creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000236137

２００８년　２월

敎育學碩士(數學敎育)學位論文

數學史를 活用한 敎授-學習 方法 硏究

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

李　恩　暻

數學史를 活用한
敎授-學習 方法 硏究

A study on the teaching - learning method
through the history of mathematics.

2008년 2월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

李 恩 暻

數學史를 活用한
敎授-學習 方法 硏究

指導敎授　韓 承 局

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 提出함.

2007년 10월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

李　恩　暻

李恩暻의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함.

審査委員長　朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____印

2007년 12월

朝鮮大學校 敎育大學院

- 목　　차-

ABSTRACT

Ⅰ. 서　론

A. 연구의 목적 ····· 1

B. 연구의 방법 및 내용 ····· 2

C. 연구의 제한점 ····· 2

Ⅱ. 이론적 배경

A. 수학교육에서 수학사 활용의 필요성 ····· 3

B. 수학교육에서 수학사 지도의 역할과 효과 ····· 5

Ⅲ. 본론

A. 교과서에　도입된 수학사 내용목록 ····· 8

B. 수학사 학습자료

1 수와 연산 ····· 11

2 문자와 식 ····· 21

3 규칙성과 함수 ····· 28

4 확률과 통계 ····· 32

5 도형 ····· 36

Ⅳ. 결론 ····· 44

참고문헌 ····· 45

- 표 및 그림 목차 -

[표-1] 수와 연산 ····· 8
[표-2] 문자와 식 ····· 8
[표-3] 규칙성과 함수 ····· 9
[표-4] 확률과 통계 ····· 9
[표-5] 도형 ····· 10
[표-6] 구장산술의 구성 ····· 26
[그림-1] 이집트의 상형문자 ····· 13
[그림-2] 13015계산 ····· 13
[그림-3] 뻴셈기호,1,10 ····· 14
[그림-4] 25계산 ····· 14
[그림-5] 524,551계산 ····· 14
[그림-6] 마야 수체계 ····· 15
[그림-7] 43,487계산 ····· 15
[그림-8] 3대 작도불능 ····· 41
[그림-9] 피라미드의 높이 ····· 42

ABSTRACT

A study on the teaching - learning method through the history of mathematics.

Lee Eun-kyoung
Advisor : Prof. Han Seung-gook Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

In this paper, we want to present the mathematic history related with mathematic class to students. Therefore this thesis promote students interest in mathematic and recognition of mathematics as the practical subject. This thesis provide students to improve thinking ability in mathematics.

n this thesis, We study and develop the mathematics history.
This research applies the mathematics history among many method.
This research may enhance the study ability and interest.
The necessity of mathematical history in studying mathematics are discussed in chapter 1. The historical topics written in current mathematics textbooks of 7th math curriculum were analyzed in chapter2. And then, the researcher found some new topics to stimulate students interesting in learning mathematics from a few books of mathematical history.

Ⅰ. 서 론

A. 연구의 목적

수학을 왜 하는지 모르겠다. 지루하고 어렵다. 재미있게 할 수 있는 방법은 없는가? 많은 학생들이 수학이란 과목을 접하면서 느끼는 것들이다. 틀에 박혀진 공식을 암기하여 계산하는데 주를 이루는 수학수업은 학생들로 하여금 지루하고 어렵게 만든다. 이를 극복하기 위하여 수학에 대한 관심과 흥미를 유발하고 학생들로부터 좀 더 가까이 다가가게 하여 수학수업에 수학사를 도입하는 것도 한 가지 방법일 것이다.

7차 수학 교육의 목표에도 나타나 있듯이 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하는 것이 중요한 목표 중의 하나로 되어 있다. 수학의 역사적 발달 과정을 되돌아봄으로써 수학적 사고력을 향상시키는데 큰 도움이 될 수 있다. 이렇듯 수학사 활용의 중요성을 인식하고 있으나 자료개발의 부족으로 인해 실제로 수학사를 도입하는데 어려움이 따르는 것이 현실이다. 또한, 수학의 근본적인 의문인 수학적 공식과 기호들이 언제부터, 어디에서, 누구에 의해, 왜 생겨났는지에 대한 질문에 자세히 알려줘야 할 교사들이 수학사에 대한 지식이나 이해를 갖지 못하고 있다. 즉, 수학사를 활용한 자료연구개발이 시급히 요청되며 무엇보다도 수학사에 대한 교사들의 적극적인 관심과 활용의지가 요구됨을 알 수 있다.

본 논문에서는 7차 교육과정 7, 8, 9단계의 단원별 교육과정에서 단원마다의 역사적 배경을 문헌연구를 통해 조사하여 단원의 내용을 배우기에 앞서 관련 수학사 내용을 먼저 앎으로서 수학에 대해 흥미와 관심을 유발하여 재미있고 유용한 교과로 인식하고 또한, 수학적 사고력 함양에 밑거름이 되도록 하고자 한다.

B. 연구의 내용

위와 같은 목적 달성을 위하여 다음과 같은 구체적인 연구 내용을 선정하고자 한다.

첫째, 수학사 도입에 대한 이론적 고찰로써 수학교육에서 수학사 활용의 필요성 및 수학사 지도의 역할과 효과에 대하여 논하였다.

둘째, 수학사 지도에 대한 관련 문헌을 검토하였다.

셋째, 중학교수학 교과서에 각 단원별 내용과 수학사를 관련지어 설명할 수 있는지 분석한 표를 바탕으로 각 단원에 대한 역사적 배경, 발견과정을 조사하였다.

C. 연구의 제한점

본 논문은 다음과 같은 제한점을 갖는다.

첫째, 본 논문은 연구 대상을 중학교 수학교육으로 제한한다.

둘째, 수학사적 자료 개발을 연구하는 단원의 선정은 연구자에 의해 이루어졌으므로 객관성을 일반화하는데 제한이 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

A. 수학교육에서 수학사 활용의 필요성

현대 수학교육의 중요한 관심사는 '수학적 사고력의 향상'에 있다. 즉, 수학이 단순히 지식 체계로서가 아닌 학습자의 구성 활동 및 재발견 과정이 되어야한다는 것이 현대 수학교육의 흐름이자 교육과정 구성의 주된 원리가 되고 있다.

학생들이 수학적 사고력을 신장해야 된다는 요구는 학생들 모두를 수학자로 만들자는 것이 아니라 그들이 활동하고 있는 삶의 현장에서 나타나는 여러 가지 문제를 수학적으로 생각하고 수학을 이용하여 해결할 수 있게 하자는 것이다. 그러기 위해서 수학사를 수학교육에 도입하여 좀 더 흥미를 유발시키고, 수학내용의 발달과정을 살펴보면서 개념이나 원리를 이해하는데 도움을 주자는 것이다.

수학교육에서 수학사를 도입해야 할 필요성을 살펴보기로 한다.

백석윤(1990)은 수학사 지도의 필요성을 다음과 같이 말하고 있다.

첫째. 수학 내용에 대한 역사적 의의를 알게 됨으로써 학생들의 수학에 대한 흥미, 적극적인 학습 의욕, 학습 노력을 불러일으킨다.

둘째, 수학적 개념이나 내용의 생성·변천과정을 통하여 학생들의 잘못된 인식과 개념을 정립시킨다.

셋째, 수학에 대한 무미건조함을 해소시킨다. 즉, 수학 내용을 실생활과 분리된 불필요한 과목이라는 잘못된 편견을시정할 수 있는 계기를 마련한다.

넷째, 수학 형성의 배경, 수학자나 당시 사회와 관련된 흥미로운 에피소드, 수학적 개념, 내용의 발생과 변천 과정에 대한 재미있는 이야기 등으로 학생들의 잘못된 선입견, 편견을 바람직한 방향으로 시정, 유도하게 한다. 이를

위하여 수학사가 제공하는 수학자들의 관련 일화는 수학의 인간적인 측면을 인식하게 할 수 있고, 수학의 엄밀성, 완벽성에 대한 학생들의 거부감 해소에 도움이 된다.

다섯째, 수학의 발달과정은 자연과학의 발달과정과 밀접하게 연관되어 있으므로 수학의 편협한 과목이 아니라 일반적인 성격이 강하고 적용범위가 넓은 기초 과학 과목이라는 폭넓은 이해를 갖게 하는데 도움이 되며, 이러한 이해를 통하여 갖게 되는 수학에 대한 올바른 인식은 학생들의 수학 공부에 대한 올바른 태도를 가져다 줄 것으로 기대된다.

여섯째, 일선 교사의 적절한 방법을 통한 수학사의 응용은 학생들의 주의 집중과 변화를 가져오게 한다.

일곱째, 수학적 구조나 개념의 형성, 발전 과정은 학생의 수학적 구조나 개념의 형성에 도움이 되고, 수학 교육 과정의 연구에도 중요한 참고자료가 된다.[10] 또한, 구장서 (1994)는 수학교육에 있어서 수학사 도입의 필요성을 3가지 범주로 언급하였다.

첫째, 연대적 의미로 수학에서 사용하고 있는 많은 용어, 단위 등에 대한 역사적 발생배경을 알아봄으로써, 특정한 문제에 대한 이해뿐만 아니라, 학생들과 토의, 대화를 할 수 있는 단서를 제공하여 준다.

둘째, 논리적인 의미로는 수학이 역사가 논리와 별개인 것처럼 보일 수 있지만, 역사는 학생들의 논리적 통찰력을 발전시키는데 기여해 왔다. 어떤 주제를 증명하려고 할 때, 논리들이 다른 방식이 아닌 이런 식으로 연관되어 있는가를 알고자 한다. 역사적 증명이 수학의 동기를 부여 하며, 학생들이 문제에 처음 접하는 미숙한 상태에서 항상 자명한 이치에서부터 해결하려고 하는 방법에 동화된다. 수학에 대한 완전하고 규격화된 접근법보다는 발생학적인 원칙으로부터 더욱 많은 성공을 기대할 수 있다고 하였다. 따라서 수학이란 학문도 오랜 세월을 거쳐 인간들의 재능에 의해서 많은 시행착오를 거쳐 이루어졌고, 수학이란 딱딱한 과목도 인간이 생활해 나가면서 필요에 의해서 창조, 수정, 다듬어져 현재와 같은 완성된 모습으로 갖추게 되었고, 또한 앞

으로도 계속 변천될 가능성을 갖고 있음을 알게 함으로써 학생들에게 수학에 대한 거부감을 어느 정도 해소해 주는 역할을 할 것이다.

셋째, 교육적 이류로는 수학에서 문제를 해결하는 데에는 처음부터 잘 다듬어진 지혜의 산물이 아니고, 오랜 경험과 사고를 통하여 다듬어져서 발달해 온 것이다. 그러므로 역사적인 아이디어는 교육적으로 동기가 부여된 과정을 선택하고 설명하는 데 도움을 준다. 수학이 수학 만으로서가 아닌 과학보다는 음악과 미술의 창조에 공헌하며 독창적인 창조에 의하여 수학의 자율성이 보장될 수 있다. 수학사는 학생들의 통찰력을 기르고 흥미를 자극하며, 교사의 능력을 향상시키는데 도움을 준다. [3]

B. 수학교육에서 수학사 지도의 역할과 효과

신영미(1992)는 수학 교육에서 수학사의 역할을 다음과 같이 적고 있다.

첫째, 수학사를 통해서 학생들에게 현대문명의 발달에서 수학이 담당한 중심적 역할과 문화적인 역할을 이해하게 하여 수학에 대한 올바른 인식을 갖게 할 수 있다.

둘째, 수학사는 인류라는 가장 큰 학습자의 학습 과정이기 때문에 수학사에 대한 고찰은 수학사의 구조나 학생들의 개념 형성과정을 이해하고 연구하는데 중요한 자료가 되며 나아가 수학 교육과정의 연구와 지도법의 연구에 핵심적인 자료를 제공한다.

셋째, 수학사는 수학의 역사적 발달과정을 되돌아보게 함으로써 수학적 활동의 인간적인 모습과 수학의 진정한 모습을 접하게 하여 학습동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어넣는다.

넷째, 기계적인 알고리즘적 계산수학을 반성하게 하여 반성적 사고를 고취하게 하므로 진정한 수학적 사고 교육을 가능하게 한다.

다섯째, 보다 구체적으로 말하면 수학사는 수학지도를 다음 사항에 대한 이

해를 도와서 효율적으로 수학교육을 이루게 한다.

· 수학 내용 자체에 대한 이해

· 수학이 창조, 발전되며 변천되고 일반화되는 과정과 이유에 대한 이해

· 수학과 실세계의 현상과의 관계에 대한 이해

· 수학의 구조, 공리적 체계, 증명 등의 이해

즉 요약하면 다음과 같다.

1) 인류의 문화와 기술문명 발달에서의 수학의 중심적 역할에 대한 교육

2) 수학 교육 연구에 중요한 자료 제공

3) 수학 학습에 생기를 주고 학습 동기를 유발

4) 개념적 사고의 고취

5) 다양한 문제해결 방법의 제공

6) 학생들이 겪는 학습상의 어려움에 대한 적절한 대처 방법을 제공

7) 수학의 형성과정에 대한 이해

8) 수학과 실세계와의 관계에 대한 이해

9) 수학의 구조, 공리적인 체계, 증명 등의 이해

그리고 김영춘은(1993) 수학 교육에서의 수학사 도입의 효과를 다음과 같이 설명하고 있다.

첫째, 흥미와 자신감을 고취시킨다.

둘째, 수학의 형성 배경과 변천과정을 통해 새로운 수학관을 확립한다.

셋째, 수학의 폭 넓은 수용성과 과학 발달 현상과의 연관성을 이해한다.

넷째, 학생 성장에 따른 교육과정 개발에 참고가 된다.

다섯째, 대안적인 해법을 제시한다.

위의 내용을 더 세분화해 보면 다음과 같다.

1) 학습 동기 고취에 도움을 준다.

2) 수학에 인간적인 모습을 준다.

3) 역사적 발달은 커리큘럼 내의 내용 배열 결정에 도움을 준다.

4) 학생에게 여러 개념이 어떻게 개발되어 왔나를 보여줌으로써 이해를 돕는다.

5) 수학에 대한 학생의 인식을 바꾼다.

6) 고대와 현대와의 비교가 현대 기술의 가치를 확립한다.

8) 연구 기회를 제공한다.

9) 발달에 관한 과거의 장애가 오늘날 학생들이 어려워하는 것이 무엇인지를 설명 하는데 도움을 준다.

10) 학생들이 문제를 갖고 있는 것이 자신만이 아님을 깨달음으로써 안심하도록 한다.

11) 우수 학습자에게 좀 더 깊이 성찰하도록 격려한다.

12) 사회에서의 수학의 역할을 설명한다.

13) 수학을 덜 놀라운 것으로 만든다.

14) 수학사 탐구는 수학에 대한 관심과 열의를 유지시킨다.

15) 다른 과목 교사나 학생들과의 교육과정의 연구 기회를 제공한다.

따라서 수학사는 수학교육에서 담당할 수 있는 역할이 매우 다양하고 이러한 역할들은 수학의 진정한 모습을 대할 수 있게 할 뿐만 아니라 의미 있는 수학교육을 가능하게 하며 수학교육을 인간화하는데 수학사가 매우 중요하고 필요한 도구임을 말해준다. [11]

Ⅲ. 본 론

A. 단원과 관련된 수학사 내용

교과서 7단계, 8단계, 9단계의 각 단원에 관련된 수학사의 내용을 살펴보면 다음과 같다.

1. 수와 연산

[표-1] 수와연산

<table>
<tr><th rowspan="2">단 계</th><th colspan="2">내 용</th><th rowspan="2">수학사 자료</th></tr>
<tr><th>대 단원</th><th>중 단원</th></tr>
<tr><td rowspan="6">7단계</td><td rowspan="3">집합과 자연수</td><td>집합</td><td rowspan="13">1) 집합의 역사
-칸토어
2) 수의표기법
3) 수의 발전
-자연수
-유리수
-무리수
-음수
4) 에라토스테네스의 체</td></tr>
<tr><td>자연수</td></tr>
<tr><td>십진법과 이진법</td></tr>
<tr><td rowspan="3">정수와 유리수</td><td>양수와 음수</td></tr>
<tr><td>덧셈과 뺄셈</td></tr>
<tr><td>곱셈과 나눗셈</td></tr>
<tr><td>8단계</td><td>유리수와 소수</td><td>유리수와 소수</td></tr>
<tr><td rowspan="4">9단계</td><td rowspan="2">실수와 그 계산</td><td>제곱근과 실수</td></tr>
<tr><td>근호를 포함한 식의 계산</td></tr>
<tr><td rowspan="2">식의 계산</td><td>다항식의 곱셈</td></tr>
<tr><td>인수분해</td></tr>
</table>

2. 문자와 식

[표-2] 문자와 식

단 계	내 용		수학사 자료
	대 단원	중 단원	
7단계	문자와 식	문자의 사용	1) 방정식의 역사

		일차식	2) 기호의 발전 - 비에트의 기호 - 해리어트의 기호 - 데카르트의 기호 3) 디오파토스의 산술·묘비 4) 중국의 '구장산술' 5) 페르마의 마지막 정리
	일차방정식	등식과 방정식	
		일차방정식	
		일차방정식의 활용	
8단계	식의계산	단항식의 계산	
		다항식의 계산	
	연립방정식	연립방정식과 그 풀이 및 활용	
	부등식	부등식	
		일차부등식	
9단계	이차방정식	이차방정식	
		이차방정식과 활용	

3. 규칙성과 함수

[표-3] 규칙성과 함수

단 계	내 용		수학사 자료
	대 단원	중 단원	
7단계	함수	함수	1) 함수의 개념 2) 함수의 역사 3) 좌표의 탄생 -데카르트 4) 갈릴레오와 피사의 사탑
		함수의 그래프와 활용	
8단계	일차함수	일차함수와 그 그래프	
		일차함수의 활용	
9단계	이차함수	이차함수와 그 그래프	

4. 확률과 통계

[표-4] 확률과 통계

단 계	내 용	수학사 자료

	대 단원	중 단원	
7단계	자료의 정리	자료의 정리	1) 확률의 역사 2) 랜덤현상 3) 파스칼의 도박문제 4) 통계학의 역사
		자료의 관찰	
8단계	확률	경우의 수와 확률	
		확률의 계산	
9단계	통계	상관도과 상관표	

5. 도형

[표-5] 도형

단 계	내 용		수학사 자료
	대 단원	중 단원	
7단계	도형의 기초	기본도형	1) 기하학의 역사 2) 탈레스 - 막대기 하나로 측정한 피라미드의 높이 3) 원주율 π 의 역사 4) 3대 작도 문제 5) 유클리드 기하학 원론
		위치관계	
	도형의 성질	도형의 작도와 합동	
		평면도형	
		입체도형	
8단계	도형의 성질	삼각형의 성질	
		사각형의 성질	
	도형의 닮음	도형의 닮음	
		평행선과 선분의 비	
		닮음의 응용	
9단계	피타고라스의 정리	피타고라스의 정리	
		피타고라스의 정리의 활용	
	원	원과 직선	
		원주각	
		원과 비례	

B. 수학사 학습자료

1. 수와 연산

1) 집합의 역사

수학은 어떤 대상의 개수를 세거나 크기를 재는 것으로부터 시작된다. “한강변의 모래알의 개수는 얼마나 되는가?” 라고 물었을 때 개수를 세려는 대상은 한강변의 모래알 전체이다. 또 평면상의 점은 모두 몇 개일까를 생각해 볼 수 있다. 여기서 우리는 개수를 세는데 있어서 두 가지 문제점을 지적할 수 있다.

첫째는 개수를 세려고하는 대상이 명확해야 한다는 것이다. 막연히 한강변이라고 하면 그 경계가 애매하기 때문에 그것의 개수도 분명히 말할 수 없다.

둘째는 개수가 무한인 것도 셀 수 있어야 한다는 것이다. 우리의 주변에는 그 개수가 무한인 것들이 많이 있다. 모든 정수의 모임, 모든 유리수의 모임 등, 그러나 자연수만 가지고는 개수가 유한인 대상밖에 셀 수가 없다.

이 두 가지 문제점을 해결하기 위하여 1895년 칸토르(Cantor; 1845～1918)는 집합이론을 창시하였다. 그는 1872년의 논문에서 ‘집합이란 확정되어 있고 또 서로 명확히 구별되는 것들의 모임’ 이고, ‘두 집합 사이에 일대일의 대응관계가 성립할 때, 두 집합의 같은 농도를 갖는다.’고 정의함으로써 유한 집합의 개수에 해당하는 무한집합의 농도를 도입했다. 이렇게 하여 칸토르 이전까지는 애매모호하던 무한이라는 개념이 명확하게 취급되기 시작했고 집합이론은 그 후 모든 수학의 기초를 확실하게 하는 도구가 되어 수학을 연구하는데 없어서는 안 될 중요한 위치를 차지하게 되었다.[2]

○ 집합론의 아버지 칸토어 *(Cantor, Georg 1845~1918)*

칸토어는 유대 혈통의 부유한 상인인 아버지와 예술을 좋아하는 카톨릭 신자인 어머니 사이에서 1845년에 태어났다. 어린 시절부터 수학에 재능을 나타냈지만. 그의 아버지는 그가 공학기술자가 되기를 원했다. 칸토어는 아버지의 뜻에 따르기로 결심했으나, 수학적 재능이 매우 탁월했기 때문에 대학을 진학했을 때에는 아버지도 수학을 전공하도록 허락하였다. 그는 스위스 취리히 공과대학에서 수학 공부를 시작했고, 얼마 후 베를린 대학으로 옮겨 1876년에 박사학위를 받았다. 그 후 할레 대학교의 교수가 되었고 승진을 거듭하여 1879년에 정교수가 되었다. 칸토어의 초기 관심사는 정수에 관한 것이었으나, 1874년 이후에 집합론과 무한이론에 관한 혁명적인 연구를 시작하여, 불과 29세의 젊은 나이에 놀라운 논문을 발표하였다. 그가 보여준 무한집합론은 모든 현대수학의 기초가 되었지만, 발표했을 당시만 해도 내용이 너무 혁명적이어서 대부분의 수학자들은 이해하거나 받아들일 수 없었다. 뿐만 아니라, 당대의 대 수학자 크로네커(Kroneker ;1823~1891)는 칸토어가 장시한 무한집합론을 수학에 대한 하나의 도전으로 받아들이고 칸토어와 칸토어의 이론에 대해서 공격을 퍼부었다. 감성이 예민한 칸토어는 이러한 상황을 견뎌내기가 몹시 힘들었을 것이며, 결국 정신병원을 오가는 신세가 되었다. 많은 시간이 흐른 후에야 칸토어의 수학적 업적을 간신히 인정받았고 크로네커와도 화해를 했지만, 그때는 이미 칸토어의 정신병이 심각한 지경에 이르고 말았다. 1918년 1월 6일 무한의 신비를 파헤치다 지치고 쇠약해진 칸토어는 할레 대학의 정신병원에서 생을 마감하였다. 수학사에 빛나는 큰 업적을 남기고도 인생을 정신병원에서 쓸쓸히 마치고 말았지만 칸토어는 우리들에게 무한이라는 새로운 세계를 열어준 훌륭한 수학자이다. [1]

2) 수의 표기법

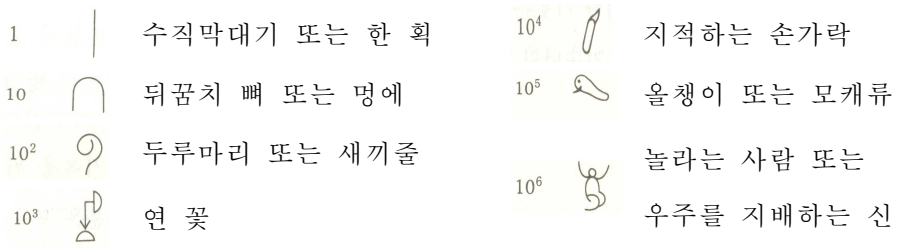
아마 초기의 셈은 일대일 대응 원리를 이용한 간단한 조각 물건에 의한 방법이었을 것이다. 예를 들어 손가락 접기, 조각돌이나 막대기 모으기, 자국

내기, 새김눈내기, 매듭 묶기를 해서 셈을 할 수 있었을 것이다.

그 이후에 수를 세는 방법이 발달하는 것과 함께 사람들은 수를 표기할 줄도 알아야만 했다. 그래서 나라마다 독특한 표기법을 만들어 사용하기 시작했다.

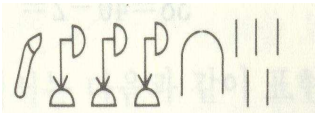
○ 이집트의 상형문자 :

기원전 3400년경 훨씬 이전에 사용되었으며 10진법에 기초하여 임의의 수는 모두 다음의 각 기호를 요구된 수만큼 반복적으로 사용함으로써 표현할 수 있다. 이를테면



[그림-1] 이집트의 상형문자

$$13015 = 1(10^4) + 3(10^3) + 1(10) + 5 =$$



[그림-2] 13015계산

○ 바빌로니아의 쐐기문자 :

기원전 2000년~기원전 200년까지의 쐐기문자판에는 60보다 작은 수는 10을 밑수로 하는 단순 그룹핑법에 의해서 표현되었는데 때때로 뺄셈기호를 이용하여 표기를 간단하게 하였다. 뺄셈기호 , 1, 10에 대한 기호는 각각 다음과 같다.

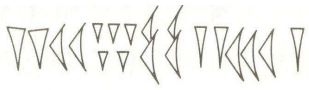
[그림-3] 뻘셈기호, 1, 10

이 기호를 이용한 기수법의 한 예를 살펴보면 다음과 같다.

$25 = 2(10) + 5 =$

[그림-4] 25 계산

기원전 3000년과 기원전 2000년 사이의 고대 바빌로니아 인들은 위치의 원리를 이용한 60진법을 개발하였다. 예를들어

$524,551 = 2(60^3) + 25(60^2) + 42(60) + 31 =$ 

[그림-5] 524,551계산

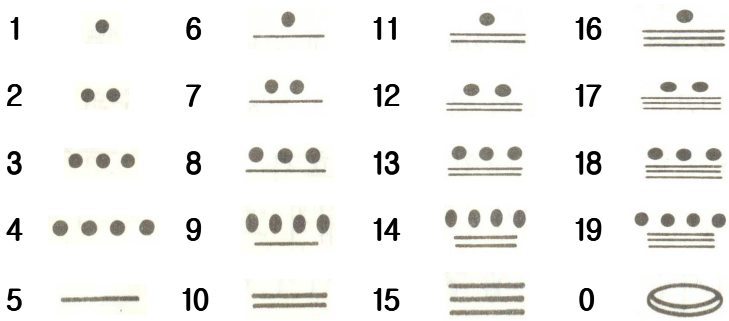
이 위치 수 체계는 기원전 300년 후까지도 0에 대한 기호가 없어서 어려움을 겪었다.

○ **마야 수체계 :**

그 기원은 알 수 없지만 상당히 오래된 것으로 추정되는 이 체계는 16세기 초에 스페인 탐험대에 의해 유카탄 반도(멕시코 동남부)에서 발견되었다.

이 체계는 본질적으로 20진법인데, 다만 두 번째 수의 군이 $20^2 = 400$ 대신에 (18)(20)=360이었다. 그보다 더 높은 군은 $(18)(20^n)$형태로 되어 있다. 이 표현은 마야의 달력이 360일로 되어 있다는 사실로 설명될 수 있을 것이다.

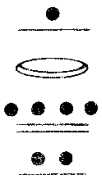
0에 대한 기호가 있으며 이 기호의 변형이 지금까지도 이용되고 있다. 점과 대시에 의해 매우 간단히 표현되고 있다



[그림-6] 마야 수 체계

큰 수는 마야의 방식대로 세로로 쓰여 졌다. 그 예는 다음과 같다.

$$43,487 = 6(18)(20^2) + 0(18)(20) + 14(20) + 7 =$$



[그림-7] 43,487계산

오늘날 초등 수학에서 사용되는 긴 곱셈이나 나눗셈과 같은 계산 규칙은 15세기 말에 개발되었다. 이렇게 계산 규칙이 더디게 발전된 이유는 그러한 연구에서 만나게 되는 정신적 어려움도 있었지만 충분한 종이 재료가 없었기 때문이기도 하다.

오늘날 사용하고 있는 덧셈, 뺄셈, 방법에서 넘겨주거나 빌려 오는 개념은 바로 수판에서 비롯된 것이다.

○ 로마 수체계 :

10진법 또는 5진법을 사용하고 뺄셈의 원리가 이용되었다.

예를 보면 다음과 같다.

1	5	10	50	10^2	500	10^3
I	V	X	L	C	D	M

1944=MDCCCCXXXXIIII

위 수를 뺄셈의 원리를 이용하면 다음과 같이 표현할 수도 있다.

1944=MCMXLIV

이러한 형식은 큰 수를 나타내기가 불편하며 계산하기가 매우 어렵다. 그래서 그들은 계산은 수판으로 하고 숫자는 그 결과를 기록하는데 사용하였다.

○ 인도·아라비아 수체계 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

인도·아라비아 수체계는 인도인들이 그것을 발명하고 아라비아인들이 서유럽으로 전파했다고 해서 붙여진 이름이다. 위치 표시나 0이 사용된 최초의 기록은 페르시아 수학자 알-화리즈미(al-Khowarizmi)가 825년에 출간한 책이다. 이 책에서 완전한 인도 수체계를 설명하고 있다.

이 새로운 수체계가 언제 유럽으로 전해졌는지 확실치는 않지만 13세기쯤에는 이미 전 유럽으로 전파되어 널리 쓰이고 있었다.

그 후 수판론자와 산법론자 사이의 싸움이 계속 되다가 수판론자들은 자취를 감추고 18세기 때 서유럽에서 수판은 사라진다.

0이라는 뜻의 영어 'zero'는 '공허한' 혹은 '텅빈'이라는 의미의 인도어 sunya가 아라비아어 sifr의 라틴어 형태인 zephirum으로부터 유래된 것이다. 이 0이라는 기호로 말미암아 마침내 오늘날의 10진법이 확립되고 사칙연산을

자유로이 할 수 있게 되었다. [12]

3) 수의 발전

○ 자연수 :

우리가 처음으로 수를 인식하기 시작할 때의 수는 자연수이다. 자연수는 역사상 최초로 활용된 수로서 모든 수학의 기초 개념에 도움을 줄 뿐만 아니라, 다른 여러 가지 수를 형성하는데 기초가 되는 수이다. 독일의 수학자 크로네커(Kronecker; 1823~1891)는 자연수야말로 신이 내려준 수라고 주장하면서 수학의 모든 분야에서 자연수 이외의 모든 수를 추방하려고 했을 정도였다. 한편 이탈리아의 수학자 페아노(Peano; 1858~1932)는 자연수를 신의 선물에서 인간의 창조물로 바꾸어 놓았다. 페아노는 자연수는 인간이 필요에 의해 만들어낸 수라고 주장하였다.[7]

【관련된 일화】

◈ 에라토스테네스의 체 ◈ - 소수(素數)는 과연 몇 개일까?

자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 무한히 많은 자연수 중에서 소수는 과연 몇 개일까? 또, 가려내는 방법은 없을까? 많은 자연수 중에서 소수를 가려내는 방법으로 '에라토스테네스의 체'가 잘 알려져 있다.

에라토스테네스의 체

1에서 50까지의 자연수 중에서 소수들을 가려내 보자.

먼저 1에서 50까지의 수를 차례로 쓴다.

우선 1은 소수에서 제외되므로 지우고, 다음에 나타나는 2를 남기고, 2의 배수들을 지워 나간다. 이어서 2 다음에 나타나는 3을 남기고, 3의 배수들을 지워

나간다. 또, 3다음의 5를 남기고 5의 배수를 지우고,…의 순서로 지워 나갔을 때, 남는 수들이 소수다

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~

실제로 소수를 구해 보면 100을 넘어서면서부터는 그 수가 급격히 줄어드는 것을 알 수 있다. 그렇다면 과연 소수는 몇 개쯤이나 될까? 유한개일까? 무한개일까?

그리스의 대 수학자 유클리드는 무한개라고 자신 있게 말했다. 유클리드의 증명을 알아보자. 만일 소수의 개수가 유한개라면 가장 큰 소수가 존재할 것이므로 그 최대 소수를 M이라 하고 다음과 같은 식을 만들어 보자.

$2\times3+1=7$(∴7은 2,3의 배수가 아니다.)

$2\times3\times5+1=31$(∴31은 2,3,5의 배수가 아니다.)

$2\times3\times5\times7+1=211$(∴211은 2,3,5,7의 배수가 아니다.)

$2\times3\times5\times7\times11+1=2311$(∴2311은 2,3,5,7,11의 배수가 아니다.)

……

$2\times3\times5\times7\times\cdots\times M+1=p$(p는 2,3,5,…,M의 배수가 아니다.)

여기서 자연수 p는 소수이거나 합성수이어야 한다. 만일 p가 소수라면 M이 최대 소수라는 가정에 위배되고, p가 합성수라면 p는 소수들의 곱으로 분해할 수 있으므로 p를 분해하는 M보다 더 큰 어떤 소수가 있어야 한다. 이것 역시 M이 최대 소수라는 가정에 위배된다. 따라서 소수는 무한개다.

○ **유리수 :**

분수는 인류 문화와 함께 생겨났을 것으로 생각되고 있다. 기원전 1650년경 이집트의 승려 아메스가 쓴 파피루스에는 $\frac{2}{3}$을 제외한 나머지 분수를 분자가 1인 몇 개의 단위 분수의 합으로 나타내는 문제가 실려 있다. 또한 린드 파피루스에 $\frac{2}{n}$ 형태의 ($n=1$에서 101까지의 홀수) 분수표가 기록되어 있다. 예를 들자면 $\frac{2}{5}$를 $\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$로 표기한다. 이것이 최초의 분수에 대한 기록이다. 또한 바빌로니아에서는 주로 천문학자들이 분모가 60의 거듭제곱으로 된 수를 사용하였고, 고대 로마에서는 분모가 12인 분수를 사용하였다. 그러나 이때의 분수 기호는 오늘날의 분수 기호와는 같지 않다. 오늘날의 분수기호가 정착된 것은 대체로 르네상스 시대 이후로 보고 있다. [2]

○ **무리수의 발견 :**

피타고라스는 선분을 '점들의 모임'이라고 생각하였다. 따라서 모든 선분의 길이는 이 같은 점들의 개수 즉, 유리수로 나타낼 수 있다고 믿었다. 또한 많은 연구 끝에 피타고라스의 정리를 발견하였는데 재미있게도 거기에서 선분의 길이를 유리수로 나타낼 수 없는 당혹스러운 경우와 마주치게 되었다. 피타고라스의 정리에 따르면 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이를 a라 하면 $a^2=2$가 되어야한다. 그러나 제곱해서 2가되는 유리수는 없다. 즉 지금까지의 '모든 수는 유리수' 라는 생각이 잘못되었음이 밝혀진 것이다. 피타고라스학파는 이 난처한 결과를 쉬쉬했으나 언제까지 감출 수 없었고 결국 무리수의 존재가 드러났다. 무리수의 등장으로 말미암아 수는 유리수와 무리수, 즉 실수의 범위로 확대되었고 수직선을 빈틈없이 꽉 채울 수 있게 되었다. [9]

○ 음수의 역사

‘0보다 작은 수’에 대한 개념이 생긴 것은 방정식이 성립되면서, ‘작은 수에서 큰 수를 뺄 때에는 어떻게 하면 좋을까’라는 의문이 생기고부터 라고 생각된다.

예를 들어, 5 + □ = 8 이 되는 □의 수는 8 - 5로 계산하여 3임을 알 수 있었다. 그러나 5 + □ = 2 가 되는 □의 수를 정하기 위해서는 2 - 5의 계산을 할 필요가 있었다. 이러한 사실에서, ′0보다 작은 수′인 음수의 존재는 아주 오랜 옛날부터 알려져 있었던 듯하다. 그러나 일반적으로 받아들여져 사용하게 된 것은 그리 오래 된 일이 아니다.

고대 그리스의 디오판토스(3세기경)는 방정식의 답이 음수가 될 경우에는 답이 없는 것으로 취급하였다.

또, 최초로 음수를 발견했다고 하는 인도에서는 양수는 재산, 음수는 부채로 비유하여 설명하고 있지만, 음수의 곱셈이나 나눗셈은 수학자들 사이에서조차 정확하게 이해하고 있었는지에 대해서는 불확실하다. 아무튼, 그 당시의 사회에서는 아직 음수는 그 필요성이 없었고, 더욱이 일반인들에게는 전혀 거리가 먼 수였다.

그런데 음수가 받아들여져 사용된 것은 이탈리아의 수학자 카르다노(1501～1576)의 공적에 힘입은 바 크다. 그의 유명한 저서인<아르스마그나>에 방정식의 일반적인 성질을 자세하고 체계적으로 서술하고 있는데, 그 중에서도 음수의 개념을 확립하고 양수와의 여러 가지 법칙을 명확하게 밝히고 있다.

그러나 음수의 중요성이 결정적으로 부과된 것은 근래 350여 년 사이로, 특히 데카르트(1596～1650)가 좌표를 고안하여 사용하기 시작했을 때부터이다. [11]

2. 문자와 식

1) 방정식의 역사

기원전 6세기경의 메소포타미아 지방에 살던 바빌로니아 사람의 문화에서 볼 수 있었던 수학은 일차, 이차 및 삼차방정식에 해당하는 문제를 풀고 있었다. 또 고대 이집트 사람도 일차, 이차방정식에 상당하는 문제를 풀었을 것으로 추측된다. 더욱이 알렉산드리아 시대의 디오판토스(Diophantos; 200년경～284년경)는 이미 이차 방정식의 해법을 알고 있었다고 알려져 있다.

9세기 전반 알콰리즈미(Al-khowarizmi; 780～850)의저서<알제브르왈르무카발라> (al-gebr w ′ almuqabala)에는 일차, 이차방정식의 풀이법이 나타나 있다. 여기서는 오늘날의 '이항'을 al-gebr, '동류항끼리의 정리'를 muqabala라 불렀다.

그래서 대수학을 뜻하는 algebra는 al-gebr에서 유래하고, 계산법과정을 뜻하는 algorithm은 Al-khowarizmi에서 유래되었다고 보고 있다. 그러나 디오판토스, 알콰리즈미에서는 음수의 개념이 없었으므로 음의 근은 아예 존재하지 않았다. 음의 근의 존재를 명확히 의식한 최초의 수학자는 16세기 카르다노라고 한다. 이때까지는 이차, 삼차방정식의 개수는 모두 양의 근만을 다루었다. 즉 카르다노 이전까지는 양의 근만을 근으로 인정하였을 뿐이다.

구장산술에서 볼 수있는 것처럼 중국에서는 일찍이 음수의 개념을 가지고 있었다. 인도에서는 6세기경에 양수, 음수의 개념을 가지고 있었다. 인도인들은 디오판토스가 몇 가지의 경우로 나누어 푼 이차방정식을 1025년에 근의 공식을 얻어 통일적으로 푸는 방법을 밝혔다.

또한 바스카라(Bhaskara; 1114～1185)는 1150년에 이차방정식에 두 근이 있고, 음의 근이 존재함을 인식한 최초의 수학자였다. 또, 바스카라는 삼차, 사차방정식도 다루었다. 간단한 모양의 삼차방정식을 메나이크모스(Menaechmos; 기원전 375～기원전325)는 정육면체의 문제에 관련해서, 아르

키메데스(Archimedes; 기원전287～기원전212)는 구의 부피의 문제에 관련해서 다루었다. 또 아라비아의 대표적인 시인이자 천문학자인 하이얌(khayyam; 1040～1123)은 원뿔곡선의 교점을 작도하여 삼차방정식의 해를 구하였다.

$x^3 + mx = n$와 같은 형태의 삼차방정식의 해법을 처음으로 알아낸 사람은 페로(Ferro; 1465～1526)라고 한다. 오늘날 카르다노의 해법이라고 알려지고 있는 삼차방정식의 일반적인 해법이 발견된 후에 사차방정식의 해법이 카르다노의 제자인 페라리(Ferrai; 1522～1565)에 의하여 발견되었다. 카르다노는 1545년 삼차, 사차방정식의 해법을 그의 저서 <위대한 기법>(Ars Magna)에 발표하였다.

삼차, 사차방정식의 해법이 발견된 후에 약 300년간 많은 수학자들이 5차 이상의 방정식의 근의 공식을 발견하려고 고심하였다. 그러나 해를 거듭해도 해법이 발견되지 않으므로 계수에 가감승제와 근호의 유한화의 조작을 반복하는 대수적 해법은 불가능하다는 증명을 시도하게 되었다. 루피니(Ruffini; 1765～1822)는 5차 이상의 방정식은 대수적으로 풀 수 없다는 증명을 발표하였으나, 그 증명에는 중대한 결함이 있음이 밝혀졌다. 그러나 아벨은 1826년에 “5차이상의 방정식은 일반적으로 대수적으로 풀 수 없다.” 라는 정리를 증명하였다. 그 후 갈루아(Galois; 1811～1832)에 의해서 대수방정식이 대수적으로 풀 수 있는지 어떤지는 근에 대한 아벨군의 군론적 구조에 따라 명백해진다는 것이 밝혀졌다. 이와 같은 독창적인 갈루아의 생각은 오늘의 갈루아 이론의 바탕이 되었고, 현대 수학에 막대한 영향을 주었다. [5]

2) 기호의 발전

16세기까지도 유럽의 대수학은 기호화에 있어서 디오판토스 이래 특별한 진전을 보지 못하고 있는 실정이었다. 그러던 중 15세기에 비잔틴 제국이 멸망하면서 많은 그리스 인들이 귀한 책들을 가지고 이탈리아로 망명을 했다. 그 덕에 16세기 르네상스를 맞이한 이탈리아에서는 여러 학문에 큰 발전이

있었다. 수학 역시 여러 분야에서 많은 연구가 행해졌는데, 수학사상 획기적인 발전을 가져온 '대수학의 기호화'도 바로 이때 이루어졌다.

○ 비에트의 기호

수학의 기호화를 이야기할 때 빼놓을 수 없는 대수학자는 르네상스가 꽃을 피운 16세기 후반의 대표적인 프랑스 수학자 비에트(Viete; 1540～1603)이다.

그는 산술, 대수학, 삼각법, 기하학 등에 걸쳐 고른 연구 성과를 남겼는데 그 중 가장 뛰어난 분야가 바로 대수학이다. 대수학에 관한 연구를 집대성한 비에트의 저서 <해석학 서설>에 보면 기호 이론이 상세히 나와 있다. 그는 미지수는 물론 숫자 계수까지 문자 기호로 바꾸었다. 즉 미지수를 A, E, I, O, U, Y등의 모음 대문자로 나타내고 숫자계수는 B, D, G등의 자음 대문자로 나타내었다.

또한 그는 각기 다른 형태의 기호로 나타내고 있던 거듭제곱을 같은 형태의 기호로 바꾸었다. x 를 A로, x^2 을 A quadratum, x^3 을 A cubum으로 각각 표시했다. 이들을 줄여서 A, Aq, Ac로 나타내기도 했는데 이 기호들은 모두 시각적으로 A의 거듭제곱임을 쉽게 알 수 있는 장점을 지니고 있다. 그러나 단어를 그대로 사용하는 등 완전한 기호화가 이루어지지는 않아 표현이 길고 불편하다는 단점이 있었다.

○ 해리어트의 기호

비에트 이후로도 많은 수학자들이 더욱 편리한 기호를 개발하기 위해 노력을 아끼지 않았다. 그 대표적인 사람이 바로 해리어트(Harriot; 1560～1621)라는 영국의 측량기사 겸 수학자이다. 그는 단어로 표현하느라 식이 길어진 비에트의 방법을 보완하여 A quadratum대신 AA, A cubum대신 AAA를 사용했다. 또한 그는 거듭제곱 기호 외에도 오늘날 우리가 사용하는 부등호 >, <를 고안하기도 했다.

○ 데카르트의 기호

17세기의 위대한 철학자 데카르트(Descartes; 1596~1650)는 철학과 수학, 자연과학 등 거의 모든 학문 분야에 지대한 공헌을 한 천재적인 학자다. 근세수학사에서 그의 이름은 빛나는 존재로 기록되어 있다. 데카르트는 미지수를 알파벳 소문자 x, y, z 기지수는 소문자 a, b, c 등으로 나타냈다. 또 거듭제곱의 표기를 단순화하여 지수를 사용하였다. 즉 비에트가 A quadratum이라 쓴 것을 데카르트는 x^2 으로 간단하게 표기하였다. 오늘날 우리가 쓰고 있는 방법이 바로 데카르트가 개량한 그대로다. [9]

3) 디오판토스의 산술, 묘비

디오판토스가 남긴 저서로는 <산술(Arithmetica)>, <다각수에 관하여(On polygonal numvers)>, <계론(Porisms)>등이 있는데 <다각수에 관하여>는 일부만 전해내려 오고 <계론>은 전해지지 않았다.

디오판토스는 <산술>을 저술하면서 고도의 독창성과 수학적 기량을 발휘하였다. 이는 초기 알렉산드리아 시대의 어떤 위대한 고전과도 견줄 수 있는 훌륭한 걸작으로서, 정방정식과 부정방정식의 해를 구하는 약130개의 문제들을 수집해놓은 것이다. 부정방정식의 해를 구하는 방법은 오늘날에도 '디오판토스의 해석적 방법'으로 알려져 있다. 그러나 아쉽게도 최초의 13권의 책 중 단지 6권만 남아서 후세에 전해져 왔다. 당시에 알렉산드리아는 국제 교역의 중심지였고 <산술>은 이후 아라비아어와 라틴어로 번역되어 후대의 많은 수학자에게 소개되어, 중세 말기 유럽의 대수학의 발전에 도움을 주었다.

기원후 500년경에 메트로도루스(Mettodorus)가 제작한 것으로 알려지고 있는 <고대 그리스 선집(Greek Anthology)>에는 디오판토스의 삶과 관련된 다음과 같은 재미있는 수수께끼가 기록되어 있다.

이 무덤 아래 디오판토스 잠들다.

이 경이에 찬 사람, 여기 잠든 이의 기예의 힘을 빌어 여기에 그의 나이를 적는다. 그는 인생의 $\frac{1}{6}$을 소년으로 지내고, 그 후 일생의 $\frac{1}{12}$을 보내고 수염을 길렀다. 그 후 일생의 $\frac{1}{7}$이 지나고 결혼하여 5년 후에 아이를 낳았다. 슬프구나. 그 애는 사람들의 사랑과 보살핌 속에 아비의 생애의 절반을 살고 세상을 떠나고 말았다. 이 슬픈 시련을 견디며 지내기를 4년, 아비 또한 이 땅의 삶을 마쳤도다.

그는 몇 살까지 살았다는 걸까?

이 비문에 따라 디오판토스가 살았던 나이를 x로 놓고 식을 세우면 다음이 성립한다.

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

위의 식을 정리하여 풀면 $x=84$이다. 즉, 84살까지 살았다. [1]

4) 중국의 <구장산술>

동양에서 가장 오래된 수학책인 <구장산술>을 누가 집필했는지는 알려져 있지 않지만, 263년에 삼국시대 위나라의 유휘가 뛰어난 주석을 붙여 펴냈다고 한다.

<구장산술>은 중국 당나라 때 '산학'이라는 학교에서 수학 교육에 사용했던 교과서 가운데 하나로, 방전, 속미, 쇠분, 소광, 상공, 균륜, 영부족, 방정, 구고 등 아홉 장으로 구성되어있다.

이 책은 주로 관리들이 실무를 처리하면서 부딪히는 여러 문제를 비롯하여 산법 자체를 다루고 있다.

각 장의 구성과 주요 내용을 살펴보면 다음과 같다.

[표-6]<구장산술>의 구성 [11]

구 성	내 용
제1장 방전	밭(경작지)의 측정 - 논밭의 측량문제를 다룬 방전장에서는 여러 가지 형태의 논밭의 넓이를 계산하는 법을 설명하고 있다.
제2장 속미	곡물의 환산 - 속미를 기준으로 한 곡물 교환문제를 다고 있는데 계산법을 간단한 비례식으로 되어있다.
제3장 쇠분	쇠분은 차이라는 뜻으로 차등을 두면서 비례적으로 골고루 나누는 계산법을 말한다.
제4장 소광	넓이 또는 부피를 구하는 문제를 다룬다.
제5장 상공	다양한 토목공사의 공정을 계산하는 문제가 나와 있다.
제6장 균륜	백성에 대한 부역을 어떻게 공평하게 부과할 것인가를 고려한 문제를 다루고 있다.
제7장 영부족	남거나 부족한 경우 맞는 수를 구하는 계산법이다.
제8장 방정	미지수가 여러 개인 1차 연립방정식의 해를 구하는 문제들이 있다.
제9장 구고	피타고라스 정리의 응용하여 푸는 문제들이다.

구장산술에 수록된 문제를 몇 가지 제시해보면 다음과 같다.

1) 제 6장 균륜 (문제) 지금 어떤 사람이 금 12근을 갖고 관문을 나가려고 하는데, 관세는 을 받는다. 이제 관문에서는 금 2근을 취하면서 5,000전을 돌려주었다. 금 1근의 값은 몇 전인가 ?

답 : 6,250전

[풀이] 금 1근의값을 x라고 두면, 징수된 관세는 $\frac{12}{10}$x=2x-5,000이다.

따라서 $x=\frac{25,000}{4}=6,250$ 그러므로 금 1근의 값은 6,250전이 된다.

2) 제 7장 영부족 (문제) 지금 공동으로 물건을 구입한다고 할 때, 각 사람이 8전씩 내면 3전이 남고, 각 사람이 7전씩 내면 4전이 부족하다고 한다. 사람 수와 물건 값은 각각 얼마인가?

답 : 사람7인, 물건값은 53전

(풀이) : 사람수를 x 물건값을 y라 두면

$$\begin{cases} y = 8x+3 \\ y = 7x+4 \end{cases}$$ 식이 성립하고 x=7, y=53 이 된다.

3) 제 8장 방정 (문제)지금 상품 벼 7단이 있는데, 1말을 줄이고 하급 벼 2단을 보충하면 쌀 10말이 된다. 그리고 하품 8단이 있는데, 1말과 벼 2단을 보충하면 쌀10말이 된다. 상・하품 1단의 쌀은 각각 얼마인가?

(답) 상품 1단 $1\frac{18}{52}$말, 하품 1단 $\frac{41}{52}$말

(풀이) 상품 1단에서 나오는 쌀의 양x, 하품 1단에서 나오는 쌀의 양 y라 두면,

$$\begin{cases} 7x+2y=11 \\ 2x+8y=9 \end{cases}$$ 식이 성립한다. 이 연립방정식을 풀면 x= $1\frac{18}{52}$, y= $\frac{41}{52}$의 값을 갖게 된다.

즉 상품 1단에서 나오는 쌀의 양은 말이고 하품1단에서 나오는 쌀의 양은 이다. [4]

5) 페르마의 마지막 정리

“ $n > 2$일 때, $x^n + y^n = z^n$ 을 만족하는 양의 정수 x, y, z은 존재하지 않는다.”는 페르마의 마지막 “정리”(Fermat's last theorem)로 알려져 있다.

페르마는 이것을 자신이 가지고 있는 디오판투스의 번역판 2권의 8번 문제 옆 여백에 다음과 같이 적어 놓았다. “주어진 제곱수를 두 제곱수의 합으로 나타내는 것과 세제곱수를 두 세제곱수의 합으로 나타내는 것, 일반적으로 4 이상 어떤 차의 수를 동일한 차의 두수의 합으로 나타내는 것 중 후자는 불가능하다. 나는 이미 이것의 감탄할 만한 증명을 틀림없이 하였지만 여백이 너무 좁아서 여기에 쓸 수 없다.” 라고 적어 놓았다. 페르마가 실제로 이 문제의 확실한 증명을 했는지는 아마도 영원히 수수께끼로 남을 것이다. 그 시대 이래 뛰어난 많은 수학자들이 그 문제를 풀려고 노력 했으나, 일반적인

경우는 증명되지 않았다. $n=4$ 인 경우는 페르마가 다른 곳에서 증명했고, $n=3$ 인 경우는 오일러가 증명을 제시했다. 1825년경에 르장드르와 디리클레가 $n=5$인 경우의 증명을 독립적으로 하고, 1839년에는 라메(Lame)가 $n=7$ 인 경우의 증명을 하였다. 이 문제의 연구에 관한 매우 의미 있는 발전이 독일 수학자 쿠머(E. Kummer; 1810～1893)에 의해서 만들어졌다. 1843년 쿠머는 그 증명을 만든 논문을 디리클레에게 제출했는데, 디리클레는 추론과정의 하나의 실수를 지적했다. 쿠머는 새롭게 그 문제에 집착하였고, 대수학에 관련된 중요한 분야인 이데알이론이 발달된 수 년 후, 페르마의 관계식이 해를 갖지 않기 위한 매우 일반적인 조건을 이끌어냈다. 이 문제에 관한 중요한 후속 발전은 거의 대부분 쿠머의 연구를 바탕으로 하여 이루어지고 있다. 페르마의 마지막 "정리"는 $n<100,000$인 모든 n 및 다른 여러 특별한 n에 대해서도 성립함이 알려져 있다. 1908년 독일 수학자 볼프스켈(Paul Wolfskehl)은 그 "정리"의 완벽한 증명을 최초로 하는 사람에게 줄 상금으로 $100,000$마르크를 괴팅겐의 과학원에 유언으로 기탁했다. 그 결과 명예와 돈을 쫓는 속인들의 당치않은 증명이 쇄도하였고 지금까지도 각의 삼등분과 원적문제처럼 아마추어들을 괴롭히고 있다. 페르마의 마지막"정리"는 가장 많은 틀린 증명이 발표되고 있는 수학 문제라는 특성을 지니고 있다.[12]

그리고 1994년 미국의 앤드류 와일즈 교수가 페르마의 "정리"를 완전하게 증명하여 "1994년을 빛낸 가계의 인물"에 오르게 되었다.

수 백년 동안 풀리지 않는 숙제로 남아 있던 "페르마의 대정리" 못지않게 수수께끼였던 것은, 과연 페르마가 그것을 정말로 증명했겠느냐는 것이었는데, 이에 대해서는 대부분의 학자들이, 당시의 수학발달의 정도에 비추어 볼 때 그것은 불가능했을 것이라고 추측하고 있다.

3. 규칙성과 함수

1) 함수의 역사

함수가 이론적으로 발전을 한 것은 17세기에 와서이다. 그런데 그 당시에는 함수의 개념을 대응을 통하여 인식하지는 못했다. 다시 말해 곡선이나 식으로 나타낼 수 있는 것을 함수로 생각했던 것이다. 함수의 범위는 좁아질 수밖에 없었다. 함수의 개념을 최초로 이론적으로 발전시킨 사람은 독일의 라이프니츠(Leibniz, G.W.;1646~1716)였는데 그는 함수의 개념을 다음과 같이 정리하였다.

'변수 X의 값의 변화에 따라서 다른 변수 Y가 정해진다면, Y를 X의 함수'라고 정의 하였고, 함수와 곡선을 같은 것으로 보아 곡선이 함수를 규정하는 것이라고 생각하였다. 그 후, 1694년에 함수라는 것은 방정식에 의하여 표시되는 사실이라고 주장하게 되었고, 함수 관계를 그림이나 식의 어느 쪽으로 나타내어도 무방한 것이라는 태도를 취하게 되었다. 그러나 그의 연구방법은 주로 기하학적인 것이어서, 그림을 통한 직관적인 판단이 선행되었으므로 논리적 엄밀성이 결여되었고, 증명도 완벽하지 못하였으며, 함수라는 용어도 막연한 것이었다.

그 후 18세기에 가장 위대한 수학자인 오일러는 함수는 직선이나 곡선으로 나타낼 수도 있다는 사실을 알았지만 그도 대응에 의해 함수를 정의하지는 않았다. 함수를 대응에 의하여 규정한 사람은 18세기 프랑스의 코시였다. 그는 식으로 나타난다는 조건을 붙이지 않고 단지 변수 사이의 관계, 다시 말해 대응으로 함수를 규정하였다.

그 후 디리클레(Dirichlet, P.;1805~1859)는 '두 변수 X Y에 있어서 X의 값을 정하면 그에 따라서 Y의 값이 정하여질 때, Y는 X의 함수이다.' 라고 함수를 정의 하여, 라이프키츠의 함수에 대한 개념을 뒤업고 함수는 식 표시 이전의 것이라는 데에 처음으로 주목하였다. 그는 분명히 Y를 식으로 나타낸다는 종래의 입장을 벗어나 대응이라는 생각을 표면에 드러내고 있다. 오늘날에는 그의 정의를 더욱 발전시켜서 곡선이 먼저이고 그것에 의하여 함수가 정하여지는 것으로 생각하게 되었다. [6]

2) 좌표의 탄생

함수는 우리의 주변 현상의 모든 것을 수학적으로 설명하는 법칙이나 규칙을 연구 표현하게 되는 매우 중요한 수단이 되고 있다. 단순한 수식이나 대응관계로만 보이던 함수를 '그래프'라는 강력한 도구로 한눈에 알아볼 수 있도록 한 사람은 데카르트이다.

데카르트가 수학 역사상 큰 획을 그은 좌표를 생각해 낸 것은, 그가 심신의 평안을 찾기 위해서 전쟁터에 지원했을 때였다. 그 때에도 그는 막사의 침대에 누워 골똘히 생각에 잠겨 있었는데, 마침 천장을 기어 다니는 파리를 발견하고는 그 파리의 위치를 쉽게 나타내는 방법이 없을까하고 고민하게 되었다. 고민 끝에 그는 천장에 있는 세로줄과 가로줄을 기준으로 하면 된다는 사실을 알아냈다. 결국 그는 천장에 있는 가로축과 세로축으로부터 '좌표'라는 개념을 탄생시켰던 것이다.

데카르트가 만들어 낸 '좌표'의 원리는 평면 위에 존재하는 점의 위치를 나타내기 위하여, 기준축의 교점이 되는 원점 O 에서부터 가로축으로 얼마만큼, 세로축으로 얼마만큼 떨어져 있는가를 순서쌍으로 나타내는 것을 말한다.

데카르트가 만든 '좌표'는 대수학과 기하학에 획기적인 발전을 가져왔을 뿐만 아니라, 함수를 표현하는 수단으로서도 크게 환영받게 되었다. [7]

○ **좌표평면을 발견한 데카르트*(Rene Descartes, 1596~1650)***

"생각한다. 고로 존재한다."라는 말로 우리에게 더욱 더 잘 알려진 데카르트(Descartes)는 1596년 프랑스의 귀족 집안에서 태어났으며, 몸이 약하여 아침에 늦게까지 침대에 누워 있곤 했는데, 그 버릇은 8살에 학교에 입학한 후에도 계속되었다. 그를 귀엽게 여긴 교장선생님은 데카르트가 그렇게 해도 좋다고 허락을 하였다.

"내가 바라는 것은 평온과 휴식뿐이다."라고 말한 수학자 데카르트는 침대에서 아침시간을 명상으로 즐겼고 이 명상이 그의 철학과 수학의 기본이 되

었다고 회고 하였다. 그는 자라면서 여러 학문에 관심을 가졌는데, 특히 수학의 빈틈없고 보편적인 전개 방법을 다른 학문에 적용할 수 있지 않을까 하는 생각으로 수학공부에 몰두 하였다.

점을 좌표로 나타내는 방법은 그리스시대부터 쓰고 있었지만 그리스인들은 음수에 대한 개념이 없었기 때문에 그들이 좌표평면위에 나타낸 것은 양수 뿐 이었다. 실제로 음수에 대한 생각을 처음 가진 것은 인도인이었지만 음수의 개념이 유럽에 전달된 뒤에도 음수는 한동안 수로서 인정받지 못했다. 그런데 이러한 음수를 눈에 보이게 만든 사람이 바로 데카르트로 22세에 군대에 지원 했는데, 이때 좌표평면을 발견했다. 그래서 좌표평면을 데카르트의 곱이라 부르기도 한다.

데카르트는 기하학과 해석학을 하나로 묶은 오늘날의 해석 기하학을 창시자로 그의 아이디어는 기하학적 내용을 대수적 방정식으로 나타내어 그 결과를 기하학적으로 다시 번역하고, 또한 함수의 개념을 명확히 곡선의 방정식으로 나타내는 획기적인 표현법을 마련하기도 했다. 그가 처음으로 도입한 좌표 개념의 발견과 관련된 일화로 '아침시간 침대에 누워 천장에 붙어있는 파리를 보고 파리의 위치를 나타내는 일반적인 방법을 찾으려고 애쓰다가 '좌표'라는 발상을 하게 되었다.'는 일화가 있다.

수의 성질을 연구하는 대수학과 도형의 성질을 연구하는 기하학(해석기하학)을 하나로 묶어 연구한 데카르트는 근대 과학의 성립을 사상적으로 뒷받침한 철학자이기도 하다. [6]

3) 갈릴레이의 피사의 사탑 실험

어느 날 갈릴레이는 많은 사람들 앞에서 무게가 다른 두 개의 물건을 동시에 떨어뜨리면서 '어느 것이 먼저 떨어지는가?'를 실험하였다. 물체가 떨어질 때의 운동 모습은 먼 옛날부터 사람들의 관심을 끌어왔다. 그 당시 그리스의 수학자이자 철학자였던 아리스토텔레스의 "물체가 떨어지는 속도는 그 무게

에 비례한다."는 주장이 워낙 확고한 믿음으로 자리 잡고 있었기 때문에 모두들 무거운 것이 먼저 떨어지리라고 예측했다.

당시 25세였던 갈릴레이는 선배교수와 동료들이 지켜보는 가운데 피사의 사탑에서 무게가 서로 다른 두 개의 쇠구슬을 동시에 떨어뜨렸다. 갈릴레이를 제외한 모든 사람들은 무거운 쇠구슬이 먼저 떨어지고 난후에, 가벼운 쇠구슬이 떨어질 것이므로 두 번의 소리를 예측하고 있었다. 그러나 구슬이 땅에 떨어지는 소리는 한 번밖에 들리지 않았다. 당돌했던 갈릴레이의 주장대로 무거운 것과 가벼운 것의 차이가 없이 두 물체는 동시에 같이 땅에 떨어진 것이다. 오랫동안 사람들 사이에 진실로 받아들여졌던 아리스토텔레스의 주장은 갈릴레이에 의해서 오류임이 밝혀진 것이다.

그 후, 그는 떨어지는 물체의 속도 변화에 대한 연구를 거듭하여, 시간 x와 떨어진 거리 y사이에 $y=ax^2$ 관계가 성립한다는 사실을 증명하였다.[1]

4. 확률과 통계

1) 확률의 역사

확률론이 대두되기 시작한 것은 르네상스시대부터였다. 당시 남유럽의 지중해 연안의 도시에는 연안의 도시에는 일확천금을 노리는 많은 무역상인이 몰려들었으며, 기후 등의 원인으로 출항을 못할 때에는 그 무료함을 달래기 위해 도박이 성행하게 되고, 그 승률의 대소를 미리 알기 위해 어떤 사람은 수학자와 함께 그 방법을 연구하려 했고 그러면서 확률의 사상이 싹트기 시작했다. 그러다 구체적으로 확률계산에 대한 생각을 하게 된 것은 16세기에 이르러서였다. 이 우연의 게임은 1494년의 파촐리(Pacioli, 1450～1520)가 지은 <summa de arithmetica>라는 책에서 게임이 중단되었을 경우의 상금의 분할문제를 언급하고 있다.

또한, 우연의 사실을 법칙으로 수학화하려고 노력한 여러 사람들 중에 파

스칼은 친구의 부탁으로 주사위 문제와 분배의 문제를 1654년에 고려하고 숙고하였으며, 이 문제를 페르마(Fermat; 1601～1655)에게 전하고 이들 두 사람은 이 문제를 명쾌하게 해결하였다. 이 사건을 확률이 수학적 이론으로서 세워지는 것을 제기하게 되는 결정적 계기로 보고 있다. 이들 두 사람의 연구는 당시에 확률에 대한 지대한 관심을 촉발했고, 이로 인해 확률론의 초기의 문제는 주로 우연의 게임의 결과에 모아졌으며, 확률에 대한 불충분한 정의로부터 야기되는 여러 가지 문제점이 있었으나 1700년을 지나면서 발전하기 시작했다.

1655년 호이겐스(Huygens; 1629～1695)는 파스칼의 아이디어를 이용하여 확률에 관한 독자적인 논문을 처음 작성하게 된다. 그 후 베르누이(Bernoulli; 1667～1748)에 의해 확률론만을 다룬 저서가 만들어지고 드・므와브르(De・Moivre; 1667～1754)와 오일러, 라플라스(Laplace;1749～1827), 가우스 등의 노력으로 확률론은 급속히 발전해 나갔다. 그러나 아직까지도 확률의 정의가 역시 불충분한 관계로 20세기에 들어와 수학자들의 연합된 노력의 결과로 1930년대에 출판된 콜로고로프(Kolmogorov)의 <확률론의 기초>라는 책에서 엄밀한 공리론적 토대위의 공리적 확률을 정의하기에 이른다.

2) 확률의 랜덤현상

통계적 사고(思考)의 출발은 어디일까? 혹은 '어떤 문제가 통계적인 문제인가'하는 질문에 답하기는 쉽지 않다. 그러나 통계문제는 통계적 관점에서 인식하는 모든 문제로 정의한다면 관심을 두고 있는 구체적 현상 속에서 불확실성을 발견하였거나 그 현상을 랜덤현상으로 가정하며 접근한다면 이는 모두 통계문제라고 할 수 있다.

여기서 랜덤현상이란 다음과 같은 속성을 만족하는 확률실험을 말하고 있

· 나타날 수 있는 가능한 모든 결과들을 예상할 수 있다.
· 나타난 결과를 미리 알 수 없는 상황이다.

· 예측할 수 있는 장기모형은 존재한다.

· 많은 시행 후에 나타나는 결과의 상대도수분포에 의해 표현될 수 있다.

다.

이러한 랜덤현상의 인식과 표현 중에 주사위 던지기, 동전 던지기, 카드놀이 등의 단순게임을 반복하면서 나타나는 현상의 표현을 통하여 랜덤현상을 인식시키고 있다. 이때우리가 알고 있어야 하는 개념의 첫째는 표본공간과 사건이다. 표본공간은 랜덤현상의 특성 중 '모든 예상되는 가능한 결과들의 전체모임'을 나타내는 개념이다. 그리고 사건은 이 표본공간에서 관찰될 수 있는 임의의 부분집합을 말한다.

3) 파스칼의 도박문제

유명한 도박사인 메레는 도박에 관하여 궁금한 점이 생겨 파스칼에게 편지를 보내 물어보았다.

"솜씨가 서로 비슷한 A, B두 사람이 32피스톨(유럽의 옛 금화)씩 걸고 내기를 하고 있다. 승부에 한 번 이기면 1점을 얻고, 먼저 3점을 얻는 사람이 내기 돈 64피스톨을 몽땅 갖기로 했다. 지금 A가 2점, B가 1점을 딴 시점에서 어떤 사정으로 부득이 시합을 중지하게 되었다면, 64피스톨을 어떻게 분해하는 것이 가장 합리적일까?"

파스칼은 생각 끝에 이런 답변을 보냈다.

“다음 한 판을 더해서 A가 이긴다면 A는 3번이긴 것이므로 64피스톨을 가지게 된다. 그러나 만약 B가 이긴다면 A가 2번, B가 2번이긴 셈이므로 비기게 되어 32피스톨씩 나누어 가져야 한다. 즉, A는 이기건 지건 32피스톨을 가지게 되어 있다. 나머지 32피스톨은 A나 B중 이기는 사람의 몫이 되겠지만 누가 이길지 모르므로 이기고 지는 것은 반반이다. 그러므로 A에게 32피스톨을 먼저 주고 그 나머지의 반인 16피스톨을 더 주면 된다. 결과적으로 A는 48피스톨 B는 16피스톨을 가지면 된다.”

파스칼의 계산법을 현대의 확률로 풀어보면 다음과 같다.

A가 게임에서 이길 확률을 계산해 보면, 바로 다음 승부에서 이길 확률이 $\frac{1}{2}$ 이고, 다음 승부에서 지고 그 다음 승부에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ 이다. 결국 A가 이 게임에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 이다. B가 이기려면 연이어 두 번을 이겨야하므로 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ 이다. 그러므로 A는 $64\times\frac{3}{4}=48$ 피스톨, B는 $64\times\frac{1}{4}=16$ 피스톨로 나누어 갖는 것이 옳다.[13]

4) 통계학의 역사

고대의 통치자들은 국가의 재정 및 방위를 위하여 과세, 대장, 토지 대장, 징병 대장 등을 만들어 사용했으며 이 때부터 통계 조사가 실시되었다고 볼 수 있다. 이와 같이 통계학은 원래 국가 또는 정치와 밀접한 관계가 있었다.

독일의 콘링(Conring, H.;1606～1681)에 의하여 창시된 국상학(國狀學)이 오늘날 통계학의 뿌리이며, 특히 국상학의 대표적인 학자인 아헨발(Achenwall, G;1719～1772)은 국상학을 계속 발전시키면서 통계학이라는 명칭을 최초로 사용하였다.

이와 비슷한 시기에 영국에서는 통계학의 근원적인 학문 체계와 정치 산술

학(政治 算術學)이 발전하였다. 이 학파의 대표적 학자는 그랜트(Graunt, J;1620～1674)로서 그는 '사망표에 관한 자연적, 정치적 관찰' 이라는 논문을 발표하였고, 이를 통하여 '한 가지 병으로 죽는 사망자 수와 전체 사망자 수와의 비의 값은 일정하다. 또는 남녀의 수는 전체 인구로 볼 때 거의 같다.' 는 등의 법칙성을 발견하고자 했다. 국상학은 현상을 문장으로 기술하고자 하였고, 정치 산술학은 수량적인 자료로서 분석하고 설명하고자 하였다.

근대 통계학의 성립은 프랑스, 이탈리아, 스위스 등에서 시작된 확률론의 발달에서 비롯된다. 베르누이에 의해 발견된 대수의 법칙, 드 무아브르에 의해 정리된 확률이론, 라플라스에 의해 출간된 <확률의 이론적 분석> 등의 연구들이 통계학의 중요한 매개체로서 우연 현상을 수학적으로 관찰 처리하는 확률 이론을 정립시켰다. 이러한 영향을 받은 케틀레(Quetelet, L. A. J.; 1796～1874)는 영국의 정치 산술학과 독일의 국상학을 종합하여 근대적인 수리 통계학을 대성시켰다. 19세기에 들어와서 통계이론은 케틀레에 의하여 근대적 과학으로서의 통계학으로 정립되었다.

현대 통계학은 20세기 초 영국의 고셋(Gosset, W. S.;1876～1931)이 표본추출에 의해 획득한 자료의 해석방법을 통계학 학술지인 'Biometrica'에 1906년 발표하여 소표본에 의한 추측 통계학으로 발전되었다. 고셋의 표본추출 이론은 피셔(Fisher, R. A.;1890～1962)에 의하여 모든 과학적인 조사엣 실험 이론을 도입하는 등 추측 통계학의 이론적 체계를 확립하였다.

5. 도형

1) 기하학의 역사

고대 이집트에서는 해마다 나일 강의 홍수가 지나가고 나면 토지의 경계가 없어져서 본래대로 경작지를 다시 구분해야 하는 등 애를 먹었다고 한다. 이런 이유로 토지를 측량하는 기술이 발달하게 되었는데, 이것이 오늘날 기하

학의 기초가 되었다. 기하학은 영어로 geometry라고 하는데, 이것은 geo가 '토지' , metry가 '측량한다'는 뜻이라는 사실에서 그 기원을 잘 나타내고 있다.

기원전 2500년경 초기 기하학의 역사는 이집트와 같은 고대 국가에서 주로 농업이나 토목, 건축과 같은 일에 필요한 실용적인 과학으로서 발생하였고, 지금까지 아메스의 파피루스에 그 기록이 남겨져 있다. 이러한 이집트의 원시적인 기하학을 그리스에 들여 온 사람은 탈레스이다. 그는 실용적인 수학을 근거로 해서 이론적 연구에 몰두하여 실용 기하에서부터 이론 기하, 논증기하의 시초를 이루게 되었다. 탈레스의 뒤를 이어 피타고라스가 논증기하를 발전시켰다. 그를 중심으로 한 학파는 기하와 수론과의 연관성을 연구하였다.

그 후, 그리스에서의 기하학은 소피스트들을 중심으로 3대 작도문제가 연구되었고, 철학자 플라톤(Platon; 427년경～347년경 B. C.)이나 논리학자 아리스토텔레스(Aristoteles; 384년경～322년경 B. C.)에 의하여 추론의 형식, 정의, 공리에 대한 연구가 추진되었고, 그 연역적 전개방법이 확립되었으며, 이런 배경에서 유명한 수학자 유클리드(Euclid; 330년경～275년경 B. C.)는 <유클리드 원론(Elements)>을 저술하였다.

그는 유클리드 원론에서 그리스 시대까지에서 얻어진 기하학의 지식을 집대성한 하나의 논리적 체계를 완성하였으며, 기하학의 기초를 확립하였다.

그 후 17세기에 데카르트가 좌표라는 개념을 기하학에 도입하여 해석 기하학을 확립하였고, 이것은 오일러의 노력으로 더욱 진전되었다. 또한, 18세기에는 도형의 크기에 관계없이 주로 사영, 절단, 등의 위치적 성질만을 논하는 사영기하학의 수립과 더불어 기하학은 차츰 내용적으로나 방법적으로 그 범위가 확대되었다.

그러나 19세기에 접어들어 그 동안 완전한 논리 체계로 생각되었던 유클리드의 원론에서 평행선의 공리를 부정하여 이전의 유클리드 기하학과는 다른 새로운 기하학인 쌍곡선 기하와 타원기하가 발전되었다. 이를 유클리드 기하학과 비교할 때 비 유클리드 기하학이라고 한다.

20세기 초에 이르러서 힐베르트는 유클리드 공리에 대신할 형식적인 공리계를 수집하여 그의 저서<기하학의 기초론>에 발표하였다. 이 공리계는 무정의 용어(점, 직선, 평면), 8개의 결합 공리, 4개의 순서 공리, 5개의 합동 공리, 평행선 공리, 연속 공리로 되어 있고, 지금까지 가장 완벽한 공리계로 취급되고 있다.

2) 유클리드 기하학 원론

기원전 300년대에 살았던 유클리드는 그때까지 나와 있던 수학의 연구 자료들을 모아 하나의 책으로 완성했는데 그것이 바로 <원론>이다.
유클리드 <원론>은 세계에서 가장 많은 사람들에게 읽혀 온 책 중의 하나로서 인류의수학교과서였다.

유클리드는 원론에서 방대한 기하학적인 법칙을 엄밀하고 절대적으로 옳은 것으로 제시하고 있을 뿐만 아니라, 그 법칙들을 체계적인 순서로 증명하고 있다. 그는 기본적인 전제로서 증명의 대상이 되지 않는 분류의 법칙들을 공준이라고 하였고, 특히 기하학에 국한되지 않는 보다 일반적인 원리라고 생각한 공리를 공준과 함께 출발점으로 하고 있다. 다음은 <원론> 총 13권중 제 1권에 수록되어 있는 공준과 공리이다.

【 유클리드의 공준】

① 임의의 점으로부터 임의의 점에게로 직선을 긋는 것
② 유한의 직선을 계속 곧은 선으로 연장하는 것
③ 임의의 중심과 거리(반지름)를 가지고 원을 그리는 것
④ 모든 직각은 서로 같다는 것
⑤ 하나의 직선이 두 직선과 만나서 같은 쪽에 두 직선 보다 작은 내각을 만들 때, 이 두 직선은 그것들을 한없이 연장하면, 두 직선 보다 작은 각이 만들어지는 쪽에서 만나는 것

【 유클리드의 공리】

① 같은 것에 같은 것은 서로 같다.

② 같은 것에 같은 것을 더하면 그 전체는 서로 같다.

③ 같은 것에서 같은 것을 빼면 나머지는 서로 같다.

④ 서로 겹치는 것은 서로 같다.

⑤ 전체는 부분보다 크다.

3) 원주율 π 의 역사

기원전 약 2000년 전에 기록되었을 것으로 추측되는 고대 이집트의 파피루스 기록에는 원의 넓이를 구하는 방법이 다음과 같이 기록되어 있다.

'원의 넓이를 구하려면, 지름의 *9*분의 *1*을 뺀 후 그것을 제곱한다.'

즉, 지름을 d라고 하면 원의 넓이는 $\left(d\times\frac{8}{9}\right)^2$이 된다. 이것을 우리가 잘 알고 있는 원의 넓이 공식과 πr^2 (r은 반지름)과 비교해 보면, 이집트 사람들이 계산한 원주율 값 π 는 $\left(\frac{16}{9}\right)^2=3.1604\cdots$가 나온다.

이 값은 현재와 비교하면 그렇게 정확한 값이 아닐지 모르나, 지금으로부터 4천 년 전에 알려진 값이라는 사실을 고려하면 놀라운 일이다.

학문적 의미에서 과학이 시작되었다고 말할 수 있는 고대 그리스 시대에는 원주율을 효과적으로 계산해 내는 방법이 고안 되었다. 아르키메데스는 정다각형을 원에 내접·외접 시켜가면서 원주율을 계산하였다. 그는 원의 내접·외접하는 정 6, 12, 24, 48각형의 둘레 길이를 계산하고, 끝으로 원의 내접·외접하는 정96각형의 둘레를 계산하여 원주율은 $3\frac{10}{71}$보다 크고 $3\frac{1}{7}$보다 작다는 것을 발견하였다.

즉, $\pi=3.14\cdots$라는 소수점 둘째 자리까지 정확한 값을 최초로 계산해 낸 것이다. 그는 또한 이 값을 바탕으로 원기둥, 구의 부피를 얇은 원들을 차곡

차곡 쌓아올리는 방식으로 구했다.

아르키메데스 이후 약 700년이 지난 6세기경 동양에서도 중국 송나라의 수학자 조충지(祖沖之; 430~501)가 아르키메데스의 방법과 비슷한 방법으로 훨씬 정확한 원주율 값인 $\pi = 3.1415926\cdots$를 계산하였는데 $\frac{355}{133}$란 근사값으로 서양에 전해지기도 했다.

그 이후 유럽에서는 17세기 뉴턴(Newton; 1642~1727)과 라이프니츠(Leibniz; 1646~1716)에 의해 미적분법이 개발된 후, 수학자들은 이것을 써서 한결 수월하게 원주율을 계산할 수 있었다. 손 계산에 의해 가장 긴 원주율을 계산해 낸 사람은 영국의 수학자 샹크스(Shanks)로서 , 1870년경에 소수점 이하 707자리까지 π 의 값을 계산해 냈다. 1880년 린데만(Lindemann)이 π는 유리수가 아닌 무리수임을 증명하여, π 를 끝자리 까지 계산해 내려는 수학자들의 노력을 중단시켰다.

20세기에 들어서서, 컴퓨터를 이용하여 원주율을 쉽게 계산할 수 있는 강력하고도 편리한 도구들이 개발되었다. 1960년대에 미국의 IBM컴퓨터는 소수점 이하 10만 자리까지의 원주율을 계산해 내었다.

현재 컴퓨터에 의하여 π 의 값은 소수점 아래 백만 자리 이상까지 정확하게 계산할 수 있다고 한다.

*4) 3*대 작도불능

그리스인들은 이성적이고 논리적인 사고를 중시했던 사람들로 실용적인 가치보다도 바른 지식 체계를 중요시했기 때문에 의외로 쉽게 풀 수 있는 문제를 어렵게 푸는 경우도 많았다. 그 대표적인 경우가 3대 작도 불능 문제이다. 그리스 인들은 자와 컴퍼스만으로 작도하는 것을 고집하였는데, 그것은 그들이 작도하기 간단한 도형을 신성시하고 기술적인 도형(타원, 쌍곡선, 포물선 등 자 와 컴퍼스 이외의 것을 사용해서 그릴 수 있는 도형)은 천한 것으로 생각했기 때문이다. 그리스의 대표적인 수학자 피타고라스도 입체도형 중 가

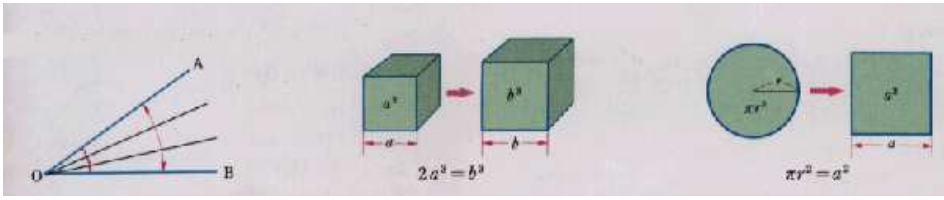
장 아름다운 것은 구이고 평면 도형 중 가장 아름다운 것은 원이라고 강조하였다. 그러한 사고의 영향으로 당시의 종교적 상징인 건축물에는 원과 직선이 많이 사용되고 있다. 그러나 자와 컴퍼스만으로 작도해야 한다는 제약은 많은 수학자들을 괴롭혔다.

3대 작도문제는 다음과 같다.

첫째, 임의의 각의 삼등분선의 작도

둘째, 주어진 정육면체의 부피의 두 배의 부피를 가지는 정육면체의 한 변의 길이의 작도

셋째, 주어진 원과 동일한 넓이를 가지는 정사각형의 한 변의 길이의 작도



[그림-8] 3대 작도불능

이 세 가지는 처음 문제가 제기된 후로 자와 컴퍼스만으로는 작도가 불가능하다는 것이 19세기에 와서야 밝혀졌다.

그러나 이 세 문제를 해결하기 위한 많은 연구가 그리스 기하학에 큰 영향을 끼쳤으며, 원뿔곡선, 3차와 4차 곡선, 초월곡선 등 많은 발견을 가져왔으며, 훨씬 뒤에는 대수적 수, 군론 등의 발전에 커다란 영향을 주었다. [8]

5) 피라미드 높이를 측정한 탈레스

탈레스가 이집트에 갔을 때, 그 곳에는 이집트 왕의 무덤인 피라미드가 있었다. 사람의 몸은 때가 되면 죽지만 그 영혼은 영원히 살아 있으며 언젠가는 다시 돌아온다고 생각했던 이집트인들은 왕의 육신을 보존하기 위해 미라

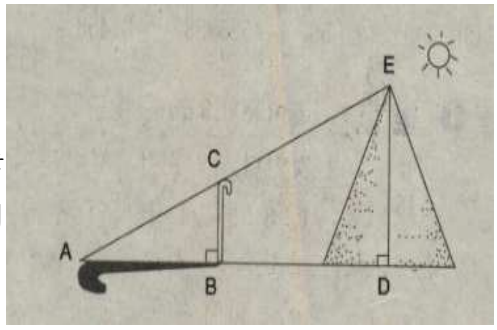
를 만들고 그것을 돌무덤, 곧 피라미드 속에 안치했던 것이다. 피라미드는 기원전 2520년부터 지어졌는데 하나를 만드는 데에도 수 만명의 노예들이 몇 십년이라는 긴 세월을 보내야했다. 그 중 가장 높은 것은 기제에 있는 체옵스(Cheops, 쿠푸라고도 불림)피라미드인데 높이가 무려 146.6m에 이른다고 한다. 이 거대한 피라미드의 높이를 탈레스가 지팡이 하나로 재었다는 소식을 들은 이집트의 아마시스 왕은 매우 놀라워했다고 한다. 그가 사용한 방식은 의외로 간단한 것이었다. 탈레스는 우선 지팡이를 똑바로 땅에 세우고 지팡이의 그림자와 피라미드의 그림자를 관찰하였다. 그리고는 지팡이의 그림자와 피라미드의 그림자 끝이 일치되는 지점에 지팡이를 세웠다.

오른쪽 그림을 보고 탈레스가 세웠을 비례식을 세워 보면.

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

여기서 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$는 잴 수 있는 길이이므로 탈레스는 피라미드의 높이 $\overline{DE}$를 구할 수 있었던 것이다. [9]



[그림-9] 피라미드의 높이

○ **고대 그리스 최초의 수학자 탈레스*(Thales; BC 624~BC 546?)***

고대 그리스 수학의 시조로 불리는 탈레스는 기원전 624년 그리스 이오니아의 밀레토스 지방에서 태어났다. 그는 젊었을 때 여러 나라를 돌아다니면서 물건을 팔았는데, 상인이라는 이 직업이 그가 위대한 수학자가 되는 밑거름이 되었다. 여러 나라의 다양한 문물을 배울 수 있는 계기가 되었기 때문이다. 특히 이집트에서 그는 기하학에 대한 많은 지식을 얻을 수 있었다. 당시 이집트에는 기하학과 천문학에 관해 씌어진 비밀스러운 책이 있었다. 이 책을 보게 된 탈레스는 감명을 받고 고향으로 돌아와 기하학과 천문학을 열

심히 연구했다고 한다. 이집트에 있을 때 지팡이 하나로 피라미드의 높이를 계산했다는 유명한 일화도 전해진다. 그는 수학자였을 뿐만 아니라 천문학자이기도 했다. 천문학 연구 가운데 유명한 것은 일식을 예언한 것인데 그해 그리스는 내전으로 인해 혼란한 상황이었다. 이때 탈레스는 달 때문에 태양이 보이지 않는 일식 현상을 정확히 예언하였으며, 사람들은 이 현상을 신의 노여움이라 생각하고 전쟁을 중지 하였다고 한다. [6]

Ⅳ. 결 론

학생들은 수학이 중요한 과목임을 인지하고 있지만 어렵고 지루한 과목으로생각하여 흥미와 관심도가 저조한 편이다. 또한 문제를 단순히 풀기위한 암기위주의 학습으로 인하여 계산은 하되 정의는 알지 못하는 학생들이 많다.

예를 들어 방정식을 풀어 해는 구할 수 있지만 방정식이란 무엇인가를 물으면 선뜻 대답을 하지 못한다. 그러므로 수학이란 과목이 암기에 의한 교과서 속의 배움만이 아닌 실생활에서 또는 다른 모든 교과를 배우는데 있어서 기초가 됨을 인식시켜야한다.

이를 해결하기 위한 여러 가지 방법들 중 하나로 수학수업에 수학사의 활용을 뽑았다. 많은 연구에 의하면 수학사를 도입한 수업이 수학에 대한 친밀감 및 흥미를 자극하여 수학에 대해 긍정적인 학습 태도를 형성한다고 한다.

물론, 현행 교과서에도 수학사를 도입하고는 있으나 첫째로 그 내용이 미흡하고 수업시간에 다루기에 다소 부적절한 내용으로 구성되어 있다.

뿐만 아니라 둘째로 수학의 발생 원리에 대해 자세히 알려줘야 할 교사들의 지식이 부족하다고 생각했다.

첫째로는 수업에 활용한 수학사자료 개발이 시급하고 이러한 자료의 개발이 이루어지면 둘째로는 교사 자신이 수학사에 대한 풍부한 지식을 갖추어야 할 것이다.

이에 본 논문은 수학수업에 활용할 수학사 자료개발을 위하여 7차 과정 중 7, 8, 9단계의 각 단원과 관련된 역사적 배경을 문헌연구를 통하여 자료를 제시하는데 노력하였다.

교과단원에 관련된 수학사의 내용을 발굴하여 그 내용을 먼저 알게 함으로써 수학에 대한 흥미와 관심을 유발하여 수학이 재미있고 유용한 학문으로 인식되고 또한, 수학적 사고력 함양에 밑거름이 되리라 생각된다.

[참 고 문 헌]

[1] 계명희외 8 공저 『행복한 교과서 수학자를 만나다.』, 경문사 (2006)
[2] 고명희『수학사를 이용한 교수-학습자료의 개발 및 활용에 관한 연구-중학교대상』, 서울시립대학교 교육대학원 논문 (2005)
[3] 구장서『수학사와 관련한 중등 수학 교수-학습지도 자료 개발 연구』, 한국교원대 석사학위 논문 (1994)
[4] 김민정『동양수학사를 활용한 학습자료 연구 : 구장산술을 중심으로 』, 연세대학교 교육대학원 논문 (2006)
[5] 김용운・김용국, 『수학사의 이해』, 우성 (2002)
[6] 방승희『저8계의 수학나라』, 동녘 (2002)
[7] 신선옥『수학사를 도입한 학습지도 자료 연구 : 중학교 수학교육을 중심』, 아주대학교 교육대학원 논문 (2002)
[8] 양갑승・박영수 『7-나』, 금성출판사 교사용지도서 (2003)
[9] 육인선『수학은 아름다워 1』, 동녘 (2002)
[10] 이효진『생활속의 수학자료 도입이 중학교 확률교육의 학습효과에 미치는 영향』, 국민대학교 교육대학원 논문 (2004)
[11] 정혜윤『학사와 관련한 중학교 학습 자료 개발 - 멀티미디어 자료-』, 아주대학교 교육대학원 눈문 (2002)
[12] Howard Eves, 이우영・신항균 옮김『수학사』, 경문사 (2002)
[13] 최형주『수학의 흥미 유발을 위한 수학사 도입 - 8단계중심』, 경희대학교 교육대학원 눈문 (2006)

저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20058060	과 정	석사
성 명	한글: 이 은 경 한문: 李 恩 暻 영문: Lee Eun-kyoung				
주 소	광주 동구 동명동 태영오피스텔 309호				
연락처	E-MAIL: ufo0930@never.net				
논문제목	수학사를 활용한 교수-학습 방법 연구 영문 : A study on teaching - learning method through the history of mathematics.				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2008년 2월 일

저작자: 이 은 경 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하