

#### 저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

#### 이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 미차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

#### 다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리, 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락, 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명 확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

#### 저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

미것은 이용허락규약(Legal Code)을 미해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer 🖳





2007년 8월 教育學碩士(數學教育)學位論文

수학적 교구를 활용한 피타고라스 정리의 지도 방안에 관한 연구

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

권 순 주

# 수학적 교구를 활용한 피타고라스 정리의 지도 방안에 관한 연구

A Study on instructional Methods of
The Pythagorean Theorem through Manipulative
Tool Use

2007년 8월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

권 순 주

# 수학적 교구를 활용한 피타고라스 정리의 지도 방안에 관한 연구

指導教授 김 남 길

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 제출합니다.

2007년 4월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

권 순 주

## 文滋英의 教育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審查委員長	朝鮮大學校	教授	 印
審查委員	朝鮮大學校	教授	 印
審查委員	朝鮮大學校	教授	 ED.

2007년 6월

## 朝鮮大學校 教育大學院

### 목 차

ABSTRACT
제1장 서론1
제1절. 연구의 필요성과 목적1
제2절. 연구내용 및 제한점2
제 <i>2</i> 장. 이론적 배경 ···································
제1절. 피타고라스 정리의 기원4
제2절. 피타고라스 정리의 여러 가지 증명6
제3절. 피타고라스 정리의 활용12
제4절. 선행연구16
제3장 교과서 내용분석21
제1절. 연구방법 21
제2절. 제 7차 수학과 교육과정의 교과서 분석24
제3절. 제 6차 수학과 교육과정의 교과서 분석25
제4절 . 제 6, 7차 수학과 교육과정의 교과서 비교27
제4장 피타고라스 정리의 지도안29
제1절. 피타고라스 정리의 지도안 개발방향29
(1) 지도안 개발 방향29
(2) 지도안 개발 중점 및 구성 체계30
제2절. 피타고라스 정리의 지도안31
제 <i>5</i> 장. 요약 및 제언 ··································
제1절. 논문 요약51
제2절. 제언52
참고 무헌

## 표 목 차

<표 Ⅱ-1 > 교재와 다른 방법으로 지도경험18
<표 Ⅱ-2 > 정리 지도를 위한 교재 구성18
<표 Ⅱ-3 > 정리 도입을 위한 접근 방법19
<표 Ⅱ-4 > 문제 상황19
<표 Ⅱ-5 > 교수방법에 대한 확신19
<표 Ⅲ-1 > 교과서 분석틀23
<표 Ⅲ-2 > 제 6차 수학과 교육과정의 6종 교과서 분석24
<표 Ⅲ-3 > 제 7차 수학과 교육과정의 16종 교과서 분석26

## 그림 목차

[그림	Ⅱ-1] 구고현의 리	5
[그림	Ⅱ-2] 보도블록 ····································	6
[그림	Ⅱ-3] 피타고라스정리	6
[그림	Ⅱ-4] 피타고라스정리	7
[그림	Ⅱ-5] 유클리드 증명	7
[그림	Ⅱ-6] 바스카라의 증명	8
[그림	Ⅱ-7] 페리갈의 증명	9
[그림	Ⅱ-8] 면적분할을 이용한 증명1	0
[그림	Ⅱ-9] 아나리지의 증명1	1
[그림	Ⅱ-10] 직사각형	2
[그림	Ⅱ-11] 정사각형	2
[그림	Ⅱ-12] 정삼각형 ····································	3
[그림	Ⅱ-13] 좌표평면	4
[그림	Ⅱ-14] 좌표평면	4
[그림	Ⅱ-15] 직육면체	5
[그림	Ⅱ-16] 정사면체	5

#### Abstract

# A Study on instructional Methods of The Pythagorean Theorem through Manipulative Tool Use

Kwon Soon Ju Advisor : Prof. Kim Nam Gil

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education, Chosun University

In this paper, we searched the historical origin of the Pythagorean theorem and many different proofs of the theorem, By using these, then we suggested how to apply the results to help students understand the Pythagorean theorem.

In a conventional method of teaching, it is frequently found that most of students have difficulty in understanding the proof of the theorem.

If we easily lead our students to active participation in processes of doing the proof, then we could expect that we encourage students to be interested in a mathematics class, together with understanding of the proof.

Thus, in this paper, as a concrete method to realize this, we specially studied some proofs in the use of geometric dissection among the various proofs of the Pythagorean theorem. And using mathematical teaching tools, we propose a educational plan in which a teacher asks students to perform some proofs of

the Pythagorean theorem, with their own hands.

Finally, we show students visual examples which indicate the fact that the Pythagorean theorem is actually used to some cases in the living environment so that students become aware that mathematics is a very related subject with our lives.

#### 제 1 장 서 론

#### 제 1 절 연구의 필요성 및 목적

중학교의 기하교육은 자연 현상이나 실생활의 상황을 통해서 평면과 공간의 개념을 직관적으로 이해하고, 추측을 통해 문제해결의 경험을 얻게 하는데 목적이 있다. 또한 기하문제는 그 해결 방법이 다양하기 때문에 학생들로 하여금 창조적으로 사고하게 하고, 스스로 생각하게 하는 데에 효과적일 수 있다.

현 중학교 교육과정에서는 7-가와 7-나에서 직관기하가 다루어지고 있으며, 8-가와 8-나 과정에서는 논증기하로 처음으로 증명지도가 이루어지고 있다. 이러한 중학교 기하교육에서 평면이나 공간에서의 기하학적 도형에 관한 기본적인 사실의이해는 중요하며, 연역적 추론 방법은 수학의 다른 어떤 영역보다도 기하 영역에서 적절하며 효과적이다.

그러나 현재 기하 교육은 학생들의 사고 능력을 키워주기 보다는 단순한 지식의 전달과 연역적 체계의 재발견 과정이 생략된 채 추상적이고 형식적인 증명에만 치 중하고 있다. 뿐만 아니라 학생들 또한 자신의 생각을 정리하여 국소적인 주장을 만드는 것에 익숙하지 않고 연역적이고 형식적인 증명에 관한 형태들을 학습하고 이러한 형식적 증명을 표기할 필요성을 이해하는데 어려움을 느끼고 있다. 이는 교 사들의 잘못된 교육방법이 그 원인이라 할 수 있겠다.1)

9-(나)에서 처음 제시되는 피타고라스 정리는 대수와 기하를 묶은 정리로 평면도형, 입체도형, 공간도형, 원의 방정식, 공간좌표와 벡터 등 도형의 개념을 수나 계산과 연관지어 나타내는데 활용되어지기 때문에 중학교 수학과 교육과정에서 피타고라스 정리의 기초적인 개념의 이해는 매우 중요하다 하겠다.

하지만 많은 학생들이 피타고라스 정리를 이해하는데 어려움을 겪고 있다. 일예로 실업계 고등학생들을 대상으로 한 조사에서 82%의 학생이 '피타고라스 정리를 기 억하지 못하고 있다'는 결과가 나온 것만으로도 미루어 짐작할 수 있을 것이다.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 이미옥(2002)재인용

이는 피타고라스 정리 단원을 공부함에 있어 대부분의 학생들은 다른 기하 단원의 증명과 마찬가지로 단순히 정리에 따라 숫자를 대입하여 해답만을 얻어내려는 경 향 때문일 것이다. 하지만 한편으로 이러한 문제의 원인을 단순히 학생들의 잘못된 학습 성향만으로 치부해버릴 수는 없을 것이다.

학생들이 이와 같이 피타고라스 정리에 대해 어려움을 느끼고 있음에도 불구하고 제 6차 수학과 교육과정과 제 7차 수학과 교육과정을 비교해보면 오히려 그 내용자체가 약화되었다. 뿐만 아니라, 교사들 역시 피타고라스 정리의 다양한 증명 방법들이 제시되어 있으나, 이를 적절히 학교 수업에 활용하지 못하고 짧은 시간에 직관적인 방법으로 간단한 사실 확인을 위주로 한 수업을 하고 있으며, 지도 시 다루어지고 있는 문제 역시 교재 중심의 수학적 문제 상황 위주의 문제로 진행되고 있어 학생들이 흥미를 느끼지 못하는 것으로 나타났다.3)

따라서 좀 더 효과적인 피타고라스 정리의 이해를 위해서는 교과서의 증명의 예를 그대로 지도하는 지필 위주의 설명식 수업에서 탈피하여야 할 것이다. 그리고수학사 속의 역사적 배경을 고찰하고, 교과 내용을 분석하여 보완하여, 여러 가지증명방법을 고찰하고 숙지하여 학습자의 입장에서 충분히 검토하고 음미하여 새롭게 학습할 수 있는 방법을 모색하여야 한다고 생각된다. 그리고 구체적 조작물을 활용한 학생 활동 중심의 수업을 통하여 기본 개념이나 원리를 발견적으로 학습하고 학생들 스스로 수업에 적극 참여할 수 있는 수업 분위기를 유도하여야 할 것이다.

이에 본 연구에서는 피타고라스 정리의 다양한 증명방법들을 살펴보고, 현 9-(나) 교과서 16종과 6차 교육과정에 따른 교과서 6 종의 피타고라스 정리 단원에서 사용되어진 증명 방법들을 살펴하여 보고자 한다. 그리고 이를 바탕으로 좀 더 효율적인 피타고라스 정리 단원의 수업을 위한 수업 방법을 학습지도안을 통하여 제안하고자 한다.

#### 제 2 절 연구의 내용 및 제한점

본 연구는 수학사 속의 역사적 배경을 고찰 및 교과서 내용의 분석을 통하여 학습자들의 피타고라스 정리에 대한 이해를 높이기 위하여 문헌연구를 토대로 피타고라스 정리의 발견적인 접근을 위한 지도방안을 고안하고 효과적인 교수법 및

<sup>2)</sup> 심미경(2003)

<sup>3)</sup> 이미옥(2002)

지도안을 개발하는 것이다.

각 과정별 간략한 연구 내용은 다음과 같다.

제 Ⅱ장에서는 이론적 배경으로 우선 피타고라스 정리의 기원을 수학사 속에서 고찰해보고 피타고라스 정리의 여러 가지 증명방법 그리고 정리가 어떻게 활용되 어지는지를 알아보았고, 마지막으로 선행연구들이 제시되어있다.

제 Ⅲ장에서는 제 6차 수학과 교육과정과 제 7차 수학과 교육과정에 해당하는 교 과서들을 분석, 비교하여 어떠한 증명들이 주로 쓰이고 있는지 교과서에 대한 분석 이 제시되어 있다.

제 IV장에서는 Ⅱ~Ⅲ의 내용과 교과서에서 분석된 내용을 토대로 피타고라스 정리에 대한 효율적인 지도안을 작성하였다.

제 V장에서는 본 논문의 요약 및 제언에 대한 내용으로 구성되어있다.

본 연구는 기존의 있는 피타고라스 정리의 다양한 증명방법의 활용을 통하여 학생들의 피타고라스의 정리에 대한 이해를 높이고자 한 것이므로 현 교육과정의 내용과는 다소 차이가 있을 수 있다.

#### 제 2 장 이론적 배경

#### 제 1 절 피타고라스 정리의 기원

피타고라스의 정리는 B.C. 500년경, 그리스인 피타고라스가 발견하였다고 문헌상에 기록되어 있으나 그보다 훨씬 이전에 알려져 있었고 활용되어 왔다고 독일의 유명한 역사학자 칸토르는 말했다.4)

피타고라스 정리는 기하학의 가장 기초적인 지식이다. 기하학은 인류의 토지 이용과 토목 공사에 깊은 관련을 맺고 있다. 이런 측면에서 볼 때, 피타고라스 정리는 실질적인 문제를 해결하기 위해 발생한 경험적인 지식이다. 기원전 2000년경부터 고대 문명을 일으킨 이집트, 바빌로니아, 중국 등지에서 피타고라스 이전에도 이미 피타고라스 정리의 성질들이 실생활에 활용하였던 것으로 알려져 있다.5)

#### (1) 이집트

이집트(Egypt)의 기하학은 나일강의 범람을 방지하기 위한 토목공사와 경지 정리의 요구에 의해 발전했으며, 특히 수선을 세우기 위해 변의 길이가 3, 4, 5인 삼각형을 이용하였는데 '어떻게 해서 3, 4, 5를 발견했나'에 대한 기록은 없다. 그리고변의 길이가 3, 4, 5가 아닌 일반 직각삼각형에 대해서도 현재 '피타고라스 정리'라부르고 있는 내용을 이미 인식하고 있었을 것이라 생각된다. 이것은 기원전 2000년경에 쓰여진 영국의 국립 박물관에 보존된 린드-파피루스(Rind-Papyus)와 모스크바의 국립박물관에 보존되어 있는 모스크바-파피루스(Moscow-Papyus)의 내용에서 살펴볼 수 있다.

#### (2) 바빌로니아

바빌로니아(Babylonia)의 기하학은 티그리스 강(Tigris River)과 유프라테스 강(Euphrates River)의 범람으로 농경지와 토목공사에 사용하기 위하여 발전하였다.이 시대의 기록은 진흙 위에 쐐기 문자로 쓰여 있다. 'YBC 7289(예일대학교 소장)'

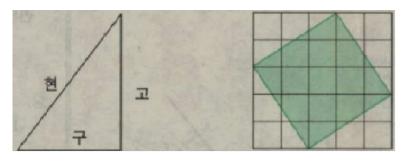
<sup>4)</sup> 윤병선(1993)

<sup>5)</sup> 김용운, 김용국(수학사 대전)

에 보면 정사각형의 대각선에 대한 성질이 나와 있는데, 대각선의 길이는 한 변의길이에  $\sqrt{2}$ 를 곱한 것과 같다는 사실을 알 수 있다. 이것은 피타고라스 정리의특수한 경우에 해당한다. 또한 'Plimpton322(컬럼비아 대학교 소장)'에 보면, 3, 4, 5 또는 5:12:13과 같은 직각삼각형의 변을 나타내는 세 수에 대해 적혀있다.

#### (3) 중국

중국의 기하학도 이집트, 바빌로니아와 마찬가지로 황하의 범람에 대비하기 위해 발전했다. 중국의 수학서인 「주비산경」에 보면 책의 처음에 '구고현(勾股弦)의 리(理)'에 변의 길이가 3, 4, 5가 되는 직각삼각형을 닮은 삼각형에 관한 정리와 관계를 맺어 측량에 응용하는 방법이 쓰여 있다.6) 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변 가운데 짧은 변을 '구' 긴 변을 '고' 그리고 빗변을 '현'이라고 불렀다. 주비산경의 증명법은 수식이나 기하학적인 도형을 따로 풀어 설명하지 않고 오직 한 장의 그림으로 구고현의 정리의 내용과 증명을 동시에 나타내고 있다. 중국에서는 구고현의정리가 3000여년 전 진자에 의해 발견되었다고 해서 '진자의 정리'라고 부르기도한다. 구고현의 정리는 서양의 피타고라스의 정리보다 500년이나 먼저 발견하고 증명해 낸 것이다.



[그림Ⅱ-1] 구고현의 리

#### (4) 한국

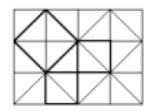
우리의 전통사회를 지배한 천문 지식은 '주비산경'의 사상이 주류가 되어 있었다. 신라시대의 첨성대(瞻星臺) 건축당시 높이와 그 밑면의 정사각형의 대각선의 비는 5:4, 또 밑의 원과 위의 원의 지름의 비가 5:3으로 되어있었다. 이들은  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{3}{5}$ 는 '구고현의 리'에서 말하는 직각삼각형의  $\cos\theta$ ,  $\sin\theta$ 의 값이다. 그밖에 천군리 폐사쌍탑의 의장계획, 천군리 폐사 조영계획 등에서도 구고현의 정리를 사용한 흔적을 찾아 볼 수 있다.7)

<sup>6)</sup> 김대환(2002)

#### 제 2 절 피타고라스 정리 여러 가지 증명

피타고라스 정리의 증명방법은 현재 300가지가 넘게 알려져 있으며, 피타고라스의 증명으로 추측되는 방법으로부터 이 후 많은 수학자들이 연구하여 증명 가능한 방법이 거의 증명된 것으로 추측하고 있다. 본 장에서는 교과서에서 주로 사용되는 피타고라스 정리의 증명을 알아보고 그 차이점을 살펴보자.

#### (1) 피타고라스 증명법(1)

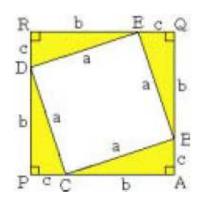


[그림Ⅱ-2] 보도블록

피타고라스는 당시 사원의 보도블록을 보고 이 정리의 힌트를 얻었다고 한다. [그림Ⅱ-2] 을 보자.

직각삼각형의 주위를 유심히 보면, 빗변 위에 그려진 정사각형에는 보도블록 4개가 들어가고 다른 변위에 그려진 정사각형에는 각각 2개씩 들어간다.

2+2=4는 너무도 자명하다. 이것은 직각이등변 삼각형의 경우이지만 피타고라스는 이것을 더욱 일반적인 직각삼각형의 경우에까지 적용했으리라는 추측이다.



[그림Ⅱ-3] 피타고라스의 정리

[그림Ⅱ-3] 피타고라스의 정리에서 △ABC, △QEB, △RDE, PCD는 각각 합동이므로.

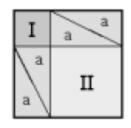
□BEDC는 정사각형이다. 즉.

$$\square$$
AQRP =  $\square$ BEDC +4 $\triangle$ ABC 
$$(b+c)^2 = a^2 + 4 \times \frac{bc}{2}$$
 
$$b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc$$
 이 므로  $b^2 + c^2 = a^2$ 가 된다.

<sup>7)</sup> 김대건(2002)재인용

#### (2) 피타고라스 증명법(2)

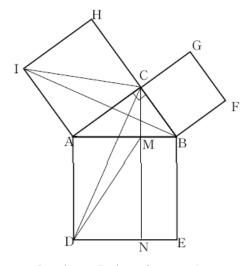




[그림Ⅱ-4]에서 a의 면적을 가진 삼각형이 모두 합동이고, 좌측과 우측의 그림을 비교해 보면 I+Ⅱ = Ⅲ 이다.

[그림Ⅱ-4] 피타고라스의 정리

#### (3) 유클리드의 증명방법



[그림Ⅱ-5] 유클리드 증명

[그림Ⅱ-5]와 같이 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에 대하여 세 변의 길이를 각각 한 변의 길이로 하는 정사각형 □ADEB, □ACHI, □BFGC를 작도한다. 점C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 M과 그 연장선과 변 DE와 만나는 점을 N이 라고 하자

이때,

□ACHI과 2△ACI는 같다-----①

또, 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로,

#### (4) 바스카라의 증명법

빗변 c에 대응하는 정사각형을 주어진 직각삼각형과 합동인 네 개의 삼각형과 주어진 직각 삼각형의 빗변이 아닌 두변 a, b의 차와 같은 길이를 갖는 변으로 이루어진 정사각형으로 나눈다.

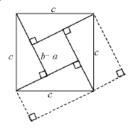
이 다섯 부분들을 [그림Ⅱ-6]처럼 두변에 대응하는 정사각형의 합이 되도록 재배열하여 우측 그림처럼 만든다.

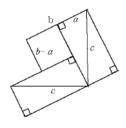
따라서 [그림Ⅱ-6]의 좌측 그림과 우 측그림의 넓이는 같다.

즉,

$$c^2 = 4\frac{ab}{2} + (b-a)^2 = a^2 + b^2$$

이 된다.





[그림Ⅱ-6] 바스카라의 증명

#### (5) 페리갈(Perigal)의 증명방법

1830년경 영국의 아마추어 수학가인 헨리페리갈(Perigal)에 의해 발견되어 1837년에 그에 의해 처음 발표되었다. 이 증명은 도형을 분할함으로써 피타고라스의 정리를 논증할 수 있는 여러 가지 방법에서 가장 훌륭한 방법 중의 하나이기도 하다.8)

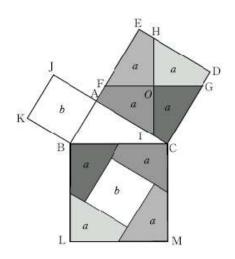
[그림 $\Pi$ -기의  $\triangle$ ABC에서  $\overline{AB}$ < $\overline{AC}$ 일때, 정삼각형 ACDE의 대각선의 중점을 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행하게  $\overline{FG}$ 를 긋고,  $\overline{BC}$ 에 수직이되게  $\overline{HI}$ 를 그어 같은 모양의 4조각으로 정사각형을 나눈 다음 이 4조각과 정사각형 KBAJ를 정사각형 BLMC에 포개 놓으면 빈틈이 없이 들어맞게 된다.

따라서.

정사각형 BLMC넓이=4a+b 이다.

즉,

 $\overline{BC^2} = \overline{AB^2} + \overline{AC^2}$ 이 된다.



[그림Ⅱ-7] 페리갈의 증명

<sup>8)</sup> 양선영(2004)

#### (6) 면적분할을 이용한 증명방법

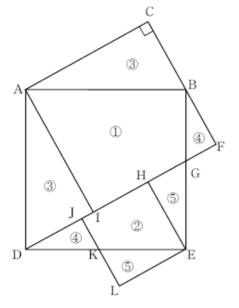
[그림Ⅱ-8]에서

 $\square$ AIFC의 넓이는  $\overline{AC}^2$ 이고  $\square$ JLEH의 넓이는  $\overline{BC}^2$  그리고  $\square$ ADEB의 넓이는  $\overline{AB}^2$ 이다.

[그림 $\Pi$ -8]에서처럼 도형분할에 의해  $\triangle$ ABC 와  $\triangle$ ADI,  $\triangle$ JDK,  $\triangle$ BGF 그리고  $\triangle$ KLE와  $\triangle$ HEG는 모두 넓이가 같다.

따라서.

 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$ 이 된다.

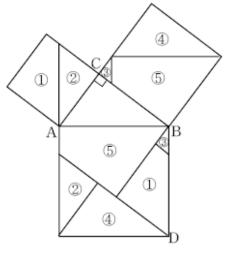


[그림Ⅱ-8] 면적분할을 이용한 증명

#### (7) 아나리지(Annairizi)의 증명방법

[그림Ⅱ-9]은 B.C. 900년경 아나리지 (Annairizi)가 증명한 증명 방법이다.

 $\triangle$ ABC는  $\angle$ C=90°인 직각삼각형이다. B를 지나고  $\overline{AC}$ 에 평행선을 그리고, D를 지나고  $\overline{BC}$ 에 평행선을 그리면, [그림 $\Pi$ -13]과 같이 ①,②,③,④,⑤의 넓이가 각각 같아진다. 즉,



[그림Ⅱ-9] 아나리지의 증명

$$\overline{AC^2} + \overline{BC^2} = \overline{AB^2}$$

앞선(1)~(7)까지의 증명을 살펴보면 제6,7차 수학과 교육과정에서 피타고라스 정리와 관련하여 주로 쓰이는 증명들이다. 그중에서 유클리드의 증명은 삼각형의 합동과 등적변형을 이용하는 것으로 구체적으로 사각형의 넓이가 제시되었다. 그러나 증명방법이 난해하고 연산적 추리가 불가능하다. 그리고 바스카라의 증명은 합동조건을 이용하므로 '7-나'의 복습의 기회가 된다.9) 그 외의 증명방법은 도형의 분할을 이용한 증명방법으로 여러 조각으로 분할한 다음 이것들을 적당히 짜 맞추어증명하는 방법으로 피타고라스 정리를 일종의 '실험'에 의해서 증명하는 방법이다.10)

<sup>9)</sup> 여순정(2005)

<sup>10)</sup> 최주영(2002)

#### 제 3 절 피타고라스 정리의 활용

피타고라스 정리는 평면도형, 입체도형은 물론 일상생활에서 광범위하게 활용되어 지고 있고, 여러 교과서에서도 피타고라스의 정리가 활용되는 평면도형과 입체도형 에 많이 나타난다. 피타고라스 정리가 어떻게 활용되는지 알아보자

#### (1) 평면도형에서의 활용

#### (가) 직사각형의 대각선의 길이

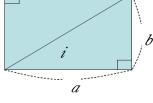
[그림Ⅱ-10]과 같이 직각사각형의 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b인 직사각형의 대각선의 길이를 i라 하면,

$$i^2 = a^2 + b^2$$

따라서,

$$i = \sqrt{a^2 + b^2}$$

이다



[그림Ⅱ-10] 직사각형

#### (나) 정사각형의 대각선의 길이

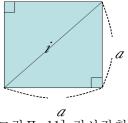
[그림Ⅱ-11]과 같이 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이를 i라고 하면,

$$i^2 = a^2 + a^2$$

따라서,

$$i = \sqrt{2}a$$

가 된다.



[그림Ⅱ-11] 정사각형

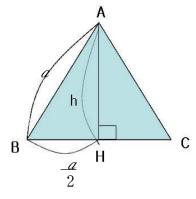
#### (다) 정삼각형의 높이와 넓이

[그림Ⅱ-12]과 같이 한 변의 길이가 a인 정삼각형 의 높이를 h, 넓이를 S라 하면,

피타고라스의 정리에 의해서 
$$h^2+(\frac{a}{2})^2=a^2 \ \text{이고},$$
 
$$h^2=\frac{3a^2}{4} \ \text{이므로},$$
 
$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a \ \text{이다}.$$

따라서,

높이h=
$$\frac{\sqrt{3}}{2}a$$
  
넓이S= $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 

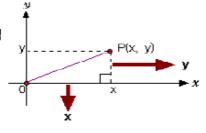


[그림Ⅱ-12] 정삼각형

#### (2) 두 점 사이의 거리

#### 1) 원점 O에서 점 P까지의 거리

[그림Ⅱ-13]과 같이 원점 O에서 점 P(x,y)까지의 거리는



$$\overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

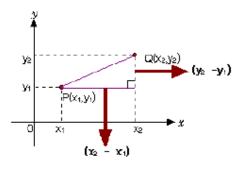
이다.

[그림Ⅱ-13] 좌표평면

#### 2) 서로 다른 두 점사이의 거리

[그림Ⅱ-14]과 같이 서로 다른 두 점 P(x1, y1), Q(x2, y2) 사이의 거리는

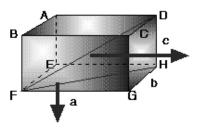
$$\overline{PQ} = \sqrt{(x2-x1)^2 + (y2-y1)^2}$$
이다.



[그림Ⅱ-14] 좌표평면

#### (3) 입체도형에서의 활용

#### (가) 직육면체의 대각선의 길이



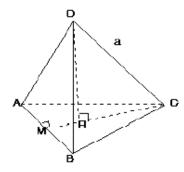
[그림 $\Pi$ -15] 직육면체  $m = \sqrt{a^2 + b^2}$  이다.

[그림Ⅱ-15]과 같이 FD의 길이를 l이라 하면

$$l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$
이다.

FH의 길이를 m이라하면

#### (나) 정사면체의 높이, 부피, 겉넓이



[그림Ⅱ-16] 정사면체

[그림Ⅱ-16]과 같이 한 변의 길이가 a인 정사면체의 높이(h), 부피(v), 겉넓이(s)는

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$$

$$s = \sqrt{3}a^2$$

이다.

#### 제 4 절 선행연구

최근 피타고라스 정리의 지도 방안에 관한 연구와 교구를 사용해서 수업을 진행하는 연구가 우리나라에서도 다양하게 진행되고 있다.

이미옥(2002)은 이 연구에서 교사가 확신을 갖고 새로운 교수-학습 모델을 개발하여 수학교육 전문가가 되기 위해서는 우리 교육현실에 적합한 구체적인 지도 방안에 대한 연구가 이루어 져야한다고 생각하였다. 또한 학생들에게 기하교육의 목적인 직관력과 추론능력을 키우고 기하에 대한 긍정적인 태도를 갖게 하기 위하여 피타고라스 정리의 지도를 위한 교수방법에 대해 알아보고자 교사들에게 설문조사와 관련 문헌을 연구하고 지도법상의 차이점을 분석하여 지도안을 개발하였다.

김효정(1995)은 교사 주도의 교과서 설명은 비록 교사의 발견적인 발언이 포함되더라도, 학습자가 독자적으로 문제를 발견하고 해결하는 능력이나 지적 호기심이나흥미를 유발하는데 만족스럽지 못하다고 생각하고 구체적인 조작물을 수학수업에이용하여 학습자들이 직접 조작물을 수업시간에 조작하고 느낄 수 있도록 수업을 진행하여야 한다고 생각했다. 그리고 구체적 조작물과 그 활용법을 소개하였다.

황우형, 이지현(2005)은 기하판을 중학교 3학년을 대상으로 기하학과 대수학을 연결하는 가장 중요한 정리중의 하나인 피타고라스 정리의 학습에 이용하여 발견학습이 이루어졌을 때 그 효과를 알아보았다. 시간이 지난 뒤 기하판 활동을 통하여학습한 내용을 기억하여 문제해결에 적용할 수 있는 능력을 측정한 결과 성취수준이나 학습태도 등 개인차를 나타내고 있지만 교구 사용 시 학습효과는 높게 나타나는 것을 확인 할 수 있었다.

김남희(2001)은 기하판을 활용한 학교수학의 지도에서 기하판은 기하와 공간 감각, 나아가 학교수학의 여러 내용을 학습하는데 도움을 줄 수 있는 유용한 학습도구이고, 기하판위에서의 학습활동은 탐구를 위한 끝없는 가능성과 체험을 제공함으로써 도형을 구성하는 과정에서 공간 지각력의 향상, 나아가 문제해결력의 향상을 꾀하게 한다고 하였다.

정동권(2001)은 수학교육의 선진국에서는 학습자의 수학적 활동을 중시한다는 기본입장에 따라서 다양한 구체적 조작물을 활용하여, 단순한 계산기술의 습득보다수 체계의 구조나 수 감각, 공간 감각 등의 증진을 통해 수학학습 지도의 성과를 보인다고 하였다.

최점례(2000), 2003(홍춘희)은 현재 교육과정에서의 피타고라스 정리는 그 정리 자체를 중시하고 역사적 사실이나 배경이 등한시된 상태에서 이의 응용에 대한 많은 문제 풀이에 초점이 맞춰져 있다. 또 피타고라스 정리의 증명의 학습은 논리적인 증명에만 치우쳐 있어서 증명의 본질을 보여주지 못하고 있다. 이것은 학생들의 의욕저하의 큰 요인이 되고 있고 대부분의 사람들은 중학교 졸업 이후 피타고라스 정리를 기억하지만 단순히 직각삼각형의 세변의 길이에 대한 정리라고만 기억하고 피타고라스 정리의 진정한 의미는 기억하지 못한다. 이는 '수학적 힘'의 신장에 있어서도 효율적이지 못하다고 하였다.

여순정(2005)은 피타고라스 정리의 역사적 배경을 고찰하고 제 6,7차 수학과 교육 과정상의 교과서를 분석하여 교과서 내의 증명과 증명법을 제시하였으며 이러한 증명법의 장단점에 대하여 살펴보고 효율적인 지도 방안을 모색하였다.

심미경(2003)은 Van Hiele 이론의 사고 수준을 제시하였고 주요 특징을 서술하고 Van Hiele의 수학교육학적 의미를 열거하였고 제 6,7차 수학과교육과정을 비교하고 7차 교육과정에서의 교수·학습 방법에 대하여 서술하였다. 또한 실업계 고교 1학년 학생을 대상으로 설문조사를 실시하였으며, 피타고라스 정리의 활용도와 중요성을 알기위하여 고등학교 1학년 수학교과서의 구성을 조사하였다.

고의화(2002)는 조작교구나, 게임을 이용한 수업이 전통적인 수업보다 특별보충학생들에게는 흥미·태도와 학업 성취도에 긍정적인 변화를 가져왔다고 볼 수 있다. 특히 조작교구, 게임을 이용한 수업이 학업 성취 면에서 통계적으로 유의미한차이를 보였는데, 이는 조작교구 게임을 이용한 수학 수업 및 특별보충 대상자들에게 유용한 도구로도 사용될 수 있다고 하였다.

김덕봉(2002)은 현실적인 면에서 수학과 교수-학습 자료들의 활용 실태를 살펴보면 교과서 하나뿐이며 그것도 잘못된 활용법으로 수업이 진행되고 있다. 그리고 수학 교구의 질은 대상 그 자체가 아니라 그것이 어떻게 이용되는가에 의해서 결정된다. 즉 그것이 학생들의 바람직한 수학적 활동을 유발하지 못한다면 수학 교구의역할을 다하지 못하는 것이다. 교구를 교사의 일방적인 설명에 이용하는데 그침으로써 그 소기의 목적을 충분히 달성하지 못하는 경우가 있고 학생들의 참여와 활동, 다양한 자료의 사용 등에서 미흡한 경우가 많으며 수업시간에 학생들의 활동이강조되어야 한다고 강조하였다.

본 논문과 관련이 많은 이미옥(2002)의 논문에 대하여 좀 더 살펴보기로 하자.

이 연구의 설문조사를 내용을 살펴보면 피타고라스 정리의 중요성, 관련된 문제, 교재와 다른 방법으로 지도해 본 경험, 접근방법, 애로사항 등으로 구성되어 있다. 설문내용을 보면 교재에서 다루지 않은 방법으로 피타고라스 정리에 대한 교수설계를 해 본 경험에 대하여 63.3%가 '있다'로, 36.7%가 경험이 '없다'라고 조사되었다. 설문내용은 아래 〈표 Ⅱ-1〉와 같이 비교적 많은 교사가 교재에서 다루고 있는 형식적이고 논리적인 체계와 다른 구성방법으로 정리에 대한 지도를 해 본

것으로 나타났다. 이는 피타고라스 정리가 유클리드의 엄밀하고 체계적인 방법뿐만이 아닌 다양한 방법으로 지도 될 수 있음을 뜻한다.

<표 Ⅱ-1>교재와 다른 방법으로의 지도 경험

있다	없다	계
63.3%	36.7%	100%

피타고라스 정리의 지도를 위한 교재 내용의 재구성과 관련한 물음에 단지 6.7% 만이 교재를 재구성하여 새로운 접근을 시도하고 교재내용과 거의 같은 방법으로 접근하거나 교재 내용을 더욱 함축하여 간결하게 다루어지고 있는 것으로 나타났다. 결과는 <표 Ⅱ-2>와 같다.

<표 Ⅱ-2>정리 지도를 위한 교재 구성

교재를 재구성하여 새로 운 접근을 시도하는 편 이다.	접근을 시도하는 편이	교재내용을 함축하여 간 결하게 정리하여 지도하 는 편이다.	
6.7%	33.3%	60%	100%

교재와 다른 방법으로 정리 지도를 위한 교수 설계 경험에 대하여 63.3%가 '그렇다'로 응답한 것과 달리 실제로 이루어지는 수업에서는 교과서의 연역적인 구성 체계와 큰 차이 없이 지도되고 있었다.

피타고라스의 정리를 도입하는 적절한 방법을 묻는 문항에 대해서 직관을 이용한 기하적인 방법을 사용(60.0%), 비교적 단순하고 쉬운 예제를 이용하는 방법(26.7%), 적당한 문제 해결과정에서 자연스럽게 접근하는 방법(10.0%), 유도된 질문을 통한 발견적인 방법(3.3%)순으로 나타났다.

<표 Ⅱ-3> 정리 도입을 위한 접근 방법

직관을 이용하는 기하적인 방법	비교적 단순하고 쉬운 예제 문제를 이용하는 방법	적당한 문제 해결과 정에서 자연스럽게 접근하는 방법	유도된 질문을 통한 발견적인 방법	계
60.0%	26.7%	10.0%	3.3%	100%

피타고라스 정리 지도 시 다루고 있는 문제 상황에 대하여 묻는 질문에 대한 결과 를 보면 다음 표와 같다.

#### <표 Ⅱ-4> 문제 상황

수학적	실생활 문제	두 문제	수학적 문제	실생활 문제	계
문제상황	상황	상황을 똑같이	상황 위주	상황위주	/1  
53.3%	0%	20.0%	20.0%	6.7%	100%

마지막으로 <표 Ⅱ-5>의 교수자들의 교수방법에 대한 확신에 대한 설문을 살펴보면 피타고라스 정리 도입을 위한 자신의 교수방법의 적절성을 묻는 질문에 23.4%의 교사만이 적절하다고 대답해 자신의 교수 방법에 대한 확신이 부족한 것으로 나타났다.

<표 Ⅱ-5> 교수 방법에 대한 확신

매우 적절함	적절한 편임	보통임	적절하지 않은 편임	매우 적절하지 않음	계
6.7%	16.7%	63.3%	4%	0%	100%

교사 자신의 교수방법에 대한 확신은 학생들에게 수학에 대한 긍정적인 태도를 기르는데 반드시 필요하다. 따라서 여러 가지 전략들을 모색해보고 보다 나은 교수 방법을 위한 연구가 필요하며 이를 실천하기 위한 교사의 노력이 반드시 뒤따라야 한다.

선행연구들을 살펴보면 현재 피타고라스 정리를 지도하는데 있어서 입시위주의 주입식 교육으로 학습자들에게 틀에 얽매인 수업으로 지도를 하고 있는 것으로 나타난다. 우리의 기하 교육은 학생들의 사고 능력을 키워주기 보다는 단순한 지식의 전달로 끝나고, 연역적 체계의 재발견 과정이 생략된 채 추상적이고 형식적인 증명에만 치중하고 있다. 이는 교사들의 지도 방법에 문제가 있다고 할 수 있겠다. 교사들 역시 자신의 교수방법에 대하여 확신이 부족한 것으로 나타난다. 그래서 본연구에서는 역사적 고찰 및 제 7차 교육과정의 16종교과서와 제 6차 교육과정의 6종의 교과서를 분석하여 교수자들에게 보다 효율적인 지도 방안을 제시하고자 한다.

#### 제 3 장 연구방법 및 교과서 분석 비교

이 장에서는 현행 수학 교과서에서 피타고라스 정리가 어떻게 다루어지고 구현되어지는지 살펴보고자 9-나 단계에 해당하는 교과서 총 16종에서 피타고라스의 정리 부분에 어떠한 증명이 주로 쓰이고 그 특징은 무엇인지 살펴보았다. 또한 제6차수학과 교육과정과, 제7차 수학과 교육과정에서 피타고라스 정리가 어떠한 변화를 가져오고 있는지 살펴보고 주로 쓰이는 증명이 어떤 것인지 연구방법의 내용 중

#### 제1절 연구방법

본 논문은 9-(나)의 피타고라스 정리 단원을 교수하는데 있어 학습자들에게 효율적으로 지도 할 수 있는 지도방안에 관한 연구이다. 이를 연구하기 위해서 문헌연구와 증명법에 관한 연구를 하였고 마지막으로 제 6,7차 교육과정의 교과서를 분석하였다.

문헌연구는 2가지로 분류가 된다. 첫째로 피타고라스와 관련된 문헌들을 참고하여 피타고라스 정리의 역사적 배경을 고찰해보았다. 그 역사적 배경에서는 피타고라스의 생애와 그 학파의 업적과 관련된 사건들을 참고하여 지도안의 내용에 작성하였다. 둘째로, 지도방법에 관한연구이다. 본 논문에서 제시하고자 하는 것이 피타고라스 정리의 효과적인 지도방안임을 고려하여 여러 가지 교구를 사용하는 방법에 관해서 문헌들을 참고하였다.

다음으로 증명방법에 관한연구인데, 피타고라스 정리와 관련된 증명은 현재 증명되어 있는 것만 해도 370여 가지가 넘는다. 그 증명 중 교과서를 분석하여 자주 쓰이고 있는 증명을 위주로 제시해 놓았다.

이를 바탕으로 하여 <표 IV-1>, <표 IV-2>를 살펴보면 제 7차 교육과정의 16종 교과서와 제 6차 교육과정의 6종 교과서의 분석을 하였다. 분석은 교과서에 주로 쓰이는 5가지 증명을 위주로 하였다. 주로 쓰이는 증명으로는 직관적 예시, 피타고 라스정리, 유클리드증명, 바스카라의 증명, 페리갈의 증명, 기타 증명 순으로 나타 내었다. 5가지 증명 중에서 직관적 예시는 피타고라스 정리를 모눈종이 위에 그려 직각삼각형에서 빗변 위의 정사각형의 넓이가 직각을 끼고 있는 두변 위에 정사각형의 면적의 합과 같음을 직접 모눈종이의 눈의 칸을 세어서 확인 하는 것을 직관적 예시라고 하였고, 피타고라스 정리로 분류한 것은 비례를 사용하지 않고 증명하는 그림[Ⅱ-3]의 증명으로 명시하였다. 그리고 기타 증명으로는 면적분할을 이용한 증명, 가필드의 증명, 구고현의 리, GSP를 사용한 것으로 교과서 내에 자주 활용되어 지지는 않지만 피타고라스 정리를 학습하는데 있어서 알아두어야 할 내용으로 교과서에 정리되어 있는 것들을 주로 다루어 보았다.

<표 Ⅲ-1> 교과서 분석틀

~	직관적	피타고라스	유클리드	바스카라의	페리갈의	기타
출판사	예시	정리	증명	증명	증명	증명
A						
В						
С						
D						
Е						
F						
G						
Н						
I						
J						
K						
L						
M						
N						
О						
Р						

#### 제 2 절 제6차 수학과 교육과정의 교과서

제6차 수학과 교육과정에서의 교과서들 중 주로 볼 수 있는 6종 교과서를 분석해보았다. 6차수학과 교육과정에서의 교과서들 중 <표 IV-2>의 교과서들을 살펴보면도입부분은 대부분이 직관적인 예시를 적용하여 설명을 하고 있고, 피타고라스의증명은 비례를 사용하지 않은 피타고라스의 증명을 주로사용하고 있으며 그 증명을 이용하여 예제 문제나 문제들에 적용하고 있다. 그 밖의 증명으로는 바스카라의증명법과 유클리드의 증명, 그리고 구고현의 리 이외에의 증명방법은 거의 찾아볼수가 없었다. 여러 교과서 중에서 가장 많은 증명을 사용하고 있는 교과서는 A교과서였다. 이 교과서도 다른 교과서와 비교했을 때, 증명을 두 가지 더 쓰고 있을뿐 교과서의 예시된 문제들을 살펴보면 나머지 교과서와 같이 피타고라스의 정리의 증명에 관한 문제들이 반복되는 형태의 문제들이라고 할 수 있을 것이다.

제 6차 교육과정의 교과서를 분석해본 결과 앞에서 제시한 여러 가지 증명들을 이용하는 문제는 찾아보기 힘들었고 분석틀의 증명 중 2~3 이외의 증명을 찾아보기 힘들었고 문제들이 자주 반복되어 숫자를 바꾸어 문제를 내는 듯한 느낌을 주는 듯했다.

<표 Ⅲ-2> 제 6차 수학과 교육과정의 6종 교과서 분석

출판사	직관적	피타고라스	유클리드	바스카라의	페리갈의	기타
물란사	예시	정리	증명	증명	증명	증명
A	도입	증명	문제3			구고현의
Α	<del>1</del> п	0 0	ፈ ⁄୩ህ			리
В	도입	증명				
С		문제9		도입, 증명		
D	도입	증명		문제1		
Е	도입	증명				
F	도입			증명		

#### 제 3 절 제7차 수학과 교육과정의 교과서 분석

7차 수학과 교육과정의 총16종의 교과서를 분석해 본 결과 도입부분에 피타고라스 정리가 쓰이는 교과서가 8종으로 가장 많았고, 직관적 예시를 도입으로 쓰는 교과서는 5종, 페리갈의 정리를 쓰는 교과서가 2종의 순으로 나타났으며, 피타고라스 정리의 증명을 설명하는 것으로는 일반적인 직각삼각형을 활용한 증명이 기본적으로 모든 교과서에서 문제로 다루고 있다. 아래 <표 IV-3>를 살펴보면 비례를 사용하지 않고 증명하는 피타고라스의 증명은 현재 모든 교과서에서 다루고 있다.

또한 바스카라의 증명방법은 문제의 제기에 자주사용 되는 증명 중에 하나이고, 페리갈의 증명 방법도 4종의 교과서에서 다루고 있었다.

기타증명으로는 가필드의 증명과, 면적을 이용한 증명 그리고 마지막으로 구고현의 리가 있다. 구고현의 리는 직접 문제에 사용되는 예보다는 쉬어가는 페이지나도입부분 앞에 적용하기도 한다. 현재 제7차 수학과 교육과정의 교과서를 살펴보면 주로 쓰이는 증명은 피타고라스 정리 증명(비례를 사용하지 않는 증명)과 바스카라의 증명, 도형분할을 이용한 증명, 페리갈의 증명 4가지 정도이고 도입단계에서는 모눈종이 위에 그려진 직각삼각형에서 빗변 위의 정사각형의 넓이가 직각을 끼고있는 두변 위의 정사각형의 면적의 합과 같음을 직접 모눈종이의 칸수를 세어 확인하는 것을 적용하는데 학습자들이 한눈에 쉽게 볼 수 있어서 도입단계에 적용하는 것이 가장 적당하다고 할 수 있을 것이다.

제 7차 수학과 교육과정의 교과서를 살펴보면서 확인 할 수 있었던 것은 유클리드의 증명에 관련된 문제는 거의 다루지 않았고, E출판사의 교과서를 보면 5가지증명들이 다 적용되어 하나의 교과서에서 여러 가지 증명을 살펴 볼 수 있었다.

<표 Ⅲ-3> 제 7차 수학과 교육과정의 16종 교과서 분석

I I	직관적	피타고라스	유클리드	바스카라의	페리갈의	기타
출판사	예시	정리	증명	증명	증명	증명
A	탐구활동	도입, 예제1				
В	탐구활동	도입	예제1			
С	관찰학습	도입		문제1		면적분할을 이용한 증 명
D	생각해봅시 다.	도입		탐구하는 수학		가필드의증 명, 구고현 정리
Е	생각열기	도입	예제1	익힘문제1	활동문제1	
F	도입	생각열기		문제1		
G		연습문제, 도입		활동하기		구 고 현 의 리
Н	탐구활동	도입		예시		구 고 현 의 리
I		도입			활동	구 고 현 의 리
J		문제2			도입	면적분할을 이용한 증 명
K		증명			도입, 문제1	GSP활용
L	도입	증명		발전학습		
M	도입	증명		문제1		
N	도입	증명				
О	도입	증명		문제4		
Р	도입	증명		문제2		

# 제 3 절 제6.7차 수학과교육과정 교과서의 비교

제6차 수학과 교육과정에서 제 7차 수학과 교육과정으로 변화되면서 "중학교 수학"으로 운영되었던 것이 국민 공통기본 교과 「수학 7-가・나, 수학 8-가・나, 수학 9-가・나」로 수학 9단계로 변화하였고, 주당 수업시간이 4시간에서 3시간으로 변동되어 운영되었고, 피타고라스 정리의 역의 증명이 생략되면서 제 6차 교육과정과 비교해 보면 약화되었다고 할 수 있겠다.

제6차 교육과정의 교과서를 기준으로 피타고라스 정리의 증명들을 살펴보면, 6차 교육과정 때는 주로 직관적 예시를 도입에 사용하고 피타고라스 정리는 비례를 사용하지 않는 증명을 사용하였다. 또한 예제나 문제들은 피타고라스 정리의 증명에 관한 유사한 문제들이 반복되는 형식이었지만 제6차 교육과정에서 제7차 교육과정으로 변화하면서 증명도 제6차 교육과정 때보다는 다양한 증명의 활용이 사용되어지고 있다.

앞서 말했듯이 제 6차 교육과정과는 다르게 현행 제7차 교육과정의 9-나 단계의 교과서에서 피타고라스의 정리의 증명은 4가지 정도의 증명법이 주로 사용되어지고 있고, 수업의 도입 단계에서는 비례를 사용하지 않고 증명하는 피타고라스 정리의 증명과 모눈종이 위에 그려진 직각삼각형에서 빗변 위의 정사각형의 넓이가 직각을 끼고 있는 두변 위의 정사각형의 면적의 합과 같음을 직접 모눈종이의 눈의 칸수를 세어 확인하는 것, 이 두 가지 증명이 대부분의 교과서들의 도입부분을 구성하고 있다. 그리고 7차 교육과정에서는 6차 교육과정 때와 다르게 예제문제와 교과서의 확인문제들이 반복되는 형식을 취하기보다는 다양한 증명들을 이용하여 문제들을 제시하여 학습자들에게 새로운 증명을 접할 수 있도록 유도하고 있다. 여기서 말하는 다양한 증명으로는 피타고라스 정리 증명(비례를 사용하지 않는 증명)과 바스카라의 증명, 도형분할을 이용한 증명, 가필드의 증명, 페리갈의 증명 등이 주로 쓰이고 있고, 구고현의 리는 피타고라스 정리의 기원으로 동양에서도 피타고라스 정리 보다 더 빠르게 사용하고 있었음을 보여줘 역사적 호기심을 유발하는 것으로 교과서에 기재되어 있다.

제6, 7차 수학과 교육과정을 비교해 보았을 때, 교과서의 분량은 줄어들고 약화되었지만 증명은 더욱 다양해졌다고 할 수 있겠다. 그러나 증명은 다양화 되었지만 수업시간 수와 교과서의 분량을 살펴보았을 때 제 7차 수학과 교육과정의 교과서는 학습자들에게 문제에 대한 반복학습이 제 6차 수학과 교육과정과 비교했을 때 작아졌다는 생각이 들었다. 제 6,7차 교육과정의 교과서들을 살펴봤을 때 분량은 제 6차 수학과 교육과정의 교과서의 분량에 제 7차 수학과 교육과정의 피타고라스

증명을 다양하게 적용하여 학습자들이 여러 가지 증명을 확인 할 수 있도록 하고 역사적인 배경도 확인 할 수 있도록 하는 것이 적절할 것 같다는 생각이 들었다.

# 제 4 장 피타고라스 정리의 지도안

## 제 1 절 피타고라스 정리 지도안 개발 방향

### (1)지도안 개발 방향

피타고라스 정리의 선행연구들을 살펴보면 교사들이 피타고라스 정리를 중요하다고 인식하지만, 교재의 내용에서 벗어나지 못하는 수업으로 진행하는 교사들이 60%나 되고 교재에서 다루지 않은 방법으로 피타고라스 정리에 대하여 교수 설계를 해보았다는 교사들도 다수 있다. 하지만 교사들이 자신의 교수방법에 대하여 확신을 갖지 못한 채 학습자들을 지도하고 있다. 그래서 본 연구에서는 피타고라스 정리를 보다 효율적으로 지도할 수 있는 방안에 중점을 두고 지도안을 개발하였다.

지도안을 개발하는 방향을 다음과 같이 몇 가지로 나누어 보았다.

첫째, 현행 교과서 분석을 살펴보면 피타고라스 정리를 지도하는데 있어서 교과서 내에 주로 사용되는 증명으로는 직관적 예시와 피타고라스 증명, 유클리드 증명, 바스카라의 증명, 페리갈의 증명과 기타 증명으로 분류된다. 그 중에서 본 지도안에서는 교과서에는 쓰이는 중요한 증명이라고 생각되는 페리갈의 증명과 기타증명 중에서 면적분할을 이용하는 증명, 도형분할을 이용한 증명 중 아나리지 증명을 파워포인트로 작성하여 학습자들의 교구를 사용하여 학습자들의 이해를 돕고자 한다. 둘째, 피타고라스 정리의 지도안 개발 방향은 교구를 이용한 문제 해결 과정 속에서 피타고라스 정리를 학습자 스스로 발견하도록 유도하였다. 여기서 다루어지는 문제들은 피타고라스 정리를 유도하고 설명하기에 충분한 문제이며 개념적 토대는 가능한 한 학생들의 기본적인 지식에 기초하도록 하였다.

셋째, 수업시간의 진행자체를 수학적 능력과 흥미를 기준으로 분류하여 모둠별로 진행한다. 각 모둠에 피타고라스 정리와 관련된 내용들을 조사하게하고 피타고라스 와 그 학파와 관련된 역사 내용들을 컴퓨터의 파워포인트로 작성하여 설명하여 호 기심을 유발한다. 또한 교구를 사용하여 학습자들이 수업에 직접 참여하는 것을 유 도하여 수업한다. 교수자는 교구를 사용하는 수업을 지도 할 때 진행사항을 쉽게 확인 할 수 있도록 파워포인트로 교구들을 사용하였을 때 교구들의 변화되는 내 용을 학습자들이 쉽게 따라할 수 있도록 작성하여 보여줄 수 있도록 한다.

넷째, 학습자들의 흥미 위주의 수업으로 이끌려면 현행 문제들보다 학습자들이 즐겨하거나 좋아하는 것들을 접목시켜 문제를 푼다. 지도안에 게임이나 실생활과 관련된 문제들을 작성하여 문제를 푸는데 더 흥미를 이끌 수 있게 문제를 작성하여 지도안을 작성한다.

### (2)지도안 개발 중점 및 구성 체계

지도안의 개발 중점 및 구성 체계는 다음과 같다.

### (가)지도안 개발 중점

- ·비형식적인 활동을 통하여 직관기하와 형식기하의 접목을 꾀하여 균등하게 학습하게 한다.
- ·구체적인 조작을 통하여 기하 학습에서 추상적인 정리나 성질을 탐구하고 증명할 수 있게 한다.
- ·모둠 활동과 탐구활동을 통하여 스스로 증명을 예측하고 증명에 대한 필요성을 예측 할 수 있게 한다.
- ·교수-학습의 과정에서 학습자 스스로 참여 할 수 있도록 유도하는 태도를 기른 다.

### (나)지도안 구성 체계

- 피타고라스와 관련된 역사에 대한 파와포인트 자료
- 탐구활동
- 피타고라스 퍼즐을 이용한 모둠 학습
- 실생활과 관련된 문제들 적용
- 논의 및 결론

## 제 2 절 피타고라스 정리의 지도안

### 1. 이론적 배경과 역사

### 가. 피타고라스

피타고라스(Pythagoras: B.C. 569~500)는 기원전 569년경에 에게해의 사모스 섬에서 태어난 것으로 추정되며, 탈레스보다는 약 50세 가량 적었던 것으로 추측된다. 이런 사실로부터 피타고라스가 탈레스의 제자였다고 짐작하고 있다.

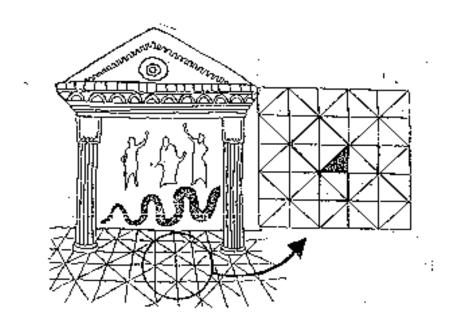
그는 그리스의 항구 도시 크로톤에 피타고라스 학교를 세우고 철학, 수학, 자연 과학 등을 가르쳤다.

이 곳의 수업 방식은 독특하게도 모두 구두로만 행하여졌으며, 어떠한 기록도 남기는 것을 허용하지 않았다. 또한 이 학교에서 공부하고 연구하는 사람들을 '피타고라스학파'라고 일컬었다. 그들이 발견한 모든 내용은 단지 피타고라스 한 사람의 이름으로만 발표되었는데, 그 이유는 그들이 종교 집단의 성격이 강하였기 때문이다. 나중에 이탈리아의 민주세력에 의하여 학교가 해산되었으나 그 뒤에도 약 200년 동안 이 학파가 존속 되었다고 한다.

### 나. 피타고라스의 정리의 발견

피타고라스의 정리가 나오기 이전에도 이 내용에 대한 기록이 전해져 내려온다. 고대 이집트에서도 끈에 12개의 매듭을 만들어 끈의 길이의 비가 3:4:5 가 되도록 삼각형을 만들어 직각이 됨을 측정했다고 한다. 또 기원전 17세기의 메소포타미아의 유적에서 발견된 함무라비 시대의 바빌로니아인의 점토판에는 설형문자로 된 피타고라스의 세 수가 15쌍이나 발견되었다. 비록 피타고라스의 정리에 대한 증명은 없지만, 이 점토판으로 미루어 볼 때 그 당시의 바빌로니아에서도 피타고라스의 정리를 알고 있는 듯 하다.

피타고라스가 그의 정리를 발견한 동기에 대해서는 여러 가지 추측이 있으나 다음과 같은 설이 유력하다. 당시 사원의 바닥에 깔려있던 보도블록에는 흔히 다음과 같은 그림의 형태를 볼 수 있다.



빗금을 친 직각삼각형의 주위를 유심히 보면 빗변 위에 그려진 정사각형에는 보도 블록 4개가 들어가고, 다른 변위에 그려진 정사각형에는 각각 2개씩 들어간다. 2+2=4 는 너무도 자명하다. 이는 직각이등변삼각형의 경우이지만, 피타고라스는 이를 더욱 일반화하여 일반적인 직각삼각형까지 적용했을 것이라는 추측이다. 이 정리를 발견한 그는 그 공을 신에게 돌리며 황소 100마리를 잡아 감사의 제물로 바쳤다고 한다.

### 2. 단원의 개관

가. 피타고라스의 정리 단원의 내용

- 1) 1학년에서 배운 삼각형의 합동, 2학년에서 직각삼각형의 합동, 삼각형의 닮음, 3학년에서 배운 제곱근의 성질 등의 이해를 바탕으로 피타고라스의 정리를 알 수 있다.
- 2) 본 단원에서는 피타고라스의 정리, 특별한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비, 삼각형의 각의 크기와 변의 길이의 관계, 평면도형에서 길이와 넓이, 좌표평면 위 의 두 점 사이의 거리, 입체도형에서 길이, 넓이, 부피 구하기 등을 담고 있다.
  - 3) 이 단원의 학습 내용은 고등학교 1학년의 점과 좌표, 직선의 방정식, 원의 방

정식, 포물선의 방정식, 타원의 방정식, 쌍곡선의 방정식의 기초가 된다.

- 나. 피타고라스의 정리 단원의 학습 내용
- 1) 직각삼각형의 세 변의 길이에 대한 관계를 알 수 있다.
- 2) 피타고라스의 정리를 알 수 있다.
- 3) 피타고라스의 정리를 증명할 수 있다.
- 4) 피타고라스의 정리를 이용하여 직각삼각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.
- 5) 특별한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.
- 6) 피타고라스의 정리를 이용하여 삼각형에서 각의 크기에 대한 변의 길이를 알 수 있다.
- 7) 피타고라스의 정리를 이용하여 삼각형에서 변의 길이에 대한 각의 크기를 알 수 있다.
- 8) 피타고라스의 정리를 이용하여 도형의 성질을 증명할 수 있다.
- 9) 피타고라스의 정리를 이용하여 평면도형에서 길이와 넓이를 구할 수 있다.
- 11) 피타고라스의 정리를 이용하여 좌표평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
- 12) 피타고라스의 정리를 이용하여 입체도형의 대각선의 길이를 구할 수 있다.
- 13) 피타고라스의 정리를 이용하여 입체도형에서 길이, 넓이, 부피를 구할 수 있다.

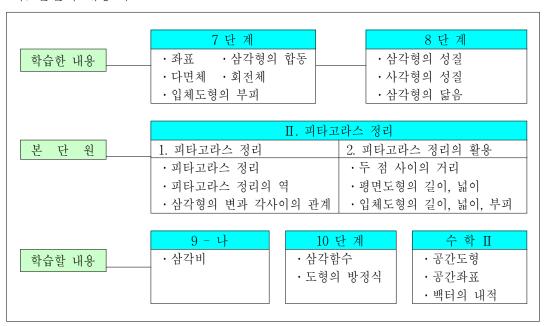
### 3. 단원의 수업 목표

### 가. 피타고라스의 정리

- 1) 피타고라스의 정리
  - 직각삼각형의 세 변의 길이 사이에는 피타고라스의 정리가 성립함을 알 수 있다.
  - ▷ 피타고라스의 정리의 증명을 이해하고, 증명할 수 있다.
  - ▷ 직각삼각형에서 어느 두 변의 길이를 알 때, 피타고라스의 정리를 이용해서나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.
  - ▷ 피타고라스의 정리의 역을 알 수 있으며, 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계를 알고 문제를 해결할 수 있다.

- 나. 피타고라스의 정리의 활용
- 1) 평면도형에의 활용
  - ▷ 피타고라스의 정리를 이용하여 평면도형에서 길이, 넓이 등을 구할 수 있다.
  - ▷ 피타고라스의 정리를 이용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
- 2) 입체도형에의 활용
- ▷ 피타고라스의 정리를 이용하여 입체도형의 대각선의 길이, 높이, 부피등을 구할 수 있다.

### 다. 단원의 내용 구조



### 4. 지도상의 유의점

### 가. 피타고라스의 정리

- 1) 피타고라스의 정리의 내용은 구체적인 도형을 통하여 직관적으로 이해시킨 후 논리적으로 증명한다.
- 2) 피타고라스의 정리의 증명은 간단히 다루고, 피타고라스의 정리의 의미를 파악하고 활용하는 데 중점을 두어 지도한단.
- 3) 피타고라스의 정리의 역은 증명 없이 문제 상황을 통하여 간단히 다룬다.
- 4) 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형이 되기 위한 조건을 쉽게 구별할 수 있도

록 하고, 삼각형이 되기 위한 조건도 확인하여 본다.

### 나. 피타고라스의 정리의 활용

- 1) 일반적으로, 두 점  $(x_1,y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ 사이의 거리는  $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 으로 나타낼 수 있다. 그러나 공식의 암기보다는 직각삼각형을 만든 후 각 변의 길이를 구하여 피타고라스의 정리를 활용하는데 중점을 두어야 한다.
- 2) 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이는  $\sqrt{2}a$  임을 이해하게 한다.
- 3) 직각이등변삼각형이나 한 각의 크기가 60°인 직각 삼각형은 한 변의 길이만 알면, 남은 두 변의 길이를 구할 수 있다. 이것은 삼각비에서도 활용되는 중요한 내용이므로 분명하게 이해시키도록 한다.
- 4) 입체도형의 길이, 겉넓이, 부피는 그림으로 그려서 직관적으로 피타고라스의 정리를 활용할 수 있음을 보인다.
- 5) 입체도형의 겉넓이를 구할 때에는 전개도를 그려 보도록 하는 활동이 필요하다.

### 5. 단원의 지도 계획

단 원		차시	공부할 중요내용			
			• 직각삼각형의 세 변의 길이의 관계			
1.		1~4	• 피타고라스의 정리			
피타	§1.피타고라스의		• 피타고라스의 정리의 증명			
고라	정리		· 직각삼각형의 한 변의 길이 구하기			
스의			• 특별한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비			
			• 삼각형의 변의 길이와 각의 크기의 관계			
정리	중단원 정리	5	· 학습 활동으로 수리 능력 기르기			
			• 연습문제			
2.	§1.평면도형에의	6~8	• 평면도형에서 길이와 넓이			
피타	활용	0.0	• 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리			
고라	\$2.입체도형에의 활용 9~10		• 직육면체의 대각선의 길이			
스의			• 입체도형에서 넓이, 부피			
정리			최소 최도소그 소리 느러 키그키			
의	중단원 정리	11	• 학습 활동으로 수리 능력 기르기			
활용			• 연습문제			
			· 학습 내용 정리			
		12~13	• 단원 마무리 문제			

# 6. 학습 집단의 조직

1학기말 고사 결과에 따라 교사 주도하에 4명을 구성원으로 하는 이질 집단에 의한 모둠을 편성하여 수업 시간과 수업시간외에도 모둠별 협력이 이루어지도록 지도한다.

# 7. 교수-학습 과정안

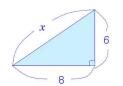
단원명		피타고라스의 정리	교과서 쪽수		차 시 시	
학습 목표		피타고라스의 정리를 이해한다. 학습 수준				
준비물		학생 학습지, 피타고라스의 퍼즐				
단계 (시	학습 과정	교수-학습 활동				
( · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	7 8 -1 0	파기 취임 필 0				
도입				과를 발표한	컴퓨터 (파워포 인트)	
탐구 및 토의 (28')	▶피타고라 스 정리 의 퍼즐 로 증명	○탐구 활동  1. 피타고라스 정리의 증명  -a²+b²=c²임을 설명하고 이  2. 피타고라스 퍼즐을 이용한 모둠 -피타고라스 정리의 여러 가지 증명과 면적분할을 이용한 증명, 페리증명 후 파워포인트의 그림에 맞추을 이용해 각각의 증명을 퍼즐조각후 토론한다.	<b>학습</b> 증명 중 ( 같의 중) 어 학습:	아나리지 중 명을 교사의 자들이 퍼즐	준비물 피타고 라스 퍼즐 컴퓨터 (파워포)	

단원명		피타고라스의 정리		교과서 쪽수		차 시
학습 목표		피타고라스의 정리를 이해한다. 학습 수준				
	준비물	학생 학습지, 피타고라스의 퍼	즐			
단계 (시 간)	학습 과정	교수-학습 활동				
및	스 정리의 적용 (토의학습)	3. 피타고라스 정리 실생활과 -피타고라스 정리가 적용되 수 있는 것들을 우리 주위에서 이학습지 풀이	티어 있 러 살펴	는 것들	과 적용 할	컴퓨터 (파워포 인트)
- 성디 및 - 평가	▶학습내용 정리	○ 각자 형성평가 후 형성평가의 답을 맞추어본다. ○오늘 학습한 내용정리 ○피타고라스 정리의 역에 대해서 알아보자.				

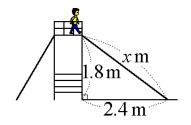
# 《《 수학과 3학년 활동지》》

대단원: 소단원: 차시: 반 번 이름: VI. 피타고라스의 정리 §1. 피타고라스의 정리 1 / 12

1. 다음 그림에서 x값을 구하여라



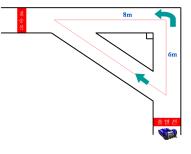
2. 우철이는 놀이터에서 미끄럼틀을 타며 놀고 있었다. 미끄럼틀을 타고 내려가는데 1미터당 1초가 걸린다고 한다. 우철이가 지상에 도착하는데 걸리는 시간은 얼마나 될까요?



3. 우리학교 경비아저씨가 정원수에 5미터짜리 지지대를 설치하고 봤더니 지지대와 나무가 접하는 점에서 지상까지의 높이는 길이는 4미터였다. 지지대와나무 밑둥의 간격은 몇 미터인가?(그림의 직각삼각형의 밑변의 길이를 구하는 문제)



4. 훈이가 카트라이더를 하고 있다. 대각선으로 가는 길과 좌회전해서 가는 길 두 가지의 길에서 대각선 으로 갈 때 좌회전해서 가는 길보다 얼마나 거리를 단축할 수 있을까?(단, 차가 빨간색 선으로만 간다고 생각하고 계산한다.)

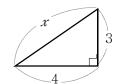


# 《《 수학과 3학년 형성평가》》

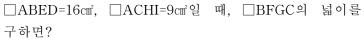
대단원:	소단원 :	차시:	바 버이트.
VI. 피타고라스의 정리	§1. 피타고라스의 정리	1 / 12	반 번이듬: 

※ 피타고라스정리에 의하면 직각삼각형에서 직각을 긴 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고 가장 긴 빗변의 길이를 c라고 하면  $a^2 + b^2 = c^2$  인 관계가 성립한다.

1. 이러한 성질을 이용하여 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이를 구하라.

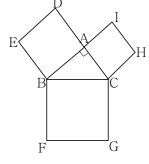


- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 2 ⑤ 7
- 2. 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변위에 정사각형 ABED, BFGC, ACHI를 만들었다.



7

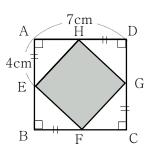
- ① 16 ② 49 ③ 25 ④ 2
- (5)



3. 다음 그림은 한 변의 길이가 7cm인 정사각형 각 ABCD의 변위에

 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4$ cm가 되도록 점 E. F. G. H를 잡은 것이다. 이 때, □EFGH의 넓이는?

- ①  $3 \text{cm}^2$  ②  $5 \text{cm}^2$  ③  $5\sqrt{2} \text{cm}^2$
- $4 4\sqrt{7} \text{ cm}^2$   $5 25 \text{ cm}^2$



### 역사적 배경 고찰



- 1.피타고라스의 생애
- 2. 피타고라스 학파
- 3. 피타고라스와 그 학파의 업적



# 1.피타고라스의 생애



- 고대 그리스 철학자이자 종교 적 지도자
- ▼ 수학과 천문학, 음악 이론 발 전에도 공헌
- 그리스 사모스 태생으로 이집 트와 바빌로니아에서 유학
- 페르시아, 인도 바빌로니아 이 집트 등 동방의 신비주의와 많 이 접함
- ▼ 테아노(역사기록에 나타난 최 초의 여자 수학자)와 결혼
- ▼ 이탈리아 크로톤에 학교 설립
- ♥ 피타고라스 학파 설립자





## 2. 피타고라스학파



- ▼ 내부의 일을 외부에 알리는 걸 금함
- ▼ 모든 발견은 스승인 피타고라스 업적으로 바침
- ▼ 검소한 생활을 하며 신비한 의식을 행함
- 금욕적이고 은둔적인 삶을 살며 채식주의자로 생활
- ▼ 개인 재산 소유를 금함
- ∨ 남녀 평등
- ♥ 만물의 근원은 '수'라 함



# 피타고라스학파의 규칙



- ♥ 피타고라스 학파의 계율
- 1. 콩을 먹어서는 안된다.
- 2. 떨어진 물건을 주워 올리지 말라.
- 3. 흰 수놈 새에게 손을 대지말라.
- 4. 빵을 뜯지 말라.
- 5. 빗장쇠를 타고 넘지 말라.
- 6. 쇠고챙이로 불을 일으키지 말라.
- 7. 통째로 음식을 먹지 말라.
- 8. 꽃장식을 들지 말라.
- 9. 말 위에 앉지 말라.
- 10. 마음을 졸이지 말라.
- 11. 큰 길을 걷지 말라.
- 12. 제비에게 집의 처마를 빌려 주지 말라.
- 13. 단지에서 불을 꺼낼 때 재에 형태를 남기지 말라.
- 14. 불 옆에서 거울을 보지 말라.
- 15. 침대에서 일어날 때는 몸의 자국을 남지 않도록 시트를 펴라.



# 3.피타고라스와 그 학파의 업적



∨ 정수론

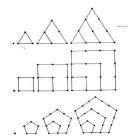
완전수, 부족수, 과잉수, 친화수, 형상수들 발견

∨ 기하학

피타고라스 정리, 황금분할의 작도, 평면을 다각형으로 채울 수 있는 도형 발견, 정다면체의 종류

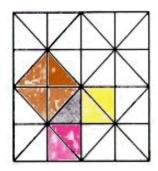
∨ 기타

10쌍의 원리, 음계이론



# 파타고라스 정리의 여러 가지 증명방법

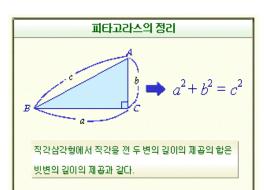
- ▼ 피타고라스 정리의 발견
- v 사원의 보도블록을 보고 우연 히 발견했을 것이라는 추측
- 빗변 위에 그려진 정사각형에 는 보도 블록 4개, 다른 변위 에 그려진 정사각형에는 각각 2개개씩 4=2+2
- 피타고라스 정리 발견 후 신에 게 황소를 100마리 잡아 감사 의 제물로 받쳤다고 함





# 피타고라스 정리



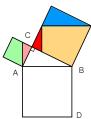


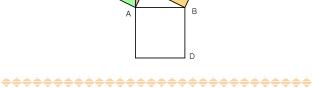


## 피타고라스 정리의 지도방안



아나리지의 증명방법



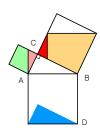




### 피타고라스 정리의 지도방안



아나리지의 증명방법

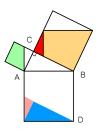




### 피타고라스 정리의 지도방안



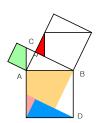
아나리지의 증명방법



**\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*** 



아나리지의 증명방법



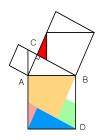
### **\***



### 피타고라스 정리의 지도방안



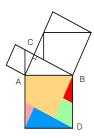
### 아나리지의 증명방법



# 피타고라스 정리의 지도방안



### 아나리지의 증명방법



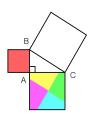
**\*** 



### 피타고라스 정리의 지도방안



페리갈의 증명방법

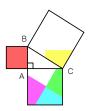




### 피타고라스 정리의 지도방안



페리갈의 증명방법

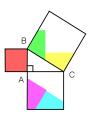




### 피타고라스 정리의 지도방안



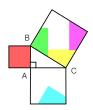
페리갈의 증명방법







페리갈의 증명방법



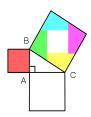
**\*** 



# 피타고라스 정리의 지도방안



페리갈의 증명방법

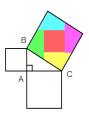




### 피타고라스 정리의 지도방안



페리갈의 증명방법





### 피타고라스 정리의 지도방안



면적 분할을 이용한 증명방법



 $\langle \rangle$ 

### 피타고라스 정리의 지도방안



면적 분할을 이용한 증명방법



 $\langle \rangle \rangle$ 

## 피타고라스 정리의 지도방안



면적 분할을 이용한 증명방법



- 49 -



### 피타고라스 정리의 지도방안



면적 분할을 이용한 증명방법



# 제 5 장 요약 및 제언

## 제 1 절 논문요약

수학교육의 목적은 수학적 지식을 활용하여 합리적으로 문제를 해결하는데 있다. 그러나 박복경(2004), 이미옥(2002), 양선영(2004)은 "현재 교육과정에서 피타고라스 정리는 그 정리 자체를 중시하고 그 역사적 사실이나 배경이 등한시된 상태에서 단순한 숫자 대입에 관한 문제 풀이를 다툼으로써 학생들로 하여금 의욕 저하를 가져오고 있다."고 하였다.

7차 수학과 교육과정을 살펴보면 학습자의 활동을 중시하고, 수학 학습에 흥미와 자신감을 갖게 하는 것을 기본 방향으로 수학적 개념이나 원리 법칙들을 발견하고 탐구하도록 유도하고 있고, 거기에 발맞추어 교수자들은 학습자 스스로가 발견의 기쁨을 느낄 수 있게 교수 설계를 하여야 한다고 생각한다.

양선영(2004)은 "학생들에게 어려운 증명에 대한 지필 강의는 효과적이지 못하다"고 제언한 바 있다.

선행연구에서 살펴본 봐와 같이 교사들은 일반적으로 교재 내용을 함축하여 간결하게 정리하는 것을 주로 사용하고 학습자들을 지도할 때 교재와 다른 방법으로 지도를 해보았다고 한다. 또한 문제 상황에서는 여러 분야의 문제들을 적용해 보았다고 한다. 하지만 교사들이 자신의 교수방법에 대하여 확신을 갖지 못하고 있다. 이것은 우리의 기하 교육이 학습자들의 사고 능력을 키워주기보다는 단순히 지식을 전달하는 것으로 그치기 때문이라고 할 수 있겠다.

그래서 본 논문에서는 피타고라스 정리를 위한 접근방법을 알아보고 이에 따른 교수 방법상의 문제점을 선행연구에서 살펴보고 보다 나은 교수방법을 탐구하여보는 데 궁극적인 목적을 두고 지도안을 작성하였다. 그러기 위해서는 선행연구와제6,7차 교육과정에서 적용되는 피타고라스 정리가 어떤 것들이 있는지 분석해 보았고 그 분석을 통하여 지도안을 작성하였다. 교과서 분석내용을 살펴보면 제 6차수학과 교육과정에서는 주로 도입부분을 직관적 예시를 주로 사용하였고, 증명은

피타고라스의 정리를 주로 사용하였다. 그 외의 증명으로는 바스카라의 증명이외는 찾아보기 힘들었지만, 제 7차 수학과 교육과정에서는 도입부분에 직관적 예시와 비례를 사용하지 않는 피타고라스의 증명을 주로 썼다. 또한 문제제시에 다양한 증명방법이 사용되었다. 현재 피타고라스 정리를 지도 할 때 여러 가지 증명들을 사용하는 것에 착안하여 지도안 작성에서 주안점은 두고 피타고라스 정리와 관련된 역사적 사실을 고찰하고 교구를 사용하는 교육방법으로 학습자들에게 직접 수업에참여하도록 하는 것으로 작성하였다. 즉, 학습자들이 교구를 사용하여 직접 수업에참여 할 수 있는 교육방법을 제시하여 학습자들 스스로가 수업에 직접참여 할 수있도록 유도하고자 한 것이다. 그러기 위해서 현행 피타고라스 정리를 지도하는데있어서 교과서 증명의 예를 그대로 지도하는 것이 아니고 수학사 속의 역사적 배경을 고찰하고, 교과 내용을 분석하여, 여러 가지 증명방법을 고찰하고 숙지하여학습자의 입장에서 충분히 검토하고 음미하여 새롭게 학습할 수 있는 방법을 모색하여야한다고 생각한다.

## 제 2절 제 언

앞서 말한 피타고라스 정리의 도구를 활용해서 효과적인 지도들 하기 위해서는 다음과 같은 몇 가지를 제언 하고자 한다.

첫째로, 교사의 수업에 대한 의식 변화가 필요할 것이다. 역사적 사실을 등한시하고 단순한 숫자 대입으로 수업을 진행하면 딱딱한 수업진행으로 학습자들의 흥미를 유발시키지 못하게 된다. 하지만 역사적으로 고찰을 하는 방법의 비중을 높이게 되면 학습자들의 흥미유발에 도움이 될 것이라 생각한다. 이에 선행되어야 할 것은 피타고라스 정리 도입을 자연스럽게 접근이 되도록 보다 나은 교수 방법의 개발이 요구되고, 이러한 교수 방법에 발맞춰 실제로 교사의 지식수준도 한층 높아져야 할 것이라는 생각이 든다. 그렇기 때문에 교사들도 학습자들을 지도하기 위해서 교수방법의 변화를 꾀하기 위해서는 더 노력을 해야 한다고 생각한다.

둘째로, 본 논문에서 제안하고 있는 교수자의 효과적인 지도방안을 위해서 토론과 자유로운 발견학습의 장이 되려면 진행방식을 모둠별 수업으로 제안하는 바이고 이를 위해서는 현재 각 학급인원 수를 4-5 모둠으로 감축하는 방안을 제언하는바이다.

셋째로, 교구 활용이다. 교구를 활용한 수업이 제대로 이루어지기 위해서는 교실

환경이 개선되어야 된다는 생각이 든다. 현재 수학교육에 쓰이는 교구들은 다양하다. 정동권(2001)의 논문을 보면 "수학교육 선진국에서는 이미 오래 전부터 학습자의 수학적 활동을 중요시하는 기본 입장에 따라 다양한 구체적 조작물을 활용"한다고 한다. 우리나라의 교육 여건은 수학교육 선진국과 견주어 보면 조금은 부족한것이 현실이지만 현재 GSP, 피타고라스 블럭, 기하판 등 피타고라스의 정리들을쉽게 보여 줄 수 있는 교구들이 다양하다. 그 다양한 교구들을 교수자들이 잘 활용하고 새로운 교구들을 개발하여 학습자들에게 문제를 더욱 쉽게 적용할 수 있도록지도 하는 것도 하나의 방법이라고 생각된다.

넷째, 실생활과 연관지어 수업을 하는 것이다. 피타고라스 정리의 문제에 관련하여 실생활과 접목시킬 수 있는 것들이 있다면 교수자들이 학습자들에게 관심을 유도하기위해 학습자들이 관심을 갖고 있는 주위의 여러 가지 것들을 접목하여 지도하는 것도 좋을 것이라는 생각이 든다.

# 참 고 문 헌

- 1. 고의화(2002) <u>특별보충대상자를 위한 조작교구와 게임을 활용한 대수교육의</u> 효과 연구 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문
- 2. 권영한(1999) 재미있는 이야기 수학 전원문화사
- 3. 김남희(2001) <u>기하판을 활용한 학교수학의 지도</u> 대한수학교육학회지 <학교수학> 제3권 제1호 P155~184
- 4. 김대환(2002) <u>피타고라스 정리의 여러 증명에 대한 연구</u> 한남대학교 교육대 학원 석사학위논문
- 5. 김덕봉(2002) <u>구체적 조작 활동을 통한 기하- 교수학습에 관한 연구</u> 연세대 학교 교육대학원 석사학위논문
- 6. 김미희(2005) <u>피타고라스정리의 지도에 관한 소고(한국과 외국교과서 비교)</u> 한양대학교 교육대학원 석사학위논문
- 7. 김민정(2004.8) <u>피타고라스 정리의 증명법 고찰</u> 제주대학교 교육대학원 석사학위논문
- 8. 김용운, 김용국(1991) <u>재미있는 수학여행</u> 김영사
- 9. 김용운, 김용국(1996) 수학사대전 우성문화사
- 10. 김재규(1997) <u>피타고라스 정리의 증명방안(중학교교육과정중심으로</u> 목포대학교 교육대학원 석사학위논문
- 11. 김효정(1995) <u>구체적 조작물을 이용한 활동지향적 수학 수업에 관한 연구</u> 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문
- 12. 박복경(2004.8) <u>피타고라스 정리지도에 관하여(중학교 3학년 과정에 따른 효과</u> 적인 지도방안) 중앙대학교 교육대학원 석사학위논문
- 13. 송태호(2004) <u>피타고라스 정리에 관한 연구</u> 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문
- 14. 심미경(2003) Van Hiele 이론에 따른 피타고라스 정리의 증명 지도에 관한 연구 안동대학교 석사학위논문
- 15. 양선영(2004.2) <u>피타고라스 정리의 여러 증명에 대한 연구</u> 목포대학교 교육대학원 석사학위논문
- 16. 여순정(2005) <u>피타고라스 정리의 교수방법</u> 군산대학교 교육대학원 석사학위논문

- 17. 윤병선(1993) <u>피타고라스 정리의 증명에 관한 연구</u> 단국대학교 교육대학원 석사학위논문
- 18. 이미옥(2002) <u>피타고라스의 정리 지도를 위한 교수방법에 관한 연구</u>한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문
- 19. 정경호, 양승갑 (2001) 제6.7차 중학교 수학과 교육과정 비교분석연구
- 20. 정동권(2001) <u>수학교실에서 기하판의 활용 의의와 활용 사례 분석</u> 대한수학교육학회지<학교수학> 제3권 2호 P447~473
- 21. 최점례(1992) <u>피타고라스 정리와 그 학습효과를 위한 지도방법에 대하여</u> 한양대학교 교육대학원 석사학위논문
- 22. 최주영(2002) <u>피타고라스 정리에 관한연구</u> 성균관대학교 교육대학원 석사학위논문
- 23. 최현섭(1992). <u>피타고라스의 정리와 그의 지도에 관한 연구</u> 경희대학교 교육 대학원 석사학위논문
- 24. 최희자(2002.6) <u>피타고라스 정리의 다양한 증명과 교육적 의의에 관한연구</u> 경상대학교 교육대학원 석사학위논문
- 25. 현종익(1996) <u>피타고라스의 정리의 고찰과 응용</u>- 제주교육대학교 논문집 제 25집 P165~191
- 26. 홍춘희(2003) <u>피타고라스 정리의 다양한 증명 방법과 교육적 활용</u> 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문
- 27. 황우형, 이지연(2000) <u>기하판을 활용한 수업의 효과에 관한 질적 연구</u> 대한수학교육학회 시리즈A 제 39권, 제1호 P21~36

# 저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20048056	과 정	석사	
성 명	한글: 권 순 주 한문: 권 순 주 영문: Kwon soon-ju					
주 소	광주광역시 도산동 대주 1차 103동 305호					
연락처	011-610-4358 E-MAIL: redcrow007@hanmail.net					
한글 : 수학적 교구를 활용한 피타고라스 정리의 지도 방안에 관현연구  논문제목 영문 : A Study on instructional Methods of  The Pythagorean Theorem through Manipulative Tool Use						

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

- 1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
- 2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
- 3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
- 4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
- 5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
- 6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
- 7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

년 월 일

저작자: (서명 또는 인)