[UCI]I804:24011-200000235962

2008年　2月

教育學碩士(數學敎育)學位論文

공간도형의 지도방안에 관한 연구
(고등학교 수학을 중심으로)

A Study on the Teaching Method on the Spacial Figure

-In Centering with High school Curriculum -

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

吳　殷　周

공간도형의 지도방안에 관한 연구
(고등학교 수학을 중심으로)

A Study on the Teaching Method on the Spacial Figure

-In Centering with High school Curriculum -

2008년 2월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

吳　殷　周

공간도형의 지도방안에 관한 연구
(고등학교 수학을 중심으로)

指導敎授　金 南 吉

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 제출함.

2007년 10월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

吳　殷　周

吳殷周의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함.

審査委員長　朝鮮大學校 敎授 _______________印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _______________印

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _______________印

2008년　1월

朝鮮大學校 敎育大學院

목　　차

ABSTRACT

Ⅰ. 서론 ········· *1*

1. 연구의 필요성 ········· 1
2. 연구의 목적, 범위, 절차 ········· 2

Ⅱ. 이론적 배경 ········· 5

1. 유클리드의 기하학 ········· 5
2. 유클리드 이후의 기하학 ········· 8

Ⅲ. 교재분석 및 학습요소 ········· *8*

1. 단원의 지도계통 ········· 8
2. 단원의 지도계획 ········· 9
3. 교재분석 ········· 10

Ⅳ. 공간도형의 문제 해결 지도방안 (8종교과서 비교·제시) ········· *19*

1. 꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각 ········· 19
2. 삼수선의 정리 ········· 26
3. 이면각 ········· 32

Ⅴ. 결론 ········· 37

참고문헌 ········· 39

Abstract

A Study on the Teaching Method on the Spacial Figure

-In Centering with High school Curriculum -

Oh Eun-Ju

Advisor : Prof. Kim Nam-Kil Ph.D.

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education. Chosun University

Most of the natural high school students think the spacial figure is difficult to understand. Therefore, in this study, we observe the curriculum and analyze a general idea of mathmatics Ⅱ.

Besides, we suggest a teaching plan to make students understand the spacial figure unit easily.

Finally, we hope this study will help teachers improve their teaching method and students will increase the efficiency of their learning.

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성

하루가 다르게 급변하는 현대사회는 창의적 사고활동을 하지 않고서는 자아실현을 하면서 살기조차 어렵다. 이에 수학적 사고능력을 기르는 데에 역점을 두어야겠다는 생각에서 공간도형과 공간좌표 단원을 선택하여 연구하게 되었다.

수학교과가 지닌 특성을 추상성, 논리성, 형식성으로 집약하여 볼 때 이들 특성이 학습자에게는 개념형성의 곤란, 선행학습의 결손, 형식성에서 오는 구체성의 결여 등으로 인하여 학습내용의 이해를 곤란하게 하고 논리의 난해 등을 유발하여 학습효과를 떨어뜨리기도 한다. 더군다나 우리나라 인문계 고등학교는 입시지도라는 이유 때문에 교사 중심의 단편적인 지식전달 교육에 편중되는 반면 탐구적이고 창의적인 교수, 학습지도는 거의 기대하기 어려운 실정이다. 그렇기 때문에 수학의 기본적인 지식을 바탕으로 사물의 현상을 논리적으로 사고하는 능력을 길러 창의적으로 문제를 해결할 수 있도록 하는 교육의 필요성을 더욱 절감하게 하는 것이다.

중학교에서 기하의 기초적인 개념, 법칙을 학습하고서도 고등학교에서 공간도형과 공간좌표 단원은 이해하기 힘들다고 한탄하는 이유는 무엇인가? 이것은 결국 기초사항, 즉 기초개념과 원리를 충분히 이해하지 못하였기에 일어나는 결과이다.

공간도형은 논리적 사고를 필요로 하는 논증문제 중심의 단원으로 이 단원을 지도하는 데는 개념형성에 도움을 주고 학습활동에서 사고활동을 도와주어 문제해결에 도움을 주는 새로운 사고활동을 필요로 하게 된다. ([13])

이 논문에서는 학생들이 난해하다고 생각하는 「꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각」, 「삼수선의 정리」, 「이면각」의 개념을 다루고 이에 관련된 문제들의 지도 방안을 제시 할 것이다.

2. 연구의 목적

• 공간도형 학습에서 개념과 원리를 바르게 이해하도록 하여 문제해결력을 신장시킬 수 있는 지도방안을 모색하고자 한다.

• 8종 교과서 별로 유사한 문제에 대한 지도방안을 비교하여 효과적인 방안을 모색 하고자 한다.

3. 연구의 범위

본 연구는 고등학교 수학Ⅱ 교육과정에 있는 공간도형 단원의 영역에 한하였다.

수Ⅱ교과서: (주)두산, 대한교과서(주), 금성출판사, (주)천재교육,
동아서적(주), (주)지학사, (주)고려출판, 법문사

4. 연구의 절차

연구의 추진계획 절차는 다음과 같다.

교재분석단계	➡	**학습요소 추출단계**	➡	**문제해결 지도법 연구단계**
·수학Ⅱ의 교재분석 ·관련문헌조사		·소단원별 내용 파악 ·학습내용 체계화		·교과서별 문제해결 지도법 비교 연구 ·효과적인 지도방안 제시

Ⅱ. 이론적 배경

1. 유클리드의 기하학

기하학의 역사는 고대 이집트까지 거슬러 올라간다. 나일강의 범람으로 인한 농지정리의 필요성에 따라 토지를 측량하는 기술이 발전했다. 이와 같은 실용적인 기하학은 그리스로 건너가 이론적인 학문으로 발전하였다.

탈레스는 맞꼭지각의 상등, 삼각형의 합동, 이등변삼각형의 성질, 닮은 삼각형의 성질등 도형의 성질을 증명하여 이론적인 기하학을 세워 나갔다. 이후 피타고라스와 그 학파에 의하여 학문으로써의 기하학이 완성되어갔다. 피타고라스의 정리, 삼각형과 다각형의 내각의 크기, 입체의 부피, 정다면체의 성질 등 평면과 입체의 기하가 연구되었다. 플라톤은 자신이 설립한 학원인 아카데미아의 입구에 「기하학을 모르는 자는 들어오지 말라.」고 써 붙였다고 한다. 기하학은 다시 유클리드에 의하여 원론이라는 종합적인 저술로 집대성되었다. ([15])

유클리드의 원론은 유럽에 있어서 체계적인 학문의 전형으로써, 오랜 세월에 걸쳐 이론적 전개의 규범이 되어왔다. 원론은 총 13권으로 구성되어 있으며, 평면기하, 입체기하, 수의 비례 이론 등을 다루고 있다.

원론 제 1 권은 점, 직선 등에 대한 정의로부터 시작해서 다음과 같은 5개의 공준과 5개의 공리로 시작된다.

<공준>

(ⅰ)동일한 것에 같은 것은 서로 같다.

(ⅱ)같은 것에 같은 것을 합하면 그 전체는 같다.

(ⅲ)같은 것에서 같은 것을 빼면 그 나머지는 같다.

(ⅳ)서로 포개어 맞출 수 있는 것은 서로 같다.

(ⅴ)전체는 부분보다 크다.

<공준>

(ⅰ)두 점을 지나는 직선을 그을 수 있다.

(ⅱ)선분을 주어진 선분만큼 연장할 수 있다.

(ⅲ)임의의 중심에서 임의의 길이를 반지름으로 하는 원을 그릴 수 있다.

(ⅳ)모든 직각은 서로 같다.

(ⅴ)하나의 직선이 다른 두 직선과 만났을 때 생기는 같은 쪽의 내각의 크기의 합이 두 직각 보다 작을 때, 이 두 직선을 연장하면 합이 두 직각보다 작은 각이 있는 쪽에서 만난다.

유클리드의 원론 13권에서 다루고 있는 내용은 주로 다음과 같다.

ⅰ. 합동, 평행, 피타고라스의 정리

ⅱ. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$과 같은 등식(기하학적으로 다룸), 넓이, 황금분할

ⅲ. 원

ⅳ. 원에 내접, 외접하는 다각형

ⅴ. 비례의 이론

ⅵ. 닮음의 이론

ⅶ~ⅸ. 정수의 이론

ⅹ. 무리수로 나타낼 수 있는 양

ⅺ~ⅻ. 입체기하

원론에서 중시된 기본적인 선은 직선과 원이다. 자와 컴퍼스에 의한 작도 문제 중에 유명한 것으로 각의 삼등분, 원과 같은 넓이의 정사각형, 주어진 정육면체의 부피의 두 배의 부피를 갖는 정육면체를 작도하는 3대 작도 문제가 있다. 오늘날 이 세 문제는 자와 컴퍼스로 작도할 수 없다는 것이 증명되었다. 당시에는 이러한 도형을 작도하기 위하여 원 이외의 여러 가지 곡선들이 연구되었다. 이를테면, 주어진 정육면체의 부피의 두 배의 부피를 갖는 정육면체를 작도하는 문제와 관련하여 원뿔곡선이 연구되기도 하였다. ([15])

2. 유클리드 이후의 기하학

16세기 이후 기하학은 다시 혁신적으로 발전하기 시작하였다. 먼저 해석 기하학이 출현하였다. 해석 기하학은 도형과 수를 융합시켰으며, 도형의 성질을 대수적인 방법으로 연구한 데 반하여 대수학 자체의 발전에 따라 기하학을 대수적 방법으로 다루게 된 것이다. 해석 기하학적인 아이디어는 아폴로니오스에게서도 찾아 볼 수 있으나, 좌표의 도입에 따른 수와 점의 대응, 도형과 방정식과의 융합은 데카르트에 이르러 완성되었다. 이후 미적분학의 발전과 더불어 곡선론과 곡면론이 전개되고 구면을 비롯한 곡면 위에서의 기하학이 가우스 등에 의하여 연구되었다. 이것은 리만기하와 미분기하학으로 발전하여 현대의 다양체 이론의 토대를 이루게 된다.

한편, 르네상스 시대에 미술, 건축 등이 급속히 발전하면서 투시도법 등이 동기가 되어, 사영 기하학이 데자르그나 파스칼, 몽주, 퐁슬레의 연구에 의하여 발전되었다.

또, 비유클리드 기하학의 출현으로 인해 기하학의 기초에 대한 반성이 일어나게 되었다. 유클리드의 원론 제 1권의 제 5공리인 평행선의 공리는 다른 공리에 비하여 그 표현이 복잡하였으므로 이것을 증명하여 정리로 만들려는 노력이 여러 세기에 걸쳐 많은 사람들에 의하여 계속되어 왔다. 이를테면, 사케리는 다음과 같은 방법으로 제 5공리를 증명하고자 하였다.

그는 선분 $\overline{AB}$의 양 끝에 수선을 같은 쪽으로 세워 $m(\overline{AC})=m(\overline{BD})$라고 할 때 $m(\angle C)=m(\angle D)$임을 증명하고, 이것이 예각・둔각・직각이 될 수 있는 논리적 가능성을 살펴 본 다음, 앞의 두 가정을 부정하려고 하였다.

그러나 로바체프스키와 볼리아이는 $m(\angle C)=m(\angle D)$가 예각이더라도 하나의 기하학이 성립한다는 것을 발견하였으며, 리만은 둔각이더라도 하나의 기하학이 성립한다는 것을 입증하였다. 이와 같이 평행선의 공리와 그 부정을 각각 만족하는 기하학의 성립은 기하학의 기초에 중대한 문제를 야기하였다.

힐베르트는 기하학의 기초에 대하여 연구하고 공리적인 방법으로 엄밀하게

기하학을 전개하였다. 힐베르트는 점이나 직선은 정의가 없는 무정의 용어로 취급하고, 그들의 상호관계를 공리계에 의하여 규정지었다. 힐베르트는 수학을 형식체계로 보는 관점을 제안하였다. 수학을 형식체계로 보면 명제는 형식적인 추론 규칙에 따라 다루어지는 기호의 유한 번의 연쇄로 간주된다. 수학을 추상적인 기호를 다루는 형식 체계로 보면, 기호가 의미하는 것은 문제가 되지 않으며, 기호를 다루는 규칙체계가 건전한가만 문제가 된다. 기호가 의미하는 것이 문제가 되지 않으므로 그 기호를 다른 기호로 나타내어도 된다. ([15])

현대 수학은 공리적 방법과 추상적 경향이라는 특징을 지니고 있다. 공리적으로 전개되어지고 있는 수학에는 공리계를 만족하는 모형이 하나인 것과 여러개인 것의 두 가지 유형이 있다. 모형이 단 하나 있는 경우의 공리계를 범주적 모델이 여러 개 있는 경우를 비범주적이라고 한다. 이를테면 힐베르트에 의한 유클리드 기하학의 공리계, 페아노에 의한 자연수의 공리계는 범주적이고, 군・환・체등과 같은 대수계 또는 거리 공간의 공리계는 비범주적이다. 범주적 이론은 평면기하나 자연수와 같은 실체를 공리적으로 규정짓는 것이며, 비범주적 이론은 여러 가지 대상에 공통으로 들어 있는 하나의 구조를 추상화하는 것이다. 힐베르트에 의한 유클리드 기하의 재구성은 범주적 이론에 속한다.

한편, 클라인은 유클리드 이후 19세기에 이르기까지 만들어진 여러 가지 기하학의 통합을 시도하였다.

이것이 이른바 『에를랑겐 프로그램』이다. 클라인의 『에를랑겐 프로그램』은 기하학을 어떤 특정한 변환군 아래에서 불변인 도형의 성질을 연구하는 학문으로 본다.

평면 위에서 두 점 사이의 거리를 유지하는 합동변환에 의하여 불변성이 유지되는 성질을 연구하는 것이 유클리드 기하학이다. 사영 변환에 의하여 불변인 성질을 연구하는 것이 사영 기하학이며, 아핀 변환에 의해 불변성이 유지되는 것을 연구하는 아핀 기하학, 위상 변환에 의하여 불변인 성질을 연구

하는 것이 위상 기하학이다.

변환 기하의 학교 수학에의 도입 필요성으로 다음과 같은 점이 거론되고 있다.

① 기하에서 함수적 사고를 강조할 필요가 있음.

② 초등 기하에서 합동 변환, 닮음 변환, 그리고 불변성 개념은 사영 기하, 아핀기하, 위상 기하를 위한 준비가 됨

③ 변환은 강력한 문제 해결 도구임.

④ 변환군과 변환의 행렬 표현 등은 대수학적인 내용과 기하학적인 내용의 관련성과 공통된 구조를 보여주는 소재가 됨.

⑤ 유클리드 기하를 학습한 후 변환을 도입하여 통합하여 해석하게 함.

변환 기하를 학교 수학에 도입하면, 조작적이고 구성적으로 군의 도입을 가능하게 하고, 기하학적 사고를 질적에서 동적으로 변화시키고, 기하와 대수 구조의 유사성을 음미할 수 있는 기회를 제공하는 등 장점이 있을 것으로 기대된다. 변환 기하를 학교 수학에 도입하기 위해서는 이를 위한 구체적인 교재 개발이 필요하다. ([3])

Ⅲ. 교재분석 및 학습요소

1. 단원의 지도 계통

학습한 내용	이 단원의 내용	학습할 내용
7-가 평면도형의 성질 입체도형의 성질 8-나 삼각형,사각형의 성질 도형의 닮음	1.공간도형 ①직선과 평면의 위치관계 ②평행과 수직 ③정사영	수학Ⅱ 벡터
9-나 피타고라스의 정리 10-나 평면좌표 원의 방정식 삼각함수 수학Ⅱ 다항함수의 적분법	2.공간좌표 ①점의 좌표 ②두 점사이의 거리 ③선분의 내분점과 외분점 ④구의 방정식	미분과 적분 적분법

([15])

단원의 지도 계통에서 공간좌표의 내용이 있지만 이 논문에서는 공간도형부분만 다룰 것임을 명시한다.

2. 단원의 지도계획

<table>
<tr><th>중단원</th><th>소단원</th><th>차시</th><th>지도내용</th><th>용어와 기호</th><th>비고</th></tr>
<tr><td></td><td>단원개관</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="9">공간도형</td><td>준비학습 및 탐구활동</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.직선과 평면의 위치관계</td><td>2~3</td><td>공간에서 평면의 결정조건
두 직선의 위치 관계
직선과 평면의 위치관계
평면과 평면의 위치관계</td><td>교선</td><td rowspan="4">공간도형의 성질을 관찰 직관에 의하여 이해하도록한다. 공간도형은 공리계를 사용하지않고 간단히 다룬다.</td></tr>
<tr><td>2.평행과 수직</td><td>4~6</td><td>직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 평행
꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각
직선과 평면의 수직
삼수선의 정리
평면과 평면의 수직</td><td>삼수선의 정리
이면각(변,면,크기)</td></tr>
<tr><td>3.정사영</td><td>7~8</td><td>정사영의 뜻
정사영의 길이, 넓이</td><td>정사영</td></tr>
<tr><td>평가문제</td><td>9</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>학습내용정리</td><td>10</td><td colspan="3" rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>단원평가문제</td><td>10</td></tr>
<tr><td>단원발전문제</td><td>10</td></tr>
<tr><td>수행과제</td><td>11</td></tr>
</table>

([1])([2])([15])

3. 교재분석

가. 공간도형

[중단원의 지도 목표]

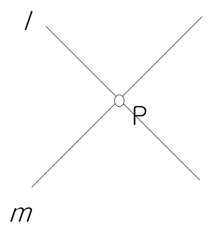
직선 평면의 위치관계와 꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각을 알게 한다.

또 삼수선의 정리, 이면각, 정사영의 성질을 알고, 이를 활용 할 수 있다.

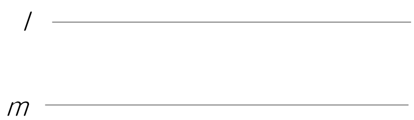
(1) 공간도형

(가) 평면에서 두 직선 l, m 의 위치관계

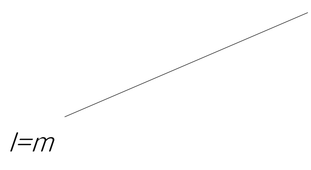
① 한 점에서 만난다



② 평행하다



③ 일치한다



(나) 직선과 평면의 위치관계

학습목표 ◦직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치관계를 이해한다.

• 공간에서 평면의 결정조건을 알아보자.

한 점을 지나는 직선은 무수히 많이 있지만, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.

또, 서로 다른 두 점을 지나는 평면은 무수히 많이 있지만, 한 직선위에 있지 않은 서로 다른 세 점을 지나는 평면은 오직 하나뿐이다. 따라서 한 직선위에 있지 않은 서로 다른 세 점은 한 평면을 결정한다.

다음과 같은 경우에 평면이 하나로 결정된다.

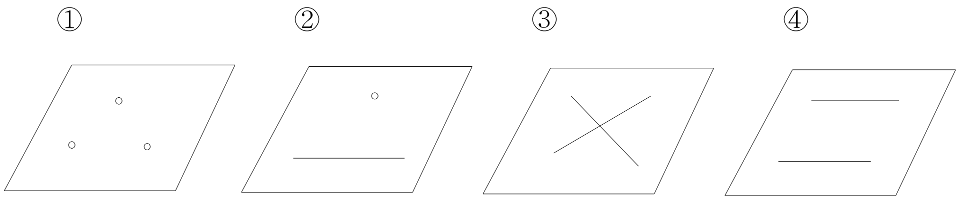
평면의 결정조건

① 한 직선위에 있지 않은 서로 다른 세 점

② 한 직선과 그 직선위에 있지 않은 한 점

③ 한 점에서 만나는 두 직선

④ 평행한 두 직선



• 두 직선의 위치관계에 대하여 알아보자

한 평면 위에 있는 서로 다른 두 직선은 만나거나 평행하다. 그러나 공간에서는 두 직선이 한 평면 위에 있지 않은 경우가 있다. 한 평면 위에 있지 않은 두 직선이 서로 만나지도 않고 평행하지도 않을 때, 이 두 직선은 꼬인 위치에 있다고 한다.

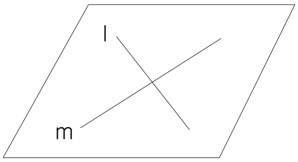
따라서 두 직선의 위치 관계는 다음과 같은 세 가지 경우가 있다.

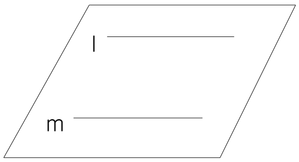
두 직선의 위치관계

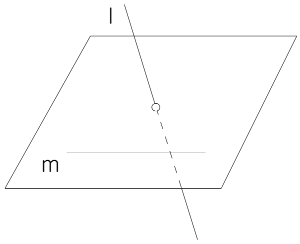
①만난다.

②평행하다.

③꼬인 위치에 있다.

① 

② 

③ 

• 직선과 평면의 위치관계에 대하여 알아보자.

공간에서 직선과 평면은 만나는 경우와 만나지 않는 경우가 있다.

직선 l 과 평면 α가 서로 다른 두 점을 공유하면, 직선 l 위의 모든 점은 평면 α위에 있으므로 직선 l 은 평면 α에 포함된다.

직선 l 과 평면 α가 한 점만을 공유할 때, 직선 l 과 평면 α는 만난다고 하며 그 공유점을 교점이라고 한다.

직선 l 과 평면 α가 공유점을 가지지 않으면, 직선 l 과 평면 α는 평행하다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$l \parallel \alpha$$

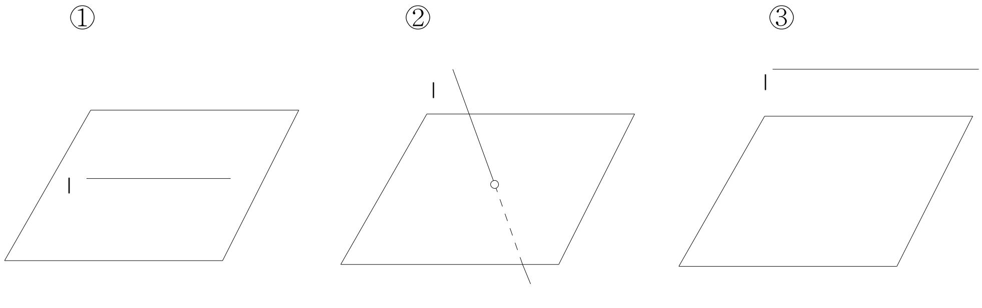
따라서 직선과 평면의 위치관계는 다음과 같은 세 가지 경우가 있다.

직선과 평면의 위치관계

①포함된다. ……………………………………… 공유점이 무수히 많다.

②만난다.…………………………………………………… 공유점이 1개뿐이다.

③평행하다.………………………………………………… 공유점이 없다.



• 평면과 평면의 위치관계에 대하여 알아보자.

서로 다른 두 평면은 만나거나 만나지 않는 두 가지 경우가 있다.

두 평면이 공유점을 가질 때, 두 평면은 그 공유점을 지나는 한 직선을 공유한다. 서로 다른 두 평면이 한 직선을 공유할 때 두 평면은 만난다고 하며, 공유하는 직선을 두 평면의 교선이라고 한다.

또, 두 평면이 공유점을 가지지 않을 때 두 평면은 평행하다고 하고, 두 평면 α,β 가 평행한 것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\alpha \,/\!/\, \beta$$

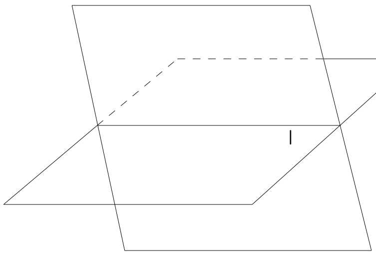
따라서 두 평면의 위치관계는 다음과 같은 두 가지 경우가 있다.

두 평면의 위치관계

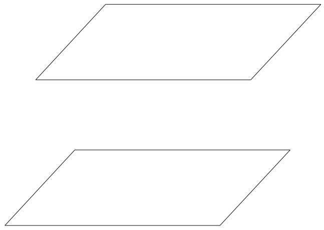
①만난다.……………………………………………………교선이 있다.

②평행하다.…………………………………………………공유점이 없다.

①



②



(다) 평행과 수직

학습목표 ◦직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 평행관계와 수직관계를 이해한다

◦삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

• 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 평행에는 어떤 성질이 있을까?

직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 평행에 대한 성질을 알아보자.

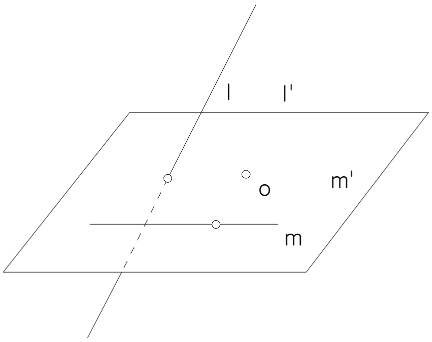
평면위에서 한 직선 밖의 점을 지나면서 그 직선에 평행한 직선은 오직 하나이다.

• 꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각은 어떻게 정의할까?

만나는 두 직선은 한 평면 위에 있으므로, 그 평면 위에서 두 직선이 이루는 각을 정할 수 있다.

꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각은 다음과 같이 정의한다.

아래 그림과 같이 두 직선 l, m 이 꼬인 위치에 있을 때, 임의의 한 점O을 잡고, O 를 지나고 직선 l, m 에 평행한 직선 l', m' 을 그으면 두 직



선 l'과 m'은 점 O 에서 만난다. 이 때, 두 직선 l', m'과 이 이루는 각을 두 직선 l, m 이 이루는 각이라고 한다.

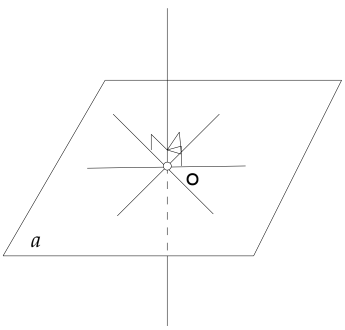
특히, 두 직선 l, m 이 이루는 각이 직각일 때, l, m 은 서로 수직이라 하고, 이것을 기호로

$$l \perp m$$

과 같이 나타낸다.

• 직선과 평면의 수직에 대한 성질을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 직선 l이 평면 α와 점 O에서 만나고 점 O를 지나는 α위의 모든 직선과 수직일 때, 직선 l과 평면 α는 수직 이라고 하며, 이것을 기호로 $l \perp \alpha$ 와 같이 나타낸다.

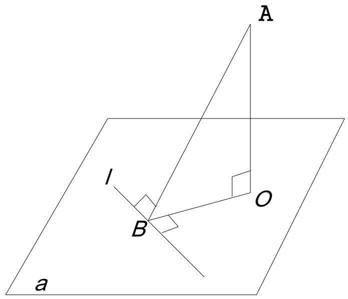


이 때, 직선 l을 평면 α의 수선, 점 O 를 수선의 발이라고 한다.

• 삼수선의 정리에 대하여 알아보자.

직선과 평면의 수직에 대하여 다음과 같은 정리가 성립한다. 이것을 삼수선의 정리라고 한다.

평면 α밖의 한 점을 A, 평면 α위의 한 직선을 l 이라고 하자.



① 점 A에서 α에 내린 수선의 발을 O, O에서 l 에 그은 수선의 발을 B라고하면 $\overline{AB} \perp l$

② 점 A에서 α에 내린 수선의 발을 O, A에서 l 에 그은 수선의 발을 B라고 하면 $\overline{BO} \perp l$

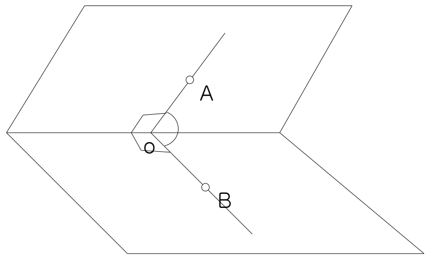
③ 점 A에서 l 에 그른 수선의 발을 B, 평면 α위에서 B를 지나 l에 수직인 직선을 긋고 점 A에서 이 직선에 내린 수선의 발을 O라고 하면 $\overline{AO} \perp \alpha$

• 평면과 평면의 수직에 대한 성질을 알아보자.

평면위의 한 직선은 그 평면을 두 부분으로 나누는데, 그 각각을 반평면이라고 한다.

한 직선 l에서 만나는 반평면 α, β로 이루어지는 도형을 이면각이라 하고, 교선 l을 이면각의 변, 반평면 α, β를 이면각의 면이라고 한다.

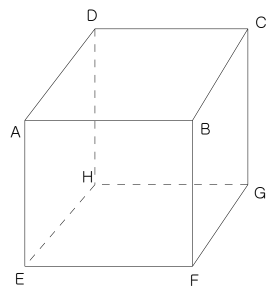
이면각의 변 l위의 한 점 O로부터 l에 수직이고, 각 면 α, β에 포함되는 반직선 OA, OB를 그었을 때 생기는 $\angle$AOB의 크기를 이면각의 크기라고 한다.

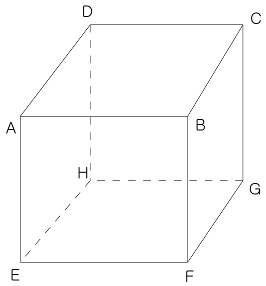


두 평면이 만나면 네 개의 이면각이 생긴다. 그 중 한 이면각의 크기를 두평면이 이루는 각이라고 한다. 특히, 두 평면 α, β가 이루는 각이 직각일 때, 두 평면 α, β는 서로 수직이라 하고, 기호로 $\alpha \perp \beta$ 와 같이 나타낸다. ([15])([16])

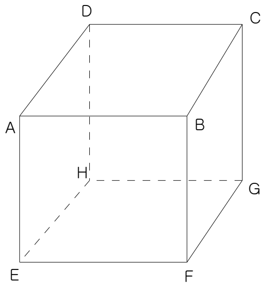
Ⅳ. 공간도형의 문제해결 지도 방안(8종 교과서 비교・제시)

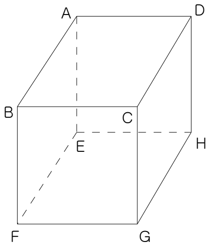
1. 꼬인위치에 있는 두 직선이 이루는 각

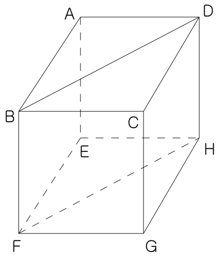
출판사	(주) 지학사 p208 문제1 ([12])
문제	 위 그림의 정육면체에서 다음 두 직선이 이루는 각의 크기를 구하여라. (1)$\overleftrightarrow{BC}$ 와 $\overleftrightarrow{GH}$ (2)$\overleftrightarrow{BF}$ 와 $\overleftrightarrow{DG}$ (3)$\overleftrightarrow{AC}$ 와 $\overleftrightarrow{EF}$ (4)$\overleftrightarrow{DG}$ 와 $\overleftrightarrow{CF}$
지도방안	꼬인위치에 있는 두 직선의 경우에는 어느 한 직선을 평행이동 시켜서 다른 직선과 만나게 하여 두 직선이 이루는 각을 조사하도록 한다. (1)$\overleftrightarrow{BC} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$ 이므로 $\overleftrightarrow{BC}$와 $\overleftrightarrow{BC}$가 이루는 각의 크기와 같다. $\therefore 90°$ (2)$\overleftrightarrow{BC} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$ 이므로 $\overleftrightarrow{BC}$와 $\overleftrightarrow{BC}$가 이루는 각의 크기와 같다. $\therefore 45°$ (3)$\overleftrightarrow{BC} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$ 이므로 $\overleftrightarrow{BC}$와 $\overleftrightarrow{BC}$가 이루는 각의 크기와 같다. $\therefore 45°$ (4)$\overleftrightarrow{BC} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$ 이므로 $\overleftrightarrow{BC}$와 $\overleftrightarrow{BC}$가 이루는 각의 크기와 같다. 그런데 $\triangle AFC$ 는 정삼각형이므로 $\angle AFC$=60°이다. $\therefore 60°$

<table>
<tr><td>출판사</td><td>동아서적(주) p264 기본문제1.(1) ([17])</td></tr>
<tr><td>문제</td><td>

위 그림과 같은 정육면체에 대하여 다음을 구하여라.
(1)직선BD 와 직선DG가 이루는 각의 크기</td></tr>
<tr><td>지도방안</td><td>[목표] 직선, 평면사이의 각의 크기를 구할 수 있다.
(1)△BDG는 정삼각형이므로 직선 BD와 직선 DG가 이루는 각의 크기는 60°</td></tr>
</table>

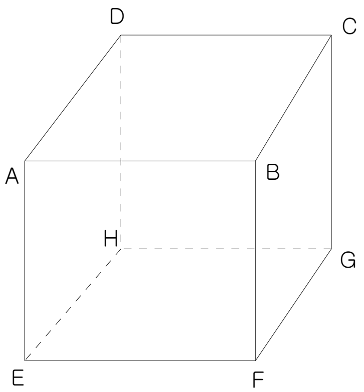
<table>
<tr><td>출판사</td><td>(주)천재교육 p211 문제6</td></tr>
<tr><td>문제</td><td>아래 그림의 정육면체에서 대각선 AG 와 선분 BD 가 이루는 각의 크기를 구하여라.

</td></tr>
<tr><td>지도방안</td><td>정육면체 한 변의 길이를 a라 하면 선분BD의 길이는 $\sqrt{2}\,$a , 선분 AG의 길이는 $\sqrt{3}\,$a이다. 선분을 평행이동시키기 위하여 면$BCGF$옆에 정육면체하나를 더 붙여주면 빗변의 길이가 $\sqrt{5}\,$a인 직각삼각형을 이루므로 대각선 AG와 선분 BD가 이루는 각의 크기는 90°이다.</td></tr>
</table>

출판사	대한교과서(주) p234 연습문제1 ([11])
문제	아래 그림과 같은 정육면체에서 다음 두 직선이 이루는 각의 크기를 구하여라. (1)$\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{EH}$ (2) $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{FH}$ 
지도방안	(1)$\overline{EH} /\!/ \overline{AD}$이므로 구하는 각의 크기는 $\angle DAC$와 같다. 그런데, $\triangle ADC$는 직각이등변삼각형이므로 구하는 각의 크기는 45° 이다. (2)$\overline{FH} /\!/ \overline{BD}$이므로 구하는 각의 크기는 두 직선 AC 와 BD 가 이루는 각의 크기와 같다. 그런데 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직 이등분하므로 구하는 각의 크기는 90° 이다.

출판사	(주)금성출판사 p212 문제3 ([18])
문제	 위의 그림에서 다음 두 선분이 이루는 각의 크기를 구하여라. (1)$\overline{AB}$, $\overline{DH}$ (2)$\overline{AE}$,$\overline{FG}$ (3)$\overline{BD}$,$\overline{EH}$
지도방안	(1)$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이고 $\angle CDH$=90°이므로 두 선분 AB와 DH가 이루는 각의 크기는 90° 이다. (2)$\overline{AE} /\!/ \overline{BF}$이고 $\angle BFG$=90°이므로 두 선분 AE와 FG가 이루는 각의 크기는 90°이다. (3)$\overline{BD} /\!/ \overline{FH}$이고 $\angle EFH$=45°이므로 두 선분 BD와 EH가 이루는 각의 크기는 45°이다.

8종 교과서중 5종 교과서에서 꼬인위치에 관한 유사한 문제가 제시되었다.
위 표에서 비교하여 본 모든 문제들이 평행이동을 이용하여 꼬인위치에 있는 두 직선 또는 선분이 이루는 각을 설명하고 있다. 본 논문에서는 그림설명을 보충하여 학생들이 이 문제를 보다 흥미롭고 쉽게 이해할 수 있도록 지도방안을 작성하였다. 또한 정육면체의 경우로만 제한하지 않고 좀 더 다양한 경우까지로 논의해 보았다.

(1) 아래 그림의 정육면체에서 다음 두 직선이 이루는 각의 크기를 구하여라.



① $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{FG}$

② $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EF}$

③ $\overleftrightarrow{EG}, \overleftrightarrow{CF}$

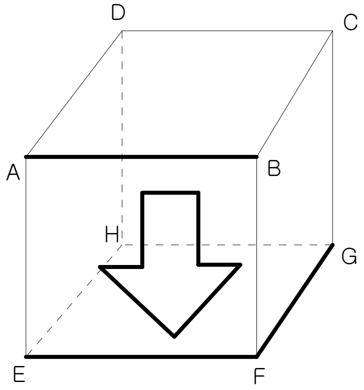
지도방안

이 문제의 평가목표는 공간에서 두 직선이 이루는 각을 이해하고 있는가 확인 하는 것이다.

①에서 직선 AB 와 직선 FG 는 같은 평면상에 존재하는 것이 아닌 공간상에 있는 직선이다. 같은 평면상에 존재하는 직선끼리 일 때 이루는 각을 구

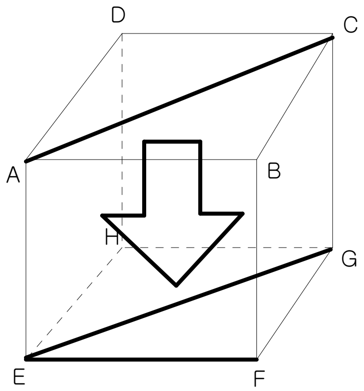
하기가 쉬우므로 같은 평면상에 존재하는 직선을 이용한다.

직선 AB 와 직선 EF 는 서로 평행하므로 직선 AB 와 직선 FG 가 이루는 각은 직선 EF 와 직선 FG 가 이루는 각인 90°이다.



②에서도 ①과 마찬가지로 직선 AC 와 직선 EF 가 한 평면위에 존재하지 않는다. 평면 $ACGE$ 를 이용하여 보면 직선 AC 와 직선 EG 는 서로 평행하다. 여기서 직선 EG 와 직선 EF 는 도형이 정육면체이므로 45°를 이룬다.

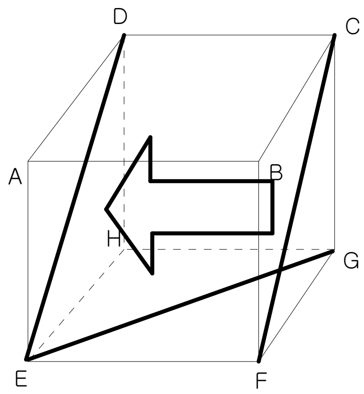
따라서 직선 AC 와 직선 EF 는 45°이다.



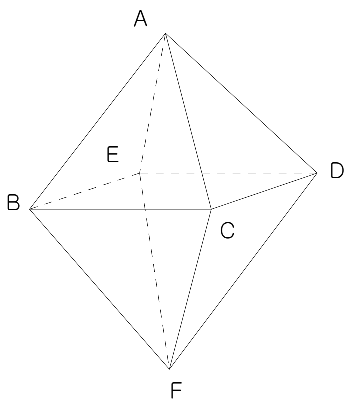
③에서 직선 EG 와 직선 CF 는 한 평면위에 존재하지 않는다.

평면 $ACGE$ 를 이용하여 보면 직선 EG 와 직선 AC 는 서로 평행하다. 여기서 평면 ACF 를 살펴보면 정삼각형임을 알 수 있다. 그러므로 직선 AC

와 직선 CF 가 이루는 각은 60°이다. 따라서 직선 EG 와 직선 CF 는 60° 각을 이룬다.



(2) 아래 그림과 같은 정팔면체에서 직선 AB 와 다음 직선이 이루는 각의 크기를 각각 구하여라.



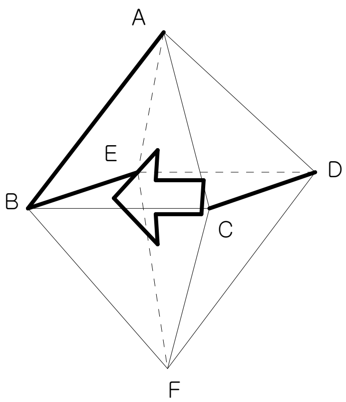
① 직선 CD

② 직선 CF

지도방안

공간에서 두 직선이 이루는 각을 구할 수 있는가를 확인한다.

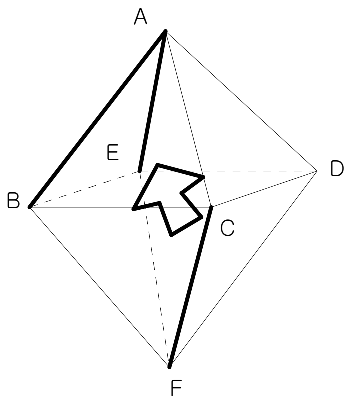
① 직선 AB 와 직선 CD 는 한 평면에 있지 않으므로 어떤 평면을 이용하여 직선을 평행이동 시켜볼 것 인지 생각해 보자.



평면 $BCDE$ 에서 직선 CD 는 직선 BE 와 평행하므로 직선 AB 와 직선 BE 가 이루는 각을 찾아내자.

주어진 도형은 정팔면체이므로 삼각형 ABE 는 정삼각형이다. 직선 AB 와 직선 BE 가 이루는 각은 60°이다. 따라서 직선 AB 와 직선 CD 가 이루는 각은 60°이다.

② 직선 AB 와 직선 CF 는 역시 한 평면위에 놓여있지 않다.

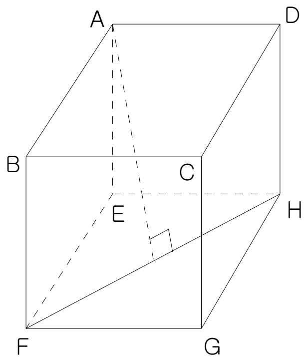


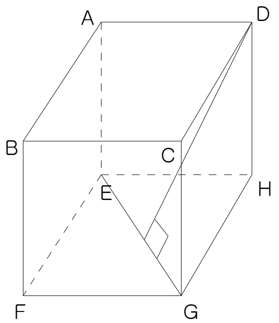
평면 $ACFE$ 를 보면 직선 CF 를 평행 이동하여 직선 AE 로 볼 수 있다.

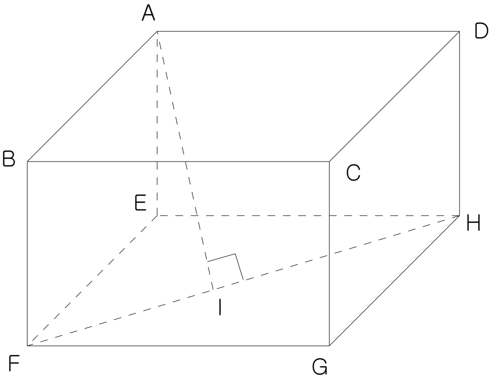
삼각형 ABE 는 정삼각형이므로 직선 AB 와 직선 AE 가 이루는 각은 60° 이다.

따라서 직선 AB 와 직선 CF 가 이루는 각은 60°이다.

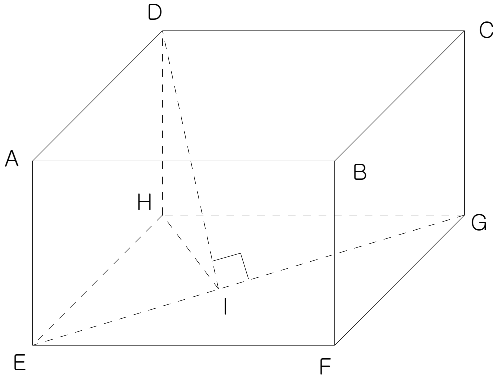
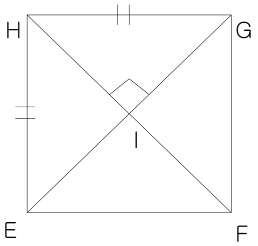
2. 삼수선의 정리

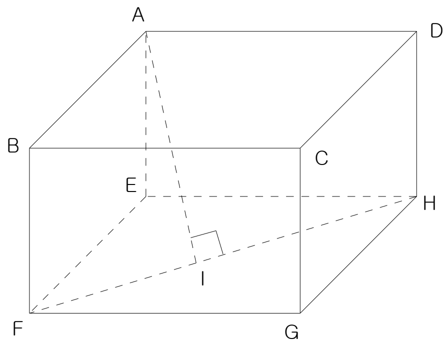
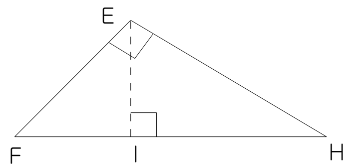
<table>
<tr><td>출판사</td><td>(주)금성출판사 p241 발전학습1.(3) ([18])</td></tr>
<tr><td>문제</td><td>1.한 모서리의 길이가 a인 아래 그림과 같은 정육면체에 대하여 다음을 구하여라.
(3) 점 A에서 직선 FH에 내린 수선의 길이

</td></tr>
<tr><td>지도방안</td><td>점 A에서 $\overline{FH}$에 내린 수선의 발을 I라고 하면
$\overline{AE}\perp\square EFGH,\ \overline{AI}\perp\overline{FH}$ 이므로 삼수선의 정리에 의하여
$\overline{EI}\perp\overline{FH}$
$\triangle EFH=\frac{1}{2}\overline{EF}\cdot\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{EI}\cdot\overline{FH}$에서
$\frac{1}{2}\cdot a^2=\frac{1}{2}\cdot\overline{EI}\cdot\sqrt{2}a$, $\overline{EI}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$
$\triangle AEI$에서 $\overline{AI}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{EI}^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$</td></tr>
</table>

출판사	대한교과서(주) p228 문제6 ([11])
문제	다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{AB}=\overline{AE}=6$, $\overline{AD}=8$이라하고, 점 D에서 선분 EG에 내린 수선의 발을 K라 할 때, 선분 DK의 길이를 구하여라. 
지도방안	$\overline{DH}\perp$면$EFGH$, $\overline{DK}\perp\overline{EG}$ 이므로 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{HK}\perp\overline{EG}$ 이다. 그런데 $\triangle EGH$ 에서 $\frac{1}{2}\overline{EG}\cdot\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{EG}\cdot\overline{HK}$ 이므로 $\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6=\frac{1}{2}\sqrt{8^2+6^2}\cdot\overline{HK}$ $\therefore \overline{HK}=\frac{24}{5}$ 따라서, $\triangle DHK$에서 $\overline{DK}=\sqrt{\overline{DH}^2+\overline{HK}^2}=\sqrt{\frac{1476}{25}}=\frac{6\sqrt{41}}{5}$

<table>
<tr><td>출판사</td><td>(주)천재교육 p219 연습문제3</td></tr>
<tr><td>문제</td><td>아래 그림의 직육면체에서 점 A 에서 $\overline{FH}$ 에 내린 수선의 발을 I 라고 할 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하여라.


$\overline{AD} = \sqrt{3}\,cm$, $\overline{AB} = \sqrt{2}\,cm$, $\overline{BF} = 1cm$</td></tr>
<tr><td>지도방안</td><td>선분 EI 를 그으면
$\overline{AE} \perp$ (면 $EFGH$), $\overline{AI} \perp \overline{FH}$
이므로 삼수선의 정리에 의하여
$\overline{EI} \perp \overline{FH}$
직각삼각형 EFH 에서
$\overline{EF} \bullet \overline{EH} = \overline{EI} \bullet \overline{FH}$
$\sqrt{2} \bullet \sqrt{3} = \overline{EI} \bullet \sqrt{5}$
직각삼각형 AEI 에서 피타고라스의 정리에 의하여
$\overline{AI} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{EI}^2}$
$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{\frac{6}{5}})^2}$
$= \sqrt{\frac{11}{5}}$
$= \frac{\sqrt{55}}{5}(cm)$</td></tr>
</table>

출판사	법문사 p280 종합기본문제 2 ([5])
문제	한 모서리의 길이가 1인 아래 그림의 정육면체의 꼭지점 D 에서 선분 EG 에 내린 수선의 발을 I 라고 할 때, $\overline{HI}$ 의 길이를 구하여라. 
지도방안	삼수선의 정리에 의해 $\overline{HI} \perp \overline{EG}$ 그리고 정사각형의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{EI} = \frac{1}{2}\overline{EG}$  $\overline{EG} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ 이므로 $\therefore \overline{EI} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 그러므로 $\overline{HI}^2 = \overline{HE}^2 - \overline{EI}^2 = \frac{1}{2}$ $\therefore \overline{HI} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

<table>
<tr><td>출판사</td><td>(주)고려출판 p215 예제 5 ([19])</td></tr>
<tr><td>문제</td><td>다음 그림의 직육면체에서 $\overline{AB}=\overline{BF}=1, \overline{AD}=2$ 이다. 꼭지점 A 에서 선분 HF 에 내린 수선 AI 의 길이를 구하여라.

</td></tr>
<tr><td>지도방안</td><td>삼수선의 정리에 의하여 $\overline{FH}\perp\overline{EI}$
$\overline{FH}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$
다음 삼각형 EFH 의 넓이 관계에서


$\frac{1}{2}\overline{FH}\cdot\overline{EI}=\frac{1}{2}\overline{EF}\cdot\overline{EH}$
즉, $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\overline{EI}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2$
$\therefore \overline{EI}=\frac{2}{\sqrt{5}}$
$\therefore \overline{AI}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{EI}^2}=\sqrt{1^2+(\frac{2}{\sqrt{5}})^2}$
$=\frac{3\sqrt{5}}{5}$</td></tr>
</table>

삼수선의 정리를 이용한 유사문제가 8종 교과서중 5종교과서에서 제시되었다. 대부분이 그저 당연하게 삼수선의 정리를 이용하라고 제시하지만 여러학생들이 삼수선에서 직각을 이루는 선분들이 꼭 일치하지 않을 수도 있다는 질문을 한다. 문제해결에 앞서서 삼수선의 정리에 관한 보다 자세한 설명이

필요하다.

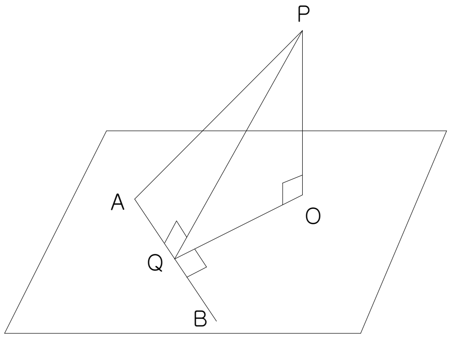
삼수선의 정리에 관한 설명은 (주)지학사 교과서의 설명이 가장 잘 되어있다고 볼 수 있는데 선분과 삼각자를 이용하여 설명하므로 수선의 교점들이 일치함을 정확하게 이해 할 수 있다.

(1) 평면 α 밖의 한 점 P에서 α 에 내린 수선의 발을 O라 하고, O에서 α 위의 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라고 하자.

$\overline{PO}$ =12, $\overline{AQ}$ = $2\sqrt{6}$, $\overline{AP}$ =17 일 때, 선분 OQ의 길이를 구하여라.

지도방안

삼수선의 정리를 활용할 수 있는가 확인한다.



한 점 P에서 α 에 수선을 내렸으므로 선분 OP와 평면은 수직을 이룬다.

또한 O에서 선분 AB에 수선을 내렸으므로 선분 AB와 선분 OQ 역시 수직을 이룬다. 삼수선의 정리에 의해서 선분 PQ와 선분 AB는 수직이다.

선분 OA와 선분 OP는 수직이므로 피타고라스 정리를 이용하면

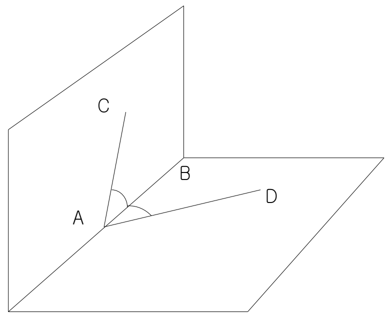
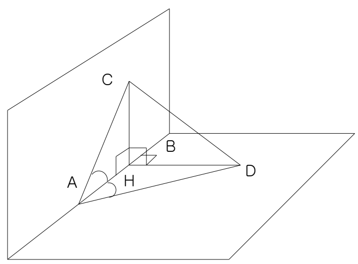
$$\overline{OA}^2 = 17^2 - 12^2 = 145$$

선분 OQ와 선분 AQ는 수직이므로

$$\overline{OQ}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{AQ}^2 = 145 - (2\sqrt{6})^2 = 121$$

$$\therefore \overline{OQ} = 11$$

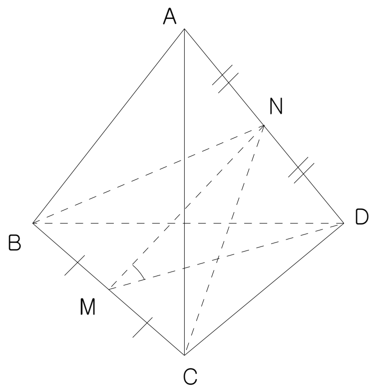
3. 이면각

<table>
<tr><td>출판사</td><td>(주)천재교육 p219 연습문제 2</td></tr>
<tr><td>문제</td><td>아래 그림의 두 평면 α,β 는 서로 수직이고 선분 AC 는
평면 α 에, 선분 AD 는 평면 β 에 포함된다.
$\angle BAC = 60^\circ, \angle BAD = 30^\circ$ 일 때,
$\angle CAD = \theta$ 라고 하면 $\cos\theta$ 는 얼마인가?

</td></tr>
<tr><td>지도방안</td><td>점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자
$\overline{AH} = a$ 라 하면, $\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC} = 2a, \overline{CH} = \sqrt{3}\,a$

</td></tr>
</table>

(1) 한 변의 길이가 a인 정사면체에서 선분 BC, 선분 CD의 중점을 각각 M, N 이라고 할 때,

① $\overline{MN} \perp \overline{BC}, \overline{MN} \perp \overline{AD}$ 임을 보여라.

② 선분 MN의 길이를 구하여라.

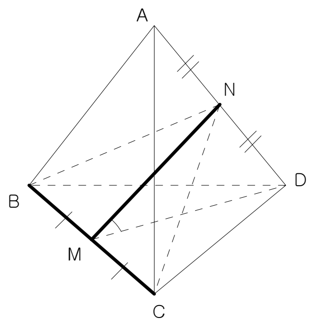


③ 평면 BCN과 평면 BCD가 이루는 각의 크기를 θ라고 할 때, $\cos\theta$의 값을 구하여라.

지도방안

8-나 과정에서 나오는 이등변삼각형의 성질을 알도록 지도한다.

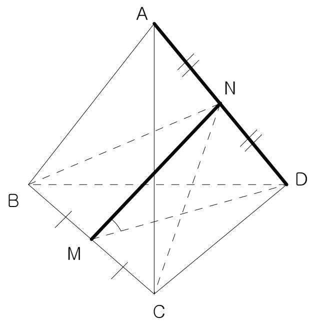
① 주어진 도형이 정사면체이므로 삼각형 BCN은 이등변 삼각형이다.



이등변삼각형의 정리에 의해서 점 N에서 선분 BC에 내린 이등분선은 수직이등분된다. 따라서 선분 MN과 선분 BC는 수직이다.

삼각형 AMD 역시 이등변삼각형이므로 이등변삼각형의 정리에 의해 선분 MN과 선분 AD는 수직을 이룬다.

② 삼각형 BCN에서 선분 BC는 한 변의 길이가 a이고 선분 CN, BN 의

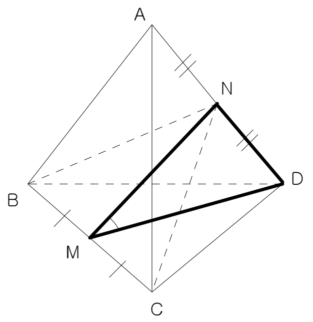


길이는 정삼각형 ACD와 정삼각형 ABD 의 높이이므로 $\frac{\sqrt{3}}{2}$a 이다.

이등변삼각형 BCN의 높이가 MN이므로 직각삼각형 CNM에서 피타고라스 정리를 이용하면 $\overline{MN}^2 = \overline{CN}^2 - \overline{CM}^2 = (\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 - (\frac{1}{2}a)^2 = (\frac{1}{2}a)^2$ 이다.

따라서 $\overline{MN} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ 이다.

③ 10-나 과정에서 배운 제 2 코사인법칙을 다시 상기하도록 지도한다.



삼각형 DNM에서 모든 선분의 길이를 알고 있으므로 제2코사인법칙을 이용하자.

$\overline{MN} = \frac{\sqrt{2}}{2}a, \overline{MD} = \frac{\sqrt{3}}{2}a, \overline{DN} = \frac{1}{2}a$

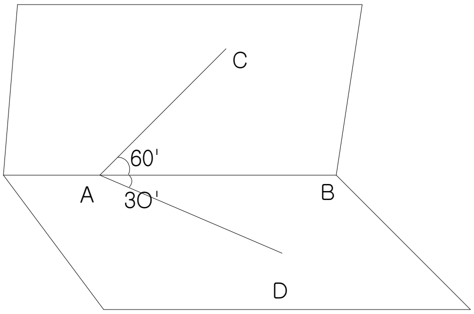
평면 BCN과 평면 BCD가 이루는 각의 크기를 θ 라 하므로

$$\cos\theta = \frac{\overline{MN}^2 + \overline{MD}^2 - \overline{DN}^2}{2\overline{MN}\,\overline{MD}}$$

$$= \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 - (\frac{1}{2}a)^2}{2(\frac{\sqrt{2}}{2}a)(\frac{\sqrt{3}}{2}a)}$$

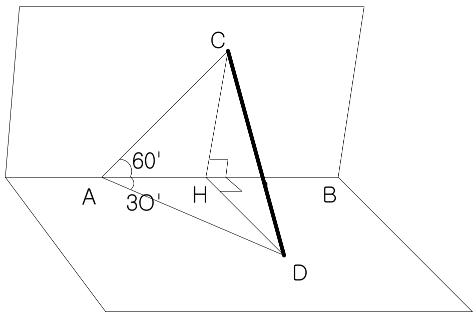
$$= \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(2) 오른쪽 그림에서 두 평면 α, β 는 서로 수직이고 선분 AC는 평면 α 에, 선분 AD는 평면 β 에 포함된다. $\angle$BAC=60°, $\angle$BAD=30° 일 때, cos($\angle$CAD)의 값을 구하여라.



지도방안

점 C에서 선분 AB에 수선의 발을 내리고 점 D에서 선분 AB에 수선의 발을 내려 교점을 점 H라 하자. 이때 점 D에서 내린 수선의 발고 점 C에서 내린 수선의 발이 일치하지 않을 수 있다는 의문을 가진 학생이 있을 수 있는데 처음부터 선분 AD나 선분 AC의 길이가 제시되지 않았으므로 얼마든지 더 길이를 연장해서 수선의 발이 서로 만나도록 해 줄 수 있다.



점 C와 점 D를 연결하면 삼각형 ACD가 완성되어 cos(∠CAD)를 구할 수 있다.

선분 AC의 길이를 $2a$ 라 가정하면 선분 AH의 길이는 a, 선분 CH의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이다. 선분 AH의 길이가 a 이므로 특수각의 삼각비에 의해 선분 AD의 길이는 $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ 이고 선분 DH의 길이는 $\frac{a}{\sqrt{3}}$ 이다.

삼각형의 세변의 길이를 모두 알고 있는 상태에서 한 각의 크기를 알고자 할 때 사용하고 자하는 공식은 바로 제 2 코사인 법칙이다.

<제 2 코사인 법칙>

세변의 길이가 a,b,c 이고 각의 크기는 A, B C 라 하자

$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ 이다

위의 제2 코사인 법칙을 적용하여

$\cos(\angle CAD) = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - \overline{CD}^2}{2\,\overline{AC}\cdot\overline{AD}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 이다

Ⅴ. 결론

18세기 이래, 특히 20세기 초의 수학교육 근대화 운동 이래 오늘날까지 ≪Euclid원론≫을 근간으로 한 기하교육을 개선하려는 줄기찬 노력이 지속되어왔으나 수학 교육 현대화운동의 열풍이 지나간 지금까지도 그 지도 내용과 지도방법에 대한 뚜렷한 개선안이 제시되어 있지 못하고 혼미한 상태가 지속되고 있다. 무엇보다도 그 원인은 기하학의 내용과 관점이 매우 다양화 되어 기하교육에 대한 견해가 일치되기 어려운 상황이 야기되었기 때문이다.

교사가 자기 자신은 이해하고 있지만 학생들은 이해하지 못하는 관계망에 의해서 추리를 하고 그를 근거로 수학적 관계를 학생들에게 제시할 때, 그러한 관계는 참으로 이해되지 않은 상태에서 학생들의 추리의 근거를 이루게 된다. 그러한 관계는 학생들의 경험과 무관하게 부과된 것이기 때문에 가르쳐진 것과 그로부터 유도된 것만을 기억하게 되며 그것을 특별히 고안해낸 연습문제에 적용하는 학습을 하는데 그치게 된다. 현행 학교수학에서 기하는 초등학교와 중학교 1학년에서 직관기하, 중학교 2, 3학년에서 평면 논증기하가 지도되고 있으며, 고등학교 수학Ⅱ에서 공간기하가 지도되고 있다. 직관기하나 평면 논증기하까지는 생각해 내는데 그리 어렵지 않지만 공간기하 영역으로 들어오면 이해하기가 어려워지고 학생들마다 개인차가 심해진다. ([9])

공간도형 단원을 지도 할 때 교사는 가장 기본이 되는 정의, 정리, 용어 및 개념을 주입식 위주의 교육보다는 완전히 이해하도록 하며, 예와 반례를 통하여 정확한 지식과 이해 정도를 확인 지도해야 할 것이다. 또한 공간도형의 기본적인 성질들을 직관적으로 이해하는 데 중점을 두고, 용어의 정의와 성질 등을 필요이상으로 엄밀하게 다루지 않도록 해야 한다.

공간도형의 성질을 직관적으로 고찰하게 하며, 용어의 정의와 같이 언어적인 표현이나 논리보다는 구체물에 대한 고찰이나 구체적인 조작을 통하여 여러 가지 성질을 알아보게 하는 것이 중요하다.

많은 양의 내용을 적은 시간 내에 지도하기 위해 진도에 급급하여 진행되는

수업방식은 학생들에게 있어서 수학을 시간만 낭비하는 따분하고 지루한 교과목으로 느끼게 할 뿐 이므로, 매 단원의 도입과정에서 선수학습을 충분히 하여 학생들이 자신감을 가질 수 있도록 하는 것이 중요하다.

다른 단원에 비해서 공간도형 단원은 준비학습이 철저해야 하고 수업이 진행될 때 마다 입체적인 도구들이 이용되어야 할 것이다.

우리나라의 교육 여건을 보면 입시 위주식 교육, 과밀학급, 교사의 수업시수과다 및 많은 업무 등의 문제점이 있는데, 이를 개선해 교사가 수업에 열중할 수 있게 하여 학생 개개인의 학습능력을 파악하여 최대한의 효과를 가져오도록 해야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] 교육부, “수학과 교육 과정”, 대한 교과서 주식 회사, 1998

[2] 교육부, “고등학교 교육과정 해설”, 대한 교과서 주식회사, 2001

[3] 나귀수, “증명의 분질과 지도 실제의 분석”, 서울대학교 대학원 박사 학위 논문, 1998

[4] 대한수학교육학회, “동계 집중 세미나 자료집”, 대한수학교육학회, 1998

[5] 박배훈외, “고등학교 수학 II 교사용 지도서”, 법문사, 2002

[6] 배성원, “5종 교과서에서 공간도형 단원 비교 연구”, 영남대학교 교육대학원 석사학위 논문, 1989.

[7] 우정호, “학교 수학의 교육적 기초”, 서울대학교 출판부, 1998

[8] 우정호, “수학 학습-지도 원리와 방법”, 서울대학교 출판부, 2000.

[9] 우정호, “수학교육학의 지평”, 경문사, 2002.

[10] 우정호외, “고등학교 수학 II 교사용 지도서”, 대한교과서(주), 2002

[11] 이강섭외, “고등학교 수학 II 교사용 지도서”, (주)지학사, 2002

[12] 이원구, “공간도형과 공간좌표에서 효율적인 생각을 통한 문제해결력 증진에 관한 연구”, 공주대학교 교육대학원 석사학위논문, 1991.

[13] 이종우, “기하학의 역사적 배경과 발달”, 경문사, 1998.

[14] 임재훈등, “고등학교 수학 II 교과서”, (주)두산 2002

[15] 임재훈 등, “고등학교 수학II 교사용 지도서”, (주)두산, 2002.

[16] 정광식외, “고등학교 수학 II 교사용 지도서”, 동아서적(주), 2002

[17] 조태근외, “고등학교 수학 II 교사용 지도서”, (주)금성출판사, 2002

[18] 최상기외, “고등학교 수학 II 교사용 지도서”, (주)고려출판, 2002

저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20048169	과 정	석사
성명	한글: 오 은 주 　 한문: 吳 殷 周 　 영문: Oh eun-ju				
주소	광주광역시 북구 임동 주공 아파트 105-601				
연락처	010-3910-2527 　 E-MAIL: ej2528@hanmail.net				
논문제목	한글 : 공간도형의 지도방안에 관한 연구 (고등학교 수학을 중심으로) 영문 : A Study on the Teaching Method on the Special Figure (In Centering with High school Curriculum)				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억 장치에의 저장, 전송 등을 허락함.
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집・형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포・전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음.
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송・출력을 허락함.

2007 년 월 일

저작자: 오은주 (서명 또는 인)

조선대학교 총장 귀하