

2005년 8월

教育學碩士(數學教育)學位論文

# 圖形의 指導方法에 관한 研究

- 8단계를 중심으로 -

朝鮮大學校 教育大學院

數學教育專攻

羅 良 順

# 圖形의 指導方法에 관한 研究

- 8단계를 중심으로 -

A study on the teaching method of geometric figures

2005년 8월

朝鮮大學校 教育大學院

數學教育專攻

羅 良 順

# 圖形의 指導方法에 관한 研究

- 8단계를 중심으로 -

指導教授 韓 承 局

이 論文을 教育學碩士(數學教育)學位 請求論文으로 제출합니다.

2005년 4월

朝鮮大學校 教育大學院

數學教育專攻

羅 良 順

羅良順의 教育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審査委員長 朝鮮大學校 教授 \_\_\_\_\_ 印

審査委員 朝鮮大學校 教授 \_\_\_\_\_ 印

審査委員 朝鮮大學校 教授 \_\_\_\_\_ 印

2005년 6월

朝鮮大學校 教育大學院

## 목 차

표목차 .....	ii
ABSTRACT .....	iii
<b>I. 서론</b> .....	1
1. 연구의 필요성 및 목적 .....	1
2. 연구의 내용 .....	3
<b>II. 도형 영역의 교육 과정의 변천</b> .....	4
<b>III. 중학교 도형 단원의 지도내용</b> .....	14
1. 7단계 지도 내용 .....	14
2. 8단계 지도 내용 .....	15
3. 9단계 지도 내용 .....	16
<b>IV. 연구의 방법 및 실제</b> .....	17
1. 연구의 대상 .....	17
2. 문제의 구성과 결과 처리 방법 .....	17
3. 연구의 실제 .....	18
<b>V. 결론 및 제언</b> .....	35
참고문헌 .....	37

## 표 목 차

<표1> 중학교 수학 연간 시간 배당과 내용 체계 .....	2
<표2> 교수 요목기의 도형 영역의 내용 .....	5
<표3> 제 1차 교육 과정기의 도형 영역의 내용 .....	6
<표4> 제 3차 교육 과정기의 도형 영역의 내용 .....	7
<표5> 제 4차 교육 과정기의 도형 영역의 내용 .....	8
<표6> 제 5차 교육 과정기의 도형 영역의 내용 .....	9
<표7> 제 6차 교육 과정기의 도형 영역의 내용 .....	10
<표8> 제 7차 교육 과정기의 도형 영역의 내용 .....	12
<표9> 제 6·7차 도형 영역의 비교 분석 .....	13
<표10> 오답률 분석 .....	35

## *A B S T R A C T*

A study on the teaching method of geometric figures

Yang-sun Na

Advisor : Prof. Seung-gook Han, Ph.D.

Major in Mathematics Education

Graduate School of Education, Chosun University

Geometry has very important position in the Mathematics Education. The geometry can present means of studies in the field of mathematics and scientific circles, develop a logical thinking faculty in our real realm, and improve the power of insight, most of all, it can be universally applicable in our lives deeply.

So this treatise has been studied in order to improve the descriptive course that most of young students have some severeness through following process. First, the history of forms of study in descriptive course was searched in detail. Second, 17 questions which had been selected in the basis on fundamental notions and principles in the lesson of the device were solved by 130 students in the second grade.

Therefore, through the results of them, this paper intends to improve the students' abilities to study as presenting some means that can let students understand more fruitfully by analyzing wrong answers and the causes of them.

# I. 서 론

## 1. 연구의 필요성 및 목적

21세기의 지식기반 정보화 사회에서의 학교 교육의 중점은 단순 기능인의 양정보다는 자기 주도적으로 지적 가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인간의 육성에 있다. 이에 수학과와 역할은 첫째, 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 토대로 탐구하고 예측하며 논리적으로 추론하는 능력을 기르고 둘째, 수학을 사용하여 정보를 처리하고 교환하는 능력을 기르며 셋째, 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력과 창의력을 기르고 넷째, 수학적으로 사고하는 성향, 사고의 유연성, 자신감 등의 수학적 힘을 기르게 하는데 있다. 이를 수학과 교육의 기본 목표로 제시하고 있고, 이를 위해 제 7차 중학교 수학과 교육과정은 수학의 확실성과 경직성의 개선, 교수·학습 및 평가 방법의 개선, 정보화 사회에 적용하기 위해서 수학 교육의 변화의 필요성을 나타내고 있다.

오늘날 수학교과와 기하영역은 학생들의 판단력을 기르고 논리적 추론 능력을 길러 주는 영역으로 그 중요성을 인정받고 있다. 그리고 수학이 구체적 사물이나 사건을 추상화하여 기호로 표현하는 학문이고 보면 기하는 실생활과 가장 밀접하게 관련된 분야라고 할 수 있다. 우리가 숨쉬며 살아가는 이 공간을 조금 더 수학적으로 또는 현실적으로 상황을 이해하고 사고하기 위한 것으로 기하 영역은 매우 중요한 단원이며, 현재 제 7차 중학교 수학과 교육과정에서는 도형과 측정 단원으로 구성되어 있다.

직관력과 사고력을 키워주는 도형영역은 실제 수업에서 다루는 양을 보아도 큰 비중을 차지하고 있음을 알 수 있다. <표1 참조>

이에 본 논문은 중학교 수학의 여러 단원 중에서 도형단원을 선정하여 학생들이 어려워하는 부분이 무엇이고 어떤 이유로 어려워하는지를 파악하여



학생들을 쉽게 이해시킬 수 있는 지도 방법을 고찰하여 도형단원의 보다 효율적인 지도방법을 제시함으로써 학생들의 학습효과를 향상시키는데 도움이 되고자 한다.

〈표1〉 중학교 수학 연간 시간 배당과 내용 체계

	7단계	시 간	8단계	시 간	9단계	시 간
수 와 연 산	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 집합 · 소인수분해</li> <li>· 최대공약수, 최소공배수</li> <li>· 십진법, 이진법</li> <li>· 정수와 유리수의 개념과 대소 관계</li> <li>· 정수와 유리수의 사칙계산</li> </ul>	34	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 유리수와 소수</li> <li>· 유리수와 순환소수</li> </ul>	8	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 제곱근과 그 성질</li> <li>· 무리수의 개념</li> <li>· 실수의 대소 관계와 수직선 · 근호를 포함한 식의 계산</li> </ul>	14
문 자 와 식	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 문자의 사용</li> <li>· 식의 값</li> <li>· 일차식의 계산</li> <li>· 등식의 성질</li> <li>· 일차방정식과 그 해</li> <li>· 일차방정식의 풀이와 활용</li> </ul>	23	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 다항식의 연산</li> <li>· 지수법칙</li> <li>· 간단한 등식의 변형</li> <li>· 미지수가 2개인 일차방정식</li> <li>· 연립일차방정식</li> <li>· 부등식과 그 성질</li> <li>· 일차부등식과 그 해</li> <li>· 연립일차부등식</li> <li>· 부등식의 활용</li> </ul>	38	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 다항식의 곱셈</li> <li>· 곱셈 공식</li> <li>· 인수분해</li> <li>· 이차방정식과 그 해</li> <li>· 이차방정식의 풀이와 활용</li> </ul>	26
규 칙 성 과 함 수	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 정비례, 반비례</li> <li>· 함수의 개념</li> <li>· 순서쌍과 좌표</li> <li>· 함수의 그래프</li> <li>· 함수의 활용</li> </ul>	15	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 일차함수의 뜻과 그래프의 성질</li> <li>· 일차함수와 일차방정식의 관계</li> <li>· 그래프를 통한 연립일차방정식의 해의 이해</li> <li>· 일차함수의 활용</li> </ul>	18	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 이차함수의 뜻</li> <li>· 이차함수의 그래프</li> <li>· 이차함수의 그래프의 성질</li> </ul>	14
확 률 과 통 계	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형</li> <li>· 도수분포표에서의 평균</li> <li>· 상대도수, 누적도수</li> </ul>	13	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 확률의 뜻과 기본 성질</li> <li>· 확률의 계산</li> </ul>	14	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 상관도, 상관표</li> <li>· 상관관계</li> </ul>	7

도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 점, 선, 면, 각</li> <li>· 점, 직선, 평면의 위치 관계</li> <li>· 평행선의 성질</li> <li>· 간단한 작도</li> <li>· 삼각형의 합동 조건</li> <li>· 다각형</li> <li>· 중심, 중심각, 부채꼴, 호, 현의 뜻, 중심각과 호의 관계</li> <li>· 원과 직선의 위치 관계</li> <li>· 다면체</li> <li>· 회전체</li> </ul>	33	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 삼각형과 사각형의 성질</li> <li>· 도형의 닮음</li> <li>· 닮은 도형의 성질</li> <li>· 삼각형의 닮음 조건</li> <li>· 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비</li> <li>· 닮음의 응용</li> </ul>	49	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 피타고라스의 정리와 그 활용</li> <li>· 원과 직선</li> <li>· 원주각</li> </ul>	31
측 정	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 다각형과 각의 크기</li> <li>· 부채꼴의 넓이와 호의 길이</li> <li>· 입체도형의 겉넓이와 부피</li> </ul>	18	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 근사값과 오차</li> <li>· 근사값의 표현</li> <li>· 근사값의 덧셈, 뺄셈</li> </ul>	9	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 삼각비</li> <li>· 삼각비의 활용</li> </ul>	10
비 고	도형단원은 33시간 (24%차지)	136	도형단원은 49시간 (36%차지)	136	도형단원은 31시간 (30%차지)	102

제 6차에서 1~3학년 공히 연간 136시간(주당 4시간)으로 운영하던 것을 제 7차 교육과정에서는 1, 2학년은 주당 4시간(연간 136시간), 3학년은 주당 3시간(연간 102시간)으로 조정하였다.

※ 중학교 수학과 교육과정에서 지도내용의 영역은 6차에서 ‘수와 식’, ‘방정식과 부등식’, ‘함수’, ‘통계’, ‘도형’의 5개영역으로 분류하던 것을 7차에서는 ‘수와 연산’, ‘문자와 식’, ‘규칙성과 함수’, ‘확률과 통계’, ‘도형’, ‘측정’의 6개영역으로 바뀌었다.

## 2. 연구의 내용

본 논문은 8-나 단계 도형단원의 기본개념과 원리에 대한 이해도를 파악하여 효과적인 지도방법을 제시하고자 다음과 같은 연구내용을 설정하였다.

첫째, 우리나라 도형 단원의 교육과정의 변천을 통하여 시대별 지도 내용을 알아본다.

둘째, 제 7차 교육과정에 따른 중학교 각 학년 도형단원의 내용을 살펴보고 그 중 8-나 단계 도형의 기본개념과 원리를 토대로 17문항을 선별하여 학생들에게 풀어보게 하여 이해정도를 알아본다.

셋째, 오답과 발생요인을 분석하여 도형단원의 보다 효과적인 지도 방법을 제시한다.

## II. 도형 영역의 교육 과정의 변천

해방 이후 우리나라의 교육과정은 ‘교수 요목기’를 거친 후, 일곱 차례의 교육 과정 제정 및 개정이 있었다. 각 시기별 중학교 수학과 교육 과정의 특징을 요약하면 다음과 같다.

### 1. 교수 요목기 (1945 ~ 1954)

1945년 8월 15일 광복을 맞은 우리나라는 10월에 각급 학교를 개교하였으나, 우리의 교육법이나 교육 과정이 없었으므로 각급 학교에서는 수학 교사의 재량으로 수학을 지도할 수밖에 없었다. 이 시기에 당면한 교육과제는 일본의 식민지 교육에서 벗어나 우리의 자주적이며 민주적인 교육을 실시하는 것이었다.

각 학년별 도형 부분에 대한 내용 체계를 보면 다음 표<2>와 같다.

〈표2〉 교수 요목기의 도형 영역의 내용

1 학년	2 학년	3 학년
기본도형(35시간) · 기본작도 · 전개도 · 투영도 · 회전체, 구 · 평행사변형, 접대칭	도형의 확대, 축소 (40시간) · 이동 · 상사삼각형 · 호도법 · 평행, 회전, 대칭이동  도형의 성질(30시간) · 삼평방정리 · 원주각 · 삼각형의 오심 · 원, 구	

1학년에서는 기본도형이 다루어졌으며, 2학년에서는 도형의 확대, 축소 및 이동, 도형의 성질 그리고 삼각형과 삼각함수 등이 취급되었으며, 선택 과정인 3학년에서는 삼각함수가 다시 다루어졌으나 이 시기는 학생들의 발달 수준에 비해 내용이 너무 어렵고, 실제 적용하기에 어려운 점이 많았다.

## 2. 제 1차 교육 과정기 (1955~1962)

이 시기의 수학과 교육 과정 개정의 기본 방향은 교수 요목기의 문제점을 개선하고 학생들의 욕구와 사회의 요구를 참작하고, 심리적인 면과 체계적인 면을 적절히 고려하여, 수학의 기본적인 개념이나 원리를 알게 하고 사고 능력의 양성, 기초적인 과정과의 상호 관계, 문제 해결과 응용 능력, 기능의 숙달 등에 대하여 그 내용을 결정하고 지도 방법을 개선함으로써, 결과적으로 교육 목적을 달성하는 데 좋은 효과를 올려야 한다고 기술하고 있다. 또한, 경제적, 문화적 생활을 하는 데 필요한 문제를 수학적인 면에서 보고 해결하려는 이른바 생활 경험 중심을 강조하는 방향으로 구성하는 것이었던 바. 이 시기의 교육 과정을 ‘생활 단원 학습기’ 라고도 한다.

제 1차 교육 과정의 도형 부분의 내용을 학년별로 요약하면 다음 표<3>과 같다.

〈표3〉 제 1차 교육 과정기의 도형 영역의 내용

1 학년	2 학년	3 학년
도형, 입체도형 · 평면도형 그리기, 축도, 도형의 계산, 전개도 · 아름다운 도형의 기하학적 관계의 발견, 검토의 태도	평면도형, 입체도형의 이해, 구적 · 등고선과 기울기 · 단면도 · 도형의 구적	도형에 대한 이해, 활용 · 투영도 그리기 · 피타고라스의 정리 · 삼각함수와 측정 · 논증적인 기초소양

1학년에서 도형 및 입체도형의 기본적인 성질과 계산을 다루었고, 2학년에서 기초적인 평면도형, 입체도형의 이해 및 구적을 취급하였으며 3학년에서는 도형에 대한 이해와 그의 활용으로 피타고라스 정리, 삼각함수, 논증적인 기초소양의 양성 등을 다루었다.

### 3. 제 2차 교육 과정기 (1963~1972)

제 1차 교육 과정기의 교육 과정은 학생의 생활경험을 중심으로 하는 교육을 지나치게 중시한 나머지 학문으로서의 계통성이 미약했으며, 내용 및 지도상의 무리한 점 등 문제점이 많았다.

이러한 문제점을 해소하기 위하여 수학 본연의 계통성을 중시하는 방향으로, 기초 학력 배양에 힘쓰도록 하였고, 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하여 수리적인 사고 방법과 처리 기능을 얻도록 하는데 주안점을 두었다.

개정된 내용에서 도형부분을 살펴보면 직관기하의 전반적인 것이 1학년에 집중되었고 2학년에서는 도형에 있어서 논증적인 방법이 새로 도입되었다. 이 시기에 고등학교 수학에서는 벡터가 새로 도입되었다. 새로 마련된 교육 과정은 전반적으로 앞의 교육과정에 비해 기초적인 부분이 삭감되었으나 상

대적으로 분량이 많아져 수준이 상당히 높아졌다. 또 도형의 지도에서는 학생들의 심신 발달과 이해 능력에 따라 직관적인 과정을 통하여 차츰 연역적인 방법에 이르도록 하였다.

#### 4. 제 3차 교육 과정기 (1973~1981)

1950년대 초부터 미국을 비롯한 여러 나라에서 시작된 수학 교육 현대화 운동의 영향이 우리나라에 파급된 것은 1960년대 초였으나, 그 구체적인 내용을 파악하지 못한 상태에서 제 2차 교육 과정을 맞이하였다. 1970년을 전후하여 현대화 운동의 본격적인 내용은 SMSG 교재를 통해 국내에 전파되어, 새 수학의 내용이 우리나라 수학자들에게 알려지게 되자 1973년에 개정된 제 3차 교육 과정은 새 수학을 대폭적으로 반영하였다.

이 시기의 교육 과정은 학생 수준에 비하여 지나치게 수학적 구조와 논리적 엄밀성에 의하여 구성 되었을 뿐만 아니라 엄격한 용어와 기호를 사용하도록 하였다.

수학 교육 현대화 운동은 현대 수학의 조기 도입과 엄밀한 논리, 구조화된 수학 지도를 목적으로 하고 있으므로 이 시기의 교육 과정에서는 새로운 내용뿐만 아니라 엄밀한 용어 및 기호를 도입하고 강화하여 그 수준이 매우 높았다.

제 3차 교육 과정기의 도형 부분의 내용을 학년별로 요약하면 다음 <표4>와 같다.

<표4> 제 3차 교육 과정기의 도형 영역의 내용

1 학년	2 학년	3 학년
도형 · 삼각형의 합동조건 · 기본각도	도형 · 삼각형의 성질 · 합동변환 · 닮음변환	도형 · 피타고라스의 정리 · 원의 성질 · 삼각비 · 점, 선, 면의 연결 관계 · 오일러의 공식

1학년의 기본도형의 모양을 삭제하여 초등학교로 이동하고 입체의 부피와 겹넓이를 2학년으로 이동시켰다. 그리고 2학년에는 도형의 변환(합동변환, 닮음변환, 회전변환, 평행변환, 대칭변환)을 첨가시키고, 3학년에는 도형의 위상적 성질(단일폐곡선, 오일러 공식)을 첨가 시켰다.

## 5. 제 4 차 교육 과정기 (1982~1988)

제 3차 교육 과정의 시행에서 가장 큰 문제점으로 나타난 것은 내용 분량이 많다는 것과 수준의 정도가 지나치게 높다는 것이었다. 이점을 고려하여 제 4차 교육 과정을 제정하였다.

이 교육 과정의 개정의 기본 방향은 다음과 같다.

- (1) 수학의 기초적인 개념과 기능을 강조한다.
- (2) 수학적 구조나 논리의 엄밀성을 무리하게 강조함을 지양한다.
- (3) 지도 내용의 양을 적정 수준으로 경감한다.
- (4) 학습자의 발달 수준에 맞게 수준을 적정화한다.
- (5) 문제 해결력을 강조한다.

제 4차 교육 과정의 도형 부분의 내용을 학년별로 요약하면 다음 <표5>와 같다.

<표5> 제 4차 교육 과정기의 도형 영역의 내용

1 학년	2 학년	3 학년
도형 · 삼각형의 합동조건 · 점, 선, 면의 연결관계 · 오일러의 공식	도형 · 명제의 증명 · 도형의 성질 · 닮음조건	도형 · 피타고라스의 정리 · 원의 성질 · 삼각비

2학년을 살펴보면 도형의 변환이 삭제되었고 명제에 관한 내용을 도형의 단원으로 포함시켜 명제부분이 약화되었으며 도형의 위상적 성질이 3학년 과정에서 1학년 과정으로 이동되었다. 이러한 결과 학생들의 부담은 상당히 줄

있을 뿐만 아니라 논리의 엄밀성이나 수학적 구조의 강조에 따른 계산능력의 저하라는 문제점을 어느 정도 해결해 주었다.

## 6. 제 5 차 교육 과정기 (1989~1994)

제 5차 수학과 교육 과정은 제 4차 교육 과정의 기본 구조를 가능한 그대로 유지하면서 개정의 기본 방향을 정의적 목표를 강조하였고, 대다수 학생을 위한 수학 교육과 학교 수학의 유용성과 적용의 가능성을 강조하였으며 학습자 개개의 경험과 욕구 그리고 흥미를 중요시 하였다. 또한 수학적 활동의 결과로서의 지식뿐만 아니라 그에 이르는 과정으로서의 수학적 활동의 경험을 중시하였다.

제 5차 교육 과정의 도형 부분의 내용을 학년별로 요약하면 다음 <표6>과 같다.

<표6> 제 5차 교육 과정기의 도형 영역의 내용

	1 학년	2 학년	3 학년
기 본 도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 점, 선, 면, 각</li> <li>· 점, 직선, 평면의 위치 관계</li> <li>· 평행선의 성질</li> </ul>		
평 면 도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 삼각형의 결정조건</li> <li>· 도형의 합동, 삼각형의 합동조건</li> <li>· 원의 기본성질</li> <li>· 다각형</li> <li>· 부채꼴의 넓이와 호의 길이</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 삼각형의 성질</li> <li>· 사각형의 성질</li> <li>· 도형의 닮음</li> <li>· 삼각형의 닮음</li> <li>· 닮음의 활용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 피타고라스의 정리</li> <li>· 원의 성질</li> <li>· 삼각비의 활용</li> </ul>
입 체 도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 다면체</li> <li>· 회전체</li> <li>· 입체도형의 겹넓이와 부피</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 입체도형의 닮음</li> <li>· 닮음의 활용</li> </ul>	



도형의 관찰	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 단일폐곡선</li> <li>· 선형도형의 성질</li> <li>· 피비우스씨의 뜻</li> <li>· 오일러의 공식</li> </ul>		
--------	--	--	--

제 4차 교육 과정과 마찬가지로 문제 해결 지도를 강조하였지만, 입시 중심의 교육풍토, 문제 해결 수업에 대한 인식과 정보의 부족 등으로 이전 교육 과정기와 별 다른 차이점이 없었다. 원에 대한 기본 개념은 3학년에서 1학년으로, 삼각비의 그래프는 3학년에서 삭제되고 기본도형의 위치관계가 1학년에 첨가되었다.

## 7. 제 6 차 교육 과정기 (1995~2000)

제 6차 교육 과정은 정보화 사회에 대비하여 기초 교육의 강화, 정보화 교육 강화, 학습 부담 경감, 실용성 강조, 교육 과정의 효율성 제고 등을 고려하여 교육 과정이 제정되었다.

이 교육 과정에서는 수학의 기초적인 지식의 습득 및 기능의 숙달을 중시하고, 실생활 소재를 도입하여 흥미 있는 수학 학습을 하는 가운데 수학의 실용성을 인식하게 하고 문제 해결력을 신장시킬 수 있도록 하였다. 또한, 학습 분량을 적정화하여 수학적 사고력, 문제 해결력 신장 등 의미 있는 수학 학습이 가능하도록 하였다.

제 6차 교육 과정의 도형 부분의 내용을 학년별로 요약하면 다음 <표7>과 같다.

<표7> 제 6차 교육 과정기의 도형 영역의 내용

	1 학년	2 학년	3 학년
기 본 도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 점, 선, 면, 각</li> <li>· 점, 직선, 평면의 위치관계</li> <li>· 평행선의 성질</li> </ul>		

평 면 도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 간단한 작도</li> <li>· 도형의 합동</li> <li>· 삼각형의 합동조건</li> <li>· 다각형</li> <li>· 부채꼴의 넓이와 호의 길이</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 삼각형의 성질</li> <li>· 사각형의 성질</li> <li>· 도형의 닮음</li> <li>· 삼각형의 닮음조건</li> <li>· 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비</li> <li>· 닮음의 응용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 피타고라스의 정리와 그 활용</li> <li>· 원과 직선</li> <li>· 두 원 사이의 관계</li> <li>· 원주각 · 원과 비례</li> <li>· 삼각비</li> <li>· 삼각비 사이의 관계</li> <li>· 삼각비의 활용</li> </ul>
입 체 도 형	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 다면체</li> <li>· 회전체</li> <li>· 입체도형의 겹넓이와 부피</li> </ul>		
도 형 의 관 찰	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 단일폐곡선</li> <li>· 꼭지점과 변으로 이루어진 도형의 성질</li> <li>· 오일러의 공식</li> </ul>		

1학년에서는 조작적 활동이나 직관적 취급을 중심으로 한 도형에 대한 직관적 통찰 능력을 키우고, 2·3학년에서는 수학적 추론의 의의와 방법을 이해하고 논리적으로 표현하는 능력을 키우는데 치중하게 되었다.

## 8. 제 7 차 교육과정 (2001~ )

이 교육과정은 학년별로 시행년도가 다르다. 2001년 중학교 1학년을 시작으로 2002년에는 중학교 2학년, 2003년에는 중학교 3학년의 시행년도이다.

이 교육과정은 국민 공통 기본 교육과정과 선택중심 교육과정 체제를 도입하고 교육내용의 양과 수준을 적정화하고, 심도 있는 학습이 이루어지도록 수준별 교육과정을 도입하였다.

편제는 교육과정은 국민 공통 기본교육과정과 고등학교 선택 중심 교육과정으로 구성하였고 국민 공통 기본 교육과정은 교과, 재량활동, 특별활동으로

편성하였다. 특별활동은 자치활동, 적응활동, 계발활동, 봉사활동, 행사활동으로 하였고 고등학교 선택중심 교육과정은 교과와 특별활동으로 편성하였다.

국민 공통 기본 교육 과정의 수학을 단계형 수준별 교육 과정으로 구성하였고 기본 과정과 심화 과정을 두어 학생 개인의 학습 능력에 따라 자기 주도적 학습을 촉진하는 창의적인 학습 기회를 제공하였다.

제 7차 교육 과정의 도형 부분의 내용을 학년별로 요약하면 다음 <표8>과 같다.

<표8> 제 7차 교육 과정기의 도형 영역의 내용

7 단계	8 단계	9 단계
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 점, 선, 면, 각</li> <li>· 점, 직선, 평면의 위치관계</li> <li>· 평행선의 성질</li> <li>· 간단한 작도</li> <li>· 삼각형의 합동조건</li> <li>· 다각형</li> <li>· 중심, 중심각, 부채꼴, 호, 현의 뜻, 중심각과 호의 관계</li> <li>· 다면체</li> <li>· 회전체</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 삼각형과 사각형의 성질</li> <li>· 도형의 닮음</li> <li>· 닮은도형의 성질</li> <li>· 삼각형의 닮음조건</li> <li>· 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비</li> <li>· 닮음의 응용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 피타고라스의 정리와 그 활용</li> <li>· 원과 직선</li> <li>· 원주각</li> </ul>

도형영역에서는 평면도형과 입체도형의 개념과 성질을 다루었다.

9) 6·7차 도형 영역의 비교 분석

<표9> 6·7차 도형 영역의 비교 분석

단계	제6차 교육 과정	제7차 교육 과정	비교
7 단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 도형</li> <li>· 원</li> <li>· 도형의 관찰</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 도형</li> <li>· 원의 중심, 중심각, 부채꼴, 호, 현</li> <li>· 원과 직선의 위치 관계</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 부채꼴의 뜻 초등에서 이동</li> <li>· 9단계와 중복, 7단계로 통합</li> <li>· 도형의 관찰 삭제</li> </ul>
8 단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 도형</li> <li>· 도형의 닮음</li> <li>· 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 도형</li> <li>· 도형의 닮음의 뜻</li> <li>· 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질의 증명</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 닮음의 뜻 초등에서 이동하여 통합</li> <li>· 약화 - 역의 증명은 직관적으로 이해</li> </ul>
9 단계	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 도형</li> <li>· 피타고라스의 정리</li> <li>· 수심, 방심</li> <li>· 두 원 사이의 관계</li> <li>· 삼각비 사이의 관계</li> <li>· 삼각비의 활용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 도형</li> <li>· 피타고라스의 정리</li> <li>· 삼각비의 활용</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 약화 - 역의 증명 생략</li> <li>· 삼각형의 변과 각 사이의 관계 심화 과정으로 구성</li> <li>· 수심, 방심 삭제</li> <li>· 두 원 사이의 관계, 삼각비 사이의 관계 삭제 - 10단계로 이동</li> <li>· 삼각비의 활용 약화 - 단순한 소재만 다룬다.</li> </ul>

### Ⅲ. 중학교 도형 단원의 지도내용

#### 1. 7단계 지도 내용

##### 1) 기본도형

- (1) 점, 선, 면, 각에 대한 간단한 성질을 이해한다.
- (2) 점, 직선, 평면의 위치 관계를 알아본다.
- (3) 평행선의 성질을 이해한다.

##### 2) 작도와 합동

- (1) 간단한 도형을 작도할 수 있다.
- (2) 합동인 도형의 간단한 성질을 알아본다.
- (3) 삼각형의 합동조건을 알아본다.

##### 3) 평면도형의 성질

- (1) 다각형의 성질을 알아본다.
- (2) 원에서 중심, 중심각, 부채꼴, 호, 현의 뜻을 알고, 중심각과 호의 관계를 알아본다.
- (3) 원과 직선의 위치 관계를 알아본다.

##### 4) 입체도형의 성질

- (1) 다면체에 대하여 알아본다.
- (2) 회전체의 성질을 알아본다.

<용어와 기호> 교점, 반직선, 교선, 평행선, 꼬인 위치, 두 점 사이의 거리, 중점, 수직이등분선, 직교, 다각형, 대각선, 정다각형, 삼각형의 결정조건, 삼각형의 합동조건, 대응, 호, 현, 중심각, 부채꼴, 활꼴, 할선, 접선, 접점, 접한다,

다면체, 각뿔대, 정다면체, 원뿔대, 구, 모선,  $\overleftrightarrow{PQ}$ ,  $l // m$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  
 $\angle AOB$ ,  $\angle R$ ,  $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ ,  $\triangle ABC$ ,  $\equiv$ ,  $\overline{AB}$ .

<학습 지도상의 유의점>

- 직관적인 탐구 활동을 통해 점, 선, 면, 각, 원에 대한 성질을 알게 한다.

## 2. 8단계 지도 내용

### 1) 삼각형과 사각형의 성질

- (1) 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형에 관한 간단한 성질을 증명할 수 있다.

### 2) 도형의 닮음

- (1) 도형의 닮음의 뜻을 안다.
- (2) 닮은 도형의 간단한 성질을 알아본다.
- (3) 삼각형의 닮음조건을 이해한다.

### 3) 닮음의 응용

- (1) 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 증명하고, 이를 활용할 수 있다.
- (2) 삼각형의 중점연결 정리를 증명하고, 이를 활용할 수 있다.
- (3) 닮음비를 이용하여 닮은 도형의 넓이와 부피를 구할 수 있다.

<용어와 기호> 명제, 가정, 결론, 역, 정의, 정리, 증명, 외심, 외접, 외접원, 내심, 내접, 내접원, 닮음, 닮음비, 닮음의 중심, 닮음의 위치, 삼각형의 닮음조건, 중선, 무게중심.

<학습 지도상의 유의점>

- 도형의 성질을 증명한 후에는 구체적인 예를 통하여 확인시킨다.
- 삼각형의 닮음조건과 합동조건을 비교하여 그 차이점을 알도록 한다.
- 삼각형에서 선분의 길이의 비에 대한 명제의 역은 직관적으로 이해시킨다.

### 3. 9단계 지도 내용

#### 1) 피타고라스의 정리

- (1) 피타고라스의 정리를 알고 이를 증명할 수 있다.

#### 2) 피타고라스의 정리의 활용

- (2) 피타고라스의 정리를 간단한 도형에 활용할 수 있다.

#### 3) 원과 직선

- (1) 원에서 현에 관한 성질을 이해한다.
- (2) 원의 접선에 대한 성질을 이해하고, 이를 증명할 수 있다.

#### 4) 원주각

- (1) 원주각의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- (2) 원에 내접하는 사각형의 성질을 알 수 있다.
- (3) 원과 비례에 관한 성질을 이해한다.

<용어와 기호> 접선의 길이, 원주각, 내대각.

<학습 지도상의 유의점>

- 피타고라스의 정리, 원에 내접하는 사각형의 성질, 원과 비례에 관한 성질

의 증명은 간단히 다루고 활용에 중점을 둔다.

- 피타고라스의 정리의 역은 증명 없이 문제 상황을 통해 간단히 다룬다.

## IV. 연구의 방법과 실제

### 1. 연구의 대상

#### 1) 연구의 대상

광주광역시에 소재한 중학교 2학년 130명

### 2. 문제의 구성과 결과 처리 방법

#### 1) 문제의 구성

각 단원의 내용에서 기본 개념과 원리의 활용에 관한 문제를 선정하여 난이도 중간 수준의 문제로 문항을 구성하였다.

#### 2) 문제의 내용

도형의 성질 (9문항)

도형의 닮음 (8문항)

#### 3) 오답의 분석 및 대책

- 문제의 오답률을 백분율(%)로 나타내고, 오답의 형태를 학생들의 답안지 작성에서 나타나는 것을 분석하여 그 이유를 알아보았다.
- 문제의 오답률을 근거로 하여 문제를 해결하는데 필요한 기본 개념과 오답의 형태에서 오답의 원인을 제거하는데 필요한 사항을 제시하였다.



### 3. 연구의 실제

#### 가) 도형의 성질

1. 다음 용어의 정의가 옳지 않은 것은?

- ① 한 쌍의 대변만이 평행한 사각형을 사다리꼴이라고 한다.
- ② 두 쌍의 대변이 서로 평행한 사각형을 평행사변형이라고 한다.
- ③ 네 변의 길이가 모두 같은 사각형을 마름모라고 한다.
- ④ 두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라고 한다.
- ⑤ 몇 개의 선분으로 이루어진 단일폐곡선을 다각형이라고 한다.

문제의 내용	정답률	주된 오답률
용어의 정의	① (43%)	⑤ (32%)

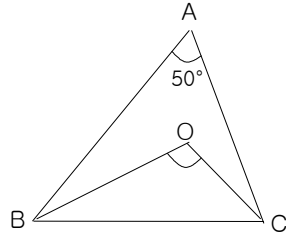
#### 《오답의 원인 분석》

- 용어에 대한 정의가 완전히 정립되어 있지 않다.

#### 《지도 방법》

- 수학에서 사용되는 용어는 그 뜻을 명확하게 지도하여야 한다. 용어의 뜻을 명확하게 정한 문장을 그 용어의 정의라고 한다.
- 용어의 뜻을 생각하며 다양한 도형들을 그려 보게 한다.
- 한 쌍의 대변이 평행한 사각형을 사다리꼴이라는 사실을 정확하게 이해하도록 한다.
- 평행사변형도 사다리꼴의 일부분임을 이해하도록 한다.

2. 다음 그림에서 점  $O$  가  $\triangle ABC$  의 외심일때,  $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



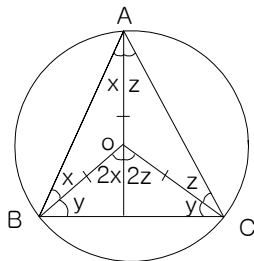
문제의 내용	정답률	주된 오답률
삼각형의 외심과 각	100° (63%)	115° (22%)

《오답의 원인 분석》

- 내심과 외심의 명확한 개념이 부족하다.

《지도 방법》

- 외심의 정확한 개념을 다시 한번 설명한 후 외심에서 세 꼭지점까지의 거리가 같으므로 이등변 삼각형의 성질을 이용하여 문제를 풀게 한다.



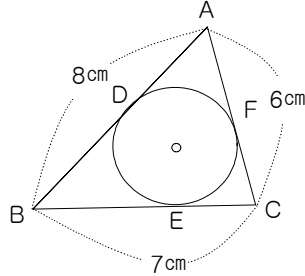
- 점  $O$ 가  $\triangle ABC$ 의 외심 일 때,  $\angle BOC = 2(\angle x + \angle z) = 2\angle BAC$

$$\text{즉, } \angle BOC = 2\angle A$$

- 여러 가지 유사한 문제를 풀어보게 한다.

3. 다음 그림에서 점I는  $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점D, E, F는 접점이다.

$\overline{AB} = 8\text{cm}$ ,  $\overline{BC} = 7\text{cm}$ ,  $\overline{CA} = 6\text{cm}$ 일 때,  $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



문제의 내용	정답률	주된 오답률
접선의 성질	3.5cm (57%)	3cm (18%) 4cm (12%)

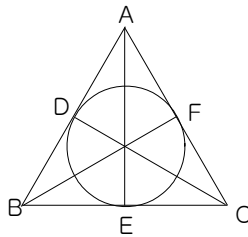
《오답의 원인 분석》

- 내접원의 성질을 정확하게 이해하지 못한다.

《지도 방법》

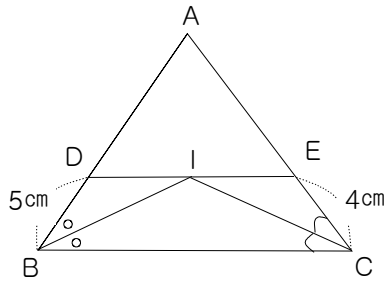
- 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 같음을 알게 한다.
- 삼각형의 내접원의 성질을 증명할 때는 문제에 적당한 그림을 그려서 학생들이 스스로 찾아낼 수 있도록 한다.

그림에서 점I가  $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심일 때



- $\triangle ADI \cong \triangle AFI$ ,  $\triangle BDI \cong \triangle BEI$ ,  $\triangle CEI \cong \triangle CFI$  임을 찾아내도록 한다.
- 삼각형의 합동성질을 이해하게 한 후  $\overline{AD} = \overline{AF}$ ,  $\overline{BD} = \overline{BE}$ ,  $\overline{CE} = \overline{CF}$  임을 알게 한다.

4.  $\triangle ABC$ 의 내심  $I$ 를 지나고, 변  $BC$ 에 평행한 직선과 변  $AB, AC$ 의 교점을 각각  $D, E$ 라 한다.  $\overline{BD} = 5\text{cm}$ ,  $\overline{CE} = 4\text{cm}$ 일 때,  $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



문제의 내용	정답률	주된 오답률
내심의 정의를 알고, 평행선과 삼각형의 성질을 이용하는 문제	9cm (62%)	무답 (17%)

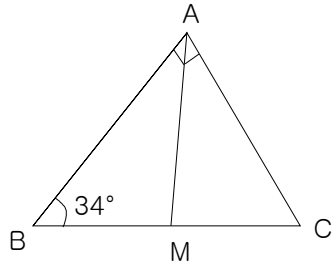
《오답의 원인 분석》

- 내심의 정의를 정확하게 알지 못하고 평행선의 성질을 활용하지 못한다.

《지도 방법》

- 삼각형의 내심의 정의를 이해시키고 평행선의 성질과 이등변삼각형의 성질을 이용하여 활용 할 수 있도록 지도한다.
- 두 내각의 이등분선의 교점을 찾도록 한다.
- 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이라는 사실을 정확하게 이해하도록 한다.
- 평행선의 성질과 이등변삼각형의 성질에 대해서도 다시 한번 다루어준다

5. 다음 직각삼각형  $ABC$ 에서 빗변  $BC$ 의 중점을  $M$ 이라 하고  
 $\angle ABC = 34^\circ$  일때,  $\angle AMC$ 의 크기는?



- ①  $62^\circ$     ②  $63^\circ$     ③  $67^\circ$     ④  $68^\circ$     ⑤  $72^\circ$

문제의 내용	정답률	주된 오답률
직각삼각형에서 외심	④ (47%)	① (32%)

《오답의 원인 분석》

- 직각삼각형의 외접원의 반지름이 빗변의 중점에 있다는 것을 알지 못한다.

《지도 방법》

- 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만나고, 삼각형의 외심에서 세 꼭지점에 이르는 거리는 같다는 외심의 성질을 정확하게 이해하도록 한다.
- GSP를 이용하여 스스로 이해하도록 지도한다.
- 삼각형의 외심의 위치가 예각삼각형은 삼각형의 내부에 있고, 직각삼각형은 빗변의 중점에 있으며. 둔각삼각형은 삼각형의 외부에 있음을 직접 그려보게 하여 이해시킨다.

6. 다음 조건을 만족하는 사각형  $ABCD$  중에서 평행사변형인 것은? (단,  $O$ 는 두 대각선의 교점)

- ①  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 5\text{ cm}$
- ②  $\overline{AB} = 7\text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 8\text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 7\text{ cm}$
- ③  $\overline{OA} = 4\text{ cm}$ ,  $\overline{OB} = 6\text{ cm}$ ,  $\overline{OC} = 6\text{ cm}$ ,  $\overline{OD} = 4\text{ cm}$
- ④  $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ ,  $\overline{BC} \perp \overline{CD}$
- ⑤  $\angle A = 100^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$ ,  $\angle C = 80^\circ$

문제의 내용	정답률	주된 오답률
평행사변형이 될 조건	① (53%)	③ (29%)

《오답의 원인 분석》

- 평행사변형과 등변사다리꼴이 되는 조건을 충분히 이해하지 못하고 있다.

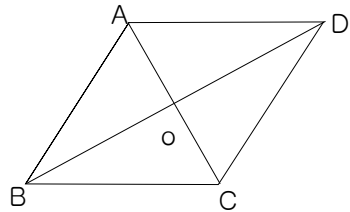
《지도 방법》

- 평행사변형의 성질과 평행사변형이 되는 조건을 직접 그려 비교하여 알게 한 후 평행사변형이 되는 조건만 확인하면, 평행사변형의 정의에 의하지 않고도 평행사변형임을 알 수 있다는 것을 이해시켜 이를 활용할 수 있게 한다.

7. 오른쪽 그림의 평행사변  $ABCD$ 가

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$$

를 만족하면 어떤 사각형이 되는가?



문제의 내용	정답률	주된 오답률
여러 가지 사각형의 성질을 알고 있는가	정사각형 (46%)	마름모 (28%)

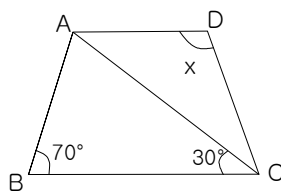
《오답의 원인 분석》

- 정사각형이 되는 조건과 마름모가 되는 조건을 충분히 알지 못한다.

《지도 방법》

- 정사각형의 정의는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형임을 알게 하고 성질은 정사각형의 두 대각선은 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분 한다는 것을 지도한다.
- 평행사변형이 마름모가 되는 조건과 직사각형이 되는 조건을 알고, 이들 조건을 모두 만족하면 정사각형이 됨을 알게 한다.
- 직사각형이 정사각형이 되는 조건(이웃하는 두 변의 길이가 같다, 두 대각선이 직교한다.)과 마름모가 정사각형이 되는 조건(두 대각선의 길이가 같다. 한 내각이 직각이다)을 직접 그림을 그려보게 하여 이해하게 한다.

8. 다음 그림에서 □ABCD는 등변사다리꼴이다. 이때,  $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



- ①  $80^\circ$       ②  $90^\circ$       ③  $100^\circ$       ④  $110^\circ$       ⑤  $120^\circ$

문제의 내용	정답률	주된 오답률
등변사다리꼴의 성질	④ (68%)	③ (23%)

《오답의 원인 분석》

- 등변사다리꼴의 성질을 정확하게 알지 못한다.

《지도 방법》

- 등변사다리꼴의 정의(아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴)와 성질(평행이 아닌 한 쌍의 대변의 길이가 같다, 두 대각선의 길이가 같다)에 대하여 확실히 알 수 있도록 직접 그려가며 지도한다.

9. 정사각형, 평행사변형, 사다리꼴, 마름모의 집합을 각각  $P, Q, R, S$ 라고 할 때, 다음 중 포함관계가 옳은 것은?

- ①  $P \subset R \subset S \subset Q$       ②  $S \subset R \subset Q \subset P$       ③  $P \subset S \subset Q \subset R$   
 ④  $S \subset P \subset Q \subset R$       ⑤  $P \subset Q \subset R \subset S$

문제의 내용	정답률	주된 오답률
여러 가지 사각형의 집합의 포함관계	③ (64%)	⑤ (25%)

《오답의 원인 분석》

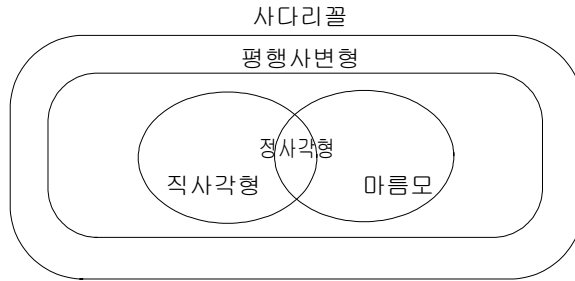
- 여러 가지 사각형의 정의에 대한 개념이 정립되지 않았고 포함관계 역시 이해하지 못한다.

《지도 방법》

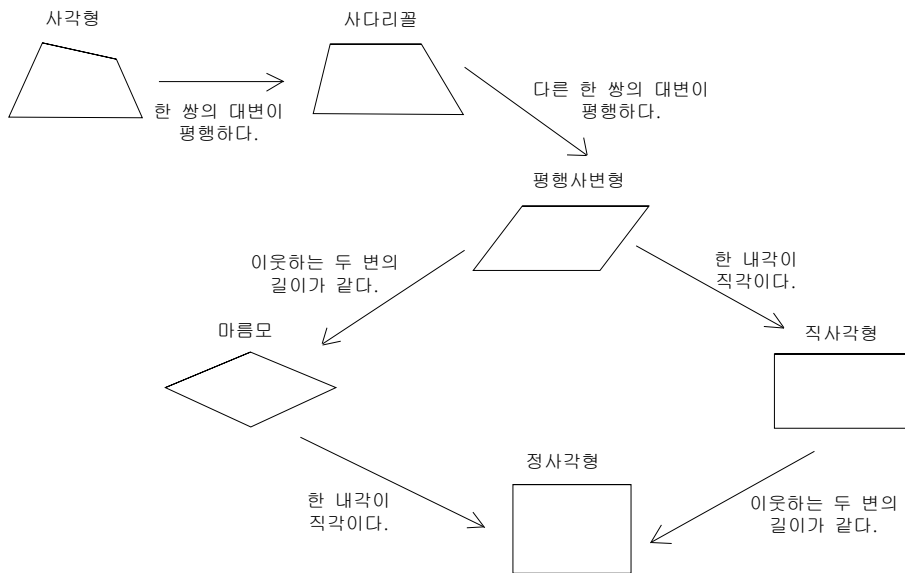
- 그림을 그려 설명을 하고, 이들 사이의 포함관계를 벤다이어그램을 통해 지도하여 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형 사이의 관계를 이해하게 한 후 직접 벤다이어그램을 그려 보게 한다.  
 특히 직사각형과 마름모는 서로 포함관계가 없음을 주의하여 지도 한다.



· 여러 가지 사각형의 포함관계



· 여러 가지 사각형 사이의 관계



사다리꼴 중에서 또 다른 한 쌍의 대변이 평행한 것이 평행사변형이고 평행사변형 중에서 한 내각이 직각인 것이 직사각형이며 이웃한 두 변의 길이가 같은 것이 마름모라는 사실과 직사각형 중에서 이웃한 두 변의 길이가 같은 것과 마름모 중에서 한 내각이 직각인 것은 정사각형이라는 사실을 그림을 그려가며 지도한다.

나) 도형의 답음

10. 다음 중 항상 답음인 도형을 모두 고르면?

- ① 두 직사각형      ② 두 마름모      ③ 두 원  
 ④ 두 이등변삼각형      ⑤ 두 정삼각형

문제의 내용	정답률	주된 오답률
항상 답음인 도형	③, ⑤ (72%)	④ (18%)

《오답의 원인 분석》

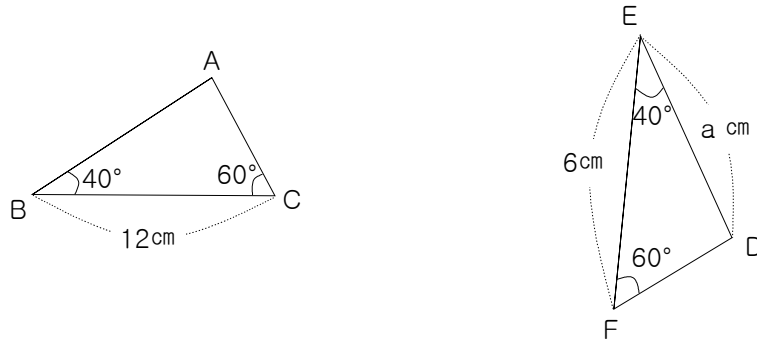
- 답음에 대한 개념이 부족하여 항상 답음이 되는 평면도형에 대해 알지 못한다.

《지도 방법》

- 전체학생을 대상으로 도형을 하나 잡아 그려보게 한 후 항상 답음이 되는 도형인지 직접 확인 시킨다. 그리고 다른 도형들에 대해서도 각각 그려보게 하여 항상 답음이 되는지를 알아보게 한다. 그 다음으로 답음의 뜻과 성질을 알아보고, 삼각형의 답음이 되기 위한 조건을 알고, 이를 활용하게 한다.
- 주변에서 답은 도형을 찾아 답은 도형의 성질을 발견할 수 있도록 지도하고 실생활에 답음 도형이 이용되는 것을 찾아보게 함으로써 흥미도 높일 수 있게 한다.
- 항상 답음이 되는 평면도형 : 정다각형, 원
  - 직사각형 : 가로 세로의 길이의 비가 같아야 답음이 된다.
  - 마름모 : 한 내각의 크기가 같아야 답음이 된다.
- 항상 답음이 되는 입체도형 : 정다면체, 구
  - 원기둥, 원뿔 : 밑면의 반지름의 길이와 높이의 비가 같아야 답은 도형이 된다.

- 정다각뿔 : 밑면인 정다각형의 한 변의 길이와 높이의 비가 같아야 답음이 된다는 것을 정리해 줌으로 해서 이해를 돕는다.

11. 다음 그림의 두  $\triangle ABC$ 와  $\triangle DEF$ 에서  $\overline{AB}$ 를  $a$ 로 나타내어라.



문제의 내용	정답률	주된 오답률
답은 두 삼각형에서 변의 길이구하기	2a (62%)	무 답 (23%)

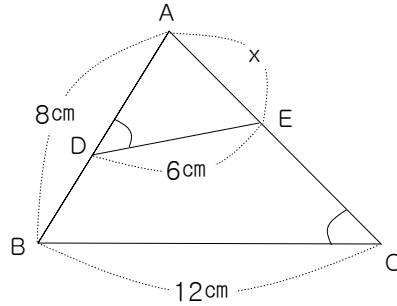
《오답의 원인 분석》

- 삼각형의 답음의 조건에 대한 이해부족과 비례식을 제대로 세우지 못한다.

《지도 방법》

- 도형의 답음은 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하거나 그대로 다른 도형에 포괄 수 있는 도형이라는 것을 정확하게 설명하고 삼각형의 답음 조건(SSS답음, SAS답음, AA답음)중에 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 같아 AA답음을 알게 한 후 구하고자 하는  $\overline{AB}$ 의 길이를 미지수  $x$ 로 하여 비례식을 세워 문제를 해결할 수 있도록 세심한 지도가 필요하다. 그리고 이와 유사한 문제들을 풀어보게 하여 이해하도록 지도한다.

12. 다음 그림에서 서로 닮은 도형인 것을 찾아 기호를 사용하여 나타내고,  
 $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



- ① 2cm    ② 3cm    ③ 4cm    ④ 5cm    ⑤ 6cm

문제의 내용	정답률	주된 오답률
삼각형의 닮음 조건	③ (63%)	② (14%)

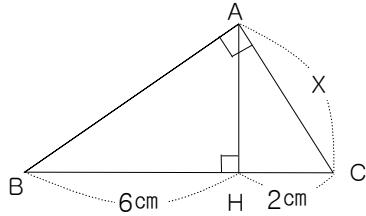
《오답의 원인 분석》

- 닮음비를 이해하지 못하고 있으며, 계산력이 부족하다.

《지도 방법》

- 삼각형의 닮음 및 닮음비에 대한 개념을 명확히 이해시키고, 주어진 도형에서 포개어진 도형을 찾아 닮음을 알아본 후 쉽게 대응시킬 수 있도록 두 개의 도형으로 배치시킨 후 문제의 뜻에 맞게 비례식을 바르게 세우는 것과 계산을 정확하게 할 수 있도록 지도한다.

13. 다음 그림에서  $\overline{AC}$  의 길이를 구하여라.



- ① 2cm    ② 3cm    ③ 4cm    ④ 5cm    ⑤ 6cm

문제의 내용	정답률	주된 오답률
직각삼각형의 닮음	③ (56%)	④ (27%)

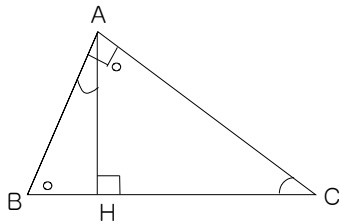
《오답의 원인 분석》

- 직각삼각형의 닮음조건을 이해하지 못한다.

《지도 방법》

- 주어진 도형에서 포개어진 도형을 찾아 닮음을 알아본 후 쉽게 대응시킬 수 있도록 두 개의 도형으로 배치시킨 후 문제의 뜻에 맞게 비례식을 바르게 세우는 것과 계산을 정확하게 할 수 있도록 지도한다.

그리고 아래와 같은 도형이 주어졌을 때에는



- $\triangle ABC \sim \triangle HBA \sim \triangle HAC$  (AA 닮음)임을 이용하여

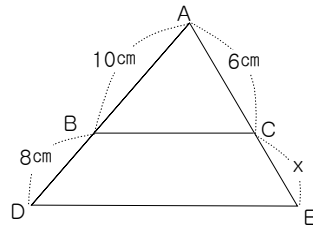
$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{HC}$$

이 됨을 지도한다.

14. 다음 그림에서  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 되도록  $\overline{CE}$ 의 길이를 정하여라.



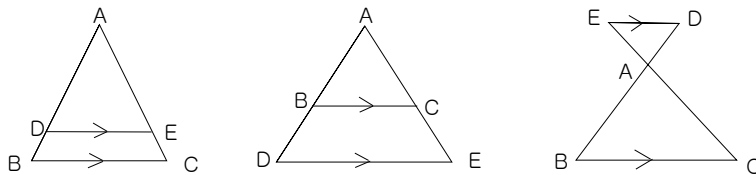
문제의 내용	정답률	주된 오답률
평행이 되도록 하는 선분의 길이 정하기	4.8cm (57%)	4cm (13%)

《오답의 원인 분석》

- 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 이해가 부족하다.

《지도 방법》

- 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 우선 직관적으로 알려 준 다음에 증명을 하여 이해시킨다.



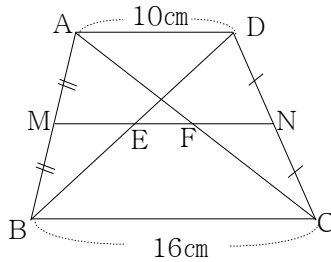
$\triangle ABC$ 에서 변  $AB, AC$  또는 그 연장선 위에 각각 점  $D, E$ 를 잡을 때

①  $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이면  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

②  $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이면  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$  임을 증명을 통해 이해시킨다.

15. 다음 그림과 같이  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴  $ABCD$ 에서

$\overline{AM} = \overline{MB}$ ,  $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이고  $\overline{AD} = 10\text{cm}$ ,  $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때,  $\overline{EF}$ 의 길이는?



문제의 내용	정답률	주된 오답률
사다리꼴의 중점연결 정리	3cm (59%)	6cm (15%), 무답 (5%)

《오답의 원인 분석》

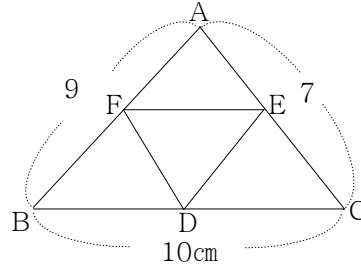
- 중점연결 정리의 내용을 정확히 알지 못한다.

《지도 방법》

- 삼각형의 한 변에 평행한 직선이 다른 두 변 또는 그 연장선과 만나 이루는 삼각형은 원래의 삼각형과 닮음인 것을 이용하여, 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 알아보고, 이를 활용하게 한다. 또, 이 성질을 보다 확장하여 평행선 사이의 선분의 길이의 비에 대하여 알아보게 하고, 이를 여러 가지 문제 해결에 적용하게 한다. 그리고 더 나아가 삼각형의 중점연결 정리를 이해하게 한다.

16. 다음 그림에서 점  $D, E, F$ 가 각각  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 의 중점일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ①  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
- ②  $\overline{AF} = \overline{FE}$
- ③  $\overline{FD} \parallel \overline{AE}$
- ④  $\triangle AFE \cong \triangle DEF$
- ⑤  $\angle AFE = \angle BFD$



문제의 내용	정답률	주된 오답률
삼각형의 중점연결 정리	①③④ (39%)	⑤ (25%)

《오답의 원인 분석》

- 삼각형의 중점연결정리의 개념을 명확하게 알지 못한다.

《지도 방법》

- 삼각형의 한 변을 고정하고 다른 두 변을 변화시킬 때, 이 두 변의 중점을 연결한 선분의 길이가 어떻게 되는지 실제로 관찰해 보는 실험을 해 보도록 지도한 후 삼각형의 중점연결 정리는 삼각형의 모양에 관계없이 항상 성립하는 것을 이해하도록 지도한다. 그리고 삼각형의 중점연결 정리는 도형의 여러 가지 성질을 밝히는데 이용되는 중요한 성질임을 인식하도록 지도한다.



17. 닮은 두 입체도형  $A, B$ 의 부피의 비가  $8 : 27$ 일 때, 두 입체도형의 겹넓이의 비를 구하여라.

문제의 내용	정답률	주된 오답률
부피의 비에서 겹넓이의 비 구하기	4 : 9 (69%)	무답 (18%)

《오답의 원인 분석》

- 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 관계를 알지 못한다.

《지도 방법》

- 우선 닮은 도형에서 한 변의 길이가 2배, 3배, ... 가 될 때 넓이는 몇 배가 되는지 알아보도록 쉬운 예로 설명한 후 넓이의 비가 길이의 비에 제곱과 같은 경우는 반드시 두 도형이 닮음일 때만 성립한다는 것을 간단한 증명을 통해 알게 한다. 그리고 두 입체도형에서 면이 꼭면일 때는 대응하는 선분의 길이의 비가 일정할 때 닮음이 됨을 입체도형까지 확장하여 지도한다.
- 닮은 두 입체도형의 닮음비가  $m : n$  이면
  - ⇒ 겹넓이의 비  $m^2 : n^2$
  - ⇒ 부피의 비  $m^3 : n^3$
 이라는 개념이 세워질 수 있도록 다양한 문제를 풀어보게 한다.

## V. 결론 및 제언

도형영역 17문항에 대한 오답률 분석 결과는 다음과 같다.

〈표10〉 오답률 분석

단원	번호	문 제 의 내 용	오답률(%)	비고
도 형 의 성 질	1	용어의 정의	57	
	2	삼각형의 외심과 각	37	
	3	접선의 성질	43	
	4	내심의 정의를 알고 평행선과 삼각형의 성질 이용	38	
	5	직각삼각형의 외심	53	
	6	평행사변형이 될 조건	47	
	7	여러 가지 사각형의 성질	54	
	8	등변사다리꼴의 성질	32	
	9	여러 가지 사각형의 집합의 포함관계	36	
도 형 의 답 음	10	항상 닮음인 도형	28	
	11	닮은 두 삼각형에서 변의 길이구하기	38	
	12	삼각형의 닮음 조건	37	
	13	직각삼각형의 닮음	44	
	14	평행이 되도록 하는 선분의 길이 정하기	43	
	15	사다리꼴의 중점연결 정리	41	
	16	삼각형의 중점연결 정리	61	
	17	부피의 비에서 겹넓이의 비 구하기	31	
평균			42.4	

기하(도형)은 학교 수학교육에 있어 많은 비중을 차지하고 있다. 그 만큼 학생들의 판단력을 기르고 논리적 추론 능력을 길러 주는 영역으로 그 중요성을 인정받고 있다. 그리고 수학이 구체적 사물이나 사건을 추상화하여 기호로 표현하는 학문이고 보면 기하는 실생활과 가장 밀접하게 관련된 분야라고 할 수 있다. 그러나 대부분의 학생들은 도형 부분을 어렵게 생각한다.

본 논문은 도형 영역을 어려워함을 주목하고 이를 개선하고자 도형단원의 기본개념과 원리를 토대로 17문항을 선별하여 이해도를 알아본 결과 정리에 대한 이해 및 활용능력이 낮음을 알 수 있었다. <표10참고>

우리는 지금껏 많은 시간과 노력을 도형지도에 할애하고 있지만 도형부분에 관해서는 학생들에게 정답률이 60% 이상이 되도록 이해시키기가 어려웠다. 이는 기하분야가 상상력과 직관력이 필요하기도 하지만 연역적 추론에 따른 비형식적 접근방법과 증명을 이용한 형식적 방법을 택하면서 수학적 이론에 대한 부분을 많이 다루기 때문에 지루하고 딱딱한 학문으로 느끼는 것과 기하학습에 있어서 학생들의 부정확한 용어 사용과 개념이해의 어려움 및 선수학습의 부재에서 오는 결과로 보여 진다.

우선 학생들을 지도할 때에는 정의, 정리, 용어 및 개념정리를 보다 명확하게 이해시키고 유사한 문제, 관련성을 파악할 수 있는 다양한 유형의 문제들을 제시하여야 할 것이다. 그리고 뒷받침 되어야 할 것은 조작물 사용, 공간 시각화 활동에 따른 컴퓨터 활용이 첨가된다면 보다 더 효율적인 도형지도가 이루어 질 것으로 본다.

끝으로 본 연구의 결과를 바탕으로 도형의 지도 방법에 관련해 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 도형의 지도를 특정 지역의 소수의 학생들을 대상으로 한 것이므로 다른 지역 및 더 많은 학생들을 대상으로 하는 연구가 필요 할 것이다.

둘째, 본 연구는 중학교 2학년만을 대상으로 하였으므로 다른 학년에 대한 연구도 다양하게 이루어져야 할 것이다.

셋째, 본 연구에서 제시한 단원의 내용에 대한 지도방법의 효과를 검증하는 현장 적용연구가 뒤따라야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 강옥기 외. 「중학교 2학년 수학 교사용 지도서」. (주)두산. 2002.
- [2] 강행고 외. 「중학교 2학년 수학 교사용 지도서」. 중앙교육진흥연구소. 2002.
- [3] 김진아(2002). van Hiele 이론을 적용한 중학교 기하단원의 지도 방안 탐색. 영남대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [4] 박두일 외. 「중학교 1학년 수학 교사용 지도서」. 교학사. 2001.
- [5] 박두일 외. 「중학교 2학년 수학 교사용 지도서」. 교학사. 2001.
- [6] 박두일 외. 「중학교 3학년 수학 교사용 지도서」. 교학사. 2001.
- [7] 박현숙(1997). 도형의 지도법에 관한 연구. 조선대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [8] 박수영(1998). 도형에 관한 지도 방법의 연구. 조선대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [9] 박은아(2002). 중학교 수학에서 기하학습부분의 효율적 지도방안 연구. 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [10] 수학과 교육 과정 : 7차 교육과정. 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8]
- [11] 양원자(2003). 중학교 수학교과서 기하영역 비교 분석. 고신대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [12] 유지영(2003). 기하영역증명지도에 있어서 수준별 수업에 관한 연구. 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [13] 이동현(2002). 중학교 수학에서 도형의 지도에 관한 연구. 조선대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [14] 홍수향(2003). 한국과 미국의 중학교 수학 교과서 비교 연구(기하 영역을 중심으로). 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.

## 저작물 이용 허락서

학 과	수학교육	학 번	20028177	과 정	석사
성 명	한글: 나 양 순      한문: 羅 良 順      영문: Na yang-sun				
주 소	광주광역시 북구 운암3동 1038-1번지 일신APT 102-1003호				
연락처	E-MAIL: nys6255@hanmail.net				
논문제목	도형의 지도 방법에 관한 연구 영문 : A study on the teaching method of geometric figures				

본인이 저작한 위의 저작물에 대하여 다음과 같은 조건 아래 조선대학교가 저작물을 이용할 수 있도록 허락하고 동의합니다.

- 다 음 -

1. 저작물의 DB구축 및 인터넷을 포함한 정보통신망에의 공개를 위한 저작물의 복제, 기억장치에의 저장, 전송 등을 허락함
2. 위의 목적을 위하여 필요한 범위 내에서의 편집·형식상의 변경을 허락함.  
다만, 저작물의 내용변경은 금지함.
3. 배포·전송된 저작물의 영리적 목적을 위한 복제, 저장, 전송 등은 금지함.
4. 저작물에 대한 이용기간은 5년으로 하고, 기간종료 3개월 이내에 별도의 의사표시가 없을 경우에는 저작물의 이용기간을 계속 연장함.
5. 해당 저작물의 저작권을 타인에게 양도하거나 또는 출판을 허락을 하였을 경우에는 1개월 이내에 대학에 이를 통보함.
6. 조선대학교는 저작물의 이용허락 이후 해당 저작물로 인하여 발생하는 타인에 의한 권리 침해에 대하여 일체의 법적 책임을 지지 않음
7. 소속대학의 협정기관에 저작물의 제공 및 인터넷 등 정보통신망을 이용한 저작물의 전송·출력을 허락함.

2005년 8월 일

저작자: 나 양 순 (서명또는 인)

조선대학교 총장 귀하