creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000237643

2009년 2월

教育學碩士(數學教育)學位論文

數學史를 利用한 學習指導資料 硏究

- 中學校 數學教育을 中心으로 -

朝鮮大學校 教育大學院

數學教育專攻

林 成 愛

數學史를 利用한 學習指導資料 硏究

- 中學校 數學敎育을 中心으로 -

A study on the development of instructional materials using the history of mathematics
-Focused on the middle school mathematics education-

2009년 2월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

林 成 愛

數學史를 利用한 學習指導資料 硏究

指導敎授 金 南 吉

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 提出함.

2008년 10월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

林 成 愛

林成愛의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함.

審査委員長　朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____印

2008년　12월

朝鮮大學校 敎育大學院

- 목　　차 -

ABSTRACT

Ⅰ. 서　론 ····· 1

A. 연구의 필요성 및 목적 ····· 1
B. 연구의 내용 ····· 2

Ⅱ. 이론적 배경 ····· 3

A. 수학교육의 필요성 ····· 3
B. 수학사와 수학교육 ····· 5

Ⅲ. 본론 ····· 9

A. 중학교 수학 교과서에 도입된 수학사 내용의 단계별 분석 ····· 10
B. 교과 내용과 관련된 단원별 수학사 지도 자료 ····· 19
C. 수학사를 활용한 학습지도안 ····· 53

Ⅳ. 결론 및 제언 ····· 57

참고문헌 ····· 59

-표 및 그림 목차-

[표-1] 7-가단계의 수학사 내용분석 ····· 10

[표-2] 7-나단계의 수학사 내용분석 ····· 12

[표-3] 8-가단계의 수학사 내용분석 ····· 13

[표-4] 8-나단계의 수학사 내용분석 ····· 14

[표-5] 9-가단계의 수학사 내용분석 ····· 15

[표-6] 9-나단계의 수학사 내용분석 ····· 16

[표-7] 7단계 수학사 내용의 유형별 분석 ····· 17

[표-8] 8단계 수학사 내용의 유형별 분석 ····· 17

[표-9] 9단계 수학사 내용의 유형별 분석 ····· 18

[표-10] 단원별 관련 수학사 자료목록 ····· 19

[그림1] 피라미드 높이 재기 ····· 43

[그림2] 정오각형 ····· 46

[그림3] 정오각형의 작도법 ····· 47

[그림4] 황금비 ····· 48

ABSTRACT

A study on the development of instructional materials using the history of mathematics
-Focused on the middle school mathematics education-

Lim Sung-ae
Advisor : Prof. Kim Nam-gil Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

Throughout the history of mathematics, students have been trained in mathematical considerations and in the correct understanding and attitude towards math, thereby allowing them to apply appropriate mathematical tools to their study of the discipline.

Therefore, in this thesis, I investigate whether introducing the history of mathematics in middle school curricula is beneficial in students' ability to properly apply mathematical principles.

First, I discuss the necessity and the advantages of including the history of mathematics in math education.

Second, I analyze the seventh editions of the fifteen middle school mathematics textbooks in order to determine the inclusion and quality of inclusion of the history of mathematics.

Third, through a careful analysis of fifteen textbooks, I identified and focused on important figures in mathematics, researching a variety of materials related to these important mathematicians.

Through the findings of this research, it is possible to increase students' motivation in mathematics. In order to do so, it is recommended

that schools introduce the history of mathematics in their classes and that there is continued, thoughtful research and the continued commitment of teachers to student education.

Ⅰ. 서 론

A. 연구의 필요성 및 목적

수학은 문명의 발달과 더불어 오랜 시간 동안 발전해 왔다. 수많은 수학자들은 수세기에 걸쳐 많은 업적을 남겼고 자연과학, 인문과학, 사회과학, 생산기술이나 경제, 문화, 교통 등 우리 주변 곳곳에 스며들어 있다. 그러므로 수학은 우리의 삶에서 뗄래야 뗄 수 없는 아주 중요한 역할을 담당하고 있다.

하지만 대부분 사람들은 수학을 어렵고 재미없는 과목이라고 생각한다. 수학적 지식을 사용하는 직업을 갖지 않는다면 아주 기본적인 사칙연산만 할 수 있어도 살아가는데 불편하지 않다고 생각하기 때문이다. 그것은 우리나라 수학교육이 입시위주의 교육 중심으로 학생들에게 이해가 아닌 암기위주의 교육 및 수학적 지식을 일방적으로 전달하고 그 과정에서 발생하는 근본적인 의문은 해결해주지 못한 채 시험을 잘 보기 위해 무조건적인 반복학습으로 공부하기 때문이다.

우정호 교수는 학교 수학은 계산법과 알고리즘이 루틴으로 적용되어 자동적인 취급을 가능하게 한다는 본성 때문에 그 교육이 위태롭게 되기 쉬운 면을 갖고 있고 설명으로 도입되고 예시된 계산법과 알고리즘의 틀에 박힌 적용 훈련으로 학생들의 사고 가운데 기계적인 반응 양식이 형성되어 수학적 사고의 특징인 유연성과 발전적 적용 가능성은커녕 수학적 사고의 발달, 나아가 지적 발달을 해치는 아이러니컬한 결과가 될 수 있는 것이라고 하였다. 그래서 학년이 올라갈 때 마다 더욱 수학에 대해 흥미를 잃어가고 복잡하게만 생각하고 느끼는 것이다. 따라서 학생들이 수학에 흥미와 지속적인 관심을 가질 수 있는 다양한 방법을 찾아야 할 것이고 그 방법 중에 하나가 바로 수학사의 지도이다. 인간에게는 자신의 뿌리를 찾으려는 본능적인 욕구가 있다. 수학시간에 수학사를 언급함으로써 수학에 대한 학생들의 흥미와 관심

그리고 호기심을 자연스럽게 유발할 수가 있다. 초등학교 중학년이 되면 역사적인 인물에 관심을 갖기 시작하고, 중학생이 되면 역사적 사건의 내면적인 흐름에 관심을 갖게 되어 나름대로 역사의식을 형성하기 시작한다고 한다. 매우 제한된 수학사적인 내용을 소개하더라도 학생들은 상상을 통해 수학의 역사적 흐름을 나름대로 짐작할 수도 있을 것이다.〔5〕

수학사는 학습에 생기를 불어넣을 수 있는 흥미로운 교재 연구로 효과적이다. 수학사를 살펴보면서 왜 수학이 생겨났고 타과목과 어떤 관계가 있으며 수학이 어떤 역할을 하는지 알 수 있다. 수학사를 적절하게 선정하여 학생수준에 알맞게 제시하면 수학자들의 고민을 학생들이 직접 경험함으로서 원리에 대한 이해를 높일 수 있다. 또한 수학의 역사적 배경과 일화 등을 통하여 수학의 이론을 이해하는데 흥미를 느낄 수 있고 수학적 아이디어를 재음미하여 보다 의미 있는 수학적 사고 활동이 가능하도록 도와줄 것이다. 뿐만 아니라 수학자들의 열정과 발견의 기쁨에 동참함으로써 수학자들과 가까워 질 수 있고 수학자들의 시대 사이의 간격을 좁혀줌으로써 공유감과 일체감을 가져올 수 있을 것이며 수학자들의 다양한 삶을 통하여 인생의 교훈도 함께 배울 수 있을 것이다.

B. 연구내용

본 연구의 내용은 다음과 같다.

첫째, 수학사에 대한 문헌 연구를 통하여 수학교육에서 수학사의 활용에 대한 이론적 배경 및 수학사의 역할에 대해 알아보았다.

둘째, 7차 교육과정의 중학교 수학교과서 15종에 도입된 수학사적 내용을 조사해 보았다.

셋째, 학습의 효과를 얻기 위해 15종교과서에 많이 소개된 수학사적 인물을 중심으로 보다 다양한 관련 수학사의 자료를 제시하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

A. 수학교육의 필요성

현재 정보화와 세계화 시대에 수학의 기능과 역할은 우리의 사회생활 속에 깊숙이 뿌리박혀 있다. 모든 강대국들은 수학을 중요하게 생각해왔다. 1997년 당시 미국의 클린턴 대통령은 미국을 수학 강국으로 만들겠다며 수학의 중요성을 강조했고 19세기 프랑스의 나폴레옹은 '수학은 국력' 이라 외칠 정도였다. 이렇듯 여러 나라가 수학의 중요성을 인식하고 있다. 물론 우리나라도 수학교육에 대한 열의는 높다. 하지만 입시위주의 교육으로 무작정 주입식으로 배우고 암기하고 풀기를 되풀이하는 교육으로 수학의 진정한 가치의 자유로운 사고와 창의성 개발과의 거리가 멀다. 그런 가운데 학생들은 수학을 혐오하고 수학의 필요성을 느끼지 못하고 있다. 따라서 수학이 갖는 가치에 대하여 교사는 교육적 입장에서의 올바른 가치관을 갖추어야 한다는 것이다.

NCTM(National Council of Teachers of Mathematics,1989)은 21세기 자유민주주의 체제하의 정보산업사회를 살아갈 학생들에게 수학적 소양과 수학적 힘을 기르기 위해서 수학교육이 필요하다고 하였다. NCTM은 수학의 학습목표로 수학의 가치를 알고, 수학하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적으로 문제를 해결할 수 있으며, 수학적으로 의사소통 할 수 있고, 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 들고 있다. 하지만 실제교육현장에서는 이러한 교육효과를 보지 못하고 있다고 해도 과언이 아니다.

우리나라 제 7차 교육과정에서는 국민 공통기본 교육과정의 수학과를 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과로 설정하고 있다. 그리

고 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하므로, 수학은 다른 교과의 효율적인 학습에 기초가 되는 교과라고 기술하고 있다. 한편, 우정호(1998)는 수학교육의 필요성을 수학교육이 교육의 일환으로 우리가 추구하는 자유 민주주의 사회의 이념을 구현하는 데 일익을 담당하고 있다는 데서 찾고 있다. 그에 따르면, 소위 '합리성'이란 개방 민주주의사회를 성립시키는 방법적인 원리인 동시에 무엇보다 소중한 교육적 가치인바, 수학적 사고력과 논리적 사고력의 함양이야말로 다름 아닌 합리성의 추구라 할 수 있으므로, 수학교육을 절대로 소홀히 할 수 없다는 것이다. [12]

그러므로 학생들에게 학문적 결과만을 가르치는 지식이 아닌 학생들 자신의 경험을 바탕으로 합리적 사고태도로 형성할 수 있게 가르쳐야 한다.

또한, 제 7차 중학교 교육과정(교육부 고시 제 1997-15호)의 수학교육 목표를 보면 다음과 같다.

수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다.

가. 여러 가지 생활 형상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다.

나. 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있다.

다. 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다. [6]

따라서 수학교과서를 합리적인 문제해결 능력과 논리적인 사고력, 추상적인 사고력, 창의적인 사고력 등 자연과학, 인문과학, 사회과학, 생산기술이나 경영의 문제까지도 그 영향력을 발휘하는 학습으로써 수학은 그 적용 범위가 매우 광범위한 학문임을 알 수 있다.

B. 수학사와 수학교육

1. 수학사 지도의 필요성과 이점

제 7차 수학 교육목표에는 수학에 대한 흥미와 지속적인 관심을 가지게 하는 것이 중요한 목표 중에 하나이다. 수학사는 학습자의 주의력을 집중하여 열심히 학습을 수행할 수 있는 동기로서 훌륭하다. 또, 여러 가지 수학적 지식과 이론들이 어떻게 만들어졌으며 어떠한 사회적 배경 아래에서 수학자들의 끊임없는 노력과 실패를 거듭해서 만들어졌음을 알 수 있으므로 수학을 가르치는 중요한 수단이 된다.

백석윤(1990)은 수학사 지도의 필요성을 다음과 같이 말하고 있다.

첫째, 수학 내용에 대한 역사적 의의를 알게 됨으로써 학생들의 수학에 대한 흥미, 적극적인 학습 의욕, 학습노력을 불러일으킨다.

둘째, 수학적 개념이나 내용의 생성, 변천과정을 통하여 학생들의 잘못된 인식과 오류개념을 정립시킨다.

셋째, 수학에 대한 무미건조함을 해소시킨다. 즉, 수학 내용을 실생활과 연결시켜 의미를 찾아볼 수 있게 하는 계기를 마련하고 수학 내용이 실생활과 유리된 불필요한 과목이라는 잘못된 편견을 시정할 수 있는 계기를 마련한다.

넷째, 수학의 형성배경이라 할 수 있는 수학자와 관련된 이야기나 당시 사회와 관련된 흥미로운 에피소드, 수학적 개념·내용의 발생과 변천 과정에 대한 재미있는 이야기로 학생들의 잘못된 선입관, 편견을 바람직한 방향으로 시정·유도하게 된다. 이를 위하여 수학사가 제공하는 수학자들의 관련 일화는 수학의 인간적인 측면을 인식하게 할 수 있고, 수학의 엄밀성, 완벽성에 대한 학생들의 거부감 해소에 도움이 된다.

다섯째, 수학의 발달과정은 자연과학의 발달과정과 밀접하게 연관되어 있

으므로 수학은 편협한 과목이 아니라 일반적인 성격이 강하고 적용 범위가 넓은 기초 과학 과목이라는 폭넓은 이해를 갖게 하는데 도움이 되며, 이러한 이해를 통하여 갖게 되는 수학에 대한 올바른 인식은 학생들의 수학 공부에 대한 올바른 태도를 가져다 줄 것으로 기대된다.

여섯째, 일선 교사의 적절한 방법을 통한 수학사의 응용은 학생들의 주의 집중과 변화를 가져오게 한다.

일곱째, 수학적 구조나 개념의 형성·발전 과정의 고찰은 학생의 수학적 구조나 개념의 형성에 도움이 되고, 수학 교육과정의 연구에도 중요한 참고 자료가 된다.〔2〕

정동권(1998)는 교사를 위한 수학사 개론에서 수학교육에 수학사를 도입해야 할 필요성과 역할을 다음과 같이 말하고 있다.

첫째, 수학에 대한 올바른 인식을 하게 해준다. 수학사는 수학적인 문제 그 자체 외에도 수학의 형성배경이라 할 수 있는 수학자와 관련된 이야기나 당시 사회와 관련된 이야기나 그것에 관련된 흥미로운 에피소드, 그리고 하나의 수학적 개념이나 내용의 변천과정에 얽혀있는 이야기 등으로, 학생들로 하여금 수학에 대하여 갖고 있는 잘못된 선입관, 또는 편견을 바람직한 방향으로 유도하는 것을 가능하게 할 것이다.

둘째, 수학에 대한 흥미를 유발시키기도 하며, 수학수업을 활기차게 만들어 주는 역할을 한다. 수학사에 대한 풍부한 지식과 이해는 수학교사에게 수학적인 지식과 아울러 상호보완의 역할을 하여 즐거운 수학학습의 기회를 교사나 학생 모두에게 가져다 줄 것이다.

셋째, 자연현상과의 관련을 이해하게 하여 수학이 폭넓은 기초과학임을 자각하게 해준다. 수학사에 종종 등장하는 자연과학의 발달현상에 대한 이야기는 자연계에 존재하는 여러 가지 원리들이 수학과 어떠한 관련이 있는가를 간접적으로나마 이해할 수 있게 해준다.

넷째, 수학교육과정의 연구에 있어서 중요한 참고 자료가 된다. 수학사는 수학교육과 관련해서 보다 광범위하고 일반적인 측면에서도 응용될 수 있다.

수학사에서 찾아볼 수 있는 일련의 수학적 구조나 개념의 형성, 발전 과정의 고찰은 학생들의 수학적 구조나 개념의 형성과정을 연구하는데 도움이 될 것이며, 나아가서는 수학 교육과정의 연구에서도 중요한 참고자료가 될 것이다.

우정호 교수(1997)는 수학사의 수학교육에서의 이점을 다음과 같이 제시하고 있다.

첫째, 알고리즘적 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는데 이용할 수 있다.

둘째, 교육과정 구성에서 '자연스런' 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서 수학의 아이디어의 발달과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다.

셋째, 수학의 역사적 발달과정을 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 접해보게 하여 학습동기를 유발하고 수학학습에 생기를 불어 넣을 방안을 찾을 수 있다.

넷째, 현대 기술문명의 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히, 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다. [5]

또 역사적으로 극복한 수학적 어려움은 아이들에게도 일부 나타날 수 있다. 이러한 어려움의 극복이 해결방안이 될 수 있다.

2. 역사 발생적 원리

발생적 원리란 논리적 형식적으로 전개된 결과적 지식체계로서 가르치는 형식적인 수학교육에 대한 반성으로 그 결함을 극복하기 위해 제기된 수학학습-지도 원리를 말한다.

수학의 논리적 구조는 그 발생과정을 숨긴 세련된 결과로서 제시되므로 학생들에게 수학이 천재들의 결과물로 이해된다. 또 최종적인 연역체계로 수학을 제시하므로 학생들은 이해하기가 어렵게 된다. 연역적으로 전개되는 수학

을 제시하는 것은 수학의 역사를 부정하는 것이며 다른 분야와의 관계를 부여하는 기회를 박탈하는 것이다. Poincare 나 Klein 등은 수학의 역사적 발달의 과정에 따라 소박하고 직관적인 상태에서 천연적인 형식화 단계를 거쳐 마지막에 연역적인 형식체계에 이르도록 지도하는 것이 자연스럽고 과학적인 지도방법이라고 주장했다.

우정호 교수는 역사 발생적 원리는 수학을 완성된 결과물로 보는 것이 아니라 수학화 과정을 되밟게 함으로써 바르게 이해되고 적용될 수 있다는 생각을 바탕으로 한 것이다.

Clairaut의 기하 교과서(Elemens de geometrie)는 내용과 학습 활동을 조직하는데 수학의 역사적 발달을 지표로 사용한 최초의 교과서이고 발생적 방법에 따른다. 19세기 Linder는 발생적 원리를 '역사 발생적 방법'이란 일반적인 교수학적 구상으로 명확히 드러냈다. 19세기 후반에 Haeckel은 Darwin의 영향을 받아 '재현의 법칙'을 발달시켰으며, 교육 과정 구성에서 생물학적 발달 관념에 따라 역사 발생적 원리를 따랐다. 20세기 초 Klein은 독일의 수학 교육 개혁 운동을 주도하여 대학 수학과 '초등 수학'사이의 틈을 없애고, 학교 수학의 내용을 발달된 수학의 실제적 상태에 보다 접근시켜 전체 학교 수학의 근본적인 재 조직화를 시도하였다. 또 Poincare는 '교육자는 아동을 그의 선조가 통과한 모든 단계를 매우 빨리 그러나 어떤 단계도 소실되지 않게 인도해야 한다.'고 주장하였다.

나아가 20세기 수학교육은 Dewey의 교육사상의 영향을 받아 지식 중심에서 실천 지향적인 아동의 활동 중심으로 바뀌었다.

역사 발생적 원리에 따른 구성교재 중 Toeplitz가 말한 간접적인 발생적 원리에 따라 구성된 Clairautd의 기하 교과서 가운데 '삼각형의 내각의 합이 180도이다' 는 철학적 교육적인 측면에서 발견과정을 숨기고 있는 Euclidd원론과는 달리 증명에서 정의를 이용한다.

오늘날 역사 발생적 원리는 여러 학자들에 의하여 여러 가지로 형식화되어 옹호되고 있는데 그 가운데 Freudenthal의 '안내된 재발명 방법'은 특기할 만

하다. 그는 전통적인 수학 교육에서와 같은 기성의 지식체계에 따른 수학의 지도, 구체화를 통한 개념 형성을 위한 지도, 나아가 '새 수학'의 방법론을 '반교수학적 전도'라고 규정하면서, 수학하는 경험을 통한 수학적 대상의 구성, 수학 학습 과정의 관찰과 반성, 수준의 비약을 통한 수학화 경험을 골격으로 한 재발명 방법을 구현하고자 그 기초 연구에 전념하였다. [5]

Ⅲ. 본 론

수학사를 수학교육에 활용하기 위해서 그 지도 내용과 지도 방법에 관한 구체적인 방법에 대하여 살펴보기로 하면

첫째, 단원내용과 관련된 수학자들의 생애, 업적, 일화, 개인적·사회적·문화적 환경을 소개해준다. 수학자들의 어린 시절과 성장 과정, 수학을 공부하게 된 주요한 동기, 가족과 친구들의 후원과 격려, 선배 및 동료 수학자들과의 에피소드, 주요 업적들을 소개한다. 이것을 통하여 수학자들의 용기, 순수, 집중력, 그리고 극복해낸 역경 및 사회적 환경 등에 대한 이해를 함께 할 수 있도록 한다. 따라서 수학자들의 삶을 통하여 교훈도 얻을 수 있을 것이다.

둘째, 수학사에 등장하는 문제를 활용한다. 과거의 문제를 풀어보게 함으로써 수학개념의 등장배경을 소개해주고 현재의 세련된 풀이방법이 나오기 까지 많은 시간과 노력이 필요하였다는 것을 이해하게한다. 또한 다양한 해결방법을 소개하여 비교해 보게 함으로써 수학문제의 풀이 방법이 한 가지 뿐이라고 생각하는 선입관을 버리게 해주고 다양하고 창조적인 수학적 사고를 경험할 수 있는 기회를 제공해준다.

셋째, 수학교육에서의 개념과 기호 및 용어에 대해 가르칠 때 그 개념 도입과정과 역사적 변천과정, 기호의 역사, 용어의 유래 등을 소개한다. 이를

통해 개념의 필요성을 인시시켜 흥미를 유도하고 기호의 편리성으로부터 짧은 시간에 많은 수학연구에 도움을 주었다는 것을 알게 한다.

넷째, 수학사적 내용을 활용할 때에는 교육과정에 보완적이고 부수적으로 사용해야하며 교육과정이나 이수 시간에 지장이 없는 범위 내에서 가르쳐야 한다.

다섯째, 수학사의 내용을 스스로 찾고 발표할 수 있도록 수행평가에 활용하여야 한다.

따라서 수학 교육을 더욱 풍요롭게 하기 위해 수학사에 관심을 갖고 바른 수학학습을 위해서 가장 훌륭한 수학 교육연구자가 되어 많은 연구를 게을리 해서는 안 될 것이다. 그러므로 본 논문에서는 현행 중학교 15종의 수학교과서에 소개 되어 있는 수학사 관련 내용을 분석하여 보고 좀 더 보충하였으면 하는 내용과 교사가 참고하면 좋을 수학사적 자료를 정리하여 보았다.

A. 중학교 수학 교과서에 도입된 수학사 내용의 단계별 분석

*1. 7*단계 수학 교과서의 수학사 내용분석

〔표-1〕 7-가단계의 수학사 내용분석

	집합과 자연수	정수와 유리수	문자와 식	함수
고려출판	칸토어 에라토스테네스의 체 오일러-짝수 유클리드-소수의개수 피타고라스-완전수 라이프니츠-이진법	비트만의 +,-사용	×,÷기호사용 바스카라-리라버티 디오판투스	라이프니츠-함수기호 데카르트-좌표
교학사		수학기호의 역사	피타고라스-제자의 수 디오판투스의 묘비	라이프니츠-함수기호
교학연구사	(칸토어) (에라토스테네스의 체) (데카르트-거듭제곱)	비트만 (데카르트-음수의 유래)	데카르트-미지수x 디오판투스의 묘비 린드의 파피루스	(라이프니츠-함수용어) (오일러-함수값의 기초) 데카르트-좌표

	수에대한 의미부여	(비에트)	산법통종,산학계몽에 있는 문제	함수의 역사
금성출판1	(벤다이어그램) 플라톤-대화론	오일러-음수 파스칼 마방진	(비에트) 방정식의 유래 린드의 파피루스	데카르트-좌표 아르키메데스-부피
금성출판2	(벤 다이어그램) 칸 토어 고대이집트의 수표기 방법 (에라토스테네스의 체)	·숫자의 발명	문자로 나타낸 식의 발전 방정식의 유래 린드의 파피루스	데카르트-좌표
대한교과서	칸토어 (에라토스테네스의 체)	수학기호의 역사	방정식의뜻과 미지수x 디오판투스의 묘비 린드 파피루스 산법통종에있는 문제-산반서의문제	라이프니츠
도서출판	피보나치 (벤 다이어그램) (에라토스테네스의 체)	음수의유래와데카르트 마방진	알-화리즈미 수학기호의 역사 디오판투스의 묘비 아벨	라이프니츠 데카르트-좌표
두레교육	칸토어 (에라토스테네스의 체)			
(주)두산	(칸토어) (벤다이어그램) 필즈상 (에라토스테네스의 체)	(브라마굽타-음수) 비트만의 +,— 오트레드의 수학기호	데카르트-미지수 디오판투스-산학 디오판투스의묘비	(라이프니츠) (데카르트)
블랙박스	(벤 다이어그램) (에라토스테네스의 체) (페아노-집합기호)	(디오판투스-음수)	(아메스 파피루스) (디오판투스-문자) (데카르트-미지수x)	데카르트-좌표 (오일러-함수기호)
중앙교육	벤다이어그램 에라토스테네스의 체 여러나라의 기수법	기호의 유래	린드의 파피루스	데카르트-좌표

〔표-2〕 7-나단계의 수학사 내용분석

	통계	기본도형	도형의 성질	도형의 측정
고려출판	통계의 유래 필즈상	유클리드의 원론	파포스-수학집성	아르키메데스-입체도형
교학사		유클리드의 원론		아르키메데스-입체도형 원주율Π이야기
교학연구사		(톨레미-각도기호) (가우스-합동기호) 기하학의 유래	(플라톤-정다면체) 로저펜로스	원주율Π의 역사 (기타Π의유래) (아르키메데스-입체도형)
금성출판1		플라톤-학교	가우스-정17각형	유클리드의 원론 유클리드의 일화
금성출판2	통계의 역사와 유래	유클리드의 원론	유클리드의 일화	아르키메데스-입체도형
대한교과서		유클리드의 일화	고대이집트와 그리스의 기하학	기하학의 유래
도서출판		고대 이집트와 그리스의 기하학 (탈레스)		피라미드 (존스의 Π)
두레교육				탈레스-피라미드 원주율Π의 유래
(주)두산		(기하학의 원론) 시어핀스키-피라미드 유클리드의 일화	뉴턴의 이야기 (오일러)	기하학의 유래 원주율Π 오일러 (아르키메데스)
블랙박스		(탈레스-맞꼭지각) 유클리드의 원론 (헤론-거리측정) (가우스-정17각형)	(원주율Π) 필즈상	(탈레스-피라미드높이) (피타고라스-180도) Π의역사
중앙교육	통계의 발달	기하학의 발생동기 유클리드의 일화		아르키메데스-입체도형
천재교육		황금비		필즈상
한서출판사		탈레스	플라톤-정다면체	(유클리드의 원론) (존스의Π),파포스 파피루스
한성교육		플라톤	기하학의 유래 유클리드의 원론	
형설출판사		기하학의 어원	유클리드의 일화	

2. 8단계 수학 교과서의 수학사 내용분석

[표-3] 8-가단계의 수학사 내용분석

	유리수	측정	식의 계산	방정식과 부등식
고려출판				유클리드 시화집문제 기호-레코드와 헤리엇
교학사	린드 파피루스		양휘산법,디오판투스, 알콰리즈미	
교학연구사	펠로스-소수 (피보나치-산판서) 순환소수 표기유래		(데카르트-거듭제곱)	(해리엇-부등호) (부기에르-부등호)
금성출판(1)	자연수 7이야기		(벨기에-지수)	(해리엇)
금성출판(2)	소수점의 발명			구장산술 레코드,해리엇,부게
블랙박스	(디오판토스-음수) (피보나치-분수기호) (스테빈-소수) 가우스	(아르키메데스-원주율) (파스칼-톱니계산기)	(로마인-계산기) (피보나치-계산술)	(워드만-+.-) (레코드-=) (헤리엇-부등호)
중앙교육	(스테빈,네이피어) 이집트-기약분수		하노이탑의 전설	
대한교과서				
도서출판	아라비아숫자와 소수 이집트인의 분수계산		문자의 사용	(카르다노와 타르탈리아-방정식의 근) 부등식의 유래
두레교육				구장산술
(주)두산	(스테빈-소수) 원주율Ⅱ	에라토스테네스-근사값		헤리엇과 브게르
천재교육	분수이야기	가우스		유클리드 책속문제
한서출판사				구장산술-문제
한성교육			비에트	해리엇, 부게르
형설출판사	스테빈-소수 원주율Ⅱ	마방진	마하비라에 나온 문제	피보나치-산반서문제

[표-4] 8-나단계의 수학사 내용분석

	일차함수	확률	도형의 성질	도형의 닮음
고려출판		파스칼과 페르마	유클리드 원론	탈레스-피라미드 시어핀스키-삼각형
교학사	라이프니츠, 오일러,코시,디리클레	파스칼과 페르마	기하학의 유래	탈레스-피라미드
교학연구사	(코시)	파스칼과 페르마	유클리드 원론 (화이트헤드,러셀-명제) 소피스트의 변명 (플라톤) 탈레스일화,갈릴레이 (가우스-합동기호)	탈레스 (라이프니츠-닮음기호) (에우독소스-비례론) 황금사각형과 정이십면체 시어핀스키-삼각형
금성출판(1)			(탈레스) 유클리드 원론	
금성출판(2)	베르누이	파스칼과 페르마	탈레스-피라미드	
블랙박스	(데카르트-미지수) (라이프니츠-함수용어) (오일러-함수기호)	(파스칼과 페르마)	(탈레스,피타고라스,유클리드원론)	(탈레스-피라미드) (피타고라스-180도증명)
중앙교육		안압지 주사위		탈레스-피라미드높이
대한교과서			중국-칠교판 탈레스의 정리	델로스의 섬이야기 닮음과 프랙탈
도서출판	(라이프니츠, 디리클레, 오일러)	파스칼과 페르마	(기하학 학자들) (카발리에리의 원리)	(닮음의 대한 연구학자)
두레교육		울프	유클리드-정다면체 파스칼과 페르마	탈레스-피라미드높이
(주)두산		파스칼과 페르마	유클리드의 원론	탈레스-피라미드 (라이프니츠-닮음기호)
천재교육		파스칼		탈레스의 증명
한서출판사		파스칼과 페르마	(유클리드의 원론) (탈레스-이등변삼각형) (피타고라스-정다각형) (유클리드-다각형)	탈레스-피라미드
한성교육	라이프니츠	파스칼과 페르마	유클리드의 원론	탈레스-피라미드
형설출판사		파스칼과 페르마	유클리드의 원론	탈레스-피라미드

3. 9단계 수학 교과서의 수학사 내용분석

[표-5] 9-가단계의 수학사 내용분석

	수와 연산	식의 계산	이차방정식	이차함수
고려출판	피타고라스-무리수 루돌프- $\sqrt{\ }$	비에트	타르탈리아 헤론,디오판투스 황금비 아르키메데스	뉴턴 아폴로니우스와 갈릴레이
교학사		헤론,디오판투스,브라마굽타, 비에트	황금비	갈릴레이
교학연구사	피타고라스-무리수 황금비 유클리드-증명		알콰리즈미 레베타후-문제 바빌로니아문제 구장산술문제 브라마굽타문제	(디리클레-함수개념)
금성출판(1)	(데데킨트)		바빌로니아	
금성출판(2)	피타고라스-무리수	비에트, 데카르트	방정식의 풀이법-타르탈리아,카르다노,아벨,갈루아	
대한교과서	원주율Ⅱ	아르키메데스의 원리		
도서출판	피타고라스-무리수		갈루아 황금비	함수개념의 유래
두레교육			구장산술	
(주)두산	루돌프- $\sqrt{\ }$ 피타고라스-무리수		(일콰리즈미) 황금비	
블랙박스	(피타고라스-무리수) (유클리드- $\sqrt{2}$ 증명) (루돌프- $\sqrt{\ }$)	(비에트-기호사용) (지라르-괄호기호) (오트레드-×) (랜-÷)	(헤론) (파스칼라-음의 근) 알콰리즈미 카르다노	(이프니츠, 코시,디리클레,아인슈타인)
중앙교육	피타고라스-무리수		조선시대수학자홍정하	뉴턴
천재교육	원주율Ⅱ 메소포타미아-60진법	수학의 기호		
한서출판사	(아리스토텔레스-무리스증명) 무리수의 역사	파포스	(알콰리즈미-근의공식) 세종대왕과 수학 최석정의 구수략	갈릴레이 (아폴로니오스)
한성교육		알콰리즈미,스테빈,데카르트	디오판토스 황금비	함수의 용어
형설출판사	피타고라스 황금비	가우스	양휘산법	

[표-6] 9-나단계의 수학사 내용분석

	통계	피타고라스의 정리	원의 성질	삼각비
고려출판		피타고라스의 정리	페르마의 마지막 정리	아리스타코스
교학사		피타고라스		히파르코스
교학연구사		피타고라스 황금비	플라톤 히포크라테스 레이저	삼각비 용어 바이오리듬곡선 아리스타코스 히파르코스
금성출판(1)		피타고라스	(탈레스-원주각)	히파르코스 톨레미 오일러
금성출판(2)	피타고라스-무리수	피타고라스 페르마의 정리	탈레스-원주각	아리스타코스,오일러
대한교과서		피타고라스 바스카라 수장산술문제		히파르코스
도서출판	상관관계의 연구학자	피타고라스	원에 대한 연구 아리스타코스	삼각비의 연구학자 히파르코스-삼각법의 아버지
두레교육		피타고라스		삼각비의 유래와 기호 IMO와 필즈상
(주)두산		피타고라스	유클리드와 에라토스테네스	아리스타코스 사인의 역사
블랙박스	(이집트-인구조사) (아헨발-통계용어)	(바빌로니아,인도) 피타고라스	(파피루스-원의 넓이) (탈레스,유클리드원론) (아르키메데스-원과구의 관계)	(아리스타코스) (프톨레마이오스) (오일러)
중앙교육		피타고라스		히파르코스
천재교육		피타고라스		
한서출판사		(바스카라) 피타고라스의 정리	(탈레스-원주각)	아리스타코스 에라코스테네스-지구의 반지름
한성교육	칼톤과 피어스	피타고라스의 정리	피타고라스,유클리드	
형설출판사		피타고라스의 정리	탈레스	탈레스

※ 위의 [표-1] ~ [표-6] 까지의 ( )는 '누가 무엇을'이라는 단답형으로 되어있음.

4. 단계별 수학사의 유형별 분석

〔표-7〕 7단계 수학사 내용의 유형별 분석

출판사	인물(24개)	유래(11개)	문제 및 일화등(7개)	총 42개
고려출판	12	3	2	17
교학사	3	3	1	7
교학연구사	3	4	4	11
금성출판(1)	7	3	2	12
금성출판(2)	3	6	2	11
대한교과서	2	4	4	10
도서출판	5	5	1	11
두레교육	2	1	0	3
(주)두산	7	2	3	12
블랙박스	1	2	1	4
중앙교육	4	4	4	12
천재교육	0	1	3	4
한서출판사	3	1	0	4
한성교육	5	4	2	11
형설출판사	0	2	3	5

〔표-8〕 8단계 수학사 내용의 유형별 분석

출판사	인물(21개)	뜻,유래(8개)	문제 및 일화등(8개)	총 37개
고려출판	4	1	1	6
교학사	9	2	0	11
교학연구사	5	2	3	10
금성출판(1)	0	2	0	2
금성출판(2)	6	2	0	8
대한교과서	2	1	1	4
도서출판	1	4	0	5
두레교육	4	1	0	5
(주)두산	4	2	0	6
블랙박스	1	0	0	1
중앙교육	1	1	2	4
천재교육	3	0	2	5
한서출판사	2	0	1	3
한성교육	5	1	0	6
형설출판사	3	3	2	8

〔표-9〕 9단계 수학사 내용의 유형별 분석

출판사	인물(36개)	뜻,유래(15개)	문제 및 일화등(5개)	총 56개
고려출판	11	2	0	13
교학사	7	1	0	8
교학연구사	7	3	4	14
금성출판(1)	4	1	0	5
금성출판(2)	7	1	0	8
대한교과서	4	1	1	6
도서출판	4	5	0	9
두레교육	1	1	2	4
(주)두산	5	2	0	7
블랙박스	2	1	0	3
중앙교육	4	0	0	4
천재교육	1	3	0	4
한서출판사	7	1	0	8
한성교육	7	2	0	9
형설출판사	3	2	0	5

(단, ( )부분은 교과서 내용분석 개수에서 제외함)

〔표-7〕,〔표-8〕,〔표-9〕에서와 같이 제7차 교육과정 중학교 수학과 교과서에 도입된 유형별 수학사적 내용을 조사해본 결과 7단계에서는 분류 유형 총 42개 중에서 모두 17개 이하이다. 그리고 8단계에서는 분류유형 총 37개중 모두 11개 이하이고 9단계에서는 분류유형 총56개 중에서 모두 14개 이하이다. 이처럼 많이 부족하다는 것을 알 수 있다. 교과서에 따라 약간의 차이가 있긴 하지만, 대부분의 교과서에 수학사의 내용은 단원의 간단한 역사적 발전 과정이나 단원별 관련된 유명한 수학자와 일화 등을 간단하게 소개하고 있다. 그리고 수학사적 자료가 단원마다 내용이 없거나 한 두 개 정도에 불과하고 어떤 출판사는 단원 마지막에 언급하여 학습에 별 영향을 미치지 못하는 경향도 있을 것으로 예상되고 또 어떤 출판사는 누가 무엇을 이라는 단답형 식으로 적혀져 있어 아무 흥미를 유발할 수 없어 매우 자료가 미흡하다는 결론에 이르렀다. 이러한 교과서의 내용으로는 실제수업에서 활용

하기 위한 내용이 아주 미흡하고 너무나 간략하여 단지 형식적으로 나타내기 위한 인상을 준다.

따라서 교사는 교과 내용을 학생들에게 지도할 때 수학사적 내용을 풍부하게 알고 있어야 수업의 도입부문에서 학생들에게 학습 동기부여를 의미 있게 할 수 있으리라 생각된다.

B. 교과 내용과 관련된 단원별 수학사 지도 자료

15종 교과서를 인물중심으로 조사한 결과 칸토르는 8종교과서에 소개되어 있고, 디오판투스는 12종 교과서, 데카르트는 10종 교과서, 파스칼과 페르마는 11종 교과서, 탈레스와 피타고라스는 15종 교과서, 유클리드는 14종 교과서, 아르키메데스는 9종교과서, 히파르코스는 8종교과서에 소개되어있다. 따라서 아래의 〔표-10〕에서와 같이 교과서에 많이 소개된 수학사적 인물을 중심으로 보다 다양한 관련 수학사의 자료를 조사해 보고자 한다.

〔표-10〕 단원별 관련 수학사 자료목록

단원	관련 수학사 자료
수와 연산	집합의 이론적 배경, 칸토르, 힐베르트 호텔 러셀의 패러독스, 피타고라스
문자와 식	방정식해법 찾기, 파피루스, 묘비명의 수수께끼 디오판토스, 구장산술, 산법통종, 릴라바티
규칙성과 함수	함수의 기원, 데카르트
확률과 통계	확률의 시작, 파스칼, 페르마
도형	탈레스, 유클리드, 정오각형과 황금분할
측정	기하학의 기원, 아르키메데스 삼각법의 기원과 그 발전

1. 수와 연산

집합은 초등학교 때 접하지만 중학교 1학년 신입생이 집합을 배울 때 집합 기호나 용어를 구체적으로 접하게 되어 매우 어려워한다. 그러므로 집합을 가르치기 전에 집합의 이론적 배경과 일화 그리고 수학자에 대해 간단히 소개함으로써 학생들이 지금 배우고 있는 내용에 대해 어떤 근원과 경로를 갖고 있는가를 알게 해서 시간적, 공간적으로 단절된 수학을 배우는 듯한 인식을 해소시킬 수 있다.

a. 집합의 이론적 배경

수학은 어떤 대상의 개수를 세거나 크기를 재는 것으로부터 시작된다. “한강변의 모래알이 개수가 얼마나 되느냐?” 라고 물었을 때 개수를 세려는 대상은 한강변의 모래알 전체이다. 또 평면상의 점은 모두 몇 개일까를 생각해 볼 수 있다. 여기서 우리는 개수를 세는데 있어서 두 가지 문제점을 지적할 수 있다.

첫째는 경계가 애매하기 때문에 그것의 개수도 분명히 말할 수 없다. 둘째는 개수가 유한인 대상은 셀 수 있으나 개수가 무한인 것, 예를 들면 모든 정수의 모임, 모든 유리수의 모임 등등도 셀 수 있어야 한다. 이 두 가지 문제점을 해결하기 위하여 1895년 칸토르(G. Cantor : 1845~1918)는 집합이론을 창시하였다. 그는 내용규정이 명확한 사물의 모임을 집합이라고 정의하였고, 두 집합의 원소사이에 일대일 대응이 존재할 때 두 집합은 같은 농도를 갖는다고 정의함으로써 유한집합의 개수에 해당하는 무한집합의 농도를 도입했다. 이렇게 하여 칸토르 이전까지는 애매모호하던 무한이라는 개념이 명확하게 취급되기 시작했다. 집합이론은 그 후 모든 수학의 기초를 확실하게 하는 도구가 되어 수학을 연구하는데 없어서는 안 될 중요한 위치를 차지하게 되었다. [3]

이러한 모순은 칸토르의 집합에 대한 정의가 완전하지 않기 때문에 발생한

것이다. 그러나 집합론 이외의 수학이론을 전개할 때나 자연과학 등에 응용할 때에는 칸토르의 정의만 으로도 충분하다.

b. 칸토르

집합론의 창시자 칸토르는 러시아의 상트페테르부르크의 부유한 상인 가정의 장남으로 태어났다. 아버지는 유대 혈통의 덴마크인 이며 어머니는 예술을 좋아하는 카톨릭 신자였다. 그들은 자녀들에게 최고의 교육을 시키기를 원하며 어려서부터 종교와 음악 등을 가르쳤고 칸토르가 11세 되던 해에 독일의 프랑크푸르트로 이주하였다.

칸토르는 어린 시절부터 수학에 재능을 나타냈지만, 그의 아버지는 그가 공학기술자가 되기를 원했다. 칸토르는 아버지의 뜻에 따르기로 결심했으나, 수학적 재능이 매우 탁월했기 때문에 대학을 진학했을 때에는 아버지도 수학을 전공하도록 허락하였다. 그는 스위스 취리히 공과대학에서 수학 공부를 시작했고, 얼마 후 베를린대학으로 옮겨1867년에 박사학위를 받았다. 그 후 할레대학교의 교수가 되었고 승진을 거듭하여 1897년에 정교수가 되었다.

할레는 작곡가 헨델이 태어난 곳으로서 항상 연주회와 오페라가 있는 음악의 도시이다. 또한 할레는 훌륭한 두 대학 도시인 베를린과 괴팅겐의 중간지점에 자리 잡고 있다. 19세기 후반에 베를린 대학은 수학 분야에서 세계 최고로서 활기찬 곳이었다. 괴팅겐 역시 최고의 대학으로서 특별히 수학과는 가우스부터 이어진 전통이 가득한 곳이었다. 칸토르는 이러한 좋은 학교로 옮길 수 있기를 항상 바라고 있었으나 끝내 초대받지 못하였다.

칸토르의 초기 관심사는 정수에 관한 것이었으나, 1874년 이후에 집합론과 무한이론에 관한 혁명적인 연구가 시작하여, 불과 29세의 젊은 나이에 놀라운 논문을 발표하였다. 칸토르가 보여준 무한집합론은 우리 중고등학교 과정에서도 나올 만큼 모든 현대수학의 기초가 되었지만, 발표했을 당시만 해도 내용이 너무 혁명적이어서 대부분의 수학자들은 이해하거나 받아들일 수 없었다. 무한에 관한 그의 연구는 엄청난 반대에 부딪쳤는데, 베를린 대학의 크

로네커 교수는 칸토르가 연구한 무한집합론을 수학과 종교에 대한 중대한 도전으로 받아들이고 칸토르에게 공격을 퍼부었다. 크로네커 일파는 칸토르의 집합론이 내포하고 있던 위험성을 본능적으로 인지하여 그의 발견이 고전적인 수학 세계의 조화를 무너뜨리고 말 것이라는 두려움으로 인해 칸토르를 괴롭혔고 칸토르의 논문을 방해함은 물론, 그가 베를린 대학으로 옮기려는 소망도 짓밟아버렸다. 감성이 예민한 칸토르는 이러한 상황을 견뎌내기가 힘들었을 것이며, 결국 정신병원을 오가는 신세가 되었다. 아주 많은 시간이 흐른 후에야 칸토르는 수학적 업적을 간신히 인정받았고 크로네커와도 화해를 했지만, 그때는 이미 칸토르의 정신병이 심각한 지경에 이르러 결국 그렇게 죽어간 불쌍한 천재였지만, 칸토르의 수학은 현대수학의 이정표를 만들었다. 당시 유럽의 사상계를 지배하던 기득권과 새로운 것을 거부하는 세계에 맞섰던 칸토르는 그의 논문에서 부르짖었다.

"수학의 본질은 사고의 자유에 있다."

수학사에 빛나는 큰 업적을 남기고도 인생을 정신병원에서 쓸쓸히 마치고 말았지만 칸토르는 우리들에게 무한이라는 새로운 세계를 열어준 훌륭한 수학자이다. 〔7〕

c. 힐베르트 호텔

"아무리 많은 분이 오셔도 좋습니다. 항상 방은 준비되어 있답니다."

위 안내문은 우주의 한 귀퉁이에 자리 잡은 '은하계 호텔'의 소개 문구이다. 이 호텔에는 자연수만큼의 객실이 준비되어 있는데, 위 안내문처럼 언제 어느 때라도 숙박이 가능하다는 편리함 때문에 온 우주에 소문이 자자했고 항상 손님이 들끓었다. 그래서 이 호텔 사장은 단번에 유명인사가 되었고, 방송 출연도 잦아지게 되었다.

어느 날 저녁, 토크쇼에 출연한 그는 그 비결에 대하여 다음과 같이 설명했다. "비결은 따로 없습니다. 모든 객실이 꽉 찼는데 새로운 여행객 한 쌍이 방문한다면 손님들에게 자기 객실의 번호에서 하나 큰 번호의 객실로 옮겨

달라고 부탁합니다. 1호실은 2호실로, 2호실은 3호실로 옮기는 거죠. 만약 자연수만큼 무한의 사람들이 몰려들면 모든 손님들은 자기 방 번호에 2를 곱하여 그 번호의 객실로 옮깁니다. 그러면 홀수 번호 객실은 모두 비게 되므로 첫 번째 손님은 1호실, 두 번째 손님은 3호실.... n번째 손님은 (2n-1)호실,.. 이렇게 지정해주면 어려울 것이 없습니다."

d. 러셀의 패러독스

러셀(B. Russel, 1872~1970)이 1903년에 발표한 모순에 관련된 내용 중 다음과 같은 것이 있다.

자기 자신을 포함하지 않는 모든 집합의 집합을 S, 즉 $S=\{X \mid X \not\subset X\}$라 할때 S는 자기 자신에 속할까, 아니면 속하지 않을까? 만약 S가 S에 속한다면 S의 정의에 의하여 S는 S에 속하지 않아야 한다. 또한 S가 S에 속하지 않는다면 마찬가지로 S의 정의에 의하여 S는 S에 속해야 한다.

위의 러셀의 역리는 1918년 러셀 자신에 의해 대중적인 형태로 표현되었는데, 이것은 이발사 패러독스로 잘 알려져 있다.

어느 마을에 들린 한 나그네가 그 마을에 있는 이발사에게 그의 경쟁상대가 있는지를 물었다. 이발사는 이렇게 대답했다. "아닙니다. 경쟁 상대는 없습니다. 나는 우리 마을에서 자기 스스로 수염을 깎지 않는 모든 사람들만 수염을 깎아 줍니다."

이 답변을 들은 나그네는 '이 이발사가 자신의 수염을 스스로 깎을까?'하는 궁금증이 생겼다. 같이 생각해보자.

먼저 이발사가 스스로 면도를 한다고 하자. 그러면 이 이발사는 자신의 수염을 스스로 깎는 사람에 대해서는 면도를 해주지 않기 때문에 결국 그는 자신의 수염을 자신이 깎지 않는 셈이 된다. 그렇다면 그가 자신이 면도를 하지 않는다고 해보자. 그러나 이 이발사는 스스로 수염을 깎지 않는 사람에 대해서는 모두 면도를 해주기 때문에 결국 그는 자신의 수염을 깎는 셈이 된다.

따라서 이발사는 자신의 수염을 깎을 때는 깎지 않고, 깎지 않을 때에는 깎는다는, 이러지도 저러지도 못하는 상황에 빠진 것이다. [11]

이러한 모순은 칸토르의 집합에 대한 정의가 완전하지 않기 때문에 발생한 것이다. 그러나 집합론 이외의 수학이론을 전개할 때나 자연과학 등에 응용할 때에는 칸토르의 정의만 으로도 충분하다.

e. 피타고라스

피타고라스는 고대 그리스 철학자이자 종교적 지도자로 수학과 천문학, 문학 이론 발전에 지대한 공헌을 했다. 순수수학을 연구한 최초의 수학자이며, 혹자는 피타고라스를 '수학의 역사' 자체라고도 말한다. 그는 이집트와 바빌로니아에서 유학했으며, 페르시아, 인도, 바빌로니아, 이집트 등 동방의 신비주의와 많이 접했고 그 지식들을 습득했다. 피타고라스는 탈레스와 아낙시만데로스의 영향을 많이 받았다고 한다. 그는 사모스로 돌아와서 학교를 설립하려했으나 실패하고, 사모스에서 추방당해 남부 이탈리아의 크로톤으로 이주하게 된다. 피타고라스는 마흔 즈음에 크로톤에 철학-종교 학교를 세웠는데 피타고라스학파가 생겨날 정도로 많은 추종자들이 그를 따랐다. 당시 사람들은 세계를 신화로 설명하려 했고 수학이나 과학을 통해 설명하려 하지는 않았다. 피타고라스도 현실주의자라기보다는 신비주의자였다. 추종자들은 그를 기적을 실행하는 자라고 믿었고 동시에 다른 장소에 나타날 수 있다고 믿었다. 피타고라스가 강물줄기를 만났을 때 물줄기가 솟아오르며 "피타고라스님!"하며 그를 맞았다는 이야기도 돌았다. 피타고라스는 영혼의 전이를 믿었는데, 한 번은 강아지가 뭇매를 맞는 장면을 목격하고는 "강아지를 그만 때려라. 이 개안에는 내 친구의 영혼이 살아 있다. 난 목소리에서 그것을 알 수 있다." 라고 말한 적도 있다고 한다. 이런 피타고라스의 미신적 사고는 비난받았지만 수학자로서의 피타고라스에 대한 평가는 달랐다. 신비주의적 관념에도 불구하고 '수'의 개념을 통해 세계를 설명해내려 한 지식인이었기 때문이다. 피타고라스학파는 내부의 일을 외부에 알리는 것을 금했고 모든 발견

은 스승에게 바치는 것이 전통이었다. 그들은 엄격한 교리에 따라 검소한 생활을 했고 신비한 의식도 행했다. 피타고라스학파는 금욕적이고 은둔적인 삶을 살았고 채식주의자로 생활했다. 물론 개인 소유는 어느 것도 인정하지 않았다. 이런 피타고라스학파를 비밀 결사로 보는 이도 있었다. 그 곳에서는 남자나 여자나 평등하게 회원이 될 권리를 가질 수 있었기 때문에, 피타고라스학파 중에는 유명한 여성 철학자도 몇 명 탄생했다.

피타고라스학파는 만물의 근원을 '수'로 보았다. 그들은 신으로의 영적 승화는 수학을 통해서 이뤄진다고 믿었다. 피타고라스학파가 득세함에 따라 그들은 정치에도 관여하게 된다. 정치적 반대파에 의해 학교가 폐쇄되고 피타고라스는 자객에 의해 살해당한 듯 했다. 하지만 피타고라스학파의 전통은 기원 2세기경까지 5백년 이상 이어졌다.

'3:4:5의 비율을 가진 삼각형은 직각삼각형'이라는 유명한 피타고라스의 정리는 이미 피타고라스보다 1천년 먼저 바빌로니아인들에 의해 밝혀진 사실이지만 그 증명을 해낸 사람은 피타고라스가 처음이었다. 피타고라스의 활동에 관해 알려진 바는 많지 않다. 피타고라스 학교가 그들의 발견을 발설하는 것을 금했기 때문에 오늘날 그의 제자들과 그의 업적을 구분해 내는 것이 불가능하다. 여하튼 피타고라스의 학교가 수학에 있어 눈에 띄는 공헌을 한 것만은 사실이다. 후에 집필된 기하학의 고전인 유클리드의 '기하학 원론'도 피타고라스학파의 업적들을 모아놓은 것이다. 피타고라스의 사고는 수와 신비주의가 한데 뒤엉켜 있다고 보면 된다. 그는 모든 물체는 숫자이거나 수들의 관계라고 생각했고, 모든 관계들이 수학적 관계들로 귀결된다고 믿었다. 이런 일반화는 음악과 수학, 천문학 연구에서 비롯되었다.

피타고라스학파의 업적 중 가장 중요한 것은 '정사각형의 대각선 길이는 변의 길이의 유리수배가 아니다'는 사실을 밝혀낸 것이다. 이 발견으로 인해 '모든 수와 그 비율이 기하학적 성질을 설명할 수 있다'는 믿음에 모순이 생기게 되어 수학계가 발칵 뒤집어지고 말았다. 이전까지는 무리수라는 개념이 없었고 유리수 범위까지의 수를 전체수라고 믿었기 때문이다. 이로써 무리수

의 존재가 밝혀지게 됐지만, 무리수의 존재를 인정하지 않았던 피타고라스는 $\sqrt{2}$발견을 비밀로 했다.

피타고라스학파들은 수를 홀수, 짝수, 소수, 합성수, 완전수, 조화수 등으로 분류했으며, 삼각수, 제곱수도 연구했고 인수의 합, 비례와 평균, 산술평균, 조화평균도 다뤘다.

피타고라스는 천문학에서도 중요한 아이디어를 개발했다. 그들은 지구가 둥글지도 모른다고 생각했던 최초의 사람들이었다. 그들은 월식이 일어나는 동안 달 위에 나타난 지구의 그림자를 보고 지구가 둥글 것이라고 추론했다. 또한 피타고라스학파는 지구가 고정되어 있는 것이 아니라 스스로 움직인다고 생각했다. 이는 당시로선 획기적인 생각이었다. 한편 그들은 지구뿐만 아니라 태양이나 달, 다른 행성들도 둥글고 서로의 주변궤도를 원으로 돌고 있다는 생각도 했다.

피타고라스는 다섯 가지 입체(정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체)가 우주의 근본이며, 흙은 정육면체로부터, 불은 정사면체(피라미드)로부터, 공기는 정팔면체로부터, 물은 정이십면체로부터, 구는 정십이면체로부터 생성된다고 보았다. 파타고라스는 불이 가장 중심에 위치한다고 생각했는데 이는 어쩌면(불을 태양으로 본다) 지동설의 모티브를 제공하지 않았나 하는 생각을 해봄직 하게 한다. 게다가 불은 피라미드로부터 생성되는데 이는 이집트의 태양신을 상징하기까지 한다. 피타고라스는 신만이 유일체이고 지구상의 모든 것은 복수체 라고 믿었다. 천문학에서 피타고라스학파는 천체들의 주기를 수학적 관계로 푸는 초점을 맞췄다.

피타고라스학파는 조화는 신에 의해 만들어진 '숫자들의 비율'이라고 생각했다. 피타고라스학파의 수철학은 자연현상안의 대칭과 조화의 성질을 찾았다는데 그 가치가 있다. 이들의 수철학은 우주로 확대돼 천구의 운동을 음표에 빗대 설명하는 '우주조화론'으로 일반화되었다. 이들은 천구의 행성들이 궤도를 '천구들의 조화'라고 불리는 우주 조화론은 케플러에게까지 영향을 끼쳤고 케플러는 각각의 행성운동을 서로 다른 옥타브의 음계로 표현하려는 시도

를 했다. 피타고라스는 또한 샛별이나 저녁별이 모두 같은 행성인 금성이라는 사실도 처음으로 알아냈다. 피타고라스 사후 1백년간 그리스의 천문학 발전은 정지된 것으로 보인다. 아리스토텔레스가 나타나기 전까지 말이다. 이후 피타고라스의 전통은 플라톤과 유클리드에게 전해졌다.〔1〕

2. 문자와 식

방정식의 해법 찾기는 고대 바빌로니아, 중국, 인도수학자들의 주요관심사 중 하나였을 만큼 옛날부터 관심이 많았다고 한다. 그러므로 방정식의 도입 부분에 역사적 발생과정 등을 언급하고 현재 수학시간에 배우는 내용과 밀접한 관계가 있는 과거의 수학문제를 발췌해서 학생들에게 제시하면 학생들이 그 문제를 해결하는 것에 대한 흥미와 동기를 유발하게 하고 현재 학생들의 풀이방법과 옛사람들의 해법을 비교하여 서로의 장단점을 논의해 봄으로써 수업을 활기 있게 이끌어갈 수 있을 것이다.

a. 방정식 해법 찾기

방정식의 일반적인 해법을 찾는 것은 고대 바빌로니아, 중국, 인도수학자들의 주요 관심사 중 하나였다. 가장 오래된 일차방정식은 기원전 1700년경의 고대 이집트의 수학책《린드 파피루스》에 실려 있는데 여기서는 미지수를 '아하(aha, 쌓은 더미라는 뜻)'로 표현한다. 예를 들면 "아하와 아하의 1/7의 합이 19일 때 그 아하를 구하라"라는 문제가 실려 있다. 이차방정식의 기본 해법은 기원전 6세기경 고대 이집트인과 바빌로니아인에 의해 발견되었으나 오늘날 우리가 배우고 있는 근의 공식과 비슷한 일반 해법은 알콰리즈미가 얻어냈다. 알콰리즈미는 인도 수학에 영향을 받았으며, 825년경에 아라비아어로 《복원과 축소의 과학(Algebrw′alumuquabala)》을 출판하였는데 라틴어로 번역되어 유럽에 급속히 알려졌다. 오늘날 대수를 영어로 알지브라(algebra)라고 하는데 그 어원이 algebr이다. 그러나 알콰리즈미 시대에는 아

직 음수가 만들어지지 않아 음의 근은 생각하지 못하였다.

삼차방정식이나 사차방정식의 해법은 16세기 중반에 이탈리아의 타르탈리아와 페라리가 각각 구하였다. 페라리는 사차방정식을 삼차방정식으로 변형하여 삼차방정식의 일반 해법을 적용시켜 해답을 얻었다. 사차방정식의 해법이 발견되자 오일러, 라그랑주 등 많은 수학자들은 오차방정식도 삼차방정식으로 변형하여 해를 구할 수 있으리라 믿어 도전하였지만 실패하였다.

그러다 사차방정식의 해법이 알려지고 약 300년 후 드디어 노르웨이의 천재수학자 아벨이 19세기가 되던 해인 1824년 오차방정식의 일반적인 해법은 얻을 수 없다는 것을 증명하였다. 즉, 오차 이상의 방정식은 이차, 삼차방정식의 경우처럼 계수들의 대수적인 연산과 제곱근호를 이용하여 풀어낼 수 있는 공식을 만들 수 없다는 것을 증명하여 방정식의 일반 해법을 구하는 문제는 마무리되었다. [1]

***b.* 파피루스**

파피루스의 '아하' 문제

'아하와 아하의 $\frac{1}{7}$의 합이 19일때, 그 아하를 구하여라.

가정법에 의한 고대 이집트의 풀이방법	현대의 풀이방법
가정법(假定法), 임시위치법(臨時位置法)은 정확한 값과 다를 가능성을 인정하는 특정한 값을 '아하'로 가정하고, 좌변에 보이는 연산의 결과를 가정한 수에 실행한다. 그리고 연산의 결과를 바라는 바와 견주고, 비례법을 사용하여 맞는 답을 찾는다. 즉, $(1+\frac{1}{7})$에 곱해질 답을 7이라고 가정하고 문제를 풀어보면, $(1+\frac{1}{7})\times 7=8$이 된다. 여기에서의 8이 19가 되도록 처음 가정한 수 7에 $\frac{19}{8}$을 곱한 $\frac{133}{8}$을 답으로 한다.	아하를 x라 놓고, $x+\frac{1}{7}x=19$ $\frac{8}{7}x=19$ $x=\frac{133}{8}$ 따라서 아하는 $\frac{133}{8}$이다.

c. 묘비명의 수수께끼

기원전 500년경 메트로도루스(Metrodorus)가 제작한 것으로 알려지고 있는 《고대 그리스 선집(Greek Anthology)》에는 디오판투스의 삶과 관련된 다음과 같은 재미있는 수수께끼가 기록되어 있다.

"신은 디오판투스에게 일생의 $\frac{1}{6}$소년기로 허락하고, 그 후 일생의 $\frac{1}{12}$후에 수염이 자라게 하였다. 그 뒤 일생의 $\frac{1}{7}$후에 결혼을, 그리고 5년 후에 아들을 주었다. 불쌍하게도 그의 말년에 태어난 아들은 그의 일생의 반의 나이까지만 생명이 허락 되었고, 그는 아들이 죽은 후 4년 뒤에 죽었다."

묘비명의 수수께끼를 방정식을 세워 풀어보자.

먼저 디오판투스의 나이를 x라고 하면 $\frac{1}{6}$을 소년로 보냈으니 $\frac{1}{6}x$ 수염이 날 때까지 $\frac{1}{12}x$ 그리고 $\frac{1}{7}$이 지나 결혼을 하여 $\frac{1}{7}x$ 결혼 후 아들을 5년 후에 낳았으니 $+5$, 여기에 아들이 죽은 후 4년을 더 살면 다음과 같은 방정식

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

을 세울 수 있다.

따라서 디오판투스는 84의 삶을 그리고 아들은 42세까지 살았다는 것을 알 수 있다.

디오판투스는 "묘비명의 수수께끼"에서 디오판투스의 나이를 구하는 문제로 유명하다. 15종 교과서에서 3종 교과서를 제외하고 모두 디오판투스의 문제가 나와 있다. 하지만 디오판투스의 업적이나 삶 등을 언급한 교과서는 많지 않다. 따라서, 디오판투스에 대해 간단히 소개해주면 더 좋을 듯하다.

d. **디오판투스**(200년경~284년경, 고대 그리스 알렉산드리아)

대수학의 아버지로 불리는 디오판투스는 처음으로 수학에 기호의 사용을 도입하고, 여러 형태의 흥미로운 방정식을 세우고 해법을 구하였다. 디오판투스가 활동하던 당시의 알렉산드리아는 국제적인 수학의 중심지였고, 이미 수학은 철학, 천문학에서 분리되어 여러 갈래로 분화되고 발전하고 있었다. 디오판토스는 정수론에도 많은 영향을 미쳤다. 디오판투스가 남긴 저서로는 《산술(Arithmetica)》, 《다각수에 관하여(On polygonal number)》, 《계론(Porisms)》, 등이 있는데 《다각수에 관하여》는 일부만 전해내려 오고 《계론》은 전해지지 않았다.

《산술》을 저술하면서 그는 고도의 독창성과 수학적 기량을 발휘하였다. 이는 초기 알렉산드리아 시대의 어떤 위대한 고전과도 견줄 수 있는 훌륭한 걸작으로서, 정방정식(유일한 해를 갖는 방정식)과 부정방정식(해를 여러 개 갖는 방정식)의 해를 구하는 약 130개의 문제들을 수집해 놓은 것이다. 부정방정식의 해를 구하는 방법은 오늘날에도 '디오판토스의 해석적 방법'으로 알려져 있다. 그러나 아쉽게도 최초의 13권의 책 중 단지 6권만 남아서 후세에 전해져 왔다. 《산술》은 여러 개의 미지수, 계산기호등을 사용하여 대수학을 만들어 1차, 2차방정식 및 연립방정식을 풀고 있고 후에 페르마에게 큰 영향을 주었다. 《산술》에 심취하여 연구하던 페르마는 산술의 번역복사본의 여백에 'n>2 일때 $x^n+y^n=z^n$의 정수해는 존재하지 않는다. 그러나 나는 지면이 부족하여 그 증명을 생략 한다'라는 페르마의 마지막 정리로 일반인에게 널리 알려졌고, 많은 수학자들이 페르마 정리를 증명하고자 도전하였으나 번번이 실패하고 결국 1998년에서야 영국 케임브리지 대학의 교수 앤드류 윌리스가 해결하였는데, 증명이 무려 200쪽이 넘는다고 한다. 페르마 정리가 증명되었다는 사실은 당시에 큰 뉴스가 되어 세계적으로 저명한 잡지와 신문에 실리며 수학자와 일반인의 축하를 받았다.〔1〕

e. **구장산술**(동양수학)

동양에서 제일 오래된 수학 고전인 구장산술은 중국의 진나라, 한나라 때 활용되던 산술서가 후한시대에 비로소 그 모습을 갖추게 된다. 그러나 과연 이 구장산술을 누가 집필하였는가는 알려져 있지 않다. 다만 236년에 삼국시대 위나라 사람인 유희가 주석을 붙여 펴낸 구장산술이 지금 전해 내려오고 있다. 머리말에 "옛날에 복희(중국 최초의 전설적인 황제)는 처음으로 8괘를 만들고 구구의 셈법을 고안하여 삼라만상을 다스리는 신통력을 발휘하였다." 라고 있으며 유희는 구장산술의 서문에서 중국 전설의 왕 포희씨가 팔괘를 그리고 구구셈을 지었으며 그 다음왕인 황제 때에 예수라는 사람이 숫자를 만들었다고 하지만 자세한 것은 알 수 없다고 밝히고 있다.

구장산술(九章算術)의 제 9장 방정장(方程章)에서 방정식이 소개되어 있는데 '방정식(方程式)' 이라고 하는 말은 여기에서 유래된 것이고 '방(方)'은 비교한다는 뜻이고 '정(程)'은 양(量)을 뜻한다. 다시 말해서 좌변과 우변을 대비하여 양변이 균형을 이루는지를 살펴본다는 뜻이다. 또한 방정식을 영어로 equation이라 하는데 equal과 같은 어원을 갖고 있으며 양변이 같음을 의미한다는 것이다. 또 다른 해석은 '방(方)'의 비교한다는 뜻과 '정(程)'의 수를 의미한다는 뜻이 결합된 것으로 두 수를 비교하여 같은 수로 만든다는 것 즉, 항등식 중에서 식 중에 문자가 특정한 값을 가질 때만 성립한다는 등식을 방정식이라고 한다.

중국에서는 당나라 시대에 와서 수학교육이 제도화 되어 산학이라는 학교도 설립되었고 구장산술을 비롯한 10종의 수학서가 교과서로 사용되었다. 산학을 공부하는 데는 모두 7년이 수학연한인데 그 중 구장산술은 3년에 걸쳐 배우게 되어 있었다. 구장산술은 특히 관리들이 실무적인 일을 처리하는데 부딪치는 여러 가지 문제들을 포함하여 수학지식을 집대성 정리한 책이다. 이 책은 방전, 속미, 쇠분, 소광, 상공, 균륜, 영부족, 방정, 구고장과 같이 모두 9장 246문제로 되어 있는데 문제가 나오면 곧바로 답이 나오고 그 다음에 계산법을 기록하고 있다.

제1장 방전(38문제)은 농지의 면적을 계산하는 것으로 분수계산, 최대공약

수 등이 있다.

제2장 속미(46문제)는 곡물을 교환할 때의 환산법에 관한 것이 있다.

제3장 쇠분(20문제)은 수열의 합에 의해서 실생활에 적용한 것들이 있다.

제4장 소광(24문제)은 직사각형이나 입방체의 한 변을 구하는 것으로 제곱근, 세제곱근의 계산이 있다.

제5장 상공(28문제)은 제방이나 토목공사 등 작업량을 계산하는 것이 있다.

제6장 균륜(28문제)는 세금 징수할 때 곡물의 운반에 관한 것이 있다.

제7장 영부족(20문제)은 과부족셈 문제를 다루고 있다.

제8장 방정(18문제)은 연립 일차 방정식 문제가 있다.

제9장 구고(24문제)는 피타고라스정리를 응용해서 푸는 문제와 이차방정식의 해법이 있다.〔7〕

f. 산법통종(算法統宗)

산법통종의 본 명칭은 신편직지산법통종(新編直指算法統宗)이고, 중국의 명나라 수학자 정대위(程大位, 1533～1600)가 1593년 저술한 초등수학책이다. 이 책에서는 중국의 수판셈과 이슬람 수학에 의한 계산법을 소개하고 있으며 조선말기의 가장 인기가 높았던 대표적인 수학책으로 사용되었다. 이 책의 제12권에 나오는 '백 마리의 양' 문제는 국제적으로 많이 알려져 있다. 예컨대 러시아 마코로츠키의 산수(1703)에서도 이와 비슷한 문제가 있는데 다만 양이 갈매기와 사람으로 표현되어 있다.

(1) 갑이 한 무리의 양을 초원으로 몰아가고 있었고, 그 뒤로 을이 살찐 양 한 마리를 몰고 따라 가고 있었다. 다음은 두 사람의 대화이다.

을 : 사형, 양은 백 마리쯤 됩니까? 갑 : 이 양 떼에다 원래의 1배를 더하고 거기에 또 원래의 절반을 더해 주고 거기에 또 원래의 $\frac{1}{4}$를 더해주고 당신이 끌고 온 양까지 더해 주어야 겨우 100마리가 될 걸세.

갑이 몰고 가는 양은 몇 마리일까?

갑이 몰고 가는 양을 x마리라 하면,

$$x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100$$
$$x=36$$

갑이 몰고 가는 양은 36마리이다.

(2) 다음은 그릇으로 스님 수를 알아 맞추는 노래이다.

높디높은 산 속에 오래된 절이 있는데, 절 안에 스님들은 몇 분인지 모르겠네. 그릇은 모두 364개로서 딱 맞게 다 쓰시면서 다툼이 없으신데, 셋이서 밥 한 그릇을 함께 잡수시며 넷이서 국 한 사발을 같이 드신다네. 과연 절 안에 스님이 몇 분이나 계시는가?

스님 수를 x라고 놓으면 밥그릇 수는 $\frac{1}{3}x$이고 국그릇 수는 $\frac{1}{4}x$이므로,

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=364$$
$$x=624$$

따라서 스님은 624명이다. [9]

g. 릴라바티

지금으로부터 약 850년 전 인도에 바스카라라는 위대한 수학자가 살고 있었다. 그에게는 선녀 같이 아름다운 릴라바티(Lilavti, '아름다운 것'이라는 뜻)라는 외동딸이 있었다. 바스카라는 여러 가지 방정식과 이자 계산, 수에 관한 많은 문제들로 구성된 수학책을 쓰고 그 책의 제목을 <릴라바티>라고 지었는데 그에 대한 다음과 같은 이야기가 있다.

그 이야기에 따르면, 한 점성술사가 바스카라의 딸 릴라바티는 상서로운 날 정해진 시간 이외에 혼인을 하게 되면 무서운 불행이 닥칠 것이라고 예언했다. 그 날이 오자 초조한 신부는 컵 시계의 수위가 가라앉고 있는 것을 바라보다가 자신도 모르는 사이에 머리장식에 붙은 진주가 떨어져 컵 속에 물구멍을 막아 물이 흘러가는 것이 멈춰지고 그 행운의 순간이 어느 찰나 흘러가 버리고 말았다는 것이다. 바스카라는 불행한 딸을 위로하기 위해 그의 책 이름에 딸의 이름을 따서 붙였다는 것이다.

당시 인도의 수학책은 모두가 아름다운 시로 재미있게 엮어져 있다.

<릴라 바티>속의 다음과 같은 문제가 있다.

선녀같이 아름다운 눈동자의 아가씨여! 참새 몇 마리가 들판에서 놀고 있는데 두 마리가 더 날아왔어요. 그리고 저 푸른 숲에서, 그것의 다섯 배가 되는 귀여운 참새 떼가 날아와서 함께 놀았어요. 저녁노을이 질 무렵, 열 마리의 참새는 숲으로 돌아가고 남은 참새 스무 마리는 밀밭에 숨었대요. 처음 참새는 몇 마리였는지 내게 말해주세요.

처음 참새를 x마리라 하면,

$$x+2+5(x+2)-10=20$$
$$x=30$$

따라서 처음의 참새는 3마리이다. [9]

3. 규칙성과 함수

중학교 1학년 함수단원을 공부할 때 모눈종이에 좌표를 이용하여 점을 찍어 본 학생은 너무나 당연한 좌표사용이 뭐 그리 대단한가 하고 생각할 수 있다. 그러나 데카르트를 읽어보면 천장에 붙어있는 것이 고정된 것이 아닌

움직이는 물체 즉, 파리라는 것에 주목해야한다. 이러한 좌표의 발견으로 음수에 대한 개념을 구체화하고 기하학에 큰 발전을 가져왔다. 그러므로 좌표를 공부하기 전에 학생들에게 이러한 수학사를 간단히 소개해줌으로써 흥미를 유발 시킬 수 있을 것이다.

a. 함수의 근원

실생활이나 자연현상 등에서 일어나는 상황 등을 잘 관찰해보면, 규칙적으로 변화하는 것들이 많다. 이와 같이 변화하는 두 양 사이에 성립하는 규칙성이 곧 함수이다.

함수는 물리적, 사회적, 특히 수학적 세계에서 일어나는 여러 가지 변화 가운데 종속 관계를 나타내기 위한 도구로 탄생되었다. 함수 개념의 기원은 고대 바빌로니아에서 찾을 수 있다. 기원전 5세기경 바빌로니아 사람들은 천문학을 연구하면서 천체를 관측한 자료를 수표로 나타내었는데, 이 수표가 곧 함수 개념을 이용한 것이다. 그 후 갈릴레이가 역학에서 두 변화하는 양 사이의 관계를 연구한 것이 함수를 탄생시켰으며, 데카르트는 함수를 '따라 변하는 두 변량 사이의 대응 관계'라고 최초로 정의하여 그를 함수의 창시자로 부르기도 한다. 어쨌든 당시에는 함수란 두 변수 사이의 관계를 나타내는 식을 결정하였다.

함수(function)라는 용어는 1692년 라이프니츠가 처음 사용하였고, 함수를 나타낼 때 주로 사용하는 함수 기호 f는 18세기에 수학자 오일러가 처음 사용한 것이다. 우리가 사용하는 함수(函數)라는 말은 중국 명나라 때 서양의 함수(function)라는 용어를 중국어로 읽은 것이다. [1]

b. 데카르트

단순한 수식이 대응 관계로만 보이던 함수를 '그래프' 라는 강력한 도구로 한눈에 알아볼 수 있도록 한 사람은 데카르트(Rene Descartes: 1596~1650)이다. 데카르트는 1596년 3월 31일 프랑스 투랜 지방 투르 근교 라에이의 명문

가정에서 태어났다. 그의 아버지는 브레타뉴의 렌 시의원이었다. 어머니는 그가 태어난 지 열 네 달이 못 되어 돌아가셨다. 그 후 그는 외할머니 밑에서 성장했으며, 어린 시절 무척 허약했다고 한다. 1606년 여덟 살 때 그는 앙리 4세가 세운 예수회 학교 콜레즈라 플레시로 보내졌다. 그는 이 학교에 다니면서 논리학, 윤리학, 물리학과 형이상학, 유클리드 기하학과 새로운 대수학에 이르기까지 아주 훌륭한 교육을 받았다.

데카르트는 어려서부터 몸이 허약하여 학교 교장인 샤를레 신부는 영리한 데카르트를 귀여워해서, 아침 기상 시간과 관계없이 침대에 누워 있어도 좋다고 허락했다. 그래서 그 시간에 명상하면서 보냈다. 훗날 그는 아침의 명상이 그의 철학과 수학의 기본이 되었다고 회고하였다. 그 후, 학교를 졸업한 데카르트는 수학의 증명만이 가장 과학적이며 엄밀한 사고라는 결론에 도달하여, “나는 생각한다. 고로 존재한다.”라는 유명한 말을 남기기도 했다. 데카르트가 수학 역사상 큰 획을 그은 좌표를 생각해 낸 것은, 침대에서 쉬다가 파리가 머리위로 윙윙거리며 날아다니다 천장에 앉아 있었는데 데카르트는 갑자기 파리의 위치를 어떻게 나타낼까를 생각했다. 그는 인접한 두 벽으로부터 파리까지의 거리를 연결시키는 관계만 안다면 천장에 있는 파리의 위치를 정확히 표현할 수 있을 것이라고 생각했다.

데카르트의 가장 큰 업적은, 음수에 대한 개념을 구체화하고 음수를 좌표계상에 표현하여 현재 쓰고 있는 좌표평면을 만든 것이다. 그는 좌표를 도입해 직선상에 양수와 음수, 영을 나타냄으로써 기하학에 큰 발전을 가져왔다. 그 이전에 그리스인들이 만든 좌표법이 쓰이긴 했지만 음수가 도입된 2차원의 평면좌표계가 고안된 것은 처음이었다. 이로써 도형과 수식을 하나로 보게 돼 기하와 대수가 합쳐서 새로운 분야가 만들어졌다. 이 분야를 해석기하학이라 한다. 데카르트는 해석기하학을 학문으로서 체계화하여 완성시켰다. 데카르트의 가장 불후의 업적인 해석기하학 덕분에 변화의 개념은 없고 도형의 성질만을 연구하던 유클리드 기하학의 한계가 극복되었다. 해석기하학은 수학의 발전에 큰 역할을 하여 뉴턴의 미적분학으로 발전시켰고, 수학이 과

학을 발전시키는 데 커다란 역할을 하게 되었다.〔1〕

4. 확률과 통계

'인간은 생각하는 갈대이다'라는 말을 한 사람으로서 알려진 파스칼은 도박꾼 친구 드메레가 물어본 주사위에 관한 문제에 대해 페르마와 편지를 주고받았는데 그때 오고간 내용이 확률에 대한 이론의 기초가 되었다. 이렇듯 수학은 실생활과 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다.

a. 확률의 시작

처음으로 도박을 수학적으로 연구한 사람은 이탈리아의 수학자 카르다노라고 한다. 그가 살았던 시기는 유럽의 중세가 끝나고 근대의 새벽이 열리는 르네상스 시대였다. 당시는 도시가 발달하고 상업이 융성하여 경제적 이윤 추구가 활발해 지던 시기였다. 특히 상업의 중심지였던 지중해 연안에는 일확천금을 꿈꾸는 무역상들이 몰려들었다. 날씨가 좋지 않은 날에는 바다에 나갈 수 없었던 상인들은 무료함을 달래기 위하여 도박을 하였다고 한다. 이미 변화된 사회는 돈을 더 벌기 위하여 머리를 짜내는 것을 당연하게 여겼고, 그것이 도박일지라도 상관이 없었다. 그들은 도박에서 이길 승산이 많은 쪽을 찾기 위하여 여러 가지로 노력하였는데 이런 과정에서 확률은 싹이 트게 된다. 도박 연구가이자 확률 이론의 창시자 카르다노도 그런 수많은 르네상스 시대 사람들 가운데 한 사람이었던 것이다. 카르다노 이후 잠시 주춤하던 확률 이론에 대한 연구는 드메레(Chevalier de Mere)라는 귀족이 주사위에 대한 두 가지 질문을 친구이자 수학자이던 파스칼에게 던지면서 꽃을 피우게 된다. 그 후, 확률론은 스위스의 과학자 베르누이, 프랑스의 수학자인 드무아브르, 라플라스등에 의해 체계화되었다.

b. 파스칼

파스칼(Blaise Pascal: 1623~1662년)은 클레르몽에서 1남 3녀 중 셋째로 태어났다. 누나중 하나는 어려서 죽었고, 어머니는 누이동생을 낳은 후 그가 3세 되던 해에 돌아가셨다. 아버지는 세무 법률가로 일하시다가 1631년에 은퇴하자 파리로 네 식구가 이사를 갔다. 아버지는 아들의 재능이 뛰어난데다가 하나뿐이어서 자기가 직접 교육을 하였다. 아버지는 치밀한 계획으로 라틴어를 먼저 가르치고 수학을 가르칠 생각이었다. 파스칼의 아버지는 수학에 능하였으며, 당시 파리의 유명한 수학자들과 친분이 있었다. 파스칼의 수학에 대한 호기심을 자극하여 파스칼은 혼자서 당시 수학 교재로 쓰이던 유클리드 기하 책 1권의 내용을 거의 다 터득하게 되었다고 한다. 어느 날 파스칼은 유클리드 《원론》1권에 나오는 명제 32번(삼각형의 내각의 합은 두 직각의 합과 같다)에 해당하는 사실을 알아내어 쓰고 있어 아버지를 놀라게 했다. 그 후로 논리나 물리를 가르치고 그 결과 파스칼은 16세 때에 타원 등과 같은 곡선에 관한 이론을 모임에서 발표하였고 이것은 독일과 이탈리아로도 전해졌다. 또 아버지를 위해 세계 최초의 디지털 계산기를 만들었다. 한편 23세 되던 해에 생애의 일대 전환기로 수도원의 수사를 만나 자연스럽게 하느님의 섭리에 관한 책에 몰두하다가 이전에는 당시의 기독교 문화와 관습을 따라 사는 정도였으나 이러한 책들을 탐독하면서 기독교가 하나님을 따라 살 것을 가르치고 있음을 발견하였고 그러한 가르침을 받아들여 살려고 노력하였다.

1654년 몸이 아픈 가운데 그의 도박꾼 친구 드메레가 물어본 문제에 대해 페르마와 편지를 주고받았다. 이때 오고간 내용이 확률에 대한 이론의 기초가 되었다. 〔1〕

<친애하는 파스칼>

나는 다음과 같은 심각한 문제에 봉착했네. 실력이 비슷한 A, B 두 사람이 32피스톨(화폐의 단위)씩 걸고 내기를 했다네. 한 번 이기면 1점을 얻는 것으로 하고, 먼저 3점을 얻는 사람이 64피스톨 모두를 가지기로 했다네. 이 내기에서 A가 먼저 2점을, B가 1점을 땄는데, 그만 한 사람이 몸이

아파 시합을 더 이상 할 수 없게 되었다네. 이럴 경우 게임을 무효로 하자니 먼저 2점을 딴 A가 억울해 하고, A가 먼저 2점을 얻었으므로 A가 이긴 걸로 하자니 B가 앞일은 모르는 것인데 어떻게 A가 이긴다고 할 수 있느냐며 항의를 해 도무지 어떻게 판정을 내려야 할지 혼란스럽다네. 도대체 64피스톨을 어떻게 분배하는 것이 좋겠나? 파스칼 자네라면 이 문제를 충분히 풀 수 있을 거라 나는 믿네, 성의껏 대답해 주기 바라네.

당시의 유명한 파스칼은 고심 끝에 이 문제를 다음과 같이 해결했다.

“만약 시합을 중단하지 않고 계속할 경우 A가 이긴다면 A는 3번이기는 것이므로 A는 64피스톨을 다 가져야 한다. 만약 B가 이긴다면, A가 2번, B가 2번이긴 것이 되므로 둘이 32피스톨씩 나누어 가지면 된다. 결과적으로, A는 이기든 지든 상관없이 32피스톨은 가져야 한다. 그 다음 시합에서는 이기는 사람이 최종 승자가 되는데, A가 이길 가능성과 B가 이길 가능성은 반반이므로 남은 32피스톨은 둘이 똑같이 16피스톨씩 가지면 된다. 따라서 A는 32+16=45(피스톨), B는 16(피스톨)을 가지면 합리적으로 해결된다,” [8]

이러한 도박문제를 연구하면서 확률의 개념을 탄생시켰다. 파스칼은 건강이 좋지 않아 수도원에 들어가 지내다 39세의 젊은 나이에 죽었다. 짧은 생에 동안 확률, 물리, 수학, 철학, 신학, 문학 등 다양한 분야에 많은 업적을 남겼다.

“수학사에서 가장 위대한 인물이 될 뻔한 사람.” 이라는 말은 수학자이자 물리학자이며 문학자이며 철학자인 파스칼을 이야기할 때 가장 잘 나오는 말이다. 파스칼이 어릴 적의 천재성은 수학계의 왕자라는 가우스를 오히려 능가할 정도이다. 만일 파스칼이 좀 더 건강한 신체와 강인한 신경을 가진 사람이었다면, 지금의 여러 가지 수학적 업적들은 파스칼의 이름이 붙여있을 것이다. 그러나 그는 허약하고, 심약한 사람이었고, 오늘날에는 수학자로 알려지기보다는 “팡세”라는 책과 “인간은 생각하는 갈대”라는 말로 유명한 철학자로 더 알려져 있다. 여기 ‘위대한 치통’에 대한 이야기가 있다.

『1654년 말 그는 사두마차를 타고 달리고 있었는데, 말의 고삐가 풀려 버렸다. 선두의 말은 뉘일르의 다리 난간으로 돌진했으나, 다행히 그는 가죽끈이 끊어지는 바람에 기적적으로 목숨을 건졌다. 이것을 신의 계시로 생각하여 동생의 제안을 따라 수도원으로 들어갔다. 이러한 운명의 마차 사고 이후에 파스칼은 자기의 구원과 인간의 비참함에 관한 문제에 대해 몰두하면서 죽을 때까지 단 한번을 제외하고는 수학으로 돌아오지 않았다. 단 한번 파스칼을 수학의 세계로 잠시 돌아오게 한 것은 다름 아닌 지독한 치통이었다. 치통으로 밤잠을 못 이루던 어느 날(1658년) 밤에 파스칼은 '원이 직선 위를 구를 때 원 위의 한 점의 자취에 의해서 만들어지는 도형'인 사이클로이드를 생각했는데 고통이 사라지는 것을 경험했다고 한다. 그는 이것을 영혼의 일을 제쳐두고 사이클로이드의 일을 생각해도 된다는 하늘의 계시라고 해석하고 생각을 진행시켰다. 8일간을 사이클로이드 문제에 몰두한 결과, 그에 관한 많은 중요한 문제를 푸는 데 성공하였다.』

이 일은 인류 역사상 '치통'이 수학에 공헌한 처음이자 마지막 사건이다.

c. 페르마

페르마(Pierre de Fermat: 1601년~1665년)는 프랑스 보몽에서 부유한 상인의 아들로 태어났다. 아버지는 상업적인 능력이 뛰어나서 보몽 지방의 최고 행정가인 집정관을 지냈고, 어머니는 귀족 가문 출신으로 페르마의 성장 배경은 경제적으로나 문화적으로 풍요로웠다. 어려서는 가정교사에게서, 후에는 프란체스코 수도원에서 교육을 받았고, 툴루즈 대학에서는 로마법으로 학위를 받았다.

당시 로마법은 매우 인기 있고 인정받을 수 있는 분야였다. 30세 때는 오를레앙 대학에서 법률학으로 학위를 받아 변호사로 지방의회의 의원으로 활동을 한 인물이다. 그는 법률 이외에 라틴어, 그리스어, 이탈리아어, 스페인어에도 능통했던 다재다능했던 사람이었다. 그는 수학과 과학을 비롯하여 그리스·로마의 고전에 관심이 많아서 수집을 하였으며, 공직에서 은퇴한 후에도

수학을 즐겼다. 그는 당시의 뛰어난 수학자들과 교류를 하였는데, 전화와 컴퓨터가 없던 시절인지라 주로 편지로 학술적인 의견을 교환하였는데, 대표적인 인물은 어려서부터 수학의 천재성을 보인 파스칼이었다. 페르마와 파스칼의 편지에서 주고받은 게임의 문제는 후에 확률론의 기초가 되기도 했다. 또한 그는 해석학에서 독자적인 발견을 한 것으로도 유명하고, 페르마와 데카르트가 고안한 좌표기하는 평평하고 밋밋했던 평면에 가로축과 세로축을 직각으로 그은 후에 단위 길이로 눈금을 매겨나간 평면 위에서 도형을 연구하는 것이다. 페르마는 디오판토스의 책 《산술》을 공부하고서 현대 정수론에 기여한 수학적 결과들을 많이 발견하였다. 페르마의 마지막 정리도 유명하다.

5. 도형

a. 탈레스

고대 그리스 수학의 시조로 불리는 탈레스(Thales: 기원전624년경～기원전547년경)는 소아시아의 이오니아 지방의 밀레투스에서 태어났다. 밀레투스는 고대 그리스의 항구 도시로서 해상무역이 매우 발전한 곳이었다. 그는 어릴 때에는 점원으로 일하다가 나중에 독립하여 소금, 기름 등의 장사를 하였다. 그는 장사를 위해서 그리스에서 지중해를 건너 당시 문명국가였던 이집트로 갔다. 상업적 목적으로 이집트에 들렀을 때에 여가를 이용해 이집트의 승려들에게 기하학, 천문학, 토지측량술 등을 배웠다.

탈레스는 젊은 시절에는 상인으로 돈을 많이 벌었지만 그 이후에는 연구와 여행으로 여생을 보낸 것으로 전해진다. 그 당시 이집트와 바빌론은 그리스보다 수학과 천문학이 많이 발달하였고 그 분야에 관한 책이 많이 있었다. 이집트에서 많은 책을 읽은 탈레스는 여러 분야에 학식이 넓었다고 한다. 그 후 그는 그리스로 돌아와서도 수학과 천문학에 대한 공부를 계속하였고, 마침내 '수학자의 시조'로 불리게 된다.

그리스에서 그는 다방면으로 천재성을 발휘하여 정치가, 고문, 공학자, 실

업가, 철학자, 수학자, 천문학자로서 명성을 떨치게 되었다. 그는 소크라테스 이전에 '철학자'란 칭호를 처음으로 얻은 인물로 유명하며, 그리스 최초의 과학자로 칭해진다. 그는 책 한권 저술하지 않았기 때문에 후대의 사람들이 남긴 단편적인 기록을 통해 탈레스에 대해서 알 수 있다.

탈레스는 유클리드 기하학의 기본이 되는 평면기하학의 정리 중 다음의 5가지를 증명한 것으로 유명하다. 이 정리를 연역적으로 증명한 것은 인류 최초의 시도로서 나중에 그리스의 기하학이 탄생하는데 크게 기여하였다.

* 원은 지름에 의해 2등분 된다.
* 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.
* 두 맞꼭지각은 같다.
* 두 각과 그 사이의 변이 같은 두 삼각형은 합동이다.
* 반원 위에 만들어지는 원주각은 직각이다.

(1) 당나귀 우화의 주인공

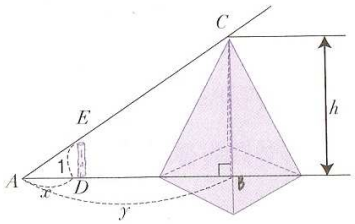
다음은 유명한 이솝우화로 탈레스가 소금 장사를 하면서 겪은 이야기라고 한다.

소금을 이고 가던 당나귀가 개울을 건너다가 미끄러졌다. 그런데 자신이 지고 가던 짐이 가벼워진 것이다. 꾀가 난 당나귀는 그 후부터 개울을 건널 때마다 일부러 미끄러졌고, 당나귀 주인은 소금을 배달할 수가 없어서 난감해했다. 주인은 곰곰이 생각하고 나서 이번에는 당나귀 등에 솜을 가득 실었다. 개울을 건너던 당나귀는 이번에도 꾀를 부리며 개울에서 넘어졌다. 그러자 솜이 물을 가득 먹어서 너무너무 무거워 졌다. 꾀부린 당나귀는 오히려 자신의 꾀에 자기가 속아 넘어간 것이다.

(2) 피라미드 높이 재기

탈레스가 막대기 하나로 이집트에 있는 피라미드의 높이를 계산하였다. 그는 막대기 하나를 땅 위에 똑바로 세우고, 피라미드 그림자의 끝과 막대기의

그림자 끝이 일치하도록 맞추었다. 이때 '피라미드 높이'와 '막대 길이'의 비는 '피라미드 그림자'와 '막대 그림자'의 길이의 비와 같다. 막대의 길이와 그림자의 길이는 잴 수 있으므로 이 비례 관계를 이용하여 피라미드의 높이를 구한 것이다. 즉, 피라미드와 막대기의 닮음을 이용한 것이다. 하루 중 어느 때에 피라미드의 그림자 끝을 관찰하였더니 A지점까지 뻗었다고 하자. 그때, 옆에 세워둔 막대기의 그림자의 끝도 A일 때 피라미드 ABC와 삼각형 ADE는 닮은꼴이 된다는 것을 이용한 것이다. 이 사실을 안 이집트 왕은 탈레스의 지혜에 탄복했다고 한다.



[그림1] 피라미드 높이재기

b. 유클리드

유클리드(Euclid)의 일생에 대하여는 거의 알려진 바가 없으며 심지어 출생지조차 불분명하다. 후대의 그리스 수학자인 프로클로스(Proclus:412년~485년)가 남긴 기록을 통해 유클리드가 프톨레마이오스 1세의 재위 시절 이집트의 알렉산드리아에서 가르쳤다는 것을 알 수 있다. 플라톤의 제자인 유클리드가 그때까지의 수학적 결과에서 얻은 것들을 모아서 《원론(Elements)》이라는 기하학 책을 저술하였다.

유클리드의 《원론》의 가치는 새로운 내용을 제시했다기보다는 기존에 있던 여러 수학 내용을 모아서 현재까지도 사용되고 있는 완벽한 틀을 갖추어 재정리하였다는 데에 있다. 그는 이 책에서 정의, 공리와 공준에만 근거를 두고 많은 명제들을 엄밀하게 증명하였다. 이러한 엄밀한 체계 때문에 유클리드 《원론》은 논리적 사고력을 키우는 데에 적합하다고 인정되어 2천 년 동

안 대학에서 기하학 교재로 사용되어 왔다. 이것은 논리적으로만 증명하고자 하는 현대의 순수수학의 원형이 되었고, 100판 이상 출판되었으며 세계 각국의 언어로 번역되었다. 이 책에 근거한 기하를 우리는 '유클리드 기하'라고 부른다. 유클리드의 《원론》은 총 13권으로 구성되어 있고, 모두 465개의 명제가 실려 있다. 처음 6권은 평면기하와 관련된 내용인데, 특히 1권에는 23개의 정의와 10개의 공리가 있다. 1권과 2권에는 삼각형, 사각형, 평행 등에 대한 기본 성질을 다루고 있고, 3권과 4권은 원과 관련된 내용, 5권과 6권에서는 에우독소스의 비례론과 닮음에 관한 내용이 적혀 있다.

공리와 공준은 주어진 문장이 맞는다는 것을 밝히지 않고도(즉, 증명하지 않고도) 맞는 것으로 받아들이는 기본적인 가정이다. 예를 들어, '두 점을 지나는 직선은 하나밖에 없다.'는 것은 맞는지 틀린지를 밝히지 않고 기하학에서는 그대로 같은 것을 맞는 문장으로 인정하는 공리의 하나이다. 유클리드는 기하학적 내용과 일반적 내용(예: 같은 것에 같은 것을 더하면 서로 같다.)을 구별하여 공준과 공리로 구별하여 말하였다.

*** 유클리드의 공준**

1. 임의의 점에서 다른 임의의 점까지 직선을 하나 그을 수 있다.
2. 임의의 선분은 직선으로 무한히 연장할 수 있다.
3. 임의의 점을 중심으로 하고, 임의의 거리를 반경으로 하는 원을 하나 그릴 수 있다.
4. 모든 직각은 서로 같다.
5. 한 직선이 다른 2개의 직선과 서로 만나고, 그 직선 한쪽에 있는 두 내각의 크기의 합이 2직각보다 작을 경우, 2개의 직선을 한없이 연장하면 두 내각의 합이 그 직각보다 작은 쪽에서 만난다.

*** 유클리드의 공리**

1. 동일한 것과 같은 것들은 서로 같다.

2. 서로 같은 것에 같은 것을 각각 더하면, 그 합도 서로 같다.

3. 같은 것에서 같은 것을 빼면, 나머지도 서로 같다.

4. 서로 겹치는 것들은 서로 같다.

5. 전체는 부분보다 크다.

이상과 같은 공준, 공리는 유클리드의 증명의 출발점을 이룬다. 기하학적 원리들이 모두 기본적 가정에서 필연적으로 나온다는 것을 입증하려고 했던 것이다. [2]

c. 정오각형과 황금분할

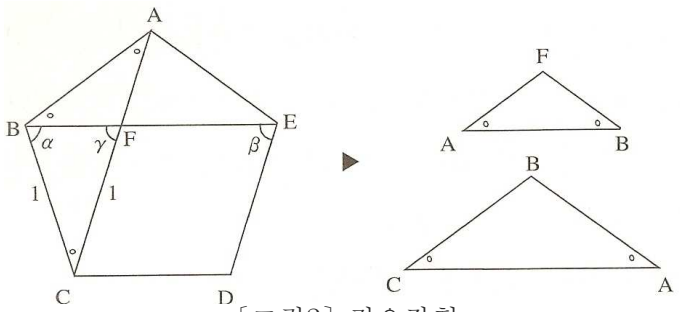
황금분할의 비(Golden ratio)는 아름다움의 비로서 책, 엽서, 건축물, 조각 등에서 많이 이용되고 있다. 황금 분할을 적용한 가장 오래된 예는 기원전 4700년에 건설된 피라미드에서 찾을 수 있다. 이집트인들이 발견한 황금분할의 개념과 효용가치는 그 뒤 그리스로 전해져 그리스의 조각, 회화, 건축 등에 철저히 적용되었고, 피타고스학파에 의해 많은 연구가 이루어 졌다. 피타고라스학파는 사람들은 학교에 다닐 때는 물론이려니와 졸업 후에도 별 모양의 휘장을 자랑스럽게 달고 다녔다. 그 별은 정오각형의 각 변을 연장해서 만든 것이었다. 그런데 이들은 여러 도형 중에 왜 정오각형을 택하였는지에 대해서는 두 가지 설이 있다. 하나는 당시 사람들이(특히 피타고라스학파가) 우주의 상징으로 믿었던 정십이면체의 각 면이 정오각형이었기 때문이라는 설이고, 또 하나는 그들이 정오각형을 작도할 줄 안다는 사실을 자랑스럽게 여겼기 때문이라는 설이다.

정오각형을 작도하기 위해서 먼저 정오각형의 성질을 알아보자.

한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE가 있다. 대각선 AC와 대각선 BE의 교점을 F라 하자. 그러면 $\angle \alpha = \angle \beta$ 이다.

또 $\overline{AC}$와 $\overline{DE}$는 평행이기 때문에 동위각인 두 각 $\angle \beta = \angle \gamma$ 가 된다.

$$\therefore \angle \alpha = \angle \beta = \angle \gamma$$



[그림2] 정오각형

즉 $\triangle BCF$ 는 이등변삼각형이다. 그러므로

$$\overline{BC} = \overline{CF} = 1$$

따라서 $\triangle ABF$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮은 꼴이다.

$$\overline{FA} : \overline{BC} = \overline{AB} : \overline{CA},\ \overline{BC} = \overline{CF}$$

이므로,

$$\overline{FA} : \overline{CF} = \overline{AB} : \overline{CA}$$

대각선 CA의 길이를 x라 하면,

$$\overline{CA} = x,\ \overline{AB} = \overline{FC} = 1,\quad \overline{FA} = 1 - x$$

이므로

$$1 - x : 1 = 1 : x$$

비례식에서 '내항의 곱은 외항의 곱과 같다'는 성질을 이용하면,

$$1 \cdot 1 = x(1 - x)\ ,\ x^2 - x + 1 = 0$$

근의 공식으로 근을 구하면, $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}\ (x>0)$ 가 된다. 즉 한 변의 길이가 1인 정오각형의 대각선의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 이다.

피타고라스는 이 성질을 이용하여 정오각형을 작도했다.

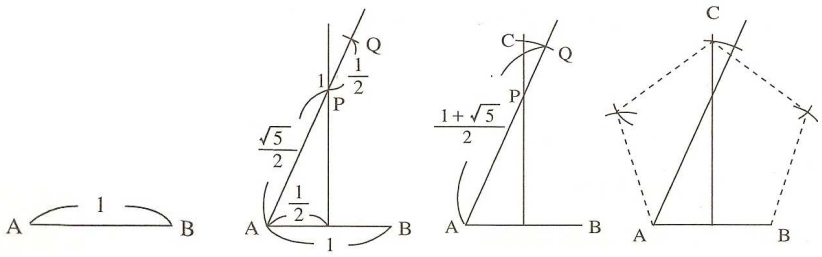
먼저 길이가 1인 $\overline{AB}$ 를 잡는다. $\overline{AB}$ 의 수직 이등분선 위에 길이가 1이 되는 점 P를 잡는다. 그러면 피타고라스 정리에 의해,

$$\overline{AP} = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

이다. 다음, $\overline{AP}$ 의 연장선 위에 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}$ 인 점 Q를 잡으면, $\overline{AQ}$ = $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}$ 이 된다. 이 $\overline{AQ}$ = $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 는 한 변의 길이가 1인 정오각형의 대각선의 길이다.

그러므로 남은 작업은 간단하다. 컴퍼스의 한쪽 끝을 A에 고정시키고 $\overline{AQ}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 만나는 점을 C라 하면 C는 정오각형의 한 꼭지점이 된다.

나머지 두 꼭지점은 A와 C, B와 C에서 각각 반지름이 1인 원을 그렸을 때 만나는 점이다. 일반적으로 한 변의 길이가 a인 정오각형도 같은 방법으로 작도할 수 있다.



〔그림3〕 정오각형의 작도법

〔그림2〕 에서 $\overline{AB}(=\overline{CF})$: $\overline{CA}$는 $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 : 1.618$ 이다. 이 비례는 맨 처음 파키올리(Pacioli : 1445?~ 1510?)의 책에 '신성한 비례'라는 이름으로 등장한 후 케플러(Kepler : 1571~1630)가 '귀중한 보석'이라고 불렀으며, 19세기부터는 '황금비'라고 이름 붙였다.

오늘날에는 수학보다는 미술에서 먼저 '황금분할선'이라는 이름으로 접하게 되는데, 이는 선분을 대략 5:8(1:1.6)의 비로 나누는 것이다. 사람들은 이 비례가 가장 아름답고 조화로운 것이라고 믿어왔기 때문에 여러 가지 모양에 이

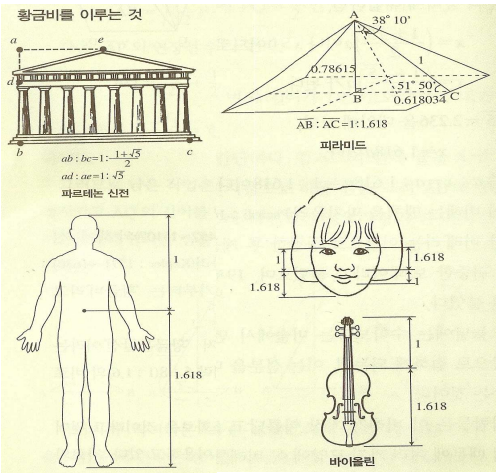
비례를 이용하고 있다. 가로와 세로가 황금비인 1: 1.618의 비례를 이루는 것에는 무엇이 있을까? 〔7〕

*** 키에서의 황금비**

먼저 인간의 신체를 살펴보면, 개인마다 약간의 차이가 있지만 배꼽이 몸 전체의 상반신과 하반신을 1: 1.618로 황금분할 하는 것을 보여주고 있다. 배꼽 위 상반신에서는 머리끝에서 목까지와 목에서 배꼽까지의 길이의 비가 1: 1.618이고, 하반신에서는 발끝부터 무릎까지와 무릎부터 배꼽까지의 비율이 1: 1.618로 나타난다. 또한 목 위에서 황금분할을 나타내는 위치는 코끝이 된다. 즉 목에서 코끝까지와 코끝에서 머리끝까지의 비율이 1: 1.618이 된다.

*** 얼굴에서의 황금비**

보통 계란형의 얼굴을 가장 미인형 이라고 하는데 얼굴 둘레에 직사각형을 그려보면 가로와 세로의 길이의 비가 황금비를 이루는 것을 알 수 있다. 입을 지나가는 가로선에서 코를 지나가는 가로 선까지 길이와 코를 지나가는 가로 선에서 눈의 중심을 지나는 가로선까지의 길이의 비율을 살펴 볼 때도 1: 1.618 과 유사하게 나타난다. 또한, 코에서 입까지의 길이와 턱 끝에서 입까지의 길이의 비율, 입술의 가로길이와 두 눈의 안쪽과 안쪽 사이의 길이의 비율에서도 황금비와 유사한 비율이 나타난다.



〔그림4〕 황금비

막대하나로 이집트 피라미드의 높이를 계산한 탈레스에 대해서 학생들 스스로 조사해 볼 수 있도록 수행평가를 이용할 수 도 있고, 또 우리 생활 주변에 있는 액자, 성냥갑, 담배, 책, 휴대용라디오, 카세트, 가방등도 황금비를 이루고 있는지 수행평가를 통해 조사해 볼 수 있게 할 수도 있을 것이다.

6. 측정

a. 기하학의 기원

'기하학(geomerry)'이라는 단어는 '땅(geo)을 측정하다(metrein)'는 말로부터 유래된 것이다. 실제로 고대 이집트에서는 홍수 때마다 넘치는 나일 강 때문에 엉망이 된 토지를 원래 모양으로 만들기 위하여 길이와 넓이를 재고, 피라미드를 건축하기 위하여 이와 관련된 기하학이 발달하였음을 알 수 있다.

이렇게 측정을 하기 위한 기하학은 탈레스에 의하여 엄밀성을 지니게 된다. 그는 피라미드의 그림자의 길이를 재서 피라미드의 실제 높이를 계산으로 얻고, 바다에 있는 배의 위치를 측정하기도 하였다.

b. 아르키메데스

역사상 가장 위대한 수학자의 한 사람이며, 고대의 가장 위대한 수학자인 아르키메데스(Archimedes:기원전 287년~기원전 212년경)는 그리스 시라쿠사에서 천문학자 파이디아스의 아들로 태어났다. 그는 시라쿠사의 왕 히에론 2세의 친척이자 친구였다. 아르키메데스는 학문의 도시인 이집트의 알렉산드리아 대학에서 유클리드의 제자로 공부한 몇 년을 제외하고는 고향 시라쿠사에서 일생을 보냈다. 아르키메데스가 만든 수력천상의(水力天象儀)는 극히 정밀하였다고 전해진다. 나선을 응용해 만든 양수기는 '아르키메데스의 나선식 펌프'로 불리며, 지금도 관개용 등에 쓰이고 있다. 당시 문화의 중심지이던 알렉산드리아의 대연구소 무세이온에서 수학자 코논에게 기하학을 배우고 시라쿠사로 돌아와 많은 수학서를 썼다.

지렛대의 원리, 부력의 원리, 구의 표면적과 부피, 원주율 등을 발견한 것으로 유명한 아르키메데스는 고대 과학자 가운데 가장 잘 알려진 인물이다. 축구공, 즉 정육각형과 정오각형으로 이뤄진 32면체도 아르키메데스가 처음으로 발견했다.

당시 아르키메데스를 아끼고 후원하던 히에론 왕은 금세공에게 왕관을 만들게 하였다. 왕은 금세공이 왕관을 만들어 왔을 때 그가 금을 빼돌리고 다른 물질을 섞어 왕관을 만들지 않았는지 의심이 들었다. 왕이 아르키메데스에게 이 문제를 상의하자 아르키메데스는 왕관이 순금으로 만들어졌는지 다른 물질이 섞였는지 알아낼 방법에 대해 고민하기 시작하였다. 온갖 생각을 다해도 도저히 방법을 찾을 수 없던 아르키메데스는 목욕탕에 가서도 오로지 그 생각뿐 이었다. 그가 공중목욕탕에서 몸을 물에 담그자 물이 넘쳤다. 그 순간, '부력의 원리'가 떠올랐고 아르키메데스는 이 원리를 발견했다는 기쁨에 '유레카(Eureka:알았다)'라는 말을 연신 외치며 집으로 갔다고 한다. 집으로 돌아온 아르키메데스는 저울의 한 쪽 접시위에 왕관을 놓고 또 다른 접시 위에 똑같은 무게의 금을 얹어 놓은 다음 물속에 그것을 집어넣었다. 그러자 왕관이 담은 접시가 위로 떠올랐고 그래서 왕관 속에 금보다 밀도가 작은 어떤 이물질이 들어있는 것을 보였다고 한다.〔10〕

또한 그는 투석기를 발명하고 성벽을 쌓는 군사 기술자로도 활약했다. 기원전 213년 로마가 아르키메데스의 고향인 시칠리아의 시라쿠사를 포위, 공격했을 때 이도시가 오랫동안 버틸 수 있었던 것은 아르키메데스 덕분이었다.

*** 아르키메데스의 최후**

아르키메데스는 증명의 완전성을 추구하였고, 모든 면에서 엄밀한 증명을 해낼 때까지 항상 골똘하게 문제에 빠져 있었다.

로마 군대가 침략하여 시라쿠사가 포위되어 있을 때조차 아르키메데스는 언제나 마찬가지로 모래 위에 뭔가를 그려놓고 수학 문제를 푸느라 깊은 생

각에 빠져 있었다. 그때 한 그림자가 모래 위에 그려놓은 도형을 어둡게 만들었다. “저리 비키시오. 햇빛을 가리지 마시오. 잘 안 보이오!” 아르키메데스는 칼을 들고 뛰어 들어온 적군의 병사를 보지 못한 채 이렇게 소리 지르자, “이 노인네가!” 하면서 순식간에 병사의 칼이 아르키메데스를 내려치고 말았다. 슬프고 아까운 죽음이었다. 그의 나이 75세였다. 비록 적군이었지만 로마의 장군 마르켈루스는 아르키메데스의 명성을 익히 알고 있었고, 그 역시 천재의 죽음을 애도하였다. 성대한 장례식을 치르게 하였고 생전의 아르키메데스의 소원대로 묘비에는 원기둥에 내접하는 구를 새겨주어 이 천재의 넋을 달랬다.

c. 삼각법의 기원과 그 발전

삼각법의 기원은 태고의 이집트 시대에서 시작되었고 후에 그리스인, 아라비아인에 의하여 많은 연구가 이루어졌다. 삼각법의 창시자는 삼각법을 응용하여, 하늘을 가로 지르는 직선거리를 산출한 그리스의 천문학자 히파르코스(Hipparchos; 190?～125? B. C.)라고 하나 특정한 한 사람에 의하여 이루어진 것이 아니다.

삼각법은 기하학과 마찬가지로 토지의 측량, 산의 높이, 항해 그리고 상업상의 필요에서 많은 사람들에 의하여 자연히 발생된 것으로 보아야 할 것이다. 특히, 고대인은 ‘천체’ 즉, 일월성신의 운행이나, 일식, 월식 그 밖에 천변지이에 대하여 극도로 민감하였다.

이와 같은 현상을 파악하려는 것이 지식인의 공통의 과제였으며, 자로써는 잴 수 없는 거리를 어떻게 해서든 산출할 필요가 있었다. 이런 경우에 삼각형의 변과 각과의 관계에 관한 기초적인 법칙이 큰 도움이 되었다.

토지의 측량이나 건축설계 등으로 기하학의 연구가 크게 발전하였다. 그러나, 실용면에서 기하학의 지식만으로는 수치계산 때문에 해결할 수 없는 문제가 많아 삼각측량법과 같은 것이 등장하게 되었다. 사실, 영어의 trigonometry라는 말은 그리스 말의 trigon(삼각형)과 metria(측량)라는 두 단

어에서 온 것이다.

피타고라스학파 사람들에 의하여 연구된 기하학의 정리나 법칙에서도 삼각법이 바탕이 되는 내용을 찾을 수 있으나, 삼각법이 독립적인 분야로 발전하게 된 데에는 그리스인은 물론 아라비아인의 힘이 컸다.

인도 사람은 그리스 사람과는 달리 기하학에는 크게 공헌하지 않았으나, 대수와 더불어 천문, 측량 등 실용면에서 요구되는 삼각법을 발달시켰다. 레기오몬타누스가 삼각함수를 만든 것은 15세기였으나, 인도에서는 6세기 경 아리아바타(Aryabhata; 476?～550?)에 의하여 사인표가 만들어졌다. 인쇄술이 발달하지 못한 당시로서는 이 표가 널리 보급되지 못했으나, 1533년 아피아누스에 의하여 처음으로 인쇄되었다. [4]

C. 수학사를 활용한 학습지도안

단원명	Ⅲ. 문자와 식		차시	
소단원	2. 일차방정식과 그 활용 4) 일차방정식의 활용			
학습 목표	일차방정식을 활용하여 여러 가지 실생활문제를 풀 수 있다.			
단계 (분)	학습 과정	·학습 지도 활동		자료및 지도상 유의점
		교사활동	학생활동	
도입 (5분)	출석 점검 전시 학습 확인	▶인사 및 출석 점검 ▶학습 단원 안내 ▶전시학습 확인	▷전체 인사 수업준비 확인	
전개 (35분)	학습 목표 제시	▶일차방정식을 여러 가지 실생활문제에 활용할 수 있다.	▷학습목표를 안다.	
	흥미 유발	〈산법통종(算法統宗)〉 소개 산법통종의 본 명칭은 신편직지산법통종이고, 중국의 명나라 수학자 정대위(程大位, 1533~1600)가 1593년 저술한 초등학책이다. 이 책에서는 중국의 수판셈과 이슬람 수학에 의한 계산법을 소개하고 있으며 조선말기의 가장 인기가 높았던 대표적인 수학책으로 사용되었다. 이 책의 제12권에 나오는 '백마리의 양' 문제는 국제적으로 많이 알려져 있다. 예컨대 러시아 마코로츠키의 산수(1703)에서도 이와 비슷한 문제가 있는데 다만 양이 갈매기와 사람으로 표현 되어있다.		고대에도 일차방정식의 해가 필요했음을 상기시킨다
	탐구 학습 1	▶〈산법통종〉에 있는 문제 제시 갑이 한 무리의 양을 초원으로 몰아가고 있었고, 그 뒤로 을이 살찐 양 한 마리를 몰고 따라가고 있었다. 을:사형, 양은 백 마리쯤 됩니까? 갑:이 양 떼에다 원래의 1배를 더하고 거기에 또 원래의 절반을 더해 주고 거기에 또 원래의 $\frac{1}{4}$를 더해주고 당신이끌고 온 양까지 더해 주어야 겨우 100마리가 될 걸세. 갑이 몰고 가는 양은 몇 마리일		

전개 (35분)		까? ▶이 문제를 어떻게 풀어야 할까? ▶일차 방정식의 활용 문제 풀이법 1.구하려는 것을 미지수 x로 놓기 2.문제의 뜻에 맞게 방정식 세우기 3.방정식 풀기 4.확인하기		
		▶식을 세워 해를 구해 보아라. ▶구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인해 보아라.	▷식을 세워 해를 구한다. $x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100$ $\frac{11}{4}x=99$ $x=36$ ▷ $36+36+\frac{1}{2}\times36+\frac{1}{4}\times36+1=100$ 해를 대입하여 등식이 성립하므로 구한 해가 문제의 뜻에 맞아요.	
	탐구 학습 2	▶(예제)현재 경민이 아버지의 나이는 42살이 고 아들의 나이는 10살이다. 경민이 아버지 의 나이가 경민이의 나이의 3배가 되는 것은 몇 년 후인가? ▶식을 세워 해를 구해 보아라.	▷경민이 아버지 나이가경민이 나이의 3배가 되는해를 x년 후 라고 하면, (42+x)=3(10+x) -2x=-12 x=6 6년이 지나면 아버지는 48세가 되고 아들은 16세가 되어 아들의 3배가 된다.	
	협력 학습	<조별 활동지를 나눠주고 릴라바티에 대한 설명하기> 지금으로부터 약 850년 전 인도에 바스카라라는 위대한 수학자가 살고 있었다. 그에게는 선녀 같이 아름다운 릴라바티(Lilavti, '아름다운 것'이라는 뜻)라는 외동딸이 있었다. 바스카라는 여러 가지 방정식과 이자 계산, 수에 관한 많은 문제들로 구성된 수학책을 쓰고 그 책의 제목을 <릴라바티> 라고 지었는데 그에 대한 다음과 같은 이야기가 있다. 그 이야기에 따르면, 한 점성술사가 바스카라의 딸 릴라바티는 상서로운 날 정해진 시간 이외에 혼인을 하게 되면 무서운 불행이 닥칠 것이라고 예언했다. 그 날이 오자 초조한 신부는 컵 시계의 수위가 가라앉고 있는 것을 바라보다가 자신도 모르 는 사이에 머리장식에 붙은 진주가 떨어져		모둠별 활동

		컵 속에 물구멍을 막 아 물이 흘러가는 것이 멈춰지고 그 행운의 순간이 어느 찰나 흘러가 버리고 말았다는 것이다. 바스카라는 불행한 딸을 위로하기 위해 그의 책 이름에 딸의 이름을 따서 붙였다는 것이다.		
		▶모둠별 활동지를 풀어 보아라.	▷각 모둠별로 모여 주어진 문제에 대해 토론하며 식을 세우고 구한다. ▷발표할 내용을 정리하여 발표한다.	
		<모둠별 활동지> 당시 인도의 수학책은 모두가 아름다운 시로 재미있게 엮어져 있다. <릴라 바티>속의 다음과 같은 문제가 있다. 선녀같이 아름다운 눈동자의 아가씨여! 참새 몇 마리가 들판에서 놀고 있는데 두 마리가 더 날아왔어요. 그리고 저 푸른 숲에서, 그것의 다섯 배가 되는 귀여운 참새 떼가 날아와서 함께 놀았어요. 저녁노을이 질 무렵, 열 마리의 참새는 숲으로 돌아가고 남은 참새 스무 마리는 밀밭에 숨었대요. 처음 참새는 몇 마리였는지 내게 말해주세요.		다른 모둠에서 발표하는 내용과 자신의 풀이방법을 비교하면서 설명을 듣는다.
	형성평가	▶성취수준 도달도 확인 및 점검	▷형성평가지 풀이	형성평가지
정리 (5분)	학습내용정리	▶학습내용정리		
	과제제시	▶과제제시		
	차시예고	▶차시예고		

◎ 형성평가지 ◎

*1*학년 (　)반 (　)번 성명 (　　)

1. 다음은 그릇으로 스님 수를 알아 맞추는 노래이다.

높디높은 산 속에 오래된 절이 있는데, 절 안에 스님들은 몇 분인지 모르겠네. 그릇은 모두 365개로서 딱 맞게 다 쓰시면서 다툼이 없으신데, 셋이서 밥 한 그릇을 함께 잡수시며 넷이서 국 한 사발을 같이 드신다네. 과연 절 안에 스님이 몇 분이나 계시는가?

절 안에 스님이 몇 분이나 계시는가?

2. 《고대 그리스 선집(Greek Anthology)》에는 디오판투스의 삶과 관련된 다음과 재미있는 수수께끼가 기록되어 있다.

"신은 디오판투스에게 일생의 $\frac{1}{6}$소년기로 허락하고, 그 후 일생의 $\frac{1}{12}$후에 수염이 자라게 하였다. 그 뒤 일생의 $\frac{1}{7}$후에 결혼을, 그리고 5년 후에 아들을 주었다. 불쌍하게도 그의 말년에 태어난 아들은 그의 일생의 반의 나이까지만 생명이 허락 되었고, 그는 아들이 죽은 후 4년 뒤에 죽었다."

디오판투스의 나이를 구하여라.

Ⅳ 결론 및 제언

수학은 인류문명에 중요한 영향을 끼친 학문으로 오랜 세월 동안 발전되어 왔다. 수학은 창의적 사고력, 논리적 사고력, 비판적 사고력, 문제해결 능력, 추론 능력, 의사소통 능력을 할 수 있게 하는 중요한 과목이다. 수학은 또한 모든 과목의 밑바탕으로 중요성을 아무리 강조해도 지나치지 않다. 그런데 수학은 다른 과목에 비해 기호화, 형식화 된 딱딱한 학문으로 많은 학생들이 어려워한다. 또한 학습에 별 흥미를 느끼지 못하게 하는 수업은 수학을 한층 더 싫어하게 만들기에 충분하다.

학생들에게 수학에 대한 관심과 흥미를 유발시키고 자신감을 가지게 하여 수학 학습에 대한 자극제가 될 수 있으며 수학의 필요성을 느낄 수 있게 하는 방법 중에 하나가 수학사를 활용하는 것이다. 그러나 중학교 수학교과서 15종에 도입된 수학사적 내용을 조사해본 결과 수학사의 도입이 매우 미흡하다. 교과서마다 다르지만 수학사를 간략하게 소개하거나 '누가 무엇을'이라는 단답형 식으로 되어 있어 학생들의 흥미를 유발시키기에는 턱없이 부족한 실정이다. 또한 수학사 내용이 단원 마지막에 소개되어 있어 지나치기 쉽고 그 단원공부에 많은 영향을 주지 못하는 것 같다. 그리고 아직도 수학사 자체를 도입하지 않는 교과서도 있는 것이 안타깝다.

수학교육은 역사적 배경은 물론 수학사에 숨겨진 발견 과정을 살펴보아야 한다. 그렇게 함으로써 수학을 더 잘 이해하고 또 수학이 인류문명의 발달에 미친 결정적인 영향력에 대해 소개해주고 위대한 수학자들의 고민, 번뇌, 실패, 좌절, 끈기, 열정 등을 알아가면서 수학자들과 더 가까워지고 수학의 필요성을 깨닫게 될 것이다. 또한 수학자들의 사진을 함께 실어 직접 봄으로써 존재성을 인식시켜주면 더 효과적일 것이다.

이에 본 논문에서는 이러한 필요성에 의해 중학교 수학 교육과정과 관련된 유용한 수학사적 자료를 찾아보았고 15종교과서에 많이 소개된 수학사적 인

물을 중심으로 보다 다양한 관련 수학사의 자료를 위주로 여러 가지 문헌을 통하여 조사하여 보았다. 이를 토대로 수학수업에 활용하여 학생들의 흥미와 관심을 이끌 수 있는 자료에 도움이 되었으면 한다.

따라서 수학사를 잘 활용하기 위해서 교사 자신이 먼저 수학사에 대한 풍부한 지식이 있어야 하고 수학사를 학생들의 수준에 맞는 이해하기 쉬운 자료들과 다양한 접근방법을 개발하는데 관심을 가져야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] 계영희 외 8인. 『행복한 교과서, 수학자를 만나다』, 경문사 , 2006.

[2] 노현주. 『수학사를 도입한 수학 교육 : 중학교 1학년 교육과정을 중심으로』, 신라대학교 교육대학원 논문, 2005.

[3] 신선옥. 『수학사를 도입한 학습지도 자료 연구 : 중학교 수학교육을 중심』, 아주대학교 교육대학원 논문, 2002.

[4] 안희두. 『수학사 관련 학습자료 활용을 통한 학습의 흥미와 성취도에 관한연구』, 경성대학교 교육대학원 논문, 1999.

[5] 우정호. 『학교수학의 교육적 기초』, 서울대학교출판부, 2007.

[6] 유병민. 『수학사를 도입한 수학 교육 학습지도안에 관한 연구』, 연세대학교 교육대학원 논문, 2005.

[7] 육익선・심유미・남상이. 『수학은 아름다워 I 』, 동녘, 2002.

[8] 이종해. 『수학사를 도입한 중학교 수학학습지도 자료 연구』, 아주대학교 교육대학원 논문, 2000.

[9] 임재민. 『수학사 자료를 활용한 교수-학습자료 연구 : 중학교 방정식 단원을 중심으로』, 성균관대학교 교육대학원 논문, 2003.

[10] 조권이.『수학사를 도입한 중학교 수학의 교수-학습 지도자료 연구 : 7단계 가, 나를 중심으로』, 서강대학교 교육대학원 논문, 2005.

[11] 황선희, 박영훈.『멜론수학』, 문예춘추사, 2007.

[12] 황혜정 외 4인. 『수학교육학신론』, 모음사, 2008

저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20068065	과 정	석사
성 명	한글: 임 성 애 한문: 林 成 愛 영문: Lim Sung-ae				
주 소	전남 화순군 화순읍 만연리 금호아파트 103동 402호				
연락처	E-MAIL: krab75@hanmail.net				
논문제목	한글 : 수학사를 도입한 학습지도자료 연구 - 중학교 수학교육을 중심으로 - 영문 : A study on the development of instructional materials using the history of mathematics -Focused on the middle school mathematics education-				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집・형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포・전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송・출력을 허락함.

2008년 12월 일

저작자: 임 성 애 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하