creative commons

COMMONS DEED

저작자표시 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000239307

2010년 02월

敎育學碩士(數學敎育)學位論文

圖形의 作圖法에 관한 考察

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

林 修 希

圖形의 作圖法에 관한 考察

A study on the Teaching of Construction
in Plan Figure

2010年　02月

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

林　修　希

圖形의 作圖法에 관한 考察

指導敎授　韓 承 局

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 提出함.

2010年　10月

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

林　修　希

林修希의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함.

審査委員長　朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____印

2009年　12月

朝鮮大學校 敎育大學院

목 차

목차 ····· i
ABSTRACT ····· ii
Ⅰ. 서론 ····· 1
A. 연구의 필요성 및 목적 ····· 1

Ⅱ. 이론적 배경 ····· 5
A. 기하 교육 ····· 5
B. 작도 ····· 8

Ⅲ. 본론 ····· 20
A. 중학교 기하 교육 과정 ····· 20
B. 7-나 단계의 작도 문제 ····· 24
C. 기본 작도 ····· 27
D. 작도의 응용 ····· 31
E. 원에 내접하는 정다각형 ····· 38

Ⅳ. 결론 ····· 42

참고문헌 ····· 44

A B S T R A C T

A study on the Teaching of Construction in Plan Figure

Lim su -hee
Advisor : Prof. Han Seung-gook , Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

The purpose of this dissertation is to compare / contrast each construction type of high school textbooks and present ways to apply the construction by various means.

I enumerate them in a sequence of the principles of geometry, textbook comparisons and comparisons with other textbooks.

It also contains a multiplicity of ways to use construction of plain figures.

Ⅰ. 서　　론

A. 연구의 필요성 및 목적

수학 교육에서 기하는 매우 중요한 영역이다. 그것은 기하학이 독립된 학문으로서 가장 오랜 역사를 지니고 발전해 온 것으로도 그 중요성을 충분히 알 수 있다.

평면이나 공간에서의 기하학적인 도형에 관한 기본적인 사실에 대한 이해는 실용적 의미뿐만 아니라 기본적인 소양을 갖추기 위한 교육이 될 것이다. 또, 평행이동, 대칭이동, 회전이동 등과 같은 기하학적 변환에 관한 기본적인 사항을 인식하여 과학, 예술, 건축, 도안 등의 분야에서도 응용될 수 있다.

도형 교육의 목표는 도형의 변환과 이동에 강조를 두고 공간의 직관에 중점을 두어야 할 것이다. 공간도형의 직관이란 그냥 관찰만 하는 것이 아니라 그 도형을 만져보고, 그려보고, 만들어보고, 쪼개보고, 움직여 보아 여러 가지 면에서 실험적 접근을 택해야 하며 또한 많은 자료를 써서 여러 가지 방법으로 작도하도록 해야 하며 작도된 도형의 성질을 파악하게 하여 가장 좋은 작도법을 알아내도록 해야 할 것이다. 여기서의 기하교육은 손을 움직여서 작업을 하는 하나의 행동교육이 될 것이다. 그리고 유클리드 기하가 수학적 사고 방법의 전형이므로 이를 통하여 기하학적 방법 및 기하학적 성질을 귀납적 추론으로부터 연역적 추론으로 점진적으로 이해하게 하여야 할 것이다.

유클리드 평면위에서 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 작도라고 한다. 컴퍼스는 원을 그리는 데 쓰이며 눈금 없는 자는 두 점을 잇는 직선을 그리는 데 쓰인다. 작도는 고대 그리스인들의 노동이 아닌 하나의 놀이 문화로서 그들의 문화를 꽃피우는 데 일조하였다. 그리스의 웅장하고 아름다운 파르테논 신전도 자와 컴퍼스 같이 간단한 도구로 설계를 하여 세운 것이라고 한다. 그리스 인들이 굳이 자와 컴퍼스만으로 작도하는

것을 강조하였는데 그것은 그들이 작도하기 가장 간단한 도형을 신성시하고 기술적인 도형(타원, 쌍곡선, 포물선이나 그 외 기계를 사용해서 그릴 수 있는 도형)은 천한 것으로 생각했기 때문이다. 작도는 눈금 없는 자와 컴퍼스 이외의 기구 사용이 금지되어 있으므로 작도하기 쉽지 않은 도형도 있었는데 그 대표적인 문제가 3대 작도불능 문제이다. 이 문제들은 19세기에 와서 대수적인 방법에 의하여 모두 작도 불가능함이 밝혀졌다. 아울러 정다각형의 작도 가능성도 오랫동안 생각되었던 문제이다.

현재는 갈로아 이론을 이용하여 작도 가능한 정다각형과 그렇지 못한 정다각형을 분류할 수 있게 되었다.

현재 우리나라 중학교 기하 교육과정은 1학년에서는 조작적 활동이나 직관적 취급을 중심으로 도형에 대한 직관적 통찰 능력을 키우고, 2,3 학년에서는 수학적 증명의 의의와 방법을 이해하고, 논리적으로 표현하는 능력을 키워 평면에서의 논증 기하를 완성하는 것으로 제시되어 있다.(류성림,1998)
특히 8단계에서는 증명의 의의와 방법을 이해시키기 위한 적절한 소재로 평면기하는 택하고, 삼각형의 합동조건과 닮음조건을 이용한 증명을 도형의 성질을 연구하는 주된 방법으로 간주한다. 그러나 이렇게 구성된 기하영역에서 학생들은 많은 어려움과 곤란을 겪고 있다는 것이 여러 연구에서 나타나고 있다. 이는 직관기하에서 추상적인 성질을 가지고 있는 도형의 본질적 구조에 대해 재발견하는 과정을 경험하지 못한 채, 추상적이고 형식화된 연역적 과정을 학습하게 되는데서 기인한 면이 크다고 할 수 있다. 이를 위해 도형의 여러 성질을 재인식 하거나 학습할 기회를 제공하고, 연역적 증명능력까지 연결될 수 있는 활동이 필요함을 알 수 있는데, 작도 활동을 통한 도형의 탐구 활동이 이러한 방법 중의 하나가 될 수 있을 것이다[10]. 또한, '작도는 학생들의 시각화와 기하의 이해를 풍부하게 하고 해석과 연역적인 증명을 위한 기초에 있으며 교사들에게 다양한 지식을 설명하게끔 기회를 제공하며, 학생들이 수학에서 그들의 독창성을 적용하게 한다. 또한 작도는 증명을 강화하고 많은 기하학적 관계에서 시각적 명확함을 줄 수 있다.'고 하였다[12].

학생들은 도형을 작도하고 그 작도에 관련된 도형의 성질들을 탐색해 봄으로써 탐구력과 사고력의 향상을 가져올 수 있을 것이다. 그러나 현 교육과정에서는 작도 활동의 긍정적인 가능성이 반영되어 있지 못하고, 작도가 교육과정 전체에 잘 통합되어 드러나기 보다는 하나의 독립된 단원으로 단편적으로 다루어지는 경향을 보이고 있다. 즉 작도문제가 '문제 자체'로서의 의미보다는 삼각형의 합동조건들을 도입하기 위한 기초로서의 역할에 너무 치중되어 있고, 이후에 학습할 도형의 성질 및 관계 이해나 증명 전 단계로서 요소분석에는 별 도움을 주지 못하고 있는 설정이다. 또한 작도에 대한 접근법도 작도 방법에 대하여 스스로 연구하고 탐구하기 보다는 작도 자체의 순서에 치중하여 과정을 기록하고 암기하는 수동적인 형태를 취하고 있다.

학생들의 작도에 대한 학습을 살펴보았을 때 작도에 대한 이해의 정도가 낮아, 작도를 통해 도형의 성질을 이해하는 후속학습으로 연계가 이루어지지 않는다고 하였다[2]. 학생들은 교과서에 제시된 작도 문제 해결에 어려움을 겪고 있으며, 다양한 작도 방법과 내용이 학생들에게 주어져야 하며, 작도 교육은 작도 자체로서 끝나는 것이 아니라 기하의 다른 영역과도 연계하여 이루어져야 할 것 이라고 제언하였다[5].

작도 문제는 학생들의 신체적인 작도 활동과 작도 과정의 탐구를 위한 분석적 활동이 결합되어, 학생들에게 적극적이고 자기 주도적인 학습의 기회를 제공할 수 있다는 특징을 가지고 있다고 하였다. 게다가 작도 문제의 해결과정에서 학습자들이 경험하는 다양한 인지 활동의 경험, 그리고 작도를 통합하여 새로운 수학적 아이디어의 발견 과정을 감안한다면, 그 교육적 의의는 매우 크다고 하였다[4].

즉 작도 문제는 학생들의 수학적 사고를 구성하는 중요한 요인들 중 하나인 분석적 활동을 활성화 시킬 수 있는 중요한 도구가 될 수 있을 것이다. 교육과정에서 학생들은 7단계에서 배우게 되는 작도 절차에 대한 연역적인 증명을 8단계에서 평면 논증 기하를 배우게 되면서 비로소 이해할 수 있게 된다. 따라서 7단계에서 직관에 의해 그 절차를 이해하게 하는 데 그쳤던 작

도 내용을 다시 한번 되짚어 보고 자신들이 배운 작도 속에 내포된 도형의 성질들을 재인식하도록 학생들을 지도할 필요가 있다. 개념 도입이나 정리의 증명과 같은 기하 학습을 할 때 실제로 작도를 보여 준다는지 실행 할 수 있는 기회를 주도록 의식적으로 노력해야 할 것이다. 또한, 작도를 통해 도형의 성질을 이해하는 방향으로의 작도의 역할을 좀 더 강조하여 학생들의 기하 학습에 도움이 되도록 해야 할 것이다.

본 논문은 중고등학교 수학과 교과과정에 포함되어 있는 평면 도형의 작도와 관련하여, 교사로서 작도란 무엇이며, 정의에서부터 실제 작도까지 정확히 이해하여, 교육에 이용할 수 있도록 중등기하에서 다루어지는 기초적인 작도법을 알아보고, 나아가 평면기하에서 생각할 수 있는 여러 가지 작도 하는 방법을 찾아보려고 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

A. 기하 교육

1. Euclid 기하

고대 이집트에서는 매년 정기적으로 홍수가 일어나 나일강 상류의 토양이 밀려 내려와 하류의 땅을 뒤엎었기 때문에 홍수가 일어난 후에는 본래대로 경작지를 다시 구분해야 했다고 한다. 이것이 바로 기하학의 시초였다.

이와 같이 실용적 필요에 의하여 점점 발달한 수학은 경험적 지식이 쌓이면서 그리스의 식민지 밀레투스 사람인 탈레스(Thales, B.C 624~527)에 의해 그리스에 전파되었다. 탈레스는 이집트의 경험적, 실용적 지식을 바탕으로 이론적인 논증기하를 발전시켰다. 그 즈음에 피타고라스는 철학, 수학, 자연과학의 아카데미인 피타고라스 학파를 만들어 좀 더 기하학을 체계화 시켰다. 이러한 피타고라스 학파를 거쳐 기하학의 작도에 관하여 본격적으로 연구하게 된 것은 소피스트 시대였다. 그들은 오로지 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 가지고 주어진 각을 이등분하거나, 주어진 선분을 분할하고 주어진 직선에 수직인 직선을 그려내는 등 광범위하고도 다양한 작도를 할 수 있었다. 이러한 배경에서 유클리드는 기하학의 성서라 불리는 [원론]을 저술하였다. 유클리드는 [원론]에서 그리스 시대까지에서 얻어진 기하학의 지식을 집대성하여 하나의 논리적 체계를 완성하였으며, 기하학의 기초를 확립하였다.

[원론]은 모두 13권으로 이루어져 있으며, 2000년 이상 모든 기하 교육을 좌우해왔다고 할 수 있다. [원론]은 당시 피타고라스와 플라톤 학파에 축적되어 있던 막대한 지식의 집대성으로서 단순한 지식을 모아놓은 것이 아닌 계통적 이론체계로서 정리된 것이다. 그러나 19세기 들어 비유클리드 기하학이 탄생하면서, [원론]은 현학적이고 실용성이 적으며 논리적으로 엄밀하지 못하며 직관에 의존하는 경우가 많으므로, 보다 유용한 교재로 대치해야 한다는주장

이 제기 되어 왔다. 그럼에도 불구하고 학교수학의 거의 모든 내용이 기 하학적인 설명을 필요로 하므로 현재 다루어지고 있는 정도의 기하 내용은 계속 유지되어야 할 것이다. 삼각형은 인간의 인지적 발달에 깊은 뿌리를 가진 도형이며 실생활이나 실용적인 학문에서 매우 중시되는 데다, 기하의 초기 교육은 직관적이고 경험적인 절차를 통해서 이루어져야 하는데 그 때 삼각형이 가장 적절한 수단이 되기 때문에 삼각형에 대한 내용은 반드시 보존되어야 한다. 더욱이, 유클리드 기하는 연역적 방법을 훈련시키는 주요한 분야이므로 학교수학 가운데 그 내용이 보존되어야 한다[3].

2. 기하교육의 필요성

기하교육의 필요성은 다음과 같이 4가지로 나눌 수 있다.

첫째, 기하는 실제 생활과의 연계성 뿐만 아니라 다른 학문과도 연결된다는 것이다. 실생활은 물론 물리학, 생활과학, 인문학, 생물학 등의 실제적 문제를 해결하는데 유용하게 이용되고 응용되는 무한한 가능성을 가지고 있는 것이다. 평면이나 공간에서의 기하학적 도형의 기본적인 사실을 이해하여 변환에 적용하면 과학, 예술, 건축, 도안 등의 분야에 응용될 수 있다. 기하학이 문화적 요소로 인식되어 질 때 학생들은 기하의 필요성을 실감하게 될것이다.

둘째, 기하학은 논리적 사고력 증진에 중요한 역할을 한다. 기하학은 연역적 추론의 방법을 가르치는 적절한 수단으로서 유클리드 [원론]을 소중하고 중요하게 여겨왔다. 연역적 추론과정은 종합적 사고, 해석적 사고, 반례에 의한 반증 등이 수학교육 과정에서 사용되고 있다.

셋째, 공간적 추론을 증가시킬 수 있다. 기하학과 공간적 추론은 상호관련성이 높고 대개의 수학자들은 기하 교육과정의 일부에 공간적 추론을 포함시키고 있다. 학교수학의 문제점의 하나로 기하학적 관점의 부재를 지적한 어시스킨은 기하학을 개념화하는 다양한 방식은 기하학의 필요성에 대해 고유

한 관점을 갖는다고 주장하며 그 관점을 다음과 같은 4가지로 분류 하였다.

① 시각화 (visualization), 도형의 작도 (construction)에 대한 학습으로서의 기하

② 현실적, 물리적 세계(physical world)에 대한 학습으로서의 기하

③ 다른 수학적 개념과 관계를 표현하는 수단으로서의 기하

④ 형식적 수학적 체계로서의 표현 즉, 수학적인 조직(mathematicalsystem)의 한 예로서 제시되는 기하를 구성한다.

위의 처음 3가지는 기하학에서 공간적 추론의 사용이 필요하고 과학적 사고에 필수적이며 문제해결과 학습에 정보를 표현하고 다루도록 도와준다.

위의 ④의 관점에서 기하는 정당화, 논리적 설명, 연역, 증명의 서술을 중요한 목표로 갖는다. 이것은 공리적 방법의 학습으로 달성될 수 있으므로 기하에서 공리적 구성을 배울 때 기하도 하나의 수학적 체계임을 인식할 수 있다. 학생들로 하여금 창조적으로 사고하고, 그들 스스로 생각하도록 하는 일은 기계의 구조를 단순하게 익히는 것보다 훨씬 중요한 일이다. 이 점에 있어서 기하교육의 자료나 문제들이 큰 도움을 줄 수 있다. 기하문제는 해결방법이 다양하기 때문에 통상적인 대수적 알고리즘의 까다로움에 비해 더 유리한 학습요소가 될 수 있다.

넷째, 기하학은 수학의 다른 분야의 대수학, 해석학 등과 깊은 관련을 가진다. 기하학적 개념은 대수학이나 해석학 등의 개념과 비교할 때 그 방법이나 내용에 있어서 결코 고립될 수 없는 것이다. 즉, 실수에 대한 성질이 기하학의 표현에 영향을 미치는 대수적이고 기하학적인 개념사이에 연관성, 평면도형의 넓이, 입체도형의 겉넓이와 부피, 삼각비, 방정식, 함수 등에 기하학이 자연스럽게 통합될 수 있을 것이며, 우주시대가 열리고 있는 이때 n차원의 세계도 대수기하학적인 논리이며, 프랙탈 기하학, 카오스이론 등이 모두 기하학과 관련되어 있으므로 기하는 무한한 가능성과 발전성을 내포하고 있다. 수학의 다양한 분야 속에서 기하학이 상호 작용한다는 것은 학생들이 그것을 더 깊이 이해할 수 있고 그들의 문제해결능력을 향상시킬 수 있다[12].

B. 작도

1. 작도 도구

작도 문제는 고대 그리스 시대부터 다루어진 아주 전통적인 문제로 많은 수학자들에 의해 연구되어져 왔다. 왜냐하면 작도 문제는 수학적 재능의 다양한 측면들을 개발하는 교육적 가치, 그리고 건축이나 공학 등의 분야에서의 실용적인 가치를 가지기 때문이다[11]. 일반적으로 작도란 어떤 조건에 맞는 도형을 그리는 일을 말하지만, 기하학에서 말하는 작도란 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 가지고 작도하는 것을 말한다. 유클리드의 [원론]에서 작도 도구를 자와 컴퍼스로 제약하기 때문에 이 도구들을 유클리드 도구라고도 한다. 작도를 할 때, 자와 컴퍼스는 두 점 사이의 선분이나 직선을 긋고, 원을 그리거나 선분을 옮겨 그리는 데 이용된다.

작도를 할 때 왜 반드시 눈금 없는 자와 컴퍼스로만 해야 하는 지에 대한 의문이 생길 수 있을 것이다. 수학사적으로는 유클리드 도구이외의 도구를 이용하여 작도를 하려는 노력으로 인해서 수학의 많은 발달이 이루어져 왔다. 대표적인 예로 고전적 작도 문제인 3대 작도 불가능 문제를 풀기 위한 노력으로 유클리드 도구 이외의 다른 도구들을 사용한 연구들이 이루어져 왔다. 그러나 학교 수학에서 작도 도구를 눈금 없는 자와 컴퍼스로 제한시킨 것에 대한 충분한 이유는 제시되어 있지 않다. 그렇기 때문에 작도 도구의 제약의 타당성에 대해 생각해보는 것도 의미가 있을 것이다.

그래서 작도 도구 제약에 대한 정당성을 Albrecht(1952)가 조사한 결과를 바탕으로 다음과 같이 정리하였다 [6].

① 유클리드 공준에 의해 요구되는 것으로 정당화한다.

작도 시 자와 컴퍼스만을 사용하는 것을 정당화하는 한 가지 방법은 유클

리드 공준에 근거하는 것이다. [원론]에 제시된 공준 중에서 작도와 관련된 것은 공준 1,2,3이다. 유클리드 공준은 공준에 명시되어 있는 작도를 수행하도록 요구하지는 않으므로 공준자체가 내재적으로 어떤 특정 도구의 사용을 강요하는 것은 아니다.

그러나 공준 1,2,3에 따른 작도는 단지 직선과 원만을 포함한다. 이는 결과적으로 눈금 없는 자와 컴퍼스로 작도하는 것을 의미한다고 볼 수 있다. [원론] 제 1권의 전개상 유클리드 자신이 작도함으로써 대상의 존재를 증명하는데, 그 작도의 기초가 공준에 있으며, 따라서 유클리드가 각의 삼등분선을 포함하는 정리를 증명하지 않은 것은 그것의 존재성을 수립할 수 없었기 때문이다[12]. 이에 따라 유클리드 이후의 연구자들은 이 도구의 사용을 공준의 구체화로 해석하게 되었다. 이 입장에 따르면, 유클리드 기하에서 요구되는 것은 공준에 명시된 직선과 원이라는 두 기본 작도의 조합에 의한 것이므로, 눈금 없는 자와 컴퍼스의 사용을 기하 작도를 위한 공준화로 볼 수 있다.

② 관습이나 역사적 사용에 기초하여 정당화 한다.

기하 작도시 눈금 없는 자와 컴퍼스만의 사용은 플라톤에서 기인한다. 2300여년전, 그리스 철학자 플라톤은 학생들에게 작도 문제를 주고 그 두 도구만을 사용하여 해결하도록 하였다. 플라톤의 주요 관심은 학생들의 논리적 사고력을 신장시키는 것이었는데, 학생들이 자신이 선택한 다른 어떠한 도구를 사용하도록 허용 했을 때 보다 두 도구만으로 제한했을 때 더 정확하게 사고 할 수 밖에 없다고 생각했기 때문이다. 또한 도구를 제한시킴으로써 그것만으로 기하 문제를 해결하려는 노력은 훨씬 월등한 수학의 진보를 낳았다. 이후 계속된 두 도구에 대한 그리스인들의 선호는 가장 간단하고 완전한 선인 직선과 원에 대한 미적 감상과도 관련된다.

한편 플라톤의 원과 직선에 대한 형이상학적 관념을 이용할 수도 있다. 플라톤은 무한하고, 원하는 간격으로 원하는 만큼 분할할 수 있다는 직선의 특징 때문에 그것이 우주의 기원이자 가설이며, 원 또한 처음과 끝이 없다는

특징 때문에 신(영혼)을 표상한다고 생각하였다. 이렇듯 직선과 원의 철학적 함의점을 바탕으로 직선을 긋는 자와 원을 만드는 컴퍼스의 신성함을 가정하고 두 도구로 도형을 그리게 되었다.(Thomaichis, 1991)

이러한 역사적 사용은 서양에서 뿐만 아니라 동양의 유교권에서도 행해져 왔다. 유교 고전인 [주례]에 나오는 관영 공장에서 제작되는 각종 기구에 관한 기록 중, 기구 제작을 위해 자나 컴퍼스가 사용된 부분이 있으며, 한(漢)대에 새겨졌다는 두 반신반인의 석각에서 컴퍼스와 자를 이용한 도형 그리기 기술이 있었음을 말해 준다.(김용운 외, 1988).

이러한 역사적 사실인 그리스 시대의 두 도구에 대한 제약은 오늘날 우리에게도 관습과 같이 남아있고 그렇게 도형을 그릴 때에만 작도라 칭하는 것이다.

③ 이론적 정확성에 기초하여 정당화한다.

효과적인 기하 학습을 위해 도형을 가능한 한 정확하게 그리는 것은 도움이 될 것이다. 이를 위하여 여러 가지 기하 도구를 사용할 수 있다. 그러나 아무리 정밀한 측정 도구를 이용하여도 측정 결과는 단지 근사값일 뿐이다. 뿐만 아니라 아무리 뾰족한 연필과 훌륭한 도구를 사용하더라도 기하학적 의미의 완전한 직선을 그을 수 없다. 실제 작도는 플라톤적 의미를 지닌 이상적 작도의 엉성한 표현일 뿐이며 도구 정확도의 실제적 제약을 완전히 극복할 수는 없다. 이렇듯 실제 작도의 한계를 의식하고 가능한 한 이상적 작도의 정확성을 추구하기 위해 사용 도구를 제한하는 것으로 볼 수 있다. 유클리드 기하에서 사용되는 선은 직선과 원 뿐이므로 도형 그리기에 필요한 유일한 도구는 눈금 없는 자와 컴퍼스 뿐이고 그것만으로 요구되는 도형이 이론적으로 정확하게 표현 가능하다. 따라서 작도의 이론적 정확성을 배경으로 한다면 눈금 없는 자와 컴퍼스를 이용한 작도 결과는 실제적 목적에 충분할 만큼 정확하다. 정확성의 근거는 작도에서 자와 컴퍼스의 역할을 고려할 때 분명해 진다. 오차를 최소화 하면서 선의 길이를 옮기는 데에도 각도기보다

컴퍼스가 더 정확하다. 다만 컴퍼스의 중심으로 이동시켜야 할 때 반지름 변화에 대한 염려를 극복하고자 이론적 정확성에 기초하는 것이다. 작도 활동 후 눈금자와 각도기로 작도 결과를 측정해 보는 것은 이론적 정확성에 기초한 실제 그림의 근사값을 통해 작도의 정확성을 확인하는 방법이 될 수 있다.

④ 게임 규칙인 것으로 정당화 한다.

기하 학습을 게임으로, 기하 활동을 위한 도구의 제약은 게임 규칙 중 하나로 해석이 가능하다. 그리스 사상가들에게는 기하는 거의 게임으로 간주되었기 때문이다.

⑤ 작도 절차의 단순성과 편의성으로 정당화 한다.

두 개의 가장 간단한 그림 도구에 제한함으로써 정교한 도구와 측정 장치를 사용했을 때보다 기하의 기본 사실 및 관계에 더 주목할 수 있고 결과적으로 더 잘 이해 할 수 있다.

앞의 다섯가지 작도 도구 제약의 정당화 중에서 관습이나 역사적 사용에 기초하여 정당화하는 것은 수학사를 수업에 도입하여 흥미를 유발시킬 수 있다는 의미에서 활용할 만하다고 볼 수 있다. 또한 측정의 오차에 대한 불가피성을 극복하고자 이론적 정확성의 측면에서 정당화하는 것도 의미 있을 것이다.[6]

2. 작도의 역할

앞에서 살펴본 기하 역사에서도 알 수 있듯이 기하학에서 작도가 차지하는 비중이 적지 않다고 할 수 있다. 그렇기 때문에 학교 수학에서 작도의 역할이 어떠한지 생각해 볼 필요가 있다.

장혜원(1997)은 수학 교육 과정상에서 작도의 역할을 세 가지로 들고 있

다.

첫째, 작도 수행 전후의 해석과 증명단계와 관련된 것으로서, 작도활동은 방법상의 기술적 측면이외에 본질적으로 도형의 성질을 이용한다는 것이다. 즉 제시된 작도 절차를 따르는 것이 아니라 작도 방법을 발견하고 수행된 작도의 타당성을 입증하기 위해서는 도형의 여러 가지 성질을 알아야 하므로 작도는 학생 스스로 도형의 성질을 재인식하고 교사 또는 학생의 입장에서 도형의 성질에 대한 학습을 확인할 수 있게 한다. 예를 들면, 주어진 선분의 수직이등분선을 작도하기 위한 기본원리는 수직이등분선 위의 임의의 점은 선분의 양 끝점에서 같은 거리에 있다는 성질이다. 그것이 기존의 학습 내용이라면 작도를 하기 위해 재인식, 재조직할 필요가 있으며 새로운 학습내용이라면 작도를 통해 학습 기회를 마련할 수 있게 된다. 또한 주어진 직선 위에 있지 않은 한점을 지나는 평행선을 작도하기 위해서는 엇각이나 동위각과 평행선의 성질을 알고 있어야 한다. 이것은 수학 내의 응용성을 경험하는 기회를 제공하게 된다.

이와 같이 알고 있지 못한 작도 방법을 찾는다던가, 제시된 대로 따르는 작도법에 대해 그 타당성을 반성해 볼 때 관련된 도형의 성질을 학습할 기회가 마련된다.

둘째, 작도를 함으로써 기하의 새로운 개념이나 정리를 유도할 수 있다는 것이다. 작도에 이용된 성질이나 절차의 논리적 증명에 착안하기 보다 절차 그 자체로서, 혹은 삼각형의 결정조건, 이어 합동 조건을 유도하기 위한 준비단계로서 작도를 요구한다. 구체적으로 삼각형의 요소 6개 중 주어진 몇 가지 조건을 충족시키는 삼각형을 실제로 작도해 봄으로써 삼각형의 결정 조건을 유도하는 우리나라의 교육과정은 이러한 입장을 반영한다. 뿐만 아니라 개념도입에 있어서도 언어적 설명만으로는 너무 추상적이지만 작도를 해 봄으로써 정의의 의미를 더욱 분명하게 드러나도록 할 수 있는 효과적인 경우가 있다. 원은 주어진 점에서 같은 거리에 있는 점들의 모임으로 정의되는데, 적당히 벌린 컴퍼스의 다리를 고정시키고 한 다리를 축으로 하여 회전시켜

원을 그리고 나서 그 행위를 반성함으로써 같은 거리라는 의미를 반성적으로 사고 할 수 있다.

셋째, 작도는 활동주의 교육 이론을 전개하는 도구로 이용 가능하다. 앞의 두가지가 수학 학습 내용과 관련된 작도의 역할이라면 이것은 수학 학습의 방법적 측면과 관련된 것이다. 수학교육에서 이상적으로 활동주의 교육 사조를 옹호함에도 불구하고, 현실적으로 학생들의 활동을 권장할만한 교과내용이나 교수 준비가 부족한 상황에서 작도는 교육적 힘을 발휘할 잠재력을 지닌다. 그러므로 수학교육에서 활동주의 교육 사조의 실천을 위해 작도는 적극 활용되어야 한다

3. 작도 문제의 해결 단계

한인기(1999)는 작도 문제 해결 단계를 분석-작도-증명-탐구의 네 단계로 구분하여 설명하였다.

(a) 분석

작도 문제 해결에 있어서 가장 중요한 단계들 중의 하나는 문제 해결(작도)을 위한 계획을 탐색하는 것으로, 작도 문제에서 이 과정은 '분석'을 통하여 이루어진다.

작도 문제 해결은 크게 두 가지 방법으로 접근이 가능하다. 이미 준비된 작도 방법(작도 문제의 풀이)을 학습자에게 제시해 주는 경우와 학습자들이 문제해결 과정을 스스로 발견하도록 하는 방법이다. 대부분의 교과서나 참고용 도서들을 보면 전자의 방식을 접근하고 있는데 이는 학습자가 '행하는 수학(Doing matematics)' 을 경험하는데 큰 도움을 주지 못한다. 반면, 후자의 방법은 학습자 스스로 문제해결을 위한 탐색 과정을 경험할 수 있다. 이 접근에서 '분석'은 작도 문제 해결에서 주도적인 역할을 수행하는데, 작도 문제 해결에서의 성패는 대부분 이 '분석' 과정에 의존하게 된다.

작도 문제 해결 과정에서 '분석'이 무엇을 의미하는가를 구체적으로 규정하

기 위해, 작도 문제 해결 과정에서의 '분석'의 본질에 대한 몇몇 해석들을 살펴보면, 페렐킨(1948)은 '문제 해결에서 분석의 본질은 문제에서 주어진 요소들과 구하는 요소들 사이에 존재하는 기하학적 관계를 설정하는 것이다.' 라고 했으며, 췌뜨베르힌(1965)은 '분석을 통해 도형의 주어진 요소들과 구하는 요소들 사이의 전반적인 관계가 탐구 되어 진다'고 했다. 즉, 작도 문제 해결 과정에서 '분석' 과정은 주어진 요소와 구하는 요소들 사이의 관계를 설정함으로써 주어진 문제의 해를 찾아가는 중요한 단계라는 것을 알 수 있다. 분석은 구하는 것에서 구하는 것으로 진행해 가는 전개 방법으로, 작도 문제에서의 '분석' 과정은 '주어진 작도 문제가 해결되었다' 는 가정으로부터 출발한다. 이 가정에 의해 우리들은 우선 문제의 조건에 상응하여 구하는 도형에 대한 개략적인 스케치를 하게 된다.

만약, 문제의 모든 주어진 요소들을 포함하는 개략적인 스케치가 얻어졌다면, 그 다음에는 얻어진 개략적인 스케치로부터 주어진 요소들과 구하는 요소들 사이의 관계를 설정한다. 즉, 이 분석 과정에서 우리는 '구하는 작도를 위해서 우리는 무엇을 해야 하는가? 어떤 순서로 작도를 수행해야 하는가?' 등과 같은 물음을 생각하고, 그러한 물음에 대한 답이 결국, 우리가 찾는 작도 문제 해결의 계획 수립에 밀접히 관련된다. 이를 위해 교사는 학습자들이 올바르게 주어진 문제에 대한 분석을 수행 할 수 있도록 학생들을 도와야 한다.

(b)작도

'분석'을 통해 주어진 요소와 구하는 요소들 사이의 관계가 설정이 되면, 작도를 수행하게 된다. 사실, 작도는 작도 문제 해결 과정에서 가장 쉬운 부분이다. '작도' 단계는 문제의 조건에 맞는 작도를 수행하며, 그 작도 과정을 하나 하나 순서대로 나열하는 것이다. 작도 문제 해결의 계획 수립 과정에서 '분석' 이 주된 역할을 했다면, 이 작도 단계는 '종합'이 중심적인 역할을 하는 단계라고 할 수 있다.

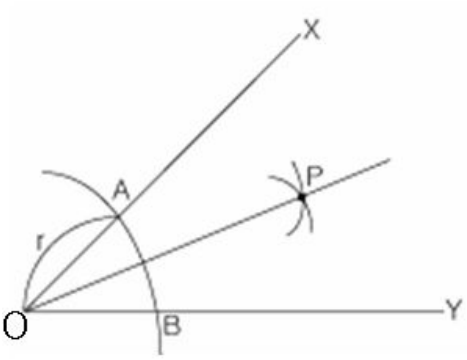
(c) 증명

이 단계에서는 얻어진 작도가 문제의 모든 요구 조건들을 충족시키는가를 확인한다. 즉, 증명 단계는 수행한 작도와 각 단계들의 타당성을 밝히는 단계로써, 학습자들은 스스로에게 얻어진 작도를 논리적으로 설명하고, 내면화하는 기회를 가지게 된다.

(d) 탐구

탐구 단계는 작도 문제의 풀이를 마무리 짓는 중요한 단계로써, 이 단계에서는 해의 존재 조건이나 가능한 해의 수 등등에 대해 고찰한다. 작도에서 발생 가능한 모든 서로 다른 경우에 대해서 확인해야 하기 때문에, 이 단계는 작도 문제 해결에 있어서 매우 중요하다. 이와 관련하여 구세프 (1997)는 '가끔 어려운 작도 문제들에 대한 탐구 단계에서는 아주 섬세한 문제들에 대한 논의가 가능하며, 이때 엄밀한 수학적 논의가 이루어지는 경우도 있기 때문에, 작도 문제는 학습자들의 논리적 사고나 다양한 수학적 재능의 개발과도 밀접한 관계가 있다' 라고 했다.

$\angle XOY$의 이등분선을 작도하는 문제를
위의 해결단계에 따라 설명 하여 보자



• 분석

주어진 각 O의 이등분선 OP를 작도 한

다고 가정하자. 그러면 자와 컴퍼스를 이용하여 이등분선 OP를 어떻게 작도할 수 있을까?

각의 이등분선을 작도했으므로 각 XOP와 각 YOP가 같다는 것을 논리적으로 보여야 함을 알 수 있다.

즉, 우리는 각 XOP와 각 YOP를 대응하는 각으로 가지는 합동인 삼각형이 작도되있음을 보이면 된다.

• 작도

① 주어진 각의 꼭짓점 O로부터 임의의 반지름 r을 가지는 원을 작도하자. 그리고 원과 각의 교점들을 각각 A,B라 하자.

② 점 A와 점 B로부터 반지름이 r인 원을 작도 하자. 두 원의 교점 중에 O가 아닌 것을 P라 하자.

③ 반직선 OP를 그으면, 반직선 OP가 각 O의 이등분선이 된다.

• 증명 및 탐구

우리는 두 개인 삼각형 AOP와 삼각형 BOP를 얻었다. 이 두 삼각형은 세 변의 길이가 같기 때문에 합동이고, 대응각 AOP와 BOP가 같다는 것을 알 수 있다. 이 문제는 유일한 해를 가진다.

4. 작도를 통한 도형의 지도 방안

중등학교 과정에서 대다수의 기하 문제는 하나의 개념 뿐만 아니라 개념의 체계를 이용할 것을 요구한다. 개념의 체계란 여러 개념들이 관련되어 있는 체계를 말한다. 이것은 개념들 간의 관련성을 구축한다는 것으로서, 학생들의 논리적 사고 능력의 발달을 촉진한다.

기하 문제에서 학생들이 겪는 어려움은 개념의 체계를 형성하는데 겪는 어려움과 관련이 있다. 그러므로 효과적인 기하 학습을 위해서는 굳건한 개념 체계를 형성할 수 있어야 한다.

나귀수(1997)는 굳건한 개념 체계를 형성할 수 있는 한 방식으로 개념들 간의 '수직적 관련성'과 '수평적 관련성'을 구축할 것을 주장하였다.

'수직적 관련성' 이란 개념들 간의 위계 구조, 즉 개념들 간의 계통성을 말한다. 다시 말해 개념 A가 개념 B를 기초로 해서 생성되는 개념이라고 했을 때, 학생들에게 개념 B가 형성되어 있다면 개념 B를 기초로 해서 개념 A를 형성하기가 훨씬 수월해질 것이다. 그러므로 교사는 새로운 개념을 학습하는 데 있어서 그것의 토대가 될 선행 개념이 무엇인가를 먼저 분석해야 한다. 교사는 학습자의 흥미를 유발하는 데 충분하면서도 적절히 어려운 학습 상황을 만들어 학습자의 현존하는 개념에 근거해서 새로운 개념을 형성하도록 해야 한다. 즉, 새로운 학습된 개념은 이미 형성된 개념 체계와 연결된 경우에 비로소 굳건한 지식 토대로서 기능할 수 있다. 학생들에게 견실한 지식 토대로 자리 잡은 개념은 그렇지 않은 개념에 비해 문제해결과 같은 맥락에서 보다 용이하게 적용 할 수 있을 것이다.

'수평적 관련성' 이란 어떤 대상이나 현상을 동시에 여러 개념을 통해 파악하는 것을 의미한다. '수직적 관련성'으로 연결된 개념들이 서로 종속적인 관계를 맺는다면 '수평적 관련성'으로 연결된 개념들은 독립적이지만 상호보완적인 관계를 맺는다. 실제로 어떤 하나의 개념에만 꼭 들어맞는 대상도 있지만, 여러 개념의 특성을 동시에 갖고 있는, 그래서 여러 개념을 통해 동시에 파악되어야 하는 대상들이 존재한다. 이러한 개념들 간의 수평적 관련성은 특히 기하 문제 해결과 밀접한 관계가 있다. 문제를 해결하기 위해서는 문제에 제시된 조건이 의미하는 여러 개념을 동시에 파악할 필요가 있다.

결국, 기하 문제의 해결을 위해서는 개념을 정확히 파악해야 하는 동시에 각각의 개념들을 재해석하여 체계화시킬 수 있어야 할 것이다. 작도 단원에서도 역시 도형간의 관련성을 구축할 수 있는 교수-학습이 이루어져야 하겠다. '수직적 관련성'이라는 관점에서 작도 문제를 살펴보면, 선분의 수직이등분선이라는 개념을 기초로 8단계에서 다루는 삼각형의 외심이라는 개념을 생성할 수 있다. 또한 각의 이등분선이라는 개념을 기초로 해서 역시 8단계에

서 다루는 삼각형의 내심이라는 개념을 생성할 수 있다. 즉, 이들은 수직적으로 관련되어 있다고 볼 수 있다. '수평적 관련성'이라는 관점에서 보면, 이등변 삼각형의 경우 작도 활동과 그의 분석 과정을 통해 하나의 작도가 여러 개념의 특성을 동시에 갖고 있다는 것을 파악할 수 있다. 즉, 두 변이 같은 이등변 삼각형의 작도 과정의 분석을 통해 이 작도가 결국 두 밑각이 같은 삼각형의 작도와 동치의 작도라는 사실을 알 수 있다. 또한 이등변 삼각형의 작도 과정의 분석을 통해 꼭지각의 이등분선이 밑변의 수직이등분선과 같다는 사실을 파악할 수 있다.

이렇듯 작도 과정의 분석을 통해서 학생들은 이등변 삼각형의 정의 속에는 여러 성질이 체계적으로 수평적 관련성이 있음을 알 수 있다.

이러한 '수직적 관련성'과 '수평적 관련성'을 인식하여 굳건한 개념체계가 형성되기 위해서 나귀수(1997)는 다음 두 가지를 제안하고 있다.

첫째, 학생들에게 여러 개념들이 암묵적으로 맺고 있는 다양한 관련성을 부각시켜 제시해야 한다. 이를 위해서 우선 학생들에게 개념들 간의 다양한 관련성을 시각적으로 보여주고, 그 다음 학생들이 스스로 능동적인 사고 활동을 통해 개념들 간의 관련성을 구축하도록 지도하여야 할 것이다. 또한 학생들이 개념들 간의 관련성을 의식적으로 파악할 수 있도록 보다 적절한 발문을 하고, 교수 과정에서 개념들 간의 관련성을 더욱 강조할 필요가 있다.

둘째, 개념을 정확하게 이용하기 위해서 개념의 본질적인 성질과 비본질적인 성질을 분명하게 인식해야 한다. 학생들은 개념을 시각적인 특징과 같은 비본질적인 성질에 고착시키는 경향이 있다. 따라서 학생들에게 다양한 맥락과 질적으로 다른 시각적 경험을 제시해 주어야 한다. 즉 학생들에게 비본질적인 성질과 본질적인 성질을 비교할 수 있도록 해야 한다. 이러한 경험을 통해 학생들은 본질적인 성질과 비본질적인 성질을 분리해낼 수 있을 것이다.

이러한 의미에서 개념들 간의 관련성을 구축하고, 본질적인 개념과 비본질적인 개념을 구분하기 위해서는 작도를 통한 도형의 학습 시에, 학생들이 자

기 주도적으로 접근할 수 있도록 분석적 활동을 통해서 작도 문제를 해결하는 것은 각 개념들 간의 체계화에 커다란 역할을 할 것이다.

Ⅲ. 본　　론

A. 중학교 기하 교육과정

1. 7-나 단계의 도형영역

제 7차 중학교 수학과 교육과정에서의 기하 교육과정 7-나 단계의(도형 영역)은 다음과 같다. (교육부, 1997)

a. 지도의 의의

중학교의 도형 영역에서는 자연 현상이나 실생활의 상황을 통해 평면과 공간의 개념을 직관적으로 이해하고, 이를 그림으로 나타내거나 계량화하는 활동이 기초적인 학습 활동이며, 후반에서는 연역적 추론을 통해 문제 해결의 경험을 얻게 된다.

평면이나 공간에서의 기하학적 도형에 관한 기본적인 사실의 이해는 중요하며, 연역적 추론 방법은 다른 어떤 영역보다도 기하 영역에서 적절하며 효과적이다. 또한, 기하학적 개념은 수학의 다른 여러 분야의 개념과 밀접한 관계가 있다. 기하 문제는 그 해결 방법이 다양하기 때문에 학생들로 하여금 탐구력과 창의적인 사고력 배양을 위한 좋은 소재이다.

b. 내용개요

<7-나 단계> 에서는 기본적인 도형인 점, 선, 면, 각에 대한 간단한 성질(공리수준)을 파악하고 삼각형의 합동조건을 이해하며, 평면도형과 입체도형의 성질을 학습한다. 기본 성질은 직관적인 탐구 활동을 통해 이해하게 한다.

(a) 기본 도형

① 점, 선, 면, 각 에 대한 간단한 성질을 이해한다.

- 점, 선, 면과 관련된 용어의 뜻을 이해하게 하고, 이를 기호로 나타낼

수 있게 한다. 각과 관련된 용어의 뜻을 이해하게 하고, 각의 성질을 알아보게 한다.

② 점, 직선, 평면의 위치 관계를 알아본다.

- 점과 직선의 위치 관계를 이해하게 한다. 평면 또는 공간에서의 두 직선의 위치 관계를 이해하게 한다. 평면의 결정조건을 이해하게 한다. 직선과 평면의 위치 관계를 이해하게 한다. 두 평면의 위치 관계를 이해하게 한다.

③ 평행선의 성질을 이해한다.

- 평행선과 동위각, 엇각에 관한 성질을 알고, 그러한 성질이 성립하는 이유를 설명할 수 있게 한다.

(b) 작도와 합동

① 간단한 도형을 작도할 수 있다.

-간단한 작도를 할 수 있게 한다.

② 합동인 도형의 간단한 성질을 알아본다.

- 합동의 뜻을 이해하게 하고, 합동인 도형의 성질을 알게 한다.

③ 삼각형의 합동조건을 알아본다.

- 삼각형의 결정조건을 이해하게 한다. 삼각형의 결정조건은 삼각형의 작도에서 나오게 되며, 이는 삼각형의 합동조건의 밝히는 데 중요한 전제가 되기 때문에 이를 충분히 이해할 수 있게 지도한다. 삼각형의 합동조건을 이해 하게 한다.

  삼각형의 결정조건에 대한 학습을 바탕으로 삼각형의 합동조건을 이해하게 하고, 합동이 되는 두 삼각형에 대하여 그 이유를 설명할 수 있게 한다. 삼각형의 합동조건은 앞으로 추론의 근거가 되는 중요한 것이므로 학생들에게 중요함을 인식시키도록 한다.

(c) 평면도형의 성질

① 다각형의 성질을 알아본다.

- 삼각형에서 세변의 길이 사이의 관계 및 내각, 외각의 크기에 대하여 알게 한다.

② 원에서 중심, 중심각, 부채꼴, 호, 현의 뜻을 알고, 중심각과 호의 관계를 알아본다.

- 원에 관한 여러 가지 용어의 뜻을 이해하게 한다. 원에 관한 간단한 성질을 알게 한다.

③ 원과 직선의 위치 관계를 알아본다.

2. 작도에 대한 단원 내용

작도는 7-나 단계 도형 영역의「작도와 합동」에서 처음으로 나타나며 그 내용은 다음 <표1>과 같다.

7단계 도형영역에서 「작도와 합동」단원의 내용은 다음 <표1> 와 같다.

<표 1>「작도와 합동」단원 내용

단 원	내 용
1. 간단한 도형의 작도	· 작도의 정의 · 선분의 수직이등분선 작도 · 주어진 각과 크기가 같은 작도 · 각의 이등분선 작도
2. 삼각형의 작도와 결정조건	· 세 변의 주어졌을 때 삼각형의 작도 · 두 변과 그 끼인각이 주어졌을 때 삼각형의 작도 · 한 변과 그 양 끝각이 주어졌을 때 삼각형의 작도

작도라 함은 눈금이 없는 자와 컴퍼스를 사용하여 도형을 그리는 것을 말한다. 눈금이 없는 자는 주로 직선을 그을 때와 두 점 사이를 연결할 때 이용되고 컴퍼스는 원을 그리거나 같은 길이의 선분을 작도할 때 사용된다.[8]

눈금 없는 자와 컴퍼스를 이용하여 각의 이등분선, 선분의 수직이등분선, 크기가 같은 각을 작도해 보고, 이를 기초로 해서 주어진 조건으로 삼각형을 작도한다. 여기에서 삼각형의 결정조건과 합동조건을 학습하도록 되어 있다. 이후의 도형 영역에서는 작도에 대한 언급 없이, 연역적인 방법으로 도형의 개념 및 성질에 대해 학습하게 하고 있다.

이렇듯 작도 단원은 표면상 다른 단원과의 연계성이 적어 보인다. 작도 문제는 문제 자체로서의 의미보다는 평면 기하에서 중요한 정리들 중의 하나인 삼각형의 합동 조건들을 도입하기 위한 기초로서의 역할에 너무 치중되어 있는 것으로, 다음에 학습할 도형간의 관계 이해나 증명 전 단계로서의 요소 분석에는 별 도움을 주지 못하고 있다. 특히 증명과 관련하여 그 이유를 가설적 작도로 설명할 수 있다. 가설적 작도란 대상이 되는 점이나 선의 존재 및 작도 가능성을 보여주지 않고 단지 가정하는 것이다. 증명 과정의 타당성은 그림의 정확도에 달려 있는 것이 아니며, 증명의 본질은 그 존재성이나 작도 가능성 보다 추론 과정에서의 논리적 타당성에 초점이 있기 때문이다. 예를 들어 이등변 삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명 할 때 꼭지각의 이등분선을 긋는 것으로 시작하지만 꼭지각의 이등분선에 대해 작도 수행을 요구한다거나 작도를 보여주지 않고 가설적 작도에 기초하여 증명해 나아간다. 그렇지만 교사는 이 가설적 작도가 실제로 작도가 가능하다는 것을 알고 있어야 한다. 따라서 교과서에서 나오는 작도의 기본사항을 토대로 하여 작도 가능한 여러 가지 도형들에 대하여 알아 보고자 한다.

B. 7-나 단계의 작도 문제

현 교육과정의 중학교 교과서에 나오는 작도 문제는 다음과 같다. 그리고 증명은 간단하거나 자명하므로 생략하기로 한다.

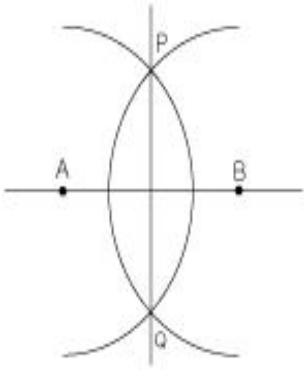
1. 주어진 수직 이등분선을 작도(선분의 중점 작도 포함)

① 선분 AB의 점 A를 중심으로 하고 반지름이 선분 AB의 길이를 $\frac{1}{2}$보다 큰 원을 그린다.

② 점 B를 중심으로 하고 반지름이 ① 과 같은 원을 그린다.

③ ① 과 ②에서 그린 두 원의 교점을 P,Q 라 한다.

④ 두 점 P,Q를 이은 직선 PQ가 선분 AB를 수직이등분 한다.

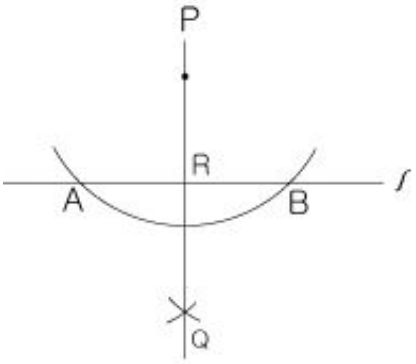


2. 직선 l밖의 한 점 p에서 직선 l에 수선을 내리는 작도

① 점 P를 중심으로 하고 직선 l과 두 점에서 만나도록 적당한 원을 그린다.

② 직선 l 과의 교점을 A,B라 한다.

③ 반지름의 길이가 선분 AB의 길이의 $\frac{1}{2}$보다 크게 하여 두 점 A와 B를 중심으로 같은 반지름의 원을 그린다.



④ ③의 교점을 Q라 하면 직선 PQ가 직선 l의 수선이다.

3. 주어진 각과 같은 각의 작도

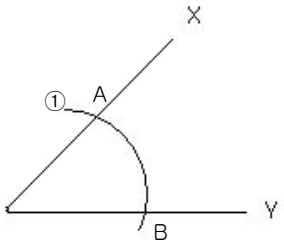
오른쪽 그림의 ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 PQ를 한 변으로 하여 다음과 같은 순서로 작도 할 수 있다.

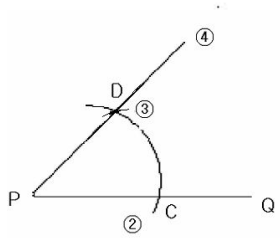
① 점 O를 중심으로 원을 그려서 $\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}$ 와의 교점을 각각 A,B라고 한다.

② 점 P를 중심으로 ① 과 같은 반지름으로 원을 그려 $\overrightarrow{PQ}$ 와의 교점을 C라고 한다.

③ 점 C를 중심, $\overline{AB}$를 반지름으로 하는 원을 그려서 ②에서 그린 원과의 교점을 D라고 한다.

④ 점 P와 D를 지나는 $\overrightarrow{PD}$를 그으면, ∠DPQ가 구하는 각이 된다.





4. 직선 l 밖의 한 점 P에서 직선 l에 평행한 직선의 작도

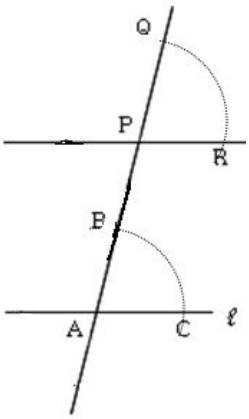
① l 위의 임의의 점 A와 P를 지나는 직선을 긋는다.

② A에 중심을 두 적당한 원을 그려 직선 AP, l과 만나는 점을 B,C라 한다.

③ P에 중심을 두고 반지름이 ②에서 같은 원을 그린다.

④ Q에 중심을 두고 반지름이 선분 BC의 길이인 원을 그려 ③에서 그린 원과 교점을 R이라 한다.

⑤ 직선 PR은 l에 평행하다.



이 문제는 P에서 l에 수선 m을 작도하고 다시 P에서 m에 수선을 작도하여

도 된다.

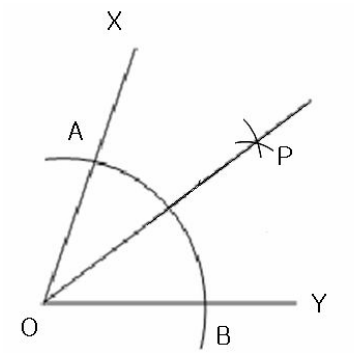
5. 주어진 각의 이등분선의 작도

① 주어진 각을 ∠XOY라 한다.

② 점 O를 중심으로 하는 적당한 크기의 원을 그려 OX, OY와의 교점을 각각 A,B라고 한다.

③ 점 A,B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 두 원을 만나도록 그려 그 교점을 P라 한다.

④ 반직선 OP가 ∠XOY의 이등분선이다.



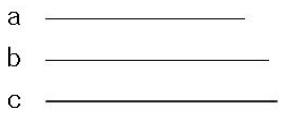
6. 주어진 세 선분을 변으로 하는 삼각형의 작도

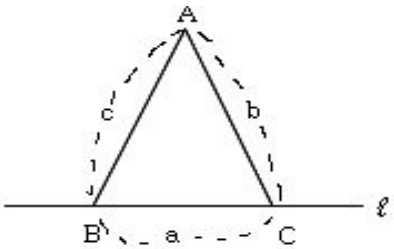
① 주어진 세 선분을 a,b,c 라 한다.

② 한 직선 l을 긋고, l위에 a와 길이가 같은 선분 BC 를 잡는다.

③ 점 B를 중심으로 하고 c를 반지름으로 하는 원을 그리고, 점 C를 중심으로 하고 b를 반지름으로 하는 원을 그려서 그 교점을 A라고 한다.

④ A와 B, A와 C를 이어서 만들어진 ΔABC가 주어진 세 선분을 변으로 하는 삼각형이다.





이상을 기본으로 하여 두 변과 그 끼인각이 주어 졌을 때나 한 변과 그 양 끝각이 주어졌을 때 삼각형도 작도 할 수 있다.

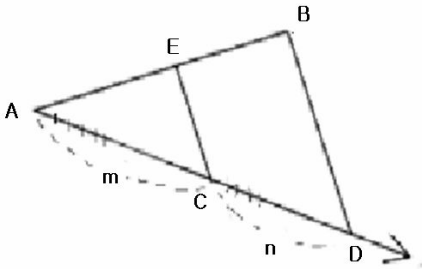
C. 기본 작도

지금까지 7-나 단계의 작도 문제를 알아 보았다.
이는 기본작도의 일부분이며 더 나아가 교사가 알아두어야 할 여러 가지 기본작도를 알아 보고자 한다.

1. 주어진 선분을 m : n (m,n은 자연수)으로 내분 (외분)하는 점의 작도

a,b가 유리수 일 때 주어진 선분을 a : b로 나누는 일은 항상 가능하다.
유리수의 비는 다시 정수의 비로 고칠 수 있으므로 주어진 선분을 두 자연수의 비 m:n 으로 나누는 방법에 대해서 알아보고자 한다.

a. 방법1



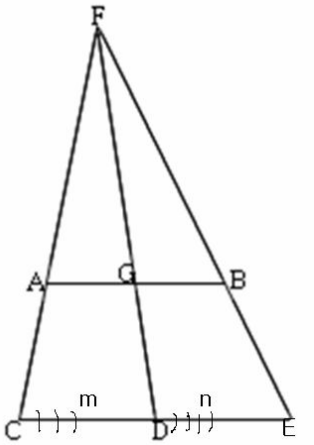
선분 AB가 주어졌다고 하자.

① 점 A를 지나는 반직선 AT에 컴퍼스로 점A에서부터 같은 길이로 m+n번 찍어 m번째의 점을 C, m+n번째의 점을 D라 한다.

② DB에 평행한 직선을 C에서 그어 AB와의 교점을 E라 하자.

③ 그러면 AE : EB = AC : CD = m : n이 된다.

b. 방법2

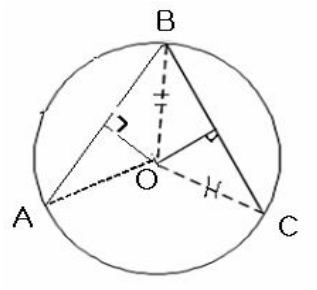


① AB와 평행한 직선위의 점 C로부터 컴퍼스로 같은 길이를 m+n 번 찍어 m번째의 점을 D, m+n번째의 점을 E라 한다.

② 직선 AC와 직선 BE의 교점을 F라 하고 선분

FD를 작도한다.

③ 선분 FD와 AB와의 교점을 G라 하면 AG : GB = m : n이 된다.

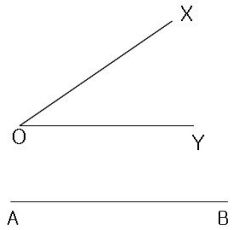


2. 동일 직선위에 없는 세 점을 지나는 원의 작도

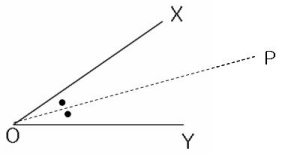
① 세 점을 A,B,C라 하자

② 선분 AB와 선분 BC의 수직 이등분선의 교점을 O라 하면 O가 세 점을 지나는 원의 중심이다.

③ 선분 OA를 반지름으로 하는 원을 그리면 된다.



3. 주어진 선분을 현으로 하고 주어진 각을 품는 활꼴의 작도



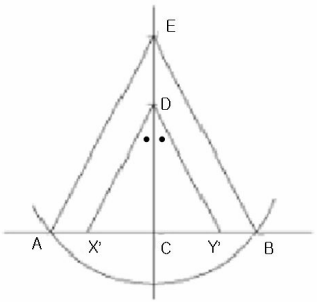
① 주어진 선분을 AB라 하고 주어진 각을 ∠XOY 라 하자.

② 선분 AB의 수직이등분선의 교점을 C라 한다.

③ 수직이등분선위에 임의의 점 D를 잡는다.

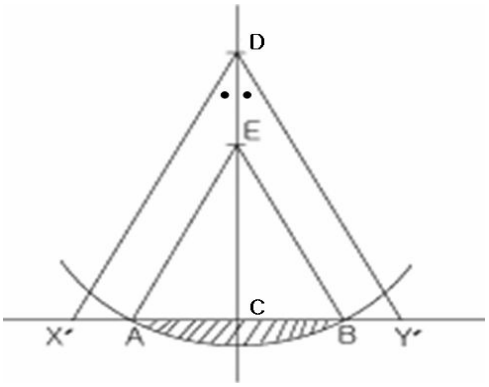
④ ∠XOY의 이등분선 OP를 작도한다.

⑤ 직선 CD에 ∠POX와 ∠POY를 작도하여 선분 AB(또는 그 연장)와의 교점 X',Y'를 작도한다.



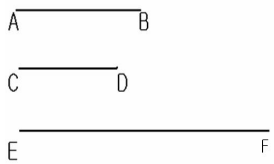
⑥ A,B에서 DX', DY'에 평행선을 그어 직선 CD와 만는 점 E를 작도하면 ∠AEB가 ∠XOY 와 같다.

⑦ EA를 반지름으로 하는 원을 그리면 된다.



4. 길이가 a,b,c인 세 선분에 대하여 a : b = c : x인 x의 길이 작도

a. 방법



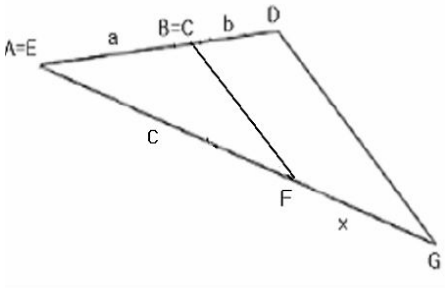
① 주어진 선분의 길이를 a,b,c라 한다.

② a를 b만큼 연장한다.

③ A를 지나는 반직선에 C를 그림과 같이 작도한다.

④ D에서 BF와 평행한 선분 DG를 작도한다.

⑤ 선분 FG가 x의 길이가 된다.



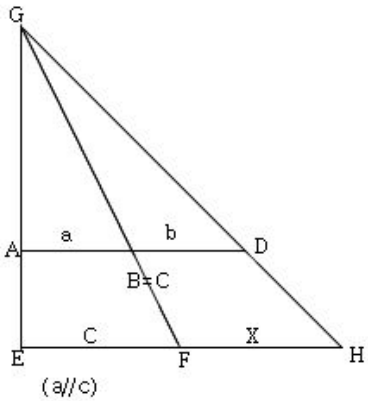
b. 방법2

① a와 평행이 되도록 c를 옮긴다.

② a의 연장에 b를 작도한다.

③ a와 c의 양 끝점을 지나는 직선이 만나는 점을 G라 하자.

④ 직선 GD가 직선 EF와 만나는 점을 H라고 하면 선분 FH가 x의 길이가 된다.

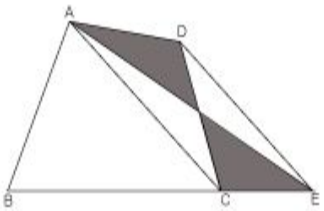


5. 주어진 사각형과 넓이가 같은 삼각형의 작도

① 사각형 ABCD에서 대각선 AC를 작도한다.

② D에서 AC에 평행한 직선이 BC의 연장과 만나는 점을 E라 한다.

③ 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ABE의 넓이와 같다.(빗금친 부분의 넓이가 같다.)

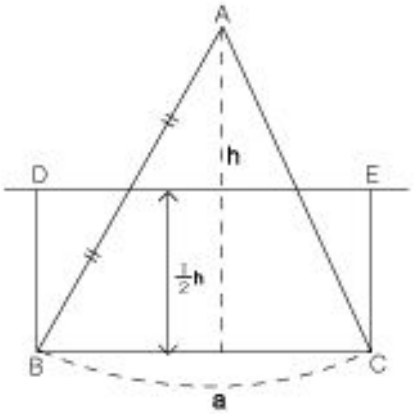


6. 주어진 삼각형과 넓이가 같은 직사각형의 작도

① 삼각형 ABC에서 변 AB의 중점에서 변 BC에 평행한 직선을 작도한다.

② 점 B,C에서 수선을 세워 ①의 직선과 만나는 점을 D,E라 하자.

③ 사각형 BCED의 넓이($\frac{1}{2}ah$)는 삼각형 ABC의 넓이($\frac{1}{2}ah$)와 같다.



7. 주어진 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 작도

① 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}$ = a, $\overline{BC}$ = b 라 하자.

② BC의 연장에 EB = a 인 E를 잡는다.

③ EC를 지름으로 하는 원을 그린다.

④ B에서 EC에 수선을 세워 원과 만나는 점을 F라 한다.

⑤ 선분 BF를 한 변으로 하는 정사각형 BFGH를 작도한다.

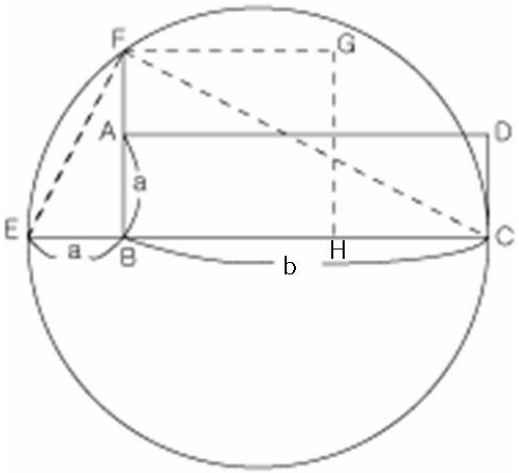
⑥ 직사각형 ABCD의 넓이는 정사각형 BFGH와 같다.

<증명> ΔEBF와 ΔFBC는 닮은 삼각형이므로 선분 BF의 길이는 x라고 하면

$a : x = x : b$

$\therefore\ x^2 = ab.$

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는 정사각형 BFGH의 넓이와 같다.



D. 작도의 응용

삼각형의 중심, 내심, 외심, 수심, 방심 등은 각의 이등분선작도, 수선세우기, 수선내리는 작도, 중점 작도하는 방법 등으로 쉽게 작도할 수 있다. 다음은 지금까지 밝힌 기본작도를 이용하여 여러 가지 도형의 작도하는 방법에 대해서 알아 보기로 한다.

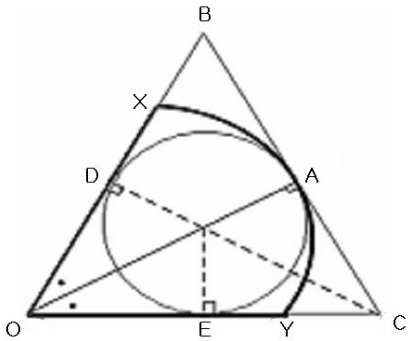
1. 부채꼴의 내접원의 작도

① 부채꼴은 XOY라 한다.

② 중심각 O의 이등분선이 부채꼴의 원호와 만나는 점을 A라 한다.

③ A에서의 접선이 반직선 OX, OY와 만나는 점을 B,C라 한다.

④ 삼각형 OBC의 내접원을 작도하면 이 원이 부채꼴의 내접원이 된다.



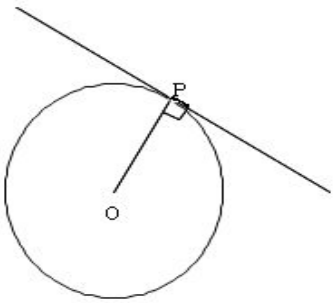
2. 원의 접선의 작도

a. 원주위의 한 점에서 접선의 작도

① 주어진 원의 중심을 O, 원주위의 점을 P라 하자.

② 반지름 OP를 작도한다.

③ 반지름 OP에 수직인 직선을 P에서 작도 하면 이 직선이 원주위의 한 점 P에서 이 원에 접하는 직선이다.

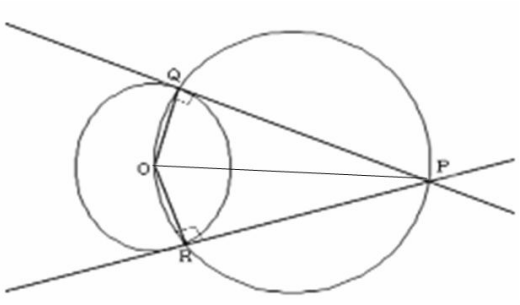


b. 원 밖의 한 점을 지나는 접선의 작도

① 주어진 원의 중심을 O, 원 밖의 한 점을 P라 한다.

② 선분 OP를 지름으로 하는 원을 작도 한다.

③ ②의 원과 주어진 원의 교점을 Q,R이라 하면 직선 PQ와 직선 PR이 구하는 접선이다.



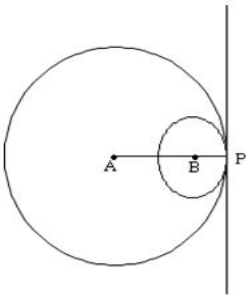
<증명> ∠OQP와 ∠ORP는 지름 OP에 대한 원주각이므로 직각이다.

c. 두 원의 공통 외접선의 작도

(1) 두 원이 내접하는 경우

① 두 원의 중심을 A,B라 하고 접점을 P라 하자.

② 접점 P에서 직선 AB에 수선을 세우면 된다.



(2) 두 원이 떨어져 있는 경우

① 원 A,B의 반지름이 각각 $r_1, r_2 (r_1 > r_2)$라 하자.

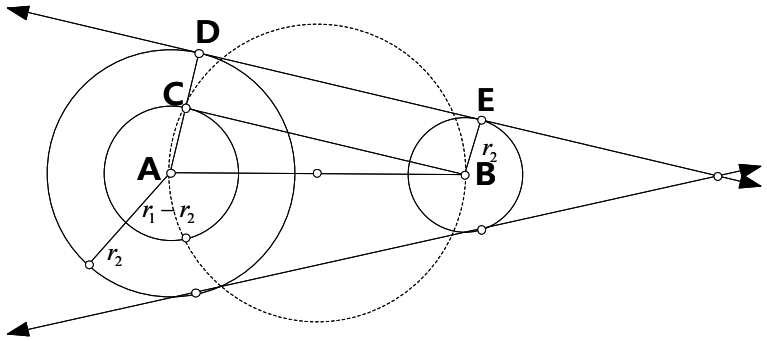
② A를 중심으로 하고 반지름이 $r_1 - r_2$인 보조원을 작도한다.

③ 선분 AB를 지름으로 하는 원을 작도하여 보조원과 교점을 C, AC가 원 A와의 교점을 D라 한다.

④ 선분 BC를 작도한다. (AC⊥BC)

⑤ D에서 BC에 평행한 직선과 B에서 DC에 평행한 직선과의 교점을 E라고 하면 직선 DE는 원 A,B의 공통 외접선이다.(DE⊥AD, DE⊥BE, CD=BE)

⑥ 반대편도 같은 방법으로 작도한다.

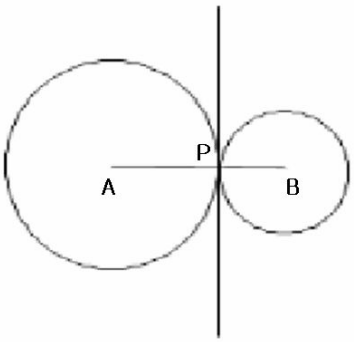


d. 공통 내접선의 작도

(1) 두 원이 외접하는 경우

① 두 원의 중심을 A,B라 하고 접점을 P라 한다.

② 접점 P에서 선분 AB에 수선을 세우면 된다.



(2) 두 원이 떨어져 있는 경우

① 두 원 A,B의 중심을 각 각 $r_1, r_2 (r_1 > r_2)$라 하자.

② A를 중심으로 하고 반지름이 $r_1 + r_2$인 원을 작도하여

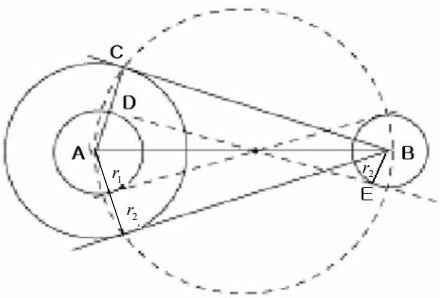
③ 선분 AB를 지름으로 하는 원과의 교점을 C, 원 A와의 교점을 D라 한다.

④ 선분 BC를 작도한다. (AC ⊥ BC)

⑤ D에서 BC에 평행한 직선과 B에서 DC에 평행한 직선과의 교점을 E라고 하면 직선 DE는 원 A,B의 공통 내접선이다.

(DE ⊥ AD, DE ⊥ BE)

⑥ 반대편도 같은 방법으로 작도 한다.



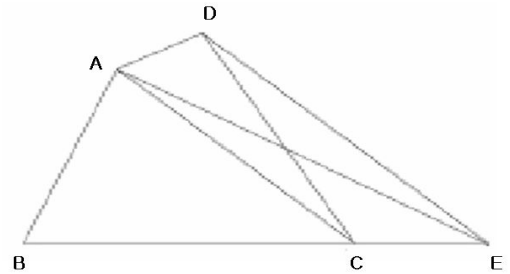
3. 주어진 사각형과 같은 넓이를 갖는 정사각형의 작도

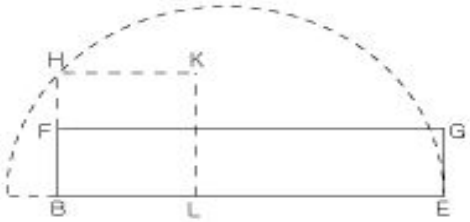
① 사각형 ABCD가 주어졌다고 하자.

② 사각형 ABCD와 넓이가 같은 삼각형 ABE를 작도한다.

③ 삼각형 ABE와 넓이가 같은 직사각형 BFGE를 작도한다.

④ 직사각형 BFGE와 같은 정사각형 BHKL을 작도한다.





<증명> 기본작도 C의 5, 기본작도 C의 6, 기본작도 C의 7 에 의하여 명백하다.

4. 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선의 작도

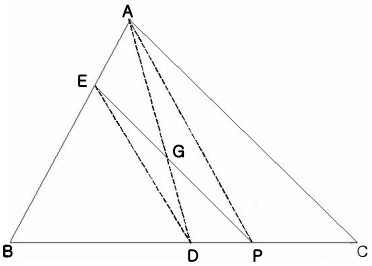
a. 변 위의 점에서 이등분하기.

① 삼각형 ABC위의 한 점을 P라 한다.

② 중선 AD를 작도한다.

③ D에서 AP에 평행한 직선이 AB와 만나는 점을 E라 한다.

④ PE가 삼각형 ABC를 이등분 하는 직선이다.



<증명> AD와 EP의 교점을 G라 하면 AD가 중선 이므로 $\triangle ABD = \frac{1}{2}\triangle ABC$.

ED//AP이므로 $\triangle AEG = \triangle DPG$.

$\therefore \triangle EBP = \triangle ABD = \frac{1}{2}\triangle ABC$.

b. 변과 평행한 직선으로 이등분하기

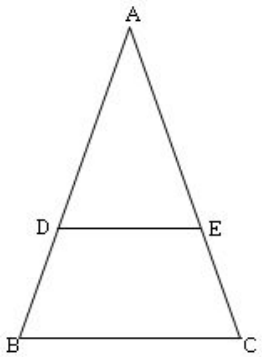
① 주어진 삼각형을 ABC라 한다.

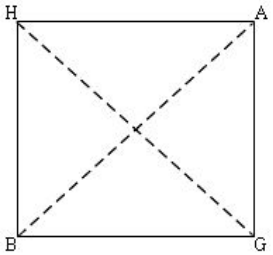
② AB를 대각선으로 하는 정사각형을 작도한다.

③ 이 정사각형의 한변의 길이를 AD로 한다.

④ D에서 BC에 평행한 직선을 그어 AC와 만나는 점을 E라 한다.

⑤ DE가 삼각형 ABC의 넓이를 이등분 한다.





<증명> AB : BG = AB : AD = $\sqrt{2}$: 1

따라서 △ABC와 △ADE의 닮은비가

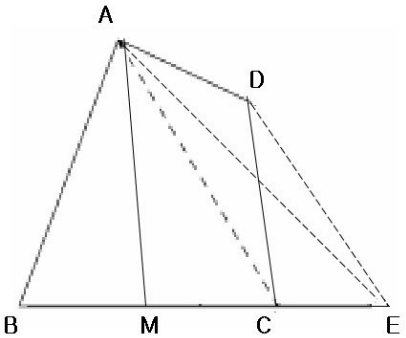
$\sqrt{2}$: 1 이므로 넓이의 비는 2 : 1 이다

∴DE는 삼각형 ABC의 넓이를 이등분한다.

5. 사각형의 한 꼭짓점에서 넓이를 이등분하는 직선의 작도

① 사각형 ABCD와 넓이가 같은 삼각형 ABE를 작도한다.

② BC의 중점을 M이라고 하면 AM은 사각형 ABCD의 넓이를 이등분 한다.



6. 두 직선의 가상의 교점으로 작도하기

종이 위에 있는 두 직선이 종이 밖에서 만나는 위치에 있을 때 종이 위의 한 점을 지나고 두 직선의 교점을 지나는 직선을 작도하는 방법을 알아보자.

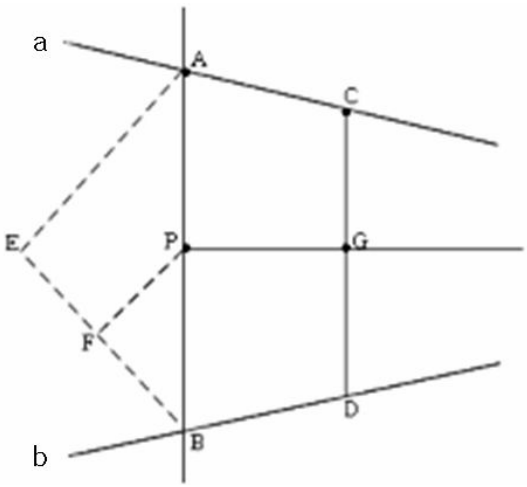
① 주어진 점을 P, 두 직선을 a,b라 한다.

② P에서 a,b와 만나는 직선을 그어 교점을 A,B라 한다.

③ a위의 점 C에서 직선 AB에 평행선을 그어 b와 만나는 점을 D라 한다.

④ 선분 CD와 길이가 같은 선분 EB를 작도한다.

⑤ 선분 AE를 그리고 P에서 AE에 평행한 직선을 그어 EB와 만나는 점을 F라 한다.



⑥ 선분 CD위에 EF의 길이만큼 CG를 잡는다.

⑦ 직선 PG는 a,b,의 교점을 지난다.

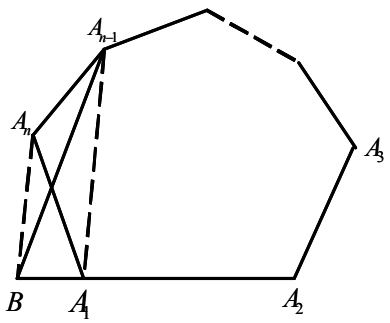
<증명> AP : PB = EF : FB = CG : GD 이므로 PG는 a,b의 교점을 지난다.

7. 주어진 다각형과 같은 넓이의 정사각형의 작도

① 주어진 n다각형을 A_1A_2,··· A_n이라 하자.

② A_n에서 선분 $A_{n-1}A_1$에 평행선을 그어 A_1A_2의 연장과 만나는 점을 B라 한다.

③ 그러면 다각형 BA_2A_3··· A_{n-1}의 넓이는 다각형 A_1A_2···A_n의 넓이와 같은 (n-1)다각형이다.

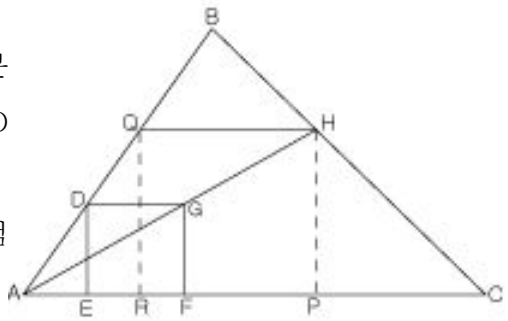


④ 계속하면 다각형 A_1A_2··· An과 넓이가 같은

삼각형을 작도 할 수 있다.

⑤ C의 6, C의 7 에 의하여 처음 다각형과 같은 넓이의 정사각형을 작도 할 수 있다.

8. 삼각형에 내접하는 정사각형의 작도



① 선분 AB에 임의점 D를 작도하여 선분 AC에 한변이 포함되고 한 꼭짓점이 점 D인 정사각형 DEFG를 작도한다.

② 반직선 AG를 작도하여 변 BC와의 교점을 H라 하자.

③ H에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 P라 한다.

④ H에서 AC에 평행한 직선이 AB와 만나는 점을 Q라 한다.

⑤ Q에서 AC에 내린 수선의 발을 R이라 하면 사각형 QRPH는 삼각형 ABC에 내접하는 정사각형이다.

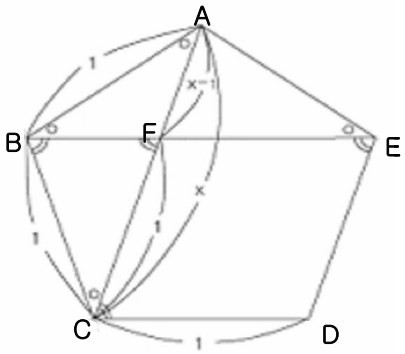
<증명> △ABH와 △AHP 에서 닮음비를 사용하면 쉽게 증명된다.

DG : QH = AG : AH = GF : HD.

DG = GF 이므로 QH = HP.

따라서 사각형 QRPH는 정사각형이다.[9]

9. 정오각형의 작도



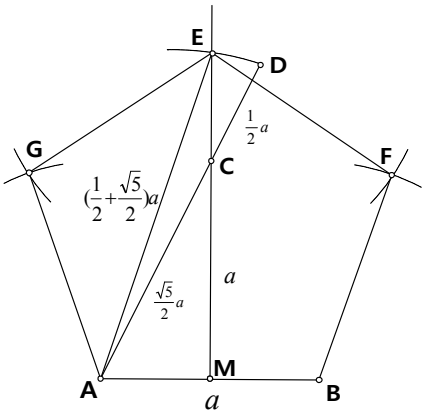
한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE에서 △ABC와 △BFA는 닮은 이등변 삼각형이다.

따라서 $x : 1 = 1 : (x-1)$

$x(x-1) = 1$

$x^2 - x - 1 = 0 \qquad \therefore x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$

따라서 정오각형의 대각선이 $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$를 작도 할 수 있으므로 정오각형을 작도 할 수 있다.



① 정오각의 한 변의 길이가 a라고 하자.

② AB의 수직 이등분선 위에
AB = MC인 C를 작도 하면
AC = $\frac{\sqrt{5}}{2}a$ 이다.

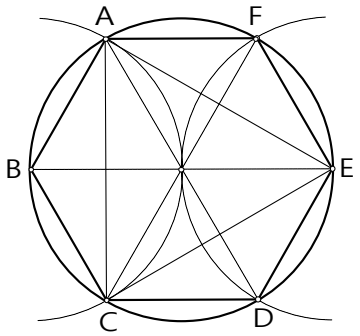
③ AC의 연장에 CD=$\frac{1}{2}a$가 되는 점 D를 잡으면 AD=$(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2})a$ 이다.

④ A를 중심으로 하고 반지름이 AD인 원이 직선 MC와 만나는 점을 E라고 하면 E는 정오각형의 한 꼭지점이다.

⑤ 점 E, A, B에 중심을 두고 반지름이 a인 원을 그려 원들끼리 만나는 점을 F, G라 하면 정오각형 ABFEG는 정오각형이 된다.

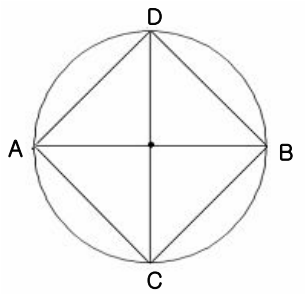
E. 원에 내접하는 정다각형

1. 원에 내접하는 정삼각형과 정육각형의 작도
오른편 그림과 같이 원에 내접하는 정육각형의 한 변의 길이는 이 원의 반지름과 같으므로 원의 반지름과 길이가 같은 현으로 원주위의 점을 여섯 번 작도 할 수 있다. 원주위의 각 점을 이으면 정육각형이 되고 하나씩 건너 이으면 정삼각형이 된다.



2. 원에 내접하는 정사각형의 작도.

한 지름AB에 수직이등분 지름을 작도하여 두 지름이 원과 만나는 점을 C,D라고 하면 사각형 ACBD는 정사각형이 된다.



3. 원에 내접하는 정오각형의 작도

① 중심 O를 지나는 지름 AB를 작도한다.

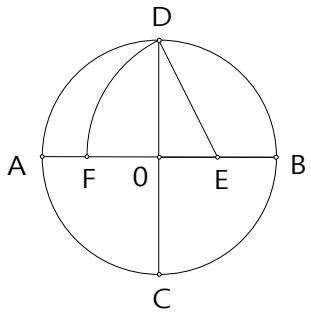
② AB의 수직이등분선을 작도하여 원과 만나는 점을 CD 라고 한다.

③ OB의 이등분점을 작도하여 E라 한다.

④ AB위에 DE = FE가 되도록 F를 작도한다.

⑤ 현의 길이가 FB가 되도록 원주 위를 네 번 연속 으로 나눈다.

⑥ 원주위의 각 점을 이으면 원에 내접하는 정오각형이 된다.

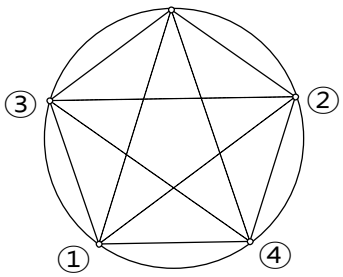


<증명> 원의 반지름을 a라고 하면

$OE = \frac{1}{2}a$, $OD = a$ 이므로

$DE = \frac{\sqrt{5}}{2}a$, $FB = (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2})a$이다.

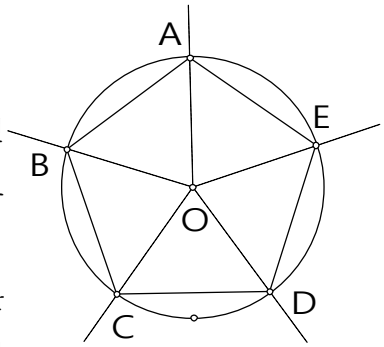
따라서 FB는 정오각형의 한 대각선의 길이 이므로 정오각형이 된다.



<다른 방법>

한 변의 길이가 주어진 정오각형이 작도 되었다고 하자.

두 꼭짓각의 이등분선의 교점O은 정오각형의 외접원의 중심이 되므로 중심 O에서 각 꼭짓점을 잇는 직선을 긋고, O에서 주어진 반경의 원을 그려 그 교점을 구하면 원에 내접하는 정오각형을 작도 할 수 있다.



반대로 원에 내접하는 정오각형을 이용하여 한 변의 길이가 주어진 정오각형도 작도 할 수 있다.

즉 원에 내접하는 정오각형이 주어졌다고 하자.

한변의 길이가 a로 주어진 정오각형으로 바꾸려면

위 그림에서 직선 OC위에 CD : OC = a : OP가 되는 P를 작도하면

한변의 길이가 a인 정오각형을 작도 할 수 있다.

4. 원에 내접하는 정 15각형의 작도

정 15각형의 중심각은 24°이다.

정오각형의 중심각은 72°이고 정삼각형 중심각은 120°이므로 두각의 차 48°를 작도 할 수 있고 48°의 이등분인 24°를 작도 할 수 있다.

따라서 원에 내접하는 정 15각형을 작도 할 수 있다.

이를 직접 도형으로도 설명할 수 있다.

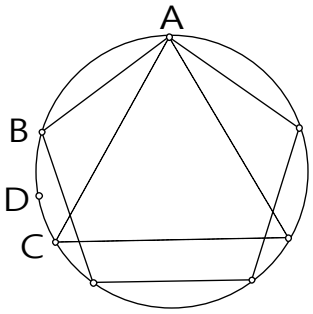
이미 작도된 정3각형과 정5각형을 이용하면 정15각형을 작도할 수 있다. 먼저 정3각형과 정5각형을 점 A가 일치하게 그림과 같이 원에 내접시킨다.

그러면 호 AB는 원주의 $\frac{1}{5}$이고 호 AC는 원주의 $\frac{1}{3}$이 된다. 이 때 호 BC는 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{5}$의 차인

$\frac{2}{15}$가 되고 호 BC의 중점을 D라 하면

호 BD는 원주의 $\frac{1}{15}$이 된다.

그러면 한 변의 길이가 BD인 정 15각형을 작도할 수 있다.[8]



5. 원에 내접하는 정다각형의 작도

Gauss(1777~1855독일수학자)는 정17각형의 작도법을 발견하였고, 정n각형이 작도가능하기 위한 필요충분조건은 『$n=2^r P_1 \cdot P_2 \cdots P_s$($r$,s≧0, $P_1, P_2, \cdots P_s$는 서로 다른 Farmat 소수)인 꼴이다』임을 증명했다. Farmat 소수는 양의 정수중 $P = 2^{2^k}+1$ 의 꼴인 소수를 말한다. 이 정리에서 작도 가능한 정 n각형은 3,4,5,6,8,10,12,15,16,17,20,24,30,32,34,40,48,····· 등이다.[7]

정n각형이 작도 가능하면 중심각을 이등분하면 정 2n각형이 작도 가능하다.

n = 3, 4, 5, 그리고 15일 때 작도 가능했으므로

n = 3, 6, 12, 24, 48 ···

n = 4, 8, 16, 32, 64 ·····

n = 5, 10, 20, 40, 80 ·····

등이 작도 가능하다. 따라서 원에 내접하는 정n각형은 높은 수준의 이론을 적용하지 않더라도, n = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16 등 일 때는 작도 가능함을 설명할 수 가 있고 또한 직접 작도 할 수도 있어서 중등학교 현장에서 누구나 쉽게 이용할 수 있다고 본다.

Ⅳ. 결　론

본 논문은 중등학교 수학 에서 반드시 다루어야 할 평면도형의 작도 문제과 다양한 도형들의 작도법에 대하여 열거 하였다.

Ⅱ장에서는 유클리드 원론에 대해서 알아보았고, 기하교육의 필요성과 중학교 수학에서 기하부분이 어떻게 다루어지고 있는지 교육과정에 대해 살펴보았다. 수학의 역사가 기하학의 역사라고 해도 과언이 아닐 정도로 기하학은 수학사 속에서 중요한 위치를 차지하고 있다. Ⅲ장 에서는 7단계 중학교 기하 교육과정의 기본적인 작도에 대해서 알아보고 이와 같은 관점에서 작도 문제 풀이 과정은 해석, 작도, 증명 등으로 알 수 있었다. 또한 7단계가 아닌 기본 작도에 대해서 알아보고 더 나아가 기본작도를 이용하여 여러 가지 도형의 작도하는 방법에 대하여 알아 보았다.

기하 영역은 학교 수학교육에서 중요한 역할을 차지하고 있다. 기하 영역의 지도를 통해 학생들의 공간 지각력을 개발, 육성함은 물론, 학교 수학교육의 중요한 목표들 중의 하나인 논리적 사고력 신장이 다른 영역들보다 기하 영역에 보다 긴밀하게 관련된다.

우리나라는 현재 중학교에서 다양한 수학 교과서가 있다. 이처럼 다양한 교과서들을 제작하는 이유들 중의 하나는 수학 교육에서 다양성을 인정하기 때문일 것이다. 즉 수학적 개념이나 문제들에 대한 다양한 접근, 그리고 다양한 학습 내용의 전개를 가능하게 하기 위한 것도 한 이유일 것이다.

기본 작도는 교과서에서 필수적으로 다루어져야 하며, 일반 작도는 컴퓨터를 이용하여 연습문제 또는 응용문제 등으로 다루는 것을 봄으로써 학생들에게 좀 더 시작적인 효과를 얻도록 해야 한다.

작도라는 수학적 활동의 목적은 작도 방법, 즉 작도 절차에 대한 기능적 숙달보다는 그 활동을 통한 논리적 사고력 발달에 두어야 할 것이다. 또한 도형을 이용한 학습이 효과적임을 인식하고 기하교육이 더욱 강조되어야 한다.

제가 연구한 평면도형들의 작도법은 아직 중고등학생ㄷㄹ에게는 어려운 작도법이다. 하지만 교사로써 다양한 도형들의 작도법이나 또 한 가지 방법으로만 가르키지 않고 여러 가지 방법으로 작도 할 수 있는 방법을 학생들에게 가르키고 또 다양한 도형들 중에서 보기만 해도 어려워 보이는 작도들이 있지만 생각보다 쉽게 작도 가능하는 게 있으므로 이런 부분들을 학생들에게 지도 해 준다면 좀 더 학생들이 흥미로워 할 것이다.

작도는 수학을 잘 모르는 사람일지 라고 쉽게 배울 수 있으며, 다양한 사고를 유도한다는 면에서 창의력 학습과도 관련이 깊다.

이 논문을 접하는 모든 사람들이 작도에 조금이라도 관심을 가지고 기하학을 좀 더 친근하게 여겼으면 한다.

참 고 문 헌

1. 나귀수, 기하 개념의 이해와 적용에 관한 소고, 대한수학교육학회 논문집, 제 7권 제 2호, 1997, pp. 349-358
2. 성숙경, 초등기하 작도 문제에 관한 고찰, 성균관대학교 교육대학원 석사 학위 논문, 1998
3. 우정호, 수학 학습 - 지도 원리와 방법, 서울대학교출판부, 2000
4. 한인기, 작도 문제의 해결방법, 한국수학교육학회시리즈E <수학 교육 논문집> 제 9집, 2000, pp. 153-164
5. 류제균, 중학교 2학년의 작도 능력 실태 조사 분석 및 활용방안, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문, 2000
6. 장혜원, 중학교 기하 영역 중 작도 단원에 관한 고찰, 대한수학교육 학회 논문집, 제 7권 제 2호, 2000, pp.327-336
7. 김덕수, 기하학적 작도의 가능 불가능에 관하여, 충남대학교, 석사 학위 논문 1983, pp.15~17
8. 임성진, 작도에 관한 종합적 연구, 연세대학교 교육대학원 석사 학위 논문 2007, p.25
9. 최행진, 수학 도깨비에게 작도 배우기, 교우사, 2009, pp.61~62
10. 장혜원, 중학교 기하 영역 중 작도 단원에 관한 고찰, 대한 수학 교육 학회 논문집, 제 7권 제 2호, 1997, pp. 327~336
11. 한인기, 작도 문제의 해결방법, 한국 수학 교육학외 시리즈 E,<수학 교육 논문집> 제 9 집, 1997, pp. 153~164