creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000263915

2013년 8월
교육학석사학위논문

MiC 교과서의 수학적 과제 분석

- 중학교 함수 단원을 중심으로 -

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

박 현 파

MiC 교과서의 수학적 과제 분석

- 중학교 함수 단원을 중심으로 -

Exploration on Mathematical Tasks on Function Content in MiC Textbook

2013년 8월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

박 현 파

MiC 교과서의 수학적 과제 분석

지도교수 황 혜 정

이 논문을 교육학석사(수학교육)학위 청구논문으로
제출함.

2013년 4월

수학교육전공

박 현 파

박현파의
교육학 석사학위 논문을 인준함.

심사위원장 조선대학교 교수 안 영 준 인

심사위원 조선대학교 교수 김 진 홍 인

심사위원 조선대학교 교수 황 혜 정 인

2013년 6월

조선대학교 교육대학원

목 차

목차 ····· i
표목차 ····· iii
도목차 ····· iv
ABSTRACT ····· v

Ⅰ. 서론 ····· 1
1. 연구 필요성 및 목적 ····· 1
2. 연구내용 ····· 4
3. 연구의 제한점 ····· 4

Ⅱ. 이론적 배경 ····· 5
1. 프로이덴탈(Freudenthal)의 수학화 교수-학습론 ····· 5
가. 프로이덴탈(Freudenthal)의 수학관 ····· 5
나. 프로이덴탈(Freudenthal)의 수학화 ····· 6
1) 수학화의 의미 ····· 6
2) 수학화 활동 경험의 중요성 ····· 7
다. 수학화 교수-학습의 원리 ····· 8
1) 안내된 재발명 방법 ····· 8
2) 반성적 사고 ····· 11
3) 현실(reality)과 결부된 수학 ····· 12
2. MiC 교과서의 이해 ····· 14
가. MiC 교과서의 내용 구성 체계와 수학적 과제 ····· 14
나. MiC Level 3 교과서에서의 함수 내용 ····· 17

3. 인지적 요구(cognitive demand) 정도 ····· 23
가. 인지적 요구 정도에 따른 수학적 과제 유형 ····· 23
나. 과제 분석 지표 ····· 24
4. 선행연구검토 ····· 26

Ⅲ. 연구 대상 및 방법 ····· 28
1. 연구 대상 - MiC 교과서 과제 ····· 28
2. 과제의 인지적 요구 정도 판별을 위한 분석틀 ····· 30

Ⅳ. 과제의 인지적 요구 정도 분석 결과 ····· 35
1. 과제 수준 분석틀에 기초한 결과 ····· 35
2. MiC의 수학적 과제를 우리나라 단원 순으로 재배열한 결과 ····· 40

Ⅴ. 결론 및 제언 ····· 44
1. 요약 ····· 44
2. 결론 ····· 46
3. 제언 ····· 49

참고문헌 ····· 51
부록 ····· 53

표 목 차

<표 Ⅱ-1> MiC 교과서 Level 1, 2, 3 단원명 ····· 15
<표 Ⅱ-2> MiC Level 3 교과서의 'Up and Down' 단원의 함수 ····· 19
<표 Ⅱ-3> 우리나라 함수 영역에 관한 성취기준과 MiC 교과서 과제 ····· 20
<표 Ⅱ-4> Stein외(2009)가 제안한 과제 분석 지표 ····· 25
<표 Ⅲ-1> 본 연구에서 다루는 함수 관련 과제 ····· 29
<표 Ⅲ-2> 분류 요인별로 재배열된 과제 분류 지표 (과제 수준 분석틀) ····· 30
<표 Ⅲ-3> 과제 수준 분석틀 ····· 32
<표 Ⅲ-4> 분석 과정의 예시 ····· 34
<표 Ⅳ-1> 과제 수준 분석틀에 기초한 결과 예시 ····· 36
<표 Ⅳ-2> MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(1) ····· 37
<표 Ⅳ-3> MiC 교과서 수학적 과제의 수준별 분포율 ····· 39
<표 Ⅳ-4> MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(2) ····· 41

도 목 차

[그림 Ⅱ-1] 수업에서의 수학화 과정 ····· 13
[그림 Ⅱ-2] MiC 교과서의 구성 체계 ····· 14
[그림 Ⅱ-3] MiC 교과서의 예 ····· 16
[그림 Ⅱ-4] 수학적 과제수준 종류 ····· 24
[그림 Ⅳ-1] MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(1)에 관한 그래프 ····· 38
[그림 Ⅳ-2] MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(2)에 관한 그래프 ····· 43
[그림 Ⅴ-1] MiC와 우리나라 중학교 교과서의 함수 영역의 수학적 과제의 인지적 요구 척도 비교 ····· 48

ABSTRACT

Exploration on Mathematical Tasks on Function Content in MiC Textbook

Park Hyun-pa
Advisor : Prof. Hye-jung Hwang Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

It is important that students learn the materials of real-life situations in school. Therefore, MiC textbooks written against a background of the Freudenthal's theory were selected for this study.

This study will examine the characteristics of MiC's mathematical tasks in middle school's function area, and discover the part to reinforce in order to improve in level of textbooks.

It will be centred around a benefits that MiC textbook focused on basic concepts. Using in front of contents, this study will provide implications to Korea's textbooks, and present how to utilize textbook properly by the teacher.

In this study, it expect that the student's school achievement skills and the mathematical problem solving skills increase according to textbook of an appropriate level and the role of the teacher.

Ⅰ. 서론

1. 연구 필요성 및 목적

현재 정보의 홍수 속에 살고 있는 우리는 넘쳐나는 정보들을 단순화, 계량화, 체계화 할 필요성이 점점 더 커지고 이에 따라 수학의 의존도도 더욱 증가하고 있다(최현주, 2011). 또한, 물리학이나 화학, 공학, 지구과학, 통계학, 심지어 심리학에 이르기까지 많은 학문들이 수학에서부터 파생되어 나온 학문들이고 수학을 공부하고 연구하면서 학생들은 논리력을 키울 수 있다(Laborde, 2007). 하지만 이렇게 중요한 수학을 제대로 이용하고 이해하기 위해서는 과제 해결에 사용하는 공식 자체가 중요한 것이 아니라, 이러한 공식이 어디에서 어떻게 나왔고, 이것이 발전하여 어떻게 쓰이고, 이것을 실생활에 활용하여 어떤 문제를 풀 수 있는지를 알아야 한다.

그러므로 이를 위해 학교수업에서 실생활의 상황을 이용한 교수·학습 자료의 필요성도 더 커지게 되었다. 그래서 본 연구에서 선정한 교과서는 NCTM(2000년)의 '*Principles and Standards for School Mathematics*'를 바탕으로 현실주의 수학교육을 강조한 프로이덴탈(Freudenthal)의 이론을 배경으로 한 미국 수학 교과서 MiC(Mathematics in Context)(위스콘신대학 교육연구소, 2006)를 대상으로 선정하였다.

MiC 교과서는 학습자로 하여금 결과 중심의 형식화된 학습보다는 추론 활동을 통하여 수학적 사고를 신장시키고 현실 생활에서 수학적 의미를 재발명해 나가는 능동적인 수학 학습을 강조하고 있다(한형주, 2005). 또한, MiC 교과서 내용의 상당 부분은 물음을 통한 과제(task)로 되어 있고 교사가 학생들에게 가르치는데 직접적으로 과제를 활용하고 있다. 이렇게 교사와 학생 사이를 연결해 주는 매개체 역할을 하는 과제인 만큼 수학 교과서의 선택과 학생들의 학습에도 충분히 영향을 주고 있다.

NCTM(2000)에서도 이러한 수학적 과제의 역할과 중요성에 대해 기술한 바 있

다.

> 효과적으로 지도하는데 있어서 가치 있는 수학 과제가 매우 중요하다. 이 과제는 중요한 수학적 아이디어를 소개하고 학생들이 지적으로 참여하고 도전하도록 하는데 사용된다. 잘 선택된 과제는 학생들의 호기심을 돋우고, 수학을 하도록 이끈다. 과제는 학생들이 겪는 실제 세계의 경험과 연결될 수도 있으며 순수하게 수학적인 상황에서 일어날 수도 있다. 상황과 관계없이 가치 있는 과제는 심사숙고하게 하고 열심히 문제를 풀게 할 정도로 도전적이며 흥미 있는 것이어야 한다. 그러한 과제는 산술적인 세기, 기하학적인 다이어그램을 그리기, 가능성을 열거하기, 대수 방정식의 사용과 같은 한 가지 이상의 방법으로 접근할 수 있다. 이들 방법들은 학생들이 이전에 갖고 있던 여러 지식과 경험을 통해서 과제에 다가갈 수 있게 한다(류희찬 외, 2007, p. 20).

또한 이미연, 오영열(2007)은 이 수학적 과제가 학생들의 의사소통능력과도 밀접한 관계가 있다고 하였다. 따라서 교실 수업에서 교사가 학생들에게 제시할 적절한 수학적 과제를 선택하는 것은 매우 중요하고 이를 위해서는 다양한 유형의 수학적 과제를 갖춘 수학 교과서가 필수적이다. 즉, 이 수학적 과제를 이용하여 수학 교과서를 분석하는 연구는 매우 중요하다 할 수 있다. 여기서 학생들이 다양한 유형의 수학적 과제를 통해 느끼게 되는 인지적 요구에 대한 분석도 함께 이루어져야 한다. 이에 대해 Stein 외(2009)는 수학적 과제의 인지적 요구의 중요성에 대해 다음과 같이 강조한 바 있다. 즉, 학생들에게 일상적인 방식으로 기억하고 있는 절차들을 수행하도록 요구하는 과제는 학생의 사고를 하나의 협의의 기회로 이끌기 십상이다. 반면에, 학생들로 하여금 개념을 사용하도록 요구하고, 수학적으로 의미있는 것이나 관련된 수학적 아이디어들을 의식적으로 연계 짓도록 이끄는 과제들은 학생들의 생각을 보다 폭넓게 다양한 기회를 제공할 수 있다고 하였다. 교사에 의해 적절히 이끌어지는 이러한 과제들의 누적적 수행 경험이야 말로 그 과정이 어렵고 때론 상당 시간을 요구할 수도 있겠지만 수학의 본질에 관하여 학생들로 하여금 그들의 내면적 발전을 가져오도록 할 것이다(Stein 외, 2009, p. 1)

그러나 현재까지 이루어진 MiC 교과서와 관련된 연구 논문들은 대부분 단원이나 내용구성에 대해 우리나라 교과서와의 비교 연구들이 많다. 그 연구들에서 비교 분류한 구체적인 내용은 다음의 몇 가지 선행 연구들로부터 알 수 있다. 먼저 한형주(2005)는 1996년판 MiC 교과서의 통계단원과 제 7차 교육과정에 따른 우리나라 수학 교과서의 통계단원의 단원구성, 단원목표, 학습내용, 교수학습방법, 평가방법에서의 유사점과 차이점을 찾고 여기서 얻은 자료를 비교하고 해석하였다. 김정자(2008)도 1996년판 MiC 교과서의 통계단원과 제 7차 교육과정에 따른 수학 교과서의 통계단원의 단원구성, 단원목표, 단원도입, 학습내용에서의 특징을 좀 더 구체적으로 비교분석하였다. 김송희(2009)는 1996년판 MiC 교과서의 대수영역 중 Level C의 '행복한 결정'을 택하여 우리나라 제 7차 개정 교육과정의 수학 교과서의 단원 구성, 학습내용을 구체적으로 비교 분석하였다.

따라서 본 연구에서는 2006년에 새롭게 출판된 MiC 교과서를 대상으로, Stein 외(2009)가 제안한 바 있는 인지적 요구 정도(cognitive demand level)에 따라 구체적이고 체계적인 분석 기준과 분석틀을 이용하여 MiC 교과서에서 다루고 있는 수학적 과제들의 유형 내지 수준을 분석하고자 하였다. MiC 교과서에서 다뤄지는 내용은 크게 수, 대수, 기하와 측정, 자료 분석과 통계인데, 본 연구에서는 모든 영역의 내용을 다루기에는 너무나 양이 방대하여, 본 연구에서는 학교 안팎의 실생활 소재나 문제 상황이 보다 풍부한 함수 영역을 선정하여 이에 한정하여 다루었다. 다만, MiC 교과서는 level 1, 2, 3의 세 권으로 구분되어 있는데, 중학교 함수 내용은 Level 3에만 제시되어 있으므로 본 연구에서는 level 3만을 대상으로 한다. 이 연구를 통하여 궁극적으로 MiC 교과서의 수학적 과제가 얼마만큼 융통성 있게 풍부하게 다뤄지는가를 분석을 통하여 파악해 봄과 동시에, 이로부터 도출된 양질의 결과를 우리나라 교과서 개발 및 구현을 위한 시사점을 도출하고자 한다.

2. 연구 내용

본 연구의 목적을 위하여 다음과 같은 연구 내용을 설정하였다.

가. MiC Level 3의 구성 체계 내용을 알아본다.

나. MiC 교과서의 우리나라 중학교 함수영역에 해당하는 수학적 과제의 인지적 요구 정도를 분석한다.

다. 우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정의 성취기준 순서에 따라 MiC 교과서의 수학적 과제를 재배열해본다.

3. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한을 갖는다.

가. 원본 Mathematics in Context 교과서를 사용하였으므로 번역 상에 몇몇은 저자가 의도한 용어의 뜻과 다를 수도 있다.

나. 본 연구에서는 함수영역을 우리나라의 중학교를 기준으로 맞추었으므로 Mathematics in Context 교과서의 Algebra영역의 일부 단원은 제외시켰다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 프로이덴탈(Freudenthal)의 수학화 교수-학습론

가. 프로이덴탈(Freudenthal)의 수학관

프로이덴탈(Freudenthal)은 수학관과 수학 교육관에 대해 다음과 같이 언급하였다. '수학관은 수학 교육관에 직접적인 영향을 미친다. 수학을 세상 밖에 있다고 생각하는 사람, 즉 수학을 연역 체계나 공식 목록으로 생각하는 사람은 수학 수업을 같은 생각으로 체계화하거나 해석하려고 할 것이다. 반면에 수학을 세계와 사회의 추진력에 따라 만들어지고 동요하는 어떤 것으로 경험한 사람들은 직접 또는 교육 개발가로서 같은 방법으로 가르치려고 할 것이다(Freudenthal, 2008, p. 181).' 즉 프로이덴탈은 교사가 갖은 수학에 대한 관점은 수학 교육에 많은 영향을 끼친다고 주장하였다.

그리고 프로이덴탈은 전통적인 플라톤적인 관념(수학은 절대적으로 확실한 객관적으로 존재하는 완전한 지식체계이며 상기, 곧 발견을 통해 알게 됨)을 수용하지 않고, 직관주의 수리 철학적 입장(수학은 기본적인 직관을 바탕으로 일련의 정신적 활동에 의해 구성되어 감)을 그의 수학화 학습-지도론의 기초로 삼고 있다.

한 마디로, 프로이덴탈은 인간 활동으로서의 '현실주의적 수학교육(Realistic Mathematics Education)' 이념을 구현하고자 한다. 프로이덴탈(1983)은 수학적 개념, 구조, 아이디어 등의 본질(noumenon)이 물리적, 사회적, 정신적 세계의 현상(phenomena)을 조직하기 위한 수단으로 발견되어 왔다고 주장하는바, 이러한 주장을 '교수학적 현상학'으로 체계화하였다.

간단히 말해서 프로이덴탈의 교수학적 현상학은 수학적 개념과 구조라는 본질을 그 본질이 조직의 수단으로 작용하는 어떤 현상과 관련하여 기술하고 교수학 적으로 적용하는 것이라고 할 수 있다(황혜정 외, 2012, p. 305).

나. 프로이덴탈(Freudenthal)의 수학화

1) 수학화의 의미

프로이덴탈은 수학화에 의한 수학은 교수화(didactising)에 의한 교수학을 반영하였다. 여기서 수학화는 다음과 같은 의미를 가지고 있다.

수학을 인간의 정신적 활동이라고 할 때 수학적 활동의 본질적인 특징을 프로이덴탈은 수학화 활동이라고 보고 있다. 수학화는 현상을 수학적 수단인 본질로 조직하는 것을 의미하며 수학화 과정은 이런 현상과 본질 의 교대 작용에 의해 수준상승이 이루어지는 불연속적인 과정이다. 이 때 현상이란 수학이 현실을 매체로 확장되어 간다고 볼 때 현실적인 경험일 수도 있고 수학적인 경험일 수도 있으며, 수학화란 수학자들이 수학적 개념, 아이디어, 구조 등을 포함하는 수학적 수단에 의해 현실의 경험을 조직하거나 수학적 경험을 체계화시켜 나가는 것을 의미한다(Freudenthal, 1973, p. 44).[1)]

수학화 과정은 현실을 수학화하는 것을 출발점으로 해서 수학 자체의 수학화로 이어지며, 이는 처음에는 국소적으로 나중에는 전반적으로 진행된다. 따라서 수학화 활동은 수학적 내용과 표현이든, 일상용어로 표현된 소박하고 직관적인 현실적 체험이든지 간에 모든 수학적인 조직화 활동을 의미한다.

수학화는 수학자의 필요와 선호도에 따라 현실이 정돈되는 과정을 말하며, 수학자의 현실이 다양한 영향을 받으며 변화하고, 확장되고, 심화되는 한 계속되는 과정이다. 수학자가 행하는 조직화 활동인 수학화 활동의 대표적인 예로는 공리화, 형식화, 도식화 등을 들 수 있다. 자신의 경험과 행동을 하나의 패러다임으로 만들고 추상화를 통해 법칙으로 일반화하고, 현실에 적합한 도식을 창조해 내는 것이 인간의 오래된 습성이며, 이런 도식화 과정은 수학화의 일반적인 모습이다(정영옥, 1997, p. 23).

---

1) Freudenthal, H., *Marhematics as an Educational Task*(Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1973), 정영옥, “Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구” (서울대학교 대학원 박사, 1997), p. 23에서 재인용

여기서 프로이덴탈은 공리화를 '오늘날 빠르게 성장하는 공리 체계는 수학 연구 분야를 재조직하려는 시도의 결과이다. 이런 테크닉'이라고 정의하였고 형식화는 '점점 더 효과적인 기호와 상징주의(symbolism)를 통해 언어적 표현을 개선하는 것은 긴 과정인데, 이는 처음에는 수학의 교과 내용과 관계가 있으며, 단지 나중에 교과 내용을 표현하는 언어에도 영향을 미쳤다. 이와 같이 언어를 정돈하고, 조정하고, 변환하는 과정'이라고 정의하였다(Freudenthal, 2008, p. 43). 마지막으로 '사람들의 경험과 행동을 패러다임으로 만들고, 그것을 추상화해서 법칙과 규칙으로 일반화하고, 현실에 적합한 도식(schemes)을 창조하는 것'을 도식화라고 정의하였다(Freudenthal, 2008, pp. 43-44).

트레퍼스(Treffers)가 수학화를 수평적 수학화와 수직적 수학화라는 용어로 구분하였는데 이 용어에 대해 프로이덴탈은 다음과 같이 언급하였다. '수평적 수학화는 일상의 세계로부터 기호의 세계에 이른다. 일상의 세계에서는 사람들이 살아가고, 행동하며, 고통을 받기도 한다. 기호의 세계에서는 기호를 기계적으로, 이해하면서, 반성적으로 형성하고, 재형성하고, 그리고 조작한다. 이것이 수직적 수학화이다(Freudenthal, 2008, p. 57).'

위의 수평적 수학화와 수직적 수학화를 이용한 수학화 과정 그림은 다음 '다. 수학화 교수-학습의 원리'에서 제시 할 것이다.

2) 수학화 활동 경험의 중요성

수학화는 현상을 조직하는 활동이며, 수학화의 기본적인 활동은 그러한 조직화 활동에서 이루어지는 정신적 활동을 의미한다. 수학화가 수학 학습-지도 방법과 관련해서 요구된 동기는 수학을 완성된 지식체로 보는 관점을 탈피하여 발생 상태로서의 수학에 더 많은 관심을 갖게 하기 위한 것이며, 학생들의 생생한 현실과 추상화된 수학을 점진적으로 연결시키고자 하는 것이다. 따라서 가장 중요시해야 할 부분은 수학은 학생들이 그들의 세계를 이해하는 것을 돕는 방편이라는 것이고, 수학이 현실에서 발생한 것처럼 수학 학습도 현실에서 수학이 발생하는 경험을 제공

해야 한다는 것이다. 따라서 현실 상황은 수학 학습을 위한 출발점으로 사용되어야 하며 학생들이 비수학적인 또는 수학적으로 불충분한 내용을 수학화하는 것 즉, 수학적으로 세련된 구조로 조직화하는 것을 배워야만 한다. 이런 수학화 활동을 통해서 의미 있는 수학을 재창조함으로써 학생들은 수학에 대한 이해를 높이며, 수학은 학생 자신이 참여할 수 있는 활동이며 학생 스스로가 수학을 창조 또는 재창조할 수 있는 가능성이 있다는 것을 인식하고, 수학자가 하는 일을 스스로 자기 수준에 맞게 해 봄으로써 수학의 본질을 체득하고 수학적 안목을 높이고 자신의 삶의 질을 높일 수 있을 것이다. 수학화를 현실에서 출발하는 현상과 본질의 교대 작용에 의한 수준 상승의 불연속 과정이라고 할 때, 수학 학습-지도 과정에서 수학화 경험의 기회를 주기 위해서는, 학생들에게 적절한 현상을 제공하는 일과 학생들 스스로 이미 발명된 수학을 점진적으로 재발명해 가는 창조적 활동이 중시되어야 한다 (정영옥, 1997, p. 45).

다. 수학화 교수-학습의 원리[2)]

이하에서는 프로이덴탈이 수학화의 경험을 제공하기 위해 주장한 수학 교수-학습 원리 중에서 대표적인 '안내된 재발명', '반성적 사고', 현실과 결부된 수학'에 대해 살펴보기로 한다. 수학화의 의미를 충실하게 실현하기 위해서는 학습자에게 적절한 현상을 제공하고 재발명으로서의 수학화 과정을 안내해야 하며, 반성적 사고에 의한 수준의 비약을 통해 사고를 수학적으로 세련시켜 나가고 그 결과가 학습자의 현실과 다시 연결되도록 해야 한다.

1) 안내된 재발명

프로이덴탈이 주장하는 수학화는 교수학적으로는 재발명을 의미하는바, 학생들은 교사의 안내 하에 감정이 이입될 수 있는 현실로부터 수학화 활동에 의해 주관적

2) '다. 수학화 교수-학습의 원리'는 황혜정 외, *수학교육학신론*, 2012, pp. 309-313을 인용하였다.

의미를 갖는 수학적 내용을 재발명해 나가는 과정을 학습 과정에서 반드시 경험해야 한다.

프로이덴탈은 아동의 현실을 중시하는 안내된 재발명 방법에 대해서, 학습자는 인류의 학습 과정을 수정된 방식으로 재현한다고 주장한다. 다시 말해서, 아동의 정신적 발달은 역사를 그대로 재현하는 것이 아니라 아동의 현실을 출발점으로 해서 이미 발명된 수학을 아동 스스로 개선된 방법에 의해서 재창조해 나간다는 것이다. 예를 들어 수학사를 통해 수 계산의 단축화 과정을 알고 있을 때, 이것은 하나의 전형적인 예일 뿐이지 아동들이 그 순서와 방법을 그대로 따르는 것은 아니며, 아동들은 새로운 방법으로 단축화 과정을 발명해 나갈 수 있는 것이다.

이러한 프로이덴탈의 안내된 재발명 방법은 전통적인 연역적 형태의 수학 수업에 대한 대안으로서 제기되어 온 역사 발생적 원리와 그 맥을 같이 한다고 할 수 있다. 역사적 방법은 여러 가지 내용 사이의 지도 순서를 인류에 의해 처음 발견되었던 순서대로 정해야 한다는 것이며, 발생적 원리는 수학적 개념을 '발생되는 것'으로 보고 그 발생을 수업 과정에 재실행하는 것을 의미한다.

특히 29세기 말 소위 '메란(Meran)' 개혁을 주도했던 '클라인(Klein)'은 수학교육에서 개체 발생은 종족 발생을 압축된 순서로 재현한다는 역사 발생적 방법에 따라 청소년들의 자연스러운 소질이 인류 전체가 원시 상태로부터 더욱 높은 인식에 이르는 그 길을 따라 천천히 높은 대상 그리고 마침내는 충적인 형식화에 이르도록 해야 한다고 주장하였다. 위대한 수학자들이 겪었던 어려움은 학생들이 겪는 장애가 될 것이고 그러한 어려움을 제거할 수는 없다. 가령, 수학자들이 음수 개념을 생각하고 이를 수용하는데 수천 년이 걸렸다면, 학생들이 음수 학습에 어려움을 겪음은 분명한 일일 것이다. 학생들은 수학자들처럼 음수 개념에 점차적으로 친숙해지고, 그것을 다루면서 직관적인 판단을 이용하면서 어려움을 극복해 나아가야 할 것이다. 만약 수학자들처럼 실수를 반복할 필요가 없다고 보고 올바르고 빠른 접근만을 제시한다면 이는 진정한 이해의 길에 이르게 하지 못할 것이다.

음수 개념을 직관적으로 설명하는 데에는 어떤 모델도 한계를 가지는데, 이는 음수가 물리적 세계의 구체적 대상으로부터 추상화된 것이 아니라 방적과 그 해집합

의 구조를 완전하게 하려는 형식적인 요구로부터 생겨난 것이라는 데에서 기인하기 때문이라고 한다(김남희 외, 2006). 이러한 음수의 형식적인 본질을 감안한다면 구체적인 여러 모델을 통한 음수 지도보다는 자연수 체계에서 확장된 순수한 형식 체계로서의 음수 지도를 시도하는 것이 더 바람직하다고 볼 수 있다. 이처럼, 자연수로부터 정수로 확장하는 것과 같은 수 체계의 확장에서 하나의 원칙이 되는 것이 형식 불역의 원리(principle of the permanence of equivalent forms)이다. 이는 어떤 대수적 또는 기하적 구조를 확장할 때에는 기존의 체계에서 인정된 성질이 유지되도록 해야 한다는 것을 뜻한다(김남희 외, 2007).

한편, 프로이덴탈은 재발명 방법을 가능하게 하기 위해서는 '사고실험'이 중요하다고 주장한다, 사고 실험은 수업 장면과 수업 내용의 두 가지 측면에서 살펴 볼 수 있다. 수업 장면과 관련된 사고 실험은, 교사나 교과서 저자가 한 학생 또는 한 그룹의 가상적인 학생들과 그들의 반응을 생각하면서 그에 따라 가르치거나 저술하는 태도를 의미한다. 수업 내용과 관련된 사고 실험은, 어떤 수학적 개념을 발명했거나 수학적 방법을 개선한 개인 수학자의 마음속에 어떤 일이 일어났는지에 대해서 추측하는 것을 의미한다. 결국, 사고실험이란 교사의 입장에서 학생들의 재발명을 돕기 위해서, 학생의 입장과 반응을 고려함과 동시에 자신의 입장에서 개인 수학자의 마음에 대해 추측하는 것을 의미한다.

학생들은 이류의 학습 과정을 반복해야 하고 교육자들은 그들을 돕는 것이 의무이다. 교사는 학생들에게 배워야 할 수학을 각인하려고 할 것이 아니라 수학화 과정을 재발명하도록 도와주어야 한다. 재발명이 이루어지려면 무엇보다도 그 필요성이 인식되어야 하는데, 그러한 필요성은 학생들이 낮은 수준에서 행한 행동에 대한 반성이 이루어질 때, 즉 자신이 어떻게 그렇게 했는지에 대해 깊이 생각하고 자기 자신의 행동에 대한 반성이 이루어질 때 비로소 생겨난다. 그리고 이러한 재발명을 위해서는 인위적인 구체물보다 자연스런 상황, 아동들이 현실적 · 구체적으로 받아들일 수 있는 문맥이 제시되어야 하며, 학습자의 현실에서 출발해서 안내에 의해 수학화 경험으로 연결되어야 한다.

2) 반성적 사고

프로이덴탈은 수학적 사고 수준을 크게 '바닥 수준(bottom level)'과 '탐구 수준(research level)'으로 구분하면서 바닥 수준을 무시하는 것이 전통적인 수학교육의 가장 커다란 오류임을 지적하였다. 프로이덴탈은 바닥 수준으로부터의 점진적인 수학화를 주장하는바, 바닥 수준에서 활동을 탐구 수준의 활동과 구분하여 비수학적인 활동으로 보아서는 안 되며, 실제 수학을 하는 것은 아니지만 탐구 수준에서의 수학적 활동을 준비하는 예비 수학적(pre-mathematical) 활동으로 파악해야 한다는 것이다.

바닥 수준의 활동이 탐구 수준에서 반성됨으로써 비로소 학생의 학습 과정에서 수학이 시작되는바, 바닥 수준의 활동이 필수적이라는 것이다. 이것이 바로 학생의 현실적 경험을 수학화하는 것이며, 바닥 수준의 활동이 계속적인 수준의 비약에 의해서 좀 더 세련된 수학으로 발달하는 것이다.

프로이덴탈은 수학화 과정에서 근본적으로 수준의 상승을 가능하게 하는 중요한 정신적 활동이 바로 반성적 사고라고 보았다. 프로이덴탈은 반성이라는 용어를 '거울처럼 비추어 주는 것'이라고 정의한다. 자신을 다른 사람에서 비추어서 탐구하고 이해하는 것으로부터 시작해서, 자기 자신을 비추어 보는 것 즉 내관이 뒤따른다. 이는 자기 자신에 대해 반성하는 것이며, 자기가 한 것, 느낀 것, 상상한 것, 생각한 것 또는 자기가 하고 있는 것, 느끼고 있는 것, 상상하는 것, 생각하는 것에 대해 반성하는 것이다.

프로이덴탈은 아동은 자신의 말에 대해 반성하기 시작하고 자기 자신과 말할 수 있게 됨으로써 사고에 대한 반성이 일어난다고 보았다. 다시 말해서, 아동들이 '왜?'라고 묻기 시작하고 의미를 이해하기 위해서 질문을 하거나 타인의 말을 자신의 사고 속에 비추기 시작할 때 반성적 사고의 경험이 시작되는 것이다. 다른 사람들에 의해 '너는 어떻게 그것을 아니?'라고 질문을 받을 때 '나는 그렇게 생각해요'라고 하는 답변은 어른들이 무시해서는 안 될 중요한 사고의 계기라고 할 수 있다. 그러한 사고를 수학 학습에서 연장시켜야 하는 것이며, 외부에서 부과된 이미 다른

사람에 의해서 제기된 반성적 사고의 틀을 따라 유도되는 반성 과정은 진정한 의미의 반성적 사고라고 할 수 없다. 그러나 수학교육의 현실은 그러한 자연스런 사고 과정을 개발시켜 주는 촉매제의 구실을 한다기보다는 알고리즘적인 성향을 강조하고 현실과의 관련성이 결여된 수학을 학습하기 때문에 아동들은 자신의 활동에 대한 반성을 해 보려는 어떤 기회도 제공받지 못한다. 아동들에게 스스로 활동해 볼 기회와 생각할 여유를 주지 않는 지도로 인해 아동들은 사고하는 방법을 터득하기도 전에 사고하는 법을 망각해 버린다. 그러므로 반성적 사고를 통해 학습자로 하여금 자신의 사고와 행동에 대해 당연하다고 생각했던 부분에 대해 의문을 제기하게 함으로써, 학습자 자신의 사고와 행동을 의식하고 확실성을 추구하는 수학적 태도를 길러 주는 것이 중요하다.

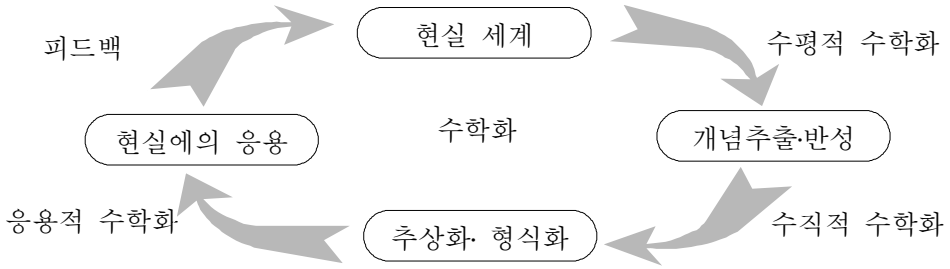
3) 현실(reality)과 결부된 수학

수학은 수학화를 통해 발생하며, 수학화는 현실을 수학화하는 것으로부터 시작된다. 그러므로 재발명 방법은 학생들에게 무엇보다도 현실을 수학화하는 경험을 우선적으로 제공해야 한다.

학생들에게 제공되는 현실은 생명력 있는 원초적인 현실이어야 한다. 현실 세계를 수학화한다는 것은 수학적으로 가공되지 않은 원재료로서의 원초적인 현실에서 즉, 여러 소음이 혼합되어 있는 상황에서 여러 가지 비본질적인 요소를 제거해 나가면서, 점진적으로 수학적 본질을 찾고, 메시지를 감지하며, 조직화해 나아가는 것이다. 이러한 과정을 거치지 않고 이상화되고 조직화된 기성 수학을 먼저 제시하는 경우에, 학생들은 수학적 본질에 대해 풍부한 의미를 감지하지 못한다. 결굴, 학생들은 자신이 배운 수학을 자신의 안목으로 통합하지 못하고 학생들의 현실 내에서 그것을 적절히 사용할 수 없게 된다.

수학화를 통한 수학 학습 지도는 학생들의 적극적인 활동을 통해 원초적 현실에서 수학적 본질을 찾고 형식화해 나감으로써 현실과의 밀접한 관계가 유지되도록 하여야 한다. 수학화를 중요시하는 이유는 학생들에게 수학화 경험을 통해서 수학

에 대한 보다 수준 높은 이해와 자신의 세계를 이해하는 데 수학적 수단을 사용할 줄 알도록 하려는 것이다. 이것을 응용 가능성이라고 한다면 이는 처음에는 수학 그리고 나서 현실 세계로 돌아가는 것을 의미하는 것이 아니라, 처음에 현실 세계에서 출발해서 수학화 과정을 거치고 다시 현실 세계로 돌아올 수 있도록 하는 것을 의미한다. 이런 현실과의 밀접한 관련성을 유지하기 위해서는 수학적으로 정련된 설명과 단순한 수학적인 문제 풀이 위주의 수업이 아니라 풍부한 문맥을 학생들에게 제시해야 하며 이를 기반으로 수학화가 이루어질 수 있도록 하는 것이 중요하다. 여기에서 풍부한 문맥은 전반적인 수업 과정에서 다루어져야 하는 바, 그 단계는 다음 그림과 같다(Burger & Culpepper, 1993).



[그림 Ⅱ-1] 수업에서의 수학화 과정

첫 번째 단계는, 현실 세계의 문맥을 직관적으로 탐구하는 단계이다. 이것은 문제의 수학적 측면들을 알아내고 규칙성을 발견하는 것을 의미한다. 두 번째 단계는 학생들 간의 상호작용, 학생들과 교사와의 상호작용 그리고 학생들의 형식화 · 추상화 능력과 같은 요인에 의존해서, 현실 상황으로부터 수학적 개념을 추출해 내는 수평적 수학화의 단계인데, 여기에서는 수학화 과정에 대한 반성이 필수적이다. 세 번째 단계는 형식화와 추상화가 중심인 수직적 수학화의 단계로서, 예상되고 결과적으로 발생되는 수학적 개념에 대한 기술과 엄격하고 형식적인 정의가 뒤따른다. 네 번째 단계는, 개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화하는 응용적 수학화의 단계이다. 이와 같은 단계를 거쳐 해결된 문제는 현실 세계에 대한 학생들의 관점에 영향을 미치게 될 것이다(De Lange & Verhage, 1987, p.

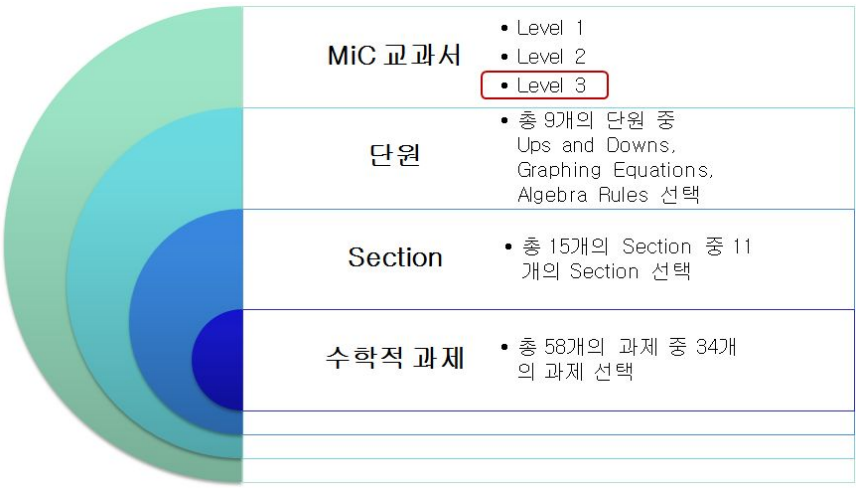
244).

수학화 과정에서 중요한 것은 학생들 스스로 활동할 기회를 제공하는 것이 우선되어야 하고, 교사는 적절한 순간에 적절한 발문을 통해서 사고 활동을 촉진시키고 학생들이 자신의 활동을 반성하게 하고 종합할 수 있도록 안내해야 한다는 것이다.

2. MiC 교과서의 이해

가. MiC 교과서의 내용 구성 체계와 수학적 과제

MiC 교과서의 내용 구성 체계를 살펴보면, 우리나라 교과서는 수학적 내용 또는 개념을 중심으로 학습자의 인지 및 학업 성취 수준에 따라 위계적으로 전개되어 있는 것에 반해, MiC 교과서는 해당 내용 영역과 관련된 실생활 소재 및 상황들이 수반된 과제 및 문항 중심으로 구성되어 있다. 2006년에 출판된 MiC 교과서는 Level 1, Level 2, Level 3의 총 3권으로 나누어져 있으며, 각 level은 <표 Ⅱ-1>와 같이 몇몇 단원들로 구성되었다. 이들 단원은 Number, Algebra, Geometry and Measurement, Data Analysis and Probability의 내용 영역 중의 하나에 해당한다. <그림 Ⅱ-2 참조>



[그림 Ⅱ-2] MiC 교과서의 구성 체계

<표 Ⅱ-1> MiC 교과서 Level 1, 2, 3 단원명

	단원명	내용 영역			
		Number	Algebra	Geometry and Measurement	Data Analysis and Probability
Level 1	Picturing Numbers				○
	Models You Can Count On	○			
	Expressions and Formulas		○		
	Take a Chance				○
	Figuring All The Angles			○	
	Comparing Quantities		○		
	Reallotment			○	
	More or Less	○			
Level 2	Facts and Factors	○			
	Dealing with Data				○
	Made to Measure			○	
	Operations		○		
	Packages and Polygons			○	
	Ratios and Rates	○			
	Building Formulas		○		
	Triangles and Beyond			○	
	Second Chance				○
Level 3	Revisiting Numbers	○			
	Ups and Downs		○		
	It's All the Same			○	
	Graphing Equations		○		
	Insight into Data				○
	Patterns and Figures		○		
	Looking at and Angle			○	
	Great Predictions				○
	Algebra Rules!		○		

각 단원은 몇몇 하위 'Section'으로 구성되어 있으며, 각 Section은 몇몇 주제들로 구성되어 있으며, 한 Section 안에 속하는 각각의 주제는 해당 주제와 관련된 실생활 소재 및 상황들을 수반하는 몇몇 문항들로 구성되어 있다. <그림 Ⅱ-1 참조> 본 연구에서는 이러한 각각의 주제를 하나의 수학적 과제로 간주하였다.

Sunflowers

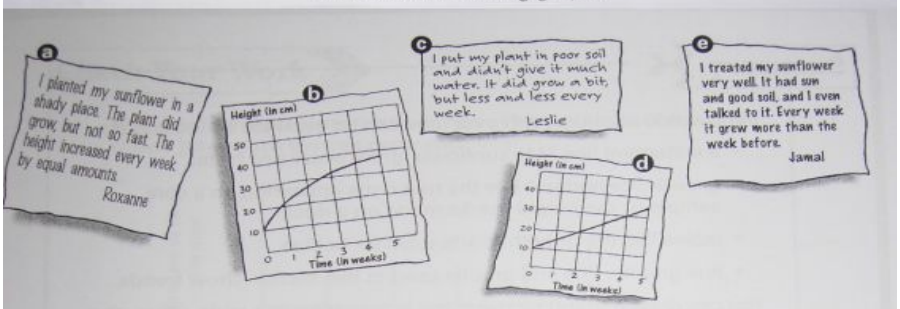
Roxanne, Jamal, and Leslie did a group project on sunflower growth for their biology class. They investigated how different growing conditions affect plant growth. Each student chose a different growing condition.

The students collected data every week for five weeks. At the end of the five weeks, they were supposed to write a group report that would include a graph and a story for each of three growing conditions.

Unfortunately, when the students put their work together, the pages were scattered, and some were lost. The graphs and written reports that were left are shown on the next page.

20. a. Find which graph and written report belong to each student.

b. Create the missing graph.



The type of growth displayed by Roxanne's sunflower is called **linear growth**.

21. Why do you think it is called linear growth?

A plant will hardly ever grow in a linear way all the time, but for some period, the growth might be linear. Consider a sunflower that has a height of 20 cm when you start your observation and grows 1.5 cm per day.

22. a. In your notebook, copy and fill in the table.

Time (in days)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Height (in cm)	20	21.5							

b. Meryem thinks this is a ratio table. Is she right? Explain your answer.

c. How does the table show linear growth?

d. Use your table to draw a graph. Use the vertical axis for height (in centimeters) and the horizontal axis for time (in days). Label the axes.

Here is a table with data from another sunflower growth experiment.

Time (in weeks)	0	1	2	3	4	5	6
Height (in cm)	10	12.5	17.5	25	35	47.5	

23. a. How can you be sure that the growth during this period was not linear?

b. In your own words, describe the growth of this plant.

[그림 Ⅱ-3] MiC 교과서의 예

수학적 과제(mathematical task)란 '수학적 아이디어의 계발을 위해서 기여하는 교실활동의 일부분'이라고 정의하고 있다(Stein, et. al., 1998). 여기서 수학적 과제는 세 단계를 거치게 되는데, 첫 번째는 교육과정이나 교육 자료에 제시되어있는 과제 또는 교사가 만드는 과제를 말하며, 두 번째는 교실에서 교사가 발표하거나 설정하는 과제를 말하고, 세 번째는 학생들이 활동하고 수행하는 실행 단계를 일컫는다. 특히, 세 번째 단계는 학생들의 실제 학습에 중요한 영향을 미친다고 하였다. 본 연구에서는 이와 같이 Stein 외(1998)의 수학적 과제의 정의에 기초하여 교사의 안내와 지도하에 학생들로 하여금 수업 시간에 수학적 개념을 바르고 보다 깊이 있게 이해할 수 있도록 탐구, 시행착오 등의 추론 활동을 수반하는 문제를 수학적 과제로 삼고, 이는 MiC 교과서에서의 각 주제에 해당하는 것으로 볼 수 있다고 판단되었다.

MiC 교과서의 전반적인 내용 체계를 정리하면, 각 단원마다 맨 처음에 해당 단원을 간략히 소개하는 'Dear Student'라는 학생들에게 보내는 편지 코너가 있으며, 본문은 각 Section별로 몇몇 과제들로 구성되어 있고, 각 과제들은 해당 단원과 관련된 실생활 소재 및 상황 중심의 문항들로 구성되어 있고, 이러한 문항과 함께 중간 중간에 해당 내용에 속하는 정의나 주요 개념들이 제시되어 있다. 각 Section 말미에는 'Summary' 코너로 본문 내용을 정리하고 'Check Your Work' 코너를 두어 본문 관련 내용의 문제를 다시 한 번 풀어 보아 확인하게 하고 있으며, 특히 맨 끝에 'For Further Reflection' 코너를 제시하여 학생들이 직접 탐구하고 실험하는 활동에 참여하도록 유도하고 있다.

나. MiC Level 3 교과서에서의 함수 내용

본 연구에서 다루기로 한 함수 내용의 경우, 2006년에 출판된 MiC 교과서에는 level 3에 해당 내용이 제시되어 있으며, 이에 대해 좀 더 자세히 살펴보면 다음 <표 Ⅱ-2>와 같다. 이 표는 MiC level 3 교과서 전체를 대상으로 각 과제별로 해당 과제의 내용이 무엇인지를 살펴보고자 하였다. 편의상, 수학 내용은 우리나라

2009 개정에 따른 수학과 교육과정 문서에 제시된 성취기준으로 제시하였다. MiC Level 3 교과서에서 함수 내용이 포함되는 단원은 ‘Ups and Downs’, ‘Graphing Equations’, ‘Algebra Rules’와 같이 총 3개 단원이며, 이 세 단원들 내에서도 함수에 관한 내용 이외에 다른 영역의 내용도 있다. 이에 관하여 나타내면 <표 Ⅱ-2>와 같으며, 이는 지면관계상 'Up and Down' 단원에 대해서만 제시한 것이다.[3)]

3) Level 3에 'Patterns and Figures' 주제도 대수 영역에 해당하나, 이는 우리나라 고등학교 수준의 수열 내용에 관한 것이어서 다루지 않음.

<표 Ⅱ-2> MiC Level 3 교과서의 'Up and Down' 단원의 함수 내용

MiC 교과서		우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정		본 연구 대상
Section	과제 (문항 수)			
A. Trendy Graphs	wooden graphs(7)	(라) 확률과 통계 [1] 도수분포와 그래프	① 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있다. ③ 상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.	
	Totem Pole(1)			
	Growing Up(4)			
	Growth Charts(6)	(다) 함수 [1] 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	○
	Water for the Desert(1)			
	Sunflowers(4)			
B. Linear Patterns	The Marathon(4)	(다) 함수 [1] 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	What's Next?(4)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	
	Hair and Nails(10)			
	Renting a Motorcycle(6)		④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
C. Differences in Growth	Leaf Area(2)	(다) 함수 [1] 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.	○
	Area Differences(6)		④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Water Lily(5)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Aquatic Weeds(5)		④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Double Trouble(6)			
D. Cycle	Fishing(3)	(다) 함수 [1] 함수와 그래프	④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	High Tide, Low Tide(1)			
	Golden Gate Bridge(3)			
	The Air Conditioner(2)			
	Blood Pressure(3)			
	The Racetrack(3)		③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	
E. Half and Half again	Fifty Percent Off(4)	(다) 함수 [1] 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	Medicine(8)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	

지금까지 MiC 교과서에서 다뤄지는 함수 내용에 관한 내용을 판별하기 위하여 MiC 교과서 내용을 우리나라 교육과정에 제시된 함수 내용에 기초하여 비교하였는데, 반대로 우리나라 교육과정에 제시된 함수 내용을 기준으로 MiC 교과서에서 다뤄지는 함수 내용 관련 과제들을 제시해 보았다. 이 표에서 알 수 있는 바와 같이, MiC 교과서의 함수 관련 내용은 이차함수를 제외하고는 우리나라에서 다루고 있는 함수의 내용을 모두 다루고 있는데, 우리나라처럼, 함수의 내용을 순서적으로, 위계적으로 다루기보다는 커다한 주제(단원) 하에 상황 중심의 과제들을 중심으로 함수 관련 내용을 반복적으로 다루고 있다.

<표 Ⅱ-3> 우리나라 함수 영역에 관한 성취기준과 MiC 교과서 과제

㈐ 함수			MiC 3 level			
중영역	성취기준	용어와 기호	단원	Section	과제	용어와 기호
1 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.	변수 함수 y=f(x) 함숫값 f(x)	Ups and Downs	B. Linear Patterns	What's Next?	다음-현재 식
					Hair and Nails	직접적인 식
				C. Differences in Growth	Leaf Area	
					Water Lily	
				E. Half and Half again	Medicine	음의 성장 지수감소
			Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	
	② 순서쌍과 좌표를 이해한다.	순서쌍 x축 y축 좌표축 원점 좌표 x좌표 y좌표 좌표평면 제1사분면 제2사분면 제3사분면 제4사분면	Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	측도기
					Coordinates on a Screen	가로좌표 세로좌표 x좌표 y좌표 좌표계 원점 x축 y축 사분면 세로방향의 방정식 가로방향의 방정식
					Fire Regions	

				B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters	
	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	함수의 그래프	Ups and Downs	A. Trendy Graph	Growth Charts	
					Water for the Desert	
					Sunflowers	선형성장
				B. Linear Patterns	The Marathon	
					What's Next?	다음-현재 식
					Hair and Nails	직접적인 식
				D. Cycle	The Racetrack	
				E. Half and Half again	Fifty Percent Off	
					Medicine	음의 성장 지수감소
			Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	
	④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.		Ups and Downs	B. Linear Patterns	The Marathon	
					Renting a Motorcycle	
				C. Differences in Growth	Area Differences	두 번째 차이 이차
					Water Lily	
					Aquatic Weeds	
					Double Trouble	성장요인 지수성장
				D. Cycle	Fishing	
					High Tide, Low Tide	
					Golden Gate Bridge	
					The Air Conditioner	주기그래프 주기 순환
					Blood Pressure	
				E. Half and Half again	Fifty Percent Off	
					Medicine	음의 성장 지수감소

			Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	
2 일차함수와 그래프	① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	일차함수 평행이동 x절편 y절편 기울기	Graphing Equations	B. Directions as Pairs of Numbers	Up and Down the Slope	기울기
				C. An Equation of a Line	What's the Angle?	탄젠트비율
			Algebra Rules	B. Graphs	The Slope of a Line	
					Intercepts on the Axes	y절편 x절편
	② 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.		Algebra Rules	B. Graphs	Intercepts on the Axes	y절편 x절편
	③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.					
3 일차함수와 일차방정식의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	직선의 방정식	Graphing Equations	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	직선의 방정식
				E. Intersecting Lines	Meeting on Line	
					What's the Point?	
			Algebra Rules	B. Graphs	Linear Relationships	선형관계 직선의 방정식
	② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.		Graphing Equations	E. Intersecting Lines	What's the Point?	
			Algebra Rules	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	
4 이차함수와 그래프	① 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	이차함수 포물선 축 꼭짓점				
	② 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.	최댓값 최솟값				

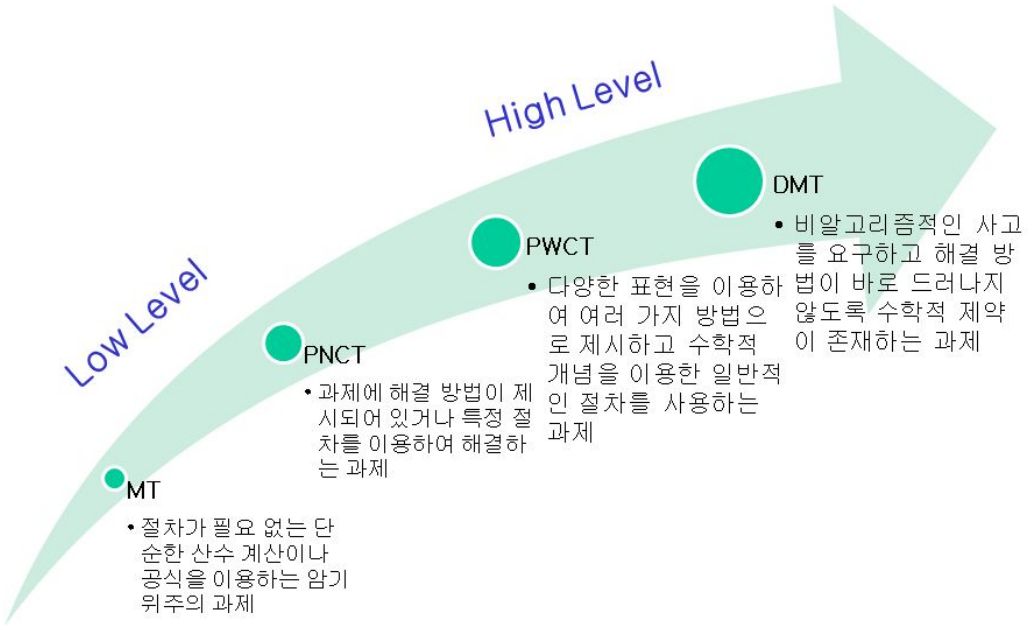
3. 인지적 요구(cognitive demand) 정도

가. 인지적 요구 정도에 따른 수학적 과제 유형

수학적 과제는 학습자의 인지적 요구(cognitive demand) 정도에 따라 달라진다. Stein, et. al.(2009)에 따르면, 수학적 과제를 Low-Level과 High-Level로 나누고, Low-Level에 'Memorization Tasks'(이하 MT로 칭함)와 'Procedures Without Connections Tasks'(이하 PNCT로 칭함)를 두고, High-Level에는 'Procedures With Connections Tasks'(이하 PWCT로 칭함)와 'Doing Mathematics Tasks'(이하 DMT로 칭함)를 포함시켰다. 이때, MT는 기억하기 과제로 절차가 필요 없는 단순한 산수 계산이나 공식을 이용하는 암기 위주의 과제를 뜻하며, PNCT는 연결성 없는 절차 과제로써 과제에 해결 방법이 제시되어 있거나 특정 절차를 이용하여 해결하는 과제를 말한다. 또한, PWCT는 연결성 있는 절차 과제로 다양한 표현을 이용하여 여러 가지 방법으로 제시하고 수학적 개념을 이용한 일반적인 절차를 사용하는 것을 말하며, DM은 비알고리즘적인 사고를 요구하고 해결 방법이 바로 드러나지 않도록 수학적 제약이 존재하는 가장 많은 인지적 수준을 요구하는 과제이다.<그림 Ⅱ-3 참조>

결국, 높은 수준의 수학 과제는 낮은 수준의 것보다 많은 인지적 노력을 필요로 한다. 즉, 과제를 해결하는데 더 많은 수고와 시간이 필요하다는 뜻이다. MT에서는 특별한 절차나 응용이 필요 없고 PNCT에서는 보통 적용할 절차가 주어지며 그 과정이 굉장히 단순하다. 또, PWCT는 앞서 제시된 것들과는 달라서 절차가 주어지더라도 다양한 과정을 생각할 수 있고 수학적인 개념과 근본적으로 연관되며, 더 나아가 DMT에서는 수학적 개념을 연결 짓고 문제를 해결하는데 단계를 탐구하고 이해하도록 한다. 이러한 수학적 과제의 인지적 요구 정도는 학생들이 얼마나 수학적으로 이해하고 있는지에 영향을 미친다고 한다(김구연과 홍창준, 2012). 수학 학습에 있어서 과제가 가지고 있는 영향력을 고려한다면, 교사들이 과제와 학생들에게 요구되는 사고의 유형 사이의 관계를 이해하는 것은 필수적인 것이 된다. 결국,

수학적 과제에 대한 인지적 요구 정도란 학생들이 주어진 과제에 참여하여 성공적으로 해결하기 위해 그들에게 요구되는 사고의 종류와 수준을 의미하는 셈이다(이경화, 2007).



[그림 Ⅱ-4] 수학적 과제유형의 종류

나. 과제 분석 지표

Stein외(2009)는 수학적 과제의 유형 내지 수준을 구분하기 위하여 인지적 요구 정도에 따른 '과제 분석 지표'를 제안하였다. 이 지표의 세부적인 내용은 다음 <표 Ⅱ-4>과 같으며, 이 표를 보면 각 과제의 유형마다 특징들이 나열되어 있다.

<표 Ⅱ-4> Stein외(2009)가 제안한 과제 분석 지표

과제 유형	과제 특징
Memorization Tasks [MT]	1. 해당 과제에는 이미 습득된 사실, 법칙, 공식, 정의를 재현하거나, 또는 사실, 공식, 정의를 기억하는 것이 포함된다. 2. 해당 과제는 절차가 존재하지 않거나 절차를 사용할 수 없는 단기 수행의 과제이기 때문에, 절차를 사용하여 풀 수 없다. 3. 해당 과제는 이전에 접한 자료와 동일한 것이거나 재현되는 과정(방법)이 명백히 직설적으로 드러나서, 모호함이 없다. 4. 해당 과제는 습득되거나 재현된 사실, 규칙, 공식, 정의들에 기초한 개념이나 의미와는 관련성이 없다.
Procedures Without Connections Tasks [PNCT]	1. 해당 과제는 알고리즘에 관한 것이다. 왜냐하면 해당 절차의 사용이 반드시 필요하거나 그 절차의 사용이 명백하게 이전의 설명, 경험 또는 과제의 실전에 기초를 둔 것이기 때문이다. 2. 해당 과제는 성공적인 과제 수행을 위해 '제한된 인지적 요구'를 필요로 한다. 따라서 과제를 해결하는데 필요한 것과 해결 방법에 있어서 모호함이 없다. 3. 해당 과제는 (그 과제 수행을 위해) 사용되는 절차에 기초한 개념이나 의미와 관련성이 없다. 4. 해당 과제는 수학적 이해를 도모하기 보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다. 5. 해당 과제는 설명이 필요 없거나 오로지 사용된 절차를 드러내는데 필요한 설명만을 요구한다.
Procedures With Connections Tasks [PWCT]	1. 해당 과제는 수학적 개념과 아이디어에 대하여 보다 심오한 수준의 이해를 도모하기 위하여 학생들로 하여금 절차 사용에 중점을 두도록 하고 있다. 2. 해당 과제는 (그 과제를 해결하는데 있어서) 중요한 개념과 관련하여, 불분명하고 지협적인 아이디어보다는 상당히 연계되어 있으면서도 폭넓은 일반적인 절차를 (명백하게든 암묵적으로든) 따르도록 이끈다. 3. 해당 과제는 대체적으로 다양한 방법으로 제안된다 (예를 들어, 시각적인 도표, 조작, 기호, 문제 상황). 그 이유는 여러 가지 표상 간의 연결성은 의미를 전개하는 데 도움이 되기 때문이다. 4. 해당 과제는 어느 정도의 '인지적 노력'을 요구한다. 비록 일반적인 절차에 따라 과제가 수행되지만, 의식 없이 행해질 수는 없다. 즉, 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 성공적으로 수행하고 이해력을 증진하도록 하는데 (해당 과제를 해결하는데 요구되는) 절차에 기초한 개념적 아이디어를 사용하게끔 한다.
Doing Mathematics Tasks [DMT]	1. 해당 과제는 복잡하면서도 알고리즘적이지 않는 사고를 요구한다(예를 들어, 여기에, 예상되거나 과제에 의해 명백히 제안된 잘 연습된 접근 방법, 과제 지도, 익숙한 예제는 해당되지 않는다). 2. 해당 과제는 학생들로 하여금 수학적인 개념, 절차 또는 관계의 특징을 탐색하고 이해하도록 요구한다. 3. 해당 과제는 자기 자신의 인지 과정을 점검하거나 조절하도록 요구한다. 4. 해당 과제는 학생들로 하여금 관련된 지식과 경험에 근접하여 이들을 적절히 활용해서 그 과제를 완수하도록 요구한다. 5. 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 분석하고, 가능한 해결 전략과 결과를 제한하는 '과제 제약(task constraints)'에 대해 적극적으로 조사할 것을 요구한다. 6. 해당 과제는 '상당한 인지적 노력'을 요구하며, 학생들로 하여금 예측 불가능한 해결 과정의 속성 때문에 유발되는 불안감을 어느 정도 갖도록 한다.

4. 선행연구검토

우리나라 학생들의 대부분 평소에 사용하지 않는 수학을 왜 배워야하는지에 의문을 품고 실생활과 먼 학문으로 인식해 어렵고 지루한 학문이라 생각하고 있다. 이에 실생활 상황을 이용한 수학적 과제의 사용이 많이 중요해지고 있다. 그래서 현실주의 수학교육을 잘 반영한 교과서라 알려진 MiC 교과서에 관심을 갖게 되었다. 특히 본 연구를 위해 다음과 같이 인지적 요구 정도를 사용한 선행연구를 검토하게 되었다.

먼저 홍창준, 김구연(2012)의 '중학교 함수단원의 수학과제 분석'은 우리나라 중학교 수학교과서 5종을 선택하여 인지적 요구 정도에 따른 수학적 과제를 분석하였다. 각 교과서별, 학년별로 수학적 과제유형의 분포를 분석하고 2007개정에 따른 수학교육과정의 성격과 목표가 중학교 함수단원에 드러나 있는지에 대해서도 알아보았다. 이에 홍창준, 김구연(2012)은 우리나라 중학교 수학교과서의 함수 단원을 분석한 결과 인지적 노력을 요구하는 High Level 과제는 거의 없고 학년이 올라갈수록 High Level 과제의 비율은 줄고 있으나 절대적인 수치를 보면 그 값이 작아서 학년 간의 차이를 뚜렷하게 보기는 힘들다는 결과를 내렸다. 그리고 이 연구에서는 교과서의 구성상 수학과제의 분포도 알아보았는데 연구 결과 대부분의 High Level과제는 교과서 본론에 위치하여 전개상 내용의 주가 되는 것이 아니라 단원을 마무리는 뒷부분 혹은 중간에 간혹 제시되는 특이사항 부분에 위치하였다고 한다. 이에 홍창준, 김구연(2012)은 교과서 전개 과정에 골고루 High Level 과제를 위치시켜 Low Level 과제와 구성상 조화를 이루는 것이 바람직하다고 보았다. 그리고 예제와 문제에서 제시되는 과제와 중단원, 대단원을 점검하는 과제는 숫자만 다를 뿐이지 유형이 같은 경우에 대해서는 교과서 과제를 구성하고 설계할 때에는 유사한 유형의 반복이 아니라 앞에서 정의한 개념과 문항을 해결하고 난 뒤 학생이 또 다시 수학적 사고력을 요하는 과제가 포함될 수 있게 반복의 정도 및 횟수를 조정하는 것이 필요하다고 주장하였다.

인지적 요구 정도를 이용한 또 다른 연구로 강정은(2007)의 '중학교 수학교과서

통계 단원 국제 비교'가 있다. 이 연구는 국가별 중학교 수학 교과서 통계 단원에 제시된 수학적 과제의 인지적 요구 정도를 비교 · 분석하고 국가별 중학교 수학 교과서 통계 단원에서 학생들을 수학에 참여시키는 방법을 비교 · 분석하였다. 연구 결과로는 우리나라, 미국, 싱가포르의 교과서의 수학적 과제 중 싱가포르 교과서의 수학적 과제의 인지적 요구 정도가 우리나라 교과서와 근소한 차이를 보이며 가장 높았으며, 미국의 MiC 교과서의 수학적 과제의 인지적 요구 정도가 가장 낮았다고 설명하고 있다. 학생들의 참여방법으로 미국의 MiC 교과서는 여러 가지 결정을 하려면 통계가 필요함을 학생들이 느끼게 하도록 하는데 중점을 두고 있으며 학생 스스로 해결 전략을 구성하고 다른 동료 학생들에게 설명하고, 다른 학생들의 해결 전략에 대한 설명을 들으면서 자신의 생각을 반성하고 더 나은 해결 전략을 모색해 나갈 수 있도록 구성되어 있지만 우리나라와 싱가포르의 교과서에 제시된 다양한 상황들은 잘 다듬어진 자료를 바탕으로 의도적으로 설계된 상황에서 여러 가지 통계 개념을 사용하여 자료를 정리하고 통계치를 구하는데 집중되어 있다고 설명하고 있다. 또한 우리나라와 싱가포르의 교과서에서는 학생들이 통계적 개념과 기술을 학습한 후 이를 바탕으로 자료를 수집하고 자료를 정리해보도록 하고 있지만, 미국의 MiC 교과서는 새로운 통계 개념에 대한 학습이 이루어지는 과정에서 학생들에게 직접적인 경험을 하도록 하고 있다고 보고 있다. 이 결과를 통해 강정은(2007)은 다음과 같은 결론을 내렸다. 먼저 우리나라와 싱가포르의 수학적 과제는 학습한 내용을 정리하고 점검하기 위해 제공되어져있고 교사 중심의 설명을 토대로 인위적으로 설계된 상황에서 자료를 정리하고 통계치를 구하는데 집중되어 있다고 결론내리고 있다. 이에 반해 MiC 교과서의 수학적 과제는 설명보다 선행하여 학습 내용을 전개하는데 주도적인 역할을 하고 있고 학생들의 활동을 강조하고 자료로부터 정보를 얻고 의사결정을 하기 위해서 통계가 필요함을 학생들이 느끼고 스스로 해결 전략을 구성하도록 하는데 중점을 두고 있다고 결론내리고 있다.

Ⅲ. 연구 대상 및 방법

1. 연구 대상 - MiC 교과서 과제

본 연구에서는 한국의 중학교 함수 영역에 해당하는 내용을 다루고자, 다음 [표 Ⅲ-1]과 같이 MiC 교과서의 대수 영역 중 가장 연관성이 높은 MiC Level 3 교과서에서의 'Ups and Downs', 'Graphing Equations', 'Algebra Rules' 단원을 대상으로 삼았다. 각 단원은 몇몇 Section으로 구성되어 있으며, 각 section은 몇몇 과제 및 하위 문항들로 구성되어 있다.

앞서 제시한 <표 Ⅱ-2>와 같은 분석 결과에 따라, 결국 본 연구에서 다루는 함수에 관한 내용은 MiC level 3 교과서에서 3개의 주제 하에 9개의 section, 그리고 총 36개의 과제이며, 이를 표로 정리하여 나타내면 <표 Ⅲ-1>과 같다.

<표 Ⅲ-1> 본 연구에서 다루는 함수 관련 과제

MiC 3 level 교과서 단원			주요 내용 (우리나라 교육과정)
단원	Section	과제	
Ups and Downs	A. Trendy Graphs	Growth Charts	(다) 함수 1 함수와 그래프
		Water for the Desert	
		Sunflowers	
	B. Linear Patterns	The Marathon	
		What's Next?	
		Hair and Nails	
		Renting a Motorcycle	
	C. Differences in Growth	Leaf Area	
		Area Differences	
		Water Lily	
		Aquatic Weeds	
		Double Trouble	
	D. Cycle	Fishing	
		High Tide, Low Tide	
		Golden Gate Bridge	
		The Air Conditioner	
		Blood Pressure	
		The Racetrack	
	E. Half and Half again	Fifty Percent Off	
		Medicine	
Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	(다) 함수 1 함수와 그래프
		Coordinates on a Screen	
		Fire Regions	
	B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters	
		Up and Down the Slope	(다) 함수 2 일차함수와 그래프
	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계
		What's the Angle?	(다) 함수 2 일차함수와 그래프
	E. Intersecting Lines	Meeting on Line	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계
		What's the Point?	
Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	(다) 함수 1 함수와 그래프
		Linear Relationships	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계
		The Slope of a Line	(다) 함수 2 일차함수와 그래프
		Intercepts on the Axes	
	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계

2. 과제의 인지적 요구 정도 판별을 위한 분석틀

본 연구에서 다루는 MiC 교과서에 제시된 수학적 과제를 대상으로 과제별로 인지적 요구 정도를 파악하고 그 특징을 알아보고자 한다. 이를 위하여 Stein 외(2009)가 제안한 네 단계의 인지적 요구(cognitive demand) 정도, 즉 MT, PNCT, PWCT, DMT을 토대로 분석틀을 마련하고자 하였다. 즉, <표 Ⅱ-3>에 제시된 바와 같이, 4단계 유형마다 각각 여러 개의 하위 요소(특징)들로 구성되어 있는데, 이와 같이 흩어져 있는 여러 특징들을 토대로(원래 그대로 둔 상태에서) 특정 과제의 인지적 요구 정도를 파악하기는 쉽지 않다. 이에 따라, 4단계의 인지적 요구 정도에서 각 단계별로 특징(하위 요소)들을 유사한 특징들끼리 재배열 하였다. 즉, 다음 <표 Ⅲ-2>에서 알 수 있는 바와 같이, 각 특징(하위 요소)들은 크게 '과제형태', '절차', '해결 노력 정도', '수학적 이해'로 구분 가능하였으며, 이러한 4가지의 분류 요인에 맞춰 4단계의 인지적 요구 정도의 하위 요소들을 재배열하여 본 연구의 취지에 맞는 분석틀을 마련하였다.

<표 Ⅲ-2> 분류 요인별로 재배열된 과제 분류 지표 (과제 유형 분석틀)

MT	PNCT	PWCT	DMT		분류 요인
1. 해당 과제에는 이미 습득된 사실, 법칙, 공식, 정의를 재현하거나, 또는 사실, 공식, 정의를 기억하는 것이 포함된다.	5. 해당 과제는 설명이 필요 없거나 오로지 사용된 절차를 드러내는데 필요한 설명만을 요구한다.	3. 해당 과제는 대체적으로 다양한 방법으로 제안된다(예를 들어, 시각적인 도표, 조작, 기호, 문제 상황). 그 이유는 여러 가지 표상 간의 연결성은 의미를 전개하는 데 도움이 되기 때문이다.	4. 해당 과제는 학생들로 하여금 관련된 지식과 경험에 근접하여 이들을 적절히 활용해서 그 과제를 완수하도록 요구한다.	⇐	과제 형태

2. 해당 과제는 절차가 존재하지 않거나 절차를 사용할 수 없는 단기 수행의 과제이기 때문에, 절차를 사용하여 풀 수 없다.	1. 해당 과제는 알고리즘에 관한 것이다. 왜냐하면 해당 절차의 사용이 반드시 필요하거나 그 절차의 사용이 명백하게 이전의 설명, 경험 또는 과제의 실전에 기초를 둔 것이기 때문이다.	2. 해당 과제는 (그 과제를 해결하는데 있어서) 중요한 개념과 관련하여, 불분명하고 지협적인 아이디어보다는 상당히 연계되어 있으면서도 폭넓은 일반적인 절차를 (명백하게든 암묵적으로든) 따르도록 이끈다.	1. 해당 과제는 복잡하면서도 알고리즘적이지 않는 사고를 요구한다 (예를 들어, 여기에, 예상되거나 과제에 의해 명백히 제안된 잘 연습된 접근 방법, 과제 지도, 익숙한 예제는 해당되지 않는다).	⇐	해결 절차
3. 해당 과제는 이전에 접한 자료와 동일한 것이거나 재현되는 과정(방법)이 명백히 직설적으로 드러나서, 모호함이 없다.	2. 해당 과제는 성공적인 과제 수행을 위해 '제한된 인지적 요구'를 필요로 한다. 따라서 과제를 해결하는데 필요한 것과 해결 방법에 있어서 모호함이 없다.	4. 해당 과제는 어느 정도의 '인지적 노력'을 요구한다. 비록 일반적인 절차에 따라 과제가 수행되지만, 의식 없이 행해질 수는 없다. 즉, 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 성공적으로 수행하고 이해력을 증진하도록 하는데 (해당 과제를 해결하는데 요구되는) 절차에 기초한 개념적 아이디어를 사용하게끔 한다.	3. 해당 과제는 자기 자신의 인지 과정을 점검하거나 조절하도록 요구한다. 6. 해당 과제는 '상당한 인지적 노력'을 요구하며, 학생들로 하여금 예측 불가능한 해결 과정의 속성 때문에 유발되는 불안감을 어느 정도 갖도록 한다.	⇐	해결 노력 정도
4. 해당 과제는 습득되거나 재현된 사실, 규칙, 공식, 정의들에 기초한 개념이나 의미와는 관련성이 없다.	3. 해당 과제는 (그 과제 수행을 위해) 사용되는 절차에 기초한 개념이나 의미와 관련성이 없다. 4. 해당 과제는 수학적 이해를 도모하기 보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.	1. 해당 과제는 수학적 개념과 아이디어에 대하여 보다 심오한 수준의 이해를 도모하기 위하여 학생들로 하여금 절차 사용에 중점을 두도록 하고 있다.	2. 해당 과제는 학생들로 하여금 수학적인 개념, 절차 또는 관계의 특징을 탐색하고 이해하도록 요구한다. 5. 해당 과제는 학생들로 하여금 과제를 분석하고, 가능한 해결 전략과 결과를 제한하는 '과제 제약(task constraints)'에 대해 적극적으로 조사할 것을 요구한다.	⇐	수학적 이해

위 <표 Ⅲ-2>를 간단히 나타내면 다음 <표 Ⅲ-3>과 같다.

[표 Ⅲ-3] 과제 유형 분석틀

분류요인	인지적 요구 정도			
	MT	PNCT	PWCT	DMT
과제 형태	1	5	3	4
해결 절차	2	1	2	1
해결 노력 정도	3	2	4	3, 6
수학적 이해	4	3, 4	1	2, 5

위의 분석틀을 분류 요인별로 간략히 살펴보면, 과제 형태는 MT1, PNCT5, PWCT, DMT4의 4단계 인지적 요구 정도로 구분할 수 있으며, 해결 절차는 MT2, PNCT1, PWCT2, DMT1으로, 해결 노력 정도는 MT3, PNCT2, PWCT4, DMT3 & DMT6으로, 수학적 이해는 MT4, PNCT3 & PNCT4, PNCT1, DMT2 & DMT5로 구분해 볼 수 있다.[4] 과제별 인지적 요구 정도를 판단하기 위하여 각 과제를 대상으로 하는데, 각 과제마다 몇몇 문항들로 구성되어 있으므로 이들 통합하여 해당 과제의 인지적 요구 정도를 파악해야 한다. 따라서 특정 과제에 속해 있는 모든 문항들의 내용 및 특징을 파악하고 이를 기초로 삼아 <표Ⅲ-3>의 과제 유형 분석틀에 맞춰 인지적 요구 정도를 파악해야 할 것이다.

이에 따라, 모든 과제들에 속해 있는 문항들을 일괄적으로 일관성 있게 크게 세 가지 특징에 대해 진술하고자 하였다. 첫째, 문항에서 요구하는 물음의 요지를 제시하고, 둘째 해당 문항을 해결하는데 요구되는 절차와 해결 방법을 간략히 제시하고, 셋째 해당 문항을 해결하는데 요구되는 선행 지식과 필요한 점을 제시하고자 하였다. 각 과제에 속해 있는 모든 문항들에 대하여 이러한 세 가지 특징들을 토대로 <표Ⅲ-3>의 분석틀에 맞춰 인지적 요구 정도를 파악하고자 하였다. 이에 대한 좀 더 구체적인 이해를 돕기 위하여 다음은 하나의 예('Up and Down' 주제의 'B. Linear Patterns' section에 제시된 'Renting a Motorcycle' 과제)를 대상으로 과제 유형의 판별 과정을 제시하고자 하였다. <표 Ⅲ-4 참조>

4) 바꾸어 말하면, MT1, PNCT5, PWCT3, DMT4는 과제형태의 특징이 반영된 4단계 인지적 요구 정도이며, MT2, PNCT1, PWCT2, DMT1은 절차의 특징이 반영된 4단계 인지적 요구 정도이며, 그 밖에 해결 노력 정도 및 수학적 이해도 마찬가지임.

첫째, 해당 과제에 제시된 모든 문항들의 특징들을 앞서 언급한 세 가지 사항(즉, 물음 요지, 해결방법, 선행지식 및 유의사항)에 대해 제시한다.

둘째, 정리된 문항들의 특징들을 대상으로, <표 Ⅲ-3>의 분류 요인별로 재배열된 인지적 요구 정도의 특징에 맞춰 (<표 Ⅲ-4>의 하단에 있는) '과제 분석틀'에 제시한다.

셋째, 4단계의 인지적 요구 정도별로 해당 문항 특징의 총 개수를 세고, 가장 많은 특징을 포함하는 하나의 인지적 요구 정도(즉, MT, PNCT, PWCT, DMT 중 하나)를 해당 과제의 인지적 노력 정도(즉, 과제 유형)로 판단한다.

<표 III-4> 분석 과정의 예시

<table>
<tr><th>과제</th><th>문항 번호</th><th colspan="2">문항특징</th></tr>
<tr><td rowspan="7">RentIng a Motorcycle</td><td>21번
(19쪽)</td><td colspan="2">1) 다른 업체에 비해 매출이 떨어지는 이유에 대해 설명하는 문항이다.
2) 주어진 상황을 직선의 방정식에 대입하여 해결하거나 표를 이용하여 그래프로 해결한다.
3) 절차를 이용하기위해 직선의 방정식과 그래프의 해석에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>22번
(19쪽)</td><td colspan="2">1)
2)
3)</td></tr>
<tr><td>23번
(19쪽)</td><td colspan="2">1)
2)
3)</td></tr>
<tr><td>24번
(19쪽)</td><td colspan="2">1)
2)
3)</td></tr>
<tr><td>25번
(19쪽)</td><td colspan="2">1)
2)
3)</td></tr>
<tr><td>26번
(19쪽)</td><td colspan="2">1) 가격이 변경된 후에 주어진 상황에서는 어느 업체를 이용하는 것이 더 좋은지에 대해 묻는 문항이다.
2) 주어진 상황을 직선의 방정식에 대입하여 해결하거나 표를 이용하여 그래프로 해결한다.
3) 절차를 이용하기위해 직선의 방정식과 그래프의 해석에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><th>분류 요인</th><th>MT</th><th>PNCT</th><th>PWCT</th><th>DMT</th></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>26-1)</td><td></td><td>21-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td>26-2)</td><td>21-2)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>26-2)</td><td>21-2)</td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td></td><td>21-3)
26-3)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>해당 문항특징 총 개수</td><td>해당 문항특징 총 개수</td><td>해당 문항특징 총 개수</td><td>해당 문항특징 총 개수</td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
</table>

Ⅳ. 과제의 인지적 요구 정도 분석 결과

이 장에서는 본 연구에서 Stein 외(2009)의 인지적 요구 정도에 따른 과제 지표 분석을 재구성하여 마련한 과제 유형 분석틀에 기초하여 MiC level 3 교과서에 제시된 함수 내용에 관련된 수학적 수준의 유형을 분류하고 각 과제들의 인지적 요구 정도를 살펴보고자 하였다.

1. 과제 유형 분석틀에 기초한 결과

본 연구에서는 수학적 과제를 Stein 외(2009)의 인지적 요구 정도에 따른 과제 지표를 그대로 사용하지 않고 최대한 객관적으로 분석하기 위하여 과제 지표를 요인별로 재구성하여 만든 과제 유형 분석틀을 기초로 하여 MiC 교과서의 해당 수학적 과제를 MT, PNCT, PWCT, DMT 4가지 과제 유형으로 분석하였다. 분석할 시 수학적 과제를 구성하는 문항들의 특징을 알아보고 수학적 과제 속 모든 문항들의 특징을 종합적으로 분석하여 수학적 과제의 최종 과제 유형을 결정하였다. 여기서 문항이 이전에 습득해서 해결했던 문항과 유사한 경우는 상황에 따라 두 문항에 대하여 수준정도에 차이를 두었다.

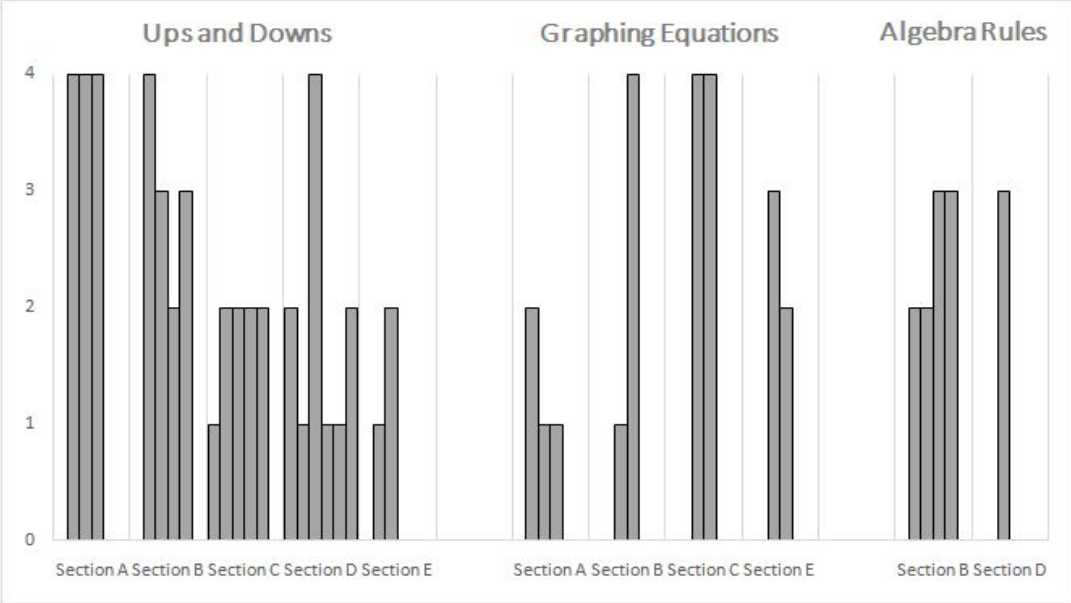
<표 Ⅳ-1> 과제 유형 분석틀에 기초한 결과 예시

<table>
<tr><th colspan="4">‘Ups and Downs’ 단원의 ‘A. Trendy Graphs' Section</th></tr>
<tr><th>과제</th><th>문항번호</th><th colspan="2">문항특징</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Sunflowers</td><td>20번
(8쪽)</td><td colspan="2">1) 주어진 해바라기 프로젝트와 그에 해당하는 그래프를 찾고 없는 그래프는 해당 프로젝트에 맞게 그려보는 문항이다.
2) 그래프를 해석한 것에 맞는 프로젝트를 찾고 프로젝트 내용을 보고 그래프로 옮겨야한다.
3) 그래프의 이해와 주어진 상황을 그래프로 옮길 수 있어야 한다.</td></tr>
<tr><td>21번
(9쪽)</td><td colspan="2">1) Roxanne의 그래프를 왜 선형성장이라는 용어로 정의하는지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 답을 추측해 본다.
3) 답을 추측하기 위해서는 그래프의 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>22번
(9쪽)</td><td colspan="2">1) 주어진 상황을 보고 표로 완성하고 선형성장임을 파악하기 위해 표를 그래프로 그리는 문항이다.
2) 주어진 규칙으로 표에 함숫값을 표시하고 함숫값을 그래프에 옮긴다.
3) 문항해결을 위해 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>23번
(9쪽)</td><td colspan="2">1) 주어진 표를 보고 해바라기의 성장에 대해 설명하는 문항이다.
2) 22번의 해결방법을 이용하고 그래프를 해석한다.
3) 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="2">분석틀</td><td>과제유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><th></th><th>MT</th><th>PNCT</th><th>PWCT</th><th>DMT</th></tr>
<tr><td>과제
형태</td><td></td><td></td><td>20-1),22-1)
23-1)</td><td>21-1)</td></tr>
<tr><td>해결
절차</td><td>21-2),22-2)
23-2)</td><td></td><td></td><td>20-2)</td></tr>
<tr><td>해결
노력
정도</td><td></td><td>21-2) 3)
22-2) 3)
23-2) 3)</td><td></td><td>20-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적
이해</td><td></td><td>22-3)</td><td></td><td>20-3),21-3)
23-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td></tr>
</table>
</td><td>DMT</td></tr>
</table>

본고에서는 위의 <표 Ⅳ-1>과 같은 방법과 절차에 의하여 모든 과제들의 인지적 요구 정도를 판단하고자 하였다. 다만, 여기서는 지면 관계상, 그 결과만을 정리하여 나타내었다. <표 Ⅳ-2 참조>. 또한 <표 Ⅳ-2>의 결과를 바탕으로 한 눈에 보기 쉽게 [그림 Ⅳ-1]과 같이 그래프로 나타내었으며, MiC 교과서의 세 개 단원 각각 Section별로 제시하였다.

<표 Ⅳ-2> MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(1)

MiC 3 level 교과서 단원			과제 유형	비고 (우리나라 교육과정)
단원	Section	과제		
Ups and Downs	A. Trendy Graphs	Growth Charts	DMT	(다) 함수 1 함수와 그래프
		Water for the Desert	DMT	
		Sunflowers	DMT	
	B. Linear Patterns	The Marathon	DMT	
		What's Next?	PWCT	
		Hair and Nails	PNCT	
		Renting a Motorcycle	PWCT	
	C. Differences in Growth	Leaf Area	MT	
		Area Differences	PNCT	
		Water Lily	PNCT	
		Aquatic Weeds	PNCT	
		Double Trouble	PNCT	
	D. Cycle	Fishing	PNCT	
		High Tide, Low Tide	MT	
		Golden Gate Bridge	DMT	
		The Air Conditioner	MT	
		Blood Pressure	MT	
		The Racetrack	PNCT	
	E. Half and Half again	Fifty Percent Off	MT	
		Medicine	PNCT	
Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	PNCT	(다) 함수 1 함수와 그래프
		Coordinates on a Screen	MT	
		Fire Regions	MT	
	B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters	MT	
		Up and Down the Slope	DMT	(다) 함수 2 일차함수와 그래프
	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	DMT	
		What's the Angle?	DMT	
	E. Intersecting Lines	Meeting on Line	PWCT	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계
		What's the Point?	PNCT	
Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	PNCT	(다) 함수 1 함수와 그래프
		Linear Relationships	PNCT	(다) 함수 2 일차함수와 그래프
		The Slope of a Line	PWCT	
		Intercepts on the Axes	PWCT	
	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	PWCT	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계



[그림 Ⅳ-1] MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(1)에 관한 그래프[5)]

위의 [그림 Ⅳ-1]에서 알 수 있는 바와 같이, Ups and Downs 단원의 Section A와 B에서 High Level에 속하는 DMT, PWCT가 주로 분포되어 있고, Section C, D, E에서는 Low Level에 속하는 PNCT, MT가 주로 분포되어 있다. 또, Graphing Equations 단원의 Section A에는 Low Level에 속하는 PNCT, MT가 주로 분포되어 있으며, Section B, E에서는 두 Level의 수학적 과제가 고르게 분포되어 있다. Section C에서는 High Level에 속하는 DMT, PWCT가 주로 분포되어 있다. 또, Algebra Rules 단원의 Section B는 Low Level에 속하는 PNCT와 high level에 속하는 PWCT가 속해 있으며, Section C의 경우에는 high level에 속하는 PWCT가 속해 있음을 알 수 있다.

한편, <표 Ⅳ-2>를 기초로 인지적 요구 정도에 따른 MiC Level 3의 함수 영역에 해당하는 수학적 과제들의 과제 유형별 분포율을 정리하여 나타내면 <표 Ⅳ

5) 본문의 [그림 Ⅳ-1]과 [그림 Ⅳ-2]의 그래프에서 y축의 숫자 1, 2, 3, 4는 각각 MT, PNCT, PWCT, DMT를 나타낸 것으로, 이는 동시에 <표 Ⅳ-3>에서와 같이 MiC 교과서 수학적 과제의 유형별 분포율을 나타내기 위하여 점수를 뜻한 것임. 또한, 각각의 막대그래프는 각각의 과제를 뜻함. 또한, 앞서 언급한 바와 같이, Stein 외(2007)에 따르면, MT와 PNCT는 low level의 인지적 수준을, PWCT와 DMT는 high level의 인지적 수준을 뜻함.

-3>과 같다.

<표 Ⅳ-3> MiC 교과서 수학적 과제의 유형별 분포율[6)]

인지적 요구 정도 / 단원	Low Level		High Level		인지적 요구척도
	MT	PNCT	PWCT	DMT	
Ups and Downs	25%	40%	10%	25%	1.35
Graphing Equations	33%	22%	11%	33%	1.44
Algebra Rules	0%	40%	60%	0%	1.60
계	24%	35%	18%	24%	1.41

위의 <표 Ⅳ-3>에서 알 수 있는 바와 같이, 총 34의 수학적 과제들 중 Low Level의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 24%, 35%로 나타났고 High Level의 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 18%, 24%로 나타났다. 이로써 Low Level과 High Level의 수학적 과제는 각각 총 59%, 41%임을 알 수 있다.

다음으로 단원별 수학적 과제의 인지적 요구 정도에 따른 분포율을 살펴보면, Ups and Downs 단원에서의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 25%, 40%로 나타났고 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 10%, 25%로 나타났다. 이로써 Low Level의 수학적 과제가 Ups and Down에서 총 65%이고 High Level의 수학적 과제는 총 35%라는 것을 알 수 있다. 이는 Low Level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 높고 High Level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 낮다는 사실을 보여준다. Graphing Equations 단원에서의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 33%, 22%로 나타났고 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 11%, 33%로 나타났다. 이로써 Low Level의 수학적 과제가 Graphing Equations에서 총 56%이고 High Level의 수학적 과제는 총 44%라는 것을 알 수 있다. 이는 Low Level과 High Level의 수학적 과제가 전체평균 분포율과 비슷하다는 사실을 보여준다. 또한, Algebra Rules 단원에서의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 0%, 40%로 나타났고 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 60%, 0%로 나타났다. 이로써 Low Level의 수학적 과제가 Algebra Rules에서 총 40%이고 High

6) <표 Ⅳ-5>의 %수치는 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값이고 인지적 요구척도의 수치는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림한 수치임.

Level의 수학적 과제는 총 60%라는 것을 알 수 있다. 이는 Low Level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 낮고 High Level의 수학적 과제가 전체평균 분포율보다 높다는 사실을 보여준다.

또한, 수학적 과제의 인지적 요구 정도에서 Low Level은 1점으로 High Level은 2점으로 수치화하여 평균 점수로 나타낸 결과 값을 인지적 요구 척도라 명하고 MiC 교과서의 세 단원의 평균 수치 값은 1.41이다. 이는 수학적 과제의 유형이 평균적으로 Low Level과 High Level의 중간 수준일 경우 척도 점수는 1.5점이므로, 본 연구에서 다룬 과제들의 전체적인 수준이 중간에 가까운 Low level 수준이라 할 수 있다.

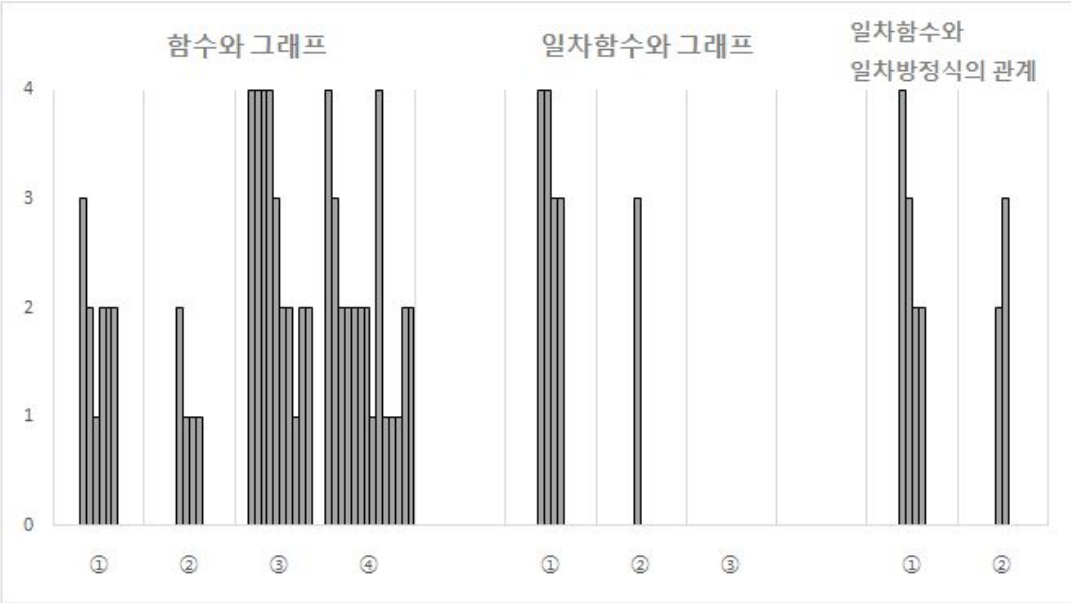
2. MiC의 수학적 과제를 우리나라 단원 순으로 재배열한 결과

MiC Level 3의 함수 영역의 수학적 과제를 우리나라 2009 개정에 따른 중학교 수학과 교육과정의 함수 영역 내용을 중심으로 재배열하여 표로 나타낸 결과는 <표 Ⅳ-4>와 같으며, 이를 토대로 그래프로 나타낸 결과는 [그림 Ⅳ-2]와 같다.

<표 Ⅳ-4> MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(2)

㈐ 함수		MiC level 3 교과서			과제 유형
		단원	Section	과제	
1 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	What's Next?	PWCT
				Hair and Nails	PNCT
			C. Differences in Growth	Leaf Area	MT
				Water Lily	PNCT
			E. Half and Half again	Medicine	PNCT
		Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	PNCT
	② 순서쌍과 좌표를 이해한다.	Graphing Equations	A. Where There's Smoke	Where's the fire?	PNCT
				Coordinates on a Screen	MT
				Fire Regions	MT
			B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters	MT
	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	Ups and Downs	A. Trendy Graph	Growth Charts	DMT
				Water for the Desert	DMT
				Sunflowers	DMT
			B. Linear Patterns	The Marathon	DMT
				What's Next?	PWCT
				Hair and Nails	PNCT
			D. Cycle	The Racetrack	PNCT
			E. Half and Half again	Fifty Percent Off	MT
				Medicine	PNCT
		Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	PNCT
	④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	Ups and Downs	B. Linear Patterns	The Marathon	DMT
				Renting a Motorcycle	PWCT
			C. Differences in Growth	Area Differences	PNCT
				Water Lily	PNCT
				Aquatic Weeds	PNCT
				Double Trouble	PNCT
			D. Cycle	Fishing	PNCT
				High Tide, Low Tide	MT
				Golden Gate Bridge	DMT
				The Air Conditioner	MT
				Blood Pressure	MT
			E. Half and Half again	Fifty Percent Off	MT
				Medicine	PNCT
		Algebra Rules	B. Graphs	Rules and Formulas	PNCT

2 일차함수와 그래프	① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	Graphing Equations	B. Directions as Pairs of Numbers	Up and Down the Slope	DMT
			C. An Equation of a Line	What's the Angle?	DMT
		Algebra Rules	B. Graphs	The Slope of a Line	PWCT
				Intercepts on the Axes	PWCT
	② 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.	Algebra Rules	B. Graphs	Intercepts on the Axes	PWCT
	③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.				
3 일차함수와 일차방정식의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	Graphing Equations	C. An Equation of a Line	Directions and Steps	DMT
			E. Intersecting Lines	Meeting on Line	PWCT
				What's the Point?	PNCT
		Algebra Rules	B. Graphs	Linear Relationships	PNCT
	② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.	Graphing Equations	E. Intersecting Lines	What's the Point?	PNCT
		Algebra Rules	D. Equations to Solve	Intersecting Graphs	PWCT
4 이차함수와 그래프	① 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.				
	② 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.				



[그림 Ⅳ-2] MiC 교과서의 함수 관련 과제들의 인지적 요구 정도(2)에 관한 그래프[7)]

위의 [그림 Ⅳ-2]를 살펴보면, 우리나라 2009 개정에 따른 중학교 수학과 교육과정의 함수 영역에서의 '1 함수와 그래프' 중영역의 ①, ③, ④의 성취기준에 각각 속하는 수학적 과제들 중 Golden Gate Bridge 과제를 제외하고는 모두 High Level에서 Low Level의 수준으로 진행되었고 ②의 성취기준에 속하는 수학적 과제들은 Low Level인 PNCT에서 MT로 진행된 것을 확인할 수 있다. '2 일차함수와 그래프' 중영역의 성취기준에 각각 속하는 수학적 과제들은 모두 High Level에서 Low Level의 수준으로 진행되었고, '3 일차함수와 일차방정식의 관계'의 ②의 성취기준을 제외하고 ①의 성취기준에 속하는 수학적 과제들은 모두 High Level에서 Low Level의 수준으로 진행된 것을 확인할 수 있다. 결국, 전반적으로 대부분 높은 요구 수준의 수학적 과제로 시작해서 점점 낮은 요구 수준의 수학적 과제로 되는 양상을 띠고 있다.

7) 본문의 [그림 Ⅳ-2]의 원문자는 2009 개정에 따른 수학과 교육과정 상의 해당 중영역의 성취기준을 뜻함.

Ⅴ. 결론 및 제언

1. 요약

본 연구는 MiC 교과서를 이용하여 내용구성이나 학습내용 등을 넓게 살펴보는 것보다 2006년에 새롭게 출판된 MiC 교과서를 대상으로, Stein 외(2009)가 제안한 바 있는 인지적 요구 정도(cognitive demand level)에 따라 구체적이고 체계적인 분석 기준과 분석틀을 이용하여 MiC 교과서에서 다루고 있는 수학적 과제들의 유형 내지 수준을 분석하고자 하였다. MiC 교과서에서 다뤄지는 내용은 크게 수, 대수, 기하와 측정, 자료 분석과 통계인데, 본 연구에서는 모든 영역의 내용을 다루기에는 너무나 양이 방대하여, 본 연구에서는 학교 안팎의 실생활 소재나 문제 상황이 보다 풍부한 함수 영역을 선정하여 이에 한정하여 다루었다. 다만, MiC 교과서는 level 1, 2, 3의 세 권으로 구분되어 있는데, 중학교 함수 내용은 Level 3에만 제시되어 있으므로 본 연구에서는 level 3만을 대상으로 한다. 이 연구를 통하여 궁극적으로 MiC 교과서의 수학적 과제가 얼마만큼 융통성 있게 풍부하게 다뤄지는가를 분석을 통하여 파악해 봄과 동시에, 이로부터 도출된 양질의 결과를 우리나라 교과서 개발 및 구현을 위한 시사점을 도출하고자 한다.

따라서 본 연구의 목적을 위하여 다음과 같은 연구 내용을 설정하였다.

가. MiC Level 3의 구성 체계를 알아본다.

나. MiC 교과서의 우리나라 중학교 함수영역에 해당하는 수학적 과제의 인지적 요구 정도를 분석한다.

다. 우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정의 성취기준 순서에 따라 MiC 교과서의 수학적 과제를 재배열해본다.

본 연구는 우리나라의 중학교 함수영역에 해당하는 MiC Level 3의 3개의 단원을 선택하여 Stein외(2009)가 제시한 과제 분석지표를 바탕으로 만든 분류 요인별로 재구성된 과제 분류 지표를 이용하여 MiC Level 3의 3개의 단원에 제시된 총 34개의 수학적 과제를 인지적 요구 정도에 따라 MT, PNCT, PWCT, DMT 4가지 과제 유형으로 분석하였다.

재배열한 분석틀을 이용하여 본 연구에 해당하는 MiC 교과서의 수학적 과제를 분석한 결과는 총 34의 수학적 과제들 중 Low Level의 MT와 PNCT에 해당하는 과제는 각각 24%, 35%로 나타났고 High Level의 PWCT와 DMT에 해당하는 과제는 각각 18%, 24%로 나타났다. 이로써 Low Level과 High level의 수학적 과제는 각각 총 59%, 41%임을 알 수 있다. 또한, 수학적 과제의 인지적 요구 정도에서 Low Level은 1점으로 High Level은 2점으로 수치화하여 평균 점수로 나타낸 결과 값을 인지적 요구 척도라 명하고 MiC 교과서의 세 단원의 평균 수치 값은 1.41점으로 나타났다.

그리고 MiC 교과서의 수학적 과제를 우리나라의 2009개정 중학교 수학교육과정에 따라 재배열하였을 때, 함수 영역에서의 '1 함수와 그래프' 중영역의 ①, ③, ④의 성취기준에 각각 속하는 수학적 과제들 중 Golden Gate Bridge 과제를 제외하고는 모두 High Level에서 Low Level의 수준으로 진행되었고 ②의 성취기준에 속하는 수학적 과제들은 Low Level인 PNCT에서 MT로 진행된 것을 확인할 수 있다. '2 일차함수와 그래프' 중영역의 성취기준에 각각 속하는 수학적 과제들은 모두 High Level에서 Low Level의 수준으로 진행되었고, '3 일차함수와 일차방정식의 관계'의 ②의 성취기준을 제외하고 ①의 성취기준에 속하는 수학적 과제들은 모두 High Level에서 Low Level의 수준으로 진행된 것을 확인할 수 있다. 결국, 전반적으로 대부분 높은 요구 수준의 수학적 과제로 시작해서 점점 낮은 요구 수준의 수학적 과제로 되는 양상을 띠고 있다.

2. 결론

MiC 교과서의 수학적 과제를 인지적 요구 정도에 따라 분석한 본 연구의 결과를 통해 다음과 같은 몇몇 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, MiC 교과서는 과제 해결을 통하여 함수와 관련된 기본 개념 학습에 중점을 두고 있다.

앞 장에서 언급한 바와 같이, 그래프의 모양이 대부분 높은 요구 수준의 수학적 과제로 시작해서 점점 낮은 요구 수준의 수학적 과제로 되는 양상을 보이고 있다. 이는 성취기준의 내용을 처음 언급할 때 높은 요구 수준의 수학적 과제를 제시함으로써 개념을 학습하는 데 있어서 학생들로 하여금 스스로 탐구하여 사고하도록 하는 것으로 볼 수 있겠다. 이는 MiC의 수학적 과제의 상당수의 문제 상황은 실생활과 관련되어 있어서 학생들이 직접 실생활에서 얻은 정보를 이용하여 해결해야 하는 비교적 높은 수준의 인지적 노력을 요구하는 측면에서도 알 수 있다. 또한, 우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정 문서상의 함수 영역의 '1 함수와 그래프', '2 일차함수와 그래프', '3 일차함수와 일차방정식의 관계' 중영역 각각에 해당하는 성취기준들을 중심으로 볼 때, MiC 교과서의 경우, 우리나라의 2와 3 중영역에 해당하는 성취기준들보다 '1 함수와 그래프' 중영역의 성취기준들에 해당하는 과제 수가 더 많다. 이는 처음 함수를 다루는 상황에서 보다 풍부한 과제(물음) 해결을 통하여 함수의 개념을 익히도록 하는데 중점을 두고자 함으로 보인다.

또, '2 일차함수와 그래프' 중영역의 '③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.' 성취기준에 해당하는 과제가 하나도 없는 것에 비해, '1 함수와 그래프' 중영역에 속하는 '③ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.' 성취기준에 해당하는 MiC 교과서 과제들은 총 14개가 있는 것으로 미루어 짐작컨대, 처음 함수의 개념을 다루는 상황에서 실생활과 연계하여 문제 상황을 도입하여 함수 개념에 대한 이해를 유도하고 있는 것으로 보인다.

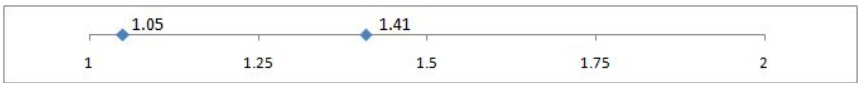
둘째, MiC 교과서는 대체적으로 다양한 유형의 과제들이 적절히 구성된 교수·학습 자료의 형태를 띠고 있다.

홍창준과 김구연(2012)의 '중학교 함수 단원의 수학과제 분석' 연구 결과에 따르면 우리나라 중학교 수학 교과서(5종)의Low Level인 MT와 PNCT에 해당하는 수학적 과제(총 397개)가 각각 3%, 92%이고 High Level인 PWCT와 DMT에 해당하는 수학적 과제는 각각 4%, 1% 이었다. 여기서 보면, PNCT에 90% 이상 편중된 수학적 과제들을 다루고 있는 것을 알 수 있다. 반면에, 본 연구에서의 MiC 3 level 교과서의 세 단원에 속해 있는 수학적 과제의 인지적 요구 정도는 평균적으로 Low Level인 MT와 PNCT가 각각 24%, 35%이고, High Level인 PWCT와 DMT가 각각 18%, 24%이다.

이처럼, 제시된 과제들의 수준이 Low Level 쪽에만 치우친다면 공식이나 법칙을 외워 해결하는 과제나 단기수행의 과제들의 비중이 높아져서 학생들의 편협적인 사고를 유발하게 되고 실생활 관련 과제의 부족으로 학생들이 수학은 생활에서 먼 학문으로 여겨져서 흥미를 잃기 쉬워질 경향이 있다. 하지만, MiC 교과서와 같이, High Level의 PWCT 또는 DMT에 해당하는 수학적 과제들을 좀 더 다룸으로써 교과서를 적절한 인지적 요구 정도를 올리는 동시에 여러 과제 유형이 균등하게 분포되는 효과를 볼 수 있다. 물론, 이때 High Level쪽에만 치우치는 것도 좋은 양상을 띠는 것으로 단정 지을 수는 없다. 왜냐하면 수학적 과제마다 높은 인지적 요구 정도 때문에 과제를 해결하는데 시간이 오래 걸리는 제약으로 인해 교사가 수업 또는 과제 상황에 적절한 교수·학습 방법을 구현하기 쉽지 않을 것이며, 학생들 또한 수학 지식의 인지적 측면에서 그리고 수학적 태도의 정의적 측면에서 긍정적인 결과를 가져오지 못할 수도 있기 때문이다.

셋째, MiC 교과서는 우리나라 교과서에 비해 상대적으로 설명보다는 학생 스스로 알아낼 수 있게끔 인지적 요구 정도가 조금 더 높은 수학적 과제들을 제시하고 있다.

본 연구와 홍창준과 김구연(2012)의 연구 결과들을 <표 Ⅳ-3>에 제시된 인지적 요구 척도와 같은 방식으로 구해 보면, MiC 교과서의 인지적 요구 척도는 1.41이고 우리나라 5종 교과서의 평균 역시 1.05로 MiC 교과서와 같은 Low Level에 해당하는 수치이다. 본 연구에서 다루고 있는 과제의 인지적 노력 정도에 대한 이상적인 척도는 한쪽에 치우치기 보다는 중간 수치인 1.5를 유지하는 것이라고 판단된다. 그 이유는 위와 같은 극단적인 결과가 나오지 않게 하기 위해서는 수학적 과제가 Low Level과 High Level에 고르게 분포되어야 하는데 고르게 분포될수록 척도수치가 1.5에 가깝게 나타나기 때문이다. 위의 두 번째 결론에서도 이미 언급한 바와 같이, 척도 수치가 1.41이 나온 MiC 교과서는 수학적 과제가 High Level과 Low Level에 대체로 고르게 분포하였다고 말할 수 있다. <그림 Ⅴ-1 참조>



[그림 Ⅴ-1] MiC와 우리나라 중학교 교과서의 함수 영역의 수학적 과제의 인지적 요구 척도 비교

또한, 다른 한편으로 우리나라와의 0.36의 수치 차이는 본 연구의 결과를 통해 MiC 교과서가 정의나 개념을 직접적으로 자세히 설명하기보다는 학생들 스스로 알아낼 수 있게끔 인지적 요구 정도가 조금 더 높은 수학적 과제를 제시하는 것으로 해석해 봄직하다. 이러한 해석은 앞서 제시한 [그림 Ⅱ-2]에서도 알 수 있는 바와 같이, MiC의 수학적 과제의 상당수의 문제 상황은 실생활과 관련되어 있어서 학생들이 직접 실생활에서 얻은 정보를 이용하여 해결해야 하는 비교적 높은 수준의 인지적 노력을 요구하는 측면에서도 가능하다.

넷째, MiC 교과서는 프로이덴탈의 수학관을 따르기 위해 노력한 교과서이다. MiC 교과서의 수학적 과제들은 대부분 실생활의 상황을 제시하였는데 이는 프로이덴탈의 수학화를 따른다고 볼 수 있다. 그리고 앞서 말한 바와 같이 MiC 교과서는 개념 도입에서 인지적 요구 정도가 높은 수학적 과제가 주로 제시되었는데 이는 수학적 개념을 발명할 때의 수학자의 마음을 스스로 추측해 볼 수 있는 프로이덴

탈의 ‘안내된 재발명’원리를 실현하는데 MiC 교과서가 도움을 주고 있다고 하겠다. 마지막으로는 제시된 수학적 과제들 중에 이유에 대해 되묻거나 설명을 요구하는 경우가 많은데 이는 프로이덴탈의 ‘반성적 사고’ 원리를 실현하는데 도움을 주고 있는 부분이라 하겠다. 결국, MiC 교과서에서는 이유에 대해 되묻거나 설명을 요구하여 학생들이 ‘왜?’라고 묻기 시작하고 의미를 이해하기 위해서 질문을 하거나 타인의 말을 자신의 사고 속에 비추는 시발점을 제공한다.

결과적으로, 원활한 수업 활동과 학생들의 수학 지식의 인지적 측면에서 그리고 수학적 태도의 정의적 측면에서 긍정적인 결과를 얻기 위해서는 여러 가지 과제 유형이 균등하게 분포한 적절한 수준의 교과서가 필요하다고 하겠다. 인지적 요구 정도가 높은 과제들을 중심으로 다룬다고 하여 학생들의 수학적 문제해결 능력이나 학업 성취 정도가 향상된다고 할 수 없으며, 오히려 다양한 유형의 과제들이 적절히 구성된 교수 학습 자료가 필요하다. MiC 교과서의 경우, 특정 Level에 많이 치우치지 않았지만 대부분의 High Level 수준의 수학적 과제가 처음 개념 도입하는 부분에 분포하고 있어서 개념을 습득한 이후의 수학적 과제는 Low Level의 수준이고 과제의 난이도도 우리나라의 같은 수준의 수학적 과제보다 비교적 낮은 편이었다. 수학적 과제의 난이도가 너무 낮으면 학생들의 능력과 수준을 향상시키기 어렵고 아이들에게 수학이라는 학문이 지루하고 따분하게 여겨져 흥미를 잃게 만들 수도 있을 것이다. 따라서 이를 개선하기 위해서는 개념을 활용하여 해결해야 하는 수학적 과제의 수준은 조금 더 높여도 별 무리가 없을 것으로 예상된다.

3. 제언

끝으로, 본 연구의 결론을 바탕으로 몇몇 제언을 하면 다음과 같다.

첫째, 본 연구는 MiC 교과서의 여러 영역 중에 중학교 함수 영역을 선정하여 수학적 과제를 분석하였다. 함수 영역만을 분석하여 MiC 교과서의 전체적인 부분으

로 확대 해석하는 데에는 무리가 따른다고 하겠다. 따라서 MiC 교과서의 다른 영역에서도 인지적 요구 정도에 따른 수학적 과제의 분석 연구가 필요하다. 또한, 본 연구 결과 및 결론을 기초로 하여 우리나라의 2009 개정에 따른 수학 교과서와의 정밀한 비교 분석을 통해, 상황에 기반을 두어 물음을 통한 수학적 과제(주제) 중심의 MiC 교과서 체제 및 전개 방식과 위계적 내용 중심의 우리나라 교과서의 것과의 특징 및 장단점을 파악하여 이러한 점들이 향후 우리나라 교과서에 직접적으로 영향을 미쳐 보다 질 좋은 교과서의 구현이 가능하도록 할 필요가 있겠다.

둘째, MiC 교과서의 여러 유형의 수학적 과제를 이용하여 어떻게 지도되고 있는지의 실제 모습을 보는 것은 쉽지 않다. NCTM(2000)은 효과적인 지도를 위하여 교사는 과제의 어떤 면을 강조할 것인지, 학생들의 활동을 어떻게 조직하고 조정할 것인지, 여러 수준의 전문 지식을 가진 학생들이 도전하도록 하기 위하여 어떠한 질문을 할 것인지 등을 결정해야 한다고 하였다. 이처럼, MiC 교과서를 대상으로 하든, MiC 교과서의 체제나 전개 방식을 반영한 교수·학습 자료를 대상으로 하든, 과제 중심의 교수·학습 자료를 효율적으로 지도하기 위한 방법에 관한 관심과 이에 대한 구체적인 방법을 연구, 모색할 필요가 있다.

셋째, 학생들의 수학에 대한 흥미와 수학 해결 능력의 증대를 위해서도 교과서뿐만 아니라 교사의 역할 또한 중요하다. 교과서 안에서 교사가 상황에 맞게 낮은 수준의 수학적 과제와 높은 수준의 수학적 과제를 잘 제시해 주고 적절한 질문을 함으로써 학생들이 높은 수준의 과제에 대한 고민에 대해 어려움을 경감시켜주고 이로 인해 호기심을 자극할 수 있다. 또한, 낮은 수준의 과제를 통해 정해진 절차를 이용하여 직접 과제를 해결하여 수학에 대한 자신감을 심어줄 수도 있다. 따라서 이러한 교사의 역할로 학생들의 수학에 대한 흥미와 수학적 문제해결 능력이나 학업 성취 능력의 증대를 더욱 기대할 수 있다. 즉, 그만큼 교사는 교과서에 대한 신뢰와 연구가 많이 필요하다. 교과서 연구에 대한 관심이 학생들에게도 좋은 영향을 끼친다는 것을 인지하기를 바라는 바이다.

참고문헌

강정은, “중학교 수학교과서 통계단원 국제비교 -한국, 미국, 싱가포르를 중심으로-.” 한국교원대학교, 대학원, 2007.

김남희 외. 『수학교육과정과 교재연구』. 서울: 경문사, 2006

김송희, “MiC 교과서와 우리나라 교과서의 비교연구.” 숙명여자대학교, 교육대학원, 2009.

김정자, “미국의 MiC 교과서와 우리나라 수학교과서의 비교 연구 -중학교 통계단원을 중심으로-.” 한양대학교, 교육대학원, 2008.

이미연, 오영열, “수학적 과제가 의사소통에 미치는 영향.” 대한수학교육학회지 수학교육연구 제17권, 제4호(2007. 11), pp.395-418.

정영옥, “Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구.” 서울대학교 대학원 박사, 1997.

최현주, “흥미 유발을 위한 실생활 수학에 관한 연구 -중학교 수학 과정 중심으로-.” 울산대학교, 교육대학원, 2011.

한형주, “미국의 Mathematics in Context 교과서와 한국 수학교과서 비교연구 -통계영역을 중심으로-.” 한국교원대학교, 대학원, 2005.

홍창준, 김구연, “중학교 함수 단원의 수학과제 분석.” 대한수학교육학회지 <학교수학> 제 14 권 제 2 호(2012. 6), pp.213-232.

황혜정 외. 『수학교육학신론』. 서울: 문음사, 2012.

C, Laborde, "Toward theoretical foundations of mathematics education." *ZDM -SPRINGER-*, Vol. 39 No. 1-2(2007), pp. 137-144

Hans Freudenthal. 『프로이덴탈의 수학교육론』. 서울: 경문사, 2008.

In Wiscosin Center for Education Reasearch & Freudenthal Institute, *Mathematics in Context Level 1*. Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation, 2006.

_____, *Mathematics in Context Level 2*. Chicago: Encyclopaedia Britannica

Educational Corporation, 2006.

_____, *Mathematics in Context Level 3*. Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation, 2006.

J, De Lange & H. B, Verhage. "Math A and achievement testing." *Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 243-248.

M. K, Stein & M. S, Smith, et al. *Implementing standards-based mathematics instruction*: A casebook for professional development. 2nd ed. New York: Teachers College Press, 2009.

M. K, Stein & M. S, Smith, et al. "Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice." *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(1998), pp. 268-275.

NCTM,『학교수학을 위한 원리와 규준』. 서울: 경문사, 2007

W. F, Burger & B, Culpepper. *Research Ideas for the Classroom*: High School Mathematics. Restructuring Geometry. In P. S, Wilson, ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1993.

부 록

<부록 1>

[Ups and Downs]

MiC 교과서		우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정		본 연구 대상
Section	과제 (문항 수)			
A. Trendy Graphs	wooden graphs(7)	(라) 확률과 통계 1 도수분포와 그래프	① 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있다. ③ 상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.	
	Totem Pole(1)			
	Growing Up(4)			
	Growth Charts(6)	(다) 함수 1 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	○
	Water for the Desert(1)			
	Sunflowers(4)			
B. Linear Patterns	The Marathon(4)	(다) 함수 1 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	What's Next?(4)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	
	Hair and Nails(10)			
	Renting a Motorcycle(6)		④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
C. Differences in Growth	Leaf Area(2)	(다) 함수 1 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.	○
	Area Differences(6)		④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Water Lily(5)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Aquatic Weeds(5)		④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Double Trouble(6)			
D. Cycle	Fishing(3)	(다) 함수 1 함수와 그래프	④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	High Tide, Low Tide(1)			
	Golden Gate Bridge(3)			
	The Air Conditioner(2)			
	Blood Pressure(3)			

	The Racetrack(3)		③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.	
E. Half and Half again	Fifty Percent Off(4)	(다) 함수 1 함수와 그래프	③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	○
	Medicine(8)		① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	

[Graphing Equations]

MiC 단원		우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정		본 연구 대상
Section	과제 (문항 수)			
A. Where There's Smoke	Where's the fire?(4)	(다) 함수 1 함수와 그래프	② 순서쌍과 좌표를 이해한다.	○
	Coordinates on a Screen(10)			
	Fire Regions(5)			
B. Directions as Pairs of Numbers	Directing Firefighters(14)	(다) 함수 1 함수와 그래프	② 순서쌍과 좌표를 이해한다.	○
	Up and Down the Slope(6)	(다) 함수 2 일차함수와 그래프	① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	
C. An Equation of a Line	Directions and Steps(12)	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	○
	What's the Angle?(7)	(다) 함수 2 일차함수와 그래프	① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	
D. Solving Equations	Jumping to Conclusions(12)	(나) 문자와 식 2 일차방정식	① 다양한 상황을 이용하여 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다. ③ 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.	
	Opposites Attract(5)			
	Number Lines(4)	(나) 문자와 식 2 일차방정식	② 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.	
E. Intersecting Lines	Meeting on Line(1)	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	○
	What's the Point?(10)		① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다. ② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.	

[Patterns and Figures]

MiC 단원		우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정		본 연구 대상
Section	과제 (문항 수)			
A. Patterns	Number Strips	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
	V- and W-Formations			
B. Sequences	Constant Increase/Decrease	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
	Adding and Subtracting Strips			
	Pyramids			
	Prisms			
C. Square Numbers	Looking at Squares	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
	Area Drawings			
	Shifted Strips			
D. Triangles and Triangular Numbers	Tessellations and Tiles	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
	Triangular Patterns			
	Triangular Numbers			
	Rectangular Numbers			
	A wall of Cans			
	The Ping-pong Competition			

[Algebra Rules]

MiC 단원		우리나라 2009 개정에 따른 수학과 교육과정		본 연구 대상
Section	과제 (문항 수)			
A. Operating with Sequences	Number Strips and Expressions(2)	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
	Arithmetic Sequence(1)			
	Adding and Subtracting Expressions(9)	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
		(나) 문자와 식 1 문자의 사용과 식의 계산	③ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	

	Expressions and the Number Line(7)	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
		(나) 문자와 식 1 문자의 사용과 식의 계산	③ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	
	Multiplying an Expression by a Number(5)	[고등과정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	① 수열의 뜻을 안다. ② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
		(나) 문자와 식 1 문자의 사용과 식의 계산	③ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	
B. Graphs	Rules and Formulas(9)	(다) 함수 1 함수와 그래프	① 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다. ③ 함수를 그래프로 나타낼 수 있다. ④ 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	
	Linear Relationships(3)	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계	① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.	○
	The Slope of a Line(5)	(다) 함수 2 일차함수와 그래프	① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.	
	Intercepts on the Axes(5)		① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다. ② 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.	
C. Operations with Graphs	Numbers of Students(3)	(라) 확률과 통계 1 도수분포와 그래프	① 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있다. ③ 상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.	
	Adding Graphs(9)			
	Operating with Graphs and Expressions(4)			
D. Equations to Solve	Finding The Unknown(2)	(나) 문자와 식 2 일차방정식	② 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.	
	Two Arithmetic	[고등과	① 수열의 뜻을 안다.	

	Sequences(6)	정] (다) 수열 1 등차수열과 등비수열	② 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.	
		(나) 문자와 식 1 문자의 사용과 식의 계산	③ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	
	Solving Equations(4)	(나) 문자와 식 2 일차방정식	② 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.	
	Intersecting Graphs(4)	(다) 함수 3 일차함수와 일차방정식의 관계	② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.	○
E. Operating with Lengths and Areas	Crown Town	(나) 문자와 식 1 문자의 사용과 식의 계산	① 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다. ② 식의 값을 구할 수 있다.	
	Perimeters			
	Cross Figures	(나) 문자와 식 2 일차방정식	① 다양한 상황을 이용하여 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다. ② 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.	
	Formulas for Perimeter and Areas			
	Equivalent Expressions			
	The Distribution Rule			
	Remarkable or Not?	(나) 문자와 식 2 일차방정식	② 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.	
		(나) 문자와 식 3 식의 계산	③ 다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 곱셈 공식을 유도할 수 있다.	

<부록 2>

[Ups and Downs]

<table>
<tr><th>Section</th><th>과제</th><th>문항번호</th><th>문항특징</th></tr>
<tr><td rowspan="6">A. Trendy Graphs</td><td rowspan="6">Growth Charts</td><td>14번
(6쪽)</td><td>1) 신생아에서 3살까지의 주어진 몸무게 표를 보고 정상적인 몸무게 변화인지를 묻는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 관련 지식을 통하여 답을 유추해본다.
3) 주어진 표를 이해하고 해석하는 능력이 필요하다.</td></tr>
<tr><td>15번
(7쪽)</td><td>1) 신생아에서 3살까지의 성장에 대해 주어진 그래프를 보고 정상적인 아이의 성장의 변화에 대해 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 그래프를 해석해야한다.
3) 주어진 그래프를 해석하기 위해서는 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>16번
(7쪽)</td><td>1) 여자 아이의 성장변화는 주어진 남자아이의 성장변화와 다를 것인지를 묻는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 관련된 지식이나 경험에 의해 답이 명백히 드러난다.
3) 해결을 위해 수학적 이해보다는 관련된 지식이나 경험이 필요하다.</td></tr>
<tr><td>17번
(7쪽)</td><td>1) 주어진 표를 그래프로 그리고 15번과 같이 그래프로부터 얻은 내용을 설명하는 문항이다.
2) 15번의 해결방법을 사용한다.
3) 주어진 그래프를 해석하기 위해서는 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>18번
(7쪽)</td><td>1) 주어진 표를 보고 두 아이 중에 어떤 아이가 더 걱정스러운 상태인지를 판별하고 이유를 설명하는 문항이다.
2) 표에서 두 아이의 몸무게를 앞서 주어진 그래프의 정상범위에 속하는지 대입해보고 비교해 본다.
3) 비교하기 위해서는 그래프의 이해와 관련된 지식이 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><th></th><th>MT</th><th>PNCT</th><th>PWCT</th><th>DMT</th></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>17-1)</td><td></td><td>15-1),18-1)</td><td>14-1),16-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>16-2),17-2)</td><td></td><td></td><td>14-2),15-2)
18-2)</td></tr>
<tr><td>해결</td><td>17-2) 3)</td><td>16-2) 3)</td><td></td><td>14-2) 3)</td></tr>
</table>
</td><td>DMT</td></tr>
</table>

노력 정도				15-2) 3) 18-2) 3)
수학적 이해		16-3)		14-3),15-3) 17-3),18-3)
	4	2	2	12

Water for the Desert

19번 (8쪽)

1) 얼음이 녹는 것에 대한 세 가지 의견을 주어진 그래프를 이용하여 설명하는 문항이다.
2) 15번의 해결방법을 사용한다.
3) 주어진 그래프를 해석하기 위해서는 세 그래프들에 대한 차이점과 이해가 필요하다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	DMT
과제 형태				19-1)	
해결 절차	19-2)				
해결 노력 정도		19-2) 3)			
수학적 이해				19-2) 3)	
	1	1	0	2	

Sunflowers

20번 (8쪽)

1) 주어진 해바라기 프로젝트와 그에 해당하는 그래프를 찾고 없는 그래프는 해당 프로젝트에 맞게 그려보는 문항이다.
2) 그래프를 해석한 것에 맞는 프로젝트를 찾고 프로젝트 내용을 보고 그래프로 옮겨야한다.
3) 그래프의 이해와 주어진 상황을 그래프로 옮길 수 있어야 한다.

21번 (9쪽)

1) Roxanne의 그래프를 왜 선형성장이라는 용어로 정의하는지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 답을 추측해 본다.
3) 답을 추측하기 위해서는 그래프의 이해가 필요하다.

22번 (9쪽)

1) 주어진 상황을 보고 표로 완성하고 선형성장임을 파악하기 위해 표를 그래프로 그리는 문항이다.
2) 주어진 규칙으로 표에 함숫값을 표시하고 함숫값을 그래프에 옮긴다.
3) 문항해결을 위해 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있

<table>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td></td><td>다.</td></tr>
<tr><td>23번
(9쪽)</td><td>1) 주어진 표를 보고 해바라기의 성장에 대해 설명하는 문항이다.
2) 22번의 해결방법을 이용하고 그래프를 해석한다.
3) 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td></td><td>20-1),22-1)
23-1)</td><td>21-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>21-2),22-2)
23-2)</td><td></td><td></td><td>20-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>21-2) 3)
22-2) 3)
23-2) 3)</td><td></td><td>20-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td>22-3)</td><td></td><td>20-3),21-3)
23-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td></tr>
</table>
</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td rowspan="5">B. Linear Patterns</td><td rowspan="5">The Marathon</td><td>2번
(14쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 표를 만들고 함숫값을 그래프에 표시하는 문항이다.
2) 함숫값계산을 위한 단순한 계산만 필요하다.
3) 수학적 개념의 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>3번
(14쪽)</td><td>1) 2번의 그래프가 현실적이지 않는 이유를 설명하는 문항이다.
2) 절차가 존재하지 않지만 여러 가지의 사고가 필요하다.
3) 과제해결을 제한하는 과제 제약의 조사가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>4번
(15쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 2번의 그래프를 다시 그리는 문항이다.
2) 절차가 존재하지 않는다.
3) 주어진 상황을 그래프로 옮기기 위해선 함수에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>5번
(15쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 마라토너가 흘린 땀의 양을 구하는 문항이다.
2) 함숫값의 규칙을 찾고 문항에서 원하는 함숫값을 계산한다.
3) 함숫값을 구하기 위해서 계산과 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td></td><td>2-1),4-1)
5-1)</td><td>3-1)</td></tr>
</table>
</td><td>DMT</td></tr>
</table>

해결 절차	2-2),4-2)	5-2)		3-2)
해결 노력 정도	2-2) 3)	4-2) 3) 5-2) 3)		3-2) 3)
수학적 이해	2-3)	5-3)		3-3),4-3)
	4	4	3	5

What's Next	7번 (15쪽)	1) 주어진 표를 이용하여 그래프를 그리는 문항이다. 2) 이전에 사용했던 표에 제시된 함숫값들을 그래프에 점으로 표시한다. 3) 문항의 해결과정은 수학적 개념과는 관련이 없다.
	8번 (16쪽)	1) 나무의 나이테의 직경이 44로 정해졌을 때 그 나무의 나이를 측정해보는 문항이다. 2) 표를 이용하여 함숫값이 44가 될 때 까지 표를 작성해본다. 3) 절차를 이용하기 위해서 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
	9번 (16쪽)	1) 주어진 표의 함숫값의 규칙을 식으로 표현하는 문항이다. 2) 주어진 표에서 현재 해의 나이테 반경과 다음 해의 나이테 반경 사이의 규칙을 문자와 수식으로 표현한다. 3) 식으로 표현하는 것은 처음 제시되는 내용이므로 절차를 사용하기 위해서는 함숫값의 규칙성에 대한 이해가 필요하다.
	10번 (16쪽)	1) 주어진 그림을 보고 그래프의 모양을 예측하고 그 이유를 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 관련된 지식을 이용한 복잡한 사고가 필요하다. 3) 함수의 규칙성에 대한 전반적인 이해가 필요하다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	PWCT
과제 형태		9-1)	7-1),8-1) 10-1)		
해결 절차	7-2)	8-2)	9-2)	10-2)	
해결 노력 정도	7-2) 3)	8-2) 3)	9-2) 3)	10-2) 3)	
수학적 이해	7-3)	8-3)	9-3)	10-3)	
	3	4	6	3	

H	11번	1) 주어진 표를 보고 폴이 머리를 자른 지 얼마나 지났는지를

		(17쪽)	묻는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 풀이가 단순하다. 3) 수학적인 이해보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		12번 (17쪽)	1) 5개월 이후 폴의 머리길이를 예상하고 함숫값을 계산하기 쉬운 이유를 묻는 문항이다. 2) 표를 보고 함숫값의 규칙성을 찾고 계산한다. 3) 수학적 이해보다는 계산에 초점을 맞추고 있다.
		13번 (17쪽)	1) 표를 완성하고 그래프로 옮긴 후 그래프를 설명하는 문항이다. 2) 함숫값의 규칙을 찾고 이를 그래프로 옮긴 후 그래프 모양에 대해 해석한다. 3) 주어진 그래프를 해석하기 위해서는 그래프에 대한 이해가 필요하다.
	a I r a n d N a i l s	14번 (17쪽)	1) 폴이 머리를 10cm를 기르려면 얼마나 걸릴지를 예상하는 문항이다. 2) 8번의 해결방법을 이용한다. 3) 절차를 이용하기 위해서 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
		15번 (17쪽)	1) 주어진 표의 함숫값의 규칙을 식으로 표현하는 문항이다. 2) 9번의 해결방법을 이용한다. 3) 절차를 사용하기 위해서는 함숫값의 규칙성에 대한 이해가 필요하다.
		16번 (17쪽)	1) 주어진 폴의 함수식을 보고 각 문자와 숫자가 의미하는 바를 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 관련된 지식을 이용한 여러 가지 사고가 필요하다. 3) 함수식에 대한 전반적인 이해가 필요하다.
		17번 (18쪽)	1) 주어진 상황을 보고 함수식을 만드는 문항이다. 2) 16번의 문항을 이용하여 절차 없이 함수식을 바로 구한다. 3) 수학적 이해보다는 습득된 사실을 이용한다.
		18번 (18쪽)	1) 주어진 표를 보고 함숫값의 규칙을 찾는 문항이다. 2) 표에 주어진 함숫값을 이용하여 규칙을 찾고 매달 자라는 손톱의 길이를 계산한다. 3) 절차를 이용하기 위해서 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
		19번 (18쪽)	1) 주어진 표를 이용하여 그래프의 모양을 예상하는 문항이다. 2) 관련된 지식과 경험을 바탕으로 완성된 표의 함숫값의 규칙을 이용하여 그래프 모양을 예상해 본다. 3) 문항의 해결과정은 수학적 개념과는 관련이 없다.
		20번	1) 주어진 표를 이용하여 함수식을 구하는 문항이다.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>(18쪽)</td><td>2) 문항에 함수식에 사용할 문자들이 제시되어 있고 이 문자들을 이용하여 17번의 해결방법을 이용한다.
3) 수학적 이해보다는 습득된 사실을 이용한다.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">
<table>
<tr><th colspan="5">분석틀</th><th>과제 유형</th></tr>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td><td rowspan="5">PNCT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>14-1)</td><td>12-1),15-1)</td><td>11-1),17-1)
18-1),20-1)</td><td>13-1),16-1)
19-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>11-2),12-2)
13-2),17-2)
20-2)</td><td>14-2),15-2)
18-2)</td><td></td><td>16-2)19-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>12-2) 3)
17-2) 3)
20-2) 3)</td><td>11-2) 3)
13-2) 3)
14-2) 3)
15-2) 3)
18-2) 3)</td><td></td><td>16-2) 3)
19-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>17-3),20-3)</td><td>11-3),12-3)
14-3),18-3)</td><td>15-3)</td><td>13-3),16-3)
19-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>11</td><td>14</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="4">Renting a Motorcycle</td><td>21번
(19쪽)</td><td>1) 다른 업체에 비해 매출이 떨어지는 이유에 대해 설명하는 문항이다.
2) 주어진 상황을 직선의 방정식에 대입하여 해결하거나 표를 이용하여 그래프로 해결한다.
3) 절차를 이용하기위해 직선의 방정식과 그래프의 해석에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>22번
(19쪽)</td><td>1) 경쟁업체보다 항상 대여비용이 저렴한지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 경쟁업체보다 그래프상의 직선이 더 위쪽에 분포하는 경우가 있는지를 알아봐야한다.
3) 주어진 상황을 그래프로 표현하고 그래프의 해석에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>23번
(19쪽)</td><td>1) 주어진 함수식을 설명하고 경쟁업체의 함수식을 구하는 문항이다.
2) 이전에 배운 함수식에 대한 설명을 이용하고 표를 이용하여 함수식을 구한다.
3) 함수식을 구하는 절차가 함수에 대한 개념보다는 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>24번
(19쪽)</td><td>1) 업체의 가격변동은 이득인지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 21번에서 사용한 방법에 새로운 직선의 방정식이나 그래프를 이용하여 주어진 상황에서 경쟁업체와 비교해야한다.
3) 절차를 이용하기위해 직선의 방정식과 그래프의 해석에 대</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5">C. Differences in Growth</td><td rowspan="5">Leaf Area</td><td></td><td>한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>25번
(19쪽)</td><td>1) 가격 변경된 경쟁업체의 함수식을 구하고 그래프를 그리는 문항이다.
2) 표를 이용하여 함수식을 구하지만 주어진 상황에서 음수 결과 값에 대한 대처방안이 필요하다.
3) 함수식을 구하는 절차가 함수에 대한 개념보다는 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>26번
(19쪽)</td><td>1) 가격이 변경된 후에 주어진 상황에서는 어느 업체를 이용하는 것이 더 좋은지에 대해 묻는 문항이다.
2) 21번의 해결방법을 이용한다.
3) 절차를 이용하기위해 직선의 방정식과 그래프의 해석에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>25-1),26-1)</td><td></td><td>21-1),22-1)
24-1),23-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td>23-2),24-2)
25-2),26-2)</td><td>21-2)
22-2)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>23-2) 3)
24-2) 3)
26-2) 3)
25-2) 3)</td><td>21-2) 3)
22-2) 3)</td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td>23-3),25-3)</td><td>21-3),22-3)
24-3),26-3)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>10</td><td>12</td><td>0</td></tr>
</table>
</td><td>PWCT</td></tr>
<tr><td rowspan="4">C. Differences in Growth</td><td rowspan="4">Leaf Area</td><td>2번
(23쪽)</td><td>1) 주어진 나뭇잎의 가로 세로 길이를 구하는 문항이다.
2) 자를 이용하여 길이를 측정한다.
3) 수학적 이해가 필요 없다.</td></tr>
<tr><td>3번
(24쪽)</td><td>1) 주어진 좌우대칭인 나뭇잎의 넓이에 대한 함수식을 구하고 좌우비대칭인 나뭇잎을 그리고 그 나뭇잎의 넓이는 기존의 함수식을 그대로 사용할 수 있는지에 대해 설명하는 문항이다.
2) Section B의17번의 해결방법을 이용하여 함수식을 구하고 주어진 연모양의 도형이 좌우비대칭의 잎을 커버할 수 있는지 비교한다.
3) 절차를 사용하기 위해 복잡한 그림을 간단한 도형으로 대체할 수 있어야한다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제</td><td>2-1)</td><td></td><td>3-1)</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>MT</td></tr>
</table>

형태					
해결 절차	2-2)	3-2)			
해결 노력 정도	2-2) 3)		3-2) 3)		
수학적 이해	2-3)		3-3)		
	4	1	3		

Area Differences	4번 (24쪽)	1) 주어진 함수식으로 표를 완성하고 왜 비선형인지를 설명하는 문항이다. 2) 표를 그래프로 옮긴 후 그래프의 모양을 파악한다. 3) 비선형임을 설명하기 위해서는 선형인 그래프에 대한 이해가 필요하다.
	5번 (25쪽)	1) 주어진 표의 함숫값의 첫 번째 차이값을 그래프로 옮긴 후 설명하는 문항이다. 2) 함숫값의 첫 번째 차이값을 구한 후 차이값들을 그래프로 옮기고 그래프를 설명한다. 3) 그래프를 설명하기 위해서는 선형인 그래프에 대한 이해가 필요하다.
	6번 (25쪽)	1) 주어진 표의 두 번째 차이값을 구한 후 표를 완성하고 함수식을 이용했을 때와 비교하는 문항이다. 2) 문항에 절차가 제시되어 있고 두 번째 차이값을 구하여 표의 규칙성을 파악한 후 표를 완성시킨다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
	7번 (26쪽)	1) 주어진 함수식을 보고 나뭇잎의 높이가 두 배가 될 때 넓이의 변화에 대해 묻는 문항이다. 2) 구체적인 예를 들어 답을 하라고 문항에 제시되어 있다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
	8번 (26쪽)	1) 나뭇잎의 넓이가 주어졌을 때 나뭇잎의 세로길이를 구하고 답에 대해 설명하는 문항이다. 2) 함수식에 넓이를 대입하여 세로길이를 구한다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
	9번 (26쪽)	1) 함수식을 사용하여 표를 완성하고 그래프의 곡선이 왜 위쪽으로 증가하는지에 대해 설명하고 함숫값을 구하는 게 그래프와 함수식 사용하는 것 중에 어떤 방법이 더 좋은지에 대해 설명하는 문항이다.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>2) 표를 그래프로 옮긴 후 7번의 내용을 이용하여 그래프를 설명하고 특별한 수치의 높이를 이용하여 더 좋은 방법을 고른다.
3) 절차를 사용하기 위해서는 함수식과 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2"><table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td>7-1),8-1)</td><td>4-1),5-1)
6-1),9-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td>5-2),6-2)
7-2),8-2)</td><td>9-2)</td><td>4-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>4-2) 3)
5-2) 3)
6-2) 3)
7-2) 3)
8-2) 3)</td><td>9-2) 3)</td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td>6-3),7-3)
8-3)</td><td>5-3),9-3)</td><td>4-3)</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>14</td><td>8</td><td>2</td></tr>
</table></td><td>PNCT</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="4">Water Lily</td><td>10번
(27쪽)</td><td>1) 교실바닥을 다 덮으려면 다 자란 수련잎이 몇 개가 필요한지를 묻는 문항이다.
2) 교실의 크기를 측정하고 수련잎의 크기를 비교하여 필요한 개수를 예측한다.
3) 사각형 안을 안 겹치게 원으로 채우는 방법을 알아야한다.</td></tr>
<tr><td></td><td>11번
(27쪽)</td><td>1) 주어진 그림을 이용하여 수련잎의 반지름이 선형으로 커지는지 아닌지를 설명하는 문항이다.
2) 주어진 그림에서 원주변의 정사각형의 한 변의 길이를 구하여 길이가 선형의 특징으로 커지는지 확인한다.
3) 선형의 특징을 파악하기 위해서 함숫값의 규칙성에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>12번
(27쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 표로 만들고 수련잎의 성장에 대해 설명하는 문항이다.
2) 6번의 해결방법을 이용하고 결과를 토대로 수련잎의 성장에 대해 설명한다.
3) 수련잎의 성장에 대해 설명하기 위하여 함숫값의 규칙성과 표에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>13번
(28쪽)</td><td>1) 주어진 그림을 이용하여 원의 넓이를 구하는 과정에 대해 설명하고 원의 넓이 구하는 식에 대해 설명하는 문항이다.
2) 주어진 그림의 원에서 넓이를 구할 수 있는 도형으로 변형시키는 과정을 설명하고 이를 토대로 원의 넓이의 식을 구한</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9"></td><td rowspan="9">Aquatic Weeds</td><td></td><td>다.
3) 절차를 사용하기 위해서는 도형에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>14번
(28쪽)</td><td>1) 주어진 원의 넓이의 식을 이용하여 수련잎의 넓이를 표로 완성하고 선형인지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 주어진 식에 반지름을 대입하여 넓이를 구하고 완성된 표를 보고 그래프 모양을 설명한다.
3) 절차를 사용하기 위해서는 수학적 이해보다는 단순한 반복 과정에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2"><table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td>14-1)</td><td>11-1),12-1)
13-1)</td><td>10-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td>11-2),12-2)
13-2),14-2)</td><td></td><td>10-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>11-2) 3)
12-2) 3)
14-2) 3)</td><td>13-2) 3)</td><td>10-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td>14-3)</td><td>11-3),12-3)
13-3)</td><td>10-3)</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>9</td><td>7</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>PNCT</td></tr>
<tr><td>15번
(29쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 보고 선형성장인지를 설명하는 문항이다.
2) 함숫값의 규칙을 찾고 Section B의 17번의 해결방법을 이용하여 함수식을 구한 후 그래프를 그린다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>16번
(30쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 물풀이 해가 지날수록 호수에 얼마나 퍼지는지를 알아보는 문항이다.
2) 함숫값의 규칙성을 이용하여 표를 만든다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>17번
(30쪽)</td><td>1) 주어진 상황에서 다음해에 번진 양이 이전에 번졌던 모두의 양과 같은지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 표에서 함숫값의 첫 번째 차이값을 이용한다. 비 알고리즘적인 사고가 필요하다.
3) 함숫값의 규칙에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>18번
(30쪽)</td><td>1) 물풀이 호수의 절반을 뒤덮는데 얼마나 걸리는지에 대해 묻는 문항이다.
2) 호수의 총 크기를 측정하고 표를 이용한다. 또는 함수식을 구한 후 호수의 절반 크기를 대입하여 걸리는 시간을 계산한다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>19번</td><td>1) 물풀이 호수전체를 뒤덮는데 얼마나 걸리는지에 대해 묻는</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td>(30쪽)</td><td>문항이다.
2) 18번의 해결방법을 이용한다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>19-1)</td><td>18-1)</td><td>15-1),16-1)
17-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>16-2)</td><td>15-2),18-2)
19-2)</td><td></td><td>17-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>16-2) 3)
19-2) 3)</td><td>15-2) 3)
18-2) 3)</td><td></td><td>17-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td>15-3),16-3)
18-3),19-3)</td><td></td><td>17-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>4</td><td>10</td><td>3</td><td>3</td></tr>
</table>
</td><td>PNCT</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="6">Double Trouble</td><td>20번
(31쪽)</td><td>1) 주어진 정보를 이용해서 함숫값을 구하는 문항이다.
2) 주어진 함숫값의 규칙을 이용하여 함수식을 만든 후 해당 수를 대입하여 함숫값을 구한다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>21번
(31쪽)</td><td>1) 표를 보고 선형인지 이차형 성장인지를 설명하는 문항이다.
2) 표를 그래프로 그린 후 모양을 파악한다.
3) 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>22번
(31쪽)</td><td>1) 21번의 함숫값의 규칙을 두 배에서 네 배로 바뀔 경우 표와 그래프가 어떻게 바뀌는지를 묻는 문항이다.
2) 20번의 해결방법을 이용하여 만든 표를 그래프로 옮긴 후 바뀐 부분에 대해 설명한다.
3) 바뀐 부분을 설명하기 위해서는 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>23번
(31쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 청소직후 남은 박테리아의 수를 구하는 문항이다.
2) 비율을 이용한 단순한 계산이다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>24번
(31쪽)</td><td>1) 20분마다 박테리아가 두 배로 늘어난다면 이전의 박테리아 수만큼 늘어나는데 얼마나 거리는지에 대한 문항이다.
2) 규칙성을 이용하여 표를 만들어서 걸리는 시간을 구한다.
3) 수학적 이해보다는 단순 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>25번
(31쪽)</td><td>1) 박테리아의 성장에 대한 함수식을 구하는 문항이다.
2) Section B의 23번의 문항을 이용하여 함수식을 구한다.
3) 절차를 사용하기 위해 수학적 이해보다는 습득된 사실을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">분석틀</td><td>과제
유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제
형태</td><td>21-1),25-1)</td><td>20-1),22-1)</td><td>23-1),24-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결
절차</td><td>21-2),23-2)
24-2)</td><td>20-2),22-2)
25-2)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>해결
노력
정도</td><td>21-2) 3)
23-2) 3)
25-2) 3)</td><td>20-2) 3)
22-2) 3)
24-2) 3)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>수학적
이해</td><td>23-3)</td><td>20-3),24-3)
25-3)</td><td>22-3)</td><td>21-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>9</td><td>11</td><td>3</td><td>1</td></tr>
</table>
</td><td>PNCT</td></tr>
<tr><td rowspan="4">D. Cycles</td><td rowspan="4">F
i
s
h
i
n
g</td><td>1번
(35쪽)</td><td>1) 주어진 그림의 마크를 보고 물의 높이변화를 설명하는 문항이다.
2) 절차가 존재하지 않고 그림의 마크를 해석한다.
3) 그림의 마크를 해석하기 위해 물의 높이 변화에 대한 이해가 필요하다.</td><td></td></tr>
<tr><td>2번
(35쪽)</td><td>1) 마크로 표시된 물의 높이 변화를 그래프로 표현하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 관련된 지식을 활용한 여러 아이디어가 필요하다.
3) 실생활의 상황을 그래프로 표현해야 하므로 상황과 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td><td></td></tr>
<tr><td>3번
(35쪽)</td><td>1) 시간이 계속 지속될 경우 그래프는 어떻게 변할 것인지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 문항에 주어진 힌트를 이용하여 바다의 물 높이를 예측한다.
3) 수학적 이해가 필요없다.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">분석틀</td><td>과제
유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제
형태</td><td></td><td>3-1)</td><td>1-1)</td><td>2-1)</td></tr>
<tr><td>해결
절차</td><td>1-2),3-2)</td><td></td><td></td><td>2-2)</td></tr>
<tr><td>해결
노력
정도</td><td></td><td>1-2) 3)
2-2) 3)
3-2) 3)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>수학적
이해</td><td></td><td>3-3)</td><td></td><td>1-3),2-3)</td></tr>
</table>
</td><td>PNCT</td></tr>
</table>

	2	5	0	4	

High Tide, Low Tide

4번 (36쪽)	1) 주어진 두 그래프를 보고 언제 물을 가장 안전하게 건널 수 있는지에 대한 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 그래프를 해석한다. 3) 그래프를 해석하기 위해선 그래프에 대한 이해가 필요하다.

분석틀 — 과제 유형: MT

	MT	PNCT	PWCT	DMT
과제 형태			4-1)	
해결 절차	4-2)			
해결 노력 정도	4-2) 3)			
수학적 이해				4-3)
	2		1	1

Golden Gate Bridge

5번 (37쪽)	1) 주어진 정보와 관련된 지식을 이용하여 그래프를 그리는 문항이다. 2) 주어진 표를 보고 함숫값을 그래프에 표시하고 관련된 지식을 이용하여 적절하게 곡선을 연결한다. 3) 주어진 정보와 물의 높이의 변화에 대한 이해가 필요하다.
6번 (37쪽)	1) 5번의 그래프를 보고 어떻게 물의 높이 변했는지를 설명하는 문항이다. 2) 5번의 그래프를 해석한다. 3) 그래프를 해석하기 위해서는 그래프의 이해가 필요하다.
7번 (37쪽)	1) 앞 페이지에 주어진 그래프와 5번의 그래프의 비슷한 점과 차이점에 대해 설명하는 문항이다. 2) 두 그래프를 해석하고 비교한다. 3) 두 그래프를 비교하기 위해 그래프의 이해가 필요하다.

분석틀 — 과제 유형: DMT

	MT	PNCT	PWCT	DMT
과제 형태			6-1),7-1)	5-1)
해결 절차	6-2)	5-2)		7-2)
해결		5-2) 3)		7-2) 3)

노력 정도		6-2) 3)			
수학적 이해			5-3)	6-3),7-3)	
	1	3	3	5	

The Air Conditioner	8번 (38쪽)	1) 주어진 그래프를 보고 에어컨 방에서 무슨 일이 일어났는지에 대해 예상해 보는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 관련된 지식을 활용한 여러 사고가 필요하다. 3) 그래프와 문제 상황에 대한 이해가 필요하다.	
	9번 (38쪽)	1) 주어진 정의를 이용하여 그래프의 주기를 구하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 정의를 이용한다. 3) 수학적 이해보다는 정의를 이용한 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.	
	분석틀		과제 유형

	MT	PNCT	PWCT	DMT
과제 형태	9-1)			8-1)
해결 절차	9-2)			8-2)
해결 노력 정도	9-2) 3)	8-2) 3)		
수학적 이해	9-3)			8-3)
	4	1		3

MT

Blood Pressur	10번 (38쪽)	1) 주어진 그래프를 보고 심박동전의 혈압을 칭하는 용어를 묻는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않는 단기 수행문항이다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.	
	11번 (38쪽)	1) 주어진 그래프를 보고 심박동 이후에 혈압이 어떻게 되는지 묻는 문항이다. 2) 그래프를 해석한다. 3) 그래프에 대한 이해가 필요하다.	
	12번 (38쪽)	1) 습득한 정의를 이용하여 그래프가 주기 그래프인지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 정의를 이용하여 설명한다. 3) 수학적 이해보다는 습득한 정의의 이용에 중점을 두고 있다.	

<table>
<tr><td></td><td>e</td><td>
<table>
<tr><td colspan="5">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td><td rowspan="6">MT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>12-1)</td><td></td><td>11-1)</td><td>10-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>10-2),11-2) 12-2)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>10-2) 3) 11-2) 3) 12-2) 3)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>10-3),12-3)</td><td></td><td></td><td>11-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>9</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="3">The Racetrack</td><td>13번 (39쪽)</td><td>1) 주어진 그림과 관련된 지식을 이용하여 어디에서 드라이버가 속도를 줄이는지를 그림에 표시하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않는다.
3) 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>14번 (39쪽)</td><td>1) 레이싱 카가 트랙을 세 바퀴 도는 동안 속도에 대한 그래프를 그리는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 13번의 답을 이용하여 복잡한 사고를 통해 그래프를 그린다.
3) 그래프를 그리기 위해서 주어진 상황과 그래프의 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>15번 (39쪽)</td><td>1) 그래프가 주기적인지 아닌지를 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 이전에 습득한 정의를 이용하여 그래프를 설명한다.
3) 수학적 이해보다는 습득한 정의의 이용에 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td colspan="5">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td><td rowspan="6">PNCT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td>15-1)</td><td>14-1)</td><td>13-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>13-2),15-2)</td><td></td><td></td><td>14-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>13-2) 3) 14-2) 3) 15-2) 3)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>15-3)</td><td>13-3)</td><td></td><td>14-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9">E. Half and Half Again</td><td rowspan="7">Fifty Percent Off</td><td>1번
(43쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 차량가격에 대한 그래프를 그리는 문항이다.
2) 문제 상황에서 주어진 차량가격의 변화 규칙을 이용하여 그래프에 함숫값을 표시한다.
3) 함숫값을 표시하기 위해서는 이전에 습득했던 방법을 반복하여 사용하므로 수학적 이해보다 계산과 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>2번
(43쪽)</td><td>1) 그래프의 모양이 선형인지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 그래프의 모양을 파악한다.
3) 그래프의 해석을 위해 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>3번
(43쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 보고 모니카가 새 차와 중고차 중 어떤 차를 사는 게 나을지에 대해 추천해주는 문항이다.
2) 새 차와 중고차를 샀을 때 주어진 상황에 맞춰서 사고 팔 때의 이익을 비교한다.
3) 절차를 사용하기 위해 문제 상황에 대한 파악과 이를 수식화 할 줄 알아야한다.</td></tr>
<tr><td>4번
(43쪽)</td><td>1) 1번에서 구한 그래프에서 함숫값이 0이 되지 않음을 보이고 현실에서 가능한지를 묻는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 관련된 지식이나 경험을 이용한다.
3) 무한대라는 개념의 이해가 어느 정도 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2"><table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>2-1)</td><td></td><td>1-1),3-1)</td><td>4-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>1-2),2-2)</td><td></td><td>3-2)</td><td>4-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>1-2) 3)
2-2) 3)</td><td></td><td>3-2) 3)</td><td>4-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>1-3)</td><td></td><td>3-3)</td><td>2-3),4-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>6</td><td>0</td><td>5</td><td>5</td></tr>
</table></td><td>MT</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Medicin</td><td>5번
(44쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 시간이 지남에 따라 약의 양을 그림으로 표현하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 그림을 이용하여 시간이 지남에 따른 약의 비율을 표시한다.
3) 문항을 해결하기 위해 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻기 위해 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>6번</td><td>1) 1시간이 지난 후 위에 남은 약의 양을 묻는 문항이다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="8">e</td><td>(44쪽)</td><td>2) Section B의 9번을 이용하여 함수식을 구한 후 해당 수치를 대입한다.
3) 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻기 위해 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>7번
(44쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 표를 완성시키는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 단순계산을 사용한다.
3) 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻기 위해 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>8번
(44쪽)</td><td>1) 7번에서 구한 표를 이용하여 그래프를 완성하고 그래프의 모양에 대해 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 표의 함숫값을 그래프로 옮긴 후 그래프를 해석한다.
3) 그래프의 해석을 위해 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>9번
(44쪽)</td><td>1) 약이 위속에 계속해서 남아있는지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 4번의 해결방법을 이용한다.
3) 무한대라는 개념의 이해가 어느 정도 필요하다.</td></tr>
<tr><td>10번
(45쪽)</td><td>1) 주어진 상황을 이용하여 표를 완성시키는 문항이다.
2) 7번의 해결방법을 이용한다.
3) 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻기 위해 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>11번
(45쪽)</td><td>1) 표를 이용하여 함수식을 구하고 그래프가 선형인지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 함숫값의 규칙을 찾아 함수식을 구하고 그래프를 그린 후 모양을 파악한다.
3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>12번
(45쪽)</td><td>1) 10번의 표와 11번의 그래프의 모양을 보고 음의 성장이라는 용어의 의미를 설명하고 그래프의 성장요인 음수인지에 대해 설명하는 문항이다.
2) 그래프의 모양을 보고 음의 성장의 의미를 유추하고 그래프가 무한하게 갈 경우를 생각해보고 성장요인에 대해 유추한다.
3) 표와 그래프의 전반적인 이해가 필요하고 무한대라는 개념의 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td colspan="2"><table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>6-1),10-1)</td><td>11-1)</td><td>5-1),7-1)
8-1),12-1)</td><td>9-1)</td></tr>
<tr><td>해결</td><td>7-2),10-2)</td><td>5-2),6-2)</td><td></td><td>8-2)</td></tr>
</table></td><td>PNCT</td></tr>
</table>

절차		11-2)		9-2),12-2)		
해결 노력 정도	7-2) 3) 10-2) 3)	5-2) 3) 6-2) 3) 8-2) 3) 11-2) 3)		9-2) 3) 12-2) 3)		
수학적 이해	7-3),10-3)	5-3),6-3) 11-3)		8-3),9-3) 12-3)		
	8	11	3	10		

[Graphing Equations]

Section	과제	문항 번호	문항특징
A. Where There's Smoke	Where's the Fire?	1번 (2쪽)	1) 주어진 정보로 답을 내기에 충분한지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 나침반에 대한 지식을 이용하여 산불이 난 지점을 파악한다. 3) 문항을 해결하는데 제한이 되는 부분을 분석할 필요가 있다.
		2번 (2쪽)	1) 추가로 주어진 정보로 산불이 난 지점을 정확히 파악하는 문항이다. 2) 두 탑에서 가리키는 방향을 동시에 만족하는 곳을 찾는다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 산불이 난 곳의 정확한 위치를 찾는데 중점을 두고 있다.
		3번 (3쪽)	1) 각도로 주어진 정보를 이용하여 산불이 난 지점을 정확히 파악하는 문항이다. 2) 나침반을 이용하여 두 탑에서 가리키는 방향을 동시에 만족하는 곳을 찾는다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 산불이 난 곳의 정확한 위치를 찾는데 중점을 두고 있다.
		4번 (3쪽)	1) 각도로 주어진 정보를 이용하여 산불이 난 지점을 정확히 파악하는 문항이다. 2) 3번의 해결방법을 이용한다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 산불이 난 곳의 정확한 위치를 찾는데 중점을 두고 있다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	PNCT
과제 형태	4-1)		1-1),2-1)	3-1)	
해결	1-2)	2-2),3-2)			

절차		4-2)			
해결 노력 정도	4-2) 3)	2-2) 3) 3-2) 3)		1-2) 3)	
수학적 이해		2-3),3-3) 4-3)		1-3)	
	3	8	2	3	

	C00rdinates on a Screen	5번 (3쪽)	1) 주어진 그래프를 보고 두 점사이의 거리와 방향에 대해 묻는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 단순한 계산만 필요하다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		6번 (4쪽)	1) 주어진 정의를 이용하여 제안된 점의 순서쌍을 구하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 단순한 계산만 필요하다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		7번 (4쪽)	1) 주어진 정의를 이용하여 제안된 점의 순서쌍을 구하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 단순한 계산만 필요하다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		8번 (4쪽)	1) 주어진 정의를 이용하여 순서쌍의 x좌표와 y좌표가 모두 음수인 경우의 점의 위치가 4사분면 중 어디에 속하는지 찾는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않는다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		9번 (4쪽)	1) 주어진 순서쌍을 그래프에 표시하고 점 A를 기준으로 주어진 점의 위치를 알아보는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않는다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		10번 (4쪽)	1) 점 A, B, C에서 정해진 산불지점의 각도를 각각 구하는 문항이다. 2) 각도기를 이용하여 그래프에서 직접 각도를 구한다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		11번 (5쪽)	1) 주어진 그래프를 보고 강이 x축과 y축을 교차하여 지나는 각각의 점을 구하는 문항이다.

			2) 정해진 절차가 존재하지 않고 주어진 그래프를 확인한다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		12번 (5쪽)	1) 현재 산불지점에서 남쪽방향으로 특정거리만큼 산불이 이동할 때 산불의 좌표를 구하고 좌표의 x좌표의 변화가 있는지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 그래프에 점을 찍으면서 좌표 값을 읽고 산불의 이동방향과 x좌표의 관계에 대해 설명한다. 3) 문항을 해결하기 위하여 이동방향에 따른 좌표 값의 변화의 이해가 필요하다.
		13번 (5쪽)	1) 원점에서 동쪽으로 10km방향의 세로선은 왜 x=10이라고 표현하는지 설명하는 문항이다. 2) 그래프에 원점에서 동쪽으로 10km방향의 세로선을 그리고 세로선에 속한 임의의 점들의 좌표를 구해본다. 3) 절차를 이용하기 위해서 함수식에 대한 이해가 필요하다.
		14번 (5쪽)	1) 주어진 함수식을 그래프에 표현하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 해당위치에 세로선을 그려준다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	MT
과제 형태	6-1),7-1) 8-1)	9-1),13-1)	5-1),10-1) 11-1),12-1) 14-1)		
해결 절차	5-2),6-2) 7-2),8-2) 9-2),10-2) 11-2),12-2) 14-2)	13-2)			
해결 노력 정도	5-2) 3) 6-2) 3) 7-2) 3) 9-2) 3) 10-2) 3) 11-2) 3) 14-2) 3)	8-2) 3) 12-2) 3) 13-2) 3)			
수학적 이해	5-3),6-3) 7-3),9-3)		13-3)	8-3),12-3)	

		10-3),11-3) 14-3)				
		26	6	6	2	

	F i r e R e g i o n s	15번 (6쪽)	1) 주어진 함수식을 이용하여 그래프에 그리는 문항이다. 2) 14번의 해결방법을 이용한다. 3) 문항의 해결을 하는데 개념과는 관련성이 없고 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		16번 (6쪽)	1) 주어진 법칙을 이용하여 y=8의 북쪽을 나타내는데 x를 쓰지 않는 이유를 설명하는 문항이다. 2) y=8의 북쪽을 그래프에 나타내서 주어진 법칙과 비교해본다, 3) 주어진 법칙과 방향에 대한 이해가 필요하다.
		17번 (7쪽)	1) 주어진 상황과 법칙을 보고 시작된 산불이 최대한 번질 수 있는 제한된 구역을 그래프에 표시하는 문항이다. 2) 주어진 법칙을 이용하여 부등식을 그래프에 표시하고 동시에 만족하는 부분을 찾는다. 3) 그래프에 표시하기 위해서는 주어진 법칙에 대한 이해가 필요하다.
		18번 (7쪽)	1) 다른 곳에서 산불이 시작 되었을 때 최대한 번질 수 있는 제한된 구역을 그래프에 표시하는 문항이다. 2) 17번의 해결방법을 이용한다. 3) 습득한 법칙을 이미 이전에 사용해봤기 때문에 수학적 이해가 필요 없다.
		19번 (7쪽)	1) 주어진 두 부등식을 그래프에 표시하는 문항이다. 2) 17번의 해결방법을 이용한다. 3) 습득한 법칙을 이미 이전에 사용해봤기 때문에 수학적 이해가 필요 없다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	
과제 형태	16-1)	19-1)	15-1),17-1) 18-1)		MT
해결 절차	15-2)	16-2),17-2) 18-2),19-2)			
해결 노력 정도	15-2) 3) 18-2) 3) 19-2) 3)	16-2) 3) 17-2) 3)			
수학적 이해	15-3),18-3) 19-3)		16-3),17-3)		
	8	7	3	0	

B. Directions	D	1번	1) 주어진 정의를 이용하여 정해진 점으로부터 주어진 점의 방

as Pairs of Numbers	i r e c t i n g F i r e f i g h t e r s	(12쪽)	향쌍을 구하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 그래프에서 방향을 구한다. 3) 방향을 구하기 위해서는 주어진 정의의 이해가 필요하다.
		2번 (12쪽)	1) 주어진 정의를 이용하여 정해진 점으로부터 주어진 점의 방향쌍을 구하는 문항이다. 2) 1번의 해결방법을 이용한다. 3) 습득한 정의를 이미 1번에서 사용해봤기 때문에 수학적 이해가 필요 없다.
		3번 (12쪽)	1) 제시한 내용에서 두 방향쌍이 방향이 같은 이유에 대해 설명하고 같은 방향을 갖지만 모양이 다른 방향쌍들을 찾는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 예시를 들거나 도구를 이용하여 방향이 같음을 증명한다. 3) 방향쌍과 방향에 대한 이해가 필요하다.
		4번 (12쪽)	1) 점 A에서 점 S로 향하는 방향을 갖는 다른 위치의 점들을 찾는 문항이다. 2) 점 A에서 점 S의 방향쌍을 구하고 같은 방향의 방향쌍들을 구하여 다른 위치의 점을 구한다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻기 위해 계산에 초점을 두고 있다.
		5번 (12쪽)	1) 주어진 나침반 방향에 맞는 두 개의 방향쌍을 구하는 문항이다. 2) 그래프에 나침반 방향의 직선을 원점을 지나가게 그린 후 직선 위의 임의의 점을 잡아서 원점에서 임의의 점에 대한 방향쌍을 구한다. 3) 절차를 이용하기 위해서 방향쌍과 방향에 대한 이해가 필요하다.
		6번 (12쪽)	1) 주어진 방향쌍의 각도를 구하는 문항이다. 2) 그래프의 원점에서 주어진 방향쌍을 갖는 점까지 직선을 그린 후 각도기로 각도를 구한다. 3) 절차를 이용하기 위해서 방향쌍과 방향에 대한 이해가 필요하다.
		7번 (13쪽)	1) 주어진 지점에서의 방향쌍을 이용하여 산불지점을 구하는 문항이다. 2) 습득한 정의를 이용하여 산불지점을 구한다. 3) 문항을 해결하는데 이전에 습득한 정의를 이용하여 계산에 초점을 두고 있다.
		8번 (13쪽)	1) 주어진 두 방향쌍이 같은 방향을 나타내는지에 대해 묻는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 단순히 그래프를 이용하여 두

			방향쌍의 직선을 비교한다. 3) 습득한 법칙을 이미 이전에 사용해봤기 때문에 수학적 이해가 필요 없다.
		9번 (13쪽)	1) 주어진 방향쌍과 같은 방향의 모든 점들을 빠르게 표시하는 방법을 찾는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지는 않지만 관련된 지식과 경험을 이용하여 두 점을 직선으로 잇는다는 아이디어를 생각한다. 3) 아이디어를 생각하는데 점과 직선에 대한 관계의 이해가 필요하다.
		10번 (13쪽)	1) 주어진 두 방향쌍이 같은 방향인지를 설명하는 문항이다. 2) 원점을 기준으로 주어진 방향쌍의 방향의 직선을 그린 후 같은 직선인지를 비교한다. 3) 주어진 방향쌍을 만족하는 직선에 대한 이해가 필요하다.
		11번 (13쪽)	1) 주어진 방향쌍과 같은 방향의 방향쌍들을 구하고 이들의 공통점을 구한 후 이들 방향쌍들이 분수에 대한 성질을 가지고 있는지를 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 복잡하고 여러 가지의 관련된 아이디어를 사용하여 방향쌍과 분수의 성질에 대한 공통점을 알아낸다. 3) 문항을 해결하기 위해 여러 가지 수학적 개념의 이해가 필요하다.
		12번 (14쪽)	1) 주어진 두 방향쌍의 방향으로 각각 직선을 그리고 두 직선을 통해 알아낸 것이 무엇인지를 묻는 문항이다. 2) 그래프에 두 직선을 그려본다. 3) 문항의 해결하는데 수학적 이해보다는 문항에서 제시한 방법으로 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		13번 (14쪽)	1) 주어진 그래프를 보고 두 방향쌍의 방향과 같은 서로 다른 방향쌍을 각각 3개를 구하고 총 6개의 방향쌍의 공통점을 구하는 문항이다. 2) 11번의 해결방법을 이용하고 관련된 지식들을 이용하여 6개의 방향쌍들의 규칙들을 알아낸다. 3) 규칙을 알아내기 위해서는 방향쌍에 대한 이해가 필요하다.
		14번 (14쪽)	1) 한 점과 방향쌍을 알고 있을 때 직선을 그리는 방법에 대해 설명하는 문항이다. 2) 한 점에서 방향쌍을 이용하여 또 다른 점을 구하고 그 두 점을 잇는다. 3) 절차를 이용하기위해 방향쌍과 방향에 대한 전반적인 이해가 필요하다.
		분석틀	**과제 유형**
			MT

	MT	PNCT	PWCT	DMT
과제 형태	1-1),2-1) 7-1),8-1)	4-1),6-1) 10-1),11-1) 14-1)	12-1),13-1)	3-1),5-1) 9-1)
해결 절차	1-2),2-2) 7-2),8-2) 12-2)	4-2),6-2) 10-2)	5-2),14-2)	3-2),9-2) 11-2),13-2)
해결 노력 정도	2-2) 3) 7-2) 3) 8-2) 3) 12-2) 3)	1-2) 3) 4-2) 3) 6-2) 3) 10-2) 3) 13-2) 3)	5-2) 3) 14-2) 3)	3-2) 3) 9-2) 3) 11-2) 3)
수학적 이해	2-3),7-3) 8-3),12-3)	4-3)	5-3),6-3) 10-3),14-3)	1-3),3-3) 9-3),11-3) 13-3)
	17	14	9	15

Up and Down the Slope	15번 (15쪽)	1) 주어진 정의를 이용하여 12번의 b, c의 기울기를 구했을 때 무엇을 알 수 있는지에 대한 문항이다. 2) 주어진 정의를 이용하여 기울기를 구하고 왜 12번의 b, c의 기울기가 같은지를 그래프의 직선과 기울기를 구하는 과정을 통하여 설명한다. 3) 주어진 기울기의 정의에 대한 이해가 필요하다.
	16번 (15쪽)	1) 방향쌍을 이용하여 주어진 두 기울기가 같다는 것을 설명하는 문항이다. 2) 두 방향쌍으로 직선을 그려본다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다는 습득했던 사실을 다시 이용한다.
	17번 (16쪽)	1) 주어진 두 점을 지나가는 직선을 그래프에서 고르고 그 이유를 설명하는 문항이다. 2) 습득한 기울기의 정의를 이용하여 기울기가 같은 직선을 고른다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다 정의를 이용한 계산에 초점을 두고 있다.
	18번 (16쪽)	1) 주어진 기울기들이 같음을 설명하고 기울기로 쓰기에 가장 간단한 방법이 무엇인지를 묻는 문항이다. 2) 16번의 해결방법을 이용하여 기울기가 같음을 설명하고 기울기를 약분해본다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다는 습득했던 사실을 다시 이용한다.
	19번	1) 원점을 지나고 주어진 기울기를 갖는 직선을 그리는 문항이

<table>
<tr><td></td><td></td><td>(16쪽)</td><td>다.
2) 기울기를 방향쌍으로 변경하여 직선을 그린다.
3) 절차를 사용하기위해서 기울기와 방향쌍의 관계에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>20번
(17쪽)</td><td>1) 주어진 그래프는 두 직선이 만나는 점을 표시하기에는 너무 작다. 두 직선이 만나는 점을 구하고 구하는 방법을 설명하는 문항이다.
2) 관련된 지식들을 이용하여 함숫값의 규칙을 찾아 표를 이용하여 구하거나 두 직선의 기울기를 이용하여 구한다.
3) 절차를 사용하기 위해서 수학적 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">
<table>
<tr><th colspan="5">분석틀</th><th>과제
유형</th></tr>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td><td rowspan="6">DMT</td></tr>
<tr><td>과제
형태</td><td>18-1)</td><td>16-1),19-1)</td><td>17-1)</td><td>15-1),20-1)</td></tr>
<tr><td>해결
절차</td><td>17-2)</td><td>16-2),18-2)
19-2)</td><td></td><td>15-2),20-2)</td></tr>
<tr><td>해결
노력
정도</td><td>17-2) 3)
18-2) 3)</td><td>16-2) 3)
19-2) 3)</td><td></td><td>15-2) 3)
20-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적
이해</td><td>16-3),17-3)
18-3)</td><td></td><td>19-3)</td><td>15-3),20-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>7</td><td>7</td><td>2</td><td>8</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td rowspan="5">C. An Equation of a Line</td><td rowspan="4">Directions and St</td><td>1번
(21쪽)</td><td>1) 점이 일정한 규칙으로 이동할 시 1000번째 규칙이 반복될 때의 점의 순서쌍을 구하는 문항이다.
2) 반복되는 규칙이므로 점의 x좌표와 y좌표의 규칙에 각각 1000을 곱하여 더한 후 순서쌍을 구한다.
3) 절차를 이용하는데 수학적 이해보다는 식의 계산을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>2번
(21쪽)</td><td>1) 점이 일정한 규칙으로 이동할 시 100번째 규칙이 반복될 때 1번과 같이 점의 순서쌍을 구하는 문항이다.
2) 1번의 해결방법을 이용한다.
3) 1번에서 이미 습득한 내용이므로 식의 계산을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>3번
(22쪽)</td><td>1) 점이 일정한 규칙으로 이동할 시 3, 8번째 규칙이 반복될 때의 점의 순서쌍을 각각 구하는 문항이다.
2) 1번의 해결방법을 이용한다.
3) 1번에서 이미 습득한 내용이므로 식의 계산을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>4번
(22쪽)</td><td>1) 주어진 식의 숫자들이 의미하는 바를 설명하고 주어진 횟수만큼 반복될 때의 식을 만드는 문항이다.</td></tr>
</table>

			2) 정해진 절차는 존재하지 않지만 관련된 지식을 이용한 사고가 필요하다. 3) 문항을 해결하기 위해서는 식과 점의 이동규칙에 대한 이해가 필요하다.
		5번 (22쪽)	1) 4번에서 습득한 사실을 이용하여 주어진 함수식에 대해 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차는 존재하지 않지만 관련된 지식을 이용한 사고가 필요하다. 3) 문항을 해결하기 위해서는 식과 점의 이동규칙에 대한 이해가 필요하다.
		6번 (22쪽)	1) 주어진 직선의 방정식의 숫자가 의미하는 바가 무엇인지를 제시된 그래프에 표시하는 문항이다. 2) 정해진 절차는 존재하지 않고 관련된 지식들을 이용한다. 3) 직선의 방정식과 그래프의 관계에 대한 이해가 필요하다.
		7번 (23쪽)	1) 주어진 정의 중에 y절편이라는 용어에 대해 설명하는 문항이다. 2) 제시된 그래프와 관련된 지식들을 이용하여 용어의 의미를 예측한다. 3) 직선의 방정식과 그래프의 관계에 대한 이해가 필요하다.
	e p s	8번 (23쪽)	1) 한 점과 기울기가 주어졌을 때 직선의 방정식을 구하는 문항이다. 2) 7번에서 습득한 정의를 이용하여 직선의 방정식을 구한다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다 정의를 이용한 대입에 초점을 두고 있다.
		9번 (23쪽)	1) 주어진 두 조건을 만족하는 직선을 각각 그래프에 그리고 두 직선을 보고 알 수 있는 것에 대해 묻는 문항이다. 2) 8번의 해결방법을 이용하여 직선의 방정식을 그리고 직선을 그래프에 그린 후 직선을 비교한다. 3) 문항을 해결하기 위해서는 기울기에 대한 이해가 필요하다.
		10번 (23쪽)	1) 제시된 직선의 방정식이 왜 주어진 그래프 상에서 기울기가 -2이고 점 B를 지나는 직선인지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 7번에서 습득한 정의를 이용하여 설명한다. 3) 직선의 방정식과 그래프의 관계에 대한 이해가 필요하다.
		11번 (23쪽)	1) 한 점과 직선의 각도가 주어져 있을 때 직선의 방정식을 구하는 문항이다. 2) 주어진 점을 시작점으로 생각하고 각도기를 이용하여 각도를 측정한 후 직선을 그린다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 개념과는 관련성이 없다.
		12번 (23쪽)	1) 주어진 그래프 상의 직선들의 직선의 방정식을 구하고 평행인 직선과 모든 직선에 대해 x=0일 때 y값을 구하는 문항이다.

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>2) 그래프에서 주어진 기울기와 y절편을 이용하여 직선의 방정식을 구한다.
3) 문항의 해결을 위하여 기울기와 y절편에 대한 개념의 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>2-1),3-1)
5-1),8-1)</td><td>1-1),11-1)</td><td>9-1)
10-1),12-1)</td><td>4-1),6-1)
7-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>8-2),10-2)</td><td>1-2),2-2)
3-2),9-2)
11-2),12-2)</td><td></td><td>4-2),5-2)
6-2),7-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>2-2) 3)
3-2) 3)
8-2) 3)
10-2) 3)</td><td>1-2) 3)
11-2) 3)
12-2) 3)</td><td>9-2) 3)</td><td>4-2) 3)
5-2) 3)
6-2) 3)
7-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>2-3),3-3)
8-3)</td><td>1-3),11-3)</td><td>9-3),12-3)</td><td>4-3),5-3)
6-3),7-3)
10-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>13</td><td>13</td><td>6</td><td>16</td></tr>
</table>
</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="4">What's the Angle?</td><td>13번
(24쪽)</td><td>1) 주어진 그래프 상의 직선에 대한 직선의 방정식을 구하고 직선의 각도를 구하는 문항이다.
2) 12번의 해결방법을 이용하고 각도기를 이용하여 각도를 측정한다.
3) 12번에서 이미 습득한 내용이므로 수학적 이해보다는 법칙을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>14번
(24쪽)</td><td>1) 각도를 이용하여 직선을 그래프에 표시하고 직선의 기울기를 구하는 문항이다.
2) 각도기를 이용하여 직선을 그리고 방향쌍을 이용하여 기울기를 구한다.
3) 이전에 습득한 내용이므로 수학적 이해보다는 법칙을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>15번
(24쪽)</td><td>1) 주어진 정의를 이용하여 제시된 직선의 기울기를 구하는 문항이다.
2) 각도기를 이용하여 각도를 구한 후 정의에 대입한다.
3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다 정의를 이용한 대입에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>16번
(25쪽)</td><td>1) 기울기에 대한 토론 상황에서 누가 옳은지를 결정하고 설명하는 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 모눈의 상태를 확인하고 기울기를 구한다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td></td><td>3) 문항을 해결하기 위해서는 기울기와 각도에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>17번
(25쪽)</td><td>1) 그래프의 가로세로의 격자의 크기를 같게 할 때와 다르게 할 때의 직선의 각도와 기울기를 구하고 일치하는지와 그 이유에 대에 설명하는 문항이다.
2) 그래프의 모눈의 크기를 다르게 하여 각각 같은 기울기의 직선을 그리고 이유를 설명하기 위해 관련된 지식을 이용한 여러 사고가 필요하다.
3) 문항을 해결하기 위해서는 기울기와 각도에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>18번
(25쪽)</td><td>1) 특수한 각도에서의 직선과 기울기에 대한 문항이다.
2) 정해진 절차가 존재하지 않고 각이 90도보다 더 클 경우의 예를 들어 그래프에 표시해 본다.
3) 문항을 해결하기 위해서는 직선의 기울기와 각도에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>19번
(25쪽)</td><td>1) 한 점과 기울기를 이용하여 직선의 y절편을 구하는 문항이다.
2) 시작점을 주어진 한 점으로 하고 기울기를 이용하여 그래프를 그린 후 그래프 상에서 y절편을 구한다.
3) 직선의 방정식에 대한 전반적인 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td>13-1),15-1)</td><td>18-1),19-1)</td><td>14-1)</td><td>16-1),17-1)</td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td>15-2)</td><td>13-2),14-2)
19-2)</td><td></td><td>16-2),17-2)
18-2)</td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>13-2) 3)
15-2) 3)</td><td>14-2) 3)
18-2) 3)
19-2) 3)</td><td></td><td>16-2) 3)
17-2) 3)</td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>13-3),15-3)</td><td>14-3)</td><td>19-3)</td><td>16-3),17-3)
18-3)</td></tr>
<tr><td></td><td>7</td><td>9</td><td>2</td><td>10</td></tr>
</table>
</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td rowspan="3">E. Intersecting Lines</td><td rowspan="3">Meeting</td><td>1번
(38쪽)</td><td>1) 주어진 그래프의 두 직선의 방정식을 구하고 그래프를 이용하여 교점을 구한 후 교점을 점검하는 방법을 연구하는 문항이다.
2) 기울기와 y절편을 이용하여 직선의 방정식을 구하고 추정한 교점을 각각의 직선의 방정식에 대입하여 확인한다.
3) 직선의 방정식과 교점의 관계에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>on Line</td><td>
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td></td><td>1-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td></td><td>1-2)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td></td><td>1-2) 3)</td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td></td><td>1-3)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr>
</table>
</td><td>PWCT</td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="6">What's the Point?</td><td>2 번 (39쪽)</td><td>1) 한 점에서 다른 점까지의 세로길이를 구하는 문항이다.
2) 이전에 습득한 방법을 이용하여 두 점 사이의 거리를 구하는 방법을 쓴다.
3) 두 점 사이의 거의에 대한 개념보다 거리를 구하는 공식에 초점이 맞춰져 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>3 번 (39쪽)</td><td>1) 주어진 일차방정식을 풀어 점의 y좌표를 구하는 방법을 묻는 문항이다.
2) x값을 구한 후 그 값을 함수식에 대입하여 점F의 y값을 구한다.
3) 직선의 방정식과 점의 y좌표의 관계에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>4 번 (40쪽)</td><td>1) 제시된 두 직선의 방정식의 교점을 구하는 문항이다.
2) 3번에서 제시한 일차방정식을 활용하는 방법을 이용한다.
3) 일차방정식을 푸는 과정은 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td></td><td>5 번 (40쪽)</td><td>1) 제시된 두 직선의 방정식의 교점을 구하는 문항이다.
2) 4번의 해결방법과 동일하다.
3) 4번에서 습득한 사실이나 공식은 수학적 이해에 초점을 두고 있지 않다.</td></tr>
<tr><td></td><td>6 번 (40쪽)</td><td>1) 두 타워에서 받은 직선의 방정식 메시지를 이용하여 타워A로부터 받을 메시지를 예측해 보는 문항이다.
2) 두 직선의 교점을 구하여 그 교점과 타워A의 위치를 이용한다.
3) 문항해결을 위해 직선의 방정식 구하기 위한 필요한 조건들을 알아야한다.</td></tr>
<tr><td></td><td>7 번 (40쪽)</td><td>1) 6번의 직선의 방정식을 실제로 구해보는 문항이다.
2) 두 직선의 교점을 구하여 그 교점과 타워A의 위치를 이용한다.
3) 문항해결을 위해 직선의 방정식 구하기 위한 필요한 조건들을 알아야한다.</td></tr>
</table>

		8 번 (40쪽)	1) 두 직선의 교점을 그래프를 통해서 구하고 직선의 방정식을 이용하여 교점을 확인하는 문항이다. 2) 주어진 직선의 방정식을 그래프로 그려서 교점을 구하고 그 교점을 직선의 방정식에 대입하여 확인한다. 3) 교점을 직선의 방정식에 대입하는 과정은 교점에 대한 개념의 이해와는 관계가 없다.
		9 번 (40쪽)	1) 두 직선의 교점을 그래프를 통해서와 직선의 방정식을 통해서 구한 후 비교 설명하는 문항이다. 2) 직선의 방정식을 그래프로 그려서 교점을 구하고 4번의 일차방정식을 이용한 방법으로 교점을 구한 후 비교한다. 3) 4번에서 이용한 일차방정식을 푸는 과정은 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
		1 0 번 (41쪽)	1) 두 직선의 교점이 존재하는지에 대한 문항이다. 2) 9번에서 이용한 방법을 이용하거나 바로 기울기를 확인한다. 3) 기울기를 이용한 방법은 절차가 없으나 직선의 기울기에 대한 이해가 필요하다.
		1 1 번 (41쪽)	1) 두 직선의 방정식을 구하고 두 직선의 교점을 구하는 문항이다. 2) 이전에 습득했던 함수식 구하기와 일차방정식을 활용하여 교점구하는 방법을 이용한다. 3) 4번에서 이용한 일차방정식을 푸는 과정은 수학적 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	PNCT
과제 형태	4-1),5-1) 7-1),9-1) 11-1)	2-1),3-1) 8-1),10-1)	6-1)		
해결 절차	2-2),10-2)	3-2),4-2) 5-2),8-2) 9-2),11-2)	6-2),7-2)		
해결 노력 정도	2-2) 3) 5-2) 3) 11-2) 3)	3-2) 3) 4-2) 3) 8-2) 3) 9-2) 3) 10-2) 3)	6-2) 3) 7-2) 3)		
수학적 이해	2-3),5-3) 9-3),11-3)	4-3),8-3)	3-3),6-3) 7-3)	10-3)	
	14	17	8	1	

[Algebra Rules]

Section	과제	문항번호	문항특징
B. Graphs	Rules and Formulas	1 번 (13쪽)	1) 머리를 묶기 위해 어느 정도 길러야할지를 추정하는 문항이다. 2) 절차가 존재하지 않고 답이 정해져 있지 않다. 3)
		2 번 (13쪽)	1) 주어진 상황에서 나온 함수식에 대해 설명하는 문항이다. 2) 주어진 상황에서 함수식의 문자가 의미하는 바를 구한다. 3) 주어진 함수식과 상황에 대한 이해가 필요하다.
		3 번 (14쪽)	1) 함수식을 표와 그래프로 표현하고 다음에 이어질 그래프 모양을 예측하는 문항이다. 2) 이전에 습득했던 일정한 규칙으로 변하는 함숫값을 이용한 방법을 쓴다. 3) 함숫값을 구하고 규칙을 찾는데 이해보다는 계산에 중점을 두고 있다.
		4 번 (14쪽)	1) 상황이 계속 이어질 경우 실생활에서는 함숫값이 어떻게 변할지를 예상하는 문항이다. 2) 정해진 절차 없이 여러 가지 사고가 필요하다. 3) 실생활에서는 이론대로 진행되지 않는 과제 제약의 조사가 필요하다.
		5 번 (15쪽)	1) 주어진 함수식들 중에 알맞은 것을 이용하여 함숫값을 구하는 문항이다. 2) 함수식의 x값 대신에 주어진 수치를 대입하여 y값을 구한다. 3) 절차를 사용하는데 함수의 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
		6 번 (15쪽)	1) 5번과 같이 주어진 함수식들 중에 알맞은 것을 이용하여 함숫값을 구하는 문항이다. 2) 5번에서 사용한 방법인 함수식의 x값 대신에 주어진 수치를 대입하여 y값을 구한다. 3) 5번에서 습득한 방법을 사용하는데 함수의 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
		7 번 (15쪽)	1) 5번과 같이 주어진 함수식들 중에 알맞은 것을 이용하여 함숫값을 구하는 문항이다. 2) 5번에서 사용한 방법인 함수식의 x값 대신에 주어진 수치를 대입하여 y값을 구한다. 3) 5번에서 습득한 방법을 사용하는데 함수의 이해보다는 계산에 초점을 두고 있다.
		8 번	1) 소수로 나오는 함숫값의 실용성에 대해 설명하는 문항이다.

		(15쪽)	2) 절차가 존재하지 않는다. 3)
		9 번 (15쪽)	1) 여러 함수식 중 성질이 다른 식을 찾고 그 이유에 대해 설명하는 문항이다. 2) 절차가 존재하지 않는다. 3) 함수식과 함수식의 모양에 대한 이해가 필요하고 설명을 요구한다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	PNCT
과제 형태	6-1),7-1)	3-1),5-1)	2-1)	1-1),4-1) 8-1),9-1)	
해결 절차	1-2),2-2) 8-2),9-2)	3-2),5-2) 6-2),7-2)		4-2)	
해결 노력 정도	6-2) 3) 7-2) 3)	2-2) 3) 3-2) 3) 5-2) 3) 9-2) 3)		4-2) 3)	
수학적 이해	6-3),7-3)	3-3),5-3)		2-3),4-3) 9-3)	
	10	12	1	9	

	Linear Relationship	10번 (17쪽)	1) 앞에 주어진 함수식을 x, y를 이용하여 표시하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않는다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해보다는 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		11번 (17쪽)	1) 선형관계정의를 이용하여 주어진 함수식이 선형관계인지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 함수식을 그래프에 그리고 정의에 만족하는지를 살펴본다. 3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 정의를 이용한 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.
		12번 (17쪽)	1) 두 직선의 방정식 중 어느 직선이 더 가파른지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 이전에 습득했던 직선의 방정식의 기울기를 이용하여 판단하던지 직접 그래프를 그려본다. 3) 직선의 방정식의 기울기에 대한 이해가 필요하다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	PNCT
과제	10-1),11-1)	12-1)			

		형태				
		해결 절차	10-2)	11-2),12-2)		
	p s	해결 노력 정도	10-2) 3)	11-2) 3) 12-2) 3)		
		수학적 이해	10-3)	11-3)	12-3)	
			5	6	1	

	T h e S l o p e o f a L i n e	13번 (18쪽)	1) 그래프에 그려진 두 직선의 같은 점과 다른 점을 찾아내는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않고 기울기와 y절편을 살펴본다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해는 필요 없다.
		14번 (19쪽)	1) 그래프에 주어진 두 직선사이를 지나가는 직선의 방정식을 구하는 문항이다. 2) 주어진 조건에 맞는 기울기와 y절편을 구한 후 이전에 습득한 법칙을 이용하여 직선의 방정식을 구한다. 3) 절차를 사용하기 위해서는 기울기와 y절편에 대한 이해가 필요하다.
		15번 (19쪽)	1) 주어진 직선의 방정식을 첫 번째 그래프에 표현하는 것이 좋은 방법인지에 대해 설명하는 문항이다. 2) 정해진 절차가 존재하지 않지만 이전에 습득했던 사실을 생각해보고 y절편 값과 그래프의 모눈의 크기를 비교해 본다. 3) 문항을 해결하는데 수학적 이해는 필요 없다.
		16번 (19쪽)	1) 표를 이용하여 선형관계임을 알 수 있는 방법에 대해 설명하고 각 표의 직선의 기울기를 구하는 문항이다. 2) 표의 함숫값들이 일정한 값으로 커지고 있는지를 파악하고 기울기의 정의를 이용하여 기울기를 구한다. 3) 선형관계에 대한 이해가 필요하다.

분석틀					과제 유형
	MT	PNCT	PWCT	DMT	
과제 형태			13-1),14-1) 16-1)	15-1)	PWCT
해결 절차	13-2),15-2)		14-2),16-2)		
해결 노력 정도	13-2) 3) 15-2) 3)		14-2) 3) 16-2) 3)		
수학적 이해	13-3),15-3)		14-3),16-3)		

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>6</td><td>0</td><td>9</td><td>1</td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="6">Intercepts on the Axes</td><td>17번
(20쪽)</td><td>1) 주어진 기울기와 y절편으로 직선을 그리고 직선과 x축이 만나는 점을 구하는 문항이다.
2) 직선을 그린 후 그래프 상에서 구한다.
3) 직선의 방정식을 구하는데 수학적 이해보다는 이전에 습득한 법칙을 그대로 이용한다.</td></tr>
<tr><td>18번
(21쪽)</td><td>1) 직선을 그리지 않고 주어진 두 점을 이용하여 두 점을 지나는 직선의 기울기, y절편, x절편을 구하는 문항이다.
2) 기울기는 기울기의 정의를 이용하고 절편, x절편은 직선이므로 두 점을 표로 표현한 후 함숫값의 규칙을 찾아서 x=0, y=0일 때의 각각의 y값과 x값을 구한다.
3) 이 전에 습득한 x절편과 y절편에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>19번
(21쪽)</td><td>1) 주어진 직선의 방정식을 이용하여 y절편과 x절편을 구하는 문항이다.
2) y절편은 이전에 습득한 정의를 이용하고 x절편은 18번에서 습득한 y=0일 때의 x값을 구한다.
3) 이 전에 습득한 x절편에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>20번
(21쪽)</td><td>1) x절편과 기울기가 주어졌을 때 직선의 방정식을 구하는 문항이다.
2) x절편을 기준으로 하고 기울기를 이용하여 표를 만든 후 x=0이 될 때까지 표를 작성하여 y절편을 구한다.
3) 기울기, x절편, y절편에 대한 전반적인 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>21번
(21쪽)</td><td>1) 기울기와 x절편이 주어졌을 때 y절편을 구하는 문항이다.
2) 20번의 해결방법을 이용한다.
3) 기울기, x절편, y절편에 대한 전반적인 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td></td><td>분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td>17-1),19-1)</td><td>18-1),20-1)
21-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td>17-2),19-2)</td><td>18-2),20-2)
21-2)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td>21-2) 3)</td><td>17-2) 3)
19-2) 3)</td><td>18-2) 3)
20-2) 3)</td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td>17-3)</td><td></td><td>18-3),19-3)
20-3),21-3)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>6</td><td>12</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>PWCT</td></tr>
<tr><td>D. Equations to Solve</td><td>In</td><td>13번
(38쪽)</td><td>1) 주어진 그래프를 보고 A, B, A-B의 직선의 방정식을 구한 후 A-B의 x절편의 의미를 설명하고 직선 A, B의 교점을 구하</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5"></td><td rowspan="5">t e r s e c t i n g G r a p h s</td><td></td><td>는 문항이다.
2) 이전에 습득했던 방법을 이용하여 직선의 방정식을 구하고 A, B의 교점의 x좌표와 A-B의 x좌표를 비교해 본다.
3) 그래프에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>14번
(39쪽)</td><td>1) 주어진 두 직선의 방정식을 그래프로 그리고 교점을 구하는 문항이다.
2) A-B의 그래프의 y절편과 임의의 점을 구한 후 직선의 방정식을 구하여 x절편을 구한다.
3) 절차를 사용하기 위해 A-B와 교점에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>15번
(39쪽)</td><td>1) 주어진 두 직선의 방정식이 교점이 존재한다면 교점을 구하는 문항이다.
2) 14번의 해결방법을 이용한다.
3) 절차를 사용하기 위해 A-B와 교점에 대한 이해가 필요하다.</td></tr>
<tr><td>16번
(39쪽)</td><td>1) 주어진 A, B의 직선이 교점이 존재하지 않는 이유를 설명하는 문항이다.
2) A, B의 직선의 방정식을 구한 후 기울기를 비교한다.
3) 절차를 사용하는데 수학적 이해보다는 이전에 습득한 사실을 이용하여 정확한 답을 얻는데 중점을 두고 있다.</td></tr>
<tr><td>분석틀</td><td>과제 유형</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td></td><td>MT</td><td>PNCT</td><td>PWCT</td><td>DMT</td></tr>
<tr><td>과제 형태</td><td></td><td></td><td>13-1),14-1)
15-1),16-1)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 절차</td><td></td><td>15-2),16-2)</td><td>13-2),14-2)</td><td></td></tr>
<tr><td>해결 노력 정도</td><td></td><td>15-2) 3)
16-2) 3)</td><td>13-2) 3)
14-2) 3)</td><td></td></tr>
<tr><td>수학적 이해</td><td></td><td>16-3)</td><td>13-3),14-3)
15-3)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>0</td><td>5</td><td>11</td><td>0</td></tr>
</table>
</td><td>PWCT</td></tr>
</table>