

2011년 2월

교육학석사(수학교육)학위논문

문자와 식 단원의 지도방법에 관한 비교 연구

- 중학교 1학년 수학을 중심으로 -

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

박 민 경

문자와 식 단원의 지도 방법에 관한 비교 연구

- 중학교 1학년 수학을 중심으로 -

A Comparative Study on teaching Methods
for the Lesson of Sign and Formula

2011년 2월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

박 민 경

문자와 식 단원의 지도 방법에 관한 비교 연구

- 중학교 1학년 수학을 중심으로 -

지도교수 박 순 철

이 논문을 교육학석사(수학교육)학위 청구논문으로 제출함.

2010년 10월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

박 민 경

박민경의 교육학 석사학위 논문을 인준함.

심사위원장 조선대학교 교수 한 승 국 인

심 사 위 원 조선대학교 교수 박 순 철 인

심 사 위 원 조선대학교 교수 강 성 권 인

2010년 12월

조선대학교 교육대학원

목 차

ABSTRACT

I. 서 론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구의 제한점	2
II. 문자에 대한 이해	3
1. 문자의 역사	3
2. 문자의 의미와 성질	4
3. 문자사용의 목적	7
4. Kuchemann의 문자사용 유형과 이해수준	8
5. 문자 학습에 있어서의 어려움	10
III. 제7차 수학과 개정 교육과정에서의 문자와 식	11
1. 개정의 필요성	11
2. 제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정의 비교	15
3. 제7차 수학과 개정 교육과정에서 문자와 식	18
4. 문자와 식의 도입 및 지도방안	22
5. 지도 방법의 비교	33
IV. 결론	37
참고문헌	38

- 표 목차 -

[표Ⅱ-1] 문자사용의 6가지 유형	8
[표Ⅱ-2] 문자 이해 수준과 Piaget의 인지 발달 단계의 대응	9
[표Ⅲ-1] 제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정의 비교	15
[표Ⅲ-2] 부시맨의 이차방정식 풀이방법	32
[표Ⅲ-3] 두 집단 간의 사전 동질성 검사 결과	33
[표Ⅲ-4] 두 집단 간의 사후 학업성취도 검사 결과	34
[표Ⅲ-5] 사전 학업 성취도 검사 표본 검정 결과	35
[표Ⅲ-6] 사후 학업 성취도 검사 표본 검정 결과	35
[표Ⅲ-7] 비교집단의 사전-사후 수학적 태도 점수	35
[표Ⅲ-8] 실험집단의 사전-사후 수학적 태도 점수	36

ABSTRACT

A Comparative Study on teaching Methods for the Lesson of Sign and Formula

- Focusing on the level of the first year
Middle School Mathematics -

Park Min-kyung

Advisor : Prof. Park Soon-cheol Ph.D.

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education, Chosun University

The use of sign makes it possible to express various situations in everyday life mathematically and to communicate easier. Also, it gives symbolism to facilitate significant expression. The introduction of sign begins in earnest in the first grade in middle school. Students learn them in the field of sign and formula.

However, the lessons of the sign and formula are limited to description of the sign and solving problems. Therefore, the students get into difficulties in the field. The aim of this article was to introduce effective teaching and learning methods which can help students to master the correct mathematical concept about the field of sign and formula according to the Revised National Curriculum in 2007 in middle school.

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

학교 수학에서 대수 영역의 학습은 대수 그 자체의 내용 학습뿐만이 아니라 수학 여러 분야의 이해를 위한 기초적인 학습을 제공한다는 측면에서 중요한 의의를 지니고 있다. 대수 영역의 학습을 통하여 학생들은 여러 가지 문제 상황을 수식으로 표현하여 해결하는 능력, 양 사이의 관계를 탐구하고 문제를 형식화하거나 일반화하는 능력, 문제를 구조적 관점에서 다룰 수 있는 능력을 기를 수 있기 때문이다.

그러므로, 대수 영역의 학습의 기본이 되는 문자와 식은 수학적 의사소통에 필수적인 언어일 뿐만 아니라 추상화의 단계에서 개념을 조작하고 적용할 수 있는 수단인 동시에, 일반화와 통찰을 용이하게 하는 방법을 제공하는 도구이다. 또한 문자와 식의 학습에서 주요 내용으로 지도되는 방정식과 부등식은 실생활의 문제를 포함한 수학 내적, 외적 문제 해결에 중요한 도구로서의 역할을 한다.[1]

제7차 교육과정에서 새로 신설된 문자와 식 영역은 문제 해결의 구체적 전략을 제시하여 정보화 시대에 대처할 수 있는 학생들의 문제해결력을 신장시키는데 목적이 있다. 이를 위해서는 조건 부족의 문제를 제시하여 스스로 문제를 분석하고 다듬어 가는 활동을 통한 자주적이고 합리적인 사고와 주어진 문제로부터 출발하여 특성과 조건을 변형시켜 다양한 문제를 통한 탐구능력의 육성이 필요하다.

또한 본 영역에서 학습되는 개념들은 방정식과 부등식, 함수, 그래프 등을 학습하는데 기본이 되는 것들이며 일상생활이나 수학적 상황에서 패턴을 찾고 그것을 표현하는데도 사용된다. 이것으로 볼 때 문자와 식은 대수 학습의 기초가 되며 수학의 다른 영역, 예를 들어 규칙성과 함수와도 밀접한 관련이 있는 영역이다.

그러나 중학교 수학에서 처음 문자를 도입함에도 불구하고 문자와 식 단원의 수업은 문자에 관한 설명을 간단히 하고, 그 후에는 문제 풀이 위주로 행해지고 있다. 이런 과정들로 인해 문자에 대해 부정확한 개념을 형성하게 하

여 학생들이 다른 단원들을 학습하는데 어려움을 겪는 원인이 될 뿐만 아니라 문자와 식 영역에 대해서도 부정적인 이미지를 갖게 될 가능성도 있다.

따라서, 본 논문은 7차 개정 교육과정을 중심으로 ‘문자와 식’ 영역이 어떻게 구성되어 전개되고 있는지를 살펴보고 지금까지 선행되었던 많은 연구와 지도방법을 토대로 문자와 식 개념이 올바르게 형성될 수 있도록 효과적인 지도방법을 비교 연구하고자 한다.

2. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한점이 있다.

첫째, 본 연구를 위해 중학교 교육과정 해설서, 중학교 수학 교과서, 지금까지 발표된 대수 학습 지도와 관련된 연구논문을 참조하였다.

둘째, 본 연구는 실제 교육 현장에 적용했을 때의 효과에 대해서는 여건상 검증하지 못하였다.

셋째, 본 연구의 범위를 중학교 1학년 ‘문자와 식’ 영역으로 한정하고 있다.

II. 문자에 대한 이해

문자의 역사, 사용의 목적, 의미와 성질 등을 살펴봄으로써 문자에 대해 보다 정확히 이해하고자 한다.

1. 문자의 역사

대수는 수학의 발생과 함께 시작되었다고 할 수 있다. 예를 들어 약 3600년 전 이집트의 수학자 Ahmes(?~1650? B. C.)는 파피루스에 일차방정식에 해당하는 기록을 남기고 있다. 대수의 역사에서 무엇보다도 중요한 것은 기호주의의 발달이다. 문자를 사용하여 방정식의 미지수를 나타내고 나아가 상수를 나타냄으로써 방정식의 일반해를 생각할 수 있게 되었으며, 일반적인 계산 법칙을 표현할 수 있게 한 기호주의의 발달은 절차적인 관점으로부터 구조적인 관점에서의 사고의 전환을 가능하게 하였다.

19세기 독일의 수학자 Nesselmann은 아메스 시대부터 오늘날까지 3000년 이상에 걸친 대수의 발전 단계를, 계산법과 방정식의 표현방법에 따라 언어적 대수, 생략적 대수, 기호적 대수의 3단계로 구분하였다.[2]

첫 번째 단계는, 특정한 문제를 풀기 위해 문제 상황과 해를 일반 언어를 사용하며 모든 지식을 말로만 교환했던 Diophantus시대 이전인 언어적 대수 관계이다. 이 단계에서는 기호나 약호는 전혀 사용되지 않고 모든 계산 과정을 말로만 나타내었다. 고대 이집트, 바빌로니아, 그리스의 대수가 여기에 속한다. 수를 나타내는 일반적인 문자를 사용하지 않았기 때문에 구체적인 수로 일반적인 풀이과정을 설명하였다.

두 번째 단계는, 생략적 대수의 관계로써 Diophantus시대에서부터 16세기 말까지 지속되었다. 이 때 좀 더 실용적인 의사표현 방법으로 문자를 사용하게 되었는데 즉, 수의 약어인 미지수를 상징하는 기호가 나타나기 시작한다. 그러나 이때의 관심은 일반화에 있는 것이 아니라 문자의 값을 찾는 데 있어서 특정 미지수만을 고려하였다. 따라서 문자를 사용한 ‘일반적인 해’는 표현되지 않았다. 생략적 대수의 단계에서는 본질적으로는 언어 대수와 같이 모든 사항을 말로 썼지만 개념이나 연산이 반복될 때는 말로 나타내는 대신 정해진 생략기호를 사용하였다. 생략기호의 대부분은 단어를 줄인 것이나 머리글자를 딴 것인데 그리스의 Diophantus는 이 단계에 도달해 있었고 유럽에

서의 대수는 17세기 중엽까지 여기에 속해 있었다.

세 번째, 기호적 대수의 관계는 1600년경 Viete에 의해 보다 유용한 대수 표기법에 대한 결정적 진보를 하게 되었는데 즉, 변수를 문자로 표현하여 현대적인 대수학 발전에 바탕을 마련하였다. 주어진 양의 표현으로써 문자를 사용한 것은 수학에 새로운 수치개념 즉, ‘대수적인 수 개념’ 또는 ‘기호적인 수 개념’을 도입하게 되었다. 이제 미지의 양뿐만 아니라 주어진 것을 나타내기 위해서도 문자를 사용하게 되었다. 이 표기법은 점점 일상생활로부터 분리되어가는 대수적 언어 발달의 출발점이 되었다. 이 시점에서 일반해를 나타내는 것과 수치관계를 나타내는 도구로써 대수를 사용하는 것이 가능해졌으며 일반화된 수에 대한 인식을 하여 기호에 의해 일반해 표현이 가능한 것으로 보았다. 이러한 과정을 거쳐서 발달한 현재의 대수는 일반적인 수치관계와 수학적 구조를 기호화하고 그 구조 위에서 조작을 다루는 수학의 한 분야로 발전하였다.

오늘날과 같이 수 대신에 문자를 사용하고 기호적 대수를 처음으로 만들어 낸 사람은 프랑스의 Viete이다. 결국 문자는 처음에는 임의의 수를 표시하기 위해 사용되었고 나아가 임의의 함수를 나타내게 되었다. 현재는 집합, 관계, 행렬, 확률 등 모든 수학적 대상에서 문자를 사용하고 있다.

2. 문자의 의미와 성질

가. 문자의 의미

수학에서 문자는 수와 함께 문자식을 이루는 기호로서 계산 대상이기도 하지만 그 자체의 독특한 성질을 갖고 있어 수학적 언어에 일반성, 유연성, 정확성을 부여한다.

이를테면, 넓이, 부피, 반지름을 영어 surface, volume, radius의 첫 글자를 따서 S, V, r로 나타내듯이, 흔히 일상 언어인 영어의 첫 글자를 따서 생략어로서 사용하는 것은 함축성이 있고 교육적으로 유용한 것이다. 그러나 “홀수와 짝수의 합은 항상 홀수이다”라는 일상 언어의 문장과 $3x+2=1-4x$ 라는 식에서, 홀수와 x 는 그 의미의 일관성에서 차이가 있다. 앞의 홀수와 뒤의 홀수는 일반적으로 다른 값을 갖지만 x 는 그 위치에 관계없이 같은 값을 나타낸다. 더욱이 표현되는 대상의 집합이 문맥에 따라 제한되는 일상 언어와는

달리 수학언어에서는 문자가 나타내는 값의 범위를 자유롭게 한정할 수 있어 일반성이 매우 강하며, 그것이 나타내는 대상을 자유롭게 선택할 수 있어 유연성이 강하다. “ x 는 수학 선생님이다”라는 표현은 “그는 수학 선생님이다”라는 표현보다 일반성과 유연성이 훨씬 강하다. 함수 $y=f(x)$ 에서 x 는 독립 변수로 y 는 종속변수로 사용되고, 집합은 대문자로 원소는 소문자로 나타내는 등 관습적인 규약이 있지만 이는 본질적인 것은 아니며, 수학에서는 상황에 따라 문자가 지시하는 대상을 달리 규정하여 사용할 수 있는 유연성이 있는 것이다.

문자는 π, i, e 등과 같이 특수한 수나 조작을 나타내는 기호로서도 사용되지만 여러 가지 일반적인 규칙을 나타내는 기호로서, 그것이 수, 량, 집합, 명제, 함수, 도형, 벡터, 행렬 등 어떤 것을 나타내건 미지수, 상수, 변수로서 사용된다. 미지수는 이미 그 값이 정해져 있지만 아직 알고 있지 못한 값을 나타내는 기호이며, 상수는 방정식이나 함수의 계수나 상수항과 같이 논의되는 상황에서 어떤 정해진 것을 의미하지만 일반적인 값을 나타내는 기호이다.[2]

나. 문자의 성질

문자는 수와 일상 언어 사이에서 유사한 성질을 가지고 있기는 하나, 문자 그 자체만이 유일하게 가지는 독특한 성질이 있다.

(1) 문자와 수의 유사점

(가) ‘ π, e, i ’와 같은 몇 가지 문자는 수로 약속되어 있다는 점이다. 이들은 소수 표현으로 간단하게 나타낼 수 없는 수에 대한 약속된 표준기호이다.

(나) 문자와 수는 수식에서 함께 나타나는 경우가 많이 있다. 예를 들어 ‘ $x-5=13$ ’과 같은 방정식을 통해 처음으로 문자를 사용한다. 문자는 일시적인 수로서, 알지 못하는 수가 무엇인지 알게 될 때까지 그리고 실제 수를 쓰게 될 때까지, 그 자리에 수 대신 쓸 수 있는 기호로서 작용할 수 있다.

(2) 문자와 수의 차이점

(가) 수는 단일한 하나의 수를 표현하지만, 문자는 ' $0 < n < 20, y = 3x + 2$ '와 같이 동시에 많은 수를 표현할 수 있다는 것이다. 문자가 갖는 동시 표현의 성질로부터 수학에서의 정의, 공리, 정리, 공식 등은 간결하고 분명한 형태로 표현될 수 있으며, 나아가 일반적인 진술이 가능하게 된다.

(나) 수는 어떤 집합에 있는 특정한 고정된 원소에 이름을 붙이기 위하여 사용하는 반면, 문자는 임의의 변하는 원소들을 나타내기 위해 사용된다.

(다) 문자는 한 자리로 된 수나 여러 자리도 된 수를 모두 표현할 수 있다.

(라) 문자가 수를 대신하고 있다고는 하지만 문자에 붙은 부호는 수에 붙은 부호와 는 달리 자신의 값과 일치하지 않을 수도 있다. 즉 x 는 대입되는 수에 따라 음수가 될 수 있고, $-x$ 는 양수가 될 수도 있기 때문이다.

(3) 문자와 일상 언어의 유사점

(가) 어떤 표현 내에서 문자와 일상 언어 모두 자리지기로서 기능을 할 수 있다. 예를 들어, $x^2 + 5x + 6 = 0$ 에서 참이나 거짓이 되는 수학적인 명제를 얻기 위해서 x 대신에 여러 가지 다른 수를 대입해 보는 것과 같이, “그는 수학 선생님이다”라는 문장에서 참이나 거짓이 되는 문장을 얻기 위해서 여러 남자의 이름을 대명사 ‘그’에 대입할 수 있다.

(나) 문자가 종종 일상 언어의 생략어로서 제시되기 위해 사용된다.

(4) 문자와 일상 언어의 차이점

(가) 일상 언어에는 명시적 또는 암묵적으로 처음부터 저절로 부과된 의미가 있기 마련이지만 문자는 고정된 의미의 집합에 연결되어 있지 않다는 것이다. 수학에서 사용되는 문자의 의미는 같은 문자라도 상황에 따라 그 의미가 다르기 때문에 그 의미들을 따로 모을 수 없다.

(나) 문자와 일상 언어는 한 문맥 전체를 통한 그 의미의 일관성에 관해서 서로 차이가 있다. 예를 들어 $3(x+2)+5=17-2x$ 에서 x 는 위치에 상관없이 어느 곳이나 같은 값이 대입되어야 하는 것과 같이, 문자에 할당된 값은 주어진 문맥에서 그 문자가 나타나는 어느 곳이나 같은 값이어야만 하다. 그러나 수학적인 문장제나 일상적인 표현에서는 같은 단어나 구라도 한 문장 내에서 서로 다른 것을 표현 할 수 있다. “늦은 밤 화로에 밥을 구워 먹었던 기억이 있다”에서 앞의 밤과 뒤의 밤은 항상 같은 것이 아니다.

3. 문자사용의 목적

문자의 사용은 대수의 형식적 언어 사용의 출발로서 문자에 대한 이해는 앞으로의 대수 학습을 보다 의미 있게 해 나가기 위한 기초가 될 수 있다. 어떤 문제 상황이나 관계를 문자나 기호를 사용하여 식으로 표현하여 다루는 것은 일반화를 위한 토대가 되는 것은 물론 수학을 학습해 나가는데 필요한 여러 가지 이점을 제공한다고 한다.

문자사용의 목적을 다음과 같이 설명하였는데 이는 명확성, 일반성, 엄밀성, 통합성, 추상성의 5가지로 요약된다고 할 수 있다.[1]

첫째, 문자사용의 명확성은 문제를 간결하고 명확하게 표현함으로써 자신의 생각을 정리할 수 있을 뿐만 아니라 자신의 생각을 다른 사람에게 정확하게 전달할 수 있다는 것이다.

둘째, 문자사용의 일반성은 문자를 이용한 식의 표현으로 주어진 대상들 사이의 관계에 대한 일반화된 식을 나타낼 수 있다는 것이다.

셋째, 문자사용의 엄밀성은 수학에서는 문자식으로 표현된 내용의 범위를 엄밀하게 검토할 수 있다는 것이다.

넷째, 문자사용의 통합성은 구체적인 내용을 넘어서 식의 형식에 주목하면 문자를 이용하여 많은 관계를 통합적으로 고찰할 수 있다는 것이다.

다섯째, 문자사용의 추상성은 문자를 이용한 식이 여러 가지의 구체적인 내용에 대응될 수 없는 경우에도 추상적인 식의 조작을 통해 이를 처리할 수 있다는 것이다.

4. Kuchemann의 문자사용 유형과 이해수준

Kuchemann은 대수에서의 문자사용에 대한 학생들의 이해수준을 평가하려고 시도하였다. 문자의 다양한 사용법을 위계적으로 분류하는데 변수를 동적 속성을 강조하는 개념으로 제한하였으며, 변수를 어떤 관계 속에서 문자의 값이 변하는 것을 함의하는 개념으로만 취급하고 있다.[17]

Kuchemann이 분류한 문자사용의 6가지 유형은 아래 [표II-1]과 같다.

[표II-1] 문자사용의 6가지 유형

구분	문자사용의 특징	내용
유형1	문자를 수치화 한다.	처음부터 문자에 수치가 할당된다.
유형2	문자를 사용하지 않는다.	문자를 무시하거나 기껏해야 문자의 존재를 인정할 뿐이다.
유형3	문자를 어떤 대상으로 사용한다.	문자는 어떤 대상에 대한 약호로서 또는 그 자체로 어떤 대상으로 여겨진다.
유형4	문자를 특정한 미지수로 여긴다.	문자를 특정하지만 알고 있지는 않은 수로 여긴다. 그리고 학생들은 직접 그 문자위에서의 조직을 행한다.
유형5	문자를 일반화된 수로 여긴다.	문자는 단 하나의 값이 아니라 여러 가지 값을 표현하는 것으로 여긴다.
유형6	문자를 변수로 여긴다.	문자는 특정하지 않은 여러 가지 값의 범위를 나타내는 것으로 여긴다.

Kuchemann은 6가지 문자사용 유형을 가지고 학생들이 문자를 이해하는 수준을 4가지로 나누어 설명하였다.

문자 이해 수준 1은 문자사용 유형 6가지 중 유형 1, 2, 3에 해당한다. 대수 구문의 이해와 문자식 계산에 있어서 불완전한 능력을 보인다. 이 수준의 학생들은 '2a+b+a를 간단히 하여라'는 문제에서 3a+b란 답을 구하지만 연산 기호가 남아 있어 불완전하다고 생각하여 3ab라고 답한다. 여기서 학생들은 문자를 미지수로 다루어야 하는 문제에서 문자를 수치화하여 계산하는 것이다.

문자 이해 수준 2는 문자사용 유형 중 유형 1, 2, 3에 해당하며 대수적 기호를 올바르게 사용하고 대수 구문을 바르게 이해하고 있는 경우이다. 수준 2에서는 연산 기호의 포함을 인정해 '완전성의 결여'의 수용 능력이 있다.

문자 이해 수준 3은 문제 구조가 간단한 경우에 한하여 문자를 미지수로 이해하여 사용할 수 있는 경우이다.

문자 이해 수준 4는 문자를 미지수로 이해하여 사용하기를 요구하면서 구조가 좀 더 복잡한 문제를 다룰 수 있고 문자를 일반화 된 수나 변수로 해석할 수 있는 수준이다.

Kuchemann은 구체적 조작기와 형식적 조작기에 있는 학생들의 사고에 있어서 다음 표와 같이 문자 이해 수준을 Piaget의 인지 발달 단계에 대응시키고 있다.

[표Ⅱ-2] 문자 이해 수준과 Piaget의 인지 발달 단계의 대응

문자 이해 수준	인지 발달 단계	특징
문자 이해 수준 1	구체적 조작 단계 말기 이전	구체적 현실에 연결되어 있는 문제들을 해결할 수 있다.
문자 이해 수준 2	구체적 조작 단계 말기	
문자 이해 수준 3	형식적 조작 단계 초기	추상적인 혹은 가정되는 상황에 대한 문제, 여러 가지 관계를 다루면서 다양한 조작과 형식적 사고를 요구하고 있는 문제들을 해결할 수 있다.
문자 이해 수준 4	형식적 조작 단계 말기	

5. 문자 학습에 있어서의 어려움

아동이 문자 학습을 하는데 있어서 어려움을 겪는 이유에 대해서는 여러 가지 요인이 있을 것이나 크게 두 가지로 나누어 생각해볼 수 있다.

첫째, 학습내용이 수에 관한 비교적 구체적인 내용으로부터 문자를 다루는 추상적인 내용으로 급속히 전환된다는 점에 있다. 초등학교를 거치는 동안 아동들은 수에 대한 조작이 몸에 배게 되어 중학교 수학에서 문자식의 도입 시에 이를 조절하기 어려운 상황이 초래됨으로써 학습-지도에 어려움이 야기 되기 쉽다.

예를 들어, 문자식의 계산에서는 $2a+3$ 은 더 이상 간단히 할 수 없는데, 많은 아동들은 산술적인 기대 곧, 수의 계산에서 답은 반드시 수이며 답에 계산 기호가 포함되지 않는다는 데에 집착하여 계산 기호가 포함된 식을 불완전한 것으로 보고 $2a+3$ 을 무리하게 간단히 하려고 함으로써 $5a$ 라고 고치는 오류를 범하게 된다. 그리고 괄호로 둘러싸인 부분은 어떠한 경우라도 먼저 계산하지 않으면 안 된다고 보고 $(a+3)+(a-3)=3a+(-3a)$ 와 같은 오류를 범하게 된다.

둘째, 이 단계의 아동이 인지 발달 면에서 이행기에 있다는 점이다. 문자식을 본격적으로 학습하기 시작하는 것은 중학교 1학년인 12~13세부터이다. 그런데 Piaget의 인지 발달 이론에 의하면 이 시기는 구체적 조작단계로부터 형식적 조작단계로의 이행기에 해당한다. 이 시기의 아동의 사고의 중요한 특징은 형식적 가설적이고, 추상적인 사고가 시작되지만 아직 완전하지 않으며 사고가 사물의 구체적 특성에 의존하는 상황을 완전히 벗어나지 못한다는 점이다. 따라서 이 시기의 아동은 문자식을 완전히 추상적이고 형식적으로 조작할 수는 없으며 수에 대한 구체적인 이미지에 의존할 필요성이 아직 남아 있는 상태이다.[2]

Ⅲ. 제7차 수학과 개정 교육과정에서의 문자와 식

문자와 식은 수와 문자를 계산 기호, 관계 기호 또는 괄호와 결합시켜서 수학적 관계를 나타내는 식이다. 다항식, 분수식, 방정식, 부등식, 공식, 계산 법칙 등 여러 가지가 있다.

1. 개정의 필요성

21세기 지식 기반 사회에 적합한 인재는 숙련된 단순 기능인보다는 자기 주도적으로 지적 가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인간이라고 할 수 있다. 이를 위하여 초·중등학교 수학과에서는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 토대로 탐구하고 추측하며 논리적으로 추론하는 수학적 사고력, 수학을 이용하여 정보를 처리하고 의사소통하는 능력, 수학적 지식과 방법을 활용하여 실생활이나 다양한 분야의 문제를 창의적으로 해결하는 문제해결력, 수학의 유용성과 가치를 이해하고 활용하는 능력, 수학에 대한 흥미와 자신감 등을 기르는 것이 필요하다.

1997년 말에 고시된 제7차 수학과 교육과정은 수학적 힘의 신장을 강조하는 수학교육의 세계적 동향 및 학습자의 자율과 창의성에 바탕을 둔 소위 학생 중심 교육과정이라는 총론의 기본정신을 반영하여 구성되었다.

제7차 수학과 교육과정은 학교 교육을 공급자 중심에서 수요자, 즉 학생 중심으로 바라보도록 그 관점을 전환시켰고 학생들이 자신의 진로, 적성, 흥미, 필요에 맞게 과목을 선택하여 이수할 수 있도록 학생 선택의 자율권을 확대하였다는 점에서 긍정적 기여를 하였지만, 학교 현장에 적용·운영되는 과정에서 문제점을 드러내었고, 이에 대한 개선 요구가 줄곧 제기되었다. 또한 제7차 수학과 교육과정에서는 수학 교육의 세계적인 흐름을 반영하여 수학적 힘의 신장을 강조하였지만 다소 미흡한 점이 있었고, 현대 사회의 빠른 변화에 적응하고 미래 사회에 더욱 적합한 수학 교육을 요청하는 국가·사회적 요구가 많았다. 제7차 수학과 교육과정에 대한 개선 요구 사항을 좀 더 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

가. 단계형 수준별 교육과정의 개선 필요

제7차 교육과정에서는 초등학교 1학년부터 고등학교 1학년까지의 국민 공

통 기본 교육 기간에는 학생의 능력과 수준에 맞는 수학 수업을 위하여 수학 교과는 단계형 수준별 교육과정을 편성, 운영하도록 하였다. 단계형 수준별 교육과정에 따르면 학생들은 학년에 관계없이 자신의 능력과 수준에 맞는 단계의 수학 수업을 들어야 하고, 매 단계를 마칠 때마다 해당 단계 도달 여부를 확인하는 평가를 실시하여 그 단계의 수준에 도달하지 못했으면 그 단계를 재이수하거나 특별보충과정을 이수해야 한다. 그러나 학생과 학부모들 사이에 재이수나 특별보충과정에 대한 정서적 거부감이 매우 커서 재이수를 실시하지 못하였고, 특별보충과정도 매우 형식적으로 운영되었다.

또한 우리나라 초·중등학교의 각 학급에는 수학적 능력과 수준의 격차가 큰 학생들이 혼재되어 있고, 중·고등학교의 교과 수업은 교과 담당 교사가 학급을 찾아다니면서 교과 수업을 하게 되어 있다. 따라서 수학 수업을 단계형 수준별로 운영하기 위해서는 한 명의 교사가 한 시간에 여러 단계의 수학 수업을 하거나 특정 시간대에 한 학년 전체 또는 한 학교 전체가 수학 수업을 하여야 한다. 그러나 이러한 수업 방식은 수업 운영의 비효율성, 수학 교사 수급 및 배치의 문제점 등으로 현실적으로 시행이 불가능하다(박선화 외, 2005).

나. 교육 내용의 적정화 필요

제7차 교육과정에서는 이전에 비하여 수학 교과의 내용을 30% 감축하도록 하였다. 그러나 제7차 교육과정에서 수학과 수업 시간이 축소됨에 따라 학습량 감축이 실질적인 효과를 거두지 못하였다(신성균 외, 2005).

또한 수준별 교육을 강화하기 위하여 제7차 교육과정에서는 국어, 사회, 수학, 과학, 영어 교과의 경우, 교육과정에 기본 과정과 함께 심화 과정도 함께 제시하도록 하였다. 이러한 심화 과정의 내용이 수학 교과서에 기본 내용과 함께 제시되자, 교과서에 나오는 내용은 모두 지도해 달라는 학생과 학부모의 요구에 따라 각 학교에서는 학생의 수준에 관계없이 모든 학생들에게 기본 과정의 수학 내용뿐만 아니라 심화 과정의 수학 내용도 모두 지도하게 되면서 학습량이 과다하고, 학습 수준이 지나치게 높다는 비판을 받게 되었다(박선화 외, 2005).

한편, 무리하게 수학 교과의 내용을 감축하는 과정에서 일부 학습 주제가 학년 간, 교과 간 연계성이 떨어지고, 내용 영역 구분 방식에 따라 연관된 수학 내용을 분리하여 지도하도록 함으로써 학습 효과가 떨어지는 문제도 발생

하였다(신성균 외, 2005).

다. 수학적 능력 신장 강조 필요

1990년대 이후로 학교 수학 교육에서 강조하는 세계적인 흐름의 하나가 수학적 추론 능력, 의사소통 능력, 문제해결력과 같은 수학적 능력의 신장을 강조하는 것이다. 제7차 수학과 교육과정도 이러한 세계적 흐름을 반영하고는 있지만 다소 미흡하였다.

특히, 수학적 추론 교육은 그동안 논리적 추론 또는 증명 교육 중심으로 이루어지는 경향이 있다. 그러나 수학을 깊이 있게 이해하고 활용할 수 있는 능력을 갖추기 위해서는 먼저, 귀납적 추론을 통해 학생 스스로 규칙성이나 공통성을 발견하거나 유추를 통해 추측해 보는 경험을 쌓는 것이 필요하다. 이러한 귀납적 추론이나 유추적 사고 활동을 통해 학생 스스로 지식을 생산해내고, 스스로 생산해낸 수학적 지식을 논리적 추론이나 연역적 증명을 통해 정당화하는 경험을 쌓을 수 있을 때, 학생은 이 지식을 진정으로 자신의 것으로 내면화할 수 있게 되고, 다양한 상황에 자유롭게 활용할 수 있는 능력을 가질 수 있게 된다.

현대 사회에서 강조하는 수학적 능력의 하나가 수학적 의사소통 능력이지만 제7차 교육과정에서는 그다지 강조되지 않았다. 과학 기술을 기반으로 하고 있는 현대 사회에서는 학문이나 직업의 세계에서 뿐만 아니라 일상생활에서도 다양한 과학 기술 정보를 자유롭게 의사소통하는 능력이 필요하며, 수학은 이러한 과학 기술 정보를 소통하는 데 기초적이고 필수적인 수단이다. 학생들은 수학 수업을 통해 다양한 상황을 수학적 언어를 써서 표현하고, 타인의 수학적 언어를 이해하는 능력을 기르며, 수학적 언어를 사용하여 토론하는 능력을 기르는 것이 필요하다.

학생들은 수학 수업에서도 동료들과 함께 사고하고, 협동하여 문제를 풀며, 자신의 생각을 설득력 있게 설명하고, 다른 사람의 생각을 경청하고 이해하며, 활발한 토론을 해 봄으로써 학습 주제에 대해 더 깊이 이해하고 자신의 사고를 명확히 하고 세련되게 하며 발전시켜갈 수 있다.

문제해결력 신장은 제4차 수학과 교육과정 이래로 초·중등학교 수학 교육에서 지속적으로 강조되어 왔다. 수학적 문제해결 능력은 수학 자체뿐만 아니라 일상생활 또는 학문이나 직업의 세계에서 필수적이다. 또한 성공적인 문제해결 경험을 쌓아감으로써 학생들은 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 더욱

깊게 이해하고 활용할 수 있으며 수학에 대한 자신감을 기를 수 있게 된다.

라. 수학에 대한 정의적 태도 개선 필요

그동안 수학과 교수·학습에서는 문제해결력 신장과 같은 인지적 측면을 주로 강조해왔다. 그러나 학생들의 수학에 대한 정의적 태도가 개선되지 않으면 학생들의 수학적 능력의 향상을 기대하기 어렵고, 점차 수학 학습을 기피하거나 수학에 대한 두려움이나 혐오감을 가지는 학생들이 증가하게 되어, 학생 개인의 경쟁력뿐만 아니라 우리나라의 국가 경쟁력도 저하될 우려가 있다. 특히, 최근에 실시한 국제 학업 성취도 비교 연구 결과를 살펴보면, 우리나라 학생들의 수학 성취도는 최상위권이지만, 수학에 대한 자신감과 수학의 가치에 대한 인식이 상대적으로 매우 낮고, 초등학교에서 중학교로 올라갈수록 수학 학습에 대한 흥미도가 점점 더 낮아지는 등 수학에 대한 부정적인 태도가 다른 나라에 비해 매우 높게 나타나고 있어, 이를 개선하려는 노력을 적극적으로 기울일 필요가 있다(이미경 외, 2004a).[4]

2. 제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정의 비교

제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정을 비교해보면 아래 [표Ⅲ-1]과 같다.

[표Ⅲ-1] 제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정의 비교

구분	7차 교육과정	7차 개정 교육과정	비고	
기본 방향	<ul style="list-style-type: none"> · 개인의 능력 수준과 진로 고려 · 수학의 기본 지식 중시 · 수학적 사고력, 문제 해결력 신장 · 수학 학습에 흥미와 자신감을 가지게 하는 수학교육 	<ul style="list-style-type: none"> · 수준별 수업 운영 권장 · 수학적 능력 신장 강조 · 교육 내용의 적정화 · 수학의 가치 제고와 정의적 측면 강조 		
성격	<ul style="list-style-type: none"> · 단계형 수준별 교육과정 설명 · 6개 내용 영역 	<ul style="list-style-type: none"> · 학교 급별 5개 내용영역에 구성 요소 설명 	<ul style="list-style-type: none"> · 단계형 삭제 · 학교 급별 특성에 맞는 영역명 제시 · 학습내용간 연계성 강화를 고려한 영역명 제시 	
목표		<ul style="list-style-type: none"> · 학교 급별 목표 제시 	<ul style="list-style-type: none"> · 초·중·고의 성취 목표를 세분화하여 진술 	
내용	내용 체계	<ul style="list-style-type: none"> · 6개 영역에 따라 내용 구성 · 심화과정 	<ul style="list-style-type: none"> · 학교 급별 5개 내용영역에 따라 내용 구성 · (삭제) 	<ul style="list-style-type: none"> · 새 영역 명에 따라 내용 재구성 · 심화과정 삭제
	중 학 교 1	<ul style="list-style-type: none"> · 이진법의 덧셈, 뺄셈 · \leq, \geq 	<ul style="list-style-type: none"> · (삭제) · \leq, \geq 	<ul style="list-style-type: none"> · 삭제(학습량 감축, 난이도 조정) · 수정(국제 표준 기호 사용)
	학 년	<ul style="list-style-type: none"> · 정비례와 반비례 	<ul style="list-style-type: none"> · (삭제) 	<ul style="list-style-type: none"> · 하향화하여 초6으로 이동
		<ul style="list-style-type: none"> · 함수(비례 관계로 도입) 	<ul style="list-style-type: none"> · 함수(중속 관계를 바탕으로) 	<ul style="list-style-type: none"> · 수정(보편적인

		로 한 대응으로 도입)	개념 사용)
	<ul style="list-style-type: none"> · 표와 그래프 읽기 · ‘교수학습상의 유의점’의 ‘가평균을 이용하여 평균을 구하는 것을 다루지 않는다’ 	<ul style="list-style-type: none"> · 표와 그래프 해석 · (삭제) 	<ul style="list-style-type: none"> · 수정(자료 해석 강화) · 삭제(제한 불필요)
	<ul style="list-style-type: none"> · 기호 $\angle R$ 	<ul style="list-style-type: none"> · (삭제) · 두 원의 위치관계 	<ul style="list-style-type: none"> · 삭제(학습량 감축, 필수 기호 정선) · 고1에서 이동(학습내용 축소, 난이도 하향)
중 학 교 2 학 년	<ul style="list-style-type: none"> · 근삿값의 덧셈과 뺄셈 	<ul style="list-style-type: none"> · (삭제) · 곱셈공식 유도 	<ul style="list-style-type: none"> · 삭제(학습량 감축, 필수 내용 정선) · 중3에서 이동(중3 학습 부담경감)
		<ul style="list-style-type: none"> · 명제의 뜻과 증명의 의미 이해 · 기호 $p \rightarrow q$ 추가 	<ul style="list-style-type: none"> · 학습 내용 명료화 · 추가(명제에 대한 이해 향상)
	<ul style="list-style-type: none"> · ‘답음의 활용’과 관련된 명제 증명 	<ul style="list-style-type: none"> · ‘답음의 활용’과 관련된 명제 이해 	<ul style="list-style-type: none"> · 증명 축소(난이도 조정, 학습량 경감)
	<ul style="list-style-type: none"> · 무한소수를 이용하여 무리수 도입 · 곱셈 공식 	<ul style="list-style-type: none"> · (삭제) · (삭제) · ‘교수·학습상의 유의점’에 인수분해의 심화 지도 가능 내용 제시 	<ul style="list-style-type: none"> · 삭제(수준별 학습지도 가능) · 중2로 이동(중3 학습 부담 경감) · 상세화 (수준별 지도 가능 내용 제시)
	<ul style="list-style-type: none"> · 상관도와 상관표 	<ul style="list-style-type: none"> · (삭제) · 중앙값, 최빈값 · 분산과 표준편차 	<ul style="list-style-type: none"> · 삭제(학습내용 정선) · 추가(미래사회 요구 등)

			· 고1에서 이동(연계성 강화)
	· 원의 접선에 대한 성질 증명	· 원의 접선에 대한 성질 이해	· 증명 축소(난이도 조정, 학습량 경감)
교수 · 학습 방법	· 단계별 수준별 교육과정 편성·운영방안, 단계별 보충, 심화과정 운영 유의 사항 제시	· (삭제) · 다양한 수업 방법 제시 · 의사소통 능력 지도 유의점 · 수학적 사고와 추론 능력 지도 유의점 제시 · 문제해결력에 문제 만들기 추가 · (삭제) · 교육기자재 확보·활용 · 수준별 수업 운영 방법 제시	· 단계형 수준별 교육과정을 수준별 수업으로 전환 · 다양한 수업 방법 활용권장 · 의사소통 능력 강화 · 추론 능력 강화 · 문제해결력 강화 · ‘교수·학습상의 유의점’에서 제시 · 교육기자재 확보를 위한 근거 제시 · 학교 여건 고려하여 실시하게 함
평가	· 수학적 성향 평가 · 절대 평가 기준 제시	· 다양한 평가 방법 제시 · 의사소통 능력 평가제시 · 정의적 영역 평가 · 공학적 도구와 교구 이용 평가 기회 제공 · (삭제)	· 다양한 평가 방법 활용권장 · 의사소통 능력 신장 · 수정(보편 용어 사용) · 학습과 평가 일치 · 평가 기준의 수준 구분에 대한 단위 학교의 자율성 확대

제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정을 표를 보고 간단히 비교해 보자면 첫째, 7차 교육과정에서 적용된 단계형 수준별 교육과정에서 ‘단계형’을 삭제하고 교육과정 문서에서도 ‘단계’ 대신 ‘학년’과 ‘학기’라는 용어를 부활시켰다.

둘째, 제7차 교육과정에서는 초등학교 1학년부터 고등학교 1학년까지 10단계에 걸쳐 공통적으로 6개의 내용 영역을 설정하였으나, 개정 교육과정에서는 학교 급별 특성을 고려하여 5개의 영역으로 구분하며, 초·중·고의 성취목표를 세분화하여 진술하였다.

셋째, 학년별 내용의 변화를 보면 학습량을 감축하고 난이도를 조정하여 학습자들에게 부담을 줄여줄 수 있는 방법으로 다른 교과와의 학습을 고려하여 하향화시키기도 하고 몇 가지 내용은 삭제가 되기도 하였다.

넷째, 평가 부분에서는, 7차 개정 교육과정에서는 다양한 평가 방법을 제시하고 의사소통 능력 신장, 수학적 사고와 추론 능력 신장에 대한 항목을 추가하였다. 한편, 7차 교육과정에서 사용된 ‘수학적 성향’의 평가를 개정 교육과정에서는 ‘정의적 영역’에 대한 평가로 바꾸었다.

끝으로, 7차 개정교육과정에서는 자율적으로 수준을 구분하는 것이 더 적절하다고 판단되어 7차 교육과정에서 제시되었던 상·중·하 평가 기준을 삭제하였다.

3. 제7차 개정 교육과정에서 문자와 식

가. 지도의 의의

문자는 주어진 문제 상황을 수학적으로 명확하고 간결하게 표현하도록 해주어 수학적 의사소통을 원활히 할 수 있도록 도와준다. 수학에서 문자를 사용하는 식의 취급은 중등 수학의 기초로 매우 중요하다.

문자와 식 영역의 학습을 통하여 학생들은 문제 상황을 수학적으로 표현할 수 있고 필요한 경우에 일반화된 식으로 나타낼 수도 있다. 특히 식의 전개

와 인수분해는 수학의 다른 영역의 학습에서도 유용하게 이용된다.

문제를 이해하고 답을 구하는 문제에서, 문자를 사용하여 미지수를 나타내면 문제의 뜻에 맞는 식을 세울 수 있다. 식이 세워지면 대부분의 경우 그 다음부터는 형식적인 계산이 가능하게 되고, 계산 과정에 착오만 없다면 답을 정확하게 이끌어낼 수 있게 된다. 따라서 식 세우기는 강력한 문제해결 전략이 될 수 있다. 식을 세운다는 것은 주로 방정식이나 부등식을 세우는 것을 말하는데, 방정식과 부등식은 여러 가지 문제해결에 중요한 도구가 될 수 있다.

나. 내용의 개요

초등학교에서는 문자와 식 영역 내용과 관련하여 6학년에서 문자를 사용한 방정식이 도입된다. 이때의 방정식은 주로 한 개의 문자가 한 번에만 사용되는 경우에 한정된다.

중학교에서는 1학년에서 문자를 이용하여 현상을 나타내고 식의 값을 구하여 문자식의 유용성을 경험하며, 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 해결하는 내용을 다룬다. 또, 방정식의 활용 측면을 강조하여 실생활의 여러 가지 문제를 조직, 표현, 해결할 수 있게 한다.

2학년에서는 다항식의 사칙계산, 지수법칙, 곱셈 공식, 간단한 등식의 변형, 미지수가 2개인 일차방정식과 연립일차방정식, 일차부등식과 연립일차부등식을 다룬다.

3학년에서는 인수분해와 이차방정식의 개념과 활용을 학습하게 된다.

다. 중학교 1학년 ‘문자와 식’의 학습 내용과 그 구성

교육과학기술부에서 정한 중등학교 수학과 교육과정에 따르면, 중학교 1학년의 수학 학습 내용은 크게 수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하의 5영역으로 분류되어 있다. 그 중 ‘문자와 식’은 문자의 사용과 식의 계산, 일차방정식, 일차방정식의 활용의 3개 항목으로 구성되어 있다.

각 항목별 세부 학습 내용을 살펴보면,

(1) 문자의 사용과 식의 계산

(가) 문자를 사용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

- 생활 주변에서 관찰되는 수학적 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하게 한다.

문자를 사용하여 생활주변에서 관찰되는 상황을 식으로 나타내게 한다.

식으로 표현할 때에는 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하는 것이 편리함을 알게 하고, 이러한 표현에 익숙해지도록 한다.

- 곱셈 기호를 생략할 때에는 다음과 같이 할 수 있다.
 - 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호를 생략하고 수를 문자 앞에 쓴다.
 - 문자와 문자의 곱에서는 곱셈기호를 생략한다.
 - 같은 문자의 곱은 지수를 사용하여 거듭제곱으로 나타낸다.
 - 1이나 -1과 같은 숫자와 문자의 곱에서는 1을 생략한다.
 - $0.1 \times a$ 는 $0.a$ 이 아니라 $0.1a$ 로 쓴다.
 - 괄호가 있는 식과 수, 또는 괄호가 있는 식과 문자의 곱에서는 곱셈 기호 \times 를 생략하고, 수는 괄호 앞에 쓴다.
- 나눗셈 기호 \div 는 생략하여 분수의 꼴로 나타낸다.

(나) 식의 값을 구할 수 있다.

- 식의 문자에 어떤 값을 대입하여 그 식의 값을 구하게 한다.

식의 값을 구할 때에는 문자에 대입하는 수를 간단히 주어 복잡한 계산이 되지 않게 한다. 식의 값 구하기에서는 식에 대한 의미를 이해하는 것을 더 강조하여야 한다.

(다) 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

- 다항식의 뜻을 알고, 다항식과 관련된 용어의 뜻을 알게 한다.
구체적인 식을 통하여 다항식, 다항식에서의 항, 계수, 상수항, 차수 등의 뜻을 알게 한다. 또, 단항식은 다항식의 특수한 경우임을 알게 한다.
- $(\text{수}) \times (\text{다항식})$, $(\text{다항식}) \div (\text{수})$ 을 계산하게 한다.
분배법칙을 이용하여 $(\text{수}) \times (\text{다항식})$ 을 계산하게 하고, $(\text{다항식}) \div (\text{수})$ 는 역수를 구하여 계산하게 한다.
- 일차식의 뜻을 알고 동류항을 모아 일차식의 덧셈과 뺄셈을 하게 한다.
차수가 1인 다항식이 일차식임을 알게 한다. 동류항끼리의 합 또는 차를 구

할 때에는 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 문자를 곱하게 한다. 일차식의 덧셈과 뺄셈을 능숙하게 할 수 있게 한다. 일차식의 덧셈과 뺄셈에서는 하나의 문자에 관한 일차식만 다룬다. 학생의 수준에 따라 식의 복잡성을 조정하여 제시할 수 있다.

(2) 일차방정식

(가) 일차방정식과 해의 의미를 이해한다.

- 일차방정식의 뜻과 그 해의 의미를 이해하게 한다.

(x 에 관한 일차식) $=0$ 과 같은 꼴로 나타낼 수 있는 방정식을 미지수 x 에 관한 일차방정식이라 함을 알고, 방정식이 참이 되게 하는 x 의 값을 찾아보게 함으로써 방정식의 해 또는 근의 의미를 이해하게 한다.

- 방정식과 항등식의 차이를 알게 한다.

문자의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 방정식, 문자의 값에 상관없이 항상 성립하는 등식을 그 문자에 관한 항등식이라 함을 알게 한다.

(나) 등식의 성질을 이해하고 이를 활용할 수 있다.

- 등식의 성질을 이해하게 한다.

등식의 양변에 같은 수를 더하거나 빼거나 곱하거나, 또는 0이 아닌 같은 수로 양변을 나누어도 등식이 성립함을 알게 한다.

- 등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

등식의 성질을 이용하여 ‘이항’의 뜻을 이해하고, 이항을 이용하여 방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

(다) 일차방정식을 풀 수 있다.

- 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

일차방정식을 풀 때는 $ax=b$ 의 꼴로 고쳐서 x 의 값을 구하게 하고, 이를 능숙하게 할 수 있게 한다.

(3) 일차방정식의 활용

(가) 일차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

- 일차방정식을 활용하여 실생활에서 여러 가지 문제를 해결하게 한다.
여러 가지 실생활 문제에 대하여, 주어진 문제의 뜻을 이해하고, 관계를 살펴본 다음, 미지수를 정하여 일차방정식을 세운 후 그 해를 구하게 한다. 또 검산을 하여 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지를 확인하는 태도를 기르게 한다.
이와 함께 사용하게 될 용어와 기호를 다음과 같이 규정하고 있다.

< 대입, 식의 값, 다항식, 항, 단항식, 상수항, 계수, 차수, 일차식, 동류항, 좌변, 우변, 양변, 미지수, 해, 근, 항등식, 이항, 일차방정식 >[4]

4. 문자와 식의 도입 및 지도 방안

교과서에 나오는 문자와 식의 도입부분인 탐구활동이 어떻게 전개되어 있는지 살펴보고, 좀 더 효과적인 지도방법에 대해 연구하여 살펴보기로 한다.

가. 교과서에 제시된 문자와 식

‘문자와 식’단원의 목표는 문자를 사용하여 식을 나타내는 방법과 문자로 표현된 식을 간단히 하는 방법을 알아보는 것이다. 그리고 방정식에 대하여 알아보고, 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀어 보며, 방정식을 실생활의 문제 해결에 활용하여 보는 것이 이 단원의 목표이다.

그렇다면, 이제 각 교과서 별로 ‘문자와 식’의 도입부분인 탐구활동이 어떻게 전개되어 있는지를 살펴보고 좀 더 효율적인 방법에 대하여 연구하여 보기로 한다.

- 각 교과서 별 ‘문자와 식’단원의 도입부분

(1) 비유와 상징 : 다음은 교과서 95쪽 문자를 사용한 식의 도입부분이다.

01. 문자의 사용

● 문자를 사용하여 식을 간단히 나타내어 보자.

개/냄/탐/구 밥 한 공기(200g)를 짓는 데 필요한 쌀의 양은 80g 정도라고 한다.

탐구1 다음 표는 밥 두 공기, 세 공기, ...를 짓는데 필요한 쌀의 양이다.
빈칸을 알맞게 채워라.

밥공기 수(공기)	쌀의 양(g)
1	$80 \times 1 = 80$
2	
3	
...	...

탐구2 밥 x 공기를 짓기 위해서는 몇 g의 쌀이 필요한가?

(2) 성지출판(주) : 다음은 교과서 104쪽 문자를 사용한 식의 도입부분이다.

1. 문자의 사용

탐구 활동 요리책을 보고, 6인분의 사과 파이를 만들려고 한다. 요리책에 오른쪽과 같이 4인분을 기준으로 재료가 적혀 있을 때, 다음을 알아보자.

재료(4인분 기준)	
밀가루 200g
사과 800g
설탕 120g
버터 120g
 :

탐구1 다음의 각 경우에 필요한 밀가루의 무게를 구하여 보자.

- (1) 1인분의 사과 파이를 만들 때 필요한 밀가루는 몇 g인가?
- (2) 2인분의 사과 파이를 만들 때 필요한 밀가루는 몇 g인가?
- (3) 6인분의 사과 파이를 만들 때 필요한 밀가루는 몇 g인가?

탐구2 x 인분의 사과 파이를 만들 때 필요한 밀가루의 무게를 x 를 사용하여 식으로 나타내어 보자.

(3) 웅진씽크빅 : 다음은 교과서 96쪽 문자를 사용한 식의 도입부분이다.

4.1 문자를 사용한 식

탐구 광학 현미경

학교에서 사용하는 광학 현미경의 배율은 접안렌즈의 배율과 대물렌즈의 배율의 곱과 같다. 오른쪽 광학 현미경과 같이 접안렌즈의 배율이 10배이고 대물렌즈의 배율이 10배일 때, 광학 현미경으로 보면 물체가 100배 확대되어 보인다. 광학 현미경의 접안렌즈의 배율을 10배로 고정하고, 대물렌즈의 배율을 바꾸면서 양파의 표피 세포를 관찰하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

- ① 접안렌즈는 그대로 두고, 대물렌즈의 배율을 20배, 40배로 바꾸면 양파의 표피 세포가 각각 몇 배로 확대되어 보이는지 구하여라.
- ② 접안렌즈는 그대로 두고, 대물렌즈의 배율을 x 배로 하면 현미경의 배율은 얼마인지 구하여라.

(4) (주)도서출판 디딤돌 : 다음은 교과서 98쪽 문자를 사용한 식의 도입부분이다.

01. 문자의 사용

우표수집이 취미인 민주는 한 장에 310원 하는 기념우표를 사려고 한다.

탐구1 민주가 우표를 3장 산다면 지불해야 하는 금액은 얼마인가?

탐구2 다음은 사려는 우표의 장수에 따른 지불할 금액을 나타낸 표이다.

빈 칸에 알맞은 식을 써 보자.

우표의 장수(장)	1	2	3	4	...	x
지불할 금액(원)	310×1	310×2			...	

(5) 도서출판 지학사 : 다음은 교과서 95쪽 문자를 사용한 식의 도입부분이다.

1. 문자의 사용

탐구하기/ 나래와 민수가 받는 용돈은?
 다음을 보고, 나래가 2시간, 민수가 1시간 30분을 일할 때, 받는 용돈을 각각 구하여 보자.

(6) 두산동아 : 다음은 교과서 90쪽 문자를 사용한 식의 도입부분이다.

1. 문자를 사용한 식

수학으로 생각하기1 돼지고기 가격은 얼마일까?
 어느 정육점에서 돼지고기를 100g에 2000원씩 판매하고 있습니다.

(1) 이 정육점에서 판매하는 돼지고기 1g의 가격은 얼마일까요?
 (2) 준영, 서연, 현우가 이 정육점에서 다음과 같이 돼지고기를 사려고 할 때, 각각 얼마씩 내야 할까요?

	준영	서연	현우
무게	110 g	240 g	320 g
가격			

(3) 이 정육점에서 돼지고기 xg 을 산다면 얼마를 내야 할까요?

출판사가 다른 여섯 교과서를 비교해보면, 모두 문자와 식 단원의 도입 시에 실생활의 문제를 통해 학생들의 흥미를 유발하고 있다. 그러나, 대부분의 교과서에서 특수한 경우에서 일반화시킨 것을 알 수 있다. 즉, 도서출판 지학사의 교과서를 제외한 나머지 다섯 교과서를 보면, 한 장, 두 장, 세 장 등을 확장하여 x 장이라 표시하고, 수 대신 문자 x 를 사용하고 있다. 이는 문자의 사용 목적 중에 추상성에만 치중되어 있음을 알 수 있다.

이러한 조사 결과를 통해 현재의 탐구활동에서 좀 더 효과적인 문자를 사용한 식의 지도방법을 생각해보고자 한다.

나. 문자와 식의 효과적인 지도 방안

문자는 주어진 문제 상황을 수학적으로 명확하고 간결하게 표현하도록 해주어 수학적 의사소통을 원활히 할 수 있도록 도와준다. 수학에서 문자를 사용하는 식의 취급은 중등 수학의 기초로 매우 중요하다.

문자와 식 영역의 학습을 통하여 학생들은 문제 상황을 수학적으로 표현할 수 있고 필요한 경우에 일반화된 식으로 나타낼 수도 있다. 특히 식의 전개와 인수분해는 수학의 다른 영역인 함수에서도 유용하게 이용된다.

문제를 이해하고 답을 구하는 문제에서, 문자를 사용하여 미지수를 나타내면 문제의 뜻에 맞는 식을 세울 수 있다. 식이 세워지면 대부분의 경우 그 다음부터는 형식적인 계산이 가능하게 되고, 계산 과정에 착오만 없다면 답을 정확하게 이끌어낼 수 있게 된다. 따라서 식 세우기는 강력한 문제해결 전략이 될 수 있다. 식을 세운다는 것은 주로 방정식이나 부등식을 세우는 것을 말하는데, 방정식과 부등식은 여러 가지 문제해결에 중요한 도구가 될 수 있다.[4]

(1) 문자 표기법에 대한 지도

학생들은 실생활상의 문자(알파벳)표기와 실제 수학적으로 풀 때 문자표기가 다를 것을 알고서는 혼란스러워한다. 예를 들어 실생활에서는 x , y 등으로 표기한다면 실제 수학시간에 사용하는 표기는 x , y 등 수학적 표기법이다. 이때 교사가 이 부분에 대해 언급을 하고 수업을 진행해야 한다. 만약 이 부분을 중요하지 않게 생각하여 소홀히 넘긴다면 학생들은 혼란을 겪게 되고 누적되어 수학을 더 어렵게 생각하게 된다. 필자 역시 그 당시에 고민을 많이

하던 부분이었고 실제 현장에서도 학생들이 의문을 품는다고 한다. 따라서 학생들은 문자 표기법에 고민하는 것보다 문제를 푸는 것에 집중을 하여야 하므로 교사는 더 이상 문자(변수)표기에 혼란이 생기지 않도록 구분할 수 있게 하여 문제를 푸는 것에만 집중할 수 있도록 하여야 한다.

1단계 : 칠판에 실생활상의 문자 a, b, c, …z까지 쓰고, 수학시간에 사용하는 문자를 써서 차이를 직관적으로 구별하게 해 본다.

실생활상의 표기	a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z
수학적 표기	a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

2단계 : 실생활상의 문자(알파벳) 표기와 실제 수학적 표기하는 문자(알파벳)가 서로 다른 대표적인 문자(변수)에 대해 지도한다. 대표적인 문자 x, y, i, k 등을 예로 들어 살펴보면 다음과 같다.

실생활상의 표기	x	y	i	k
수학적 표기	x	y	i	k

위의 사실을 알려준다면 학생들은 문자를 표기함에 있어 혼란을 덜 겪을 것이다. 학생들은 그 차이점을 잘 모른 채, 편한대로 쓰는 경우가 많고 실제 현장에서의 교사들도 차이를 두지 않고 표기를 하는 경우가 있다. 실제로 알고 있다하더라도 문자를 처음 접할 때의 습관 때문에 그대로 사용하고 있다고 한다. 생긴 모양이 다른 같은 문자를 학생들에게 지도하여 문자(변수)에 관해서 혼란을 겪지 않고 문제를 푸는 것에만 집중 할 수 있도록 지도하여야 한다.

(2) 발문을 통한 수업

실제 수학 학습과 지도에 있어서 교사가 항상 하고 있으면서도 소홀히 하고 있는 것이 수업상황에서의 교사 발문 활동이다. 발문은 학생으로 하여금 자신의 독창적인 생각을 부담 없이 펼쳐 보일 수 있는 기회가 될 수 있도록 비평가적인 열린 방식이 되어야 하며, 교사가 준비한 답 중에서 선정하는 방식의 대답이나 단답식의 대답을 요구하는 것을 지양할 필요가 있다.

교사는 발문을 통하여 개별 학생의 학습 상태의 점검이나 문제점을 해결의

목적뿐만 아니라 한 학생에 대한 발문을 통하여 나머지 유사한 입장에 있는 학생들이 자신의 학습에 대한 스스로의 점검과 확인은 물론 각자의 생각을 정리할 수 있는 기회가 될 수 있도록 발문을 미리 철저하게 준비할 필요가 있다.

방정식에서 사용할 수 있는 발문을 예로 들면,

(가) 일차 방정식 도입 시 사용할 수 있는 발문

상대방의 나이를 맞추는 게임을 통해 학생들에게 자연스럽게 방정식의 도입을 유도하게 해준다.

- ‘인숙이의 나이가 몇 살인지 선생님이 맞추어 볼까요?’로 선생님이 시작한다면 학생들은 호기심 어리게 수업을 시작할 것이다.
- ‘인숙이의 나이를 2배해서, 3을 더해보겠니’
- ‘그 다음 그 답을 다시 5배해서 7을 더해보겠니’
- ‘얼마가 나왔느냐’
- 학생이 대답한 나이가 152라 가정을 하면, ‘인숙이의 나이는 13살이구나.’라고 선생님이 이야기를 한다면 그 순간 학생들은 선생님이 어떻게 인숙이의 나이를 맞출 수 있었는지가 궁금하게 될 것이고, 바로 이 시점에서 교사가 사용한 방식을 학생들 서로 서로에게 해보게 하는 것이다.
- 다음 선생님이 학생의 나이를 맞출 수 있었던 방식을 이야기 해 주면, ‘인숙이의 나이를 x 살이라고 하자. 처음에 나이를 2배해서 3을 더하는 것이니까

$$2x + 3$$

으로 계산이 된다.

- 이어서 이 답을 5배해서 7을 더하니까

$$(2x + 3) \times 5 + 7$$

로 쓸 수 있다.

- 이 계산의 답이 152이므로

$$(2x + 3) \times 5 + 7 = 152$$

라는 관계식(방정식)이 성립된다.’

이러한 방식으로 자연스럽게 문자의 사용을 유도해냄과 동시에 일차방정식

의 개념을 학생들에게 소개하며 더불어 마술이라고 생각하는 분야에서도 쓰이는 것이 수학임을 이야기해도 될 것이다.

(나) 유클리드가 지은 ‘그리스 시화집’을 이용한 발문

노새와 당나귀가 터벅터벅 자루를 운반하고 있습니다. 너무도 짐이 무거워서 당나귀가 한탄하고 있습니다. 노새가 당나귀에게 말했습니다.

“연약한 소녀가 울듯이 어째서 너는 한탄하고 있니? 네가 진 짐의 한 자루만 내 등에다 옮겨 놓으면 내 짐은 너의 짐의 2배가 되는 걸. 내 짐 한 자루를 네 등에 옮기면 나와 너는 같은 수가 되는 거다.”

여기서 노새와 당나귀가 지고 있는 짐이 얼마일까요?

연립방정식의 활용에서 위와 같은 발문을 통하여 학생들에게 옛날이야기를 해주듯이 시작을 한다면 학생들은 순간 교사에게 몰입하여 교사가 하는 말을 듣게 되고 수수께끼 문제를 풀듯이 자연스럽게 문제를 해결하려고 할 것이며, 적절하게 교사는 연립방정식을 학생들에게 인식시킬 수 있을 것이다.

문자를 사용해서 위의 발문에 해당하는 문제를 풀어보자.

- 노새의 짐의 수를 x 자루, 당나귀의 짐의 수를 y 자루라 하면,

$$x+1=2(y-1)\cdots\textcircled{1}$$

$$x-1=y+1\cdots\textcircled{2}$$

이 된다. 그리고 우선 두 식을 정리해 보면,

$$x-2y=-3$$

$$x-y=2$$

두 식을 변끼리 빼면,

$$-y=-5$$

$$y=5$$

$y=5$ 를 두 식 중 아무 곳이나 대입하면 $x=7$ 을 얻는다.

즉, 노새는 7자루, 당나귀는 5자루를 지고 가는 것이다.

이 방법은 두 식을 변변 빼는 것인데 계수에 따라서는 더해야 소거되는 것이 있으므로 이것을 ‘가감법’이라고 부른다. 두 번째 방법은 ‘대입법’이다.

이런 방법을 통해서 또한 자연스럽게 연립방정식의 풀이 방법인 가감법과

대입법에 대하여도 설명을 한다.[11]

(3) 구체적 조작활동을 통한 수업

우리가 수업장면으로 쉽게 떠오르는 것은 교사가 강의하고 학생들은 강의를 듣는 모습이다. 그러나 학생들이 직접 몸으로 느낄 수 있는 활동을 통하여 수업을 하면 수업시간에 줄거나 수업에 참여하지 못하는 학생들을 수업으로 끌어들이 수 있다. 물론, 구체적 조작활동을 한다고 하여 모든 학생들이 수업에 흥미를 갖는다고 할 수는 없지만 보다 많은 학생들이 직접 해보는 활동에 흥미를 갖게 된다.

(가) 동전 셈하기를 통한 방정식의 해법

등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이 방법에 대하여 설명을 하고 직접 저울을 가지고 구체적인 조작 활동을 함으로써 학생들에게 시각적인 효과와 함께 지루한 수업에 학생들의 활동이 추가되어 적극적인 수업참여를 유도할 수 있을 것이다.

예를 들어 한 개의 무게가 4g인 10원짜리 모양의 동전과 무게를 알지 못하는 500원짜리 모양의 동전을 만든 후 500원짜리 동전의 무게를 알아보자. 500원짜리 동전의 무게를 조사하기 위하여 저울의 왼쪽 접시에 500원짜리 동전 3개와 10원짜리 동전 2개를 얹고, 오른쪽 접시에 500원짜리 동전 1개와 10원짜리 동전 10개를 얹는다. 그런데 저울이 평형을 이루었다.

500원짜리 동전의 무게를 구하는 문제이므로 500원짜리 동전 1개의 무게를 xg 이라 두면, 왼쪽 접시의 무게는

$$(3x + 8)g$$

이고, 오른쪽 접시의 무게는

$$(x + 40)g$$

이 된다. 이것이 평형을 이루므로

$$3x + 8 = x + 40 \cdots \textcircled{1}$$

식이 성립된다.

이제 저울의 동전을 움직여가며 500원짜리 동전의 무게를 구해보기로 하자.

양쪽의 접시에서 10원짜리 동전 2개를 들어내고 500원짜리 동전 1개를 제

거하면 결국 양쪽 접시의 동전은 500원짜리 2개와 10원짜리 8개가 남게 된다. 이제 동전의 개수를 절반으로 하면 $x=16$ 가 얻어지므로 500원짜리 동전 1개의 무게는 16g이 되는 것을 알 수 있다.[11]

(4) 생활 주변에서 접할 수 있는 소재

수학은 오늘날 자연과학자, 사회학자, 철학자, 예술가들에게 유용한 도구를 제공할 뿐만 아니라 정치, 종교 등 다방면에 걸쳐서 영향을 미치고 있다.

다음에 제시된 문제는 우리의 생활 주변에서 흔히 접할 수 있으나 학생들이 인식하지 못하는 경우가 많은 것들으로써 학생들에게 수업시간에 유인물로 만들어 조별 수업 등의 형태를 통해 협동해서 해결하게 해 볼 수 있다.

(가) 엄마의 진주 목걸이

하루는 엄마가 잠깐 자리를 비우신 틈을 타서 금옥이가 엄마의 진주 목걸이를 가지고 놀고 있었다. 언제나 그것을 만져보고 싶었던 금옥이는 목에 걸었다가 손목에 칭칭 감아보기도 하고 빙빙 돌려보기도 하면서 신나게 놀고 있었다. 그런데 뜻밖에 엄마가 들어오신 것이다. 엄마께서 야단을 치셨고, 너무 놀란 금옥이는 얼떨결에 진주 목걸이를 집어 던졌다. 엄마는 공중으로 치솟는 목걸이를 받으려고 손을 뻗었으나, 결국 목걸이는 줄이 끊어져 진주알이 사방으로 흩어지고 말았다. 다행히 엄마가 순간적으로 손을 뻗어 잡은 진주알이 7개가 있었다. 그리고 한 알은 땅에 떨어졌고, 다른 알은 화장대 위에, 또 전체의 삼분의 일은 막 들어오던 언니 금주가 건졌고, 마지막 하나는 엄마와 같이 들어오시던 아빠께서 잡으셨다.

과연 엄마의 진주 목걸이에는 몇 개의 진주알이 있었을까?
풀이] 지금 알 수 있는 것은 진주알의 개수는 한 알, 다른 알, 마지막 것과 엄마가 잡은 7개를 합하여 10개이다.

또, 전체 진주알의 개수를 x 라고 보았을 때 금주가 건진 것은 $\frac{1}{3}x$ 이다.

따라서, (거두어들이는 것)=(전체 진주알)이므로 방정식

$$1+1+1+7+\frac{1}{3}x=x$$

에서 x 의 값을 구하면 그 값이 엄마의 목걸이에 있었던 전체 진주알의 개수가 된다. 즉,

$$10 + \frac{1}{3}x = x$$

$$\frac{2}{3}x = 10$$

$$\therefore x = 15(\text{개})$$

그러므로, 엄마의 진주 목걸이의 진주알은 15개이다.[12]

(5) 이야기 형식을 이용한 수업

학생들은 수업 중 교사가 재미있는 이야기를 하는 것을 좋아한다. 또한 수업의 어느 순간보다 학생들의 집중도가 가장 높은 순간이기도 하다. 다음은 수업을 마치 이야기하듯이 진행하는 방법의 예이다.

(가) 이차방정식 풀이법-‘부시맨’방법

아프리카 오지에 ‘까망꼬꼬’라는 부족이 있었다. 그런데 이 부족민이 알고 있는 수는 1, 2, 3, 4, 5뿐이다. 그들 중에서 부족민들의 추앙을 받는 부시맨은 이차방정식을 풀 줄 아는데, 다음은 그들의 풀이방법이다.

문제] 이차방정식 $x^2 - x = 6$ 을 풀어라.

[표Ⅲ-2] 부시맨의 이차방정식 풀이방법

x 의 값	좌변의 값($x^2 - x$)	우변의 값	(좌변값)=(우변값)
$x = 1$	$1^2 - 1 = 0$	6	다르다(X)
$x = 2$	$2^2 - 2 = 2$	6	다르다(X)
$x = 3$	$3^2 - 3 = 6$	6	같다(O)
$x = 4$	$4^2 - 4 = 12$	6	다르다(X)
$x = 5$	$5^2 - 5 = 20$	6	다르다(X)

$$\therefore x = 3$$

이제 이 ‘부시맨’의 방법을 확장하여 다른 문제를 풀어본다.

-부족민들이 알고 있는 수가 -3, -2, -1, 0 뿐이라고 가정하다.

① 이차방정식 $x^2 + 2x = 0$ 을 ‘부시맨’처럼 풀어보자.

② 이차방정식 $x^2 + 2 = -3x$ 를 ‘부시맨’처럼 풀어보자.

또한 ‘부시맨’방법을 자연수 전체로 확장하여 풀어본다.

-부족민들이 자연수 전체를 알고 있다고 가정하자.

이때 이차방정식 $x^2 - 20 = -19x$ 를 ‘부시맨’은 어떻게 풀어낼까? 그리고 ‘부시맨’의 이차방정식 풀이법에 대하여 어떻게 생각하는가?

이러한 이야기를 통한 수업을 이용하여 학생들의 생각을 자연스럽게 확장하고 이차방정식의 풀이과정 중에서 주어진 수를 대입하여 해를 구하는 방법과 자연수 전체에서는 수를 대입할 수 없음을 통하여 다른 방법으로 해를 구하여야 한다는 인식을 갖게 한다. 이로 인하여 인수분해 방식과 더 나아가서 근의 공식이라는 방법이 있음을 알게 한다.[11]

5. 지도 방법의 비교

선행연구 결과의 분석

문자와 식 영역의 효과적인 지도 방안에 대한 많은 시도와 연구 결과가 발표되었다. 본 연구에서는 그 중 몇 가지의 연구 결과를 분석하여 참고하고자 한다.

1) 송혜연(2007)은 ‘문자와 식의 지도방안에 관한 연구’에서 구체적인 경험이나 조작활동을 통한 문자와 식의 교수학습의 효과를 검증하기 위해 이질 집단의 전후 검사를 시도해보았다.

먼저, 교사의 영향을 통제하기 위해 연구자가 두 집단 모두를 담당하였다. 구체적인 분석 방법으로는 독립 표본 t-검증을 이용하여 분석하였다. 지도하기 전에 실험 집단과 비교 집단의 학업 성취도 능력을 비교하면 다음과 같다.

[표Ⅲ-3] 두 집단 간의 사전 동질성 검사 결과

집단	인원	평균점수	표준편차	T	자유도	유의확률
실험집단	69	29.48	16.33	0.220	137	0.826
비교집단	70	28.90	14.59	0.220	134.837	

실험 집단에는 가능한 수준에서의 다양한 문자의 의미와 성질을 보여 주며, 여러 수업 교재와 대수 막대를 이용한 활동주의적 수업을 하였으며 비교 집

단에서는 설명식 수업 방법을 실시하였다.

[표Ⅲ-4] 두 집단 간의 사후 학업성취도 검사 결과

집단	인원	평균점수	표준편차	T	자유도	유의확률
실험집단	69	34.36	14.74	2.137	137	0.034
비교집단	70	28.97	14.99	2.137	136.999	

위 표에서 보듯이 실험 집단의 향상치는 4.88점으로 비교 집단의 향상치 0.07점 에 비해 4.81점이 향상되었다.

이러한 결과, ‘문자와 식’단원의 학습에서 대수막대를 이용한 조작과 적절한 예를 이용한 활동주의적 수업을 실시한 실험 집단의 학생들이 전통적 설명식 수업을 실시한 비교 집단의 학생들보다 학업성취도가 더 높음을 알 수 있었다.

2) 오연경(2008)은 ‘문자와 식 단원에서 대수막대를 활용한 수업이 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향’에서 그 영향을 알아보기 위해, 중학교 1학년 2개 학급을 대상으로 연구 집단은 대수막대를 이용한 모둠학습을 실시하였으며 비교 집단은 전통적 수업을 실시하였다.

문제 해결력 검사 결과는 전체적으로 긍정적으로 나오지 못하였지만, 수학적 태도에 미치는 영향을 대체적으로 긍정적인 편이었다.

통계 결과를 비교한 결과, 수학 학습의 흥미에 대해서는 연구 집단이 비교집단에 비하여 수학 시간을 즐거워 한다는 것을 알 수 있었다. 이는 교구를 활용한 수업이 학생들의 수업에 대한 흥미를 높여 수학 시간을 지루하지 않고 즐거운 시간이라 여기게 되었다는 것을 알 수 있다.

따라서 교구를 활용한 수업이 학생들의 흥미 유발에 효과적인 수업이라 할 수 있다.

3) 황정원(2009)은 ‘수학적 표현을 강조한 구체적 조작활동의 중학교 1학년 문자와 식 영역 지도 연구’에서 문자와 식 영역에 해당하는 방정식 단원에서의 구체적 조작활동 중심 수업이 학습자의 수업 성취도 및 수학적 태도에 긍정적인 효과가 있는지 수학적 표현에 어떠한 영향을 미치는지 알아보기 위하여 수학 학습 부진아 31명을 대상으로 실험집단과 비교집단으로 나누어 실험

하였다. 지도하기 전에 실험 집단과 비교 집단의 학업 성취도 능력을 비교하면 다음과 같다.

[표Ⅲ-5] 사전 학업 성취도 검사 표본 검정 결과

	인원	평균점수	표준편차	T	자유도	유의확률
실험집단	16	23.7	11.892	0.029	29	0.837
비교집단	15	22.8	9.943	0.029	29	

문자와 식 영역에서 구체적 조작을 한 실험집단과 강의식 수업을 한 비교 집단의 수학 학업 성취도의 차이를 알아보기 위하여 독립표본 t-검정을 한 결과는 다음과 같다.

[표Ⅲ-6] 사후 학업 성취도 검사 표본 검정 결과

	인원	평균점수	표준편차	T	자유도	유의확률
실험집단	16	38.3	11.007	1.812	29	0.080
비교집단	15	30.9	11.760	1.812	29	

구체적 조작활동의 수업을 실시한 집단이 비교집단에 비해서 평균점수는 높게 나타났지만 통계적으로 유의미한 차이를 보이지 않는 것은 단기간의 학습으로는 학업성취도가 두드러지게 향상하기란 어렵다는 것을 볼 수 있다.

다음은 지필식 수업을 한 비교집단의 사전-사후 수학적 태도 점수이다.

[표Ⅲ-7] 비교집단의 사전-사후 수학적 태도 점수

	인원	평균	표준편차	평균의 표준오차
사전 태도점수	15	2.92	.5532	.1428
사후 태도점수	15	3.04	.6988	.1804

비교집단의 사전 학습태도 점수와 사후 수학적 태도점수에는 유의미한 차이가 없다는 것을 알 수 있다.

다음은 구체적 조작활동의 수업을 진행한 실험집단의 사전-사후 수학적 태도 점수이다.

[표Ⅲ-8] 실험집단의 사전-사후 수학적 태도 점수

	인원	평균	표준편차	평균의 표준오차
사전 태도점수	16	2.825	.5459	.1365
사후 태도점수	16	3.187	.5830	.1457

실험집단의 사전-사후 수학적 태도 점수는 0.362의 차이가 있었다. 이는 구체적 조작활동을 한 후 수학적 태도가 평균 0.362점 올랐다는 것을 의미한다.

이러한 결과 학생들이 처음에는 조작활동에 대한 부담감을 느끼는 듯했지만, 조작활동을 통해 수학에 흥미를 느끼고, 수업에 적극적으로 참여하면서 수학에 대한 자신감이나 학습 태도 면에서 긍정적인 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

이외에도 문자와 식의 지도방법에 관한 선행연구가 있었는데 선행연구의 중점들을 살펴보면 다음과 같았다.

먼저, 문자와 식 단원에서 학습자들의 어려움을 말하고 있으며 문자와 식 지도 시에 문자에 대한 이해의 필요함을 강조하였다.

연구한 결과에 따라, 교육과정에 맞춰서 효과적인 지도방법을 모색하고, 모색한 방법을 이용하여 검증을 해보았다.

결과적으로 구체적 경험이나 조작을 통한 문자와 식의 지도가 의미 있는 학습효과를 나타냄으로써 중학교 수학에서 처음 접하게 되는 문자를 사용한 대수 학습에 효과적인 지도 방안의 하나로써 활용성과 가능성을 보여주었다.

IV. 결 론

개편된 제7차 수학과 개정 교육과정의 내용을 소개하여 7차 교육과정과 비교하여 어떠한 부분에 중점을 두고 있는지 살펴보고 이를 바탕으로 문자와 식 영역에서 효과적인 지도방법에 대해 비교 연구를 해 보았다.

학생들은 문자와 식의 학습을 통해 계산과정을 익혔으며 활용 부분을 통해 실생활에서 문자와 식의 쓰임에 대해 접하게 된다.

학생들이 문자와 식 영역을 어렵게 생각하지 않고 의미 있게 접해볼 수 있는 지도방법을 비교 조사해 본 결과 다음과 같이 요약할 수 있다.

첫째, 문자에 대하여 올바르게 이해하기 위해 문자와 식 도입 시에 문자 표기법에 대한 지도를 정확히 하는 것이다. 문자 표기법에 대한 지도로 일상생활에서 사용하는 문자와 수학 시간에 사용하는 문자간의 차이점을 지도하여 학습자들의 혼란을 줄일 수 있다.

둘째, 구체적 조작활동을 통한 수업을 하는 것이다. 학생들이 직접 몸으로 느낄 수 있는 활동을 통하여 수업시간에 즐기거나 참여하지 못하는 학생들을 수업에 끌어들이 수 있다.

셋째, 생활 주변에서 접할 수 있는 소재를 이용하여, 이야기 형식으로 수업을 하는 것이다. 학생들은 수업 중 교사가 재미있는 이야기를 하는 것을 좋아하며, 수업의 어느 순간보다 학생들의 집중도가 가장 높은 순간이기도 하기 때문이다.

특히, 구체적 조작활동을 통한 수업은 비교분석에 나타난 것과 같이 문제 해결력을 상승시킬 뿐만 아니라 7차 개정교육과정의 취지에 적합하게 인지적 측면만을 강조하지 않고 정의적 측면을 더불어 강조하여 수학에 대해 긍정적인 태도를 갖게 하였다. 또한 학생들이 국한된 생각을 하지 않고 여러 가지 생각을 할 수 있게 되어 창의력을 고취시킬 수 있도록 만들었다.

교사의 역할은 학생들이 더 쉽게 학습할 수 있도록 돕는 것이다. 학생들이 수학에 대한 개념을 어렵게 생각한다면 교사들은 개념을 쉽게 풀어 이해할 수 있도록 해야 한다. 또한 학생들이 수학에 대해 흥미를 갖게 되면 교사들은 더욱 다양한 방식으로 학생의 흥미에 대해 보상을 해 주어야 한다.

앞으로 더 많은 연구를 통하여 문자와 식 영역뿐만 아닌 모든 수학영역에서도 의미 있는 수업을 할 수 있는 효과적인 지도방법이 연구되어, 학생들에게 많은 도움을 주었으면 한다.

참 고 문 헌

- [1] 김남희 외 5명, 「수학교육과정과 교재연구」. 경문사, 2009.
- [2] 우정호. 「학교수학의 교육적 기초」. 서울대학교 출판부, 2008.
- [3] 우정호. 「수학 학습-지도 원리와 방법」. 서울대학교 출판부, 2000.
- [4] 교육인적자원부. 「(제2006-75호 및 제2007-79호)에 따른 중학교 교육과정 해설Ⅲ」, 2006.
- [5] 김원경 외 6인, 「중학교 수학 1」. 비유와 상징, 2008.
- [6] 김홍중 외 3인, 「중학교 수학 1」. 성지출판(주), 2008.
- [7] 박윤범 외 3인, 「중학교 수학 1」. 웅진씽크빅, 2008.
- [8] 박종률 외 5인, 「중학교 수학 1」. (주)도서출판 디딤돌, 2008.
- [9] 이강섭 외 4인, 「중학교 수학 1」. 도서출판 지학사, 2008.
- [10] 정순영 외 5인, 「중학교 수학 1」. 두산동아, 2008.
- [11] 김인숙. 「중등교육과정에서 방정식의 지도 방안」. 서강대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2001.
- [12] 김현수. 「문자와 식의 지도방안에 관한 연구」. 한양대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2002.
- [13] 박영주. 「중등수학에서 문자의 효과적인 도입과 지도에 관한 연구」. 대구가톨릭대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2005.
- [14] 송혜연. 「문자와 식의 지도방안에 관한 연구」. 조선대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2007.
- [15] 신만식. 「중학교 수학에서 문자와 식 단원의 학습지도에 관한 연구」. 전남대학교 교육대학원 석사학위논문, 2005.
- [16] 오연경. 「문자와 식 단원에서 대수막대를 활용한 수업이 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향」. 강원대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2008.
- [17] 유인선. 「중학교 수학에서 ‘문자와 식’의 지도 방안(7가 영역을 중심으로)」. 중앙대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2008.
- [18] 황정원. 「수학적 표현을 강조한 구체적 조작활동의 중학교 1학년 문자와 식 영역 지도 연구」. 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문, 2009.
- [19] 황혜정 외 5명, 「수학교육학신론」, 문음사, 2008.

저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20088073	과 정	석사
성 명	한글: 박 민 경		한문: 朴 珉 瓊	영문: Park Min-Kyung	
주 소	광주광역시 북구 동림동 푸른마을아파트 403동 503호				
연락처	017-614-1574		E-MAIL: pmk3963@naver.com		
논문제목	한글 : 문자와 식 단원의 지도방법에 관한 비교 연구 영문 : A Comparative Study on teaching Methods for the Lesson of Sign and Formula				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함.
다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2010년 10월 26일

저작자: 박 민 경 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하