[UCI]I804:24011-200000240319

２０１０년　８월
교육학석사(수학교육)학위논문

한국과 MATH Thematics 교과서 비교 분석
- 중학교 함수 영역을 중심으로 -

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

정 수 인

한국과 MATH Thematics 교과서 비교 분석
- 중학교 함수 영역을 중심으로 -

A comparative analysis of Korean mathematics textbooks and MATH Thematics textbooks
-Focused on the functions in middle school-

2010년 8월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

정 수 인

한국과 MATH Thematics 교과서 비교 분석
- 중학교 함수 영역을 중심으로 -

지도교수 박 순 철

이 논문을 교육학석사(수학교육)학위 청구논문으로 제출함.

2010년 4월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

정 수 인

정수인의 교육학 석사학위 논문을 인준함.

심사위원장 조선대학교 교수 한 혜 숙 인

심사위원 조선대학교 교수 황 혜 정 인

심사위원 조선대학교 교수 박 순 철 인

2010년 6월

조선대학교 교육대학원

- 목　　차-

ABSTRACT

Ⅰ. 서　론

1. 연구의 필요성 및 목적 ····· 1
2. 연구대상 ····· 3
3. 연구 문제 및 연구의 제한점 ····· 4

Ⅱ. 문헌검토

1. 한국과 미국의 교육과정 ····· 6
   가. 한국의 교육과정 ····· 6
   나. 미국의 교육과정 ····· 7
2. 함수 교수 · 학습에 대한 선행 연구 ····· 8
   가. 함수 학습의 문제점에 대한 선행 연구 ····· 8
   나. 효과적인 함수 · 교수 학습 방안에 대한 선행 연구 ····· 10
   다. 교과서 분석에 대한 선행 연구 ····· 12

Ⅲ. 한국과 *Math Thematics* 교과서 비교

1. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 전체적인 구성 차이 ····· 15
2. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 학년별 내용 비교 ····· 20
3. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 학습 목표 진술방법 ····· 23
4. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 탐구활동 소재 비교 ····· 24
5. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 본문 내용 정리 전개방식 ····· 28
6. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 용어 정의의 차이 ····· 30
7. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 연습문제 유형 비교 ····· 38

Ⅳ. 결론 ····· 43

참고문헌 ····· 48

ABSTRACT

A comparative analysis of Korean mathematics textbooks and MATH Thematics textbooks -Focused on the functions in middle school-

Jung Su In
Advisor : Prof. Park Sun-Chul Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

The concept of function as an integrated idea is not only a rule that uniquely associates elements of one set with elements of another set but also a common topic which is found in various areas of mathematics such as algebra, geometry, and probability. Moreover, a function is a mathematical representation describing a relationship between input and output which can easily be found in our daily lives.

Functional thinking pervades all of mathematics and is one of mathematical literacy required to get involved in the future

society.

The purposes of the study were to investigate the difference between Korea's middle grade textbooks and *Math Thematics* textbooks in the unit of function and to seek ways to solve middle school students' problems or difficulties in learning functions.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

함수의 개념은 수학에서 하나의 통합적 아이디어로서 두 집합의 원소 사이의 특수한 대응 관계이며 산술, 대수에서 기하 및 확률에 이르기까지 교육 과정 전체의 공통된 주제일 뿐 아니라 실생활이나 자연 현상에서 찾아볼 수 있는 많은 투입과 산출 상황의 수학적 표상이기도 하다. 함수적 사고는 미래 사회의 일원으로 살아가는데 그 소양으로 필요한 경우가 많으므로 함수에 관한 학습은 큰 의의를 가질 뿐만 아니라 수학의 여러 가지 분야에서 중요한 역할을 하게 된다 (교육인적자원부, 1999).

함수 개념이 학교수학에 도입된 것은 20세기 초에 독일에서 Klein이 수학 교육 개혁을 주장한 이후이다. Klein은 '함수적 사고' 교육의 중요성을 강조하고 '*함수 개념은 단순히 하나의 수학적 방법이 아니라 수학적 사고의 심장이요 혼이다*' 라고 하면서 함수 개념이 학교 수학의 중심이 되어야 한다고 주장하였다. 그리고 그는 정신 도야의 핵심은 개념적 사고 방법에서 찾아야 한다고 주장하고 '함수적 사고 습관의 도야'를 강조하였으며, 함수 개념이 수학 수업에 효소처럼 스며들도록 해야 하며 학생들에게 살아있는 자산이 되도록 지도되어야 한다고 주장하였다. 이는 함수적 사고는 대수와 기하를 관련지어 주고 응용 수학을 포함하여 수학적 사고 전체의 바탕에 놓여있는 기본적인 핵심적 관점이라는 판단에서 비롯된 것이다 (우정호, 1998, 재인용).

박현정(2003)은 함수의 사고적 특징을 다음의 세 가지로 언급하면서 함수의 중요성을 나타내었다.

첫째 함수적 사고는 관계에 의한 사고로 수, 연산, 관계, 측도, 도형의 5개 영역에 모두 영향을 미친다.

둘째 함수적 사고의 추론 형식은 연역적 방법과 귀납적 방법 두 가지가 다 적용된다.

셋째 함수적 사고는 수학적 대상을 정적인 상태로 관찰 조사 연구하는 것 보다 이리저리 움직이면서 알아보게 되어 다양한 사고와 창의적인 아이디어를 창출할 수 있는 동적인 사고를 유발하고 그것이 극한의 생각으로 전도되어 창의성 개발에 힘이 된다.

그만큼 함수는 수학에서 중요한 부분이며 수학적 사고 방법을 기르는데 효과적이고

유용하다는 측면에서 학교에서의 함수 단원의 학습이 매우 중요함을 알 수 있다.

그러나 여러 연구 결과(예를 들면, 오정현, 1995; 박현정, 2002; 정혜경, 2007; 김소현, 2005; 박신정, 2006 ; 신인숙, 1996; 이경도, 2003; 정은정,2006) 에 의하면 많은 중학생들이 함수 학습에 어려움과 문제점을 겪는 것으로 나타났다.

예를들면, 정은정(2006)은 중학교 2학년 학생들의 함수의 그래프에 대한 이해 정도와 문제 해결 과정에서 흔히 나타나는 오류 유형을 연구하였다. 연구 결과 학생들은 대수식보다는 그 그래프를 그리는 과정에서 더 어려움을 겪고 있고, 또한 함수 그래프에 대한 대부분의 오류는 그래프를 해석하거나 식이나 기호를 그래프화 하는 능력이 부족한 것이 대부분이었다.

김소영(2008)은 중학교 2학년 학생들이 지닌 함수에 대한 오개념 유형 분석과 교정에 대한 연구를 하였다. 연구 결과 중학교 2학년 학생들은 함수의 정의를 정확이 이해하고 있지 않기 때문에 대부분의 학생들이 함수에 대해 심각한 오류를 보이고 있었다. 조사된 함수의 오개념의 유형을 보면 '기울기와 x절편,y절편이 있으면 함수이다.', '함수의 그래프는 x축과 y축을 지나는 직선이어야 한다.', '함수는 일정한 규칙이 있어야 한다.', 'x축이나 y축에 평행하는 직선은 함수의 그래프가 된다.', '관계식을 구할 수 있어야 함수이다.', '점으로 이루어진 그래프는 함수가 아니다.', '함수는 다른 변수가 아닌 x, y 로 이루어져야 한다.' 등의 오개념을 보였다.

이처럼 학교수학에서 함수는 학생들이 어렵고 습득하기 힘든 단원으로 인식되고 있다.

수학 교과서는 학습자가 교육 과정에 담긴 내용을 수학 교수 · 학습에서 활용할 수 있도록 구체화 시킨 자료로서 수학적 지식과 만나는 중요한 매체이다. 교사와 학생의 교수 · 학습활동에 가장 많은 영향을 미치는 것은 교과서이며, 교육과정의 개정 결과 역시 교과서로 나타나기 때문에 교과서는 한 나라의 교육 상황에서 중요한 대상이다. (박경미, 임재훈, 2002)

따라서 본 연구에서는 수학의 여러 가지 분야에서 중요한 역할을 하고 , 학교수학에서 학생들이 어렵게 느끼고 있는 함수 단원을 중심으로 2007 개정 교육과정인 한국의 교과서와 미국의 *Math Thematics* 교재의 비교 분석을 통하여 우리나라 중학생들이 함수 학습에서 갖는 어려움과 문제점을 해결하기 위한 방안을 모색하고 함수 학습과 관련된 후속 연구의 참고 자료로 제공하는데 목적이 있다.

2. 연구 대상

현재 우리나라에서 2007 개정 교육과정이 적용된 중학교 1, 2학년 수학 교과서 3종과, 7차 교육과정이 적용된 중학교 3학년(9학년) 교과서 3종을 미국의 6~8학년 학생들이 사용하는 수학 교과서 *Math Thematics1,2,3* 과 함수영역과 관련된 단원을 중심으로 비교하였다.

Middle Grades MATH Thematics 는 University of Montana에서 수행된 *Six Through Eight Mathematics* (STEM) 프로젝트에 의해서 6~8학년 학생들을 대상으로 개발된 개정 교과서(reform curriculum)이다. *MATH Thematics* 교재는 총 3권(*MATH Thematics 1, 2, 3)*으로 구성되어 있으며, 각각은 NCTM(1989, 1991, 1995) 제시한 *Standards*를 충실히 반영하고 있다(Billstein & Williamson, 2003).

MATH Thematics 교재가 추구하는 교육 목표는 아래와 같다(Billstein & Williamson, 2003, p. 251).

- 모든 학생들이 논리적으로 추론하는 능력을 발달시키는 것을 돕는다.
- 모든 학생들이 수학을 실생활 상황/활동에 적용하는 능력을 발달시키는 것을 돕는다.
- 모든 학생들이 수학을 통해서 그리고 수학에 대해서 의사소통하는 능력을 발달시키는 것을 돕는다.
- 모든 학생들이 수학적인 개념을 수학 내적으로 그리고 타 교과와 서로 관련지을 수 있는 능력을 발달시키는 것을 돕는다.
- 모든 학생들이 결정을 하기 위해서 양적, 공간적 정보를 활용하고 문제해결력을 사용할 수 있는 능력을 발달시키는 것을 돕는다.
- 모든 학생들이 실세계와 후속 수학 학습을 위해 잘 준비된 독립적인 학습자가 되기 위한 능력을 발달시키는 것을 돕는다.

<표1> 한국과 미국의 연구 대상 중학교 교과서 목록

나 라	교과서명	저자	출판사	출판년도
한 국	수학1	정상권 외	(주)금성	2009
	수학1	강신덕 외	(주)교학사	2009
	수학1	우정호 외	(주)두산동아	2009
	수학2	강신덕 외	(주)교학사	2010
	수학2	우정호 외	(주)두산동아	2010
	수학2	정상권 외	(주)금성	2010
	수학3	박두일 외	(주)교학사	2002
	수학3	강옥기 외	(주)두산동아	2002
	수학3	조태근 외	(주)금성	2002
미 국	*Math Thematics 1*	Billsten , Williamson	McDougal Littell	1999
	Math Thematics 2	Billsten , Williamson	McDougal Littell	2005
	Math Thematics 3	Billsten , Williamson	McDougal Littell	1999

3. 연구 문제 및 연구의 제한점

(1) 연구 문제

본 연구에서는 한국과 *Math Thematics* 교과서의 함수 단원을 분석하기 위하여 다음과 같은 비교 기준을 선정하였다.

가. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 전체적인 구성 차이
나. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 학년별 내용 비교
다. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 학습목표 진술방법
라. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 탐구활동 소재 비교
마. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 본문 내용 정리 전개방식
바. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 용어정의의 차이
사. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 연습문제 유형 비교

한국과 *Math Thematics* 교과서를 비교, 분석해봄으로써 보다 바람직한 함수 교수-학습을 위해여 한국 교과서의 문제점과 개선점을 찾아보고자 한다.

(2) 연구의 제한점

한국의 중학교 교과서는 여러 출판사에서 발행되고 있으나, 그 형식과 내용 구성은 대체적으로 유사하므로 그 중 3종 교과서를 선정하였다.

미국의 경우 , 각 주마다 그에 따른 교육과정이 다양하므로 교과서 출판사는 주에서 정한 교육과정을 기준으로 다양하게 분포되어있다.

따라서 본 연구에서 사용한 교과서가 한국과 미국의 중학교 수학 교과서를 대표한다고 할 수 없다.

Ⅱ. 문헌검토

1. 한국과 미국의 교육과정

함수 단원의 비교에 앞서 두 나라의 교육과정을 살펴보고자 한다.

가. 한국의 교육과정

현재 우리나라의 중학교 1,2,3학년 함수 영역의 교육과정은 다음 표와 같다.

<표2> 한국의 중학교 함수 영역

영역 \ 학년	1학년	2학년	3학년
함 수	· 함수의 개념 · 순서쌍과 좌표 · 함수를 표, 식, 그래프로 나타내기 · 함수의 활용	· 일차함수의 뜻과 그래프 · 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계 · 일차함수의 활용	· 이차함수의 뜻 · 이차함수의 그래프 · 이차함수의 그래프의 성질

나. 미국의 교육과정

미국은 국가 수준에서 교육과정이 없고, 각 주마다 교육과정이 다르기 때문에 2000년에 발행된 '학교수학의 원리와 규준'에 제시된 대수영역의 6~8학년 규준을 살펴보기로 한다.

<표4> NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) , 2000

· 다양한 패턴을 표, 그래프, 단어 ,기호 등으로 표현하고, 분석하고 , 일반화할 수 있다. · 하나의 관계에 대한 서로 다른 표현 방식을 관련짓거나 비교할 수 있다. · 선형 함수와 비선형 함수를 구분하고 그 성질을 표, 그래프, 방정식에서 비교할 수 있다.
· 변수의 용법에 대해 초보적인 개념 이해를 발달시킬 수 있다. · 절편과 기울기의 의미에 주의하며 방정식과 그래프 사이의 관계를 탐구할 수 있다. · 기호 대수를 사용하여 상황을 나타내고 문제 (특히 선형관계의 문제)를 해결할 수 있다. · 간단한 대수 표현의 동치식을 구분하거나 만들고, 일차방정식의 문제를 해결할 수 있다.
· 다양한 표현 방식 즉, 그래프, 표, 방정식을 이용하여 맥락 문제를 표현하고 해결할 수 있다.
· 그래프를 활용하여 선형 관계에 있는 양들의 변화를 분석할 수 있다.

2. 함수 교수 · 학습에 대한 선행연구

본 절에서는 함수 단원과 관련하여 함수 학습의 문제점에 대한 선행연구, 효과적인 교수 학습방안에 대한 연구, 교과서 비교분석에 관한 연구에 대한 선행연구를 제시하였다.

가. 함수 학습의 문제점에 대한 선행연구

박신정(2006)은 중학교 2학년 학생 71명을 대상으로 일차함수의 문제 풀이 과정에서 학생들이 범하게 되는 오류를 분석하였다. 분석 결과 학생들은 일차함수의 뜻을 묻는 문항, 간단한 x절편, y절편, 기울기를 구하는 문항 등 기본적인 내용을 묻는 문항에서는 오류의 빈도가 낮았지만, 대수와 그래프 사이의 관계문항, 일차함수와 일차방정식 관련 문항, 일차함수의 활용 문항 등 관계, 활용의 문항에서는 오류의 빈도가 높다는 결과를 얻었다.

오정현(1995)은 중학교1,2,3학년 학생들을 대상으로 설문조사 결과 함수에 대한 단원을 가장 어려워하고, 함수 영역에서 발생하는 오류를 분석 · 연구하여 다음과 같은 7가지 오류 유형의 모델을 제시하였다. 오용된 자료, 잘못 해석된 언어, 논리적으로 부적절한 추론, 필수적인 사실 · 개념의 부족한 숙련, 기술적 오류, 풀이 과정이 생략된 오류 ,요구되지 않은 해답으로 오류 유형을 분석하였다. 오류의 내용을 살펴보면 함수가 두 집합의 원소 사이의 대응이라는 개념의 부족, 그래프를 보고 기울기를 읽는 능력부족, 평행이동의 경우 +,- 에서의 오류가 많고 괄호의 처리에 미숙, 이차함수와 이차방정식의 관계 이해의 부족 , $ax+by+c=0$ 의 식을 $y=ax+b$의 형태로 고칠 때 계산상의 오류 등이 있다.

정혜경(2007)은 중학교 함수 단원을 중심으로 학생들이 함수의 개념학습과 함수와 관련된 문제를 해결할 때 어떤 유형의 오류를 발생시키며, 그 오류를 교정하는 학습은 어떻게 해야 하는가에 대한 문제를 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 조사하였다. 연구 결과 그래프 해석에서 나타나는 오류, 어떤 변수의 값을 다른 변수의 수치로 잘못 사용하는 오류, 논리적으로 부적절한 추론으로 인한 오류, 기울기에 대한 개념이

부족하여 기울기를 잘못 구한경우, 정의역이나 치역의 개념부족 과 같은 정리나 정의의 개념이 부족하여 나타나는 오류로 조사 되었고, 함수의 주요 개념과 그래프에 대한 오류를 교정하는 학습지도에 대해 제안하였다.

박현정(2002)은 함수에 관한 문제를 풀 때 학생들이 자주 범하는 문제의 오류 원인을 살펴보았다. 연구결과 학생들은 정비례한다는 정의에서 '비례'라는 의미를 확실히 알지 못하고, 정의역, 치역,기울기, 절편과 같은 기본개념 부족 , 함수 그래프의 개형, 주어진 조건을 이용해 함수의 식 구하기, 이차함수의 그래프 그리기, 최댓값 최솟값구하기 등 과 같은 문제에 어려움이 있음을 분석하였다.

김소현(2005)은 중학교 3학년과 고등학교 1학년을 대상으로 이차함수를 중심으로 기본 개념과 원리 및 응용문제의 수학적 오류를 분석하고, 이러한 오류를 최소화 할 수 있는 효과적인 방안을 제시하고 교정 과정이 학생의 수학적 오류를 얼마나 감소시키며 학생의 학업성취도에는 어떠한 영향을 미치는지 알아보았다. 조사결과 오류의 범주는 크게 4가지로 이해의 오류, 전략선택의 오류, 알고리즘 구성상의 오류, 애매모호한 오류로 분류하였고 , 구체적인 내용을 살펴보면 이차함수의 그래프에서 최댓값 최솟값 구하기, 이차함수에서 그래프의 폭과 이차항의 계수와의 관계, 이차함수의 평행이동, 이차함수의 일반형에서 표준형으로 고치는 과정 등과 같은 문제점이 보였다.

신인숙(1996)은 중학교 학생들의 함수의 그래프에 관한 문제풀이 과정에서 나타는 오류를 분석한 결과 많은 학생들이 함수의 여러 가지 용어에 대한 개념이나 성질들을 잘 이해하지 못한다고 하였다. 또한 그래프와 대수식과의 관계에 많은 어려움을 가지고 있으며, 그래프와 대수식에 대한 지식이 서로 별개의 것으로 인식한다고 보았다.

또한 일차함수에 관한 검사를 실시한 중학교 2학년에서 성취도가 중간 이상인 학생들은 그래프적으로 표상할 때보다는 기호적으로 표상할 때 문제해결을 더 잘하였으나 성취도가 낮은 학생들은 차이가 없는 것으로 나타났고 이것은 기본 지식이 있는 학생들은 그래프적 표상보다 기호 표상으로 함수에 관한 문제를 더 잘 해결한다고 볼 수 있다.

이경도(2003)는 중학교 3학년 학생들의 이차함수 성질에 대한 오류 분석에서 학생들은 이차함수에 대한 기본적인 개념이 없어서 문제를 풀지 못하는 경우가 가장 많았으며, 이차함수 그래프를 그릴 때 기본이 되는 꼭짓점의 좌표를 찾거나 일반형을 표준형으로 고치는 과정에서 오류가 많이 발생한다고 하였다.

성종기(2000)는 중학교 3학년 학생들의 학습능력(상,중,하) 수준에 따른 이차함수 그래프에 대한 오류 분석에서 그래프를 해석하거나 식이나 기호를 그래프화 하는 능력의 부족으로 인한 오류가 많았다고 보고하고 있다. 상 수준의 학생들은 축의 방정식을 이용한 그래프의 대칭성을 활용하지 못하는 경우가 많았으며, 중 수준의 학생들은 이차함수의 표준형을 변형하는 것과 축의 방정식과 대칭성과 꼭짓점의 좌표와의 관계를 잘 모르는 경우가 많았고 ,하 수준의 학생들은 좌표평면상의 그래프를 이해하거나 좌표를 읽는 능력이 부족하며 좌표의 값을 식에 대입하거나 완전제곱식으로 바꿀때 괄호 처리와 계산상 오류가 많았다.

요약 : 앞선 선행연구를 살펴보면 함수단원의 문제풀이 과정에서 학생들은 여러 가지 용어들의 개념과 성질을 제대로 알지 못한 채 기계적으로 문제를 풀거나 그래프와 대수식과의 관계에 어려움을 겪고, 그래프를 해석하고 식이나 기호를 그래프화 하는 능력이 부족한 것으로 나타났다.

나. 효과적인 함수 교수 · 학습 방안에 대한 선행연구

정혜일(2003)은 학생들이 일상 생활에서 함수적 사고를 가지도록 지도하는데 중점을 두고 함수의 개념과 그것을 지도하는 것에 대한 모델을 제시하였다. 이에 중학교 1,2,3 학년의 단계별 내용을 살펴보고 일차함수의 개념 지도에 있어서 효율적인 지도 방안을 다음과 같이 제시하였다.

첫째, 학생들이 실생활의 변화 현상 가운데에서 일차함수가 되는 예를 찾아 볼 수 있도록 하고 이로부터 일차함수의 여러 가지 개념을 이해할 수 있도록 유의하여 지도한다. 둘째, 실생활의 변화 현상의 예를 통하여 먼저 두 관계식을 유도하여 일차함수가 되는지 알아보고 변화표를 완성하고 , 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그리도록 한다. 셋째, 일차함수의 그래프를 그려본 후 이를 토대로 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다. 넷째, 앞에서 배운 평행이동, 기울기, x절편, y절편을 이용해서 그래프를 그릴 수 있도록 지도한다. 마지막으로 일차함수를 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 풀 수 있도록 한다.

현순영(1998)은 학교 수학의 핵심 주제 가운데 하나인 함수 개념 지도의 바람직한 방향은 어떻게 제시될 수 있는지 살펴보았다. 또한 중학교 1학년 교과서를 중심으로 함수 개념 지도가 종속관계 방식으로 이루어지고 있는지 또는 대응관계로 이루어지고 있는지 조사하여 효과적인 함수 개념 지도의 방향을 모색해 보았다. 이에 본 논문에서는 앞으로의 함수 개념의 지도 방향은 '대응' 위주의 지도에서 벗어나야 하며 , 주변에서 일어나는 많은 사건들로부터 함수를 유추해 내는 작업을 병행해야 한다고 하였다. 또한 함수적 지식을 그저 가르치기 위한 내용으로부터 탈피하여 현실적인 변화의 상황을 기술하고 해석하고 예측하기 위한 도구로 인식해야 한다고 하였다.

한두금(2006)은 함수 개념의 역사적 변화를 소개하고, 제 7차 교육과정의 개정에 따른 각 출판사별 교과서를 비교, 분석하여 각 교과서 별로 함수 단원에 나오는 개념들을 어떻게 설명하고 있는지 알아보고, 함수 개념지도의 효율적인 지도 방안을 다음과 같이 제시하였다.

첫째, 함수를 다룰 때 이 함수를 이야기로, 대응표로, 화살표 기호로, 수직선 위에서 함수 기계로 경험시키고 여러 가지 함수 경험의 동형성을 강조하며, 이러한 함수 경험을 통해 함수적인 관계에 대한 심상이 구성화 되도록 한다. 둘째, 실제적인 물리적, 사회적인 변화 현상을 기술하고 해석하는 경험으로부터 출발하여 점진적인 수학화 과정을 재발명하도록 지도하고 그래프를 통한 함수적 시각적 측면을 보다 강조하며, 함수와 관련된 내용은 가능한 한 그래프와 결부시켜 생각하도록 지도함으로써 함수적 감각을 발달시킨다. 셋째, 독립 변수를 한 가지 기호 x로 한정하지 말고 변수를 나타내는 문자를 자유로이 바꿀 것을 강조한다. 넷째, 학교수학의 전 영역에 걸쳐 모든 내용을 함수적인 관점에서 해석하고 여러 가지 수학 내적 외적인 문제를 함수적으로 보고 해결하는 함수적 사고 능력과 태도를 기르도록 해야 한다.

박신정(2006)은 일차함수의 문제풀이 과정에서 학생들이 범하게 되는 오류를 분석하고 그에 따른 지도방안을 제시하였다. 학생들에게 함수의 개념을 보다 잘 이해시키기 위해서는 다음과 같은 점에 유의하여 지도해야 함을 제언하였다.

첫째, 일반적으로 함수의 정의를 지도할 때는 형식적인 언어로만 제시하는 것이 아니라, 학생들의 자연스러운 학습 과정에 보조를 맞추어서 이해를 돕도록 정의에 포함되어있는 조건들을 상술하여 단계적으로 그 조건들을 제시하는 방법이 효과적일 수 있다. 둘째, 함수의 그래프를 해석하거나 식이나 기호를 그래프 화하는 능력이 부족한

경우 함수의 그래프를 지도할 때는 관계식과 관련짓고 관계식의 관점에서 정보를 추출해내며, 관계식을 지도할 때는 그래프와 관련지어서 사고 할 수 있도록 두 가지를 함께 묶어 지도한다. 셋째, 모든 수학적 대상을 관련지어 보고 그 속에 내재된 의미를 발견할 수 있도록 창의적인 학습지도를 해야 한다. 넷째, 모든 사물을 수학적 모델로 바꾸어 두 변량 사이의 관계를 관찰하고 함수적인 사고에 의해 원리나, 법칙, 형식을 발견하는 함수지도가 되어야 한다. 다섯째, 함수를 관계에서 이끌어 냄으로써 보다 폭넓은 함수에서 다루도록 실제적 학습의 장에 많이 도입되는 함수 지도가 되어야 한다.

다. 교과서 분석에 대한 선행연구

변동숙(2007)은 중ㆍ고등학교 수학의 많은 단원에 연관을 가지고 있는 함수 단원을 미국의 교과서 (Glencoe Mathematics- Applications and Connections Course 1,2,3) 와 우리나라 중학교 교과서에의 전반적인 구성 비교와 더불어 구체적인 내용전개, 문제 예시 방법, 절차 등을 비교하였다. 연구 결과, 유사점으로는 두 교과서 모두 대단원과 소단원 시작 시 학습목표가 명시되어있고 , 함수의 어려운 문제나 확실한 개념의 정립이 필요한 경우 단계를 선정하여 순차적으로 문제를 해결하려는 양식을 보였다. 차이점으로는 첫째, 함수의 개념을 도입하는데 있어서 우리나라 같은 경우는 정비례와 반비례의 개념을 통해 함수를 도입하는데 비하여 미국의 교과서는 정비례, 반비례라는 용어를 쓰지 않는다. 둘째, 우리나라의 교과서에서는 변수, 정의역, 치역, 공역의 정의가 제시되어 있지만 미국의 교과서 (Glencoe Mathematics- Applications and Connections Course 1,2,3) 은 별 다른 정의가 없다.
셋째, 함수의 그래프를 그리는 과정에서 원점을 지나는 직선의 경우 우리나라는 원점 이외의 다른 한 점만 구해서 그 두 점을 연결하는 방법적인 측면을 강조하고 있다. 반면 미국의 교과서의 경우 그래프를 그릴 때, 두 점이 아닌 여러 지나는 점을 찍어 봄으로써 확실성을 기하고 있다. 넷째, 우리나라 교과서의 경우 연습 문제에 함수의 내용만을 문제로 다루지만 미국의 경우 함수와 관련 없는 단원의 내용들도 제시되어

있다.

김민지(2007)는 우리나라와 미국의 중학교 수학 교과서 (Mcdougal Littell Mathematics Middle school course)의 교수 학습방법을 분석하였다. 연구 결과 한국과 미국의 교과서에서 함수를 도입하는 것에 대한 가장 큰 차이점은, 우리나라의 제7차 교육과정에서는 정비례와 반비례의 예를 통하여 함수의 개념을 설명하고 있는데, 미국의 교과서에서는 입•출력표를 이용한 대응 관계로 함수의 개념을 도입하고 있다는 점이다. 예제와 확인문제는 단원 학습 내용의 용어 정의와 개념 이해의 기본적인 문제들로 구성하여 학습 내용의 기초 이해도를 체크할 수 있도록 하였다. 이것은 양국의 공통점이지만 우리나라에서는 소재와 문제의 패턴이 단순한데 비하여 , 미국의 교과서에서는 문제의 수와 유형이 다양함을 알 수 있다.

송창석(2003)은 중학교 1학년, 2학년의 함수단원을 중심으로 한국과 미국의 교과서(McGraw-Hill companies에서 출판한 pre-algebra 와 algebra1 대수교과서)를 비교하는 연구에서 다음과 같이 주장하였다. 한국의 수학 교과서는 자연 현상에서 일어나는 사건을 통해 규칙성을 찾고, 수학적 모델링을 통하여 두 변량 사이의 관계를 관찰함으로써 함수 개념이 습득되도록 구성되어있다. 그러나 학생들에게 함수 개념을 이해시키기 위해 함수와 그래프에 대한 이해를 향상시키기 위한 방법으로 점찍기나 읽기를 넘어서지 못하고 있다. 따라서 실생활과 관련된 그래프의 일부분을 이해하거나 의미를 얻는 활동으로 구성해야 한다고 하였다. 그리고 한국 수학교과서는 테크놀로지의 활용이 단지 컴퓨터를 활용하여 그래프를 살펴보는 것으로 구성되어 있지만 적극적으로 그래프 계산기 또는 컴퓨터를 활용해야 한다고 주장하였다. 학습자가 역동적인 그래프의 움직임을 탐구하고 실행해 봄으로써 함수의 변화하는 모습과 성질을 분석할 수 있도록 구성해야 한다는 것이다.

임지영(2008)은 일차함수의 개념 전개에 대해 한국과 미국의 교과서(Math Course1,2,3)를 비교하였다.

연구를 통하여 얻은 결과는 다음과 같다. 첫째, 한국과 미국은 함수를 도입하는 방법이 다르다. 한국 교과서는 두 변수 사이에서 변화하는 동적인 관계로서 함수를 정의하므로 변하는 두 양에 관한 비례 관계로 함수를 도입한다. 반면 미국 교과서는 대응 관계로서 함수를 도입한다. 둘째, 한국과 미국은 모두 실생활 문제를 많이 다룬다. 그런데 실상 한국의 경우 미국에 비해 실생활 문제에 대한 소재나 문제 유형이 그다지

다양하지 않으며 문항 수에 비해 중복되는 문제 유형이 많다. 또한 제시된 문제를 보면 생활 장면에서의 소재이긴 하지만 사실상 비현실적이고 공식적인 예들로서 학생들로 하여금 수학의 실용성을 인식하기에 적합하지 않은 문제가 많다. 반면에 미국의 경우 중복되는 문제 유형도 적을 뿐 아니라 문제에서 사용하고 있는 소재도 비교적 다양하다. 또한 미국은 타과목과 연관되는 내용이 많아 수학이 고립된 학문이 아님을 학생들로 하여금 인식 시킨다. 셋째, 한국은 그래프를 그리는 활동이 많은 반면 미국은 그래프 해석에 중점을 둔다. 넷째, 한국의 경우 공학이 거의 활용되지 않지만 미국은 공학을 적극 활용한다.

Ⅲ. 한국과 *Math Thematics* 교과서 비교

본 장에서는 한국과 *Math Thematics* 교과서를 서론에서 제시한 비교 준거에 의해서 함수 단원을 분석하였다.

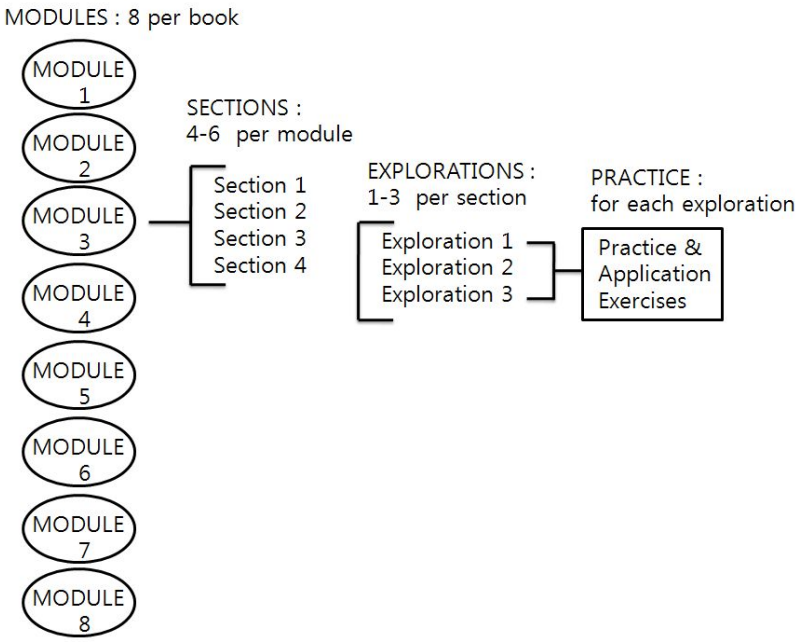
1. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 전체적인 구성 차이

한국과 *Math Thematics* 교과서의 전반적인 내용 구성 체계를 살펴보면 다음과 같다.

먼저 한국의 경우 출판사마다 구성에 있어서 미묘한 차이는 보이지만 전체적인 흐름은 대단원에 단원명과 학습 목표를 제시한 뒤 단원의 내용이 구체적으로 적용되는 자연 또는 사회의 흥미로운 소재나 단원의 수학사적 발달과정, 학년의 학습 내용 계통도 등을 나타내어 학습에 대한 흐름을 파악하고 흥미를 유도하였다.

중단원에 포함된 각각의 소단원에는 개념 설명을 중심으로 학습한 내용을 대표하거나 기본이 되는 예제와 그와 비슷한 문제를 제시하였고 중단원 마다 학습한 내용에 대한 내용정리 및 연습문제가 나열되어 있다. 대단원 마지막에는 창의력과 문제 해결력을 기를 수 있도록 다양한 탐구 과제가 제시되어 있고 그 밖에 수학자, 수학사적 발달과정, 단원과 관련된 재미있는 이야기 및 타 교과와 관련된 내용, 재미있는 삽화 등 흥미를 일으키기 위한 다양한 소재와 자료를 제시하였다.

Middle Grades MATH Thematics 의 각 교재는 수학적인 아이디어의 관련성에 따라서 8개의 모듈(module)로 구성되어 있고, 각 모듈은 4-6개의 섹션(section)으로 나누어진다. 한국의 교과서와 비교해 볼 때 모듈은 대단원에 해당되고 섹션은 중단원에 해당된다고 볼 수 있다. 각 섹션은 1-3개의 탐구(exploration), 중요 개념 (key concept), 연습과 적용 문제(practice & application exercises)등으로 구성되어 있다.



<그림1> *MATH Thematics* 의 교과서 구성

다음 <표5>는 한국과 *Math Thematics* 교과서의 단원구성을 비교한 표이다.

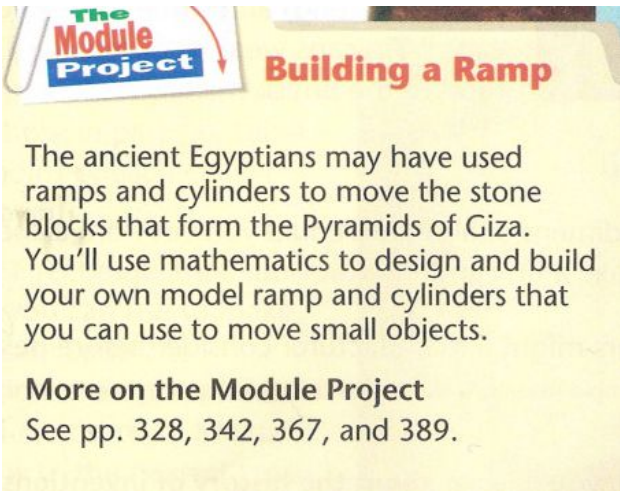
<표5> 한국과 *Math Thematics* 교과서의 전체적인 단원 구성

한국	*Math Thematics*
대단원	모듈(module)
• 대단원 학습 목표 제시 • 학습할 개념이 적용된 여러가지 예 서술	• 중단원별 주요 학습 내용 제시 • 대단원 프로젝트 제시 • 학습할 개념이 적용된 여러가지 예 서술

중단원	섹션(section)
• 중단원 학습 목표 제시	• 학습 동기 유발을 위한 도입 글과 생각해 볼 문제 제시
소단원	탐구(exploration)
• 몇 개의 작은 학습 주제로 구성 • 소단원 학습 목표 제시 • 배우게 될 내용의 탐구활동이나 실험, 관찰을 통해 도입부 제시 • 학습 내용 설명 및 용어 정리 • 예제와 문제 제시	• 소단원 학습 목표 제시 • 배우게 될 내용의 탐구활동이나 실험, 관찰을 통해 도입부 제시 • 예제와 문제 제시
중단원 마무리	중요 개념 (key concept), 연습과 적용 문제(practice & application exercises)
• 학습한 내용에 대한 정리 및 연습 문제 제시	• 자기 평가, 모듈프로젝트, 연습문제 제시
대단원 마무리	프로젝트 마무리, 복습과 평가 (Completing the Module Project , Review and Assessment)
• 창의력과 문제 해결력 기를 수 있도록 다양한 탐구 과제 제시 • 단원 마무리 문제 (자기 수준에 맞는 과제를 선택하여 학습할 수 있도록 보충문제와 발전문제제시	• 연습문제 제시 • 모듈 프로젝트 마무리

두 교과서 모두 전체적인 구성에는 큰 차이가 없지만 단원명을 보면 한국의 교과서 경우 수학적 의미를 중시하며 체계적인 내용 설명에 충실히 하는 경향이 강하기 때문에 '함수', '일차함수', '이차함수' 와 같은 수학적인 대단원명을 쓰는 반면, *Math Thematics* 교과서는 *PATTERNS AND DISCOVERIES* , *VISUALIZING CHANGE* , *MAKING AN IMPACT* 등과 같이 내용을 전개하는 공통적인 소재를 모듈(module)명으로 사용하고 있다.

MATH Thematics 는 모듈(module) 도입부에 <그림2>과 같이 'The Module Project' 를 제시하고 섹션(section) 이 끝날 때 마다 그에 대한 학습 내용을 가지고 해결할 수 있는 프로젝트가 <그림3>,<그림4> 처럼 제시되어있다. 또한 모듈(modlue)의 마지막 부분에는 <그림5>과 같이 그 프로젝트를 완성하도록 하는 마무리 프로젝트가 제시되어 있다. 이처럼 학생들 스스로 학습 상태를 확인해 볼 수 있도록 프로젝트가 단계적으로 나타나있다.

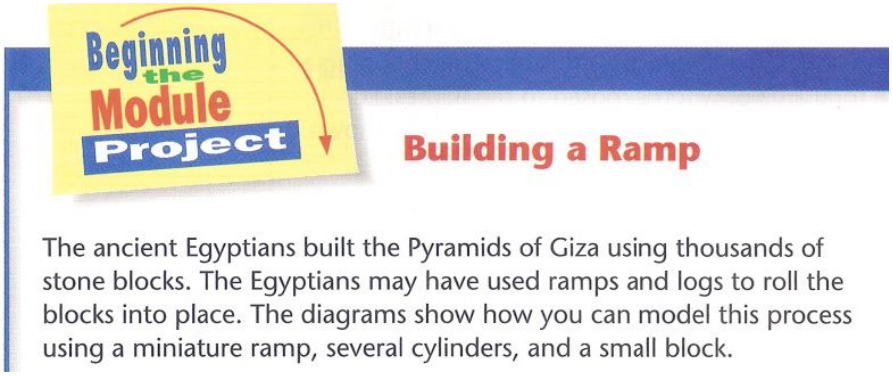

The Module Project

Building a Ramp

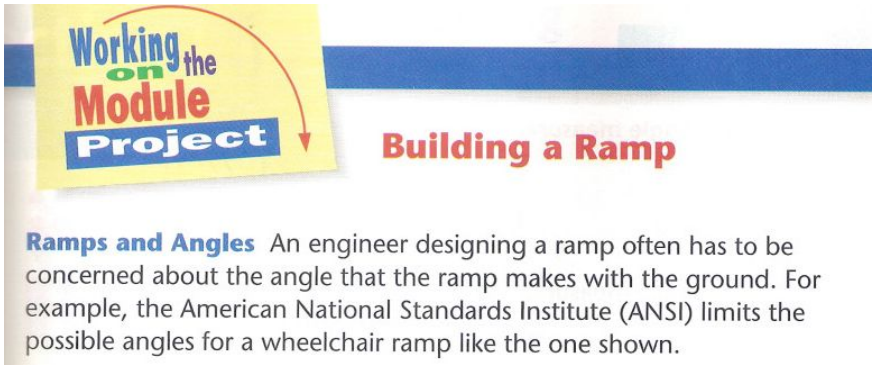
The ancient Egyptians may have used ramps and cylinders to move the stone blocks that form the Pyramids of Giza. You'll use mathematics to design and build your own model ramp and cylinders that you can use to move small objects.

More on the Module Project
See pp. 328, 342, 367, and 389.

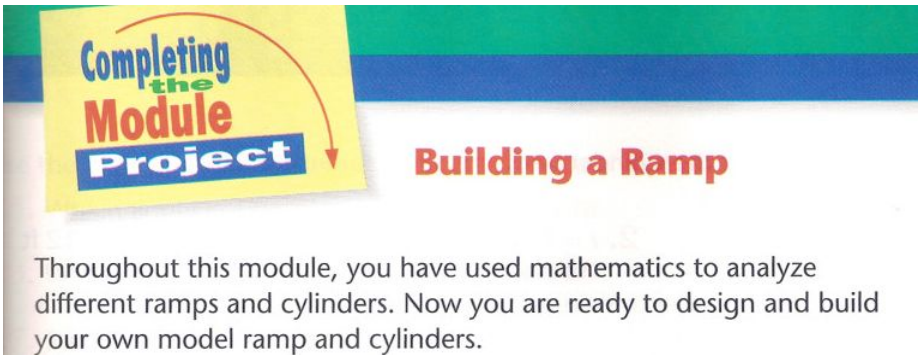
<그림2> The Module Project (*Math Thematics 3,* p. 317)



<그림3> Beginning the Module Project (*Math Thematics 3,* p. 328)



<그림4> Working on the Module Project (*Math Thematics 3,* p. 342)



<그림5> Completing the Module Project (*Math Thematics 3,* p. 389)

2. 한국 교과서와 *Math Thematics* 교과서의 학년별 내용 비교

함수단원을 중심으로 먼저 한국의 중학교 1,2,3학년의 현재 학년별 내용 구성을 살펴보면 다음 표와 같다.

<표7> 한국의 중학교 1,2,3학년 내용 구성

1학년	(1) 함수와 그래프 ① 함수의 개념을 이해한다. ② 순서쌍과 좌표를 이해한다. ③ 함수를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다. (2) 함수의 활용 ① 함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다. <용어와 기호> 변수, 함수, 정의역, 공역, 함숫값, 치역, 좌표, 순서쌍, x좌표, y좌표, 원점, 좌표축, x축, y축, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면, 함수의 그래프, $f(x)$, $y=f(x)$
2학년	(1) 일차함수와 그래프 ① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다. ② 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다. (2) 일차함수의 활용 ① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다. ② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다. ③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. <용어와 기호>

	일차함수, 기울기, x절편, y절편, 평행이동, 직선의 방정식
3학년	(1) 이차함수와 그래프 ① 이차함수의 뜻을 안다. ② 이차함수의 그래프를 그릴 수 있다. ③ 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다. <용어와 기호> 이차함수, 포물선, 축, 꼭지점, 최대값, 최소값

아래 표는 *Math Thematics 1,2,3* 권에서 함수에 관한 학습 내용 이다.

<표8> *Math Thematics* 교과서의 함수 관련 학습 내용

1권	<module 4 - section 5> - coordinate gird 에 순서쌍 그리기 <module 7 - section 6> - 순서쌍 그리기 <용어와 기호> 순서쌍(ordered paris), coordinate gird , 축(axis), x축(horizontal axis) , y축(vertical axis), 원점(origin),사분면(quadrants),제1,2,3,4사분면 (quadrant Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ) , 변수(variable)
2권	<module 3 - section 2> - 좌표평면에 순서쌍 그리기 <module 2 - section 4> - 표 또는 방정식으로 함수를 표현하기 - 수식(함수식) 계산하기 - 함수를 그래프로 나타내기 <용어와 기호>

	좌표평면 (coordinate plane) , 좌표(coordinate) , 함수(function)
3권	<module 2 - section 2> - 두개의 변수를 가진 방정식의 그래프 그리기 <module 5 - section 2> - 기울기 구하기 - 직선의 방정식 구하기 (slop-intercept form : $y=mx+b$) <module 7 - section 1> - 변화량을 표와 그래프로 나타내기 - 함수를 나타내기 위해 표,그래프,방정식 사용하기 <module 7 - section 5> - 방정식을 통해서 포물선 그래프 알기 - 이차함수 개념 및 그래프 그리기 <용어와 기호> linear , nonlinear, 기울기(slope) , run , rise , y절편(y intercept), 포물선(parabolas) , 꼭짓점(vertex) , 대칭축(line of symmetry) 이차함수(quadratic function),

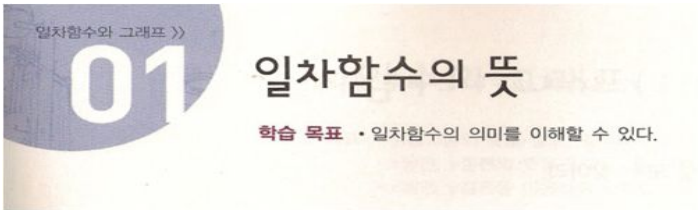
<표7>, <표8> 과 같이 각 학년에서 배우는 함수 관련 내용이 한국과 *Math Thematics* 교과서에서 다소 차이가 있음을 알 수 있다.

한국의 경우 일차함수와 그 그래프에 대해 2학년 과정에서 배우게 되지만 *Math Thematics* 교과서는 *3* 권에서 일차함수 용어 대신 linear, nonlinear라는 표현을 사용해 일차함수에 대해 학습한다.

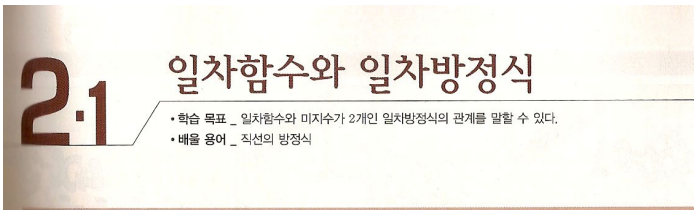
또 한국은 방정식, 함수를 따로 배우기 때문에 그래프를 배울 때 함수 단원에 제시되어 있으나 *Math Thematics* 교과서의 경우 함수를 방정식과 관련지어 설명하기 때문에 그래프를 그릴 때 방정식과 함수식, 그래프를 함께 연관지어 생각하도록 하고 있다.

3. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 학습 목표 진술방법

한국의 교과서는 대·중·소단원 마다 학습 목표를 상세히 제시하였다.
아래 그림과 같이 '~할 수 있다 ' 와 같은 학생 중심의 표현인 행동적 언어로 진술하여 학생이 주도적으로 학습 내용에 대해 공부 할 수 있도록 하였다. 게다가 본 단원을 학습 한 뒤 익혀야 하는 학습 개념과 용어들이 명백하게 제시되어 있어서 학생 스스로 성취해야할 능력을 파악하고 평가할 수 있다는 장점이 있다.

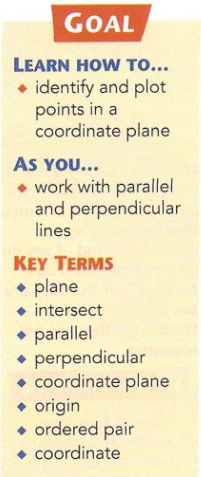


<그림6> 학습목표 (중학교 2학년 두산동아 , p. 131)



<그림7> 학습목표 (중학교 2학년 교학사, p. 129)

Math Thematics 교과서도 한국과 마찬가지로 학습 목표 진술 시 '~할 수 있다' 와 같은 표현을 사용하였고 , <그림8>와 같이 소단원 마다 학습 목표와 용어를 함께 정리하여 이 단원에서 배워야 할 중요 개념을 알기 쉽게 구성하였다.



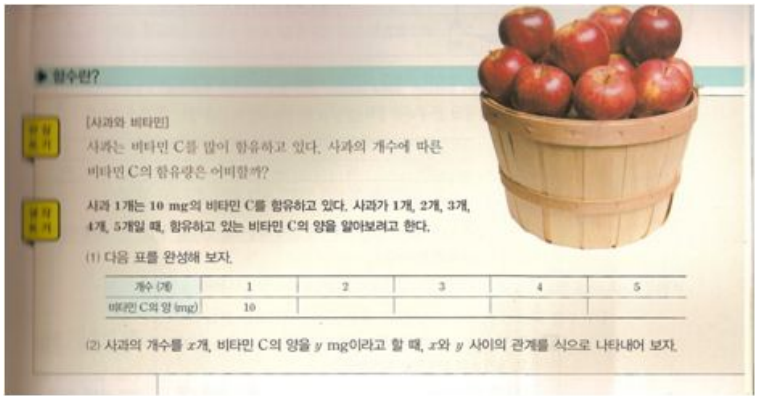
<그림8> 학습목표 (*Math thematics 2*, p. 92)

4. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 탐구활동 소재 비교

한국의 교과서는 새로운 학습 개념 도입 시 , 소단원 시작 부분에서 <그림9>과 <그림10>과 같이 단원의 학습 목표와 내용이 적용되는 실생활, 자연, 사회의 흥미로운 소재에 대하여 알아보거나, 탐구형 질문, 조작 활동, 토론 등을 통하여 수학적 개념을 경험적으로 이해하고 학습에 대한 흥미를 유발시키도록 구성되어있다. 이와 같이 학생들 스스로 탐구하고 분석하고, 발견하는 논리적 추론 능력을 기르게 하고, 학습자의 활동을 중시하였다. 예를 들어 <그림9>와 같이 함수의 개념 도입 시 사과와 비타민C의 함유량의 관계를 통해 알아보게 하고, 일차함수 도입부에서는 <그림10>과 같이 실생활과 관련된 문제가 구성되었다.

또한 단원의 학습내용이 끝난 후 마지막 부분에도 협동하여 과제를 해결하

는 유형의 탐구 과제나 학습한 내용과 관련된 문제 상황에서 생각을 나눌 주제를 찾거나 <그림11>과 같이 '일차함수의 그래프를 그릴 수 있는 조건'이라는 제목으로 수학일기를 써보는 과정을 거쳐 수학적으로 의사 소통 하는 능력을 기르도록 하였다.



▶ 함수란?

[사과와 비타민]
사과는 비타민 C를 많이 함유하고 있다. 사과의 개수에 따른 비타민 C의 함유량은 어떠할까?

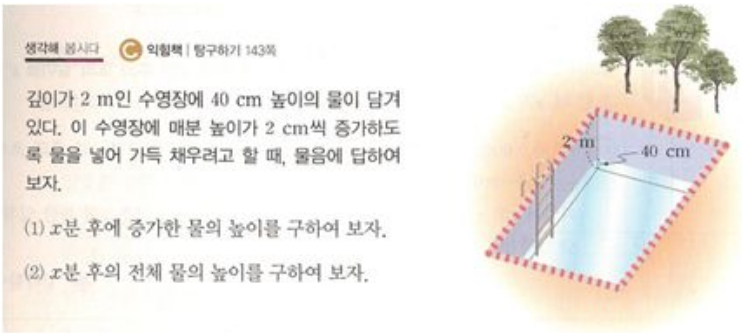
사과 1개는 10 mg의 비타민 C를 함유하고 있다. 사과가 1개, 2개, 3개, 4개, 5개일 때, 함유하고 있는 비타민 C의 양을 알아보려고 한다.

(1) 다음 표를 완성해 보자.

개수 (개)	1	2	3	4	5
비타민 C의 양 (mg)	10				

(2) 사과의 개수를 x개, 비타민 C의 양을 y mg이라고 할 때, x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내어 보자.

<그림9> 함수개념 도입부 (중학교 1학년 교학사, p. 125)



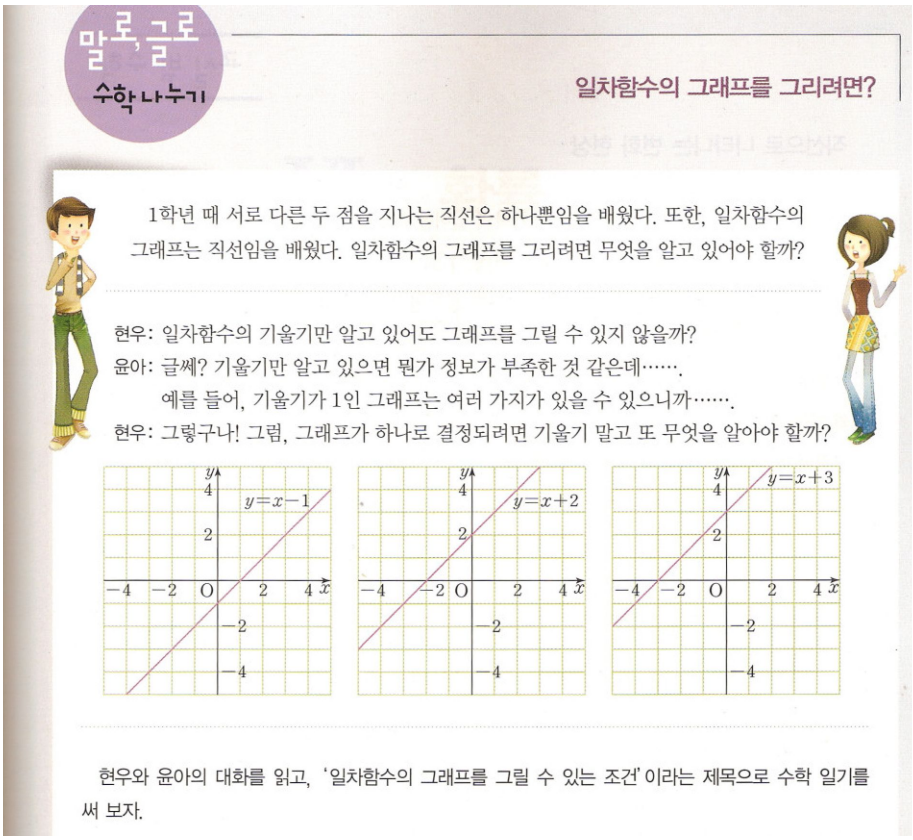
생각해 봅시다 익힘책 | 탐구하기 143쪽

깊이가 2 m인 수영장에 40 cm 높이의 물이 담겨 있다. 이 수영장에 매분 높이가 2 cm씩 증가하도록 물을 넣어 가득 채우려고 할 때, 물음에 답하여 보자.

(1) x분 후에 증가한 물의 높이를 구하여 보자.

(2) x분 후의 전체 물의 높이를 구하여 보자.

<그림10> 일차함수 도입부 (중학교 2학년 두산동아, p.131)



말로,글로 수학나누기

일차함수의 그래프를 그리려면?

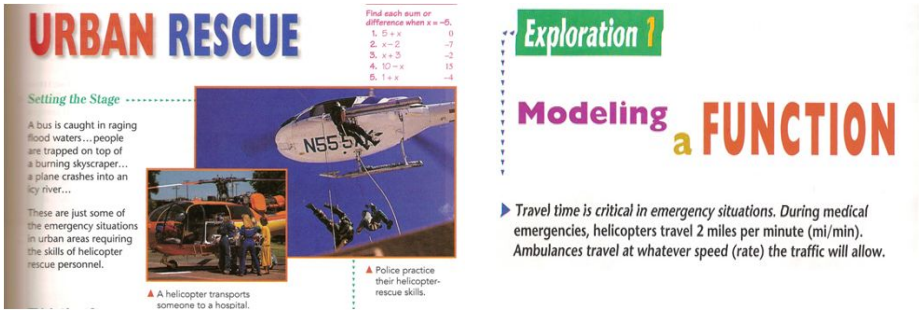
1학년 때 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐임을 배웠다. 또한, 일차함수의 그래프는 직선임을 배웠다. 일차함수의 그래프를 그리려면 무엇을 알고 있어야 할까?

현우: 일차함수의 기울기만 알고 있어도 그래프를 그릴 수 있지 않을까?
윤아: 글쎄? 기울기만 알고 있으면 뭔가 정보가 부족한 것 같은데…….
예를 들어, 기울기가 1인 그래프는 여러 가지가 있을 수 있으니까…….
현우: 그렇구나! 그럼, 그래프가 하나로 결정되려면 기울기 말고 또 무엇을 알아야 할까?

현우와 윤아의 대화를 읽고, '일차함수의 그래프를 그릴 수 있는 조건'이라는 제목으로 수학 일기를 써 보자.

<그림11> 말로,글로 수학나누기 (중학교 2학년 두산동아, p. 161)

Math Thematics 교과서는 새로운 개념 도입 시 학습자 스스로가 수학적 개념을 생각하게 하는 상황과 소재를 제시하여 수학의 필요성과 유용성을 깨달을 수 있게 하고, 제시된 상황을 중심으로 학습의 개념과 얽혀 있는 문제를 사용하여 이해를 돕고 있다. 한국의 교과서도 실생활과 관련된 문제 상황이 주어지지만, 개념 설명을 위해 계획적으로 만들어진 상황을 제시하고 수학적으로 정형화 되어있는 대상을 가지고 활동이 전개되고 있어 유용성이 부족하다.



URBAN RESCUE

Find each sum or difference when $x = -5$.

1. $5 + x$ 0
2. $x - 2$ −7
3. $x + 3$ −2
4. $10 - x$ 15
5. $1 + x$ −4

Setting the Stage

A bus is caught in raging flood waters…people are trapped on top of a burning skyscraper… a plane crashes into an icy river…

These are just some of the emergency situations in urban areas requiring the skills of helicopter rescue personnel.

▲ A helicopter transports someone to a hospital.

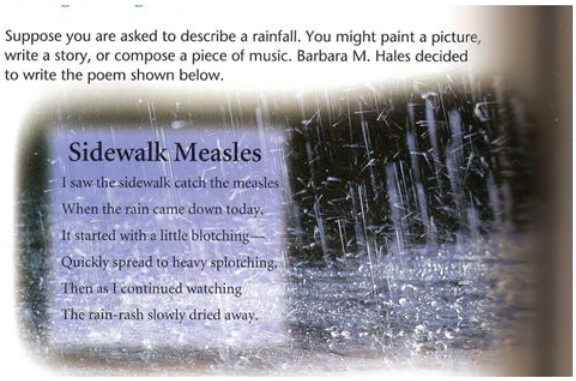
▲ Police practice their helicopter-rescue skills.

Exploration 1

Modeling a FUNCTION

▶ *Travel time is critical in emergency situations. During medical emergencies, helicopters travel 2 miles per minute (mi/min). Ambulances travel at whatever speed (rate) the traffic will allow.*

<그림12>‘Function Models’의 도입부 (*Math thematics 2*, p. 117~118)



Suppose you are asked to describe a rainfall. You might paint a picture, write a story, or compose a piece of music. Barbara M. Hales decided to write the poem shown below.

Sidewalk Measles

I saw the sidewalk catch the measles
When the rain came down today.
It started with a little blotching—
Quickly spread to heavy splotching.
Then as I continued watching
The rain-rash slowly dried away.

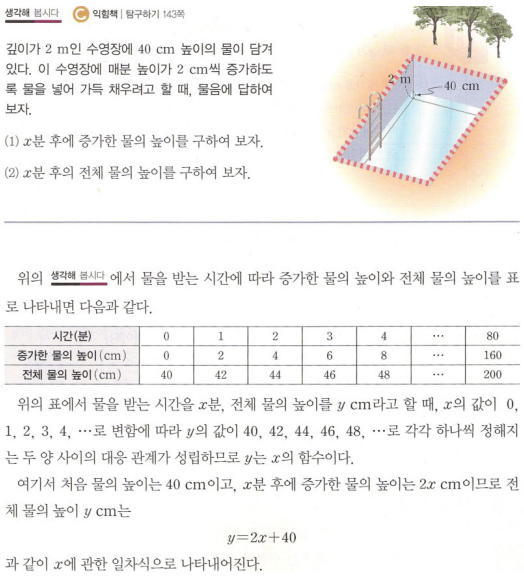
<그림13>‘Graphs and Functions’의 도입부 (*Math thematics* 3, p. 468)

5. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 내용 전개방식

한국의 교과서의 본문 내용 전개 방식은 새로운 학습 개념 도입 시 간단한 물음이나 탐구활동을 통해 개념을 설명하고 있다.

실생활과 관련된 현실적인 문제가 제시되어 있긴 하지만 도입부분에서 언급한 문제 상황과 본문에서 학습하기위한 문제 상황이 일관성이 없이 전개 되고 있는 경우를 볼 수 있다.

2007 개정 교육과정이 적용된 1,2학년 교과서는 비교적 도입부에 제시된 상황과 본문의 전개 상황이 <그림14>처럼 연결되어 있지만, 7차 교육과정이 적용된 3학년 교과서에는 <그림15>과 같이 일관성 없이 전개 되는 경우를 찾아 볼 수 있었다.



생각해 봅시다 익힘책 | 탐구하기 143쪽

깊이가 2 m인 수영장에 40 cm 높이의 물이 담겨 있다. 이 수영장에 매분 높이가 2 cm씩 증가하도록 물을 넣어 가득 채우려고 할 때, 물음에 답하여 보자.

(1) x분 후에 증가한 물의 높이를 구하여 보자.

(2) x분 후의 전체 물의 높이를 구하여 보자.

위의 생각해 봅시다 에서 물을 받는 시간에 따라 증가한 물의 높이와 전체 물의 높이를 표로 나타내면 다음과 같다.

시간(분)	0	1	2	3	4	…	80
증가한 물의 높이(cm)	0	2	4	6	8	…	160
전체 물의 높이(cm)	40	42	44	46	48	…	200

위의 표에서 물을 받는 시간을 x분, 전체 물의 높이를 y cm라고 할 때, x의 값이 0, 1, 2, 3, 4, …로 변함에 따라 y의 값이 40, 42, 44, 46, 48, …로 각각 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계가 성립하므로 y는 x의 함수이다.

여기서 처음 물의 높이는 40 cm이고, x분 후에 증가한 물의 높이는 $2x$ cm이므로 전체 물의 높이 y cm는

$$y=2x+40$$

과 같이 x에 관한 일차식으로 나타내어진다.

<그림14> 일차함수 내용 전개 방식(중학교 2학년 두산동아, p. 131)

생각열기

장난감 로켓을 수직으로 쏘아 올리려고 한다. 로켓의 처음 속력을 초속 24 m로 하고 로켓을 쏜 지 t초 후에 지면으로부터의 높이를 h m라고 하면

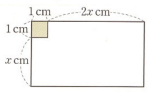
$$h=-4.9t^2+24t$$

인 관계가 성립한다. 다음 표의 빈 칸을 채워라.

t(초)	0	1	2	3	4
h(m)	0				

▶ **이차함수의 뜻을 안다.**

한 변의 길이가 1 cm인 정사각형에서 가로의 길이는 매분 2 cm씩, 세로의 길이는 매분 1 cm씩 동시에 늘어난다고 한다.



x분 후의 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면 x와 y에 대하여 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

시간 x(분)	0	1	2	3	…	x
가로의 길이(cm)	1	3	5	7	…	$1+2x$
세로의 길이(cm)	1	2	3	4	…	$1+x$
넓이 y cm^2	1	6	15	28	…	$(1+2x)(1+x)$

<그림15> 이차함수 내용 전개 방식(중학교 3학년 금성, p. 107)

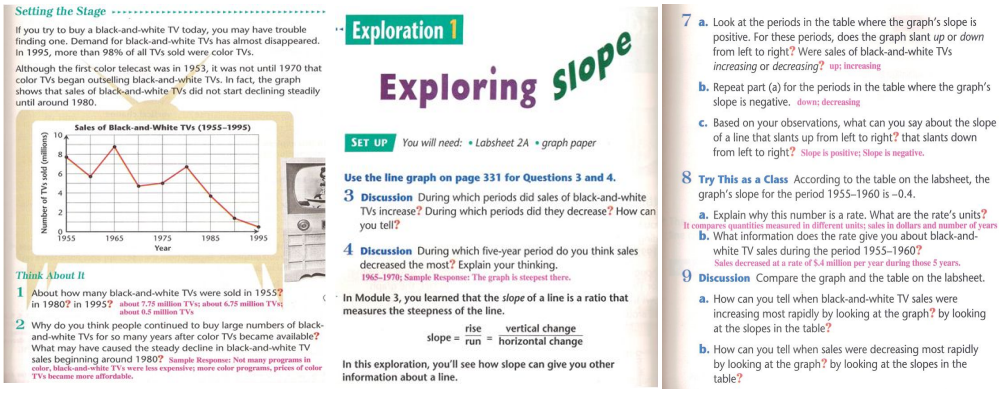
또한 우리나라 교과서는 개념을 설명하고 그 개념이 적용된 예제를 풀어 본 후 비슷한 유형의 문제가 주어지면서 학생들의 이해를 확인하고 학습 내용을 익힘으로써 능숙하게 표현 하도록 하는데 중점을 두고 있다. 즉 우리나라 교과서는 개념 설명을 중심으로 본문이 전개 되기 때문에 수학적 개념의 필요성을 스스로 깨닫기 보다는 암기 위주의 완성된 지식의 습득으로 그치게 된다.

Math Thematics 교과서의 본문 내용 전개 방식 역시 한국과 마찬가지로 개념 설명하기 전에 탐구활동을 도입하였다. 그러나 한국 교과서와 달리 <그림16>을 보면 도입부에 제시된 문제 상황이 본문에도 연결 되어 단계적이고 점점 구체화 되는 질문을 통해 어떤 수학적 개념이 어떻게 알 수 있고, 왜 필요한지, 어디에 사용되는지 등의 필요성을 스스로 깨달을 수 있도록 유도하였다.

한국의 교과서가 개념 설명 위주로 전개 되어 있다면, *Math Thematics* 교과서는 현실상황 위주로 전개되어 있고 끊임없는 질문을 통해 자연스럽게 단계적으로 다음 학습으로 넘어가도록 하여 수학적 개념과 사고력을 신장시킨

다.

개념을 학습 한 후 그에 관한 예제와 의견을 묻는 문제가 주어지고 , 소단원의 마지막에는 본 차시에서 학습한 내용 정리와 관련 문제가 제시되어있다.



Setting the Stage

If you try to buy a black-and-white TV today, you may have trouble finding one. Demand for black-and-white TVs has almost disappeared. In 1995, more than 98% of all TVs sold were color TVs.

Although the first color telecast was in 1953, it was not until 1970 that color TVs began outselling black-and-white TVs. In fact, the graph shows that sales of black-and-white TVs did not start declining steadily until around 1980.

Sales of Black-and-White TVs (1955–1995)

Number of TVs sold (millions)

Year

Think About It

1 About how many black-and-white TVs were sold in 1955? in 1980? in 1995? about 7.75 million TVs; about 6.75 million TVs; about 0.5 million TVs

2 Why do you think people continued to buy large numbers of black-and-white TVs for so many years after color TVs became available? What may have caused the steady decline in black-and-white TV sales beginning around 1980? Sample Response: Not many programs in color, black-and-white TVs were less expensive; more color programs, prices of color TVs became more affordable.

Exploration 1

Exploring slope

SET UP You will need: • Labsheet 2A • graph paper

Use the line graph on page 331 for Questions 3 and 4.

3 Discussion During which periods did sales of black-and-white TVs increase? During which periods did they decrease? How can you tell?

4 Discussion During which five-year period do you think sales decreased the most? Explain your thinking. 1965–1970; Sample Response: The graph is steepest there.

In Module 3, you learned that the *slope* of a line is a ratio that measures the steepness of the line.

$$\text{slope} = \frac{\text{rise}}{\text{run}} = \frac{\text{vertical change}}{\text{horizontal change}}$$

In this exploration, you'll see how slope can give you other information about a line.

7 a. Look at the periods in the table where the graph's slope is positive. For these periods, does the graph slant *up* or *down* from left to right? Were sales of black-and-white TVs *increasing* or *decreasing*? up; increasing

b. Repeat part (a) for the periods in the table where the graph's slope is negative. down; decreasing

c. Based on your observations, what can you say about the slope of a line that slants up from left to right? that slants down from left to right? Slope is positive; Slope is negative.

8 Try This as a Class According to the table on the labsheet, the graph's slope for the period 1955–1960 is –0.4.

a. Explain why this number is a rate. What are the rate's units? It compares quantities measured in different units; sales in dollars and number of years

b. What information does the rate give you about black-and-white TV sales during the period 1955–1960? Sales decreased at a rate of $.4 million per year during those 5 years.

9 Discussion Compare the graph and the table on the labsheet.

a. How can you tell when black-and-white TV sales were increasing most rapidly by looking at the graph? by looking at the slopes in the table?

b. How can you tell when sales were decreasing most rapidly by looking at the graph? by looking at the slopes in the table?

<그림16> 'Slopes and Equations of Lines'의 내용전개방식
(*Math thematics* 3, pp. 331~333)

6. 한국과 *Math Thematics* 교과서의 용어 정의의 차이

각 국의 교과서에 제시된 용어가 어떠한 방법으로 정의되어 있는지 분석해 보고자 한다.

그 개념의 속성을 이용해 엄밀하게 정의하는지, 그림이나 그래프 등의 예를 들어 개념을 설명하는 경우, 새로운 기호나 용어를 읽는 방법을 설명하는 경우, 말을 기호로 바꾸어 나타내기와 기호 읽어보는 방법으로 정의 하는 경우에 대해 살펴보았다.

먼저 한국의 교과서에서 개념이 적용되는 대상들의 본질적인 속성, 공통된 성질을 제시하여 형식적으로 정의되는 경우는 아래 그림과 같이 함수, 일차함수, 이차함수 정의 에서 볼 수 있다.

Math Thematics 교과서에서 개념이 적용되는 대상들의 본질적인 속성, 공통된 성질을 제시하여 정의되는 경우는 아래 그림과 같이 변수, 함수, 이차함수 정의에서 볼 수 있다.

함수의 정의를 한국의 교과서는 두 양 사이의 대응 관계로 서술하고 있고 *Math Thematics* 교과서는 input 과 output 사이의 종속적인 관계로 설명하고 있어 학생들이 이해하기 더 쉽고 친숙한 표현으로 정의하고 있다.

위에서 x의 값이 변함에 따라 그에 대응하는 y의 값이 단 하나씩만 정해짐을 알 수 있다. 이와 같이 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 하나 정해지면 그에 대응하는 y의 값이 단 하나 정해질 때, y를 x의 **함수**라고 한다.

<그림17> 함수의 정의 (중학교 1학년 교학사 , p. 125)

▶ A **function** is a relationship between input and output. For each input, there is exactly one output. Output depends on input. For example, the distance traveled depends on the travel time.

<그림18> 함수의 정의 (*Math thematics 2*, p. 119)

일반적으로, 함수 $y=f(x)$에서

$$y=ax+b \ (a,\ b\text{는 상수},\ a\neq 0)$$

와 같이 y가 x에 관한 일차식으로 나타내어질 때, 이 함수 f를 **일차함수**라고 한다.

<그림19> 일차함수의 정의 (중학교 2학년 두산동아 , p. 131)

일반적으로, 수의 집합 X, Y를 각각 정의역과 공역으로 하는 함수 y가 x에 관한 이차식

$$y=ax^2+bx+c \ (a\neq 0,\ a,\ b,\ c\text{는 실수})$$

로 나타내어질 때, 이 함수를 x에 관한 **이차함수**라고 한다.

<그림20> 이차함수의 정의 (중학교 3학년 두산동아 , p. 111)

The equation and graph in the Example model a *quadratic function*. A **quadratic function** can be expressed as an equation in this form:

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ where } a \neq 0$$

<그림21> 이차함수의 정의 (*Math thematics 3*, p. 524)

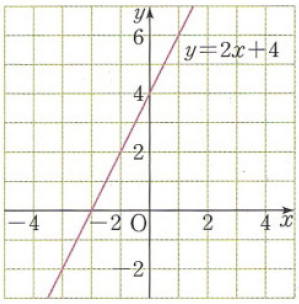
You learned in Module 1 that an expression can contain numbers and operations. Expressions can also contain variables. **Variables** are letters or symbols that represent quantities that are unknown or that can change.

<그림22> 변수의 정의 (*Math thematics 1*, p. 285)

한국 교과서에서 그림이나 그래프를 제시하고 그것을 이용하여 정의하는 경우는 아래 그림과 같이 x절편, y절편, 포물선의 정의에 나타나있다.

일차함수 $y=2x+4$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다. 이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$이고, 이때 x좌표는 -2이다. 또, 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 4)$이고, 이때 y좌표는 4이다.

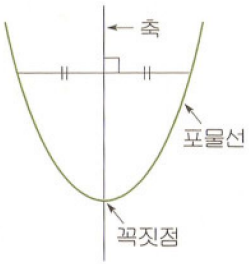
이와 같이 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 **x절편**, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 **y절편**이라고 한다.



<그림23> x절편, y절편의 정의(중학교 2학년 두산동아, p. 135)

이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 **포물선**이라고 한다.

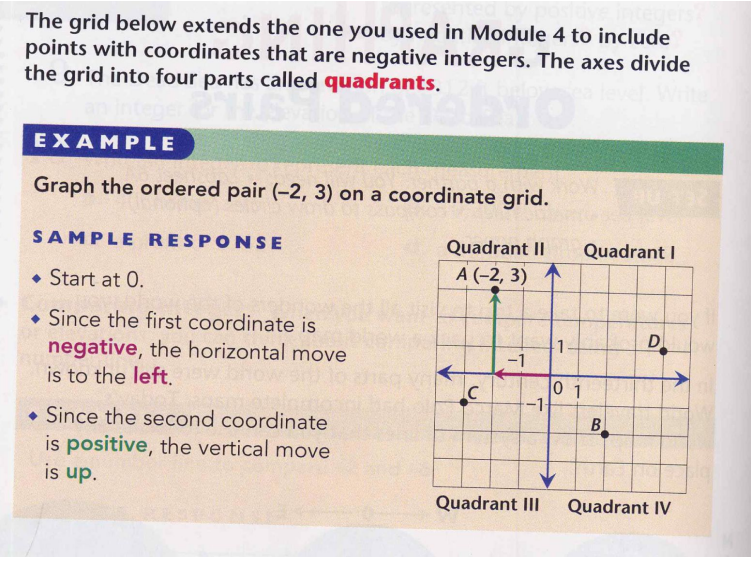
포물선은 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 **축**이라 하고, 포물선과 축과의 교점을 포물선의 **꼭짓점**이라고 한다.



이를테면, $y=ax^2$의 그래프는 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.

<그림24> 포물선의 정의 (중학교 3학년 두산동아, p. 117)

Math Thematics 교과서에서 그림이나 그래프를 제시하고 그것을 이용하여 정의하는 경우는 아래 그림과 같이 사분면, y절편, 대칭축의 정의에서 볼 수 있다.



The grid below extends the one you used in Module 4 to include points with coordinates that are negative integers. The axes divide the grid into four parts called **quadrants**.

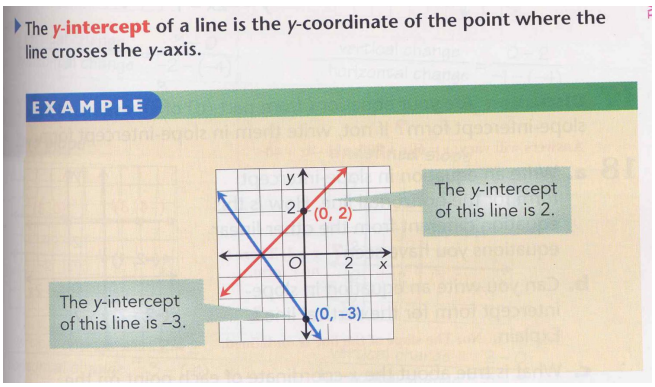
EXAMPLE

Graph the ordered pair (–2, 3) on a coordinate grid.

SAMPLE RESPONSE

- Start at 0.
- Since the first coordinate is **negative**, the horizontal move is to the **left**.
- Since the second coordinate is **positive**, the vertical move is **up**.

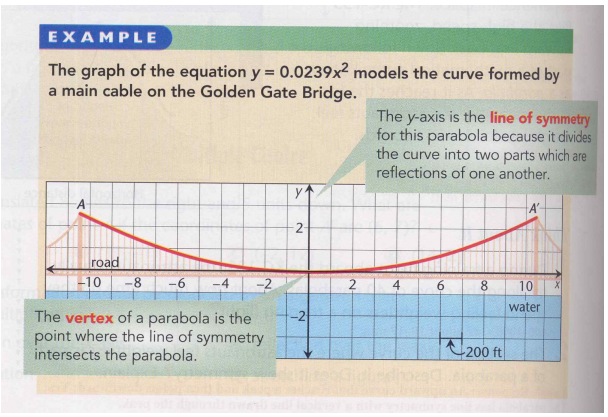
<그림25> 사분면의 정의 (*Math thematics 1*, p. 514)



The **y-intercept** of a line is the *y*-coordinate of the point where the line crosses the *y*-axis.

EXAMPLE

<그림26> y절편의 정의 (*Math thematics 3*, p. 335)



<그림27> 대칭축의 정의 (*Math thematics 3*, p. 522)

새로운 기호나 용어를 읽는 방법을 설명하는 경우, 말을 기호로 바꾸어 나타내기와 기호 읽어보는 방법으로 정의하는 경우도 찾아볼 수 있었다.
이러한 정의 방법은 다음 그림과 같다.

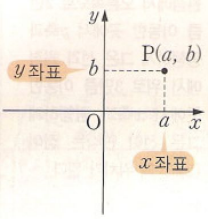
일반적으로, y가 x의 함수이면, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

<그림28> $y=f(x)$식의 표현 (중학교 1학년 교학사, p. 127)

좌표평면 위의 한 점 P에서 x축, y축에 각각 수선을 내리고, 이 수선과 x축, y축과의 교점이 나타내는 수를 각각 a, b라고 할 때, 순서쌍 (a, b)를 점 P의 **좌표**라고 한다.

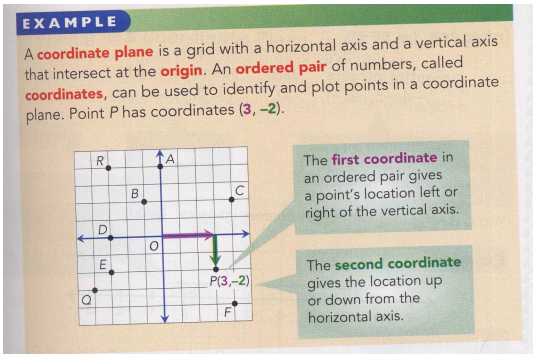


이것을 기호로

$$P(a, b)$$

와 같이 나타낸다. 이때, a를 점 P의 **x좌표**, b를 점 P의 **y좌표**라고 한다.

<그림29> 순서쌍의 기호 (중학교 1학년 교학사, p. 131)

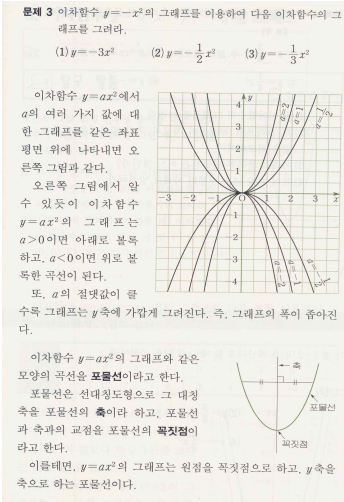


<그림30> 좌표의 정의 (*Math thematics 2*, p. 93)

한국은 방정식 단원, 함수 단원을 독립적으로 배우기 때문에 함수식과 그래프가 함수 단원에서 제시되어 있다.

이차함수 그래프에 대한 용어를 보면 한국의 교과서는 <그림31>처럼 함수 단원에서 $y=ax^2$ 그래프를 점을 대입해서 그려본 후 그래프 특징을 살펴보고 포물선, 축, 꼭짓점 등 그에 관한 용어가 정의 되어있다.

이에 비해 *Math Thematics* 교과서의 경우 함수를 방정식과 관련지어 설명하기 때문에 그래프를 그릴 때 방정식과 함수 ,그래프를 함께 연관 지어 생각하도록 하고 있다. <그림32>과 같이 방정식을 통해서 포물선 그래프와 용어를 배운 후 이차함수에 대해 언급하고 있다.



문제 3 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-3x^2$ (2) $y=-\frac{1}{2}x^2$ (3) $y=-\frac{1}{3}x^2$

이차함수 $y=ax^2$에서 a의 여러 가지 값에 대한 그래프를 같은 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록한 곡선이 된다.

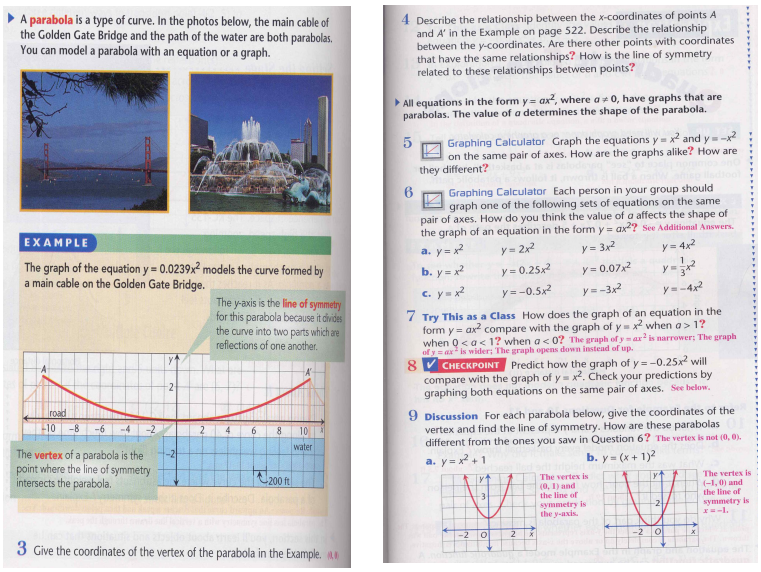
또, a의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝게 그려진다. 즉, 그래프의 폭이 좁아진다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 **포물선**이라고 한다.

포물선은 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 **축**이라 하고, 포물선과 축과의 교점을 포물선의 **꼭짓점**이라고 한다.

이를테면, $y=ax^2$의 그래프는 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.

<그림31> 이차함수와 그래프 (중학교3학년 두산동아, p. 117)



A **parabola** is a type of curve. In the photos below, the main cable of the Golden Gate Bridge and the path of the water are both parabolas. You can model a parabola with an equation or a graph.

EXAMPLE

The graph of the equation $y = 0.0239x^2$ models the curve formed by a main cable on the Golden Gate Bridge.

The y-axis is the **line of symmetry** for this parabola because it divides the curve into two parts which are reflections of one another.

The **vertex** of a parabola is the point where the line of symmetry intersects the parabola.

3 Give the coordinates of the vertex of the parabola in the Example.

4 Describe the relationship between the x-coordinates of points A and A' in the Example on page 522. Describe the relationship between the y-coordinates. Are there other points with coordinates that have the same relationships? How is the line of symmetry related to these relationships between points?

All equations in the form $y = ax^2$, where $a \neq 0$, have graphs that are parabolas. The value of a determines the shape of the parabola.

5 Graphing Calculator Graph the equations $y = x^2$ and $y = -x^2$ on the same pair of axes. How are the graphs alike? How are they different?

6 Graphing Calculator Each person in your group should graph one of the following sets of equations on the same pair of axes. How do you think the value of a affects the shape of the graph of an equation in the form $y = ax^2$? See Additional Answers.

a. $y = x^2$ $y = 2x^2$ $y = 3x^2$ $y = 4x^2$

b. $y = x^2$ $y = 0.25x^2$ $y = 0.07x^2$ $y = \frac{1}{3}x^2$

c. $y = x^2$ $y = -0.5x^2$ $y = -3x^2$ $y = -4x^2$

7 **Try This as a Class** How does the graph of an equation in the form $y = ax^2$ compare with the graph of $y = x^2$ when $a > 1$? when $0 < a < 1$? when $a < 0$? The graph of $y = ax^2$ is narrower; The graph of $y = ax^2$ is wider; The graph opens down instead of up.

8 **CHECKPOINT** Predict how the graph of $y = -0.25x^2$ will compare with the graph of $y = x^2$. Check your predictions by graphing both equations on the same pair of axes. See below.

9 **Discussion** For each parabola below, give the coordinates of the vertex and find the line of symmetry. How are these parabolas different from the ones you saw in Question 6? The vertex is not (0, 0).

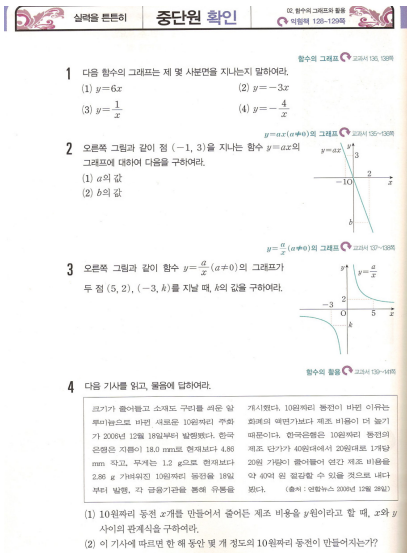
a. $y = x^2 + 1$ The vertex is (0, 1) and the line of symmetry is the y-axis.

b. $y = (x + 1)^2$ The vertex is (−1, 0) and the line of symmetry is $x = -1$.

<그림32> 방정식과 포물선 (*Math thematics 3*, p. 522~523)

7. 한국과 *Math thematics* 교과서의 연습문제 유형 비교

한국의 교과서 경우 중단원 또는 대단원의 내용을 마무리하는 부분에 연습문제가 수록 되어있다. 한국은 대부분 본 단원에서 학습한 내용에 충실한 문제들만을 다루고 있고 문제형식도 대부분 소단원에서 제시되었던 형식과 유사한 정형화된 문제들로 구성되어있다.
한국 교과서의 연습문제 유형은 아래 <그림33>, <그림34>, <그림35>와 같다.



실력을 튼튼히 **중단원 확인**

02. 함수의 그래프와 활용
익힘책 128~129쪽

함수의 그래프 교과서 136, 138쪽

1 다음 함수의 그래프는 제 몇 사분면을 지나는지 말하여라.

(1) $y=6x$ (2) $y=-3x$

(3) $y=\frac{1}{x}$ (4) $y=-\frac{4}{x}$

$y=ax(a\neq0)$의 그래프 교과서 135~136쪽

2 오른쪽 그림과 같이 점 $(-1, 3)$을 지나는 함수 $y=ax$의 그래프에 대하여 다음을 구하여라.

(1) a의 값

(2) b의 값

$y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 교과서 137~138쪽

3 오른쪽 그림과 같이 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프가 두 점 $(5, 2)$, $(-3, k)$를 지날 때, k의 값을 구하여라.

함수의 활용 교과서 139~141쪽

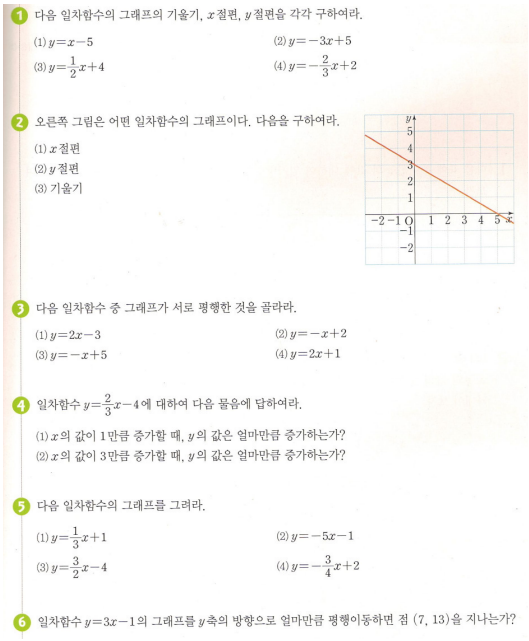
4 다음 기사를 읽고, 물음에 답하여라.

크기가 줄어들고 소재도 구리를 쓰은 알루미늄으로 바뀐 새로운 10원짜리 주화가 2006년 12월 18일부터 발행됐다. 한국은행은 지름이 18.0 mm로 현재보다 4.86 mm 작고, 무게는 1.2 g으로 현재보다 2.86 g 가벼워진 10원짜리 동전을 18일부터 발행, 각 금융기관을 통해 유통을 개시했다. 10원짜리 동전이 바뀐 이유는 화폐의 액면가보다 제조 비용이 더 높기 때문이다. 한국은행은 10원짜리 동전의 제조 단가가 40원대에서 20원대로 1개당 20원 가량이 줄어들어 연간 제조 비용을 약 40억 원 절감할 수 있을 것으로 내다봤다. (출처 : 연합뉴스 2006년 12월 28일)

(1) 10원짜리 동전 x개를 만들어서 줄어든 제조 비용을 y원이라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 이 기사에 따르면 한 해 동안 몇 개 정도의 10원짜리 동전이 만들어지는가?

<그림33> 연습문제 (중학교 1학년 두산, p. 142)



1 다음 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=x-5$ (2) $y=-3x+5$

(3) $y=\frac{1}{2}x+4$ (4) $y=-\frac{2}{3}x+2$

2 오른쪽 그림은 어떤 일차함수의 그래프이다. 다음을 구하여라.

(1) x절편

(2) y절편

(3) 기울기

3 다음 일차함수 중 그래프가 서로 평행한 것을 골라라.

(1) $y=2x-3$ (2) $y=-x+2$

(3) $y=-x+5$ (4) $y=2x+1$

4 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-4$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 얼마만큼 증가하는가?

(2) x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 얼마만큼 증가하는가?

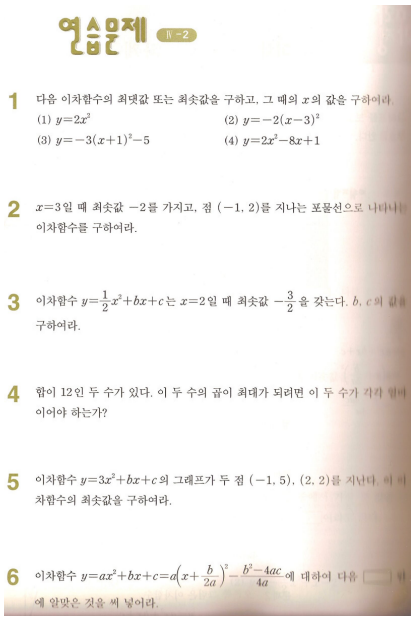
5 다음 일차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{1}{3}x+1$ (2) $y=-5x-1$

(3) $y=\frac{3}{2}x-4$ (4) $y=-\frac{3}{4}x+2$

6 일차함수 $y=3x-1$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 (7, 13)을 지나는가?

<그림34> 연습문제
(중학교 2학년 금성, p. 147)



연습문제 Ⅳ-2

1 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하고, 그 때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2x^2$ (2) $y=-2(x-3)^2$

(3) $y=-3(x+1)^2-5$ (4) $y=2x^2-8x+1$

2 $x=3$일 때 최솟값 -2를 가지고, 점 $(-1, 2)$를 지나는 포물선으로 나타나는 이차함수를 구하여라.

3 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$는 $x=2$일 때 최솟값 $-\frac{3}{2}$을 갖는다. b, c의 값을 구하여라.

4 합이 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최대가 되려면 이 두 수가 각각 얼마이어야 하는가?

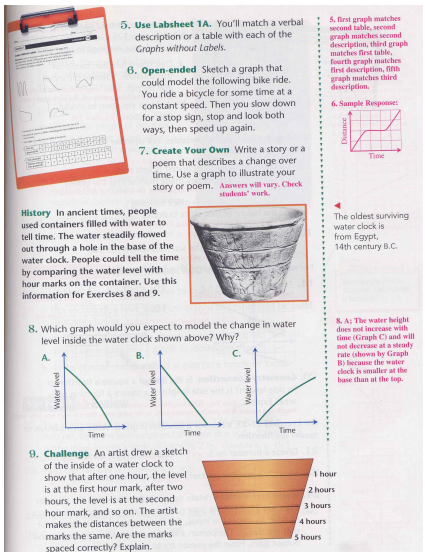
5 이차함수 $y=3x^2+bx+c$의 그래프가 두 점 $(-1, 5)$, $(2, 2)$를 지난다. 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.

6 이차함수 $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$에 대하여 다음 □ 안에 알맞은 것을 써 넣어라.

<그림35> 연습문제
(중학교 3학년 금성, p. 130)

이에 비해 *Math thematics* 교과서는 각 중단원이 끝난 후 연습문제가 수록되어있고 문제 유형도 <그림36>처럼 한국의 교과서에 비해 수학적 내용을 실생활에서 접할 수 있는 사물이나 대상과 연결시킨 문제로 학습 내용을 현실에 적용시킬 수 있도록 하는데 중점이 두어져 있다. 또한 한국 교과서의 연습문제는 그 단원의 내용만을 문제로 다루는데 반하여 *Math thematics* 의 연습문제는 <그림37>과 같이 그 단원과 관련 없는 내용들도 제시되어있다. 그래프의 모양을 가지고 문제를 해결하는 유형은 <그림38>과 같이 그래픽 계산기가 제시 되어있어 공학 도구의 활용을 권장하고 있다. 그리고 <그림39>과 같이 각 섹션(section)에서 배운 내용의 계산력과 문제 푸는 능력을 발달시키는 문제들이 제시되어 있고, 단순 계산이나 답만을 요구하는 문제가 아닌 수학적으로 대답하고 학습하도록 <그

림40>과 같이 토론, 쓰기, 구술 등의 형태로 학습 한 내용에 대해 답 하는 문제도 있다. 또한 <그림41>처럼 본 섹션(section)을 통해 학습한 주요 수학적 지식에 대해서 확인 해 볼 수 있는 보충 문제들이 수록되어있다.
<그림42>에서는 객관식이나 주관식, 정해진 답이 없이 생각대로 답하거나, 문제 수행 능력을 보는 여러 가지 형태의 질문이 구성되어 있다.



5. **Use Labsheet 1A.** You'll match a verbal description or a table with each of the *Graphs without Labels*.

6. **Open-ended** Sketch a graph that could model the following bike ride. You ride a bicycle for some time at a constant speed. Then you slow down for a stop sign, stop and look both ways, then speed up again.

7. **Create Your Own** Write a story or a poem that describes a change over time. Use a graph to illustrate your story or poem. Answers will vary. Check students' work.

5. first graph matches second table, second graph matches second description, third graph matches first table, fourth graph matches first description, fifth graph matches third description.

6. Sample Response:

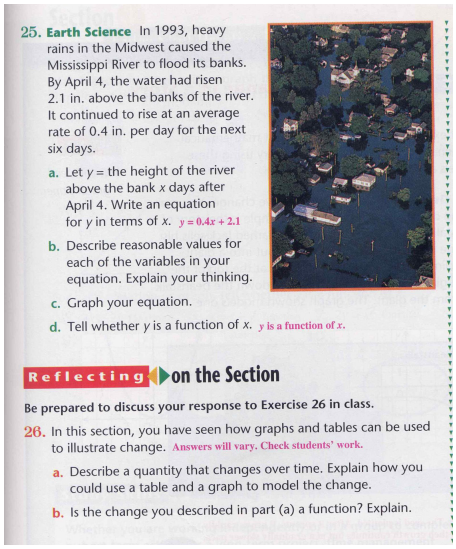
History In ancient times, people used containers filled with water to tell time. The water steadily flowed out through a hole in the base of the water clock. People could tell the time by comparing the water level with hour marks on the container. Use this information for Exercises 8 and 9.

The oldest surviving water clock is from Egypt, 14th century B.C.

8. Which graph would you expect to model the change in water level inside the water clock shown above? Why?

8. A; The water height does not increase with time (Graph C) and will not decrease at a steady rate (shown by Graph B) because the water clock is smaller at the base than at the top.

9. **Challenge** An artist drew a sketch of the inside of a water clock to show that after one hour, the level is at the first hour mark, after two hours, the level is at the second hour mark, and so on. The artist makes the distances between the marks the same. Are the marks spaced correctly? Explain.



25. **Earth Science** In 1993, heavy rains in the Midwest caused the Mississippi River to flood its banks. By April 4, the water had risen 2.1 in. above the banks of the river. It continued to rise at an average rate of 0.4 in. per day for the next six days.

a. Let y = the height of the river above the bank x days after April 4. Write an equation for y in terms of x. $y = 0.4x + 2.1$

b. Describe reasonable values for each of the variables in your equation. Explain your thinking.

c. Graph your equation.

d. Tell whether y is a function of x. y is a function of x.

Reflecting on the Section

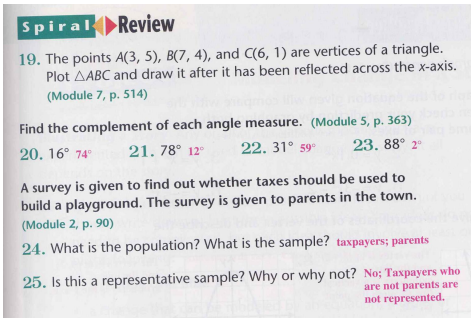
Be prepared to discuss your response to Exercise 26 in class.

26. In this section, you have seen how graphs and tables can be used to illustrate change. Answers will vary. Check students' work.

a. Describe a quantity that changes over time. Explain how you could use a table and a graph to model the change.

b. Is the change you described in part (a) a function? Explain.

<그림36> 연습문제 (*Math thematics 3*, pp. 477~478)



Spiral Review

19. The points $A(3, 5)$, $B(7, 4)$, and $C(6, 1)$ are vertices of a triangle. Plot $\triangle ABC$ and draw it after it has been reflected across the x-axis. (Module 7, p. 514)

Find the complement of each angle measure. (Module 5, p. 363)

20. 16° 74° 21. 78° 12° 22. 31° 59° 23. 88° 2°

A survey is given to find out whether taxes should be used to build a playground. The survey is given to parents in the town. (Module 2, p. 90)

24. What is the population? What is the sample? taxpayers; parents

25. Is this a representative sample? Why or why not? No; Taxpayers who are not parents are not represented.

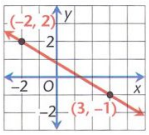
<그림37> 연습문제 (*Math thematics 3*, p. 529)

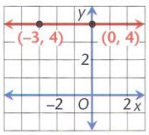
Graphing Calculator Repeat Exercise 34 for the following situation: the hourly rate for Bowling Alley B is $18.50, but all other conditions stay the same. **See Additional Answers.**

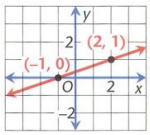
<그림38> 연습문제 (*Math thematics 2*, p. 127)

Practice & Application Exercises

Find the slope of each line. 1. $-\frac{3}{5}$ 2. 0 3. $\frac{1}{3}$

1.


2.


3.


Find the slope of the line through the given points. You may find it helpful to plot the points and draw a line through them first.

4. (2, 7) and (4, 1) −3

5. (3, 8) and (6, 8) 0

6. (−9, −4) and (5, 0) $\frac{2}{7}$

7. (−4, 4) and (3, −5) $-\frac{9}{7}$

<그림39> 연습문제 (*Math thematics 3*, p. 338)

Reflecting on the Section

Be prepared to discuss your response to Exercise 29 in class.

29. Given a graph of a line, what can you tell about its slope, even before you do any calculations? How can you find an equation of the line? **Possible answers: It is possible to tell if the slope is positive, negative, 0, or undefined; Identify two points on the line to find the slope and determine where the line crosses the *y*-axis to determine the *y*-intercept.**

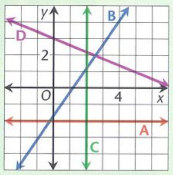
<그림40> 연습문제 (*Math thematics 3*, p. 341)

Extra Skill Practice

Find the slope of the line through the given points. You may find it helpful to plot the points and draw a line through them first.

1. (0, 1) and (1, 4) 3
2. (4, –3) and (2, 5) –4
3. (–1, –1) and (8, –4) $-\frac{1}{3}$
4. (3, –5) and (7, 5) $\frac{5}{2}$
5. (5, –3) and (1, –3) 0
6. (6, –2) and (6, 6) undefined

Use the lines shown for Exercises 7–10.



7. Which line has a positive slope? line B
8. Which line has a negative slope? line D
9. Which line has a slope of zero? line A
10. Which line has a slope that is undefined? line C

<그림41> 연습문제 (*Math thematics 3*, p. 343)

Standardized Testing ◀▶ Open-ended

Write an equation in slope-intercept form for a line that satisfies the given condition(s). Sample responses are given.

1. The line has a negative slope and a y-intercept of 4. $y = -5x + 4$
2. The line has a slope of 3 and a negative y-intercept. $y = 3x - 2$
3. The line has a slope of zero and a positive y-intercept. $y = 2$
4. The line is steeper than the line with equation $y = -2x + 7$. $y = -3x + 7$

<그림42> 연습문제 (*Math thematics 3*, p. 343)

Ⅳ 결론

본 연구에서는 수학의 여러 가지 분야에서 중요한 역할을 하고 , 학교수학에서 학생들이 어렵게 느끼고 있는 함수 단원을 중심으로 한국의 교과서와 미국의 *Math Thematics* 교재의 비교 분석을 통하여 우리나라의 중학교 수학 교과서가 나아가야 할 방향과 교과서 개발 및 후속 연구의 참고 자료로 제공하는데 목적이 있다.

본 연구의 목적을 위하여 다음과 같은 비교 기준을 선정하였다.

1. 한국과 *Math thematics* 교과서의 전체적인 구성 차이
2. 한국과 *Math thematics* 교과서의 학년별 내용 비교
3. 한국과 *Math thematics* 교과서의 학습목표 진술방법
4. 한국과 *Math thematics* 교과서의 탐구활동 소재 비교
5. 한국과 *Math thematics* 교과서의 내용 전개방식
6. 한국과 *Math thematics* 교과서의 용어정의의 차이
7. 한국과 *Math thematics* 교과서의 연습문제 유형 비교

이와 같은 연구를 수행하기 위해 한국의 2007 개정 교육과정이 적용된 중학교 1,2 학년 교과서와 7차 교육과정인 중학교 3학년 교과서 3종과 , 미국의 6~8학년 학생들이 사용하는 *Math Thematics* 교과서를 연구 대상으로 선정하여 비교하였다.

본 연구를 통해 얻어진 결과를 요약, 정리 해보면 다음과 같다.

첫째, 한국과 *Math Thematics* 교과서의 전체적인 구성 차이를 보면 한국의 경우 대단원, 중단원 , 소단원으로 구성되어 있고 교과서에 따라 소단원, 중단원 마다 연습문제를 수록하였다.

Math Thematics 교과서의 경우 8개의 모듈(modul)로 구성되어 있고 각 모듈은 4~6개의 섹션(section)으로 나누어진다. 각 섹션(section) 마다 연습문제를 수록하였다.

두 교과서 모두 전체적인 구성에는 큰 차이가 없지만 단원명을 보면

한국의 교과서 경우 수학적 의미를 중시하며 체계적인 내용 설명에 충실히 하는 경향이 강하기 때문에 '함수', '일차함수', '이차함수' 와 같은 수학적인 대단원명을 쓰는 반면, *Math Thematics* 교과서는 PATTERNS AND DISCOVERIES , VISUALIZING CHANGE , MAKING AN IMPACT 등과 같이 내용을 전개하는 공통적인 소재를 모듈(module)명으로 사용하고 있다.

둘째, 한국과 미국 교과서의 학년별 내용을 보면 한국의 경우 중학교 1학년 과정에서 <함수와 그래프>,<함수의 활용>을 배우고 중학교 2학년 과정에서 <일차함수와 그래프>와 <일차함수의 활용>, 중학교 3학년 과정에서 <이차함수와 그래프>에 관해 학습한다. 미국의 경우 6학년은 <coordinate gird에 순서쌍 그리기>와 <순서쌍 그리기>, 7학년은 <좌표평면에 순서쌍 그리기>와 <표 또는 방정식으로 함수를 표현하기>, <수식 계산하기>, <함수를 그래프로 나타내기>를 배우고 8학년은 <두개의 변수를 가진 방정식의 그래프 그리기>, <기울기 구하기>, <직선의 방정식 구하기>, <변화량을 표와 그래프로 나타내기>, <함수를 나타내기 위해 표, 그래프, 방정식 사용하기>, <방정식을 통해서 포물선 그래프 알기>, <이차함수 개념 및 그래프 그리기> 에 관해 학습한다.

셋째, 한국과 *Math Thematics* 교과서의 학습 목표 진술 방법을 보면 두 나라 교과서 모두 '~할 수 있다 '와 같은 행동적 언어를 사용하였다. 이는 한국과 *Math Thematics* 교과서 모두 학생이 주도하는 학습하는 환경을 위해 학생 중심의 표현을 사용한 것으로 분석된다.

넷째, 한국과 *Math Thematics* 교과서의 탐구활동 소재를 보면 한국의 교과서는 실생활과 관련된 문제 상황이 주어지지만 개념 설명을 위해 계획적으로 만들어진 상황을 제시하고 수학적으로 정형화 되어 있는 대상을 가지고 전개하는 반면, 미국의 교과서는 타과목 또는 일상생활과 연관 되는 내용이 많고 학습자 스스로 수학적 개념을 생각하게 하는 상황을 제시하여 수학의 필요성과 유용성을 깨달을 수 있게 한다.

다섯째, 한국과 미국 교과서의 내용 전개를 보면 한국의 경우 새로운 학습 개념 도입 시 간단한 물음이나 탐구활동을 통해 개념을 설명하고 있다.

2007 개정 교육과정이 적용된 1,2학년 교과서는 도입부에 제시된 상황과

본문의 전개상황이 비교적 연결되어 있지만 7차 교육과정이 적용된 3학년 교과서에는 일관성 없이 전개 되는 경우가 있었다. 또한 개념 설명을 중심으로 본문이 전개 되기 때문에 암기 위주의 완성된 지식의 습득으로 그치게 된다.

반면 미국의 경우 도입부에 제시된 문제 상황이 본문에도 연결 되어 단계적이고 점점 구체화 되는 질문을 통해 학생들 스스로 수학적 개념과 필요성을 깨달을 수 있도록 유도하였다. 이러한 과정을 통해 수학적 개념과 사고력을 신장시킨다.

여섯째, 한국과 *Math Thematics* 교과서의 용어 정의의 차이점을 살펴보면, 함수의 정의를 한국의 교과서는 두 양 사이의 대응관계로 서술하고 있고 *Math Thematics* 교과서는 input 과 output 의 개념을 사용하여 학생들이 이해하기 더 쉽고 친숙한 표현으로 정의하고 있다.

정의역, 공역, 함숫값, 치역은 한국에서만 정의하며 , 미국의 교과서는 정의되어 있지 않다.

또한 그래프를 이용하여 절편의 개념을 도입하는 점은 두 나라 모두 유사하나 한국이 x절편, y절편에 대해 정의 된 것과 달리 미국의 교과서는 y절편만을 소개하고 x절편은 언급하지 않는다.

일차함수의 경우 한국의 교과서는 y가 x 에 관한 일차식 $y=ax+b$ 의 관계식으로 정의를 하지만, 미국의 교과서는 그래프가 직선의 형태면 일차함수이고 직선이 아닌 경우는 일차함수가 아니라고 설명하면서 그래프와 관련지어 정의한다.

한국과 미국 모두 기울기의 개념을 정의하기 위해 구체적인 예를 통하여 설명한 후 이를 일반화 시킨다. 그러나 한국에서는 '증가량' 이라는 표현을 쓰는 반면 미국의 교과서는 run에 대한 rise의 비율 과 'change(변화)'라고 표현함으로써 표현하는 용어에는 다소 차이가 있다.

일곱째, 연습문제 유형을 살펴보면 한국의 교과서는 교과서에 따라 소단원 또는 중단원의 내용을 마무리 하는 부분에 연습문제를 수록하고 소단원에서 제시되었던 계산적이고 정형화된 문제형식인 반면, *Math Thematics* 교과서는 각 중단원이 끝나면 연습문제가 제시되어 있고 학습한 내용을 현실에 적용시킬 수 있는 문제로 구성 되어있다. 또한 한국의 교과서는 함수의 내용만

을 문제로 다루는데 반하여 미국의 경우는 함수와 관련 없는 단원의 내용들도 제시되어있고 연습 문제 유형도 한국의 교과서에 비해 다양하다. 따라서 *Math Thematics* 교과서가 한국의 교과서보다 문제 해결력을 높이고 실생활 또는 타학문과의 연계성을 높여서 수학의 실용성을 중시하고, 수학적 개념에 대한 이해를 향상시키는데 중점을 둔 것으로 분석된다.

위와 같은 결과를 바탕으로 본 논문의 결론과 바람직한 개선 방향에 대하여을 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째 ,한국과 미국 모두 실생활 문제를 많이 다룬다. 이는 수학에 대한 가치와 실용성 및 수학의 필요성을 인식시키기 위한 것이다. 그러나 한국의 경우 미국에 비해 소재나 문제 유형이 그다지 다양하지 않으며 제시된 상황이 비현실적이고 정형화된 문제가 많다. 학생들이 수학을 추상적인 학문으로 여기지 않도록 현실적인 일상 생활의 문제에 대한 지속적인 개발이 이루어져 학생들 스스로 수학의 필요성과 유용성을 깨달을 수 있도록 해야 할 것이다.

둘째, 한국은 방정식 단원, 함수 단원을 독립적으로 배우기 때문에 함수식과 그래프가 독립되어 제시되어있으나 미국의 경우 함수를 방정식과 관련지어 설명하기 때문에 그래프를 그릴 때 방정식과 함수 ,그래프를 함께 연관 지어 생각하도록 하고 있다. 또한 한국은 그래프를 그리는 기술적인 측면에 초점을 맞추고 있기 때문에 학생들이 그래프의 역할과 필요성을 이해하는데 어려움을 주고 있다. 따라서 함수 개념을 지도하는데 함수의 식과 그래프를 연관지어 설명하고 그래프를 활용하고 해석하는 활동을 강조한다면 학생들이 함수의 성질과 특징을 쉽게 알 수 있을 것이다.

셋째, 2007 개정 수학과 교육과정에서는 수학 교수-학습시 적절한 공학 도구의 활용을 제안하고 있지만 교과서 분석 결과, 공학 도구 활용에 대한 간단한 예만 제시되어 있다. 그러나 *Math Thematics* 교과서의 경우 그래프 계산기를 이용하여 그래프를 그리는 방법이 보다 자세하게 설명되어 있어서 학생들이 계산기를 사용하여 그래프를 그리는 방법을 익히는데 훨씬 용이한 것 같다. 또한 한국의 경우와 달리 문제에 그래프 계산기를 직접 이용해서 문제를 풀도록 제시되어 있어 학생들이 보다 정확한 그래프를 통해 함수 학습을 할 수 있도록 하였다. 공학도구의 활용은 함수의 수치적 ,기호적, 그래프

적인 측면에 대한 조작을 가능하게 하고 그 결과에 대한 관찰을 통해 학생들이 함수 개념을 이해하는데 많은 도움을 줄 수 있다. 따라서 정보화 사회에 대비하여 컴퓨터나 계산기와 같은 구체적 조작물을 학습 도구로 적극 활용하도록 한다.

넷째, 수학적 개념이 수학 문제를 해결하기 위해 필요한 학습뿐 아니라 현실 상황 속의 다양한 문제를 해결하기 위해서도 필요한 것으로 지도 되어야 한다. 수학적 개념을 설명하고 예제를 풀고 이와 비슷한 정형화된 유형의 문제를 풀어보는 구성에서 벗어나, 점점 구체화된 질문을 통해 내용을 점진적으로 제시한다면 실생활에서 일어날 수 있는 문제를 해결하기 위해 필요한 수학적 개념이 무엇인지 학생 스스로 개념과 필요성을 깨달을 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] 교육부 고시 수학과 교육과정 제 2007-79호 , 교육인적자원부.

[2] 교육부 고시 수학과 교육과정 제 1997-15호 , 교육인적자원부.

[3] 우정호.『학교수학의 교육적 기초』 서울대학교 출판부, 1998.

[4] 정상권 외.『중학교 수학1』(주) 금성, 2009.

[5] 강신덕 외.『중학교 수학1』(주) 교학사, 2009.

[6] 우정호 외.『중학교 수학1』(주) 두산동아, 2009.

[7] 정상권 외.『중학교 수학2』(주) 금성, 2010.

[8] 강신덕 외.『중학교 수학2』(주) 교학사, 2010.

[9] 우정호 회.『중학교 수학2』(주) 두산동아, 2010.

[10] 조태근 외.『중학교 수학3』(주) 금성, 2002.

[11] 박두일 외.『중학교 수학3』(주) 교학사, 2002.

[12] 강옥기 외.『중학교 수학3』(주) 두산동아, 2002.

[13] Billsten, Williamson.『*Math Thematics 1*』McDougal Littell, 1999.

[14] Billsten, Williamson.『*Math Thematics 2*』McDougal Littell, 2005.

[15] Billsten, Williamson.『*Math Thematics 3*』McDougal Littell, 1999.

[16] 박현정. “함수 단원에서의 오류 유형과 지도상의 유의점에 관한 연구 - 중학교 수학을 중심으로” 국민대학교 교육대학원, 2003.

[17] 신인숙. “중학생의함수에 대한 오개념 및 오류에 관한 연구” 한국교원대학교 대학원, 1996.

[18] 이경도. “이차함수 성질에 관한 오류분석과 Excel을 사용한 교정에 관한 연구 : 중학교 3학년을 대상으로” 한국교원대학교, 2003.

[19] 정은정. “일차함수의 이해에 대한 오류분석” 공주대학교 교육대학원, 2006.

[20] 변동숙. “중학교 수학에서 함수 단원의 효과적인 지도: 한국과 미국 교과서 비교분석” 경희대학교 교육대학원, 2007.

[21] 임지영. “일차 함수 용어와 개념 전개에 대한 한국과 미국 교과서

비교” 건국대학교 교육대학원, 2008.
[22] 김민지. “우리나라와 미국의 중학교 수학 교과서를 통한 함수의 교수, 학습에 대한 비교” 대구대학교, 2008.
[23] 오정현, “중학교 함수영역에서 발생하는 수학적 오류에 대한 연구” 이화여자대학교 교육대학원, 1995.
[24] 박현정. “함수 단원에서의 오류 유형과 지도상의 유의점에 관한 조사연구: 중학교 수학을 중심으로” 국민대학교 교육대학원, 2003.
[25] 송창석, “한국과 미국 수학 교과서 비교분석 연구: 중학교 1,2학년 규칙성과 함수단원 중심으로” 한국교원대학교, 2003.
[26] 정혜일. “함수의 개념과 지도방안 연구: 중학교 수학을 중심으로” 연세대학교 교육대학원, 2003.
[27] 현순영. “함수개념의 지도에 관한 연구: 중학교 수학을 중심으로” 연세대학교 교육대학원, 1998.
[28] 한두금. “함수 개념 지도에 관한 연구: 7-가 단계 중심으로” 경남대학교 교육대학원, 2006.
[29] 정혜경. “중학교 함수 개념의 오류에 관한 연구” 전남대학교 교육대학원, 2007.
[30] 김소현. “수학적 오류진단과 지도에 관한 연구: 9-가 함수단원을 중심으로” 국민대학교 교육대학원, 2005.
[31] 박신정. “일차함수에서의 오류와 그 대처방안에 대한 연구” 경희대학교 교육대학원, 2006.
[32] 김소영. “중학교 2학년 학생들이 지닌 함수에 대한 오개념 유형 분석과 교정에 관한 연구” 관동대학교 교육대학원, 2008.
[33] 박경미, 임재훈. “한국, 일본과 미국, 영국의 수학 교과서 비교” 대한수학교육학회지 <학교수학> 제 4권 제 2호, 2002.

저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20078079	과 정	석사
성 명	한글: 정 수 인 한문: 丁 修 仁 영문: Jung Su In				
주 소	광주광역시 남구 진월동 대주아파트 102동 602호				
연락처	E-MAIL: tosuin@hanmail.net 010-5027-2107				
논문제목	국문 : 한국과 MATH Thematics 교과서 비교 분석 - 중학교 함수 영역을 중심으로 - 영문 : A comparative analysis of Korean mathematics textbooks and MATH Thematics textbooks -Focused on the functions in middle school-				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2010년 7월 9 일

저작자: 정 수 인 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하