성적 체험</p>	<p>자신과 관련 있는 숫자를 이용하여 마방진을 만들어 보고 발표한다.          발표 후, 활동 과정 중 느낀 점을 작성하고 주변을 정리한다.          마방진의 여러 표현 방법에 대해 알 수 있다.</p>

### 마. 프로세스폴리오

1. 제시된 작품을 통해 느낀 점을 적어보고, 감상 후 작품 속 소재들을 나열해보자.

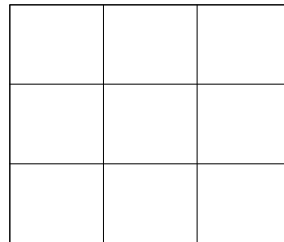
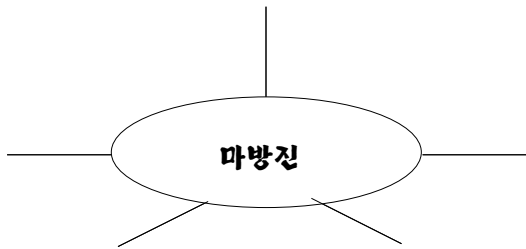


느낀 점:

소재:

마방진의 개념:

2. 마방진에 대해 검색하고 참고 작품을 이용하여 각자의 마인드맵을 작성하고, 조별로 발표하고 의견을 듣는다.



모둠원의 비평 및 조언:

발표 후 느낀 점:

3. 마방진과 관련된 배경그림을 그리고, 마방진의 원리를 생각하며 만들어본다. (단, 3차, 4차 마방진의 경우에 대해서만 생각하도록 한다.)

4. 자신만의 마방진을 만들어 보고, 설명을 적어본다.

5. 결과물을 조별로 발표하고, 활동을 통해 느낀 점을 작성한다.

### 제3절 융합교육 프로그램의 교육적 가치와 적용 방안

#### 1. 융합교육 프로그램의 교육적 가치

본 논문에 제시된 융합교육 프로그램은 고등학교 미술교과서에 수록된 미술작품 중에서 수학 원리를 포함하고 있는 작품을 통해 미술적 요소와 수학적 요소를 찾고, 융합인재교육 학습 준거를 활용하여 상황제시, 창의적 설계, 감성적 체험의 단계로 구성하고, 프로세스폴리오(과정활동지)를 추가하여 총 4개의 프로그램을 제안하였다.

먼저, 구성8과 브로드웨이 부기우기 작품을 통해 고등학교 1학년 과정인 도형의 방정식과 연결 짓고, 점, 선, 면의 조형과 도형의 기본 요소가 미술과 수학에서 각각 어떻게 표현되고 사용되는지 제시하였다. 그리고 원과 직선을 활용하여 작품을 제작할 수 있도록 제안하였다. 두 번째로 밀로의 비너스와 비트루비우스의 인체 비례에서는 황금분할이라는 주제를 정하여 미술에서의 황금분할과 수학에서의 황금분할의 특징에 대해 알아보고, 예술 작품의 아름다움을 수학적으로 나타낼 수 있는 지에 대한 질문에 관심을 갖게 되었다. 그리고 교실 안 물품이나 소지품 중에서 황금비율과 가까운 물건을 찾고, 나만의 명함을 제작해 볼 수 있도록 제안하였다. 세 번째로 에셔의 과충류에서는 테셀레이션을 통해 평면과 입체를 나타낼 수 있는 섬세한 미술 기법과 작품 속에 대칭, 회전 등 수학적 원리에 대해 관찰할 수 있었다. 그리고 직접 테셀레이션을 구안하고, 작품을 제작할 수 있도록 하였다. 마지막으로 멜랑콜리아 I 와 씨름도에서는 마방진을 주제로 원리, 방법과 다양한 마방진에 대해 언급하고 마방진 상수를 구하는 방법을 수학에서 자연수의 거듭제곱의 합과 연결하였다. 언뜻 생각하면 미술과 수학은 연관성이 없고 거리가 꽤 먼 분야로 느껴질 수 있다. 아름다움을 추구하는 미술은 감성적이지만, 논리를 근거로 하는 수학은 이성적이기 때문이다. 하지만 본 연구를 통해 미술작품 속에는 단지 미술 기법만 있는 것이 아니며 수학을 비롯한 여러 과목의 내용을 내포하고 있으며 관련이 있다는 것을 알게 될 것이다. 과목 간의 꾸준한 융합의 시도는 학생들의 관찰력과 창의력을 향상시키고, 다양한 관점에서 생각할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 그리고 제작활동을 통하여 자신의 생각과 느낌을 구체적으로 표현할 수 있는 경험을

할 수 있을 것이다.

각 프로그램에는 프로세스폴리오(과정활동지)를 제시하고 있는데, 평가 기준 및 방법을 제시하지 않고, 과정활동지 형식으로 구성하여 수업 전반에 걸친 과정을 기록할 수 있도록 하였다. 그 과정에서 모듈별로 발표하고 조원들의 비평이나 조언 등을 기재하도록 하였다. 중간 점검을 통해 자신의 활동 상황을 파악할 수 있고, 조원들과 정보를 공유할 수 있고 협력하여 작품을 제작할 수 있는 기회를 갖게 된다.

2015개정 교육과정에서 미술과와 수학과의 공통적인 핵심역량이며 팬데믹 상황과 4차 혁명시대에 요구되는 인재상의 조건으로 창의·융합능력이 필요하다고 본다. 이에 본 연구는 미술과 수학의 연관성을 미술작품을 통해 흥미를 갖게 하고, 두 과목을 접목하여 프로그램을 제시하고 과정활동지를 제안함으로써 융합교육의 방법과 교육적 필요성에 대해 강조하였다.

## 2. 융합교육 프로그램의 적용 방안

### 가. 타교과와의 융합수업 확대

미술작품과 관련된 수학과 뿐만 아니라 타교과에 대해서도 융합할 수 있는 수업을 통해 다양한 작품들을 제시하고, 미술 수업을 확장할 수 있도록 할 수 있다. 실생활에서 융합교육 프로그램과 관련된 주제를 찾고 탐구할 수 있도록 하고, 미술 교과가 다른 분야와 융합을 통해 다양화 할 수 있는 방안들은 제시한다.

미술작품들과 관련하여 또 다른 융합수업 주제를 제안한다면

첫째, 칸딘스키의 작품을 제시하고, 클래식이나 K-POP 등을 들으면서 자유롭게 점, 선, 면을 표현해 볼 수 있다.

둘째, 몬드리안의 <빨강, 검정, 파랑, 노랑, 회색의 구성>에서 황금직사각형의 가로, 세로의 비를 구하고, 그 의미를 알아본다.

셋째, 작가 베일리의 관점으로 주어진 작품을 정리 또는 배열 해보는 활동을 할 수 있다.

넷째, 황금비율과 관련된 내용을 다양한 매체를 통해 교사와 학생이 함께 시청하

고 서로의 의견을 나누는 시간을 갖는다. 그리고 미술 뿐만 아니라 다른 분야에서 황금비율의 적용 예를 찾아보고, 의미를 파악할 수 있다.

좀 더 구체적으로 실생활에서 황금비율이 명시된 예를 찾아보고, 교실 안의 물건을 관찰하고, 거울, 컴퓨터 모니터, 책상 등의 가로, 세로 길이 재어 본 후, 결과에 대해 친구들과 공유할 수 있다. 또한, 자신의 물건 중에서 황금비율에 가까운 것 찾아보고, 그 물건이 주는 느낌과 황금비율의 의미를 어떻게 생각하고 있는지 발표해 볼 수 있다.

다섯째, 테셀레이션을 제작하는 방법으로 GSP프로그램<sup>68)</sup>, TESS프로그램<sup>69)</sup> 등을 이용하여 좀 더 동적인 활동을 할 수 있으며, 다양한 도구를 사용하여 여러 타일링이나 테셀레이션을 만들 수 있다. 이 때 교사는 프로그램에 대해 충분히 숙지하고, 다룰 수 있는 능력이 요구된다.

여섯째, 멜랑콜리아 I의 숨겨진 다른 상징들에 대해서도 찾아보고, 그 의미를 파악할 수 있다. 또한 다른 미술작품 중 라파엘로의 <아테네 학당>을 감상하고, 작품 속 인물에 대해 탐구할 수 있다. 그리고 각 인물들을 상징하는 표현 방법에 대해 의견을 공유하고, 그 중에서 플라톤의 5가지 원소에 대해 도형과 비교하여 정리할 수 있다.

일곱째, 문학과 연결하여 영화나 소설에서 등장하는 마방진을 제시하고, 그 마방진이 어떤 의미를 갖는지 탐구할 수 있다. 그리고 라탄방진의 특수한 예인 스도쿠의 원리에 대해 설명하고, 스도쿠 문제를 제시하여 모듈별로 해결할 수 있다.

여덟째, 색깔로 표시한 10차 직교라탄방진을 통해 숫자나 알파벳뿐 아니라 색깔로 마방진을 표시한 예를 제시하여 그 원리를 찾고, 디자인 수업에 활용할 수 있다. 그리고 직접 색깔 마방진을 제작하여 발표할 수 있다.

68) GSP(Geometer's Sketch Pad)의 줄임말로 움직일 수 있는 도형과 값을 바꿀 수 있는 매개변수를 통하여 동적기하는 물론 동적수학을 구현하는 강력한 수학 프로그램이다. 특히 사진에 대한 변환과 소리 등이 가능하여 수학적 내용을 현실적으로 표현할 수 있다.

69) 자유로운 변환을 위한 Tess프로그램을 사용하면 매혹적인 대칭형 도안을 쉽게 그릴 수 있다. Tess는 다음 세가지 변환군 중 하나를 선택하여 그리는 동안 그 대칭군을 자동으로 유지한다. 11개의 꽃무늬(rose) 변환군, 7개의 줄무늬(frieze) 변환군, 17개의 벽지무늬(wallpaper) 변환군 즉 간단한 하나의 그림으로부터 평행이동, 회전변환, 선대칭이동과 이들의 합성변환으로 아름다운 도안을 만들 수 있다.



등이 있다. 미술과 관련된 타교과와의 융합수업의 시도는 학생들의 관찰력을 향상시키고 다양한 관점에서 사고할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 또한 교사는 수업 과정에서 학생들이 어려워하는 부분이나 미흡한 부분을 보완하여 다음 차시에는 짜임새 있는 수업을 할 수 있을 것이다. 이렇듯 융합수업은 단순히 두 과목을 함께 다루는 것에 그치지 않고, 꾸준한 관찰과 연구를 통해 융합수업이 가능한 공통 요소들을 파악해야 하는 어려움이 따르지만 앞으로의 시대가 요구하는 수업의 형태라고 볼 수 있다.

### 나. 융합수업 적용을 위한 교사의 역할

전문가들은 뉴노멀 시대 교수(教授)방법의 핵심으로 빠른 적응력, 창의성, 공감, 협력을 꼽는다. 빠른 적응력과 창의성은 지식을, 공감과 협력은 관계라고 보고 학교 수업에도 변화가 있어야 한다고 하였다. 학교는 학생들이 지식을 빠르게 적용하고 창의적으로 활용할 수 있는 환경을 만들어 주고, 공감과 협력의 의미를 알고 실천하는 자세를 갖기 위한 노력을 도와야 한다.

융합교육 프로그램을 실현하기 위해서는 교사의 역할이 무엇보다 중요한데, 교사는 미술작품의 이해를 위해 단지 작품을 보여 주는데 그치지 않고 학생들에게 작품에 따라 다양한 접근 방식을 제시하고, 타 교과와의 연관성을 경험할 수 있는 수업을 계획해야 한다. 그리고 학습 내용에 알맞은 매체 사용을 하는데 있어 교사의 꾸준한 노력이 필요하다. 미술과 수학의 융합 수업을 할 경우, 한 명의 교사가 진행을 한다면 각 과목에 대한 이해가 충분히 이뤄져야 하고, 그 수업을 위해 많은 시간과 열정이 필요하며 내용을 재구성하는 것이 선행되어야 한다. 만약 두 명 이상의 교사들이 진행한다면 수업을 준비하면서 다양한 정보를 공유하고, 협의하는 과정을 통해 수업을 효과적으로 설계할 수 있다. 그러기 위해서는 학교 내 연구회를 조직하여 주제에 맞는 교과들끼리 융합수업을 할 수 있도록 시간과 공간을 확보해야 한다. 더불어 수업을 하기 위해서는 탄력성 있는 교과 편성과 시간표 조정이 필요하다.

학교 현장에서 융합교육 프로그램을 적용하기 위해 교사들이 융합교육에 대한 인

식 재고와 필요성을 느껴야 하며 융합교육에 대한 체계적인 연수와 커뮤니티가 구성되어 서로의 정보를 공유하는 것이 중요하다. 또한 연간 수업시수 계획에 따른 교과간 연계 운영 편성과 여러 교과들이 융합된 다양한 교수학습 연구가 필요하다고 본다.

## 제4장 결 론

2020년의 화두는 팬데믹 상황과 4차 산업혁명의 진입으로 인류의 미래에 대한 대전환을 예고하고 경제·사회·문화적으로 변화에 직면한다는 것이다. 누구도 경험하지 못한 미래가 빠른 속도로 펼쳐지는 가운데 교육 현장에서도 온라인 수업이 확대되고 교사는 지식 전달자가 아닌 학생들과 지식을 공유하고 새로운 아이디어를 창출하는 동반자의 역할을 요구 받고 있다.

학생의 역할은 과거의 수동적 학습자에서 벗어나 자신의 물음에 대해 능동적으로 변화하고, 4차 산업혁명의 기술들을 활용하여 궁극증을 해결하는 능력이 요구되고 있다. 2015개정 교육과정에서는 급변하는 세상의 흐름에 능동적으로 대처할 수 있는 인재상을 요구하고 있는데 이것이 바로 새로운 상황과 환경 속에서 다양한 지식을 선택하고 통합하여 문제를 해결하는 창의·융합 능력이다.

본 연구는 창의적이고 융합적인 인재 양성을 위해 ‘미술작품 속 수학원리’라는 주제로 미술과 수학의 기본 요소를 파악하여 학습자가 부담은 줄이면서 흥미를 갖고, 학습내용을 이해하도록 하는 융합교육 프로그램을 제안하였다. 융합수업 프로그램의 절차는 먼저, 교과별 교육과정 목표 및 핵심 역량을 토대로 창의·융합이라는 공통점을 파악하고, 미술과 수학의 연관성에 대해 알아 보았다. 고등학교 미술 교과서를 분석하여 수학 원리와 연관성 있는 단원 및 작품을 선정하였다. 그 중 구성8과 브로드웨이 부기우기, 밀로의 비너스와 비트루비안 맨, 에셔의 파충류, 멜랑콜리아 I 과 씨름도를 선정하여 원과 직선의 위치관계, 황금분할, 테셀레이션, 마방진에 대한 내용을 정리하였다. 프로그램의 모형은 [그림-2]와 같이 상황제시, 창의적 설계, 감성적 체험 단계를 설정하고, 융합 주제에 대해 프로세스폴리오(과정활동지)를 추가하였다. 프로그램 내용은 주제에 따른 학습 목표를 제시하고, 미술작품에 대한 작품설명, 과목별 요소, 단계별 요소, 프로세스폴리오(과정활동지)의 순서로 전개하였다. 미술작품 속 수학 원리를 융합한 프로그램에 관한 본 연구에서는 다음과 같은 결론을 도출하였다.

첫째, 학습자는 미술작품으로 작가 및 미술기법 등을 알게 되고, 수학 원리를 접

목하기 때문에 흥미와 관심을 갖게 될 것이다. 수학을 단지 푸는 과목으로 생각했다면 미술작품을 통해 시각적 사고, 미적 감수성, 인문학적 소양을 경험할 수 있을 것이다.

둘째, 융합교육 프로그램을 통해 미술작품 속에서 미술과 수학의 요소에 대해 알고, 하나의 주제에 대해 미술적 관점과 수학적 관점에서 생각해 볼 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 학생들이 각각의 과목에서 느낄 수 없었던 지적 호기심과 학습동기를 유발할 수 있으며 수업에 대한 긍정적인 태도를 기를 수 있다.

셋째, 프로세스폴리오를 작성하면서 주제에 대해 능동적으로 수업 내용을 설계하여 통합적으로 사고하는 능력과 창의성을 기를 수 있으며 친구들과 의견을 교류하면서 각자의 생각을 공유할 수 있다. 이런 과정을 통해 학생들끼리 협업을 진행하고 학습한 내용을 조별로 설명 및 발표하며 하나의 주제에 대해 다른 친구들의 의견을 경청할 수 있는 기회를 갖게 될 것이다.

본 연구는 미술과 수학을 융합한 프로그램으로 한 명의 교사가 진행하기에는 많은 시간과 노력이 필요하다. 이에 좀 더 융합교육이 학교 현장에서 활성화되기 위해서는 교사들의 융합교육에 대한 인식의 전환과 관련교과 교사의 교류가 필요하며, 주제를 중심으로 한 교사들이 연구회를 조직하여 논의할 수 있는 시간과 공간이 확보되어야 할 것이다. 물론 교육과정상 융합수업을 할 수 있는 유연성이 요구되며 평가 방식 또한 변화가 필요하다. 이런 조건들이 충족된다면 학교 내에 다양한 융합교육 프로그램이 실시되고, 학생들도 수업에 더 능동적으로 참여할 수 있게 될 것이다. 본 연구는 고등학교 미술교과서를 분석하여 프로그램을 제안하였는데 그 내용이 수학교과의 심화과정을 다루기보다 학생들이 쉽게 미술과 수학을 연결할 수 있도록 기본 내용을 다루었다. 이 연구를 통해 교사로서 자신의 전공 교과를 꾸준히 연구하는 것도 중요하지만 앞으로의 시대에 적응하기 위해서는 전공과 융합할 수 있는 영역에 대한 연구도 필요하다고 본다. 즉, 미술이 수학 뿐만 아니라 문학, 과학 등 여러 교과와 융합할 수 있는 프로그램이 필요하다. 또한 교사의 역량이 학생들에게 영향을 주기 때문에 미래 교육을 이끌어갈 교사들은 교과 간 경계를 넘어 다양한 융합에 관심을 가지고 수업 역량을 갖추 수 있기를 기대해 본다.

## 참 고 문 헌

### 단행본

- 개리B. 마이스너, 황금비(수학의 신성한 아름다움), 시그마북스, 2019  
 구어슈쉬엔, 그림을 보는 52가지 방법, 예경, 2013  
 미카엘 로네, 수학에 관한 어마어마한 이야기, 클, 2018  
 박경미, 수학비타민 플러스, 김영사, 2011  
 박경미, 수학콘서트 플러스, 김영사, 2013  
 박우찬, 화기의 눈을 알면 그림이 보인다, 도서출판 재원, 2016  
 안소정, 배낭에서 꺼낸 수학, 휴머니스트, 2011.  
 안정미 외 4명, 색다른 수학의 발견, 살림, 2018.  
 엘레아 보슈롱, 디안 루텍스, 수수께끼에 싸인 미술관, 시그마북스, 2014  
 이광연, 미술관에 간 수학자, 어바웃어북, 2018.  
 조준동, 창의적인 아이디어 프로젝트, 한빛아카데미, 2016  
 홍채영, 수학과 그림 사이, 궁리, 2018.

### 미술교과서 및 교사용 지도서

- 김선아 외 6명, 《고등학교 미술문화》 교사용지도서, 천재교육  
 김형숙 외 5명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)교학도서  
 서예식 외 27명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)해냄에듀  
 심영옥 외 4명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)와이비엠  
 안혜리 외 5명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)지학사  
 이창구 외 10명, 《고등학교 미술》 교과서, 미진사  
 장지성 외 6명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)천재교과서  
 장지성 외 6명, 《고등학교 미술》 교사용 지도서, (주)천재교과서  
 조우호 외 4명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)미래엔  
 조익환 외 8명, 《고등학교 미술》 교과서, 씨마스  
 조익환 외 13명, 《고등학교 미술창작》 교과서, 씨마스,

최찬경 외 5명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)금성출판사  
 현영호 외 5명, 《고등학교 미술》 교과서, (주)비상교육  
 홍성복 외 10인, 고등학교 수학, (주)지학사

### 교육과정과 교육과정해설서

교육부(2015), 《미술과 교육과정》  
 교육부(2015), 《수학과 교육과정》  
 교육부(2015), 《초·중등학교 교육과정 총론》

### 학술지

고헥경, 김재원, 중학교 미술과와 수학과와의 융합인재교육(STEAM) 교수·학습방법 개발 및 적용 연구, 한국조형교육학회, 제46집, 2013, pp.1-27  
 김수철, 정보민, 『미술과 수학의 융합 수업 설계 방안』, Asia-pacific Journal of Multimedia Services Convergent with Art, Humanities, and Sociology Vol.8, No.3, March 2018, pp.161-171  
 백운수 외, 융합인재교육(STEAM) 실행방향 정립을 위한 기초연구(2012-12), 서울: 한국과학창의재단, 2012  
 이종희, 수학적 연결성에 대한 연구(수학과 미술의 연결), 교과교육학연구 제3권 제2호, 이화여자대학교 교과교육연구소, 1999, pp.147-160  
 임영방, 뒤러 판화에 있어서 미의 원리, 현대미술관연구 제7집, 1996  
 정경철, 미술작품을 통한 미술교육: 수학 원리를 중심으로, 한국콘텐츠학회논문지, 제10권 4호, 2010, pp.447-457

### 학위논문

권지영(2018), 고등학교 미술교육에서 융합인재교육 프로그램을 활용한 수업연구 방안, 경북대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문  
 김상미(2009), 문학 및 미술작품을 활용한 수학 교수학습자료 개발, 서울시립대학

교 교육대학원 수학교육전공, 석사학위논문

김태희(2019), 미술교과와 융합교육을 위한 수업연계 방법에 관한 연구: 수학교과 융합을 중심으로, 동국대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문

김현희(2018), 스팀(STEAM)을 적용한 미술수업모형 및 수업지도안 개발: 예술고등학교 1학년 학생을 대상으로, 중앙대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문

서세림(2018), 미술·수학 융합인재교육을 위한 수업모형 설계, 부산대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문

윤주희(2016), 생활 속 수학 원리를 적용한 미술과 수학 통합교육 프로그램 개발 연구, 경희대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문

이수경(2012), 미술을 활용한 수학 교수 학습 자료 개발 연구, 국민대학교 교육대학원 수학교육전공, 석사학위논문

정유진(2018), 2015 개정 미술과 교육과정에 의한 고등학교 미술교과서 분석, 공주대학교 교육대학원 미술교육전공, 석사학위논문

## 사이트

국가교육과정 정보센터 [ncic.go.kr/mobile.index2.do](http://ncic.go.kr/mobile.index2.do)

국립중앙박물관 [www.museum.go.kr/site/main/home](http://www.museum.go.kr/site/main/home)

문화컨텐츠닷컴 [www.culturecontent.kr/main.do](http://www.culturecontent.kr/main.do)

수학사랑 [www.mathlove.kr/v2/](http://www.mathlove.kr/v2/)

한국과학창의재단 [www.kofac.re.kr/web/main/index.do](http://www.kofac.re.kr/web/main/index.do)

KISTI의 과학향기 제2215호 [scent.ndsl.kr/site/main/home](http://scent.ndsl.kr/site/main/home)

EBS 다크프라임 [docuprime.ebs.co.kr/docuprime/index](http://docuprime.ebs.co.kr/docuprime/index)

YTN 사이언스 [science.ytn.co.kr/](http://science.ytn.co.kr/)