[UCI]I804:24011-200000234674

2005년 8월
敎育學碩士(數學敎育)學位論文

중학교 기하영역의 연계성에 관한 고찰

- 원과 측정영역을 중심으로 -

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

金 信 惠

중학교 기하영역의 연계성에 관한 고찰

- 원과 측정영역을 중심으로 -

A study on the connection of geometric area in the middle school curriculum

- Focused on the field of Circle and Measurement -

2005년 8월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

金 信 惠

중학교 기하영역의 연계성에 관한 고찰

- 원과 측정영역을 중심으로 -

指導敎授　金 南 吉

이 論文을 敎育學碩士(數學敎育)學位 請求論文으로 제출합니다.

2005년 4월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

金　信　惠

金信惠의 敎育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審査委員長 朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員 朝鮮大學校 敎授 _____印

審 査 委 員 朝鮮大學校 敎授 _____印

2005년 6월

朝鮮大學校 敎育大學院

목 차

표목차 ····· ii
ABSTRACT ····· iii

Ⅰ. 서 론 ·····1
1. 연구의 필요성과 목적 ·····1
2. 연구의 내용 및 방법 ·····2
3. 연구의 제한점 ·····2

Ⅱ. 이론적 배경 ·····3
1. 교육과정 연계성 ·····3
2. 연계성 고찰의 준거 모형 ·····4

Ⅲ. 연구 방법 ·····10
1. 분석 대상 ·····10
2. 분석 내용 ·····10
3. 연구 방법 ·····13

Ⅳ. 결론 및 제언 ·····35

참고문헌 ·····37
부록 ·····38

표 목 차

<표 1> 내용의 분류 요소 ····· 6
<표 2> 연계성에 관한 분류 ····· 8
<표 3> 7 - 나 단계 ····· 10
<표 4> 8 - 나 단계 ·····11
<표 5> 9 - 나 단계 ····· 12
<표 6> X교과서의 '원'과 '측정' ····· 14
<표 7> Y교과서의 '원'과 '측정' ····· 15
<표 8> Z교과서의 '원'과 '측정' ·····16
<표 9-1> X, Y, Z 교과서의 '원' 영역·····18
<표 9-2> X, Y, Z 교과서의 '측정' 영역·····19

ABSTRACT

Title : A Study on the Connection of Geometric Area in the Middle School Curriculum
- Focused on the field of Circle and Measurement -

Shin-hye Kim

Advisor : Prof. Nam-gil Kim, Ph.D.

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education, Chosun University

The purpose of this study is to investigate whether introducing the concept of the field of Circle and Measurement and developing procedure in current middle school textbook have appropriate vertical connection.

For this purpose, I found out the meaning of educational connection and principle of organization, and to guarantee validity, I conducted a survey on 11 people of estimation group about the field of Circle and Measurement based on the standard model. In addition, I compared three textbook about the developing procedure of the field of Circle and Measurement, introduction part of large chapter, and introduction part of small chapter in which differences was found.

Through this study, I could learn that we can reduce the ratio of gap depending on how to introduce new concepts and contents on introductory part of a chapter. I think that we need to avoid useless repetitions and

prevent severe gap, and the effective improvement on education and consistent study of educational procedure and format of textbook about the field of Circle and Measurement should be executed.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

21세기 사회는 지식 정보화 사회로 특징지워지며, 이에 적합한 교육의 중점은 단순한 기능인의 양성보다는 자기 주도적으로 지적 가치를 창조 할 수 있는 인간의 육성에 그 중점을 두어야 한다. 이에 대비하기 위한 수학교과의 역할은 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 토대로 탐구하고 예측하여 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하며, 창의적인 문제해결력을 함양시키는 것이다 [11][12].

제 7차 수학과 교육과정은 개정의 기본방향을 수학적 힘의 신장으로 설정하였으며, 이를 위해 실천적인 항목들로, 개인의 능력 수준과 진로의 고려, 수학적 기본 지식의 습득, 학습자의 활동 중시, 수학적 흥미와 자신감의 고양, 계산기, 컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적 활용, 다양한 교수·학습 방법과 평가의 활용을 선정하였다. 더불어 수학 교육의 중요한 목표인 수학적 사고력과 문제 해결력의 강조는 수학 교육에서 계속적으로 추구하여, 급변하고 다양화하는 미래 사회에 적응할 수 있는 힘을 기르는데 반드시 필요할 것이다[1].

수학은 다른 교과에 비하여 개인차가 심하게 드러나는 교과이므로 학생들이 나타내는 수학적 수준은 천차만별이다. 따라서 모든 학생들에게 동일한 수학 내용을 제공하는 것은 비효율적이라고 할 수 있으며, 이는 수준별 교육과정의 근본적인 문제의식과 일치한다. 따라서 7차 교육과정의 수준별 교육학습은 연계성과 밀접한 관련이 있다고 할 수 있다. 그리고 성적이 하위권에 있는 학생들은 교과 내용을 다 알지도 못한 상태에서 학년이 올라가므로 다음 학년에 나오는 과정을 또 모르게 된다. 이것은 비교적 위계관계가 뚜렷한 수학에 있어서 연계성이 매우 중요하다는 것을 말한다. 연계성이 적절히 이루어지지 못하였을 때는 교육조직들의 불연속성을 증대시키고 학습시간 등의 낭비를 초래하여 학생의 지적 호기심 저하, 또는 암기식 학습방법으로 인한 창의력과 논리적 사고력의 저하를 초래하는 결과를 가져오며, 기본 개념에

대한 이해 부족으로 인하여 다음 단계의 학습 진행에 차질을 초래할 수 있다 [15].

따라서 본 연구에서는 현행 중학교 교과서에서 원과 측정영역의 개념의 도입이나 그 전개 방법에 있어서 적절한 수직적 연계성을 지니고 있는지 살펴보고자 한다.

2. 연구의 내용 및 방법

본 연구에서는 문헌연구를 통하여 교육학적 이론의 기초를 세우고 교과내용의 연계성을 분석하기 위해 준거모형을 이용한다. 교과내용의 연계성을 위한 교재로는 제 7차 교육과정에 의하여 현재 사용되고 있는 중학교 수학교과서 내 나단계(7-나, 8-나, 9-나)의 원과 측정영역을 2개의 주제(원, 측정), 15~16개의 항목으로 세분하여, 각 주제내의 항목 전개에 있어서의 연계성을 준거모형에 의하여 분석 고찰하였다. 이러한 분석의 결과에 대한 판단 집단 11명의 설문을 분석하였다.

3. 연구의 제한점

본 연구의 제한점으로는

첫째, 중학교 교과서에는 16종이 있는데, 이중 본 연구에서는 세 종류의 교과서를 분석하였다.

둘째, 연계성 준거모형에 의한 내용 분석의 범위를 중학교 수학 교과서의 나단계의 원과 측정으로 한정하였다.

셋째, 내용분석에 있어서 실제로 수업에 전개되는 상황을 고려하지 못하였다. 사실 교실에서 실행되는 교육과정은 교사에 따라 충분히 확대·심화 할 수 있다.

넷째, 교과서 내용 중 수직적 연계성만 분석하고, 다른 단원과 타과목과의 수평적 연계성은 고려되지 못하였다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 교육과정 연계성

1) 연계성의 의미

연계성에 대한 개념은 연구자들 사이에서 다양한 견해를 나타내고 있다. 하지만 이들 사이에서의 공통점을 모아서 연계성의 개념을 일반화 시켜보면 “연계성이란 교육제도를 통한 학생들의 효율적 지도·개발을 위하여 교육과정을 비롯한 교육제도 내의 여러 요소들을 수평적 및 수직적으로 관련시키는 과정이다”라고 할 수 있다[16].

교육과정 연계성에는 두 가지 측면이 있는데, 하나는 수직적 연계성(vertical articulation)이고, 다른 하나는 수평적 연계성(horizontal articulation)이다. 수평적 연계성은 등급내의 영역간의 문제이고, 수직적 연계성은 등급간의 문제를 의미한다. 그런데 교육과정 연계성은 수평적인 의미보다는 수직적인 의미로 더 자주 쓰인다. E. W. Smith는 ‘학년사이의, 학과사이의, 초등학교와 중등학교 사이의, 그리고 중등학교와 고등교육기관 사이의 교수(instruction)의 통합’으로 연계성을 표현했다.

본 연구에서는 연구내용이 7단계에서 9단계까지의 원과 측정영역의 연계성이라는 점을 생각해 볼 때 등급간의 문제, 즉 수직적 연계성을 전제로 하는 연구로 볼 수 있다.

2) 교육과정 조직원리

R. W. Tyler는 효과적인 교육과정 조직의 원리로써 계속성, 계열성, 통합성의 세 원칙을 내세우고 있다[18]. 이 중에서 계속성과 계열성은 학습경험의 종적 조직에 관한 원칙이며, 통합성은 학습 경험의 횡적 조직에 관한 원칙이다. 계속성(Continuity)은 내용의 조직에 있어서 내용의 여러 요소가 어느 정도 계속해서 반복되어야 한다는 것이다. 동일 요소의 단순 반복이 아니라 점진적으로 심화 확대되도록 조직하는 것, 즉 한가지 교육내용이 학년이 올라

가면서 단절되지 않고, 계속적으로 이루어져야 한다는 것을 의미한다. 이것은 학습 경험요인이 계속 반복됨으로써 비슷한 경험들이 상당한 기간에 걸쳐 계속 반복되어 누적적인 학습의 효과를 나타낼 수 있다는 Taba의 누적학습(cumulative learning)에서도 찾아 볼 수 있다. 즉, 동일요소의 단순 반복이 아니라 점진적인 심화, 확대를 더 강조하고 특정 개념의 학습에 있어서 더 의미 있는 통합으로 이끌어주도록 하는 내용 조직을 뜻하는 의미로 정의하고 있다. 계열성(Sequence)은 교육내용을 조직할 때 어느 것을 먼저 가르치고 어느 것을 나중에 가르치는가를 말하는 것으로 선행경험이나 내용을 기초로 하여 다음 경험이나 내용을 전개함으로써 점차적으로 경험의 깊이와 넓이를 더해 가는 것을 의미한다. 통합성(Integration)은 여러 학습경험들이 서로 상관없이 단절되어 있는 것이 아니라 개개의 경험들이 상호 결합됨으로써 보다 효과적인 학습과 성장을 촉진할 수 있어야 한다는 것이다. Bruner는 시간의 흐름에 따라 동일한 계열의 학습경험이 계속적으로 반복하여 나타나되 좀 더 심화되고 확충된 맥락 속에서 그것이 나타나야 한다고 하였다. 이것은 학습자 자신이 발견한 것은 이미 알게 된 아이디어의 내적인 재조직이라고 하는 발견학습의 나선적 조직 개념을 전개하고 있는 것으로 연계성을 설명하고 있다[19].

또한 Gagne는 그의 학습위계에 관한 이론에서 한 학습소인은 그 아래에 하나 또는 그 이상의 종속적인 하위소인을 갖고 있다는 것으로 볼 수 있으며 어떤 하위소인의 학습은 바로 상위소인의 학습에 차례로 전이되는 관계를 갖도록 학습소인들의 전체적인 조직망을 엮어 나갈 수 있다고 하였다. 그러므로 학습위계에서 상위의 학습은 바로 그 아래의 학습을 선행조건으로 요구한다.

2. 연계성 고찰의 준거 모형

1) 준거 모형

교육과정의 수직적 조직의 원리인 계속성과 계열성을 기초로 하여, 교육 단위간의 교육과정 연계성을 연구하기 위해 세 가지 준거모형을 설정하였다

[17].

(1) 반복: Tyler의 계속성, 계열성 원리에서 계속성은 있으나 계열성은 없는 즉, 점진적 심화 확대가 아닌 동일 요소의 반복을 의미한다.

(2) 발전: 계속성을 따라 중요 내용을 반복하되 단순히 동일한 것을 반복하는 것이 아니라 점진적으로 깊이와 넓이를 더해가는 학습이 이루어지는 것을 의미한다. 즉, 계속성과 계열성이 동시에 유지됨으로써 이상적인 교육 내용의 수직적 전개가 이루어져서, 교육 내용이 발전적으로 심화되고 확대되어지는 것을 나타낸다.

(3) 격차: Gagne의 학습 위계에 관한 이론으로서 학습 위계성에서 일련의 하위 소인중의 일부 소인이 학습 과제에서 누락됨으로써 상위소인의 학습이 불가능해진 경우와, 한 소인의 학습에서 충분한 연습이 이루어지지 않아 이 소인의 재생이 불가능해진 경우, 또는 학습과제내의 결함 때문에 학습 구조의 일부 소인들의 통합이 잘 안되어지는 경우를 의미한다.

이상에서 언급한 반복, 발전, 격차를 준거모형으로 정하여 수직적 연계성에 대해 알아보고자 한다.

2) 분석의 준거 및 방법

중학교 교과서 내의 원과 측정영역의 연계성을 알아보기 위하여 반복, 발전, 격차를 정하는 세부적인 준거로서 표현방법과 내용수준을 다음과 같이 분류하였다.

<표 1> 내용의 분류 요소

요 소	정 도
내용의 표현 방법	ㄱ. 단순한 반복 ㄴ. 제시방향이나 관점의 변화(단순한 다른 방법) ㄷ. ㄴ에서 발전해서 일반화된 개념 형성 가능 (적절하게 확대, 전문적으로 확대)
내용의 수준	a. 전 단계와 같은 수준 b. 전단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준 c. 전단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 가능한 수준 d. 전단계의 도움을 받고, 다른 선수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준

출 처: 송순희 외(1991), 「수학 및 과학 교과 내용의 연계성 분석을 위한 준거 모형 설정과 예시적 분석」 한국과학교육학회지.

이와 같은 실질적 준거로서 표현방법과 내용수준을 근거로 하였을 때, ㄱa, ㄱb, …, ㄷd 등 모두 12가지의 경우가 나타나는데 각각을 「반복」,「발전」, 「격차」로 분류하는 데는 앞서 언급한 Tyler의 계속성 원리, 계열성 원리와 Gagne의 학습위계에 의해 분류에 의해 설명할 수 있을 것이다.

먼저 「반복」이라함은 교과 내용의 표현방법과 그 내용 수준에 있어서 단순한 반복을 의미한다. 즉 계열성보다는 계속성이 강조되는 경우이며 앞서 학습한 내용이 중복되어 나타남을 말한다. 따라서 여기서는 ㄱa, ㄴa가 그러한 경우이며 그 중 특히 ㄴa는 두 가지 경우로 다시 나누어진다. 하나는 단순한 동일 요소의 반복이며 다른 하나는 반복되는 내용은 같으나 그것이 다음 학습할 내용의 준비적 성격을 나타낼 때의 경우이다. 따라서 본 연구에서는 두 번째의 경우처럼 선행 학습의 성격으로서 일반화의 준비 단계의 경우는 「반복」보다는 심화 및 확대의 「발전」의 성격에 포함 시켜 생각할 수 있다고 판단되므로 단순한 반복이라 함은 ㄱa와 ㄴa의 일부로 분류하였다.

한편, Gagne의 학습위계에 관한 이론에서 알 수 있듯이 어떤 하위 소인의 학습을 바로 위의 상위 소인의 학습에 차례로 전이되는 관계를 갖도록 학습 소인들의 전체적인 조직망을 엮어나가야 하며, 학습위계에서 상위의 학습은

바로 그 아래의 학습을 선행 조건으로 요구한다[20]. 이러한 학습 위계상에서 일련이 하위소인 중의 일부 소인이 누락되거나 혹은 충분한 설명이 되어 있지 않거나 하여 상위소인의 학습이 불가능해진 경우 또는 내용 수준을 고려한 표현방법이 불충분한 경우 등으로 인하여「격차」가 나타나게 된다. 이러한 경우로서 「격차」로는 ㄱc, ㄱd, ㄴc, ㄴd, ㄷc, ㄷd로 분류하였으며 특히 ㄷc에서 표현방법으로서 ㄷ이 충분한 경우에는「격차」라기 보다는 「발전」으로 보았고, 그렇지 않은 경우에는 「격차」로 보았다.

앞서 말한 「반복」과 「격차」를 제외한 나머지 경우를 그 내용 수준과 표현 방법에 있어서 비교적 양자가 내용 수준에 맞게 표현방법이 적절하다고 판단되어 「발전」으로 보았다.

사실상 표현방법 3단계와 내용수준 4단계로 나타나는 경우의 수 12가지 가운데 「반복」과 「격차」에서 ㄴa, ㄷc가 각각 두 가지로 분류되었으므로 사실상 나타나는 경우의 수는 14가지가 된다. 연계성과 분류요소의 조합의 자세한 설명은 다음과 같다.

<표 2> 연계성에 관한 분류

연계성	내용분류 요소의 조합	조합의 의미
반복	ㄱa	내용 표현방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전 단계와 동일한 수준이다.
	ㄴa(1)	내용 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시 방향이나 관점의 변화가 있고 내용의 수준이 전 단계와 동일한 수준이다.(단순한 열거)
발전	ㄱb	내용의 표현 방법이 단순한 반복이나, 내용수준이 전 단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준이다.
	ㄴa(2)	내용의 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전 단계와 같은 수준이나, 열거가 일반화의 준비단계이다.
	ㄴb	내용의 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 곧바로 발전 될 수 있는 수준이다.
	ㄷa	내용의 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화된 개념의 형성이 가능하고 내용의 수준은 전 단계와 동일하다.
	ㄷb	내용의 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화된 개념의 형성이 가능하고, 내용의 수준은 전 단계의 도움을 받아 곧바로 발전 될 수 있는 수준이다
	ㄷc(1)	내용의 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하도록 충분한 경우이며, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.

격차	ㄱc	내용 표현방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ㄱd	내용의 표현 방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받고 다른 선수개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.
	ㄴc	내용 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ㄴd	내용의 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받고 다른 선수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.
	ㄷc(2)	내용 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화 된 개념 형성이 가능하나 충분하지 못한 경우이며, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ㄷd	내용 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서, 일반화된 개념형성을 하고, 내용 수준을 전 단계의 도움을 받고 다른 수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.

출 처: 송순희 외(1991), 「수학 및 과학 교과 내용의 연계성 분석을 위한 준거 모형 설정과 예시적 분석」 한국과학교육학회지.

Ⅲ. 연구 방법

1. 분석대상

중학교 수학과 교육과정에서 나단계의 원과 측정의 연계성에 대한 분석을 하기 위하여 현행 7차 교육과정에 따른 수학 7-나, 수학 8-나, 수학 9-나 교과서를 중심으로 분석하였다. 검정 교과서 중 세 교과서를 X, Y, Z로 명명하였다. 설문내용은 세 교과서의 교사용지도서의 원과 측정 영역을 프린트하여 설문자들에게 배포하였다.

2. 분석내용

각 단계별로 교과서에 어떤 내용으로 제시되어 있는지를 X교과서를 통해 살펴보고, 7차 교육과정에 따른 학습 목표와 내용을 살펴보면 다음과 같다.

1) 7-나 단계의 학습목표와 내용

<표 3> 7 - 나 단 계

학년	대단원	중단원	소단원
7단계	Ⅱ.기본도형	1. 기본도형	(1) 점, 선, 면 (2) 각과 평행선
		2. 위치관계	(1) 두 직선의 위치관계 (2) 직선과 평면의 위치관계
		3. 작도와 합동	(1) 간단한 도형의 작도 (2) 삼각형의 작도 (3) 삼각형의 합동
	Ⅲ.도형의성질	1. 평면도형의 성질	(1) 다각형 (2) 원과 부채꼴
		2. 입체도형의 성질	(1) 다면체 (2) 회전체
	Ⅳ.측정	1. 평면도형의 측정	(1) 다각형의 내각과 외각 (2) 부채꼴의 호의 길이와 넓이
		2. 입체도형의 측정	(1) 기둥의 겉넓이와 부피 (2) 뿔의 겉넓이와 부피 (3) 구의 겉넓이와 부피

<7-나 단계>의 학습목표는 기본도형의 개념을 이해하고, 간단한 평면도형과 입체도형의 성질을 알 수 있게 하며, 다각형의 각의 크기, 간단한 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있게 하는 것이다. 학습내용으로는 기본도형, 작도와 합동, 평면 도형의 성질, 입체도형의 성질이 있다. 이 단계에서는 학생들에게 직관적인 탐구 활동을 통해 점, 선, 면, 각, 원에 대한 성질을 알게 하며, 원주율은 특정한 수치로 주어지지 않는 한 π로 사용할 수 있도록 지도해야 한다.

2) 8-나 단계의 학습목표와 내용

<표 4> 8 - 나 단 계

8 단계	Ⅱ.도형의성질	1. 삼각형의 성질	(1) 명제와 증명 (2) 이등변삼각형의 성질 (3) 직각삼각형의 합동 (4) 삼각형의 외심과 내심
		2. 사각형의 성질	(1) 평행사변형 (2) 여러 가지 사각형
	Ⅲ. 도형의닮음	1. 도형의 닮음	(1) 닮은 도형 (2) 닮음의 위치 (3) 삼각형의 닮음조건
		2. 닮음의 응용	(1) 삼각형과 평행성 (2) 삼각형의 중점연결정리 (3) 닮은 도형의 넓이와 부피

<8-나 단계>의 학습 목표는 삼각형의 합동조건, 닮음조건을 이용하여 간단한 도형의 성질을 증명할 수 있도록 하며, 학습내용으로는 삼각형과 사각형의 성질, 도형의 닮음, 닮음의 응용이 있다. 이 단계에서는 학생들에게 도형의 성질을 증명한 후에 구체적인 예를 통해 확인시켜주고, 삼각형의 닮음 조건과 합동조건을 비교하여 그 차이점을 보여줌으로써, 실생활문제에 합동인 도형과 닮음 도형을 찾을 수 있는 능력을 길러주어야 한다.

3) 9-나 단계의 학습목표와 내용

<표 5> 9 - 나 단 계

9 단계	Ⅱ.피타고라스의 정리	1. 피타고라스의 정리	(1) 피타고라스의 정리 (2) 피타고라스의 정리의 역
		2. 피타고라스의 정리와 활용	(1) 평면도형에의 활용 (2) 입체도형에의 활용
	Ⅲ.원의 성질	1. 원과 직선	(1) 원의 중심과 현 (2) 원의 접선
		2. 원주각	(1) 원주각 (2) 원과 사각형 (3) 접선과 현이 이루는 각 (4) 원과 비례
	Ⅳ.삼각비	1. 삼각비	(1) 삼각비 (2) 삼각비의 값
		2. 삼각비의 활용	(1) 거리 구하기 (2) 넓이 구하기

<9-나 단계>의 학습목표는 피타고라스의 정리, 피타고라스의 정리와 활용, 원에 관한 여러 가지 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 하며, 삼각비의 기본 개념을 이해하고 이를 활용할 수 있다. 학습내용으로는 피타고라스의 정리와 활용, 원과 직선, 원주각 및 삼각비와 삼각비의 활용이 있다. 이 단계에서는 피타고라스의 정리, 원에 내접하는 사각형의 성질, 원과 비례에 관한 성질의 증명을 간단히 다루고 활용에 중점을 두며, 피타고라스의 정리의 역은 증명 없이 문제 상황을 통해 간단히 다루도록 하며 삼각비 사이의 관계를 다루지 않고 삼각비의 값은 0°에서 90°까지의 각도에 대한 것을 다루며 삼각비의 활용은 단순한 소재를 택하여 간단히 다루도록 지도해야 한다.

3. 연구방법

중학교 수학 교과서 나단계의 원과 측정영역의 연계성을 분석하기 위하여 원과 측정을 각각 6~9개의 문항으로 나누었다.

각 항목에 따라 교과서에서 다루어지고 있는 부분을 교과서 내용별로 표시하였고, 각 문항에서는 전 단계에서 다음 단계로 내용이 전수되는 것을 '~'로 표시하였다. 그리고 설문지는 현직 중학교 수학담당 교사 11명의 조사를 통하여 분석하였다. 그리고 각 단계별 연계성을 쉽게 나타낼 수 있도록 「7-나」,「8-나」,「9-나」,「7-나~8-나」,「8-나~9-나」,「7-나~9-나」로 나누어 결과를 분석하였다.

분류한 각 항목들에 대한 판단집단 11명의 판단결과는 <표 6>, <표 7>, <표 8>과 같은데, 주제별 내용전개의 판단결과에 나타나 있는 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K는 판단집단원 11인을 나타낸다.

<표 6> X교과서의 '원'과 '측정'

주제	문항	반복		발전						격차						교과서내용
		ㄱa	ㄴa(1)	ㄱb	ㄴa(2)	ㄴb	ㄷa	ㄷb	ㄷc(1)	ㄱc	ㄱd	ㄴc	ㄴd	ㄷc(2)	ㄷd	
원	1.1)내용 ~2)내용	BE		A	CG	HIJ	K	F	D							1)7-나:원과 부채꼴 2)9-나:원의 중심과 현 3)9-나: 원의 접선 4)9-나:원주각 5)9-나:원과 사각형 6)9-나:접선과 현이 이루는 각 7)9-나: 원과 비례
	2.2)내용 ~3)내용			C	G	BK		A F HI			EJ		D			
	3.3)내용 ~4)내용					B C K		A F HJ				EI		D	G	
	4.4)내용 ~5)내용		CK			B H I	E	AJ	D				F	G		
	5.5)내용 ~6)내용						K	AD	BHI	C E J			F	G		
	6.6)내용 ~7)내용						K		BE	A C HIJ			F	G	D	
측정	1.1)내용 ~2)내용	C	BG	E		AK	IJ	F				H	D			1)7-나:다각형의 내각과 외각 2)7-나:부채꼴의 호의 길이와 넓이 3)7-나:기둥의 겉넓이와 부피 4)7-나:뿔의 겉넓이와 부피 5)7-나:구의 겉넓이와 부피 6)8-나:닮은 도형의 넓이와 부피 7)9-나:삼각비 8)9-나:삼각비의 값 9)9-나:거리구하기 10)9-나:넓이구하기
	2.2)내용 ~3)내용			E	GJ	A B C H IK						F	D			
	3.3)내용 ~4)내용					C	B E H		D	A		FIJ	K	G		
	4.4)내용 ~5)내용						C E H		D	A		BJ	K	GI	F	
	5.5)내용 ~6)내용						C E H		D	A		BJ	K	GI	F	
	6.6)내용 ~7)내용			B			AK	EF				C G HIJ		D		
	7.7)내용 ~8)내용							A B D E HI	JK				C F G			
	8.8)내용 ~9)내용						JK	A	BD		CE	F G HI				
	9.9)내용 ~10)내용						K	AD	BCE HIJ			FG				

<표 7> Y교과서의 '원'과 '측정'

주제	문항	반복		발전						격차						교과서내용
		ㄱa	ㄴa(1)	ㄱb	ㄴa(2)	ㄴb	ㄷa	ㄷb	ㄷc(1)	ㄱc	ㄱd	ㄴc	ㄴd	ㄷc(2)	ㄷd	
원	1.1)내용 ~2)내용				AC	DEI	H	F G K	J		B					1)7-나:원과 부채꼴 2)7-나:원과 직선의 위치관계 3)9-나:호와 현 4)9-나:원의 접선 5)9-나:원주각의 성질 6)9-나:원의 접선과 현이 이루는 각 7)9-나:원과 사각형 8)9-나:원과 비례
	2.2)내용 ~3)내용			A	BE	HC	DK	FGI J								
	3.3)내용 ~4)내용			D		A B CEI	K	H F GJ								
	4.4)내용 ~5)내용				C	AB	EK	D F GIJ	H							
	5.5)내용 ~6)내용					C	AD	HJ	EFG		K			BI		
	6.6)내용 ~7)내용		D		C	BE	A	HK	FGJ					I		
	7.7)내용 ~8)내용					C	A		DEF GIJ		HK			B		
측정	1.1)내용 ~2)내용			A	C	F	K	B E H G IJ			D					1)7-나:다각형의 내각과 외각 2)7-나:부채꼴의 호의 길이와 넓이 3)7-나:기둥의 겉넓이와 부피 4)7-나:뿔의 겉넓이와 부피 5)7-나:구의 겉넓이와 부피 6)8-나:닮음의 활용 7)9-나:삼각비 8)9-나:삼각비의 값 9)9-나:삼각비의 활용
	2.2)내용 ~3)내용			A	C			E F G	K	B	D H J	I				
	3.3)내용 ~4)내용		D		A	C H K		FG			J	BE		I	F	
	4.4)내용 ~5)내용	D			A	C H K			G		EJ	B		I	F	
	5.5)내용 ~6)내용				A	C H K			DGJ			BE		I	F	
	6.6)내용 ~7)내용						K	A B C H F	D E GJ					I		
	7.7)내용 ~8)내용			D			K	A C F H J	GI	BE						
	8.8)내용 ~9)내용					BE	D	F	A C GHI J	K						

<표 8> Z교과서의 '원'과 '측정'

주제	문항	반복		발전						격차						교과서내용
		ㄱa	ㄴa(1)	ㄱb	ㄴa(2)	ㄴb	ㄷa	ㄷb	ㄷc	ㄱc	ㄱd	ㄴc	ㄴd	ㄷc	ㄷd	
원	1.1)내용 ~2)내용			D	A		HK	C F GJ		I	BE					1)7-나:원과 부채꼴 2)9-나:원과 현 3)9-나:원의 접선 4)9-나:원주각 5)9-나:원에내접하는 사각형의성질 6)9-나:접선과현이이루는 각 7)9-나:원과비례 8)9-나:할선과 접선
	2.2)내용 ~3)내용				BE	A D HIJ		F G K	C							
	3.3)내용 ~4)내용					EK	A B DJ	C F GH				I				
	4.4)내용 ~5)내용						AK	E F G	B C DH	J				I		
	5.5)내용 ~6)내용					HK		A C DJ	B E FG					I		
	6.6)내용 ~7)내용						CK		A F GH			DIJ		BE		
	7.7)내용 ~8)내용		D				H	CJ	A F G I K					BE		
측정	1.1)내용 ~2)내용				A	F	C I K	G H J		B	E	D				1)7-나:다각형의 각의 크기 2)7-나:부채꼴의 호의 길이와 넓이 3)7-나:기둥의 겉넓이와 부피 4)7-나:뿔의 겉넓이와 부피 5)7-나:구의 부피와 겉넓이 6)8-나:닮은 도형의 넓이와 부피 7)9-나:삼각비의 뜻 8)9-나:삼각비의 값 9)9-나:길이와 넓이 구하기 10)9-나:삼각비와 실생활
	2.2)내용 ~3)내용					AK		C H FG	B E J	D			I			
	3.3)내용 ~4)내용		B D E			C	AK	H F GIJ								
	4.4)내용 ~5)내용		B D E				AC	HJ	GK					I	F	
	5.5)내용 ~6)내용					CD	A E K	BH	GJ					I	F	
	6.6)내용 ~7)내용						CJ	A F HI	GK		E	BD				
	7.7)내용 ~8)내용					DK	AC	F H J	B E GI							
	8.8)내용 ~9)내용						A C HK	DFI	GJ	BE						
	9.9)내용 ~10)내용					B C EHI		A D FJ	GK							

<표 6>, <표 7>, <표 8>에서 X, Y, Z교과서의 「원」과 「측정」영역의 각 교과서내용이 기재된 항를 보면,

「원」영역을 보면, X교과서는 원과 부채꼴, 원의 중심과 현, 원의 접선, 원주각, 원과 사각형, 접선과 현이 이루는 각, 원과 비례로 전개하고 있다. 그리고 Y교과서는 원과 부채꼴, 원과 직선의 위치관계, 호와 현, 원의 접선, 원주각의 성질, 원의 접선과 현이 이루는 각, 원과 사각형, 원과 비례로 전개하고 있고, Z교과서는 원과 부채꼴, 원과 현, 원의 접선, 원주각, 원에 내접하는 사각형의 성질, 접선과 현이 이루는 각, 원과 비례, 할선과 접선으로 전개를 하고 있다. 그리고 X, Z교과서는 7-나 단계의 '원과 부채꼴'에 '원과 직선의 위치관계'를 포함하여 전개하고 있으나, Y교과서는 7-나 단계의 '원과 부채꼴'과 '원과 직선의 위치관계'로 두개로 나누어 전개를 하고 있다.

또한 X, Y교과서는 9-나 단계의 원과 비례에 할선과 접선을 포함하여 전개를 하고 있고 Z교과서는 원과 비례와 할선과 접선을 두개의 항목으로 나누어 전개 하고 있다.

「측정」영역에서 X교과서는 다각형의 내각과 외각, 부채꼴의 호의 길이와 넓이, 기둥의 겉넓이와 부피, 뿔의 겉넓이와 부피, 구의 겉넓이와 부피, 닮은 도형의 넓이와 부피, 삼각비, 삼각비의 값, 거리 구하기, 넓이 구하기로 전개하고 있다. 그리고 Y교과서는 다각형의 내각과 외각, 부채꼴의 호의 길이와 넓이, 기둥의 겉넓이와 부피, 뿔의 겉넓이와 부피, 구의 겉넓이와 부피, 닮음의 활용, 삼각비, 삼각비의 값, 삼각비의 활용으로 전개를 하고 있고, Z교과서는 다각형의 각의 크기, 부채꼴이 호의 길이와 넓이, 기둥의 겉넓이와 부피, 뿔의 겉넓이와 부피, 구의 겉넓이와 부피, 닮은 도형의 넓이와 부피, 삼각비의 뜻, 삼각비의 값, 길이와 넓이 구하기, 삼각비와 실생활로 전개 하고 있다. 세 교과서가 삼각비의 값까지는 비슷하게 전개를 하지만 X교과서에서는 거리 구하기와 넓이 구하기를 따로 분류하여 놓았고, Y교과서에서는 삼각비의 활용으로 묶어 놓았다. 그리고 Z교과서에서는 길이와 넓이 구하기, 삼각비와 실생활로 전개를 하고 있다.

<표 6>, <표 7>, <표 8>를 각 단계별로 분류하여 분석해 보면 <표 9-1>과 <표 9-2>와 같다.

<표 9-1> X,Y,Z 교과서의 '원'영역

· X교과서의 '원'영역

연계성 / 단 계	반 복	발 전	격 차	합 계
9-나	2(3.64%)	31(56.36%)	22(40.00%)	55
7-나 ~ 9-나	2(18.18%)	9(81.82%)	0(0%)	11
합 계	4(6.06%)	40(60.61%)	22(33.33%)	66

· Y교과서의 '원'영역

연계성 / 단 계	반 복	발 전	격 차	합 계
7-나	0(%)	10(90.91%)	1(9.09%)	11
9-나	1(1.82%)	47(85.45%)	7(12.73%)	55
7-나 ~ 9-나	0(0%)	10(90.91%)	1(9.09%)	11
합 계	1(1.30%)	67(87.01%)	9(11.69%)	77

· Z교과서의 '원'영역

연계성 / 단 계	반 복	발 전	격 차	합 계
9 - 나	1(1.51%)	54(81.82%)	11(16.67%)	66
7-나 ~ 9-나	0(0%)	8(72.73%)	3(27.27%)	11
합 계	1(1.30%)	62(80.52%)	14(18.18%)	77

<표 9-2> X,Y,Z 교과서의 '측정'영역

· X교과서의 '측정'영역

연계성 / 단 계	반 복	발 전	격 차	합 계
7 - 나	3(6.82%)	24(54.55%)	17(38.63%)	44
9 - 나	0(0%)	22(66.67%)	11(33.33%)	33
7-나 ~ 8-나	0(0%)	4(36.37%)	7(63.63%)	11
8-나 ~ 9-나	0(0%)	5(45.45%)	6(54.55%)	11
합 계	3(3.03%)	55(55.56%)	41(41.41%)	99

· Y교과서의 '측정'영역

연계성 / 단 계	반 복	발 전	격 차	합 계
7 - 나	2(4.55%)	26(59.09%)	16(36.36%)	44
9 - 나	0(0%)	19(86.36%)	3(13.64%)	22
7-나 ~ 8-나	0(0%)	7(63.64%)	4(36.36%)	11
8-나 ~ 9-나	0(0%)	10(90.91%)	1(9.09%)	11
합 계	2(2.27%)	62(70.46%)	24(27.27%)	88

· Z교과서의 '측정'영역

연계성 / 단 계	반 복	발 전	격 차	합 계
7 - 나	6(13.64%)	31(70.45%)	7(15.91%)	44
9 - 나	0(0%)	31(93.94%)	2(6.06%)	33
7-나 ~ 8-나	0(0%)	9(81.82%)	2(18.18%)	11
8-나 ~ 9-나	0(0%)	8(72.73%)	3(27.27%)	11
합 계	6(6.06%)	79(79.80%)	14(14.14%)	99

<표 9-1>에서 원 부분을 비교해 보면,

X교과서의 9-나 단계에서의 발전은 56.36%이고 격차와 반복을 더한 비율은 43.64%이지만, Y교과서에서는 9-나단계의 발전이 85.45%이고 반복과 격차를 더한 비율은 14.55%로 나타났다. 그리고 Z교과서에서는 발전이 81.82%이고 반복과 격차를 더한 비율은 18.18%로 나타났다. 9-나 단계의 격차가 나온 비율로 비교했을 때 세 교과서중 Y교과서가 12.73%로 제일 낮게 나타났다. 그리고 전체적인 비율로 보면 X교과서의 발전의 비율은 60.61%, 반복은 6.06%, 격차는 33.33%이고, Y교과서의 발전은 87.01%, 반복은 1.30%, 격차는 11.69%, Z교과서의 발전은 80.52%, 반복은 1.30%, 격차는 18.18%로 나타났다.

<표 9-2>에서 측정 부분을 비교해보면,

X교과서의 7-나 단계에서의 발전은 54.55%이고 반복과 격차를 더한 비율은 45.45%이고, Y교과서의 7-나 단계의 발전은 68.18%, 반복과 격차를 더한 비율은 31.82%로 나타났다. 그리고 Z교과서의 7-나 단계의 연계성을 보면 발전이 70.45%, 반복과 격차를 더한 비율은 29.55%로 나타났다.

7-나~8-나 단계로의 연계성을 보면 X교과서는 발전이 36.37%, 격차가 63.63%로 나타났으며, Y교과서에서는 발전이 63.64%, 격차는 36.36%로 나타났다. 그리고 Z교과서에서는 발전이 81.82%이고 격차가 18.18%로 나타났다. 전체적인 비율로 보면 X교과서는 발전이 55.56%, 반복과 격차는 44.44%, Y교과서는 발전이 70.46%, 반복과 격차는 29.54%, Z교과서는 발전이 79.80%, 반복과 발전은 20.20%로 나타났다.

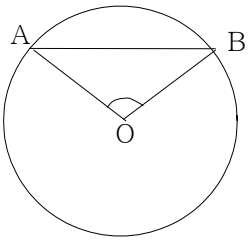
이상에서와 같이 '원'과 '측정'영역에서 보면 X교과서보다 Y교과서와 Z교과서의 격차의 비율이 낮게 나타났다. 격차의 비율이 낮게 나온 이유를 보기 위해 세 교과서별 대단원의 도입과 소단원의 도입부분을 보고자 한다. 먼저 대단원의 도입부분을 보면 다음과 같다.

- X교과서 '원의 성질'의 단원의 도입으로 준비학습이 제시된다.(9-나단계)

준비학습

1. **호, 현, 중심각의 뜻을 알고 있는가?**

오른쪽 그림에서 다음을 찾아보고, 뜻을 말하여라.



(1)호 AB

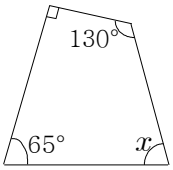
(2)현 AB

(3)호 AB에 대한 중심각

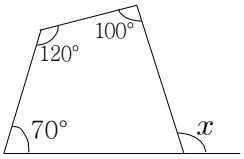
2. **사각형의 내각과 외각의 크기를 구할 수 있는가?**

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



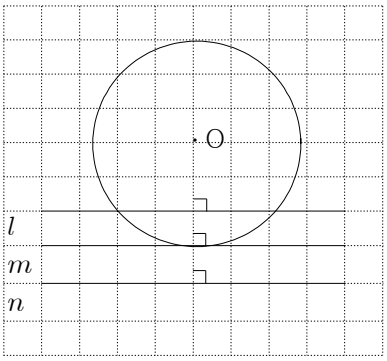
3. **원의 접선을 알고 있는가?**

오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이에 원 O를 그린 것이다.

다음 물음에 답하여라.

(1) 원의 중심 O에서 직선 l, m, n에 이르는 거리를 각각 구하여라.

(2) 직선 l, m, n 중 원 O의 접선을 말하여라.



준비학습은 단원을 학습하기 전에 이미 학습한 내용 중에서 본 단원을 학습하는데 필요한 기초적인 내용을 점검하기 위한 것이다.

먼저 '1. 호, 현, 중심각의 뜻을 알고 있는가?'의 제시는 이 단원에서는 원에 관한 여러 가지 성질에 대하여 증명하고 활용하게 된다. 따라서 학생들은 7-나 단계에서 학습한 원에 관련된 용어의 뜻을 정확히 알고 있어야 한다.

‘3.원의 접선을 알고 있는가?’의 제시는 이 단원에서 접선의 성질에 대하여 학습하게 되는데 원과 직선의 위치관계를 알아보고 접선이 되는 경우를 확인하도록 하는 것이다. 그리고 이 교과서에서는 중단원의 학습목표를 제시하고 소단원의 학습목표를 학생들이 그 의문에 대한 답을 탐구하는 활동을 하도록 하는 탐구활동문제를 제시하여 새로운 내용을 학습하기 위하여 도입의 실마리가 되는 내용을 실생활 소재를 통하여 탐구하게 하고 있다.

- Y교과서의 ‘원의 성질’ 에서 단원의 도입부분을 보자.(9-나단계)

우주여행을 현실로

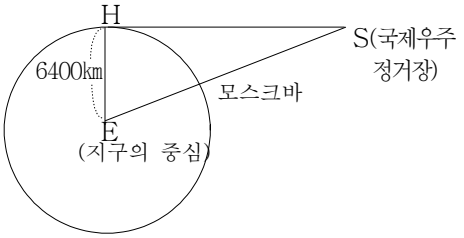
우주 여행을 향한 인류의 바램이 한발짝 현실에 가까워졌다. 러시아와 미국 우주 과학자들은 차세대 국제우주정거장(ISS)의 핵심장치인 ‘즈베즈다’가 25일 새벽 러시아 모스크바 384㎞ 상공에서 앞서 발사된 러시아의 ‘자르야’ 및 미국의 ‘유니타’와 성공적으로 만났다고 발표했다.

‘즈베즈다’는 이날 도킹 직후 태양추적 장치를 가동했으며, 수일 내로 ISS의 궤도 유지를 맡게 될 것이라고 한 방송은 전했다. 전체 길이 13m, 무게 19t인 원통형의 ‘즈베즈다’는 우주정거장의 궤도를 유지하고, 전기, 컴퓨터, 통신을 통제하는 사령탑 구실을 하며, 우주를 여행하는 사람들을 위한 침실과 목욕탕, 주방은 물론 냉장고와 러닝머신까지 갖추고 있다고 한다.

위의 글을 읽고 다음 물음에 대하여 생각해 보자.

○지구의 중심에서 모스크바 상공에 떠 있는 국제우주정거장까지의 거리는 얼마인가?

○국제우주정거장이 있는 지점 S에서 지구에 접선을 그을 때, 계산기를 이용하여 점 S와 접점 H사이의 거리를 구하여라.
(단, 지구의 반지름의 길이는 6400㎞로 계산한다.)



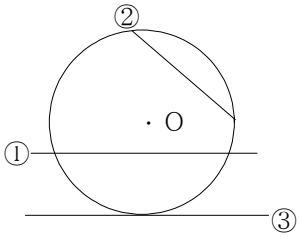
Y교과서는 대단원의 도입으로 신문의 기사를 통해 호기심을 유발하여 문제를 제시하고 위의 문제는 피타고라스의 정리를 이용하여 풀면 된다. 그리고

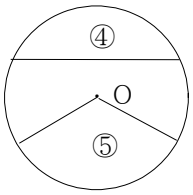
중단원의 탐구활동과 소단원의 발문과 예제의 제시가 학생의 경험과 실생활 사례중심으로 학생이 직접 주도할 수 있도록 과정과 활동을 중심으로 구성되어 있다.

- Z교과서의 '원' 대단원에서 단원의 도입부분을 보자.(9-나단계)

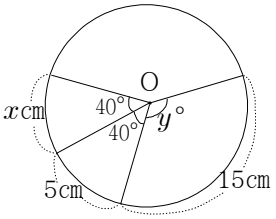
1. 다음 용어에 해당하는 것을 아래 그림에서 찾아보아라.

(1) 접선 (2)할선 (3)현 (4)부채꼴 (5)활꼴





2. 오른쪽 그림에서 x, y의 값을 각각 구하여라.



3. 반지름의 길이가 2㎝, 중심각의 크기가 60°인 부채꼴에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 호의 길이 (2) 부채꼴의 넓이

대단원 도입으로 그 단원을 학습하는데 필요한 선수 지식을 준비하게 하기 위하여 준비학습문제를 제시하고 있다. 그리고 중단원명 아래 중단원에서 학습할 학습목표를 제시하고 있고, 소단원에 탐구활동, 개념 설명, 예제, 문제 등으로 구성되었다. 탐구활동에서는 새로 학습할 개념의 도입을 하기 위해 구체적인 탐구나 조작 활동을 할 수 있게 함으로써 새로 도입하는 수학적 개념의 의미를 경험적으로 이해 할 수 있게 하고 있다.

따라서 9-나 단계의 X, Y교과서 '원의 성질'과 Z교과서의 '원'의 단원의 도입을 보면 X와 Z교과서에서는 준비학습을 제시하여 단원을 학습하기 전에 이미 학습한 내용 중에서 본 단원을 학습하는데 필요한 기초적인 내용을 점

검하고 있으며, Y교과서는 신문기사를 통한 호기심유발을 하여 문제를 제시하고 있고 중단원의 탐구활동도 있지만 소단원의 발문과 예제가 다른 교과서의 탐구활동과 같은 역할을 하고 있다.

이번에는 '원'과 '측정'부분의 소단원 도입부분을 보고자 한다. '원'부분에서의 '원과 비례'의 도입부분과 '측정'에서의 '뿔의 겉넓이와 부피'에 대하여 세 교과서의 도입부분을 보자.

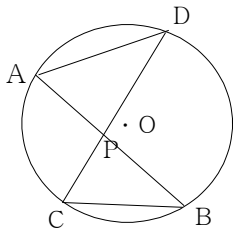
먼저 '원'영역에서 '원과 비례'의 도입 부분을 비교해 보면

- Y교과서의 '원과 비례'(9-나단계)의 도입부분은

· 원의 두 할선이 만나서 생기는 선분의 길이 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구활동

오른쪽 그림에서 원 O의 두 현 AB, CD가 원의 내부의 한 점 P에서 만난다.



(1) $\angle PDA$와 $\angle PBC$의 크기는 같은가?

(2) $\triangle PAD$와 $\triangle PCB$는 서로 닮은 도형인가?

위의 활동에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$와 $\overline{PC} \cdot \overline{PD}$를 비교해 보자.

$\angle PDA$와 $\angle PBC$는 $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각이므로

$\angle PDA = \angle PBC$ …… ①

또 $\angle APD$와 $\angle BPC$는 맞꼭지각이므로

$\angle APD = \angle BPC$ …… ②

따라서 ①, ②에서 대응하는 두 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle PAD \backsim \triangle PCB$ 이다.

여기에서 두 닮은삼각형은 대응하는 변의 길이의 비가 각각 같으므로

$\overline{PA} : \overline{PD} = \overline{PC} : \overline{PB}$이다.

따라서, $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$임을 알 수 있다.

문제1. **다음은 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선이 원 O의 외부의 한점 P에서 만날 때 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$임을 증명하는 과정이다. ☐안에 알맞은 것을 써 넣어라.**

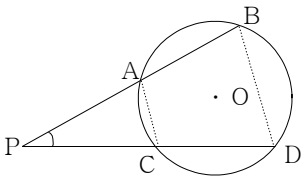
증명) $\triangle PAD$와 $\triangle PCB$에서

$\angle PDA = \square$, $\angle P$ 는 공통이므로

$\triangle PAD \backsim \triangle PCB$

$\therefore \overline{PA} : \overline{PD} = \square : \square$

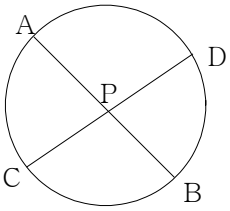
따라서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

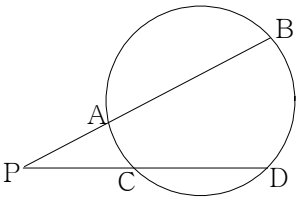


앞 쪽의 내용을 정리하면 다음과 같다.

원에서의 비례관계 한 원의 두 현 AB, CD 또는 그 연장선이 서로 만나는 점을 P라 할 때

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$





이 부분의 지도 목표는 원의 두 현이 원의 내부에서 만날 때와 외부에서 만날 때 생기는 선분의 비례를 알게 하는 것이다. 하위수준의 지도계획은 직접 길이를 재고 원을 그리는 등의 구체적인 조작을 통하여 원과 비례에 대한 성질을 직관적으로 알게 하고, 상위수준의 지도계획은 삼각형의 닮음을 이용하여 원의 할선과 접선의 길이 사이의 관계를 증명할 수 있도록 하며 이 때 교사가 일부분을 도와주고 나머지는 학생 스스로 할 수 있도록 지도한다.

Y교과서는 앞에서 언급했듯이 탐구활동이 대단원의 도입에 제시되고 소단원에는 발문과 예제 제시로 되어 있다.

위의 발문과 예제 제시는 두 현이 원의 내부에 있을 때 생기는 선분의 비례를 알아보게 하는 것이다. 탐구활동 문제 (1)번은 전단계의 한 호에 대한 원주각의 크기는 같다는 것을 이용하여 문제를 풀고, (2)번은 전단계의 원주각과 맞꼭지각을 이용하여 삼각형의 닮음을 이용하여 문제를 푼다. 그리고 아래의 설명으로 두 닮은 삼각형은 대응하는 변의 길이의 비가 같음을 이용하여 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$임을 보이고 있다. 문제 1은 두 현이 원의 외부에서

만날 때 생기는 선분의 비례를 알아보게 하고 있는데, 증명을 보면 제시된 그림을 보면서 □안을 채우게 하여 증명에 대한 부담을 줄일 수 있게 제시되고 있다. 그리고 앞의 내용을 정리하여 원의 두 현이 내부에서 만날 때와 외부에서 만날 때 생기는 선분의 비례관계를 보여주고 있다.

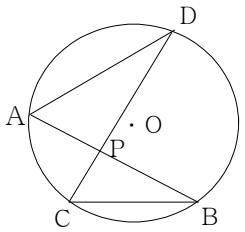
예제 문제와 문제 1을 통하여 전 단계의 원주각과 맞꼭지각을 이용하여 삼각형의 닮음을 알고, 삼각형의 닮음을 이용하여 변의 길이의 비가 같음을 보여주고 있다. 따라서 내용의 표현방법이 제시방향이나 관점의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하도록 한 경우이며, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준인 발전으로 잘 제시해 주고 있다.

- X교과서의 '원과 비례'(9-나단계)의 도입부분은

· 원의 두 현 사이에는 어떤 관계가 있는가?

♣ 탐구활동

오른쪽 원 O의 두 현 AB, CD가 원의 내부의 한 점 P에서 만날 때, 다음 물음에 답하여 보자.



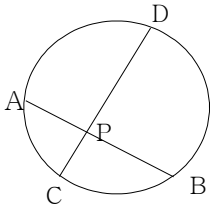
1 크기가 같은 각을 찾아보자.

2 $\triangle PAD$와 $\triangle PCB$가 서로 닮은 도형이라고 말할 수 있는가?

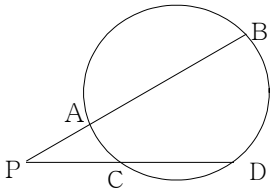
3 $\triangle PAD$와 $\triangle PCB$가 닮은 도형이라면 대응하는 변을 찾아보자.

한 원에서 두 현AB, CD 또는 이들의 연장선이 만나는 것은 다음과 같이 두가지 경우가 있다.

(1)

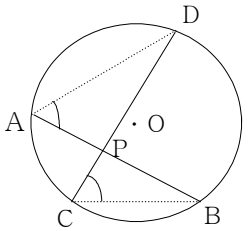


(2)



(1)의 경우 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$ 사이의 관계를 알아보자.

오른쪽 그림의 $\triangle PAD$와 $\triangle PCB$에서 $\angle PAD$와 $\angle PCB$는 $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각이므로



$$\angle PAD = \angle PCB \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad ①$$

이다.

또, $\angle PBC$와 $\angle PDA$는 $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각이므로

$$\angle PBC = \angle PDA \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad ②$$

이다. ①, ②에서

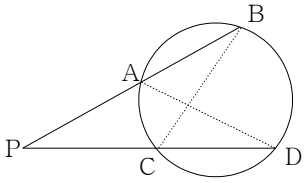
$$\triangle PAD \backsim \triangle PCB$$

이다. 이 때 두 닮은 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 같으므로

$$\overline{PA} : \overline{PD} = \overline{PC} : \overline{PB}$$

$$\therefore \overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$

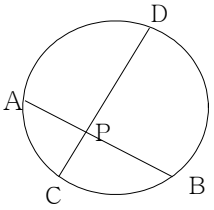
문제 1. 앞의 (2)의 경우 $\triangle PAD \backsim \triangle PCB$임을 밝히고 이를 이용하여 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$임을 증명하여라.

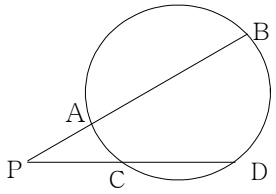


원에서의 비례관계

한 원의 두 현 AB, CD 또는 이들의 연장선이 만나는 점을 P라 할 때

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$





이 부분의 탐구활동의 지도 목표는 한 호에 대한 원주각의 크기가 일정함을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾아보고, 이로부터 원에서의 비례관계를 알아보게 하려는 것이고 원에서의 비례관계는 닮음인 삼각형을 이용하여 문제를 해결하는 경우가 많으므로 삼각형의 닮음조건을 정확히 알고 있는지를 확인

하게 하는 것이다.

X교과서도 Y교과서와 비슷하지만, X교과서는 탐구 활동에 3번 문제가 포함되어 있다. 그리고 원에서의 비례관계는 닮음인 삼각형을 이용하여 문제를 해결하는 경우가 많은데 삼각형의 닮음 조건의 유도과정을 학생들 스스로 유도하는 것은 무리일 것으로 판단된다. 탐구활동 의도는 탐구활동을 통하여 자연스럽게 본 학습이 이루어지도록 하는 것이다. 탐구활동 아래의 설명인 (1)의 경우는 한 원에서 두 현이 원의 내부에서 만날 때를 설명하고 있는데 탐구활동의 3번 문제와 반복되는 면이 있다. 문제 1은 한 원에서 두 현이 원의 외부에서 만날 때를 증명하라고 제시하고 있다. 앞의 Y교과서처럼 문제 1의 증명부분을 제시하여 □안을 채우게 하였으면 학생들이 증명에 대한 부담을 덜 수 있을 것이라 생각한다.

따라서 탐구활동의 3번의 문제 풀이와 아래의 설명이 반복되는 부분이 발생하게 되고, 문제 1의 증명문제 제시로 인하여, 'ㄱc'인 내용의 표현 방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.

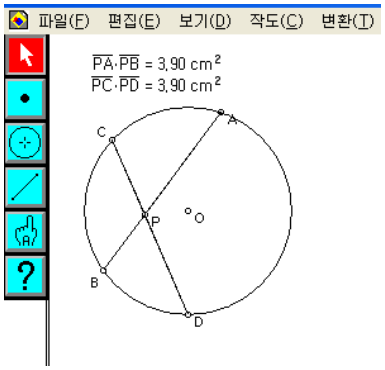
- Z교과서의 '원과 비례'(9-나단계)의 도입부분은

▥ 원의 두 현 사이에는 어떤 관계가 있는가?

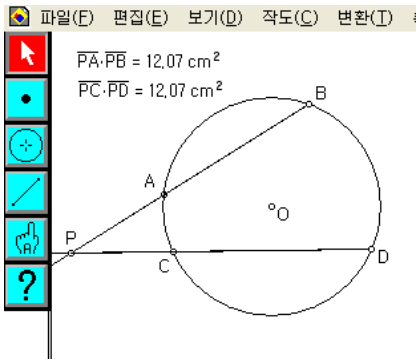
▨ 탐구활동

▩도형을 그릴 수 있는 컴퓨터 프로그램

다음 그림과 같이 컴퓨터 프로그램을 이용하여 한 원 O에서 두 개의 현 AB, CD를 그어, 그 두 현의 교점 또는 두 현의 연장선의 교점을 P라 하고, 물음에 답하여 보자.



[그림 1]

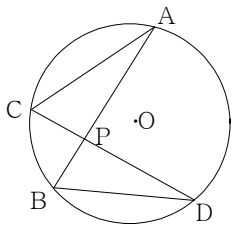


[그림 2]

(1) [그림1]에 대하여 원 O위의 네 점 A, B, C, D를 각각 움직여 보며, 항상 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$가 됨을 확인하여라.

(2) [그림2]에 대하여 (1)의 활동을 하여 보아라.

원 O 위의 두 현 AB, CD가 원 O의 내부의 한 점 P에서 만날 때, 네 선분 PA, PB, PC, PD 사이의 관계를 알아보자.



오른쪽 그림과 같이 A와 C, B와 D를 각각 연결하면 $\triangle PAC$와 $\triangle PDB$에서 $\angle PAC$와 $\angle PDB$는 호 BC에 대한 원주각이므로

$$\angle PAC = \angle PDB$$

이다. 또 $\angle APC$와 $\angle DPB$는 맞꼭지각이므로

$$\angle APC = \angle DPB$$

이다. 따라서, $\triangle PAC \backsim \triangle PDB$ 이므로

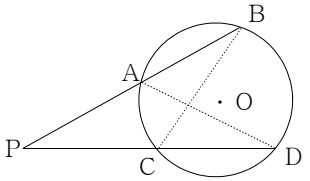
$\overline{PA} : \overline{PD} = \overline{PC} : \overline{PB}$ 에서

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$ 이다.

문제1. 오른쪽 그림과 같이 원O의 두 현 AB, CD의 연장선이 만나는 점을 P라고 할 때,

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

임을 증명하여라.



Z교과서는 원과 비례의 도입부분에 탐구활동으로 원에서 두 현이 원의 내부에서 만날 때와 두 현이 원이 외부에서 만날 때를 컴퓨터 프로그램을 이용하여 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$가 됨을 확인하게 하고 있다. 그리고 탐구활동 아래 부분에는 두 현이 원의 내부에서 만날 때를 다른 교과서와 같이 원주각과 맞꼭지각을 이용하여 두 삼각형이 닮은 삼각형임을 보이고 있는데, 「$\triangle PAC \backsim \triangle PDB$이므로 $\overline{PA} : \overline{PD} = \overline{PC} : \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이다.」를 다른 교과서처럼 「$\triangle PAC \backsim \triangle PDB$이다. 이 때 두 닮은 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 같으므로 $\overline{PA} : \overline{PD} = \overline{PC} : \overline{PB}$에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이다.」로 표현을 해 주면 이해하는데 더 좋을 것 같다. 그리고 문제1은 원에서 두 현이 원의 외부에서 만날 때의 문제로 학생 스스로 증명을 해보도록 하고 있지만 Y교과서처럼 증명부분을 제시해주면 한다.

따라서 ㄴc인 '내용 표현 방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준'으로 선택을 한 것이다.

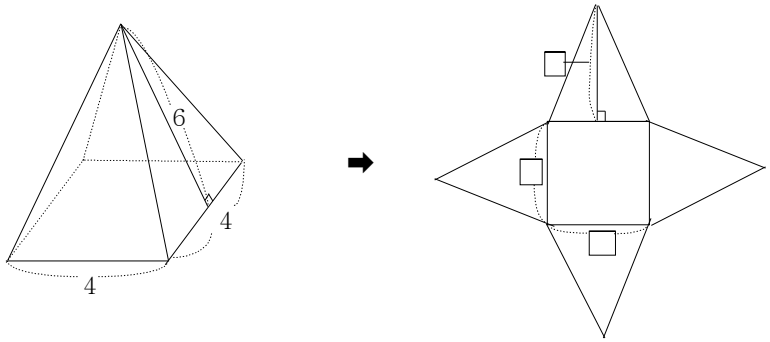
'측정'영역에서는 '뿔의 겉넓이와 부피'의 도입 부분을 비교해 보면,

- Z교과서의 '뿔의 겉넓이와 부피'(7-나단계)의 도입부분은

▥ **뿔의 겉넓이를 구할 수 있다.**

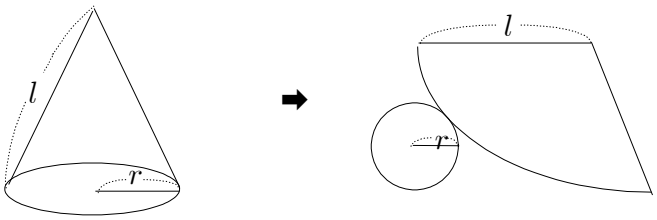
▨ 탐구활동

다음 그림은 정사각뿔과 그 전개도이다. 전개도의 □안에 알맞은 수를 써 넣고, 물음에 답하여 보자.



(1) 정사각뿔의 옆면은 어떤 삼각형인지 말하여라.
(2) 정사각뿔의 옆넓이와 밑넓이를 구하고, 그 합을 구하여라.
(3) 전개도의 넓이를 구하여라.

위의 탐구활동을 통하여 사각뿔의 겉넓이는 옆넓이와 밑넓이의 합임을 알 수 있다.
이제, 밑면인 원의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이를 구하여 보자. 원뿔의 전개도는 다음 그림과 같다.



원뿔의 옆면은 부채꼴이고, 이 부채꼴의 반지름의 길이는 모선의 길이 l과 같고, 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같으므로

$$(\text{옆넓이})=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times l=\pi rl$$

이다. 또, 밑면은 반지름의 길이가 r인 원이므로

$$(\text{밑넓이})=\pi r^2$$

이다. 따라서, 원뿔의 겉넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\pi rl+\pi r^2$$

이 부분의 탐구활동의 지도목표는 정사각뿔을 관찰하고 이를 전개도로 나타낼 수 있으며, 이를 통해 각뿔의 넓이는 밑면의 넓이와 옆면의 넓이의 합임을 알 수 있도록 하는 것이다. 탐구활동의 (2)번과 (3)번 문제를 통해 자연스럽게 사각뿔의 겉넓이는 옆넓이와 밑넓이의 합임을 알게 한다. 그리고 아래

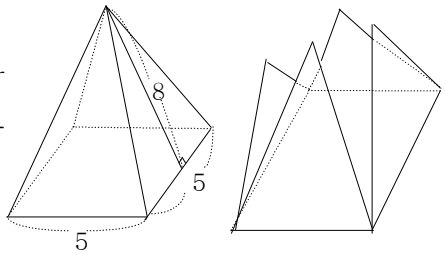
의 원뿔과 그 전개도를 제시하여 겉넓이 구하는 방식을 제시해 주고 있는데 겉넓이를 구하기 위해 전개도를 이용하여 옆면의 넓이를 구한 값과 밑면의 넓이를 구한 값을 더하여 겉넓이를 구하게 하고 있다. 따라서 발전에 속하는 내용의 표현방법이 제시방향이나 관점의 변화에서 발전하여 일반화된 개념 형성이 가능한 수준으로 도입부분을 제시하였다.

- X교과서의 '뿔의 겉넓이와 부피'(7-나단계)의 도입부분은

뿔의 겉넓이는 어떻게 구하는가?

♣ 탐구활동

오른쪽 그림의 사각형은 밑면이 정사각형이고 옆면은 모두 합동인 삼각형으로 이루어져 있다. 다음 물음에 답하여 보자

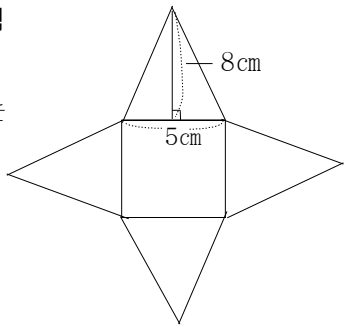


1 전개도를 그려 보자.

2 밑면인 정사각형의 넓이를 구하여 보자.

3 옆면인 삼각형 한 개의 넓이를 구하여 보자.

위의 활동에서 사각뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.



이 전개도에서 밑넓이는 $25cm^2$이고, 옆넓이는 $80cm^2$이므로 겉넓이는

$$(\text{겉넓이})=25+80=105\,(cm^2)$$

임을 알 수 있다.

이와 같이 각뿔의 겉넓이는 그 전개도에서 밑넓이와 옆넓이의 합으로 구할 수 있다.

즉, 각뿔의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

(겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

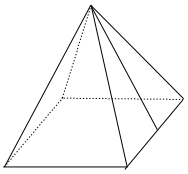
X교과서의 탐구활동은 전개도를 이용하여 각뿔의 겉넓이를 구하는 방법을 알게 하려는 것이며, 사각뿔의 전개도를 그려서 밑면과 옆면의 넓이를 각각 구하게 하는 것이다. 탐구활동의 문제 1번, 2번, 3번의 문제는 겉넓이를 구하는 문제로 접근하고 있다. 탐구활동 아래 부분의 전개도에서 밑넓이는

$25cm^2$이고, 옆넓이는 $80cm^2$이므로 (겉넓이)=$25+80=105\,(cm^2)$를 구하는 방법으로 겉넓이 산출 공식이 제시되고 있다. 내용 설명으로 뿔은 옆면이 삼각형으로 되어 있으므로 옆면인 삼각형의 높이가 따로 제시되어 있어야 하고 밑면이 하나이므로 뿔의 겉넓이는 (겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)로 구할 수 있도록 제시하고 있다. Z교과서처럼 자연스럽게 겉넓이를 알아가게 하는 방법으로 전개를 했으면 한다. 따라서 격차인 ㄴc, 내용 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준으로 나타났다.

- Y교과서의 '뿔의 겉넓이와 부피'(7-나단계)의 도입부분은

· 각뿔과 원뿔의 겉넓이는 어떻게 구하는가?

인애는 서란이에게 직접 만든 사각뿔 모양의 투명 플라스틱 용기에 종이학을 가득 채워 주었다.



사각뿔의 옆면은 어떤 다각형인가? 또 모두 몇 개인가?

각뿔에는 한 개의 밑면과 여러 개의 삼각형인 옆면으로 이루어져 있으므로 각뿔의 겉넓이는 다음과 같다.

(각 뿔의 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

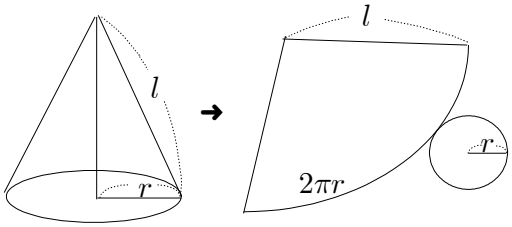
문제 1 한변의 길이가 5㎝인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 6㎝인 이등변삼각형을 옆면으로 하는 정사각뿔의 겉넓이를 구하여라.

원뿔의 전개도는 옆면인 부채꼴과 밑면인 원으로 이루어져 있으므로 원뿔의 겉넓이는

(원뿔의 겉넓이)= (밑넓이) + (옆넓이)=(원의넓이)+(부채꼴의 넓이)

이다.

오른쪽 그림의 원뿔에서 그 옆면의 전개도는 반지름의 길이가 l, 호의 길이가 $2\pi r$인 부채꼴이므로 원뿔의 옆넓이는 다음과 같다.



$$\frac{1}{2}\times(\text{호의 길이})\times(\text{반지름의 길이})=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times l=\pi rl$$

원뿔의 겉넓이

밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이 S는

$$S=\pi r^2+\pi rl$$

Y교과서에서는 위의 '뿔의 겉넓이와 부피'의 도입부분이 '각뿔에는 한 개의 밑면과 여러 개의 삼각형인 옆면으로 이루어져 있으므로 각뿔의 겉넓이는 다음과 같은 (각뿔의 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)'로 표현되고 있다. 하지만 다른 교과서와는 달리 삼각뿔의 겉넓이를 설명해주는 부분에 전개도를 이용하지 않고 있다. 그리고 각뿔의 겉넓이 내는 공식도 수학적이지 않고 단순한 암기식 공식으로 보이고 있다. 이 교과서의 뿔의 겉넓이와 부피 부분의 지도 목표를 보니, 공식을 이용하여 여러 가지 뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다고 제시되어 있어 지도 목표에 맞게 교과서 구성은 되어있지만 단순 암기식보다는 각 공식의 산출방식을 다른 교과서처럼 도입부분에의 충분한 설명이 더 제시되었으면 한다.

이상에서 본 것과 같이 격차의 비율이 낮은 이유를 보면 교과서의 단원의 도입 부분에서 새로 알아야할 개념과 내용에 대한 도입을 어떠한 방법으로 이용하여 제시하느냐에 따라서 격차의 비율을 낮출 수 있다는 것을 알 수 있었다. 또한 격차가 많이 나타난 항목은 내용의 표현방법이 일반화 할 수 있도록 충분하지 못하며, 내용의 수준상 전 단계 학습의 도움과 충분한 설명이 부족함에 기인하는 것으로 판단된다.

Ⅳ. 결론 및 제언

본 연구에서는 중학교 수학교과서의 내용 중 원과 측정영역의 연계성에 대하여 준거모형을 이용하여 분석하여 보았다.

분석결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 「원」영역에서는 X교과서는『반복』이 6.06%,『발전』이 60.61%,『격차』가 33.33%, Y교과서는『반복』이 1.30%,『발전』이 87.01%,『격차』가 11.69%, Z교과서는『반복』이 1.30%,『발전』이 80.52%,『격차』가 18.18%이고, 「측정」영역에서는 X교과서는『반복』이 3.03%,『발전』이 55.56%,『격차』가 41.41%, Y교과서는『반복』이 2.27%,『발전』이 70.46%,『격차』가 27.27%, Z교과서는『반복』이 6.06%,『발전』이 79.80%,『격차』가 14.14%으로 나타났다. 따라서 「원」영역은 X교과서와 Z교과서 보다 Y교과서의 격차의 비율이 낮았고 「측정」영역에서는 X교과서와 Y교과서보다 Z교과서가 격차의 비율이 낮았다.

둘째, 9-나 단계의 X, Y교과서 '원의 성질'과 Z교과서의 '원'의 대단원의 도입을 보면 X와 Z교과서에서는 준비학습을 제시하여 단원을 학습하기 전에 이미 학습한 내용 중에서 본 단원을 학습하는데 필요한 기초적인 내용을 점검하고 있으며, Y교과서는 신문기사를 통한 호기심유발을 하여 문제를 제시하고 있고 중단원의 탐구활동도 있지만 소단원의 발문과 예제가 다른 교과서의 탐구활동과 같은 역할을 하고 있다.

셋째, 「원」영역에서의 '원과 비례'의 도입부분과 「측정」영역 에서의 '뿔의 겉넓이와 부피'에 대하여 세 교과서의 도입부분을 보면『격차』가 많이 나타난 항목은 내용의 표현방법이 일반화하기에는 충분하지 못하며, 내용의 수준상 전 단계 학습의 도움과 충분한 설명이 부족함에 기인하는 것으로 판단되었다.

본 연구의 결과에 기초한 제언은 다음과 같다.

보다 나은 교과과정의 연계를 위해서는 『반복』과 『격차』를 줄이고 되도

록『발전』으로 연계 되도록 하는 것이 바람직할 것이다. 효과적인 학습을 위해서는 단순한 반복보다는 발전으로 연계시키는 것이 더 좋은 방법이라고 생각한다. 또한 『격차』도 내용에 따라 불가피한 경우가 있겠으나 내용의 표현방법에 있어서 일반화를 위해 더 상세한 설명이 선수개념으로 순차적으로 조정함으로써 『격차』의 비율을 줄이도록 노력해야 할 것이다. 그리고 교과서의 단원의 도입 부분에서 새로 알아야 할 개념과 내용에 대한 도입을 어떠한 방법을 이용하여 제시하느냐에 따라서 격차의 비율을 낮출 수 있는 것을 알 수 있다.

본 연구는 제 7차 교육과정의 중학교 세 교과서 원과 측정 영역을 현직 교사들에게 설문지로 조사한다는 한계도 있었다. 그리고 설문지가 광주지역의 중학교 교사를 대상으로 실시했기 때문에 전국적으로 확대 해석하는데도 한계가 있으리라 생각한다. 또한 설문지를 많은 선생님들께 의뢰를 했지만 생각보다 적은 응답을 받은 부분도 아쉬움으로 남는다.

또한 연구자도 교과서를 선택하는데 있어서 16종의 교과서를 다 분석하지 못하고 세 교과서만을 선택하여 분석한 것이 아쉬움으로 남는다. 그리고 이 연구에서 분석한 세 교과서에 대해 각 교과서마다 좋고 나쁘다는 판단하는 것은 쉬운 일이 아니며 또 각 교과서마다 각각의 특색이 있기 때문에 한 부분만으로 그 교과서를 판단하지 않았으면 한다.

참 고 문 헌

[1] 강옥기(1997). 제 7차 수학과 교육과정 시안 연구, **대한수학교육학회 논문집,** 7(2), pp.45-67.

[2] 강옥기 외(2002). **중학교 수학 *7*-나 교사용지도서.** (주)두산.

[3] 강옥기 외(2002). **중학교 수학 *8*-나 교사용지도서**. (주)두산.

[4] 강옥기 외(2002). **중학교 수학 *9*-나 교사용지도서**. (주)두산.

[5] 강행고 외(2004). **중학교 수학 *7*-나 교사용지도서**. (주)중앙교육진흥연구소.

[6] 강행고 외(2004). **중학교 수학 *8*-나 교사용지도서**. (주)중앙교육진흥연구소.

[7] 강행고 외(2004). **중학교 수학 *9*-나 교사용지도서**. (주)중앙교육진흥연구소.

[8] 고성은 외(2002). **중학교 수학 *7*-나 교사용지도서**. (주)블랙박스.

[9] 고성은 외(2002). **중학교 수학 *8*-나 교사용지도서**. (주)블랙박스.

[10] 고성은 외(2002). **중학교 수학 *9*-나 교사용지도서**. (주)블랙박스.

[11] 교육부(2000). **고등학교 교육과정 해설 수학**.

[12] 권영은(2003). ***7-10*단계까지의 대수영역의 연계성에 관한 연구 -방정식·부등식 영역을 중심으로-**, 대구가톨릭대학교 교육대학원 석사학위논문

[13] 김미옥(1988). **초·중·고 확률 및 통계영역의 연계성에 관한 연구**, 이화여자대학교 석사학위 논문.

[14] 오미순(2001). ***7*차 교육과정에 따른 초·중·고등학교 기하 교육의 연계성 분석**, 강릉대학교 교육대학원 석사학위 논문.

[15] 위정숙(1990). **초·중 교과서 기하영역의 연계성**, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

[16] 이명근(1984). **대학 교양과정 연계성에 관한 연구**, 연세대학교 대학원 석사학위논문.

[17] 송순희 외(1991). 수학 및 과학 교과 내용의 연계성 분석을 위한 준거모형 설정과 예시적 분석, **한국과학교육학회지**, 11(2), pp.119~131.

[18] R. W. Tyler(1996). ***Tyler*의 교육과정과 수업지도의 기본원리.** 진영은 역. 서울: 양서원

[19] 한미라,이미경(2001). 수학 교육과정의 연계성에 관한 연구; (유치원과 초등학교 1학년을 중심으로), **교육이론과 실천**, 11(2). pp.305~323.

[20] R. M. Gagne(1993). R. M. Gagne, **효과적인 교수학습의 기본.** 홍성윤 역. 서울:교육과학사

<부 록>

설 문 지

따스한 봄이 온 줄 알았는데 겨울은 아직도 우리에게 미련이 남아 있네요.
안녕하세요!!
저는 조선대학교 교육대학원 수학교육을 전공하고 있는 학생입니다.
학기가 시작한지 얼마되지 않아 더욱 바쁘신 선생님들께 이런 설문조사를 드리게 되어 죄송합니다.
제가 이번에 중학교 7-나, 8-나, 9-나 단계에서의 원과 측정부분의 수학적 연계성에 대해 분석을 하고자 이렇게 설문조사 양식을 드립니다. 내용은 재미가 없지만 열심히 해주신 자료 소중한 정보로 만들 수 있도록 많은 도움 주시길 바랍니다.
제가 한분 한분씩 찾아뵈며 드려야 하는데 그렇게 못한 점에 대해 많은 양해 부탁드립니다.

학교명	중학교
성명	

중학교 수학의 원과 측정 영역의 연계성에 대한 조사입니다.

교육현장에서 불필요한 반복을 피하고 지나친 격차를 예방하여 효율적인 교육의 개선과 기하영역에 대한 교육과정과 교과서의 계속적인 연구에 도움이 되고자 하는데 목적을 두고 있습니다.

교육과정의 수직적 조직의 원리인 계속성과 계열성을 기초로 하여, 교육 단위간의 교육과정 연계성을 연구하기 위해 세 가지 준거모형을 『반복』,『발전』,『격차』세 가지로 설정하였는데,**『반복』**은 **단순하게 동일 요소가 되풀이 되는 것**을 나타내며,**『발전』**은 **교육내용이 이상적으로 심화되고 확대되어지는 것**을 의미하며,**『격차』**는 **교육내용이 누락되거나 충분한 설명이 되어 있지 않아 학습이 불가능해진 경우 혹은 내용 수준에 맞지 않는 표현방법으로 학습이 불가능한 경우**를 나타냅니다.

내용의 분류 요소

요 소	정 도
내용의 표현 방법	ㄱ. 단순한 반복 ㄴ. 제시방향이나 관점의 변화(단순한 다른 방법) ㄷ. ㄴ에서 발전해서 일반화된 개념 형성 가능 (적절하게 확대, 전문적으로 확대)
내용의 수준	a. 전단계와 같은 수준 b. 전단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준 c. 전단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 가능한 수준 d. 전단계의 도움을 받고, 다른 선수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준

출처: 송순희 외(1991). 수학 및 과학 교과 내용의 연계성 분석을 위한 준거 모형 설정과 예시적 분석. 「한국과학교육학회지」. p.121.

연계성에 관한 분류

연계성	내용분류 요소의 조합	조합의 의미
반복	ㄱa	내용 표현방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전 단계와 동일한 수준이다.
	ㄴa(1)	내용 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시 방향이나 관점의 변화가 있고 내용의 수준이 전 단계와 동일한 수준이다.(단순한 열거)
발전	ㄱb	내용의 표현 방법이 단순한 반복이나, 내용수준이 전 단계의 도움을 받아 곧바로 발전될 수 있는 수준이다.
	ㄴa(2)	내용의 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전 단계와 같은 수준이나, 열거가 일반화의 준비단계이다.
	ㄴb	내용의 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 곧바로 발전 될 수 있는 수준이다.
	ㄷa	내용의 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화된 개념의 형성이 가능하고 내용의 수준은 전 단계와 동일하다.
	ㄷb	내용의 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화된 개념의 형성이 가능하고, 내용의 수준은 전 단계의 도움을 받아 곧바로 발전 될 수 있는 수준이다
	ㄷc(1)	내용의 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화된 개념 형성이 가능하도록 충분한 경우이며, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
격차	ㄱc	내용 표현방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ㄱd	내용의 표현 방법이 단순한 반복이고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받고 다른 선수개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.
	ㄴc	내용 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ㄴd	내용의 표현방법이 단순한 다른 방법으로 제시방향이나 관점의 변화가 있고, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받고 다른 선수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.
	ㄷc(2)	내용 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서 일반화 된 개념 형성이 가능하나 충분하지 못한 경우이며, 내용의 수준이 전 단계의 도움을 받아 충분한 설명이 있다면 이해가 가능한 수준이다.
	ㄷd	내용 표현방법이 'ㄴ'의 변화에서 발전해서, 일반화된 개념형성을 하고, 내용 수준을 전 단계의 도움을 받고 다른 수 개념 없이는 이해가 불가능한 수준이다.

주제별 내용전개의 각 항목에 따라 교과서에서 다루어지고 있는 부분을 교과서 내용별로 표시하였고, 각 문항에서는 전 단계에서 다음 단계로 내용이 전수되는 것을 '~'로 표시하였다. 또한 각 내용에 나타난 7-나는 중학교 1학년 2학기 교과서를 나타냅니다.

'**반복**'이라함은 교과내용의 표현방법과 그 내용 수준에 있어서 단순한 반복을 의미합니다. 여기서는 ㄱa, ㄴa가 그러한 경우이며, 그중 특히 **ㄴ*a***는 두 가지 경우로 다시 나누었습니다. 하나는 단순한 동일 요소의 반복이며 다른 하나는 반복되는 내용은 같으나 그것이 다음 학습할 내용이 준비적 성격을 나타낼 때의 경우입니다. 따라서 본 조사에서는 두 번째의 경우처럼 선행학습의 성격으로서 일반화의 준비단계인 경우는 반복보다는 심화 및 확대의 '발전'의 성격에 포함시켜 생각할 수 있다고 판단합니다.
'**격차**'로는 ㄱc, ㄴc, ㄱd, ㄴd, ㄷd, ㄷc로 분류하였으며 특히 **ㄷ*c***에서 표현방법으로서 ㄷ가 충분한 경우에는 '격차'라기 보다는 '발전'으로 보았고, 그렇지 않는 경우에는 '격차'로 보았으면 합니다.
반복과 격차를 제외한 나머지 경우는 **반복**으로 보았으면 합니다.

사실상 표현방법 3단계와 내용수준 4단계로 나타나는 경우의 수는 12가지 가운데 반복과 격차에서 ㄴa, ㄷc가 각각 두 가지로 분류되었으므로 사실상 나타나는 경우는 수는 14가지로 하여 표를 만들었습니다.

다소 까다롭게 되었더라도 끝가지 꼭 체크해 주시길 바랍니다.

X 교과서

주제	문항	반복		발전						격차						교과서내용
		ㄱa	ㄴa(1)	ㄱb	ㄴa(2)	ㄴb	ㄷa	ㄷb	ㄷc(1)	ㄱc	ㄱd	ㄴc	ㄴd	ㄷc(2)	ㄷd	
원	1.1)내용 ~2)내용															1)7-나:원과 부채꼴 2)9-나:원의 중심과 현 3)9-나: 원의 접선 4)9-나:원주각 5)9-나:원과 사각형 6)9-나:접선과 현이 이루는 각 7)9-나: 원과 비례
	2.2)내용 ~3)내용															
	3.3)내용 ~4)내용															
	4.4)내용 ~5)내용															
	5.5)내용 ~6)내용															
	6.6)내용 ~7)내용															
측정	1.1)내용 ~2)내용															1)7-나:다각형의 내각과 외각 2)7-나:부채꼴의 호의 길이와 넓이 3)7-나:기둥의 겉넓이와 부피 4)7-나:뿔의 겉넓이와 부피 5)7-나:구의 겉넓이와 부피 6)8-나:닮은 도형의 넓이와 부피 7)9-나:삼각비 8)9-나:삼각비의 값 9)9-나:거리구하기 10)9-나:넓이구하기
	2.2)내용 ~3)내용															
	3.3)내용 ~4)내용															
	4.4)내용 ~5)내용															
	5.5)내용 ~6)내용															
	6.6)내용 ~7)내용															
	7.7)내용 ~8)내용															
	8.8)내용 ~9)내용															
	9.9)내용 ~10)내용															

Y 교과서

주제	문항	반복		발전						격차						교과서내용
		ㄱa	ㄴa(1)	ㄱb	ㄴa(2)	ㄴb	ㄷa	ㄷb	ㄷc(1)	ㄱc	ㄱd	ㄴc	ㄴd	ㄷc(2)	ㄷd	
원	1.1)내용 ~2)내용															1)7-나:원과 부채꼴 2)7-나:원과 직선의 위치관계 3)9-나:호와 현 4)9-나:원의 접선 5)9-나:원주각의 성질 6)9-나:원의 접선과 현이 이루는 각 7)9-나:원과 사각형 8)9-나:원과 비례
	2.2)내용 ~3)내용															
	3.3)내용 ~4)내용															
	4.4)내용 ~5)내용															
	5.5)내용 ~6)내용															
	6.6)내용 ~7)내용															
	7.7)내용 ~8)내용															
측정	1.1)내용 ~2)내용															1)7-나:다각형의 내각 과 외각 2)7-나:부채꼴의 호의 길이와 넓이 3)7-나:기둥의 겉넓이와 부피 4)7-나:뿔의 겉넓이와 부피 5)7-나:구의 겉넓이와 부피 6)8-나:닮음의 활용 7)9-나:삼각비 8)9-나:삼각비의 값 9)9-나:삼각비의 활용
	2.2)내용 ~3)내용															
	3.3)내용 ~4)내용															
	4.4)내용 ~5)내용															
	5.5)내용 ~6)내용															
	6.6)내용 ~7)내용															
	7.7)내용 ~8)내용															
	8.8)내용 ~9)내용															

Z 교과서

주제	문항	반복		발전						격차						교과서내용
		ㄱa	ㄴa(1)	ㄱb	ㄴa(2)	ㄴb	ㄷa	ㄷb	ㄷc	ㄱc	ㄱd	ㄴc	ㄴd	ㄷc	ㄷd	
원	1.1)내용 ~2)내용															1)7-나:원과 부채꼴 2)9-나:원과 현 3)9-나:원의 접선 4)9-나:원주각 5)9-나:원에내접하는 사각형의성질 6)9-나:접선과현이이루는 각 7)9-나:원과비례 8)9-나:할선과 접선
	2.2)내용 ~3)내용															
	3.3)내용 ~4)내용															
	4.4)내용 ~5)내용															
	5.5)내용 ~6)내용															
	6.6)내용 ~7)내용															
	7.7)내용 ~8)내용															
측정	1.1)내용 ~2)내용															1)7-나:다각형의 각의 크기 2)7-나:부채꼴의 호의 길이와 넓이 3)7-나:기둥의 겉넓이와 부피 4)7-나:뿔의 겉넓이와 부피 5)7-나:구의 부피와 겉넓이 6)8-나:닮은 도형의 넓이와 부피 7)9-나:삼각비의 뜻 8)9-나:삼각비의 값 9)9-나:길이와 넓이 구하기 10)9-나:삼각비와 실생활
	2.2)내용 ~3)내용															
	3.3)내용 ~4)내용															
	4.4)내용 ~5)내용															
	5.5)내용 ~6)내용															
	6.6)내용 ~7)내용															
	7.7)내용 ~8)내용															
	8.8)내용 ~9)내용															
	9.9)내용 ~10)내용															

저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20028064	과 정	석사
성 명	한글: 김 신 혜 한문: 金 信 惠 영문: Kim Shin-hye				
주 소	광주광역시 남구 주월2동 726-2				
연락처	E-MAIL: yurris@empal.com				
논문제목	한글 : 중학교 기하영역의 연계성에 관한 고찰 - 원과 측정 영역을 중심으로- 영문 : A study on the connection of geometric area in the middle school curriculum - Focused on the field of Circle and Measurement -				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집・형식상의 변경을 허락함. 다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포・전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송・출력을 허락함.

2005년 8월 일

저작자: 김 신 혜 (서명또는 인)

조선대학교 총장 귀하