

數學史를 活用한 數學教育의 興味誘發에 관한 研究

- 7단계 교육과정을 중심으로 -

The study about arousing Interest on Math
Education through the History of Mathematics

2007년 2월

朝鮮大學校 教育大學院

數學教育專攻

梁 孝 眞

 조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY



100373494 2007-04-09

數學史를 活用한 數學敎育의 興味誘發에 관한 研究

指導敎授 韓 承 局

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 제출합니다.

2006년 10월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

梁 孝 眞

梁孝眞의 教育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審査委員長 朝鮮大學校 教授 _____印

審 查 委 員 朝鮮大學校 教授 _____印

審 查 委 員 朝鮮大學校 教授 _____印

2006년 12월

朝鮮大學校 教育大學院

목 차

영문초록(Abstract)

I. 서 론	1
1. 연구의 필요성과 목적	1
가. 연구의 필요성	1
나. 연구의 목적	2
2. 연구의 방법 및 제한점	3
II. 수학사 활용의 이론적 고찰	4
1. 역사 발생적 원리	5
2. 역사 발생적 원리의 필요성	7
3. 수학교육에서 수학사의 역할	10
III. 수학사를 활용한 수학교육의 흥미유발	13
1. 수학사를 활용한 교재개발	13
가. 교재개발의 필요성	13
나. 교재개발의 다양한 측면	14
2. 수학사를 활용한 수업의 실제	15
가. 역사적 개관	15
나. 지도의 실제	21
다. 수업에 대한 학생들의 반응	36
IV. 결론	38

참고문헌

표 차례

<표 1> 7-가 단계의 역사적 개관	15
<표 2> 7-나 단계의 역사적 개관	19
<표 3> 문자의 사용	29
<표 4> 기호의 발전	30
<표 5> 학생 설문 조사	36

그림 차례

<그림 1> 산술의 기원1	24
<그림 2> 산술의 기원2	25
<그림 3> 좌표평면의 원리	34

Abstract

Arousing Interest on Math Education through the History of Mathematics

Yang Hyo-Jin

Advisor : Prof. Han Seung-gook Ph.D.

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education, Chosun University

There have been efforts to interest students in Mathematics. Among them, making students recognize why they study math and how to use it, using the history of mathematics, is suitable for the 7th curriculum that emphasize the value and utility (practicality) of Math.

The purpose of this study is to investigate the effect of applying the history of Mathematics to the first grade middle school curriculum. I believe that doing this will help improve students' interest in Math and most importantly achieve the ultimate purpose in Math education.

To test the efficiency of learning the history of mathematics first, I considered the necessity of the introduction of it through literature studies and discussed the importance of math class based on the theories in origin.

Second, I discussed the need of the development of the text to use the history of Mathematics in the class.

Lastly, I analyzed the historical outline of each unit in the first grade middle school curriculum. And I suggested a few ways to use it in the class in practical.

Through this study I know that using the history of Mathematics helps improve students' interest in Math and raise students' learning ability. Now, with the effort of the teachers in the dynamic class we need to make some changes for Math itself and students.

I. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

가. 연구의 필요성

수학은 과학을 비롯한 모든 학문의 연구를 위한 중요한 기초적인 지식을 제공하며, 논리적이고 합리적인 사고력과 문제 해결력을 길러 주는 학문이기 때문에 우리는 수학을 공부하고 또 가르치고 있다. 그러나 수학교과가 아무리 중요하다고 강조해도 학생들이 수학에 대한 흥미를 느끼지 못한 채 단순히 수업시간을 흘려보낸다면 수학교육의 궁극적 목표는 기대하기 어려울 것이다. 수학교과를 가르치는 일에 있어서 학생들의 흥미를 유도해 내기 위한 노력은 꾸준히 진행되어왔고 현 교육과정에 들어있는 수학 교과와 기본방향 역시 수학 학습을 통하여 수학에 대한 흥미, 자신감, 가치인식, 사고의 유연성, 인내력 등을 길러서, 수학을 스스로 공부하고 연구하여 활용할 수 있도록 하는 것이다.

모든 교과가 다 그렇듯이 교과와 관련된 자료와 소재를 유용하고 적절하게 활용함으로써 교육적인 효과를 기대할 수 있을 것이다. 수학 역시 마찬가지임에도 실제 수학 수업에서 교사들은 그 유효성을 실험해 볼 기회를 갖지 못하고 학생들 또한 탐구과정을 거쳐 원리를 이해할 기회를 갖지 못하고 있다. 학생들이 느끼는 수학이 흥미롭지 못한 가장 큰 이유 중 하나는 수학이 인간생활과 밀접한 관련이 없다고 여기기 때문이다. 그러나 수학은 오랜 세월을 거쳐 인간의 삶속에서 발전되어왔고 그 필요성과 유용성으로 인하여 의미 있는 학문으로서의 완성된 모습을 갖추게 되었으며 그 발견의 과정 속에는 수많은 수학자들의 고뇌의 역사가 숨겨져 있다. 이러한 수학사의 역동적인 변화과정을 수학 학습 지도에 활용하고자 하는데 본 연구의 시작 동기가 있다. 수학 교과 수업을 진행하는데 있어 수학사의 적극적인 활용은 학생들의 수업에 대한 집중력과 호응도를 높일 수 있을 것이다. 그리고 학생들은 역사 속 탐구과정 체험을 통하여 개념과 원리를 이해하게 되면 수학을

더 이상 지루하고 재미없는 교과로 인식하지 않고 흥미롭고 의미 있는 교과로 바라보게 되며 나아가 학문적인 호기심도 느낄 수 있을 것이다.

수학 교육이 교과 성격의 살리면서 수학의 실제와 생생한 사고과정에 중심을 두어야 한다고 하면 수학교사는 수학사를 연구할 필요가 있다. 수학적 활동을 이해하는 가장 좋은 방법 중 하나는 수학자들의 활동이 역사적으로 어떻게 변화되고 발전되어 왔는지를 알아보는 것이기 때문이다. 수학사를 잘 모르는 교사는 결과적인 지식이나 계산 기능 위주의 지도로 그치기 쉬우며, 그러한 지식을 발생시킨 문제나 주요한 아이디어의 발달과정을 간과하여 의미 있는 지도를 하기 힘들 것이다. 따라서 본 논문은 학생들의 흥미를 이끌어 내고 수학교육의 학습력을 높이기 위해 수학사를 교과 단위에 맞게 어떻게 활용해야 할지 연구해 보고자 한다.

나. 연구의 목적

수학수업에서 수학사를 활용하여 가르치는 목적은 첫째, 수학에 대한 흥미와 호기심을 자극하기 위함이다. 수학이 어렵고 재미없는 교과가 아니라 흥미롭고 재미 있는 교과임을 수학사적 내용을 통하여 학생들에게 전달하고 수학에 대한 정서적인 친밀감을 갖도록 한다. 수학교과에 대한 흥미를 갖게 되면 단순히 대학을 가기 위한 도구로서의 교과가 아니라 재미가 있어서, 하고 싶어서 하는 수학으로 바로 그 자체가 목적이 되는 교과로 인식되어질 것이다. 둘째, 수학사를 활용한 지도서를 통하여 학생들의 적극적인 수업참여를 유도할 수 있다. 교사의 일방적인 지식 전달이 아니라 학생이 학습하는 과정에 능동적으로 참여토록 하여 수학의 원리와 개념을 스스로 탐구하고 적극적으로 체험함으로써 수학적 지식을 내면화하고 지적 호기심을 충족시킬 수 있다. 셋째, 수학의 중요성과 필요성에 대한 가치를 인식시킬 수 있다. 단원에 대한 역사적 배경, 위대한 수학자의 생애와 업적에 대하여 이야기해 보고 수학이 사회, 문화, 예술 등 일상생활의 전반에 미친 영향과 그 활용 범위가 넓다는 것을 알려 기초학문으로서의 수학의 역할에 대해 제고할 수 있게 한다. 넷째, 학생의 정의적 발달에 도움이 된다. 수학사를 수학 교육에 활용함으로써 수학은 절대적인 진리나 변할 수 없는 이론이 아니라 우리가 비판적으로 바라

보고 새롭게 변화 발전시킬 수 있다는 개방적인 생각을 가질 수 있게 한다. 역사적으로 해결되지 않은 문제들을 풀기 위한 많은 사람들의 엄청난 노력의 결과로 오늘날 수학의 이론들이 형성되었다. 위대한 수학자들도 현재의 정교한 이론을 만드는 과정에서 어려움과 시행착오를 경험했다는 사실들을 앞으로 문제 해결 과정에서 시행착오를 거듭하는 학생들에게 용기를 북돋아 줄 수 있고 과제에 대한 집착력을 기를 수 있다. 또 조상들이 직면했던 어려운 수학문제들이나 새로운 개념들과 대면하여 탐구와 개척의 정신으로 해결하는 기쁨을 얻을 수 있다. 따라서 수학의 역사는 수학과 인생에 대한 가치관을 확립할 수 있는 정서적인 측면의 좋은 학습 자료가 될 수 있으며 수학에 대한 자신감, 가치 인식, 사고의 유연성, 인내력을 길러서 학생 스스로 수학을 공부하여 활용할 수 있도록 할 수 있게 한다.

본 연구에서는 이처럼 수학사를 활용한 수학수업의 효과를 주시하고 실제 수업 단원에서 적용할 수 있는 교재개발에 대해 중점적으로 다루고자 한다.

2. 연구의 방법 및 제한점

본 연구는 문헌 연구를 중심으로 한다. 수학 교육에서 수학사를 활용하면 학생들에게 훨씬 많은 흥미유발과 학습력을 높일 수 있다는 전제하에, 우선 수학사 활용에 관한 이론적 고찰을 관련 저서와 논문들을 통해 살펴보고자 한다. 다음으로 교사가 실제 수업 장면에서 활용하기 위해서는 교재개발이 필요함을 논하고, 몇몇 단원을 중심으로 실제 적용의 예를 들어서 접근 방법들을 제안하고자 한다.

다음으로 본 연구가 갖는 제한점으로는, 첫째, 본 논문은 연구의 대상을 중학교 1학년 7단계에 대해서 논했는데, 전 학년을 다루지 못한 점과 새롭게 논의되고 있는 새 교육과정의 개정된 모습이 구체적으로 제시되지 않아 한계점을 지닌다. 둘째, 수학사의 활용을 수학교육의 주된 핵심이 아니라 기존의 교과과정에 보조적이고 부수적으로 사용한다는 전제하에 적용되기 때문에 일부의 단원에 국한 되었다. 셋째, 문헌 연구를 중심으로 하는 관계로 현장교사들의 더 많은 의견을 모으지 못한 아쉬움이 있으며 아울러 적용의 예에 대한 보다 다양하고 체계적인 연구가 더욱 필요하다고 하겠다.

II. 수학과 활용의 이론적 고찰

현재 우리나라 수학교육에서는 많은 문제들이 대두되고 있다. 그 가운데 가장 큰 문제점은 많은 학생들이 수학을 매우 어려운 학문으로 여기며, 생활과는 밀접한 관련이 없는 학문으로 생각한다는 점이다. 학생들의 수학에 대한 이러한 사고는 수학 학습에 대한 흥미의 결여와 학업 성취 수준의 질적인 저하로 연결될 수 있을 것이다.

학습활동에서 학생들의 참여와 주의를 이끌어 내기 위해서는 교사들이 적절한 자극을 제공하여 학습자의 호기심을 유발시켜 학습에 대한 동기를 부여해야 한다. 흥미가 없는 활동이나 작업은 학습자에게 크게 의미가 없으므로 이런 호기심은 지적 활동의 근원이 된다. 수학 교과와 학생의 흥미유발은 학습효과에 커다란 영향을 미치므로 교사는 학습 내용의 구성과 전개에 있어서 학습자가 흥미를 느낄 수 있는 지도 방법을 연구해야만 한다.

지금까지의 수학교육에서는 수학을 완성된 산물인 형식적인 체계로서 지도할 수 있고 또 그래야만 한다고 생각해 왔으므로, 수학적인 탐구과정 즉 수학이 형성되어 가는 역동적인 과정과 수학이 갖고 있는 인간적인 측면의 고려가 부족하였다. 수학의 인간적인 측면에 대하여 고려할 때, 수학이란 학문도 오랜 세월을 거쳐 인간이 생활해 나가면서 필요에 의해 창조하고 발전시켜 수 없는 시행착오 과정을 거쳐 현재와 같은 완성된 모습을 갖추게 되었다. 또한 그 발전의 내면에는 수많은 수학자들의 인간적인 노력과 고뇌가 점철되어 있으며 앞으로도 계속 변천될 가능성을 갖고 있음을 말한다. 수학이 어느 한 순간에 완성된 것이 아니라 오랜 세월 에 걸쳐 성장하고 수정된 인문학적인 특성이 있음에도 불구하고 수학을 배우는 학생들은 이러한 배경에 대해서는 전혀 알지 못하면서 완성된 체계로서의 엄청난 수학적 산물만을 학습하고 있는 것이다. 그래서 대부분의 학생들이 수학을 어렵고 무미건조하여 재미없는 과목이지만 단지 교과과정상 어쩔 수 없이 해야만 하는 과목으로 인식하게 되었고, 이에 따른 많은 교육적인 문제점들이 발생되었다.

1. 역사 발생적 원리

발생적 원리는 수학을 공리적으로 전개된 ‘완성된 것’으로 가르치는 형식주의의 결함을 극복하기 위하여 제기되어 온 교수학적 원리이다. 이것은 발달의 개념을 수학교육학의 중심에 놓고 수학학습 지도의 문제를 발달에 대한 어떤 해석에 따라 구상하려는 것이다. 다시 말해, 발생적 원리란 수학을 ‘발생된 것’으로 파악하고 그 ‘발생’을 학습과정에서 재 성취하게 하려는 것이다. 이는 수학의 개념과 구성된 이론들의 발전과정을 알려줌으로써 수학이 인류의 끊임없는 상상과 창조의 노력으로 이루어진 교과라고 생각할 수 있게 한다. 또한, 학생들이 스스로 개념들을 만들고 구성해 볼 수 있는 수학적 사고활동으로 창의적이고 역동적인 학습 분위기를 연출 할 수 있게 한다. 수학은 수학적 사고활동을 나타낼 수도 있고 그런 활동의 결과를 나타낼 수도 있다.

특히 20세기 초 소위 ‘메란(Meran)’ 교육과정을 주도했던 클라인(Felix Klein)은 수학교육에서 개체 발생은 종족 발생을 압축된 순서로 재현한다는 역사 발생적 방법에 따라, 청소년들의 자연스러운 소질이 인류 전체가 원시 상태로부터 더욱 높은 인식에 이르는 그 길을 따라 천천히 높은 대상 그리고 마침내는 추상적인 형식화에 이르도록 해야 한다고 주장하였다 ([3]).

2차 세계 대전 이후 수학교육학 분야에서 역사 발생적 원리는 여러 학자들에 의해 새롭게 형식화되어 옹호되어 왔다. 그 대표적인 학자가 프레텐탈이다. 프레텐탈은 수학교육의 당면 문제를 해결하기 위해서는 인류가 수학을 어떻게 학습해 왔는지를 이해해야만 한다고 설명하면서 기성 수학의 반대인 실행수학을 주장했다. 그가 말하는 실행수학은 ‘발생상태 그대로의 수학’인 바 폴리아의 주장에 의하며 그것은 ‘구성도중에 있는 수학’ 또는 ‘발명되고 있는 과정에 있는 수학’으로 설명된다. 프레텐탈이 주장하는 안내된 재발명법이란 이미 발명된 개념을 그 개념이 발명되어 온 역사적 과정에 따라 다시 한 번 발명해 낼 수 있도록 도와주는 교수방법을 의미한다. 이 재발명법은 단순히 수학의 역사를 그대로 반복하는 교수방법이 아니라 수학 개념이 역사적으로 발달해 온 과정을 단축된 형태의 가상적인 교육과정으로 재구성하여, 그것을 학생들이 재현할 수 있도록 이끄는 방법이다. 수학화의 경험을 통한 수학적 대상의 구성, 수학 학습 과정의 관찰과 반성, 수학화의 경험을

골격으로 한, 즉 역사 발생적 원리에 따른 교수방법을 의미한다. 그에 따르면 수학의 역사적 발달 과정은 통찰에 의해서 획득되어지는 과정이며, 수학 교육학의 주요 문제의 하나는 그러한 점진적인 형식화 과정을 수학 교육에 이용하는 방법에만 관한 연구라고 말하고 있다 ([15]).

프레텐탈은 재발명 방법을 가능하게 하기 위해서는 ‘사고 실험’이 중요하다고 주장한다. 사고 실험은 수업 장면과 수업 내용의 두 가지 측면에서 살펴볼 수 있다. 수업 장면과 관련된 사고 실험은, 교사나 교과서 저자가 한 학생 또는 한 그룹의 가상적인 학생들과 그들의 반응을 생각하면서 그에 따라 가르치거나 저술하는 태도를 의미한다. 수업 내용과 관련된 사고 실험은, 어떤 수학적 개념을 발명했거나 수학적 방법을 개선한 개인 수학자의 마음속에 어떤 일이 일어났는지에 대해서 추측하는 것을 의미한다. 이와 같이 사고 실험이란 교사의 입장에서 학생들의 재발명을 돕기 위한 것으로, 학생의 입장과 반응을 고려함과 동시에 교사의 입장에서 개인 수학자의 마음에 대해 추측하는 것을 의미한다.

학생들은 인류의 학습 과정을 반복해야 하고 교육자들은 학습자들을 돕는 것이 의무이다. 교사는 학생들에게 배워야 할 수학을 각인시키려고 할 것이 아니라 수학화 과정을 재발명하도록 도와주어야 한다. 재발명이 이루어지려면 무엇보다도 그 필요성이 인식되어야 하는데, 그러한 필요성은 학생들이 낮은 수준에서 행한 행동에 대한 반성이 이루어질 때, 즉 자신이 왜 그렇게 했는지에 대한 반성이 이루어질 때 비로소 생겨난다. 그리고 이러한 재발명을 위해서는 자연스런 상황과 학생들이 현실적이고 구체적으로 받아들일 수 있는 문맥이 제시되어야 하며, 학습자의 현실에서 출발해서 교사의 안내에 의해 수학화 경험으로 연결되어야 한다.

한편 수학 역사 교육에서 중요한 것은 역사적 사실의 전달이 아니라 수학과 수학적 방법의 특성에 대한 바른 파악, 곧 태도의 전달이라고 보았으며, 수학의 역사적 발달의 논리를 교수학적으로 번역할 수 있기를 희망하였다.

그런데 발생적 원리가 헤르바르트학파에 의해 수학교육의 지배적인 원리로서 그 시대의 수학교수학에서 가장 좋은 지도 원리로 추천되었는데도 실제로 중등학교 수학에서 형식주의를 극복하기는 어려웠다. 그 이유는 수학교과가 형식도야재로서 그 위치를 유지할 수 있었으며, 이는 그리스 수학, 곧 가장 고고한 형태의 유클리드기하의 연구라고 인식되었기 때문이다.

한편, 폴리아는 거의 잊혀져 가던 수학적 발견술을 교육적 입장에서 부흥시키고 귀납과 유추에 의한 수학적 발견에 대한 논의를 전개하여 1980년대 이후 수학교육에 커다란 영향을 미치고 있다. 그리고 라카토스(Lakatos)는 오일러의 다면체 정리의 추측에 대한 폴리아의 논의에 덧붙여, 그 역사적 발달과정에 대한 면밀한 분석을 통하여 소위 증명과 반박을 통한 추측의 개선과 수학적 발견의 논리를 대화식으로 전개하였다. 이러한 라카토스의 준경험주의적 입장은 증명을 통한 정리의 확립이란 유클리드적인 전통에 대한 새로운 강력한 도전으로서 현대 수리철학과 수학교육에서 반유클리드적인 입장을 크게 고무시켰다 ([5]).

2. 역사 발생적 원리의 필요성

새 수학운동은 수학을 완전하게 구성하려는 힐베르트(Hilbert)가 <기하학 기초론, 1899>을 완성한 후 공리적 방법을 강화하였고, 그의 영향을 받은 프랑스의 부르바키(bourbaki)학파의 구조주의 철학의 형식적 추상수학의 영향을 크게 받았다. 또한 그들의 형식주의적 수학은 피아제(Piaget), 가네(Gagne) 그리고 부르너(Brunner)의 교육학적인 이론으로 수학교육에 적용되게 되었다. 교육학자들은 인지발달이론, 완전학습법등을 연구하였으며 부르너는 지식의 구조이론과 발견 학습법으로 나선형 방식의 교재배열 등의 이론을 연구하였다. 그는 ‘지식의 구조를 학습한다는 것은 그 지식을 이해, 기억, 적용할 수 있도록 학습하는 것을 의미하고, 구조를 파악하면 이해가 잘되고, 기억하기 쉽고, 전이효과가 있고, 고등지식과 초보적 지식사이의 간격을 좁혀준다’고 주장하면서 학문의 구조가 되는 기본원리들을 가르쳐야 한다고 하였다 ([9]). 나선형 교육과정에서는 각 학문분야에서 가르쳐야 할 기본개념은 많지 않은 것으로 가정하고 기본구조의 점진적, 위계적, 반복적인 학습을 강조하고 있다.

이러한 부르너의 학습이론을 적용한 새 수학운동은 진보적 학문주의로서 모든 사람에게 문제를 해결할 수 있는 능력이 있으며 그 개인의 능력을 찾아내어 개발할 수 있다고 본다. 행동에 의한 수학지식의 획득과정으로는 먼저 구체적으로 행동할 수 있는 학습목표를 제시하고, 다음으로 학습내용의 단계와 순서에 따라 나

선적(螺線的) 배열로 논리적 체계를 구성하여 학습 자료를 만들어서 수학의 추상성과 구조성을 이해하도록 하고, 기억하여 적용하도록 한다. 학생들의 의욕과 흥미를 위하여 다양한 학습방법의 기법과 전략을 개발하고, 교육 보조 재료를 적극 활용하며 피드백(feed back)을 통한 학습평가와 행동변화를 관찰함으로써 학습내용과 지도방법을 고쳐나갈 수 있다. 이러한 과정에서 학생들은 수학적 기본개념과 지식을 전수 받아 반복적인 연습과 창의적 활동을 통해서 수학적 지식을 획득하고 만들 수 있다는 관점이다. 그러나 이러한 과정에 의한 수학지식의 획득은 교사의 입장을 강조하고 학습자 각 개인의 입장을 간과한 외형적이고 관찰 가능한 교육으로 많은 한계점과 반성의 필요성이 지적되기도 하였다. 이와 같은 새 수학운동의 결과로 현대화를 위한 실험교과서를 출판하여 학문중심교육을 실시하기도 하였다. 교과서는 집합개념과 수학의 구조, 논리적 엄밀성, 발견적 학습, 나선식배열 등 학문중심교육으로 통합화와 구조화를 강조하였으며, 수학의 내용이 추상화되어 학생들에게 수학이 어렵다는 인상을 주었다. 영재교육에 관심이 많아지고 한편으로 수학교육의 내용이 풍부해지고 교수법이 개발되면서 일부 우수한 학생들의 학업 성취도가 높아지기도 했지만 많은 학생들의 계산능력이 떨어지고 성적이 하락하여 실패하였다는 평가와 비판을 받기도 하였다.

여기에서 새 수학운동의 반성으로 기초 회복운동이 나왔고, 발생적 원리의 활용이 부각되었는데 인본주의(Humanism)의 대표적인 교육자인 페스탈로치의 수학교육 철학을 들 수 있다. 그는 인간 지식의 원천이 직관에 있다고 생각하였다. 그 기초가 되는 것으로 '혼돈의 세계에서 개념적 정리의 수, 형태, 언어에 의해서 분류하고 인간 이성발달의 토대가 되는 참된 도야재로서 수학교육을 강조하였고, 정신체조로서 수학은 인간성 자체의 본성에 들어맞으며 모든 인식의 기초가 된다.'고 생각하였고, '각 개인은 전 인류가 과학을 창조하였던 유사한 경로를 밟아서 지식에 도달하지 않으면 안 된다.' '먼저 실물 계산을 가르치고 구체적인 실험으로 여러 가지 수속을 발견토록 한 다음에 비로소 추상적인 법칙이나 추상적인 과제를 주지 않으면 안 된다.'는 아동에 대한 애정 어린 교육사상을 주장했다.

수학은 다양한 사람들이 배울 수 있는 보편성과 수월성의 교과이며, 수학을 배울 때 수학적 지식을 전수 받는 것이 아니고 자신의 탐구로 새로운 지식을 스스로 구성하여 배우게 되는 것이다. 이러한 수학적 상상력을 위한 교육에서 역사 발생

적 원리를 활용함은 수학의 중요성에 대한 발상의 전환을 가져올 수도 있을 것이다. 수학교육은 생각하는 일이고 생각하는 곳에는 수학이 있다. 따라서 수학적 사고력과 상상력은 인류에게 중요한 삶의 본질이다.

그러나 수학교육에서 수학의 역사 발생적 원리와 수학사를 적용해야 한다는 주장에도 불구하고 실제 수업에서 활용하기 어려운 이유는 입학시험이나 교육환경 때문이기도 하지만 또 다른 장애는 수학학습의 구체적인 보조 자료의 부족에 있다고 조사되었다 ([7]). 수학적 개념에 대한 역사 발전에 따른 연구는 고대로부터 현대까지 동서양의 다양한 수학적 연구물의 내용을 연구하여 수업에 적용할 수 있도록 교육 자료로 만들어야 하는 어려움이 있는데, 그것은 수학의 자세한 역사를 알 수 없다는 것이다. 그러나 정보화 시대에 이러한 조사는 우리들에게 남겨진 과제라 보며 수업에서 직접 활용할 수 있는 학습 자료의 개발이 조직적이고 철저한 연구에 의해서 이루어져야 할 것이다.

우리의 많은 학생들이 수학을 어렵고 따분한 과목으로 생각한다. 또한 현재의 입시위주의 수학풀이는 문제를 반복적으로 많이 풀어서 푸는 방법을 암기하고 손으로 쓰다보면 손이 문제 푸는 방법을 기억하게 되는 우를 범할 수도 있다. 이런 학습방법을 가지고는 이해력이나 응용력과 창의력을 기를 수 없으며 수학 그 자체에서 흥미와 즐거움을 느낄 수 없을 것이다. 반면에 외국의 학생들은 수학을 ‘누구나 할 수 있는 것’, ‘변화하며 발전하고 생성하는 것’으로 즉 창조적이며 발전적인 것이라 생각한다고 한다. 따라서 수학은 하면 된다는 생각을 가지고 있다. 그들이 우리와 다른 생각으로 수학을 공부하는 이유가 어디에 있을까? 아마 수학시간의 문제풀이에서 느끼면서 풀어 가는 재미와 즐거움으로 생각하는 수학에 열중했기 때문일 것이다. 수학을 시간을 가지고 느긋하게 생각하면서, 자신의 사고를 표현할 수 있고 누구나 할 수 있다는 느낌을 가지도록 여유 있게 가르쳤을 것이다. 인간은 지적 호기심만 자극한다면 자발적으로 학습도하고 노동도 한다고 한다. 수학시간의 내용 중에서 퍼즐문제, 수학 이야기, 정보화 시대에 수학의 필요성, 교과서 문제들의 시각화 등은 수학의 흥미를 끌어 낼 수 있는 양념 역할을 할 수 있다. 수학에 관한 재미있는 그림이나 호기심을 자극할 수 있는 것을 보여주고 생각하게 하거나 거시적인 수학과 수학의 역사 등 수학과 관련된 책들을 읽게 함으로써 수학의 중요성을 인식하게 할 수 있을 것이다.

3. 수학교육에서 수학사의 역할

이제 역사 발생적 원리를 활용한 수학교육과 이를 위해 수학사를 수학교육에 도입하는 것이 과연 어떤 영향을 미치는지 그 필요성과 중요성에 대해 살펴보려고 한다.

첫째, 수학교육 연구에 중요한 자료를 제공해 준다. 수학사는 인류라는 가장 큰 학습자의 과정이므로 수학사에서 찾아볼 수 있는 일련의 수학적 구조나 개념 형성 발달 과정의 고찰은 학생들의 수학적 구조나 개념의 형성과정을 이해하고 연구하는데 도움이 된다. 수학의 역사적 발달 과정과 개인에 있어서의 수학의 심리적 발달의 매커니즘, 그리고 그 상호 관련성의 규명과 그에 따른 실제적인 지도법예의 개발에 관한 문제 역시 수학의 발달과정 즉, 수학의 역사가 수학교육의 연구에 중요한 근거가 되고 있다는 것을 보여준다. 둘째, 수학 학습에 생기를 주고 학습동기를 유발시켜준다. 수학의 역사를 살펴보면 연구 중에 있는 수학자들에게 수학은 우연히 알려진 사실들의 완벽한 체계가 아니고 날마다 새로워지는 가설적인 이론이며 당연히 실수가 있을 수 있는 것이다. 그러나 이것과 비교해 볼 때, 수업에서 교사는 학생들에게 그가 가르치는 내용에 대해 완벽한 지식을 습득한 것으로 인식되므로 알고 있는 자와 모르는 자 사이의 절대적인 차이가 존재한다. 따라서 수학사를 통해 수학에 관한 이론들이 지금도 완벽으로 가는 단계에 있음을 인식시켜 학생들로 하여금 수학의 진정한 모습을 접할 수 있게 하는 것이다. 반복과 연습에서 벗어나 점진적으로 일반적이고 추상적인 지식을 습득할 무대를 마련 할 수 있다면 수학 수업은 분명히 학생들에게 수학 학습에 대한 동기를 유발시킬 수 있을 것이다. 셋째, 다양한 문제 해결 방법을 제공해 준다. 수학사를 보면 현재 중·고등학교 교과서에 나오는 문제에 대하여 교과서에 제시되어 있는 해결 방법 이외의 여러 가지 다양한 해결 방법들을 찾을 수 있다. 각각의 방법들은 나름대로의 특징과 학생들에게 유익한 시사점을 줄 수 있으므로 학생들에게 틀에 박힌 문제해결 방법에서 벗어난 다양한 방법들을 경험하게 할 수 있다. 교과서에 제시되어 있는 지도내용은 학생들이 성취해야할 기준을 제기한 것이므로 학생들의 능력에 따라 지도 내용을 보충·심화시켜야 한다. 수학사는 바로 이러한 다양한 문제 해결 과정이나 방법을 배울 수 있는 기회를 제공하며 교사에게는 학생들이 이해하기 쉽고

개념 형성에 도움이 될 수 있도록 지도 과정이나 방법을 선택하는데 도움을 줄 수 있다. 넷째, 학생들이 겪는 학습상의 어려움에 대해 적절한 대처 방법을 제공한다. 수학 수업에서 발견되는 심각하거나 보편적인 오해나 실수들이 그에 대응하는 수학의 역사에서도 있기 때문이다. 따라서 그러한 수학사에 대한 경험이 없었다면 학생들의 오류를 단지 학생의 논리적인 무능력이나 지적인 무능력에서 기인한 것으로 판단해 버릴 수 있다. 역사적으로 음수는 실제로 존재하는 성질의 기호적인 표현이 아니라 뺄셈과 방정식 풀이 때문에 도입된 인공적인 개념으로, 고대로부터 사용되었으나 개념적으로 의미 있는 대상으로 받아들여지지 않았다. 오늘날 널리 이용되고 있는 수직선도 인공적인 모델로 음수의 모든 연산을 직관적이고 명확하게 해주지는 못했으며 매우 복잡한 인위적인 정당화를 몇 가지 할 수 있을 뿐이었다. 이러한 문제의 해결은 수학사에 등장한지 1600년이 지난 19세기에 이르러서야 ‘진정한’ 수학적 개념으로 받아들여졌다. 이 수학적 주제를 이해하는 것을 가로 막았던 지적 장애물이 오늘날의 학생들의 이해도 가로막을 수 있음을 역사적 진행을 통하여 명심해야하고 이들 장애물에 대한 인식이 학생들의 어려움을 이해하고 예측하고 극복하는 데 도움이 될 것이다. 다섯째, 수학의 형성과정에 대한 이해를 도와준다. 대부분의 학생들은 수학이 하늘에서 이미 만들어져 우리에게 그냥 던져진 것으로 생각하며 마치 어떤 물건이 어떻게 어떤 과정을 거쳐서 현재의 물건으로 존재하는가에 대한 시간적으로나 가치적인 면에 대한 인식이 전무한 상태에서 그 물건을 대하고 사용하는 경우처럼 수학을 의미 없이 받아들이고 있다. 진법의 출현이 역사적으로 다른 장소, 다른 시대에 출현하여 서로 발전되었다는 것 역시 인간이 왜 수학을 만들었는가를 보여주는 좋은 예가 된다. 이는 학생들로 하여금 여러 가지 자연 현상과 일상생활 속에서 수학적 아이디어를 발전시키고 하고 수학과 철학, 종교가 서로 연관성이 있다는 것을 알게 하며 호기심이 수학적 아이디어를 추상화하고 일반화시킬 수 있다는 것을 알게 하는 것이다.

수학교육에서 수학사의 교육적 이용의 중요성과 가치에 대하여 다음과 같은 이점을 들고 있다. 첫째, 알고리즘인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는데 이용할 수 있다. 둘째, 교육 과정 구성에서 자연스러운 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다. 셋째, 수학의 역사적 발달 과정을 소급해 보고 수학적 사고의

인간적인 모습을 접하여봄으로써 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어 넣을 방안을 찾을 수 있다. 넷째, 현대 기술 문명 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다. 또한 아비텔(Shamuel Avital)은 수학의 역사적 발달과 우리가 가르치는 주제들을 연관시킴으로써 다음과 같은 목표를 성취할 수 있다고 말한다. 첫째, 수학에서 발견 과정을 따르려고 노력함으로써, 우리의 교수방법을 개선시킬 수 있다. 둘째, 수학의 역사적 발달은 단순한 정보의 전달이 아니라 탐구하고 고찰하는 교실 분위기를 만들 수 있도록 유도한다. 셋째, 수학의 역사적 발달은 답이 존재하지 않는 문제도 포함시키도록 알려준다. 넷째, 학생들에게 미해결 문제를 알려주면, 수학이 문제와 씨름하는 즐거운 활동이 존재하는 미완성 과목이라는 사실을 알게 한다. 다섯째, 수학의 역사적 발달은 학생들에게 수학을 연구하는 감상적인 면을 보여 줌으로써 수학을 부드럽게 만드는 데 도움을 줄 수 있다 ([14]).

이렇듯 수학사는 수학을 지루하고 딱딱한 교과가 아니라 흥미롭고 재미있는 교과로 인식시킬 수 있고 수학사를 배움으로써 학생들은 수학학습 중에 겪는 어려움을 이해할 수 있다. 또한 수학자들의 시행착오과정을 배움으로써 수학학습과정상의 어려움에 대처할 수 있는 방안의 실마리를 찾을 수도 있다. 수학은 오랜 세월을 거쳐 수많은 시행착오를 통해 오늘날의 모습을 이루게 되었고 그 발전의 내면에는 많은 수학자들의 고뇌와 노력이 점철되어 있다. 많은 수학자들의 다양한 일화나 수학적 변화과정은 학생들에게 흥미를 유발시켜 수학 수업에 집중시킬 수 있고 문제해결 능력을 증진시킬 수 있을 것이다. 그러므로 수학적 아이디어의 발생과 그 과정을 간과하여 수학적 사고과정의 중요성을 놓쳐서는 안 되는 것이다. 수학의 역사에서 발견되는 여러 가지 사실을 통해서 수학은 적용범위가 광범위한 기초과학 과목이라는 폭넓은 이해를 갖는데 도움이 된다. 또한 수학 수업에 지도하고 있는 내용의 역사적 배경은 물론이고 인류 문명의 발달에 미친 수학의 결정적인 영향력에 대한 설명과 더불어 위대한 수학자의 생애와 그 업적에 대한 이야기를 자주 해줌으로써 수학의 중요성과 가치를 인식하고 수학을 즐길 수 있도록 해주어야 한다.

Ⅲ. 수학사를 활용한 수학교육의 흥미유발

1. 수학사를 활용한 교재개발

가. 교재개발의 필요성

학생들이 수학시간에 수학을 공부하려는 동기유발을 증대시키고 수학을 재미있게 할 수 있게 하기 위해서는 많은 자료들이 연구되어야 한다. 그러한 자료들 중에서 앞장에서 언급한 바와 같이 수학사를 활용한 학습 자료들은 수업시간에 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 수업에서 수학사를 활용해야하는 중요한 이유 중의 하나는 수학에 대한 관심과 흥미를 가지게 하는 것이다. 또한 실제 생활에서 수학이 어떻게 쓰였는지, 수학이란 무엇인지, 수학이 인류문화와 문명의 발전에 어떤 역할을 하였는지, 왜 수학을 배워야 하는지, 어떻게 수학은 발전하고 변화하였는지의 수학의 연구 활동이 구체적으로 어떻게 진행되고 있는지 등의 수많은 내용과 의문들이 있을 것이다. 이러한 문제와 이야기 거리 들을 잘 정리하고 활용하여서, 학생들에게 수학에 대한 흥미와 즐거움을 주어야 한다.

역사적으로 미해결 문제들을 풀기 위한 많은 사람들의 엄청난 노력으로 수학의 이론들이 형성되었고, 어떤 경우에는 엉뚱한 수학 분야가 발전하기도 하였다. 수학사를 활용한 수업을 진행한다면 우리는 이렇게 수 천 년 동안 축적된 수학 지식과 지혜를 몇 년 만에 습득하고 전수 받을 수 있는 것이다. 조상들이 직면했던 어려운 수학 문제들과 새로운 개념들을 대면했을 때, 이해하고 해결할 수 있는 탐구와 개척의 정신으로 해결하는 기쁨을 얻을 수 있다. 수학의 역사와 내용에서 무엇인가를 배우고 안다는 것은 즐거운 것이며, 수학사는 인생의 지혜가 되는 가치관을 확립하는데 있어서 좋은 학습 자료가 될 것이다. 물론 학교교육에 있어서 교과서는 핵심적이고 전통적인 자료이다. 하지만 학습의 효과를 높이기 위해서는 교과서 외의 자료들 또한 필요할 것이다. 그 중의 하나로 수학사를 수학교육에 활용할 수

있는 자료를 개발해 낸다면 많은 도움을 줄 수 있으리라 여겨진다.

나. 교재개발의 다양한 측면

수학의 역사를 수학 교과서의 내용에 많은 분량으로 편성할 수는 없을 것이며, 또한 수학사가 수학의 이론과 내용의 핵심도 아니다. 그러나 수학교사는 수학의 역사를 이해하고, 많은 지식을 습득하여 학생들의 수준과 지적인 배경을 생각하여, 수학 지도에서 탁월한 감각과 연출로 학생들을 매료시켜야 할 것이다. 수학사를 활용한 교재개발에 있어서 몇 가지 체제를 생각해 보면 먼저 수학사를 역사 순서대로 접근할 수 있다. 전체적인 역사에서 시대의 분류와 흐름과 더불어 특별한 수학적 개념의 역사 순서대로 생각 할 수 있다. 예를 들면, 수의 역사, 삼각함수의 역사, 기하학의 역사, 함수의 역사 등이 그것이다. 다음으로 수학사를 인물 중심으로 접근할 수 있다. 수학자 개인들이 왜 수학을 연구하고 어떤 과정에서 수학을 창조하고, 정리하였는지, 수학자의 업적과 삶은 어떠했는지 알아볼 수 있다. 예를 들면, 그리스의 수학자들, 아라비아 수학자, 데카르트, 뉴턴, 라이프니츠, 가우스, 헤르베르트, 칸토르, 그리고 한국수학자들 등이 있다. 수학사를 수학교육 방법적인 측면으로 접근 할 수 있다. 예를 들면, 무리수의 발견 과정, 십진법의 사용과정, 파이(π)의 발견 과정, 삼각수와 등차수열의 합, 수학의 기호와 계산, 피타고라스의 정리의 발견과 활용 등 많은 것들이 있다.

옛날의 수학 책들에 제시되는 실제적인 문제들을 그대로 수학의 학습 내용에 추가하여 학생들에게 제시함으로 사고력을 자극시킬 수 있다. 수학사의 내용들 중에서 참고서나 인터넷 등으로 찾을 수 있는 역사적인 사실, 이야기의 내용과 자료 그리고 역사적 과정 등을 조사하여 발표하게 함으로써 학생들의 탐구 정신과 창의성을 자극하고, 성취감을 갖게 할 수 있다. 예를 들면 역사적인 수학자들, 현대수학의 여러 분야들, 여러 가지 문제들과 풀이과정 등을 찾아 발표하고 토론 할 수 있다.

2. 수학을 활용한 수업의 실제

가. 역사적 개관

우선 각 단원에 나오는 수학적 내용에 대한 역사적 개관을 정리해 보면 다음과 같다.

<표1> 7-가 단계의 역사적 개관

단원	내용	역사적 개관
I. 집합과 자연수	● 집합	집합론을 창시한 칸토르(Cantor, G. : 1845~1918)는 1872년 그의 논문에서 「집합이란 우리들의 직관 또는 사고의 대상 m 중에서 판단 기준이 명확히 서로 구별되는 것들을 하나의 전체로 본 M을 가리킨다. 이때, m을 M의 원소라고 부른다.」라고 정의하고 있다. 칸토르의 정의에 의하면 집합은 개개의 원소가 명확하게 구별(불변성, 변별성)되어야 하고 각 원소에 대한 사고의 범위가 분명해야 한다는 것이다. 칸토르의 집합론은 데데킨트(Dedekind, J.W. : 1831~1916)의 영향을 받았는데, 데데킨트는 이른바 절단(切斷, cut)의 개념으로 무리수를 정의하였다. 이 사실에 의하여 실수의 구조가 명백해지고 실수는 한 직선 위의 점과 일대일 대응을 이루게 됨이 밝혀졌다. 칸토르는 이와 같이 「수」의 집단이 「점」의 집단으로 대치될 수 있음에 착안하여 이러한 점의 집단의 개념을 추상화시켜 「집합」의 개념에 도달하였다. 칸토르는 그의 집합론에서 여러 가지 독창적인 생각을 전개하였는데, 그 중에서 「개수」에 대응하는 「농도(濃度), cardinality」의 개념을 도입하여 두 집합의 원소 사이에 일대일 대응이 가능할 때 이 두 집합은 같은 농도를 가진다고 정의함으로써 무한의 개념에 대한 분석에 착수하였다. 칸토르에 의해 집합의 개념이 소개된 이후, 공간 개념이나 기하학은 집합론을 기초로 하여 재정립되었으며, 해석학에 있어서도 극한이나 함수, 연속, 미적분의 모든 개념들이 집합론적으로 재정립되었다. 수학에서의 공리론적 접근 방법의 발달과 함께 추상 공간이 탄생하게 되었고, 차원이론, 측도론 등이 생겨났으며, 위상수학의 이론이 급속히 발전하였다.

단원	내용	역사적 개관
	● 집합	대수학의 분야에서도 종래의 대상(element)중심의 연구에서 대상의 모임에 연산을 고려하는 구조적 입장으로 전환하게 됨으로써 추상대수 이론이 정립되게 되었다. 이와 같이 현대 수학의 모든 분야에서 집합론을 사용하지 않고는 어떠한 이론도 발전적으로 전개하기 어려운 지경이다.
II. 정수 와 유리수	● 유리수	흔히 음수의 개념은 7세기경 인도에서 발견한 것으로 생각하고 있다. 그것은 당시의 수학자인 브라마굽타 (Brahmagupta:588~660?)가 자신의 책 속에서 음수의 개념을 다루고 있었고, 그것이 13세기쯤 아라비아 숫자와 함께 서양으로 유입되었기 때문이다. 그런데 고대 중국의 한나라 시대의 수학책인 「구장산술(九章算術)」에 양수, 음수의 덧셈과 뺄셈 방법이 서술되어 있는 것으로 보아 중국에서는 브라마굽타보다 더 옛날에 이미 음수가 취급되었음을 알 수 있다. 한편, 분수는 인류 문화와 함께 생겨났을 것으로 생각되고 있다. 이를테면 어떤 물건을 분배하기 위하여 자연 발생적으로 분수의 개념이 필요하였을 것이다. 실제 고대의 기록에도 그러한 흔적이 많이 나타나고 있다. 특히 고대 이집트에서는 단위분수가 사용되었고, 바빌로니아에서는 분모가 60의 거듭제곱으로 된 분수도 사용되었다. 그러나 이때의 분수 기호는 오늘날의 기호와 같지 않다. 오늘날의 분수 기호가 정착된 것은 대체로 르네상스 시대 이후로 보고 있다.
	● 자연수	자연수(natural number)는 인류 사상 최초로 활용된 수이며 물건의 개수를 세는 데부터 출발하였다. 독일의 수학자 크로네커(Kronecker, L. : 1823~1891)는 「자연수는 신이 만들었고, 기타의 수는 인간이 만들었다.」 하여 자연수를 가장 최초로 수학적인 수의 개념으로 보았다. 자연수는 두 가지 측면을 가지고 있다. 즉, 가장 기본적인 수로서 유한집합의 크기를 나타내는 집합수 또는 기수(基數, cardinal number)로서의 성격과, 또 유한정렬집합의 순서를 나타내는 순서수(順序數, ordinal number)로서의 성격을 지니고 있다. 같은 수 5를 5개의 원소를 가지는 집합의 크기로 볼 때는 집합수이고, 한 줄로 늘어놓은 사물의 계열에서 5번째 것을 가리킬 때는 순서수가 되는 것이다. 자연수의 공리계는 1895년 페아노(Peano, G. : 1858~1932)에 의하여 「페아노의 공리계(The Peano Axioms for Natural Number)」가 설정되면서부터 연구되었다.

단원	내용	역사적 개관
Ⅲ 문 자 와 식	● 문자 기호	수학의 역사에서 문자 기호가 언제부터 사용되었는지 정확히 말하기는 어렵다. 그러나 문자 기호를 대수적으로 취급하여 대수학을 발전시킨 사람은 비에트(Viete, F. : 1540~1603)로 알려져 있다. 비에트의 기호법에서는 미지수와 기지수를 모두 문자로 나타내었기 때문에, 미지수나 기지수를 같은 형식으로 계산 할 수 있었다는 점에서 획기적인 것으로 볼 수 있다. 문자 기호를 사용하는 방법은 그 후 데카르트(Descartes, R. : 1596~1650)에 의해 완성되었는데, 그는 미지수에는 문자 $x, y, z, \dots$를, 그리고 기지수에는 문자 $a, b, c, \dots$를 사용했었다. 이때부터 오늘날과 같이 형식적인 면에서 완전한 문자 기호의 사용이 이루어졌다.
	● 방정식	동서양을 막론하고 방정식의 문제는 오랜 역사를 가졌으나 초기에 발달한 내용은 자세히 알 수가 없다. 동양에서는 1세기경에 쓰여졌다고 전해진 「구장산술」의 제9장 방정장에서 방정식이 취급되고 있다. 「방정식」이라고 하는 말은 여기에서 유래된 것이고 「방」은 비교한다는 뜻이며, 「정」은 식을 뜻하고 있다. 이차방정식의 해법이 정리된 형식으로 책에 쓰여진 것은 9세기이다. 7세기 이전까지 아라비아에는 수와 기호는 전혀 없었으나, 뒤에 인도, 이집트, 그리스의 수학이 통합되어 아라비아의 수학이 탄생하면서 이차방정식의 해법도 비로소 식으로 정리된 것이다. 삼차방정식의 해법은 이탈리아 수학자 타르탈리아(Tartaglia, N. : 1500 ?~1557)가 발견하였다. 그리고 사차방정식의 해법은 타르탈리아와 동시대의 이탈리아 수학자 카르다노(Cardano, G ; 1501~1576)의 저서에서 볼 수 있다. 한편, 사차방정식의 해법이 카르다노의 책에 실려 있기는 하나, 그것을 발견한 것은 카르다노의제자인 페라리(Ferrari, L.; 1552~1565)라고 전해지고 있다. 삼차방정식이나 사차방정식의 일반적인 해법을 취급한 것은 프랑스의 수학자 비에트이다. 그는 수학에서의 해석적 방법을 명확하게 사용한 최초의 사람이다. 삼차방정식과 사차방정식의 해법이 해결되자 많은 수학자들이 오차방정식의 해법에 참여했다. 그러나 이 문제는 19세기 초기의 노르웨이의 아벨(Abel, N. H ; 1802~1929)과 프랑스의 갈루아(Galois, E.; 1811~1832)에 의해 해결되었다. 아벨과 갈루아는 「오차 이상의 방정식에는 그 계수에 사칙연산과 근호만을 사용해서 얻어질 수 있는 근의 공식은 존재하지 않는다」라고 결론을 내리고 있다

단원	내용	역사적 개관
IV 함 수	● 함수	함수(function)의 개념을 처음 사용한 것은 라이프니츠(Leibniz, G.W.: 1646~1716)이다. 그는 변수 x의 값의 변화에 따라서 다른 변수 y가 정해지면 y를 함수라고 정의하였고, 특히 곡선 방정식이 함수라고 생각하였다. 오일러(Euler, L. ; 1707~1783)는 「무한해석서설」(Introduction analysis infinitorum, 1748)에서 1개의 변수의 함수란 그 변수와 몇 개의 상수로 만들어진 해석적인 식이라고 하여 곡선과 함수의 개념을 분리하려고 하였다. 그가 말하는 함수란 다항식, 유리식, 무리식 등의 대수적 함수와 로그함수, 지수함수, 삼각함수 등이 포함된 초월함수를 의미한다. 코시(Cauchy, A.L. ; 1789~1857)는 「해석교정」(Courd'Analyse, 1821)이란 책에서 여러 변수 가운데 하나에 어떤 값을 주면 그에 따라 다른 변수의 값이 정해지는 관계가 있을 때, 처음 변수를 「독립변수」, 그 외의 다른 변수들을 「종속변수」라 부르고 이것을 그 독립변수의 함수라고 정의하며 변수 사이의 관계로 함수를 정의하였다. 코시 자신은 오일러와 같은 입장에 서서 함수를 취급할 때가 많다. 그러나 코시의 함수의 정의는 오일러의 정의와는 다르게 「해석적인 식으로 나타내진다」라는 조건이 없고, 변수 사이의 관계, 즉 대응으로 간단히 규정을 짓고 있다. 이것은 주목할 만한 점이다. 이 정의로부터 함수라는 것을 개개의 x의 값에 대하여 y의 값이 정해지는 일종의 규칙으로 파악하게 되는 동기가 된 것이다. 현대적 의미의 함수는 디리클레(Dirichlet, P.; 1805~1859)에 의해 기초가 세워졌다. 그는 두 변수 x와 y 사이에 대응이 있으면 수식이나 법칙에 관계없이 코시의 함수가 성립한다고 보아, 순수한 수와 수(점과 점)의 대응을 함수로 보는 함수에 대한 정의의 기틀을 세우게 된 것이다. 그리고 칸토어(Cantor, G.; 1845~1918)의 집합론, 바이에르슈트라스(Weierstrass, K, T ; 1815~1897)의 함수론, 데데킨트(Dedekind, J. W. ; 1831~1916)의 대수적 정수론에 힘입어 오늘날과 같은 함수 이론의 발달을 보게 되었다.
	● 함수의 그래프	처음으로 직교좌표를 써서 함수를 그래프로 나타낸 것은 데카르트(Descartes, R.; 1596~1650)였다. 그는 기하학과 대수학을 하나로 묶어 직선, 원, 타원, 포물선, 쌍곡선과 같은 기하학적 도형을 간단히 일차방정식, 이차방정식과 같은 대수식으로 나타내고 평면 위에 그래프로 나타낼 수 있는 방법인 해석기하학을 창시하였다.

<표 2> 7-나 단계의 역사적 개관

단원	내용	역사적 개관
I 통 계	● 통계학	통계학은 17세기에 독일, 프랑스, 영국에서 발생하였다. 영국의 그랜트(Graunt. J. ; 1620~1674)는 통계 자료를 분석하여 사회 현상 속에 있는 어떤 규칙성을 찾고자 노력하였고, 할리(Halley,E ;1656~1742)가 만든 사망표는 생명보험의 보험료를 산출하는 데 크게 기여하였다. 또한, 18세기 중엽부터 확률의 개념이 통계학에 영향을 주면서 통계학의 이론은 더욱 발전하였다. 프랑스에서는 파스칼(Pascal, B. ; 1623~1662), 페르마(Fermat. P. ; 1601~1665) 등의 수학자에 의한 도박의 수리 이론, 베르누이(Bernoulli, J. ; 1667~1748)의 큰수의 발견 등이 종합되어 라플라스(Laplace, P, S. ; 1749~1827)에 이르러 고전 확률론의 완성을 보게 되었다. 가우스(Gauss, K. F. ; 1777~1855)는 오차분포에 대한 정규곡선식을 발표하였고, 피어슨(Pearson, K. ; 1857~1936)은 기술 통계학을 완전히 정립시켰다. 현대 통계 이론인 추측 통계학의 발달은 통계학자인 피셔(Fischer, R. A. ; 1890~1962)의 실험 계획에 관한 이론과 통계적 추정 이론의 발표가 효시가 되었다.
II 기 본 도 형 과 작 도	● 기하학	원래 실용적인 이유에서 발생하여 발달한 수학은 점차로 경험적 지식이 누적되면서 이론적으로 체계화되어 논증적인 측면을 중시하게 되었다. 따라서 논증의 증거가 되는 가정, 즉 공리계의 설정이 필요하게 되었으며, 그 공리계의 설정에 따라서 여러 가지 수학이 발달되었다. 수학의 한 분야인 기하학은 영어로 geometry라고 하는데, 이것은 geo가 「토지」, metry가 「측량한다」는 뜻이라는 사실에서 그 기원을 잘 나타내고 있다. 고대 이집트에서는 해마다 나일강의 홍수가 지나가고 나면 토지의 경계가 없어져서 본래대로 경작지를 다시 구분해야 하는 등 애를 먹었다고 한다. 이런 이유로 토지를 측량하는 기술이 발달하게 되었는데, 이것이 오늘날의 기하학의 기초가 되었다. 이 이집트의 실용 수학을 그리스에 들여온 사람이 탈레스(Thales;640?~546? B.C.)인데, 그는 실용적인 수학을 근거로 해서 이론적 연구에 몰두하여 실용 기하학에서부터 이론 기하, 논증 기하의 시초를 이루게 되었다. 즉, 탈레스는 구체적인 도형을 벗어나서 추상적이고 일반적인 도형의 성질을 연구하는 추상 과학의 길을 닦은 것이다.

단원	내용	역사적 개관
II 기 본 도 형 과 작 도	● 기하학	탈레스의 뒤를 이어 논증 기하를 발전시킨 사람은 피타고라스(Pythagoras ; 572?~492? B.C.)인데, 그를 중심으로 한 학파는 기하와 수론과의 연관성을 연구하였다. 예를 들면, 유명한 피타고라스의 정리를 사용하여 직각삼각형의 변의 길이를 나타내는 정수(피타고라스의 수)를 찾아내는 방법을 생각해 냈던 것이다. 그 후, 그리스의 수학은 소피스트(sophist)들을 중심으로 3대 작도문제가 연구되었고, 철학자 플라톤(Platon : 427?~347 B.C.)이나 논리학자 아리스토텔레스(Aristoteles ; 383~322 B.C.)에 의하여 추론의 형식, 정의, 공리에 대한 연구가 추진되었고, 그 연역적 전개 방법이 확립되었으며, 이런 배경에서 유명한 수학자 유클리드(Euclid ; 330?~275? B.C.)는 「유클리드 원론(Elements)」을 저술하였다. 유클리드는 이 「유클리드 원론」에서, 그리스 시대까지에서 얻어진 기하학의 지식을 집대성하여 하나의 논리적 체계를 완성하였으며, 기하학의 기초를 확립하였다.
III 도 형 의 성 질	● 기하의 개념	기하학은 II단원의 교재 연구에서 살펴보았듯이 이집트의 실용적 기하학을 시작으로 하여 그리스의 이론적 기하학을 거치면서 비로소 학문으로 발전되었고, 유클리드에 의해 보다 체계적으로 논리적으로 정리되어 힐베르트에 이르러 완벽한 공리계가 만들어지게 되었다. 현재의 기하학은 유클리드기하학, 비유클리드기하학, 위상기하학 등으로 분야가 나누어지면서 발달하고 있다. 이러한 기하학의 발달과 더불어 학생들의 사고 과정을 이해하고 학생들의 각 수준에 알맞은 모델을 만들어 내는 것은 더욱 중요한 문제일 것이다.
IV 도 형 의 측 정	● 부피	이탈리아의 수학자 카발리에리(Cavalieri, F. B. ; 1598~1647)가 발표한 많은 이론 중에서 「카발리에리의 원리」는 부피를 구할 때 매우 편리하다. 카발리에리의 원리란 두 개의 입체도형에 대하여 「평행으로 자른 단면의 넓이가 항상 같으면 그 입체도형의 부피도 똑같다」는 것이다. 이 카발리에리의 원리를 이용하면 삼각뿔의 부피가 삼각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임을 설명할 수 있다. 즉, 「밑면과 높이가 같은 두 개의 각뿔은 같은 부피를 갖는다.」는 원리를 이용하면 보다 쉽고 정확하게 설명할 수 있다.

단원	내용	역사적 개관
IV 도 형 의 측 정	● π 의 연구	원주율의 값은 아르키메데스에 의해 새로운 국면을 맞이하게 되었는데, 아르키메데스가 사용한 방법은 다음과 같다. 우선 원에 내접하는 정육각형과 그 원에 외접하는 정육각형을 그린다. 이렇게 하면 원의 둘레의 길이는 「내접하는 정육각형의 각 변의 길이의 합보다 길며, 외접하는 정육각형의 각 변의 길이의 합보다 짧다.」는 것을 알 수 있다. 즉, 원의 둘레의 길이는 그 사이에 있다. 그러므로 각각 정육각형에서 정12각형, 정24각형, 정48각형, 정96각형, ...하는 식으로 발전시켜 나가면 점점 원의 둘레의 길이에 근접함을 알 수가 있다. 아르키메데스는 이렇게 하여 원에 내접하는 정96각형 및 원에 외접하는 정96각형의 길이에서 π의 값이 3.1408과 3.1428사이에 있다는 점을 감안하여 $\pi=3.14$라고 정하였다. 이러한 아르키메데스의 방법을 이용하여 이후의 학자들에 의해 경쟁적으로 원주율의 값을 만들어 나갔고, 미적분학이나 컴퓨터의 등장에 의해 원주율을 구하는 방법도 달라져 지금은 최소한 500억 자리의 수 이상까지 구할 수 있다.

나. 지도의 실제

이 절에서는 중학교 7단계의 각 단원을 가지고 수학사적인 내용을 활용하여 실제 지도 방법에 대해 살펴보려고 한다.

(1) 십진법과 이진법

(가) 수학사 활용의 필요성

기수법 단원의 처음부터 대부분의 교과서는 십진법의 원리와 그 전개식으로 바로 내용이 전개된다. 교사와 아이들 모두 이미 초등학교에서 십진법과 그 전개식을 배웠기 때문에 간단히 설명하거나 확인하는 수준에서 십진법 단원을 끝내게 되며 10~15분 정도면 단원을 모두 공부하게 된다. 따라서 아이들은 위치기수법의

원리나 기수법이 다름에 따라 같은 숫자도 세는 방법과 표기법이 달라지는지 생각해 보는 기회를 갖지 못한 채 기수법을 마치게 된다. 심지어 숫자를 표기하는 방법은 십진법밖에 없다고 믿기도 하는데 따라서 이것은 십진법 이외의 기수법을 이해하는데 장애요소가 되기도 한다. 이럴 때 수학사 활용으로 인류가 숫자를 세는 방법을 어떻게 발전시켜 왔는지, 숫자를 어떤 방법으로 셀 수 있게 되었는지, 왜 거의 모든 사람들은 아라비아 숫자를 사용하는지 등을 생각해 보는 기회를 가질 수 있을 뿐 아니라 십진법 속에 숨어있는 위치기수법의 진정한 의미를 이해할 수 있을 것이다.

(나) 지도방안 및 목표

- ① 교사가 발문과 수업 자료를 적절히 제시하면서 강의식으로 진행하며 가끔 아이들에게 실제로 그 과정을 해보도록 하여 체험할 수 있는 기회를 주면서 진행할 수 있다.
- ② 인류가 어떤 방법으로 수를 세고 셈하였는지 발문을 한 뒤, 그 발문에 적당한 여러 자료를 제시하여 아이들 스스로 생각하는 기회와 시간을 주고 자신의 의견을 다른 사람들과 통합, 정리해 나가는 과정에서 어떻게 숫자를 만들고 기수법을 발견하였는지 이해할 수 있다.
- ③ 기본수를 택하고 그 기본 수 만큼 수를 세면 자리를 올리는 위치기수법의 원리를 깨닫기까지 시간이 매우 오래 걸렸다는 사실을 이해함으로써 수학의 역사성을 체득할 수 있다.
- ④ 기본수를 어떤 숫자로 택할 것인가에 따라 여러 기수법이 있을 수 있음을 이해할 수 있다.
- ⑤ 고대에는 각 민족마다 각기 다른 숫자와 기수법을 사용하였지만 현재 세계적으로 인도-아라비아 숫자가 사용되는 것은 그 숫자가 추상적이고 쓰기 손쉽기 때문이기도 하지만 0을 사용하여 위치기수법의 원리로 숫자를 표기하여 기록과 계산이 쉽기 때문임을 이해할 수 있다.

(다) 유의사항

- ① 강의와 자료 제시를 위주로 수업이 진행되므로 아이들이 바른 자세로 경청

할 수 있어야 한다. 따라서 적절하고 흥미 있는 발문과 자료를 종합하여야 한다.

- ② 신체로 수를 셀 때는 몇 명의 아이들이 앞에 나와서 시범을 보이게 함으로써 수업의 참여도와 집중도를 높이도록 한다.
- ③ 발문을 하고 자료를 제시한 후 충분히 생각할 수 있는 시간을 주어 다양한 의견을 발표할 수 있도록 한다.
- ④ 소란스러우면 수업을 진행하기가 몹시 힘들다. 그러나 약간의 소란은 참아야 수업진행을 할 수 있으므로 인내력이 요구된다.

(라) 수업절차 및 자료제시

① 교사와 학생의 질문 및 대답

⇒ 수는 어떻게 생겨났을까요? 옛날 사람들도 셈을 했을까요? 한 번쯤 궁금하게 생각해봤을 겁니다. 오늘은 여러분 모두가 원시인에서 출발해서 지금에 이르기까지 셈을 어떻게 하고 숫자를 어떤 방법으로 쓰게 되었는지 생각해보는 시간을 가져볼까 합니다. 준비됐죠?

⇒ 네!!

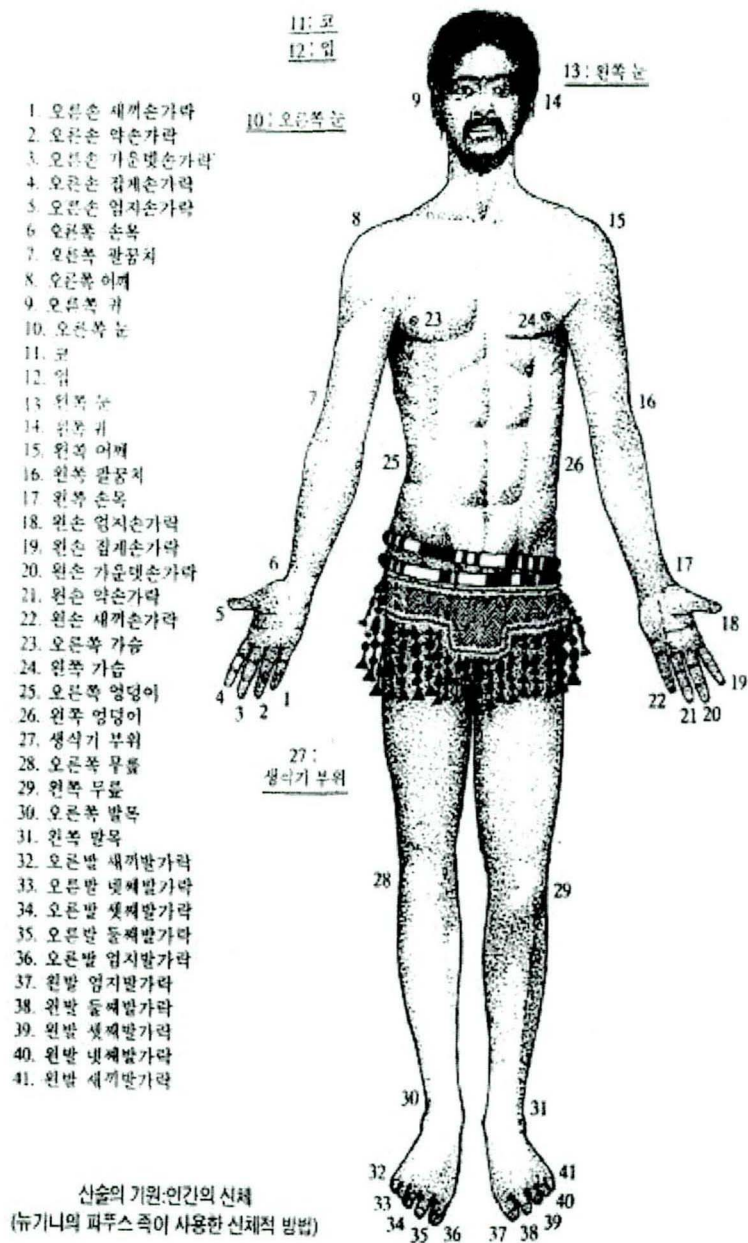
⇒ 그럼, 사람들이 처음 알게 된 수는 무엇이였을까요?

⇒ 하나요. 1이요.

⇒ 네. 예전에는 ‘하나’ , ‘둘’ 그리고 그보다 많으면 ‘많다’ 라고 생각했습니다. 까마득한 옛날 사람들은 기껏해야 1이라는 수와 그 짝인 2, 그리고 많다 정도를 구별해낼 수 있었다고 합니다. 현재도 아프리카의 피그미족이나 호주, 브라질의 원주민들 중에는 지금도 그 수준에 머물러 있는 사람들도 있다고 합니다. 다음은 어느 원시인이 숫자를 세는 방식입니다. 이 원시인은 6을 뭐라고 할까요?

1 - 아, 2 - 오아, 3 - 우아, 4 - 오아 오아, 5 - 오아 오아 아, 6 - ???, 7 - ???
--

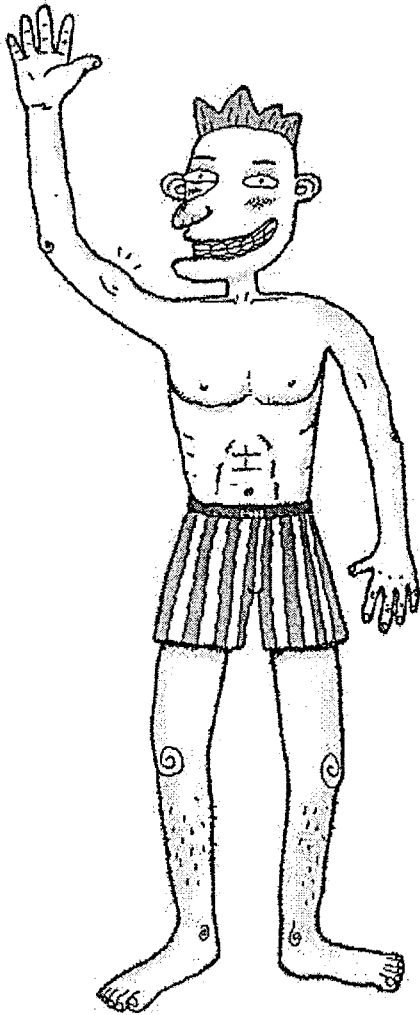
<그림 1> -산술의 기원1 (뉴기니의 파푸스족이 신체를 이용하여 셈했던 방법)>



____ 반 ____ 번 이름 : _____

<그림 2> -산술의 기원2

◎ 아이들과 함께 각 신체부위에 직접 숫자를 붙여 셈을 해 보자.



(마) 학습지

♠ 고대 이집트의 숫자는 다음과 같다.

1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
						
수직막대기 또는 한 획	뒤꿈치 뼈 또는 멍에	두루마리 또는 새끼줄	연꽃	지적하는 손가락	올챙이	놀라는 사람 또는 신

예를 들면, 13815는 오른쪽과 같이 나타낸다.



3698을 이집트 숫자로 나타내어라.

♠ 중국의 기수법은 다음과 같다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10^2	10^3	10^4
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬

예를 들면 7521은 七千五百二十一로 나타낸다.

80245를 한자로 나타내어라. ()

♠ 고대 이집트와 중국에서 숫자를 나타내는 방법은 지금 우리가 사용하고는 방법과는 달랐다. 어떤 점이 다른지 생각해 보고 아라비아 숫자와 십진법이 위의 숫자 표기법과 비교하여 편리한 점을 생각한대로 적어 보아라.

(1)

(2)

(3)

♠ 십진법의 수 123123에서 숫자 2가 각각 어떤 값을 나타내는지 써라.

(2) 방정식

(가) 수학적 활용의 필요성

수로만 계산하기 어려운 상황에서 미지수를 사용한 방정식의 도입은 필연적인 과정이었다. 방정식을 간단히 풀기 위해 식을 쓰는 방법에 대한 정교한 손질이 동반되어야 함은 물론이다. 이런 과정을 방정식의 도입에서 소개함으로써 수학의 역사성을 느끼게 할 수 있다. 특히 식을 간결하고 구조적으로 쓰고 사용하기 위한 수학자들의 노력을 소개하는 과정은 수학적 업적을 이루기 위한 많은 사람들의 노력과 열정을 생각하게 하는 기회를 줄 수 있다.

(나) 지도방안 및 목표

- ① 이 수업에 등장하는 수학자 해리어트, 비에트, 데카르트에 대한 에피소드를 곁들여 활기찬 수업을 할 수 있다.
- ② 방정식과 함께 문자사용에 대한 필요성이나 문자사용의 역사성을 다루게 하여 수학에 대해, 방정식에 대해 이해의 폭을 넓힐 수 있다.
- ③ 현재 문자를 다루는 방식에 대한 편리성을 느끼고 지금의 모습을 갖추기까지의 역사적 과정을 이해할 수 있다.
- ④ 방정식이 현실의 문제를 해결하기 위해 도입된 것임을 이해함으로써 방정식의 활용 단원에 대한 거부감을 줄일 수 있다.
- ④ 다양한 자료를 함께 제시함으로써 흥미를 가지고 방정식 단원을 시작할 수 있다.

(다) 유의사항

- ① 고대의 방정식의 예와 그 풀이를 제시한 이유는 실제로 그 문제에 대해 이해하기 위한, 또 그 풀이과정을 구체적으로 알기 위한 것이 목적이 아니라, 문자를 사용하지 않고 문제를 적고 풀기가 매우 어렵고 혼란스럽다는 것을 보여주기 위한 것이다. 따라서 문장으로 문제를 내고 풀면 문제의 뜻과 풀이 과정을 명확히 전달하기 어렵고 기록하기가 곤란하다는 점을 강조

하여 설명한다.

- ② 디오판토스에 대한 문제는 문장으로 된 문제와 식으로 정리한 것을 나란히 보여주어 어떤 것이 더 명확하게 문제의 뜻을 전달할 수 있는지 비교해보게 한다. 만약 이 식이 어렵다고 느낄 경우 다른 예를 들어도 좋다. ‘어떤 수에 2를 더하면 5가 된다’는 정도의 문제를 예를 들고 바로 옆에 식으로 나타낸 후 설명을 하면 더 명확하고 이해도 빠르다.
- ③ 문자를 쓰는 방법에 대한 설명 부분 역시 지금처럼 문자를 사용하는 것이 얼마나 편한 것인지, 지금처럼 식을 쓰기까지 얼마나 많은 사람들의 노력이 있었는지를 알려주기 위한 것이므로 자료를 제시하는 것으로 충분하다.

(라) 수업절차 및 자료제시

우리 인류는 아주 먼 옛날부터 수를 사용하여 계산을 하고 기록해 왔다는 것은 이미 배웠어요. 그러나 생활이 복잡해지면서 수의 계산만으로는 해결할 수 없는 문제들이 차츰 많아졌습니다.

예를 들어 빌린 돈의 이자를 계산한다거나 가뭄이 들어 수확량이 줄었을 때 세금을 얼마나 감해서 걷어야 될까 하는 문제를 풀려면 방정식이 필요하게 되었던 것이죠. 그럼 고대의 방정식은 어떤 것들이었는지 한 번 볼까요?

(예 1) 이집트의 승려 아메스가 남긴 파피루스에 실려있는 수학문제

어떤 수와 그 수의 $\frac{1}{7}$ 의 합이 24일 때, 어떤 수를 구하여라.

(예 2) 디오판토스의 묘비 문제

고대 그리스의 유명한 수학자인 디오판토스의 묘비에는 다음과 같은 글이 쓰여 있다.

그의 일생의 $\frac{1}{6}$ 은 소년 시대였고. 일생의 $\frac{1}{12}$ 은 청년 시대였으며, 다시 일생의 $\frac{1}{7}$ 을 혼자 살다가 결혼하여 5년 후 아들을 낳았다. 그의 아들은 아버지 생애의 $\frac{1}{2}$ 만큼 살았으며, 아들이 죽은 지 4년 뒤 그가 죽었다.

[위에서 제시한 자료는 다음과 같은 식을 쓴다.]

디오판토스가 x 살까지 세상을 살았다고 하면, 주어진 글에 의해 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{12}x + 4 = x$$

이 방정식을 풀면 $x=84$

따라서, 디오판토스는 84살에 세상을 떠난 셈이다.

⇒ 아! 그런 뜻이었어요?

이렇게 문자를 사용하여 식으로 나타내니까 훨씬 문제의 뜻도 알기 쉽고 간단하지요. 이렇게 방정식을 풀 때 여러 기호를 사용하여 식으로 나타내고 그 식을 풀면 어떨까 하고 처음으로 생각한 사람이 그리스의 수학자 디오판토스였다고 해요.

⇒ 대단한 사람이네요.

⇒ 그 사람 만나면 해줄 말이 많은데…….

지금 여러분이 디오판토스가 그 당시에 사용했던 식을 보면 무슨 기호인지 숫자인지 하나도 모르겠지만 그 당시만 하더라도 매우 혁신적인 일이었다. 디오판토스 이후 많은 수학자들이 기호를 좀 더 간결하고 아름다운 구조로, 그리고 알아보기 쉽고 그 뜻이 명확히 드러날 수 있도록 사용할 수 있는 방법들을 연구하게 되었고 오늘날 여러분이 사용하는 것과 같이 간결한 식이 탄생하게 되었답니다.

<표 3> - 문자의 사용

디오판토스 : $K^T \alpha \zeta \epsilon \Delta^T \beta \overset{O}{M} \gamma$

(그리스 알파벳에서 $\alpha=1, \zeta=7, \iota=10, \epsilon=5, \beta=2, \gamma=3$ 을 뜻한다)

비 예 트 : A cube - 2 in A quadratum + 5 in A latus seu radix - 3

헤 리 어 트 : $AAA - 2AA + 5A - 3$

데 카 르 트 : $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$

<표 4> - 기호의 발전

기 호	연 대	만든 사람	참 고
+	13 C	레오나르도 피사노 (이탈리아)	라틴어 et (...과)의 줄임
-	1489	위드만 (독일)	라틴어 minus의 약자 m̄ 에서 - 만 따옴
=	1557	로버트 레코드 (영국)	당시에는 = 로 길게 표현
×		윌리엄 오프레드 (영국)	
* (곱) : (비례)		크리스틴 윌프	
÷	1659	요한 하인리히 렌 (스위스)	10세기경의 책에도 비슷한 표현 나타남
>, <		해리어트 (영국)	
√	1525	크리스토프 루돌프 미카엘 스티펠 (독일)	radix(근)의 첫글자 변형
()	1629	지라르	
∞ (무한대)	1655	존 윌리스 (영국)	
거듭제곱 $x^2, x^3, \dots$	9 C 16 C 17 C	알콰리즈미 (아라비아) 시몬 스테빈 (벨기에) 해리어트 (영국) 데카르트 (프랑스)	◦ 음수나 분수 지수는 1659년 존 윌리스가 처음 사용함. ◦ a^n , n , 모든 수와 같 은 표현은 뉴턴(영국) 이 처음 사용함.

(3) 기본 도형과 작도

(가) 작도에서의 수학사의 활용

눈금 없는 자와 컴퍼스만을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 도형을 그리는 것을 작도라고 한다. 컴퓨터를 이용하면 어떠한 도형도 쉽게 그릴 수 있는 세상에 살고 있는 우리의 눈에는 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 이용하여 도형을 그린다는 것이 우습게 생각될 수도 있지만 오랜 세월동안 작도에 관한 문제는 많은 수학자들의 관심을 받아왔다. 그렇다면, 왜 수학자들은 이렇게 까다로운 조건을 내걸고 작도라는 것을 했을까? 그것은 ‘가장 완전한 도형은 직선과 원이며, 그래서 신은 이 둘을 중히 여긴다’ 라는 믿음 때문이었다. 이러한 믿음을 배경으로, 그리스인들은 작도의 도구를 오직 ‘직선과 원’ 만을 그릴 수 있는 ‘자와 컴퍼스’ 에 국한시켰던 것이다. 모든 학문은 그 시대의 사회상을 반영한다. 작도에서 눈금 없는 자를 사용하는 이유를 사회·문화적 측면에서 살펴보자.

그리스 시민은 노동을 멸시하였다. 그런 일은 노예가 하는 것으로 치부했던 것이다. 따라서 수학 중에서도 길이나 넓이를 재는 따위의 측량술은 노예들이나 하는 노동이자 천한 기술이었다. 실용적인 계산술도 마찬가지로 취급되었다. 그래서 자녀들에게 산수를 가르치는 교사의 역할은 노예의 몫이었다. 시민들의 ‘고상한’ 정신은 구체적으로 어떤 쓰임새가 있는 것이 아니라 오히려 그런 구차한 목적을 떠난 지식 그 자체를 가만히 앉아서 탐구하는 일을 즐겼다. 그러다 보니 제한된 조건 내에서 결과에 이르는 ‘멋있는’ 놀이에 가치를 두게 되었다. 우리가 기하 시간에 배우는 증명도 이런 정신에서 나온 것이다. 도형을 작도하는데 눈금 없는 자를 사용해야한다는 조건을 내세운 것도 이런 귀족적인 발상에서 나왔다. ‘작도하는 데 길이를 나타내는 눈금을 읽지 말라’ 는 지금의 규칙은 눈금을 읽는 행위를 노예들이 치르는 계산술과 관계있는 일로 간주해 일체 배척해 버린 옛 그리스의 전통을 그대로 따르고 있는 셈이다.

(나) 지도방안 및 목표

- ① 작도에 필요한 도구가 무엇인지(눈금 없는 자, 컴퍼스) 알 수 있다.
- ② 기본도형을 작도 해봄으로써 도형의 기본적인 원리와 성질을 알 수 있다.

(다) 수업절차와 자료제시

작도에서 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하는 이론적 근거는 유클리드의 [원론]에서 찾아볼 수 있음을 설명한다. [원론]에 나와 있는 다섯 개의 공준 중에서 작도에 관련된 것은 다음 세 가지이다.

공준 1 한 점에서 또 다른 한 점으로 직선을 그릴 수 있다.

공준 2 유한직선은 무한히 연장시킬 수 있다.

공준 3 임의의 점을 중심으로 하고 그 중심으로부터 그려진 유한 직선과 같은 반지름을 갖는 원을 그릴 수 있다.

(4) 함 수

(가) 수학적 활용의 필요성

<그림-3>의 자료 제시는 좌표평면과 순서쌍에 관련된 에피소드이므로 ‘나의 위치를 알려주마’와 이 후에 좌표평면을 배우기 전에 도입으로 활용하면 좋다. 우연한 기회에 수학적 사실이 발견될 수 있다는 것은 학생들에게 수학에 대한 친밀감을 높일 수 있다.

(나) 지도방안 및 목표

- ① 만화라는 매개로 호기심을 유발시켜 학습 참여를 높일 수 있다.
- ② 좌표평면과 순서쌍에 대해 은연중에 사전학습을 할 수 있다.
- ③ 수학자 데카르트가 재미있는 사람으로 묘사되어 있어 수학에 대한 친밀감을 높일 수 있다.

(다) 유의사항

- ① 어떤 내용을 학습하기 위한 것이 아니라 좌표평면에 대한 도입에 관련된 에피소드이므로 가벼운 마음으로 읽고 느낄 수 있을 정도이면 충분하다. 특별한 설명을 덧붙이지 않고 만화를 읽는 것으로도 충분하다.
- ② 충분히 읽어볼 시간을 주어 데카르트에 대한 다른 이야기나 얼굴 그림 등을 소개해도 좋다.
- ③ 서로 이야기 나누면 소란스럽기도 하겠지만 인내력을 가지고 수업을 진행

한다.

(라) 수업절차 및 자료제시

① 만화를 보면서 좌표평면과 좌표의 탄생에 대해 이야기 나눈다.

② 기타 방법 및 학생들의 반응

식을 지금의 형태로 쓰게 된 것에 대한 업적 소개 등 데카르트에 대한 전반적인 소개를 덧붙이면 흥미를 높일 수 있고 아울러 뉴튼처럼 과학자이면서 동시에 수학자였던 사람 또는 다른 직업을 가지고 취미로 수학을 공부한 사람 등을 소개하면 더 좋다.

* 잠 잘 기회를 노리던 아이 : 선생님! 저도 자도 되나요? 허락해 주세요.

* 호기심이 많은 아이 : 만약, 파리가 데카르트 코에 앉았으면 어떻게 되었을까요?

* 아깝다! 나도 저 정도는 발견할 수 있었는데…….

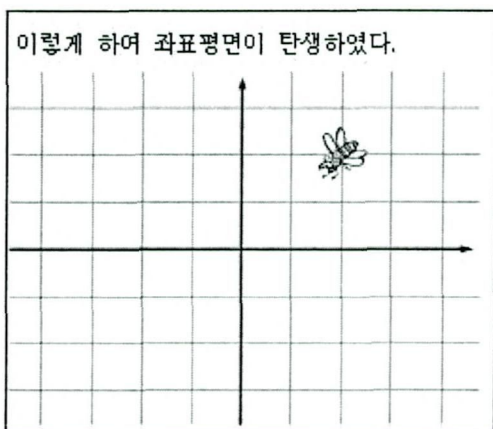
* 엉뚱한 아이 : 함수 공부를 잘 하려면 우리 집 벽지를 바둑판 무늬로 바꾸어야 되겠네요.

<그림 3> - 좌표평면의 원리 발견(데카르트의 좌표평면)



세 살 버릇은 여든까지 간다! 커서도 아침 시간을 주로 침대에서 보냈는데 그 시간에 주로 명상을 했단다. 그리고...





1650년 프랑스의 위대한 철학자이며 수학자인 데카르트는 폐렴에 걸려 스웨덴에서 세상을 떠났다.

데카르트가 죽고 17년 후, 오른손 뼈를 제외한 유골은 프랑스 파리의 판테온에 안장되었다. 오른손 뼈는 당시 유골의 수송을 맡았던 프랑스 재무장관이 기념품으로 보관했다고 한다.

‘근대 철학의 아버지’ 또는 ‘17세기 전반의 최대 수학자’로 일컬어지는 그는 해석기하학을 체계적으로 완성하였고 철학에서 새로운 태도와 체계를 이룩하여 그 뒤의 철학자들에게 커다란 영향을 끼쳤다.

다. 수업에 대한 학생들의 반응

수학사를 실제 수업시간에 다루면서 수업을 해보니 흥미유발의 효과와 함께 이를 위해서는 교사의 노력도 더욱 필요하다는 느낌이 들었다. 우선 수업시간이 부족할 수 있는데 핵심적인 내용을 선별하여 학생들이 흥미를 느낄 수 있도록 교사의 철저한 준비가 이루어져야 할 것이다. 또한 교과서에 수록된 수학사적 이야기는 단순히 그 단원에 해당하는 수학자의 일생을 간략하게 소개하는 것에 그치므로 더욱 다양하고 흥미로운 소재들을 학생들이 호기심을 가지고 읽을 수 있도록 교재 구성에 더욱 신경을 써야 할 것이다. 다음은 순천 이수중학교 중학교 1학년 493명을 대상으로 수학사를 활용하여 수업을 한 후 설문조사를 실시하여, 중학교 교육 현장에서 수학사 이용의 실태와 문제점, 수학사 도입의 필요성 등에 대한 학생들의 의견을 조사해 결과를 정리해 본 것이다.

<표5> 학생 설문 조사

수학사를 활용한 수업에 대한 의견조사

1. 수학의 역사적인 내용에 관심이 어느 정도 입니까?

① 대단히 많다	72명 (15%)
② 보통이다	329명 (67%)
③ 전혀 없다	92명 (18%)

2. 수학사를 활용하여 수업을 할 때가 그렇지 않을 때보다 더 효율적이라고 생각하십니까?

① 효율적이다	252명 (51%)
② 보통이다	193명 (39%)
③ 효율적이지 않다	48명 (10%)

3. 어느 단원에서 수학을 활용한 수업이 가장 효과적이라고 생각하십니까?

① 십진법과 이진법	123명 (25%)
② 방정식	211명 (43%)
③ 기본도형과 작도	87명 (18%)
④ 함수	72명 (14%)

4. 수학을 도입한 수업을 들을 때, 어느 방법이 효율적이라고 생각하십니까?

① 수학자에 대한 소개나 일화를 간단히 소개하는 경우	154명 (31%)
② 한 가지 문제에 대하여 수학사에 나오는 다양한 해결 방법을 소개하여 비교해주는 경우	281명 (57%)
③ 학기 초에 미리 학습하게 될 수학내용과 관련된 수학적 주제들의 목록을 제시하여 '수학사 연대표'를 학생 스스로 만들어 본 경우	58명 (12%)

5. 수학을 활용한 수업이 수학학습의 흥미유발에 도움이 된다고 생각하십니까?

① 도움이 된다.	301명 (61%)
② 보통이다.	161명 (33%)
③ 도움이 되지 않는다.	31명 (6%)

IV. 결 론

지금까지 수학교육에 있어서 학생들이 보다 흥미를 가지고 수업에 임할 수 있도록 하기 위한 한 방법으로 수학사를 활용한 수업에 대해 논했다. 수학사 활용에 대한 이론적 논의들을 고찰해 보고, 교재 개발의 필요성과 다양한 측면을 살펴봄으로써 이를 토대로 실제 수업의 적용 실례를 몇 가지 제시해 보았다. 수학교육에 있어서 지식이나 계산문제 풀이 위주의 수업은 학생들로 하여금 점점 더 수학으로부터 멀어지게 하는 것이다. 이러한 문제점을 조금이나마 해결할 수 있는 해결책 중의 하나로써 수학사를 활용하는 것으로 본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 역사 발생적 원리에 따른 수학사를 수학 수업에 도입하는 것은 학생들에게 현대 문명의 발달에서 수학이 담당한 중심적이고 문화적인 역할을 이해하게 하여 수학에 대한 올바른 인식을 갖게 한다. 또한 수학사에 대한 고찰은 수학의 구조나 학생들의 개념 형성과정을 이해하고 분석하는데 중요한 자료가 되며, 나아가 수학 교육과정의 연구와 지도법의 개발에 핵심적인 자료를 제공한다. 즉 수학 내용 자체에 대한 이해, 수학이 창조되고 발전되며 일반화되는 과정과 이유에 대한 이해, 수학과 실생활의 현상과의 관계에 대한 이해, 수학의 구조, 공리론적 체계, 증명 등의 이해를 도와 효율적인 수학 교육을 이루게 한다.

둘째, 수학사는 학생들로 하여금 수학에 대한 흥미를 갖게 하고 수학을 좀 더 쉽고 재미있는 과목으로 인식시키는 데 기여했음을 알 수 있다. 학생들에게 수학의 역사적 발달 과정을 되돌아보게 함으로써 수학적 활동의 인간적인 측면과 수학의 진정한 모습을 느끼게 하여 학습동기를 유발하고, 수학학습에 생기를 불어 넣는다. 수학사의 역할 중에서 가장 중요한 것은 수학을 흥미로운 교과로 인식시켜 준다는 것이다. 또한 여러 수학자들의 다양한 일화와 수학적 아이디어의 발생과정을 통한 수학적 개념에 대한 설명은 학생들로 하여금 수학의 중요성과 가치를 인식하는데 도움을 주었다.

본 논문을 마무리 하면서 여기에서 제시한 적용의 실례들이 연구의 취지에 제대로 알맞은 것이었는지에 대해서는 아쉬움이 남고 솔직히 어려움을 느꼈다. 끝으로

수학사를 활용하여 수학교육의 흥미를 유발시키기 위해서는 교사 자신이 먼저 수학사에 깊은 관심을 가져야 할 것이다. 교사의 관심이 수학사에 대한 체계적인 연구로 이어질 때 수학 교육에 있어서 수학사는 더욱 빛을 보게 될 것이며, 이를 통한 역동적인 수업은 학생들의 학습력을 높일 수 있을 것이다. 수학을 위해서 그리고 학생들을 위해서 그 필요성이 절실하다면, 이제는 작은 변화들을 서두르지 않으면 안 될 것이다.

<참고 문헌>

- [1] 강미광, “수학사를 도입한 수학 지도에 관한 연구”, 동의대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2002.
- [2] 김대식, 「레크리에이션 수학」, 경문사, 2001.
- [3] 김병학, “수학사와 수학교육 - 중학교 수학교육을 중심으로”, 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2003.
- [4] 강옥기등, 「중학교 수학 7-가」, 「중학교 수학7-나」 교사용 지도서, (주)두산, 2001.
- [5] 김용운·김용국, 「세계수학문화사」, 우성문화사, 1983.
- [6] 김윤진, “교사를 위한 수학사”, 수학사랑 제3회 Mathfestival
- [7] 신영미, “수학사와 수학교육”, 서울대학교 대학원 석사논문, 1993.
- [8] 신현성, 「수학교육론」, 경문사, 1993.
- [9] 수학사 세미나팀 최수일 외 5인, “수학사를 도입한 수업”, 김종명 “역사발생적 원리”, “수학사를 도입한 수학교육”, 수학사랑 제2회 Mathfestival, 1998.
- [10] 이광연, 「웃기는 수학이지 뭐야!」, 경문사, 2002.
- [11] 아이자와 아키라, 「머리가 좋아지는 수학퍼즐」, H&book, 2002.
- [12] 이우영, 신항균, 「수학사」, 경문사, 1995.
- [13] 이우영, 신항균, <수학사(An Introduction To The History Of Mathematics)> 경문사, 1995
- [14] 우정호, 「학교수학의 기초」, 서울대학교 출판부, 1998.
- [15] 황정희, “수학교육의 흥미유발을 위한 연구 - 수학사를 이용한 7단계 중심”, 인천대학교 교육 대학원 석사학위 논문, 2002.