[UCI]I804:24011-200000232880

2006年 8月
教育學碩士(數學敎育)學位論文

도형에서 활용 가능한 교수-학습자료 개발

(7-나 단계를 중심으로)

The Development of Teaching-Learning Material Available with Diagram

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

河 東 洙

도형에서 활용 가능한 교수-학습자료 개발 (7-나 단계를 중심으로)

The Development of Teaching-Learning Material Available with Diagram

2006년 8월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

河 東 洙

도형에서 활용 가능한 교수-학습자료 개발 (7-나 단계를 중심으로)

The Development of Teaching-Learning Material Available with Diagram

指導敎授 金 南 吉

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 제출합니다.

2006년 4월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

河東洙

河東洙의 敎育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審査委員長　朝鮮大學校 敎授 _____ 인

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____ 인

審 査 委 員　朝鮮大學校 敎授 _____ 인

2006년　6월

朝鮮大學校 敎育大學院

목 차

표 • 그림 목차

ABSTRACT

A study on teaching and learning method for geometry

Dong Su Ha
Advisor : Prof. Nam Kil Kim.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education. Chosun University

The purpose of the study of geometry is to develop intuitive ability and logical reasoning in geometry. However, present state of education on geometry at middle school level is too much focused on the deductive aspect, neglecting association with reality and practicality, which are some of the fundamental aspects of geometry.

As a result most students are feeling discouraged and baffled by geometry in its present state. This research aims to make those students more at ease with geometry and bring them a little closer to the field. In the introductory section, instead of entering straight into different propositions and into deducting figures, this study proposes the students to first induce geometrical concepts from their everyday experiences, from which point they can then start building their deductive thinking. This study proposes teachers; to design their programs in mathematics based on individual level and daily lives of students, to prepare and develop ample data, and to increase as much as possible student's interest and motivation in learning geometry.

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성과 목적

기하는 인류가 공간과 관련하여 발견한 수학적 진리를 체계화하여 신문화로 보존 발전시켜 현재와 같이 완성해 놓은 학문체계이다. 그러므로 문화적 가치 및 심미적 측면에서 기하교육의 목표는 인류의 정신적 자산을 학습하고 활용함으로써 우리가 살고 있는 공간에 대한 이해를 보다 발전시키고, 기하를 체계화하는 수단인 수학적 추론의 가치를 인식함으로써 기하학적 대상의 아름다움, 수학적 추론 의 힘, 수학적 활동의 즐거움을 인식하고 다양한 현상을 기하학적 관점에서 파악 할 수 있는 안목을 기르는 것으로 설정할 수 있다(한국교육과정평가원, 2000).

그렇다면 기하교육은 왜 필요한가?

첫째, 우리 실생활과의 연계성뿐만 아니라 다른 학문과도 연결된다는 것이다. 어떠한 인간의 요구와 필요에 의해 기하연구가 시작되었고 물리학, 생활과학, 사회과학, 인문학, 생물학 등 많은 실제적 문제를 해결하는 데 유용하기 때문에 수세기 동안 존재해 왔다는 사실을 인식해야 한다. 평면이나 공간에서의 기하학적 도형에 관한 기본적인 사실에 대해 이해함으로써 실용적 의미뿐만 아니라 기본적인 소양을 갖추기 위한 교육이 될 것이다.

또한 평생이동, 대칭이동, 회전이동 등과 같은 기하학적 변환에 관한 기본적인 사항을 인식하여 과학, 예술, 건축, 도안 등의 분야에서도 응용될 수 있다. 실제로, 기하학은 우리 삶의 많은 부분들에 적용되어지기 때문에 많은 문화 개발에 도움을 줄 수 있다. 오늘날의 교실현장이 점점 더 문화적으로 다양해짐에 따라 학생들에게 다양한 방법의 접근이 학습에 더욱 유리하고 문화적 다양성이 교육과정 속에 고려되어질 때 교실에서 학습이 더욱 향상된다는 연구들이 있다. 기하학이 문화적 요소로서 인식되어질 때 학생들은 사회에 기하의 필요성을 절감하게 될 것이다.

둘째, 기하학은 논리적 사고력 증진에 중요한 역할을 하고 연역적 추론의 방법을 가르치는 데에 풍부한 기회를 제공해 준다. 사실, 서양의 수학교육에 있어서는 거의 2000년 이상을 연역적 방법을 가르치기 위한 적절한 수단으로써 유클리드 원본을 소중하게 여겨왔다. 오늘날에 있어서도 연역적 추론 과정이 소중하게 여겨지는데 이것은

① 종합적 사고 - 가정으로부터 어떤 결론이 가능한가?

② 해석적 사고 - 결론이 성립하기 위해 어떤 조건이 충족되어야 하는가?

③ 반례에 의한 반증 - 어떤 명제가 거짓임을 보이기 위한 예가 존재하는가?

등으로 중등이상의 수학과정에서 쓰이는 방법이다. 또, 유클리드 기하에서 소홀하게 여겨진 귀납적 추론 사고 방법도 향상시킬 수 있다. 이 방법은 어떤 문제를 해결하고자 하나 그 해결방법이 어려울 때 우선 일반적인 규칙이나 성질을 알아내어 이것을 바탕으로 문제를 해결하려는 것이다.

셋째, 공간적 추론(Spatial reasoning)을 증가시킬 수 있다. 기하학과 공간적 추론은 상호관련성이 높고 대개의 수학자들은 기하 교육과정의 일부에 공간적 추론을 포함시키고 있다. 예를 들어, Usiskin(1987)은 기하학의 과정을 다음과 같이 4단계로 설명하고 있다.

① 시각화(Visualization), 그림, 도형의 구성(construction)
② 물리적 세계(physical world)의 공간적인 면 연구
③ 비시각적 수학의 개념과 관계를 표현하는 수단으로서의 사용
④ 형식적 수학 체계로서의 표현

여기에서, 앞의 세 단계(①~③)가 모두 기하학에서 공간적 추론의 사용이 필요함을 보여주고 있다. 공간적 추론은 과학적 사고에 필수적이며, 문제해결과 학습에 정보를 표현하고 다루도록 도와준다. Gardner (1983 p.3,176)는 공간적 능력은 인간의 지성적 능력 중의 필수라고 했고 다양한 영역을 통하여 유사점을 발견하는 능력은 공간적 지성의 표현으로부터 많은 예증을 유발한다고 했다. 예를 들면, 과학자들이 인간사회와 미생물이나 두뇌 기능 사이에 유사점을 그려보는 것이다. Harris (1981)에 의하면 가장 기술적이고 과학적인 영역- 도안공(draft sman), 항공 디자이너, 건축가, 화학자, 기술자, 물리학자, 수학자- 에서 90%이상이나 공간적 능력을 가진 사람이 필요하다고 주장했다. 수많은 수학자와 수학교육자들은 공간적 능력과 시각적 상상이 수학적 사고에 중요한 역할을 한다고 제안했다. 학생들로 하여금 창조적으로 사고하고, 그들 스스로 생각하도록 하는 일은 기계의 구조를 단순하게 익히는 것보다 훨씬 중요한 일이다. 이 점에 있어서 기하교육의 자료나 문제들이 큰 도움을 줄 수 있다. 기하문제는 해결방법이 다양하기 때문에 통상적인 대수적 알고리즘의 까다로움에 비해 더 유리한 학습요소가 될 수 있다.넷째, 다른 수학의 분야, 즉 대수, 해석학 metric geometry, 삼각법 등과 깊은 관련을 가진다. 기하학적 개념은 대수학이나 해석학 등의 개념과 비교할 때 그 방법이나 내용에 있어서 결코 고립될 수 없는 것이다. 예를 들면 실수에 대한 성질이 기하학의 표현에 영향을 미치는 대수적이고 기하학적인 개념사이에 강한 연관이 있는 것이다. 또 평면도형의 넓이, 입체도형의 넓이와 부피 등의 계산, 직각삼각형의 예각삼각형에 대한 tangent, sine, cosine비 등이 기하과정에 자연스럽게 통합될 수 있다. 수학의 다양한 분야 속에서 기하학이 상호작용 한다는 것은 학생들이 그것을 더 깊이

이해할 수 있고 그들의 문제해결 능력을 향상시킬 수 있을 것이다.

중등학교 기하교육은 논리적 사고 능력을 발달시키고 실세계의 공간에 대한 직관력을 발달시키기 위한 것으로서 공간 지각력을 길러주는데 매우 중요한 역할을 해왔다. 그러나 현재의 중학교 기하교육은 학생들의 수준에 비해 지나치게 엄밀한 기하를 가르침으로써 학생들이 기하를 공부할 때 어려움을 느끼게 하는 문제점을 가지고 있다(김미정, 이종희.1994). 나귀수(1996)는 우리나라 중학교 기하교육과정은 1학년에서는 직관기하, 2, 3학년에서는 형식기하인 평면논증기하를 다루고 있는데 직관기하와 형식기하를 극단적인 이원론적 체계로 다룸으로써 기하학의 두 가지 측면이 단절되는 점과 연역적 체계를 논리의 완성으로 보고 평면 논증기하의 형식적인 취급만을 강조하는 것은 문제가 있다고 지적하였다. 또한 중학교의 수학교과에서 시각화에 필요한 교재도구의 부족과 교수법 개발의 부재도 문제점으로 들 수 있다. 따라서 공간 지각력이 형성되어야 하는 도형 단원을 배우고 나서도 공간 지각력이 부족한 학생들을 많이 보게 된다(홍경아 1995). 즉 7차 교육과정의 개정의 취지를 충분히 살리지 못하고 교과서에 제시된 활동을 그냥 교사가 설명하고서 넘어가는 경우가 대부분이다. 이러한 원인으로 여전히 많은 중학생들이 수학교과 영역 중 특히 기하에 대한 완전한 이해를 하지 못하고 암기에 의존하여 다음 단계의 기하학습에 어려움을 겪게 된다. 도형 단원의 지도에서 학생들의 도형에 대한 개념이 제대로 형성되게 하려면 교과서의 이론과 기호를 암기시키는데 주력하는 것 보다는 학생 스스로가 활동을 통해 작도능력을 키우고 입체도형을 실제로 만들어 보는 구체적인 활동에 참여하는 것이 필요하며 학생들의 구체적인 활동으로부터 그것을 점차 내면화하여 이론에 이른 수업을 구성하는 것이 필요하다고 생각한다(최은진, 2004).

기하 영역은 수학의 교육과정 중에서 일상 생활적인 요소를 많이 갖춘 영역으로써 학생들에게 보다 쉬운 이해와 적용을 이끌 수 있는 영역이다. 그러나 초등학교에서 중학교로 넘어오는 과정은 수학적 수준이 급격히 높아져 많은 학생들이 수학을 어렵고 힘든 과목으로 인식하게 되는 중요한 원인이 되고 있다. 특히 7-나 단계의 도형 영역은 초등학교에서 배운 내용을 바탕으로 한걸음 더 나아가는 단계이고 또한 8-나 단계와 9-나 단계의 논증기하를 배우기 위한 바탕이 되므로 7-나 단계의 중요성은 더욱 부각된다.

따라서 본 연구는 7-나 단계에서 학생들에게 흥미를 유발할 수 있는 수업자료를 제시하고 교수-학습 지도안과 활동지를 통해 교사의 일방적인 내용전달이 아닌 학생들의 직접 참여를 유도하는 방향으로 구성하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1.활동중심 수학교육

활동주의의 기원은 르네상스의 정신에서 찾을 수 있을 것이다. 르네상스의 기본정신의 특징은 종교적 권위가 협의의 종교교육이나 특정의 엘리트 성직자의 교육에만 국한되지 않고 일반 서민의 교육 나아가 모든 사람들의 생활지도에도 만연 되었다는 점을 들 수 있다. 교회와 성서의 권위로부터 벗어나 자연으로 방향 전환한 것은 활동 주의적 교육의 역사적 기원이라고 하겠다. 이러한 교육이념은 이론으로 그치지 않고 새로운 교육방법으로 구체화 되어 페스탈로치 학교와 프뢰벨의 유치원에서 실천되었다. 활동주의 교육사상의 역사를 살핌에 있어서 듀이(Dewey)의 교육사상은 주목할 말한다. 듀이는 그 이전까지의 활동주의 교육사상의 집결체인 동시에 현대 활동 주의적 발상의 모체가 되고 있다(김응태 외,1984).

경험의 의미가 더해진다는 것은 우리가 하는 활동들의 관련성과 연속성을 더 잘 지각한다는 것과 같은 뜻이며 경험의 방향을 결정할 능력이 증대된다는 것은 이후의 활동을 이끌거나 통제할 능력이 증대된다는 뜻이다(강흥규 2003).
특히 수학교육의 관점에서 관념은 사물에 대한 활동으로부터 탄생된다고 보았고 인식의 주체 정신이 관념론적 실재가 아니라 하나의 과정이라는 발상은 활동주의의 기원이라 할 수 있다. 수학은 여타의 지식과 마찬가지로 실천적 활동에 소용되는 도구이며 수학의 가치는 활동 후에 나타난 결과 즉 유용성(수단적 가치)에 있다(강흥규,2003).

이러한 활동주의 학습 원리의 특징은 아동에 의한 조작의 점진적 구성 곧 발생을 유발시키는 것으로 실제적인 행동의 결과에 대한 관찰로부터 그 조정을 통한 점진적인 내면화를 시키는 것이다. 이 내면화가 교육이 요구하는 활동의 본질이다. 여기서 단지 행동을 시키는 것이 아니라 행동이 내면화되어 조작이 되게 하기 위해서는 행동이 어떻게 구성되도록 해야 할 것인가가 문제가 된다.

활동중심 수업은 교사가 제작한 활동지를 바탕으로 학생들이 직접 구체적 조작 물을 갖고 조작해 본 수업을 의미한다. 그리고 보조도구로는 기하교육용 소프트웨어인 GSP와 POLY등이 있다.

2. 기하영역에서 활동중심 교육의 필요성

박성택(2000)은 수학적 활동이란 학생이 목적의식을 갖고 행하는 수학과 관계되는 다양한 활동으로 정의하며 수학 수업시간에 이루어지는 학생들의 활동을 의미 한다고 했다. 또 활동 중심의 학습은 새로운 개념을 지도하기 위해 구체적인 경험이나 조작 활동을 통해 학습하게 되는 지도 방법이며 활동중심의 학습을 통해 구체적인 조작이나 관찰은 통해 추상화된 개념의 이해를 도울 수 있다고 하였다. 수학은 스스로 창조해 나가는 사고 활동이무로 그것을 학생의 내부에서 재창조하는 형태로 학습시킨다는 입장을 취한다면 외재적 교육관에 의한 수학 교육과는 다른 교육을 하게 될 것이다. 이러한 입장에서 수학적 활동의 본성을 규명하고 그에 입각한 수학교육을 전개하려는 것이 활동주의 수학교육이다(김응태 외 .1984.) 활동 주의적 입장에서의 수학은 활동으로부터 생긴 활동 그 자체이다. 수학적 활동은 발달 초기에는 감각 운동적인 것으로 관찰 가능한 것이나 점차 내면화된 활동으로 변한다. 수학을 완성된 산물로서가 아니라 형성된 그 과정을 따라서 아동에게 학습시키려고 하면 그에 이어지는 일련의 활동을 하도록 하지 않으면 안 되며 그렇게 하기 위해서는 그러한 활동을 유발시킬 수 있는 구체적 상황에 학생들을 놓이게 할 필요가 있다. 이를 위해서 교사는 학생에게 적절한 학습의 장 활동의 장을 마련해 주지 않으면 안 된다(유현주, 1986).

수학교육을 위협하고 있는 근본적인 문제점을 해결하려면 수학의 형식성과 논리적 엄밀성에 집착하려는 경향에서 벗어나 응용 가능한 수학의 학습을 할 수 있게 해야 하고 사고활동으로서의 수학을 지도해야 한다. 현실 상황을 수학적 수단으로 조작할 수 있는 응용 가능한 수학의 학습이 이루어지도록 해야 한다. 따라서 먼저 수학 이론을 배우고 그것을 응용하게 하는 형태의 학습지고 보다는 수학적 내용을 포함하는 학생들의 현실적 상황으로부터 수학에 이르게 하는 것이 좋을 것이다. 학생들의 실제적인 소재를 가지고 수학적 활동을 시키고 그러한 활동의 토대위에 수학화 되도록 이끌어야 될 것이다. 이렇게 하기 위해서는 학습자의 생활현실과 접한 문제 문맥을 찾아 다양한 관련성을 가진 역동적인 수학의 응용방법을 학습할 수 있게 수업이 꾸며져야 한다.

완성된 수학은 엄밀한 연역적 추론으로 기술 할 수 있으나 창조의 과정이 무시되어서는 안 될 것이다. 즉 정리의 발견과정에 주목할 필요가 있다는 것이다. 그리고 그 정리를 증명하기에 앞서 증명 방법에 대해 추측할 필요가 있다. 따라서 수학의 교수-학습에 수학적 창조의 과정을 반영하려 한다며 증명하는 것뿐 아니라 추측하고 탐구하는 것도 가르쳐야 한다. 이러한 입장에서 교수-학습

방법에서 학생의 활동성을 중시하지 않을 수 없을 것이다. 여기서의 활동이란 위에서도 언급했듯이 행위로 시작하지만 내면화될 활동을 말하며 결과중심 교육은 과정중심 교육으로 기억중심 교육은 이해중심 교육으로 개선하기 위하여 활동을 중시하는 학습지도를 할 필요가 있다.

프로이덴탈(Freudenthal, 1973)은 수학을 인간의 정신적 활동으로 보고 구체적 인 현상을 출발점으로 해서 현상 속에서 불필요한 정보를 제거하고 현상을 수학적 수단으로 설명하고 조직하는 수학화를 학생들이 경험해 볼 수 있도록 하였다(이승희. 2002). 이것은 학습 초기에 완성된 지식체계로서의 형식적인 수학 개념을 직접 학생들에게 제시하는 것이 아니라 수학자들이 수학을 발견했던 방법을 학생들이 되밟아 보도록 하여 직관적이고 창의적인 방법으로 문제를 해결하도록 하고 이를 형식화하여 수준의 상승이 이루어질 수 있도록 하는 것이다. 따라서 프로이덴탈의 수학화를 실현한 수학교육은 학생들이 친밀감을 느낄 수 있는 현상에서 시작하여 학생들이 나름대로 가지고 있는 비형식적인 생각과 이전의 여러 경험을 기반으로 하여 직관적 관념을 형성하고 토론 및 토의하는 활동에서 일어나는 반성적 사고를 통해 의식화하게 하며 그 과정을 통해 개념과 성질 등을 형성할 수 있도록 이루어져야 한다(류희찬 외, 2001).

사고활동으로서의 수학을 지도하기 위해 프로이덴탈은 사고활동으로서의 수학의 본질적인 활동을 수학화라고 보고 있다. 수학화란 수학 내적, 외적 상황이나 문제와 관련지어 수학을 창안하는 과정을 말한다(정영옥, 1997). 흔히 수학화란 비수학적인 문맥 가운데에서 수학을 가르치고 배우는 교수학적 원리를 가리키기도 한다. 이 경우 수학화란 '발생적 원리'와 관련된다. 예를 들면 공간적 형태를 도형으로 파악하는 것은 공간을 수학화하는 것이다. 평행사변형의 정의를 알기 위해 평행사변형의 성질에 관한 각각의 명제를 논리적 관계에 의해 구조화하는 것도 수학화이다. 평행사변형에 관한 각각의 명제는 수학적 명제이지만 뒤범벅 상태이던 명제 전체가 논리적 관계에 의해 구조화 도면 하나의 수학이 된다. 이것이 바로 수학화이다. 기하학적 정리들이 국소적으로 관련을 맺고 있지만 혼란 상태이던 것이 공리 화에 의해 수학화가 된다. 곧 기하학 전체의 공리체계화도 수학화이다. 학생들에게 여러 수준의 수학화 곧 국소적 조직화가 이루어지도록 학습지도를 하는 것이 수학의 응용가능성을 보증하는 길이다(우정호, 2000). 프로이덴탈은 공리는 공리 화를 통하여 수학화 과정을 거치며 단계적으로 지도하여야 한다고 보았다. 그런데 수학자들은 그런 수학화하는 것을 교육시키려 하지 않는다. 수학자들은 수학화 하는 것을 학습자가 할 일이 아니라 수학자가 할 일이라고 생각하고 있다. 그러나 수학화를 통해야만 수학적 사

고 교육은 가능하다. 수학화 없는 수학은 있을 수 없다. 활동주의 기하교육은 이러한 수학화 활동을 통해 수학을 교수하거나 학습하는 것이다(홍민정, 2002).

미국수학교사협의회(NCTM; National Council of Teachers of Mathmatics, 1989)에서 제시한 학생들을 위한 새로운 목표에서는 다음과 같이 수학적 활동의 중요성과 다양한 경험을 강조하고 있다.

(1) 학생들은 수학의 가치를 이해할 수 있어야 한다.

(2) 수학을 행하는 자신의 능력에 대해 확신을 가져야 한다.

(3) 수학 문제의 해결자가 되어야 한다.

(4) 수학적으로 의사소통하는 것을 배워야 한다.

(5) 수학적으로 추론하는 것을 배워야 한다.

이러한 목표를 위해서 학생들은 수학적 활동의 중요성을 이해하고 수학적 습관을 기르고 일상생활에서 수학의 역할을 이해하고 음미할 수 있도록 하는 다양하면서도 상호 관련된 경험을 할 필요가 있다. 복잡한 문제를 해결할 수 있는 능력에 대한 확신을 얻기 위하여 탐구하고, 추측하고, 시행착오를 경험하도록 해야 한다. 즉, 학생들은 수학을 읽고, 쓰고, 토론할 수 있어야 하며, 또한 추측하고, 테스트하고, 추측한 것의 타당성에 대해 논증할 수 있어야 한다. 모든 학생들이 이러한 다양한 종류의 수학적 훈련을 받을 수 있는 기회를 제공하는 것이 수준 높은 수학 프로그램이라 할 수 있으며, 학생들은 다양한 경험을 통해 수학적 힘을 얻게 된다. 수학적 힘이란 비정형적인 문제를 푸는 것이 다양한 수학적 방법을 효과적으로 사용하는 능력뿐만 아니라, 탐구하고, 추측하고, 논리적으로 추론하는 개인적인 능력을 뜻한다(김응태 외, 1984). 이러한 힘을 개발하기 위해서 교실은 중요한 수학적 아이디어를 사용하여 재미있는 문제를 일상적으로 탐구하는 장소가 되어야 할 것이다.

트루틀라인은 도형의 직관적 인식과 취급 자체에 커다란 교육적 가치를 인정하고 그것을 하나의 교과로 구성하고자 한, 소위 '직관기하'를 창설하였다. 트루틀라인의 사상적 바탕은 페스탈로치 교육학으로 휴머니즘의 색채가 강하다. 직관기하는 직관적 도형 및 공간개념의 형성을 목표로 한다. 그는 평면도형보다도 입체도형을 우선시키고 있다. 평면도형보다 입체도형이 조작적 활동에 보다 적합하다. 트루틀라인의 '마음의 기하' 란 머릿속에서 도형 특히 입체도형의 내부구조를 정확하게 상상하는 것을 뜻한다(우정호, 1998).

트루트라인의 '직관기하'의 구체적인 지도법은 오늘날 초등학교 및 중학교 저학년에서의 도형지도나 기하교육의 전형이 도고 있다. '직관기하'는 '논증기하'에 들어갈 준비로서의 '기하입문' 이상으로 도형과 공간에 관한 인식이나 개념형성이란 독자적인 교육목표를 가지고 있으며 그를 위한 독자적인 방법을 구사한

다. 그것은 모형을 이용하는 것이다. 먼저 아동에게 입체도형을 다루게 하면서 관찰시킨 다음 '내부직관'이 형성되도록 하는데, 아동자신이 그림을 그린다든가 모형을 만든다든가 하는 활동을 권장하고 있다. 즉, 기하학적 개념이 아동의 구체적인 활동으로부터 시작하여 그것을 점차 내면화시켜 간다고 하는 오늘날의 피아제 심리학에서 말하는 개념형성의 과정이다. 도형은 정적으로 파악되는 것이 아니며 가동적인 활동, 분할·결합·변형 등의 조작을 통하여야 한다는 점이 강조되어 있으며 도형의 성질의 이론적 이해의 바탕을 기르는 문제도 고려되고 있다. 여기서 이러한 동적이면서 논리적 도형의 이해는 소위 '내부직관'의 형성이 선행되어야 하는 것이다.

실물의 사용, 아동의 활동 특히 감각의 이용에 의한 관념의 형성, 언어와 관념의 바른 결합 등 페스탈로치와 트루틀라인은 매우 유사한 이론을 펴고 있다. 실제로 트루틀라인의 '직관기하'는 페스탈로치의 방법을 중등교육에 응용한 최초의 전형적인 것이다. 교사가 할 일은 교과서에 나오는 언어나 기호를 암기시키는 것이 아니라 개념 형성에 도움이 되는 현실적인 경험의 장을 조직적으로 구성해주는 것이다(김응태 외, 1984). 교사는 학생들이 주어진 문제를 다양한 측면에서 탐구하도록 흥미, 관심, 갈등 사태를 주어 적극적이고 능동적인 문제해결을 할 수 있는 학습 자료와 교육방법을 개발하여 학생의 입장에서 이루어질 수 있는 수업이 되도록 힘써야 한다. 특히 중학교의 초기 기하 입문 단계에서는 앞으로의 논증기하를 배우기 위한 초석으로써 무엇보다도 구체적이고 시각적인 활동의 장이 마련되어야 한다. 이에 기하 영역에서의 활동중심 교육이 무엇보다도 중요하며 트루틀라인이 말하는 '내부직관'이 프로이덴탈의 '수학화' 과정을 거쳐 형성될 수 있도록 하려면 고사의 역할 또한 중요하다고 하겠다.

Ⅲ. 자료개발

1. 자료개발 방향

이 논문에서는 형식적으로 단순히 일방적인 지식전달에만 그치는 현재의 교육 실태에 대비하여 지루한 수업시간이 아닌 흥미 있는 소재로 동기 유발하여 더욱 학습의 효과를 높이고자 한다.

(1) 수학사를 이용한 수업

- 역사 발생적 원리에 따라 수학자들이 처음 생각했을 때의 상황을 재경험해봄으로써 추상적이고 어려운 주제에 대해 쉽게 접근할 수 있고, 이해를 돕고자 함이다

(2) 활동지를 이용한 수업

- 교사의 일방적인 지식의 전달이 아닌 교사와 학생간의 상호 협력 학습을 통해 학생들이 직접 수업에 참여 하는 방법으로 활동지를 이용하고자 한다. 활동지를 이용한 학습은 학생 중심의 수업이 가능하게 하고 스스로 참여함으로써 학습에 대한 효과도 기대해 볼 수 있다.

(3) 도입단계에서 이야기를 통한 전개

- 도입단계에서 교과서 절차에 따라서만 수업을 진행할 것이 아니라 학습할 내용과 관련된 주제에 대해 이야기를 해 줌으로써 학생들의 수업에의 집중도를 높이고 흥미를 유발하고자 함이다.

2. 자료개발 실제

(1) 교육과정의 이해

위와 같은 연구 방향에 따라 학습 자료를 개발하기에 앞서 교육과정을 분석하였으며 관련 단원을 추출하고 그에 따른 활동주제를 선정하여 자료를 개발하였으며 그 내용은 다음과 같다.

가. 교육과정 분석

학습 자료의 내용을 선정하기 위해 교육과정 7-나 단계 도형과 측정영역의 목표와 내용을 다음과 같이 분석하였다.

<표Ⅱ-1> 7-나 단계 도형과 측정영역의 목표와 내용

목표	(나) 기본도형의 개념을 이해하고, 간단한 평면도형과 입체도형의 성질을 알 수 있다. (다) 다각형의 각의 크기, 간단한 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.
내용	(나) 도형 1 기본도형 ① 점, 선, 면, 각에 대한 간단한 성질을 이해한다. ② 점, 직선, 평면의 위치관계를 알아본다. ③ 평행선의 성질을 이해한다. 2 작도와 합동 ① 간단한 도형을 작도할 수 있다. ② 합동인 도형의 간단한 성질을 알아본다. ③ 삼각형의 합동조건을 알아본다. 3 평면도형의 성질 ① 다각형의 성질을 알아본다. ② 원에서 중심, 중심각, 부채꼴, 호, 현의 뜻을 알고, 중심각과 호의 관계를 알아본다. 4 입체도형의 성질 ① 다면체에 대하여 알아본다. ②회전체의 성질을 알아본다. <학습지도상의 유의점> ① 직관적인 탐구 활동을 통해 점, 선, 면, 각, 원에 대한 성질을 알게 한다. [심화과정] ① 정다면체의 전개도를 그릴 수 있다. ② 다면체에서 꼭짓점의 수, 모서리의 수, 면의 수 사이의 관계를 알아본다.

나. 학습 자료의 주제 선정

연구 방향에서 제시한 내용요소와 교육과정내용을 바탕으로 학습 자료의 목표와 주제를 선정하였다. 그 내용은 다음과 같다.

<표Ⅱ-2> 학습 자료의 목표와 주제

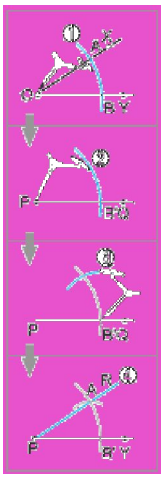
중영역	학습목표	활동주제	자료구분
1.기본도형	• 기본도형의 개념을 이해하고, 간단한 평면도형과 입체도형 의 성질을 알 수 있다. • 다각형의 각의 크기, 간단한 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.	·	·
2.작도와 합동		• 작도의 기원	수학사
3.평면도형의 성질		• 꿀벌의 집을 정육각형으로 짓는 이유는? • 바닥에 까는 타일 • 테셀레이션 만들기	활동지
4. 입체도형의 성질		• 축구공 만들기	활동지
		• 보온병이 원기둥 모양인 이유	이야기
		• 아르키메데스 묘비	이야기

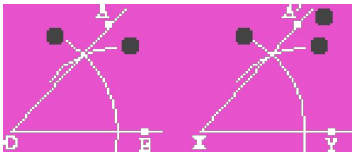
7-나 단계에서 활용 가능한 교수 학습 자료 개발을 연구하기 위하여 여러 단원을 분석한 결과 1단원 기본도형은 자료도 부족하고 내용도 한정되어 있으므로 큰 의미가 없어 제외하도록 하였다.

(2) 자료개발의 예

가. 수학사를 이용한 수업의 예

<표Ⅱ-3> 수학사를 이용한 수업의 학습지도안

단원명	Ⅱ. 기본도형과 작도 2. 작도와 합동 1. 간단한 도형의 작도	**차시**	2 / 11	**쪽수**	P. 62 ~ 63
학습 주제	주어진 각과 크기가 같은 각의 작도				
학습 목표	주어진 각과 크기가 같은 각을 작도할 수 있다.				
학습 내용					
도입 활동	**탐구활동1.** ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 PQ 위에 작도하는 활동을 하도록 한다. 풀이) (1) 학생들마다 다르다.  (2) ∠XOY=∠RPQ [참고] ❶에서 반지름의 길이를 달리하여 그려보고, ❷,❸,❹의 과정을 반복하여 본다. 이를 통해 반지름의 길이와 관계없이 같은 크기의 각을 오직 하나 작도할 수 있음을 알 수 있다.				

	내용 요약 **각의 작도** : ∠AOB와 크기가 같은 각을 반직선 XY위에 다음 그림과 같은 순서로 작도할 수 있다. 
본문 전개	**즐거운 수학 왕도는 없다** 유클리드(Euclid;330?~275? B.C.)가 알렉산드리아대학에서 기하학을 강의하고 있을 때 왕의 아들인 한 학생이 기하학이 이해하기 어렵고 힘들어서 유클리드에게 물었다. “기하학을 좀 더 알기 쉽게 공부하는 방법은 없습니까?” 이에 유클리드는 “기하학에는 왕도(왕이 따로 가는 길이나 방법)가 없습니다.” 라고 답하였다고 한다.

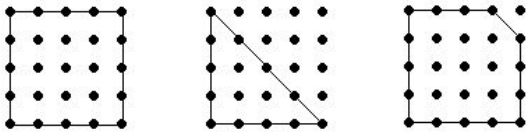
본문 전개	[참고] 3대 작도 불가능 문제(수준 상을 위한 내용-지도서 p108참고) 1. 임의의 각의 삼등분선의 작도 2. 임의의 정육면체의 부피의 두 배가 되는 정육면체의 한 모서리의 길이 작도 3. 임의의 원과 같은 넓이를 갖는 정사각형의 한 변의 길이 작도 유명한 3대 작도 불능 문제는 다음과 같다. ▶ 원적 : 주어진 원과 같은 넓이를 갖는 정사각형을 작도하는 문제 ▶ 정육면체의 배적 : 주어진 정육면체의 2배의 부피를 갖는 정육면체를 작도하는 문제 ▶ 각의 삼등분 :임의의 각을 3등분하는 선분을 작도하는 문제 ● 원적문제 옛날부터 농토의 경지 정리를 위해서 곡선으로 되어있는 농토를 사각형이나 다른 모양으로 고치려는 노력이 있었다. 이 때 중요한 원칙은 원래의 면적이 변하지 말아야 한다는 것이다. 원적문제는 “해는 신성한 것이 아니라 펠로폰네소스만큼이나 붉고 큰 뜨거운 돌덩이에 불과하며 달은 해로부터 빛을 받아 되쏘고 있는 또 하나의 지구다.” 라고 자신의 생각을 발표했다가 옥에 갇힌 천문학자이며 철인인 아낙사고라스로부터 비롯되었다. 그는 수학자는 아니었지만 감옥에 있는 동안 “주어진 원과 똑같은 넓이를 가진 정사각형을 작도할 수 없을까? 라는 생각에 몰두하였고, 이것이 원적문제로 발전하였다. 쏟아져 나왔고 결국 수학 전반에 중요한 영향을 끼쳤다.

본문 전개	● 배적문제 배적문제의 시작에 대해서는 두 가지 설이 있다. 하나는 고대 그리스 시인으로부터 비롯되었다는 것이다. 미노스 왕이 그의 아들 글라우쿠스를 위해 세운 묘비의 크기에 불만스러워했다고 표현한 대사에서 그 문제가 나타났다고 한다. 미노스는 묘비의 크기를 두 배로 하라고 그 시인에게 명령했는데 이 때 시인은 묘비의 각 변의 길이를 두 배함으로써 묘비를 두 배로 만들 수 있다고 말하였다. 이 잘못된 생각이 기하학자들로 하여금 부피만 두 배로 늘리는 것이 어떻게 가능한가 하는 문제에 빠져들게 하였다. ● 각의 삼등분 문제 이 문제는 3대 작도문제 중에서 가장 간단하고 이해하기가 쉬워 많은 사람에게 알려진 문제이다. 그리스인들에게 선분은 다등분하는 작도는 쉬운 일이었으므로 각을 다등분하는 문제를 풀려고 하다가 이 문제에 부딪힌 것 같다. 각을 3등분하기 위해 여러 가지 도구가 만들어졌는데 그중에서 토마호크와 합성컴퍼스는 흥미롭다. ● 3대 작도 문제는 어떻게 결론 지어졌나.....? 이 세 가지 문제는 2000여 년 동안 많은 수학자들을 괴롭혀오다가 19세기에 와서야 반트젤과 린데만에 의해서 눈금 없는 자와 컴퍼스만으로는 작도가 불가능하다는 것이 증명되었다. 이렇듯 처음부터 풀 수 없는 문제를 놓고 2천년 남짓 동안이나 자신의 모든 정력과 시간을 투자한 수학자들은 어리석은 사람들일까? 그렇지 않다. 3대 작도 문제를 풀기 위해서 치른 수많은 수학자들의 고생은 결코 헛되지 않았다. 이 세 가지 문제를 풀기 위한 왕성한 연구 속에서 갖가지 부산물이 쏟아져 나왔고 결국 수학 전반에 중요한 영향을 끼쳤다.

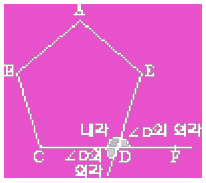
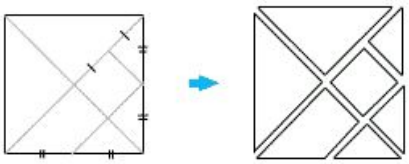
나. 활동지를 이용한 수업지도의 예

① 정다각형에서 교수 학습 과정안과 활동지 예시

<표Ⅱ-4> 정다각형 활동지

단원명	Ⅲ 도형의 성질 1. 평면도형 1. 다각형	차시	1 / 7	쪽수	P. 82 ~ 83
학습 주제	다각형				
학습 목표	다각형에 대하여 알 수 있다.				
학습 내용					
도입 활동	**탐구활동1.** 그림과 같이 가로, 세로로 간격이 일정한 25개의 점이 있을 때, 이들을 연결하는 선분을 그어 조건에 알맞은 그림을 그려보자. 풀이) 				
본문 전개	**내용 요약** **다각형** : 한 평면 위에서 여러 개의 선분으로 둘러싸인 도형 **외각** : 다각형에서 한 변과 그 이웃 변의 연장선 사이에 이루어진 각. **대각선** : 다각형에서 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 연결한 선분 **정다각형** : 변의 길이가 같고, 내각의 크기가 모두 같은 다각형 [참고1] 외각은 두 개 있으나 그 크기가 같으므로 어느 하나만을 생각한다. [참고2] 한 내각의 크기가 180°보다 크거나 같은 오목한 다각형은 생각하지 않는다. **이야기 거리 꿀벌의 집은 왜 정육각형일까?** 꿀벌은 아마도 일정한 재료로 가능하면 크고, 빈틈이 없는 집을 원했을 것이다. 우리는 다각형의 변의 개수가 많을수록 넓이가 넓고, 같은 변의 개수인 다각형은 정다각형일 때 넓이가 가장 넓다는 것을 알고 있다. 또, 빈틈없이 메울 수 있는 다각형은 정삼각형, 정사각형, 정육각형임을 알고 있다. 따라서 꿀벌은 너무나도 과학적인 이러한 생각을 가지고 최대의 꿀을 저장하기 위해 공간 낭비가 가장 적은 정육각형 모양의 집을 선택한 것이다.				

본문 전개	**이야기 거리　　바닥에 까는 타일은 어떤 도형일까?** 타일은 색깔이나 재질은 여러 가지이지만 어느 것이나 모두 정사각형이 아니면 정육각형으로 되어 있다. 그것은 무슨 까닭일까? 정다각형 가운데 정삼각형, 정사각형, 정육각형만이 평면에 빈틈없이 고루 깔 수 있다. 정삼각형의 한 각이 60°이기 때문에 정삼각형을 6개 모아 놓으면 공통되는 꼭짓점에 놓이는 6개의 각의 합은 360°이다. 정사각형의 한각이 90°이기 때문에 정사각형 4개를 모아 놓으면 4개의 각의 합이 360°이다. 정육각형의 한 각이 120°이기 때문에 정육각형 3개를 모아 놓으면 역시 공통되는 꼭짓점에 놓이는 3개의 각의 합이 360°이다. 다른 정다각형으로는 이렇게 모아 놓을 수 없다. 가령 정오각형이라면 한 각이 108°이고 3개를 모아 놓았을 때의 공통되는 꼭짓점에 놓이는 3개의 각의 합이 3×108° =324°이어서 360°보다 적다. 그러므로 정오각형을 3개를 모아 놓아서는 틈이 생긴다. 그리고 이 틈에다 정오각형을 더는 밀어 넣을 수 없다. 그것은 한 개를 더 넣으면 4×108°=432°이어서 360°보다 크기 때문이다. 정삼각형을 6개 모아 놓으면 비록 틈이 생기지는 않지만 정사각형이나 정육각형을 모아 놓은 것보다 곱지 못하다. 그러므로 일반적으로 정사각형과 정육각형 모양의 타일을 쓴다.

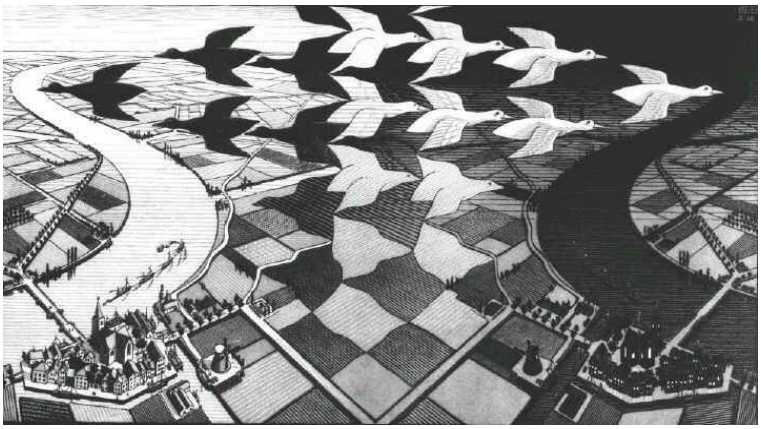
본문전개	문제1. 다음 두 조건을 만족하는 다각형의 이름을 말하여라.  ◉ 6개의 선분으로 둘러싸여 있다. ◉ 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같다. 문제2. 오른쪽 그림의 오각형에 대하여 대각선을 모두 그어 보아라.  정다각형 테셀레이션 활동지 제시 A.활동내용 정다각형을 이용하여 다양한 테셀레이션을 만들게 한다. B.지도상의 유의점 1.한 종류의 정다각형은 색깔, 크기와 모양이 같도록 만들어 오게 한다. 2.자연스럽게 테셀레이션이 가능한 도형을 유도하고 식으로 확인시켜준다. 교과서 p92의 학습 활동으로 수리 능력 기르기 1. 정사각형 모양의 종이를 아래의 그림과 같은 모양으로 오려서 7개의 조각을 준비하고, 그 7개의 조각을 이용하여 다음에 주어진 다각형을 만들어 보자.  (1) 삼각형 (2) 사각형 (3) 오각형 (4) 육각형

활동지 Ⅰ

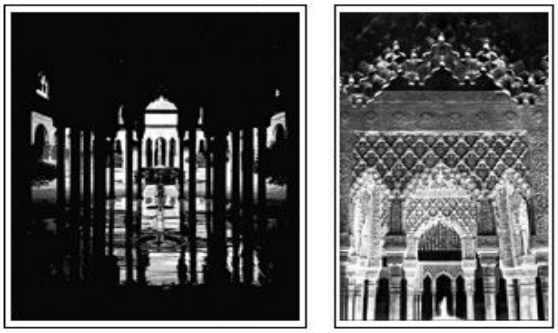
<테셀레이션의 소개>[1]

네덜란드의 미술가 에셔(Esher)는 수학적 원리를 이용하여 독창적이고 매혹적인 그림을 많이 그렸다. 에셔는 수준 높은 수학을 본격적으로 배울 기회를 갖지 못했지만, 기하학적으로 특이한 모양과 공간 착시 현상, 그리고 현실적으로는 불가능한 장면을 사실적으로 묘사하여 주목을 받아왔다. 특히 에셔는 테셀레이션(tessellation)' 이라는 것을 미술의 한 장르로 정착시키는 데도 크게 공헌했다.

테셀레이션이란 동일한 모양을 이용해 틈이나 포개짐 없이 평면이나 공간을 완전하게 덮는 것을 말한다. 테셀레이션의 예로는 바닥과 벽에 깔린 타일과 모자이크 등을 들 수 있으며, 순 우리말로는 '쪽매 맞춤'이라 한다.



<그림Ⅲ-1> 에셔. 낮과 밤(1938)



<그림Ⅲ-2> 알함브라 궁전의 내부

1) 채희진, 전영아 ,오혜원(1999) 새롭게 다가가는 평면도형, 입체도형, 수학사랑

활동지 Ⅱ

<정다각형 테셀레이션>[2]

(　　)반 (　　)번 (　　) 이름

1. 한 종류의 정다각형 모양의 종이 타일을 이어 붙여 주어진 면을 빈틈없이 메울 수 있을까? 그렇게 할 수 있는지 사각형 내부에 주어진 점을 중심으로 그 주위를 정다각형 종이로 메워 나가면서 알아보고 그 이유를 생각해 보아라. 단 한 꼭짓점에 모이는 면의 수가 모두 같고 겹쳐지지 않고 규칙적인 무늬를 만들어야 한다.

(1) 정삼각형 (o,x) •
(2)정사각형(o,x) •

2) http://www.mathlove.org/

(3) 정오각형 (o,x) •
(4)정육각형(o,x) •

2. 위에서 평면을 채울 수 있었던 정다각형에 대해 아래 물음에 답하여라.

정다각형	정삼각형	정사각형	정오각형	정육각형	정팔각형
한 내각의 크기					
한 꼭짓점에 모이는 다각형의 수					

3. 두 종류의 정다각형으로 평면을 채울 수 있을까? 가능한지 알아보고 가능한 것 중 2가지를 아래 사각형을 종이 타일로 붙여 채워보아라.

(1) 정삼각형 ,정사각형(o,x)

활동지 Ⅲ

<정사각형 판에서의 평행이동 테셀레이션 만들기>3)

- 준비물

두꺼운 종이, 큰 종이, 연필, 가위, 테이프, 색연필이나 컬러펜 준비한다.

- 만드는 과정

정사각형 판에서의 평행이동 테셀레이션을 다음과 같은 단계로 만든다. 응용단계로 자신만의 테셀레이션도 만들어보도록 한다.

1.정사각형 을 만든다.

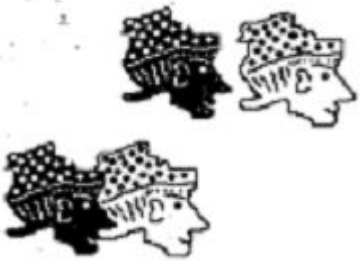
2. 두 조각 으로 나눈다.

3.평행이동 하여 반대

4. 다시 두 부분 으로 나눈다.

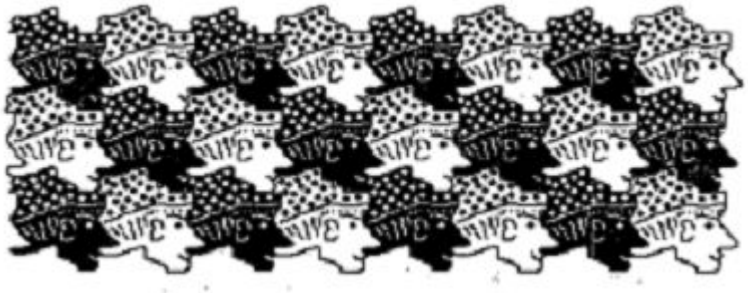
5. 자른 부분을 위에 붙인 후 디자인 한다.

6.같은 모양을 하나 더 만들어 다른 색 으로 디자인 한다.



7. 같은 작업을 반복한다.

3) http://forum.swarthmore.edu/sum95/suzanne/tesshtml



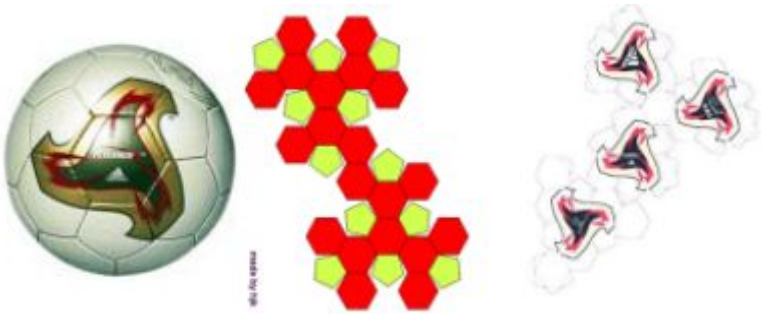
8. 평면 전체에 테셀레이션 한다.

②정다면체에서의 활동지 예시

2002년 FIFA 한·일 월드컵에서 사용된 공의 이름은 피버노바(Fevernova)이다. 피버노바는 우선 겉으로 보기에 4개의 황금색 삼각 모양을 새겨 넣은 것이 지금까지 발표된 공과는 완전히 다른 모양이다. 지난 70년 공인구가 도입된 이후 98년까지 FIFA는 하얀색과 검은색이 어우러진 벌집 모양의 틀에서 크게 벗어나지 않게 사용했다. 그러나 피버노바는 기존의 모양에서 완전히 벗어났다. 흰색 바탕에 바람개비 모양의 터빈 엔진을 형상화시켰다. 이 모양은 한국과 일본이 이룩한 고도의 기술 혁신을 의미한다고 설명했다. 2006년 독일 월드컵 공인구의 이름은 팀가이스트이다.

팀가이스트의 특징은 공을 구성하는 가죽조각의 수를 기존 32개에서 14개로 줄임으로써 완벽한 구형에 가까운 모양을 만들어 냈다는 것이다. 고열고압 접착 처리방식을 더욱 정교하게 발전 시켰고 독일 유니폼에 대한 경의의 표시로 공의 색상을 독일 대표 팀의 전통색인 흰색과 검은색으로 정했다. 그동안 국제축구연맹(FIFA)은 매번 대회가 열릴 때마다 새로운 공인구를 발표해왔다. 둘레 68~70㎝, 무게 410~450g의 축구공이 이처럼 변천을 거듭해온 것은 경기의 박진감을 높이려는 끊임없는 노력의 산물이라고 할 수 있다.

축구공은 어떻게 만들까? 축구공을 자세히 살펴보자. 축구공은 정오각형 12개와 정육각형 20개로 이루어져 있다. 우선 모든 면이 정삼각형으로 이루어진 정이십면체를 만든다. 각모서리를 삼등분하고 꼭짓점들을 잘라내자. 각 꼭짓점에는 5개의 면이 모여 있으므로 꼭짓점의 수만큼 정오각형이 생긴다. 즉, 12개의 정오각형이 새로 생긴다. 원래 20개의 정삼각형은 정육각형으로 변한다. 가죽으로 이런 다면체를 만든 다음 공기를 불어넣으면 축구공이 완성되는 것이다.



<그림Ⅲ-3> 축구공과 축구공 전개도

축구공은 화학 실험에서도 찾을 수 있다. 바로 탄소 원자 60개가 축구공 모양으로 모여 있는 분자구조인 C60(풀러렌)이다. 풀러렌은 처음에는 합성된 새로운 물질로 생각됐으나, 불꽃 속 검댕, 지구의 지층 구조와 운석, 우주 공간 등 자연 P에도 존재하는 것으로 밝혀졌다. 풀러렌은 매우 안정된 구조를 가지고 있어서 이것으로 캡을 만들면 암을 치료하기 위한 독한 약을 안전하게 몸속으로 운반 할 수 있다. 그리고 윤활제나 반도체, 아주 강한 섬유를 만드는데 이용할 수 있을 것이라고 예측하고 있다.

< 축구공 전개도를 이용한 활동지 >

축구공					
학습요소	축구공	예상소요시간	45분	수업형태	모둠학습
학습목표	축구공의 전개도를 이용하여 축구공을 만들 수수 있다.				
준비물	활동지 ,하드보드지, 풀, 테이프			수준구분	심화과정

A. 정다각형을 이용하여 축구공의 전개도를 만들어 보고 직접 축구공을 만들어 보자.

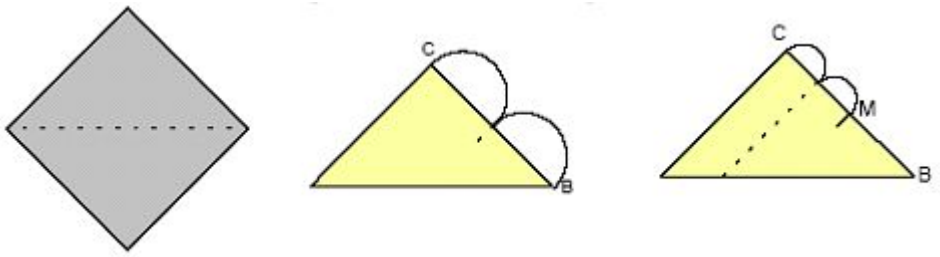
B. 지도상의 유의점

1. 정오각형과 정육각형에 대한 성질을 이해하게 한다.
2. 축구공 전개도를 B_4 용지에 확대 복사하여 학생에게 배부한다.
3. 전개도를 오릴 때 풀로 붙일 수 있는 여분을 남기면서 오릴 수 있도록 지도한다.

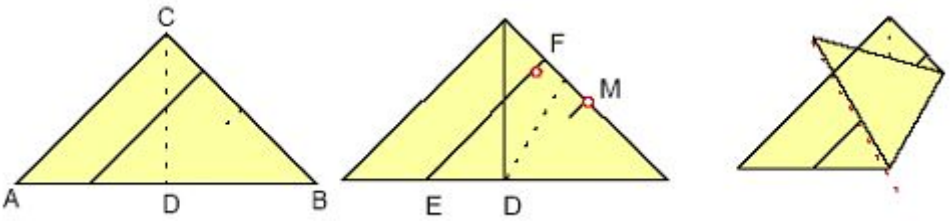
C. 활동지 해설

생략

축구공 만드는 방법 <뒷면참조>



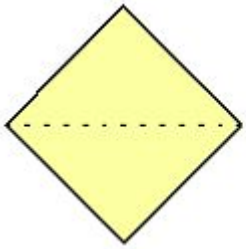
점 D를 중심으로 점 M이 선분 EF
와 만나도록 종이를 접는다.

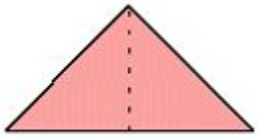


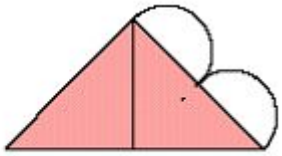
선분 L을 축으로 종이를 접거나
가위로 자른다.

종이를 펴면 정육각형 모양을 확인할
수 있다.

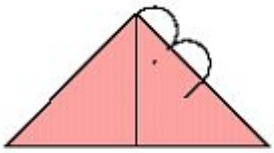
<그림Ⅲ-4> 정육각형 종이접기

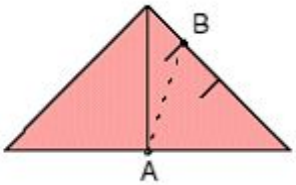


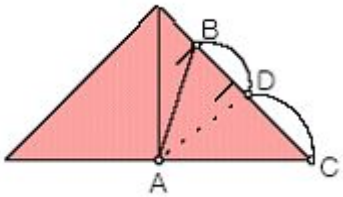




선분 AC와 선분 AB가 만나도록
AD를 축으로 접는다.



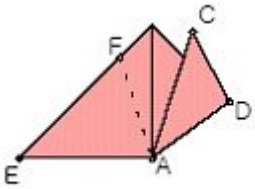


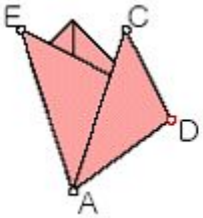


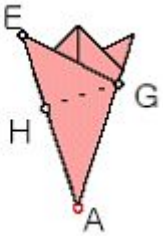
선분AE와 선분AD가 만나도록 AF를 축으로 접는다.

선분AC를 축으로 선분AD와 선분AE를 만나도록 접는다.

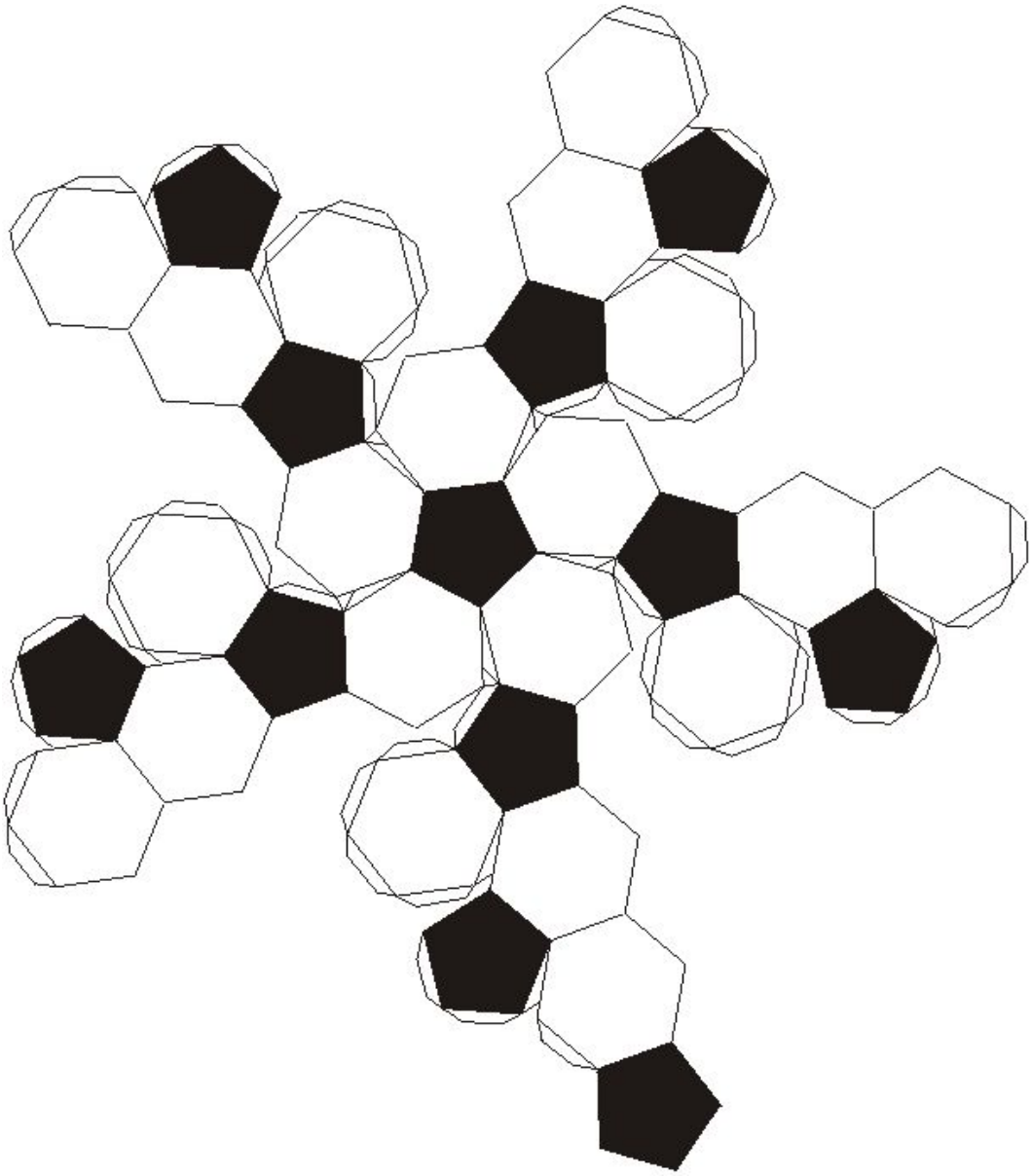
선분HG를 선분에 수직이 되도록 자른다.







<그림Ⅲ-5> 정오각형 종이접기



<그림Ⅲ-6> 축구공 전개도

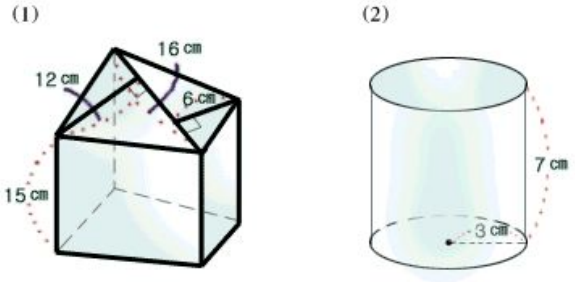
다. 도입단계에서 이야기를 통한 수업의 예

<표Ⅱ-5> 이야기를 통한 수업의 학습지도안

단원명	Ⅳ. 도형의 측정 2. 입체도형의 측정 1. 기둥의 겉넓이와 부피	차시	2 / 9	쪽수	P. 128 ~ 129
학습 주제	각기둥과 원기둥의 부피				
학습 목표	기둥의 부피를 구할 수 있다.				
학습 내용					
도입 활동	**탐구활동2.** 모양과 크기가 같은 두 직육면체에 어두운 부분과 같은 삼각기둥이 하나씩 포함되어 있을 때, 물음에 답하도록 한다. 풀이) (1) (직육면체의 부피) = (밑면의 가로의 길이)×(밑면의 세로의 길이)×(높이) = 3×4×5 = 60 이므로, (삼각기둥의 부피) = $\frac{1}{2}$×(직육면체의 부피) = $\frac{1}{2}$×(3×4×5) = 30 (2) 삼각기둥의 밑넓이는 $\frac{1}{2}$×3×4이고, 높이는 5이므로 삼각기둥의 밑넓이와 부피의 곱은 ($\frac{1}{2}$×3×4)×5 = 30 (3) 모두 30으로 같다. (4) ($\frac{1}{2}$×3×4)×5 = 30 「참고」(4)는 모양을 다르게 하여 자른 삼각기둥이지만 밑넓이와 높이가 일정하면 그 부피도 일정함을 알도록 하기 위한 것이다.				
본문 전개	내용 요약 **각기둥의 부피** : 삼각기둥으로 나누어 생각하면 밑넓이와 부피의 곱임을 알 수 있다. (기둥의 부피) = (밑넓이)×(높이) [참고1] 되돌아보기 직육면체의 부피를 구하는 방법은 초등학교에서 이미 학습하였다.				

본문 전개	이야기 거리 ● 왕관의 부피 해론 왕은 왕관을 만드는 데 기술자가 금을 빼돌렸다는 소문을 듣고, 금관을 조사하였으나 특별히 이상한 점을 찾지 못해서 아르키메데스에게 이를 밝혀보라고 하였다. 그도 특별히 방법을 찾지 못하던 어느 날 목욕탕에 몸을 담그자 물이 넘치는 것을 보고, 벌거벗은 채로 「유레카 (알았다), 유레카(알았다)」를 외치며 목욕탕 밖으로 나왔다고 한다. 그가 깨달은 사실은 모든 물체는 물속에서 그 물체의 부피와 같은 부피의 물을 밀어낸다는 것이었다. 이를 이용하여 그는 왕관의 부피를 구하여 그것이 순금으로 만들어진 것인지 아닌지를 알아냈다고 한다. ① 컵이 원기둥 모양인 또 다른 이유는 무엇일까요? 선생님: 삼각형. 사각형 , 원 중에서 지면에 닿는 부분이 가장 적은 도형은 어느 것 일까요? 학생들 : 글쎄요? 선생님: 삼각형을 평탄한 지면에 옆으로 놓아 보자. 지면에 닿는 부분이 넓습니다. 그럼 사각형은 어떨까요? 사각형도 마찬가지로 지면에 닿는 부분이 넓다는 것을 금방 알 수 있을 것입니다. 그러면 원은 어떨까요? 원은 지면에 어떻게 놓더라도 하나의 점에서 만납니다. 그만큼 지면에 닿은 부분이 작다는 것이죠. 이처럼 원은 지면에 닿는 부분이 다른 도형보다 좁기 때문에 컵 속의 물을 마실 때 아무리 입이 작은 사람도 쉽게 마실 수 있는데, 원기둥은 이러한 욕구를 충족시켜 주는 것입니다.

본문 전개	이야기 거리 ● 휘발유 통이나 보온병은 왜 원기둥 모양일까? 선생님: 우리 주위에 있는 것 중에서 수학적 지식이 적용된 예를 들어 볼까요? 우선 여러분들 집에 있는 보온병이나 주유소에 있는 휘발유 통은 왜 원기둥 모양일까요? 학생들: 원기둥 모양이 보기 좋으니까요... 선생님: 보기 좋아서가 아니라 용기를 만들 때는 언제나 재료를 적게 들이고도 많은 양의 액체를 담을 수 있어야 겠죠. 다시 말하면 같은 재료로 제일 많이 담을 수 있는 용기를 만들어야 합니다. 다시 말하면 넓이가 같은 원, 정사각형, 정삼각형 등의 도형에서 원의 둘레의 길이가 가장 짧습니다. 그러므로 같은 양의 액체를 담을 수 있고 높이가 같은 용기들 가운데서 원기둥 모양의 용기가 그 옆면에 드는 재료가 가장 적게 들죠. 그래서 휘발유 통이나 보온병 등 액체를 담는 용기는 대부분이 원기둥 모양으로 되어 있습니다. 그럼 원기둥 모양보다 재료가 더 적게 드는 모양은 없겠는가? 있습니다. 수학적 원리에서 보면 같은 재료로 만든 용기들 가운데 구 모양의 용기의 용적이 원기둥 모양의 용기보다 더 크죠. 즉 구 모양의 용기를 만들면 재료가 더욱 절약됩니다. 그러나 구모양의 용기는 잘 구르기 때문에 불안정하며 덮개도 만들기 어렵겠죠. 그러므로 구 모양의 용기는 실용적이지 못합니다.

본문전개	문제3. 다음 그림과 같은 입체도형의 부피를 구하여라.  교과서 p.139의 학습활동으로 수리 능력 기르기 1. 오른쪽 그림은 밑면인 원의 반지름의 길이가 2cm이고, 높이가 4cm인 원기둥이다. 이 원기둥의 부피의 1/2이 되는 원기둥을 5가지만 그림으로 나타내어라.
정리	본시학습 내용정리 · 형성평가 · 과제제시 · 차시예고

Ⅲ. 요약 및 제언

중학교에서 수학을 학습하는 중요한 이유 중의 하나는 수학적 지식의 습득과 기능의 숙달을 통하여 실생활 문제를 해결하기 위함이다. 그러나 현재의 교과서는 거의 이론중심 내용으로 이루어져 있어 학생들의 흥미를 자극하기에는 부족한 면이 있다. 따라서 수학 내용을 실생활의 소재로부터 도입하여 학생들의 흥미와 관심을 이끌고 학생 스스로 수학에 대한 태도 변화로부터 좀 더 나아가 그들의 학습 성취에 도움을 줄 수 있는 방안이 필요하다.

기하 교육에 있어서도 마찬가지이다. 초등학교에서 중학교 넘어오는 과정은 수학적 경험과 내용의 수준이 급격히 높아져 많은 학생들이 수학을 더욱 어렵고 힘든 과목으로 인식하게 되는 중요한 원인이 되고 있다. 따라서 단원을 도입할 때 도형의 성질이나 여러 명제를 먼저 이끌어내기보다는 학생들이 직접 만져보고 또 일상생활을 통해서 접하는 여러 사물을 관찰해 보면서 귀납적으로 기하 개념을 이끌어내는 과정이 있어야 한다. 그런 연후에 단원의 전개 부분에서 연역적 사고의 틀을 갖출 수 있도록 하는 것이 바람직하겠다. 또한 도형이 사용된 많은 실례들을 제시함으로써 학교에서 배우는 기하학이 일상생활과 밀접해 있다는 사실을 일깨워 주어야 한다. 이러한 과정 속에서 학생들은 도형이 교과서에서만 존재하는 재미없는 내용이 아니라 실생활 곳곳에서 살아 숨 쉬고 있는 개념이라는 것을 느끼게 되어 학습에 대한 흥미나 효과를 극대화시킬 수 있을 것이다.

도형 단원에서 도형에 대한 개념이 제대로 형성되게 하려면 교과서의 이론과 기호를 암기시키는데 주력하는 것 보다는 학생 스스로가 활동을 통해 작도능력을 키우고 입체도형을 실제로 만들어 보는 구체적인 활동에 참여하는 것이 필요하며 학생들의 구체적인 활동으로부터 그것을 점차 내면화하여 이론에 이르도록 수업을 구성하는 것이 필요하다고 생각한다.

활동지를 가지고 수업을 했을 때 기대되는 효과는

첫째 작도능력의 향상을 기대할 수 있다.

둘째 도형 이해력 향상에 도움을 줄 수 있다.

셋째 학업성취도가 좋아지는 것을 기대할 수 있다.

넷째 학습태도의 향상을 기대할 수 있다.

현재 학교현장은 교단 선진화의 영향으로 이전에 비해 많은 교육활동 기자재들이 확충되었으며 제 7차 교육과정의 개정 이후 활동중심 수업에 대한 인식도 많이 보편화 되었다. 그러나 아직도 어떻게 수업을 구성해야 하는지에 대한 연구는 많지

않은 편이다. 따라서 수학 교사들은 학생의 수준에 맞는 생활 속에 숨어있는 수학을 알맞게 재구성하고 직접적으로 수업에 참여 할 수 있는 활동 중심적 수업을 많이 함으로써 학생들이 흥미와 관심을 가질 수 있도록 지도하여 줄 것을 제언한다.

참고문헌

[1] 류성림(1993), 기하영역에서의 문제 해결의 지도-증명의 지도 방법을 중심으로, 한국교육대학교 수학교육연구회,

[2] 이승희(2002), Freudenthal의 수학화 활동을 위한 중학교 기하 영역의 학습 자료 개발. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문

[3] 박수화(1998), 중. 고등학교 학생들의 기하학적 인지발달에 관한 연구, 연세대학교 석사학위논문

[4] 신준식(1992), 공간 시각화 학습이 수학적 문제해결력에 미치는 효과, 한국교원대학교 석사학위논문

[5] 장영기(1997), 중학교 교육과정 해설 수학, 교육인적자원부

[6] 채희진(1998), 기하영역에서의 수학 외적 연결성에 관한 연구, 이화여자대학교 석사학위논문

[7] 나귀수(1996), 기하교육에서 공간적 사고의 중요성에 대한 고찰, 수학 학회 논문집 6(1),189～201

[8] 김미정,이종희(1994), VAN HIELE 이론에 의한 중학생들의 기하적 사고 수준에 관한 연구 ,수학교육 33(2) 251～265

[9] 김응태. 박한식. 우정호(1984) 수학교육개론 ,서울대학교 출판부

[10] 강흥규 (2003) Dewey의 경험주의 수학교육론 연구, 서울대학교 대학원 교육학 박사 학의 논문

[11] 박성택(2000) 수업전략으로서의 수학적 활동, 교과 교육 연구 발표회

[12] 유현주(1986) Dewey의 수의 심리학과 그 산술교육에의 응용의 재음미, 서울대학교 대학원 석사학위 논문

[13] 최은진(2005),<7-나 단계> 도형 단원에서 활동중심 교육의 효과, 이화대학교 교육대학원 석사학위 논문

[14] 채희진, 전영아 ,오혜원(1999) 새롭게 다가가는 평면도형, 입체도형, 수학사랑

[14] 류희찬,이승희,김수경(2001). 중학교 함수・기하 영역에서 Freudenthal의 수학적 과정을 도입한 학습자료 개발. 추계수학교육학 연구 발표대회 논문집,477-500

[15] 정영옥(1997). Freudthal의 수학화 학습-지도론 연구 서울대학교 대학원 박사학위 논문

[16] 우정호(1998).학교수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판부

[17] 우정호(2000).수학 학습 지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부

[18] 홍민정(2002) 활동주의 입장에서의 도형지도를 위한 자료 개발. 단국대학교 교육대학원 석사학위논문

[19] 박경미, 기하교구에 관한 연구, 연세대학교 석사학위논문, 2000

한국 교육과정평가원(2000) 수학과 교육 목표 및 내용 체계화연구 I 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRC 2000-3

인터넷 사이트

[20] http://www.mathlove.org/

[21] http://forum.swarthmore.edu/sum95/suzanne/tesshtml