creative commons
COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000234836

creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

2004年 8月

敎育學碩士(數學敎育)學位論文

수학교육에서
쪽 맞추기에 관한 연구

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

金 洙 延

수학교육에서
쪽 맞추기에 관한 연구

A study on the tessellation
of mathematic education

2004年 8月

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

金 洙 延

수학교육에서
쪽 맞추기에 관한 연구

指導敎授　　韓　承　局

이 論文을 敎育學 碩士(數學敎育)學位 請求 論文으로 提出합니다.

2004년　　4월

朝鮮大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

金　洙　延

金洙延의 敎育學 碩士學位 論文을 認准합니다.

審査委員長 朝鮮大學校 敎授 _____ 인

審 査 委 員 朝鮮大學校 敎授 _____ 인

審 査 委 員 朝鮮大學校 敎授 _____ 인

2004년 6월

朝鮮大學校 敎育大學院

목 차

그림목차 ····· ii
ABSTRACT ····· iii
Ⅰ. 서론 ····· 1
1. 연구의 필요성 및 목적 ····· 1
2. 연구 내용 ····· 3
Ⅱ. 본론 ····· 4
1. 쪽 맞추기와 M. C. Escher ····· 4
1) 쪽 맞추기의 정의 ····· 4
2) 쪽 맞추기의 연구자 ····· 4
2. 쪽 맞추기의 종류 ····· 6
1) 정다각형의 쪽 맞추기 ····· 6
2) 다각형의 쪽 맞추기 ····· 13
3. 쪽 맞추기에서 찾을 수 있는 수학적 성질 ····· 15
1) 평행이동 ····· 15
2) 대칭이동 ····· 17
3) 회전이동 ····· 18
4) 대칭과 회전을 이용한 쪽 맞추기 ····· 20
5) 미끄러짐 반사 ····· 22
4. 쪽 맞추기를 활용한 수학 교수·학습의 실제 ····· 24
5. 쪽 맞추기를 통한 학습 효과 ····· 32
Ⅲ. 결론 및 제언 ····· 34
참고자료 ····· 35
활동지 ····· 38
참고문헌 ····· 40

그림 목 차

<그림 1> 에셔 뫼비우스띠 ····· 6
<그림 2> 정삼각형 쪽 맞추기 ····· 7
<그림 3> 정사각형 쪽 맞추기 ····· 7
<그림 4> 정육각형 쪽 맞추기 ····· 8
<그림 5> 쪽 맞추기가 불가능한 오각형····· 8
<그림 6> 정삼각형, 정사각형 쪽 맞추기 ····· 9
<그림 7> 두 종류를 사용한 정다각형 쪽 맞추기 ····· 10
<그림 8> 반정다각형 쪽 맞추기 ····· 10
<그림 9> 반정다각형 쪽 맞추기 ····· 11
<그림 10> 도형의 무게중심 ····· 12
<그림 11> 켤레 쪽 맞추기 ····· 12
<그림 12> 삼각형 쪽 맞추기 ····· 13
<그림 13> 사각형 쪽 맞추기 ····· 14
<그림 14> 쪽 맞추기가 가능한 오각형 ····· 14
<그림 15> 쪽 맞추기가 가능한 오각형 ····· 15
<그림 16> 평행이동 쪽 맞추기 ····· 17
<그림 17> 대칭을 이용한 쪽 맞추기····· 18
<그림 18> 날아다니는 물고기 ····· 20
<그림 19> 사람의 형상 ····· 21
<그림 20> 미끄러짐 반사 쪽 맞추기 ····· 23

ABSTRACT

A Study on the Tessellation of Mathematics Education

Su-yeon Kim
Advisor :Prof. Seung-gook Han, Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

Tessellation is a kind of work of art that covers a plane with basic patterns without unfilled or overlapped parts to make beautiful and interesting pictures. Tessellation was found in acent Greece, Rome are and also fairly progressed in Arab. Nowadays Escher is one of the most famous in tessellation whose arts can be seen easily in our surroundings. Tessellation is a good theme to improve students creative thinking abilities.

In United States of America or European countries, tessellation is taught in secondary school mathematics classes. But, in Korea tessellation is not treated in mathematics classes. Therefore, this study aims are tessellation's concept and the meaning and effect of tessellation upon mathematics education, and supplies information and data that guide students to make tessellation.

For further study, it is needed to develop actual lesson plans to teach effectively tessellations in mathematics classes.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학교육의 목적은 어떤 문제를 여러 가지 수학적 방법으로 해결함으로써 문제해결의 지혜를 기르고 한 현상에 담긴 수학적 질서를 이해하고 사물의 법칙과 질서에 대한 수학적 이해력을 기르기 위해 배운다고 할 수 있다.

수학의 아름다움 즉 심미성을 추구하는 것도 수학교육 목적 중의 하나이다. 생활과 자연세계에 담긴 수학적 질서와 규칙성을 연역해 내는 과정에도 수학의 아름다움이 깃들어 있다.

우리가 주위에서 흔히 볼 수 있는 보도 블록이나 벽지 또는 바닥에 나타난 문양, 가구의 무늬 등에 나타난 수학은 본질적인 흥미를 가지고 있다. 즉, 규칙적인 방식(도형의 닮음, 합동, 회전이동, 대칭이동, 평행이동)으로 반복되어 평면을 빈틈없이 무한히 매꿀 수 있다. 이를 쪽 맞추기(tessellation)라 한다. 즉 쪽 맞추기란 마루나 욕실바닥에 깔린 타일처럼 틈이나 포개짐이 없이 평면이나 공간을 도형으로 완벽하게 덮는 것을 말한다. (serra, 1987)

이처럼 우리가 일상생활에서 직접적으로 느낄 수 있는 여러 가지에서 수학적인 아이디어가 숨쉬고 있으며, 오랜 역사를 통해 여러 나라에서도 쪽 맞추기는 수학적으로 연구되거나 수학 교육적으로 활용되어 왔다.

미국에서는 이미 1960년대부터 쪽 맞추기를 교육과정에 포함하여 지도하고 있으며, 다양한 수준에서 변환의 기하학을 쉽고 재미있게 소개하는 교육과정의 일부분으로 다루고 있다. 여러 방법의 쪽 맞추기 활동은 대칭, 변환, 평행이동, 회전이동 등 수학적 개념들을 통합하고 복습할 수 있게 해 준다.

특히 도형과 내각의 합과의 관계에 대한 성질을 배울 때 쪽 맞추기가 소개되어야 하고, 변환 기하학을 배울 때 평행이동, 회전이동, 대칭이동을 이용한 디자인이나 쪽 맞추기가 소개되어야 한다(NCTM, 1992).

또한 일본의 수학 교과서에서는 쪽 맞추기를 통해 평행이동, 회전이동, 반사등의 대칭변환을 지도하고 있으며, 에서의 쪽 맞추기 작품을 소개하고 있다 (전영아, 2000).

현재, 우리나라의 제7차 수학과 교육과정 중에 제시된 교수·학습 방법은 학생들의 경험과 욕구를 바탕으로 수학의 기초적인 개념과 원리를 간단하고 구체적인 것의 순서로 학습하도록 하여 스스로 발견하고 창의적으로 문제를 해결 할 수 있도록 하고 있다. 동시에 생활 주변이나 다른 교과에서 접할 수 있는 수학과 관련된 여러 가지 형태의 문제를 다루어, 수학에 대한 흥미와 관심을 가지게 하고 수학의 필요성을 느끼도록 하는 방법을 사용하라고 명시하고 있다.

우리는 쪽 맞추기를 통해 단지 예술적인 아름다움 뿐 만 아니라 각의 크기, 대칭과 변환, 합동 등을 학습하는데 과거의 틀에 박히고 지루한 방식에서 벗어나 흥미 있고 재미있는 수업을 유도 할 수 있게 해주고, 학생들은 쪽 맞추기를 만들어 보는 활동적인 과정을 통해 자연스럽게 기하에 관한 수학적 개념을 학습할 수 있을 것이다. 수학·교수 학습 상황에서 쪽 맞추기 도입 및 활용은 수학 학습을 결과중심이 아니라 과정중심의 학습이 될 수 있도록 할 것이며, 학습자는 스스로의 능동적인 구성활동을 통해 자신에게 의미 있는 지식을 구성해 갈 것이다. 즉, 쪽 맞추기는 수학과 예술사이의 창조적인 상호작용을 경험하는 기회가 될 것이다.

따라서, 본 연구에서는 중등학교 기하학습지도에서 쪽 맞추기의 교육적 가치를 정립하고, 쪽 맞추기를 활용한 수학의 교수·학습을 통해 학생들의 수학적 흥미를 유발하는 것을 목적으로 한다.

2. 연구 내용

본 연구 목적을 실현하기 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정한다.

첫째, 쪽 맞추기의 종류, 특징을 살펴보고 쪽 맞추기 학습을 통해 얻을 수 있는 수학적 개념들을 알아본다.

둘째, 수학과 교육과정 영역에서 쪽 맞추기를 활용하여 지도할 수 있는 수학활동의 예를 제시한다.

셋째, 본 연구는 광주광역시 동구에 위치한 C중학교 1학년을 대상으로 실시하였으며, 사전검사와 사후 검사를 통해 수학 학습 흥미도의 변화를 조사하였다. 45분 2회 수업이라는 제한 때문에 학생들이 직접 작품을 만들 수 있는 시간이 충분치 않았으며, 중학교 1학년 한 반만을 선택해서 수업을 했으므로 일반화하는 데는 제한점이 있으리라 생각된다.

Ⅱ. 본론

1. 쪽 맞추기와 M.C.Escher

1) 쪽 맞추기의 정의

쪽 맞추기(tessellation)란 마루나 욕실 바닥에 깔려 있는 타일처럼 어떠한 틈이나 포개짐이 없이 평면이나 공간을 도형으로 완벽하게 덮는 것을 말한다.

이는 1세기에 고대 로마인들이 'tessera' 라고 불리는 작은 정사각형의 돌을 이용하여 자신의 집의 바닥을 모자이크 처리 한데서 유래한 것이다 (serra, 1987). 'tessera'란 '정사각형 판' 또는 '도박에 사용된 주사위'를 말한다. 'tessera' 의 작은 도형이 'tessella'이며 고대 로마 모자이크에 사용되었던 작은 정사각형 모양의 돌 또는 타일을 의미한다. 다시 말해 '타일 깔기', '모자이크'와 같은 뜻이다.

NCTM 은 쪽 맞추기이란 평평한 평면을 빈틈을 남기지 않고 겹쳐지지 않게 덮는 디자인을 말하는데, 평면은 모든 방향으로 끝없이 확장되기 때문에 쪽 맞추기는 그 페이지의 가장자리와 꼭 맞을 필요는 없지만, 그 패턴이 모든 방향으로 무한하게 확장될 수 있어야 한다고 하였다.

이러한 쪽 맞추기는 역사 속에서 흔히 볼 수 있는데 기원전 4세기에 이슬람 문화의 벽걸이 융단, 퀼트, 옷, 깔개, 가구의 무늬, 건축물에서 찾아 볼 수 있다. 또한 이집트, 로마, 페르시아, 그리스, 비잔틴, 아라비아, 일본, 중국 등지에서도 발견된다. 쪽 맞추기 패턴으로 가장 유명한 것은 스페인의 그라나다(Granada)에 위치한 이슬람식 건축물인 알함브라(Alhambra) 궁전이다. 이 곳의 마루, 벽, 천장들은 반복되는 문양으로 쪽 맞추기 되어 있다.

2) 쪽 맞추기의 연구자

쪽 맞추기의 예술적 아름다움을 더욱 부각시킨 사람은 네덜란드 화가인 Maurits Cornelius Escher(1898-1972)이다. 그는 기묘한 시각적, 지각적 반응을 일으키는 판화작품으로 유명한 네덜란드의 그래픽 아티스트이다.

에셔(M. C. Escher)는 1898년 6월 17일에 네델란드(Holland)의 프리즈랜드(Friesland)에서 태어났다. 그는 건축학을 공부하다가 화가가 되기 위해 건축 공부를 포기하고 1919년부터 1922년까지 Haarlem의 건축과 공예 학교에서 판화에 관한 기술들을 교육받았다.

풍경화가였던 그는 1936년 여름 스페인으로 여행을 갔다가 그라나다(Granada)에 있는 알함브라(Alhambra) 궁전의 타일 패턴에 큰 감동을 받아, 그 곳의 벽과 천장의 패턴(쪽 맞추기)을 스케치하는데 3일 이상의 시간을 보냈다. 그 곳에서의 감동으로 그는 계속해서 쪽 맞추기를 연구하였다. 삼각형이나 사각형 같은 단순한 도형들을 사용하는 것에 그치지 않고 말, 물고기, 도마뱀, 새 등 자연 형상의 쪽 맞추기를 창조하기 위해 평행이동, 회전, 반사 등을 여러 해 동안 연구했다.

그 궁전에서의 충격을 그는 이렇게 회상한다. "그것은 내가 만난 것 중에서 가장 풍부한 영감의 원천이다. 그 원천은 지금도 전혀 마르지 않는다."

쪽 맞추기와 공간 착시, 불가능한 장면의 사실적인 묘사로 1940년대부터 유명해지기 시작하였다. 그리고 정다면체에 대한 특별한 애착으로 그것을 소재로 한 작품을 만들었다. 1960년도에는 자신에게 큰 영향을 미치게 된 펜로즈(Roser Penrose)를 만나고 MIT에서 강의를 시작하였다. 그는 수학이나 과학을 제대로 공부하지는 않았지만 유명한 수학자나 과학자들에 관해 연구를 많이 했으며, 유럽에서 남은 생애를 살다가 1972년 네덜란드의 힐버섬(Hilversum)에서 죽었다.

스캇슈나이더(Doris Schattschneider)나 코제터(H. S. M. Coxeter) 등 여러 학자들에 의해 그의 작품을 수학적으로 예술적으로 분석하는 작업이 계속되고 있다.

특히, Escher의 미술은 학생들에게 강한 호소력을 지니며, 학생들은 기하학적 도형을 생기 있는 형상으로 변환시킴으로써 호기심이 북돋아지고 기쁨을 느끼며 동시에 수학의 세계와 예술 사이의 질서와 관계성을 이해할 수 있다고 하였다(Zurstadt, 1984). 그리고 NCTM(1989)은 M. C. Escher 그래픽 연구와 Escher-type 쪽 맞추기의 구성 활동은 매력적이고 창조적인 표현을 위한 훌륭한 환경을 제공한다고 주장한다.

그의 작품들은 다른 어떤 작가와도 구별되는 그만의 특징을 가지고 있는데, 복잡하게 상호 결합되어 있는 상반된 패턴들의 조합을 표현한 작품들과 뫼비우스의 띠를 근간으로 만들어낸 시각적 착각을 표현한 작품들은 그 사람은 모르더라도 누구나 그림을 보면 '아 이 그

림이 에셔꺼구나' 할 정도로 널리 알려져 있다.

그는 수학이나 과학 그리고 심리학에 대해 교육을 받거나 연구한 적이 없지만, 그의 작품 세계는 수학자와 인지 과정을 연구하는 심리학자와 과학자들에게 깊은 인상을 주었다.

<그림1> 에셔 뫼비우스띠 1916

2. 쪽 맞추기의 종류

1) 정다각형의 쪽 맞추기

학생들이 가장 쉽게 쪽 맞추기에 다가갈 수 있는 것이 정다각형 쪽 맞추기이다. 정다각형 쪽 맞추기는 도형 한가지로만 평면을 빈틈없이 덮을 수 있는 방법이지만 모든 정다각형이 쪽 맞추기가 되는 것이 아니라 정삼각형, 정사각형, 정육각형만이 가능하다.

이것은 다각형의 내각의 크기 때문인데, 이것이 쪽 맞추기를 만드는 가장 중요한 부분이다.

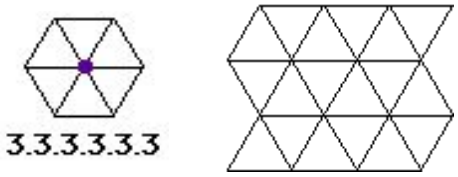
평면을 빈틈없이 채우기 위해서는 한 꼭지점에 만나는 도형들의 각각의 내각의 합이 360° 이어야 하는데 한 도형으로 만들어야 한다면 360° 를 똑같이 나누어야 하므로 내각이 360° 의 약수가 되어야 한다.

내각의 크기가 360° 의 약수가 되는 것은 60° , 90° , 120° 를 내각으로 가지는 정삼각형, 정사각형, 정육각형이다.

이를 이용하여 쪽 맞추기 하는 방법을 알아본다

(1) 한 종류를 사용한 정다각형 쪽 맞추기

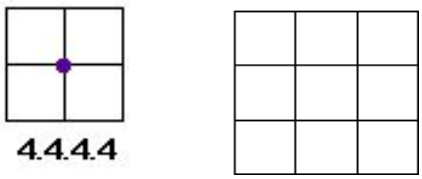
먼저 합동인 정삼각형 여러 개를 가지고 평면을 빈틈없이 채울 수 있게 배열해 본다.



<그림 2> 정삼각형 쪽 맞추기

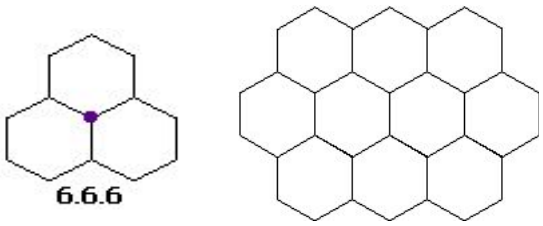
그림과 같이 한 점을 중심으로 6개의 정삼각형을 가지고 빈틈이나 겹침이 없이 평면을 덮을 수 있다. 이는 정삼각형의 한 각이 $60°$이고, 한 점을 중심으로 정삼각형 6개가 $360°$에 꼭 맞게 배열될 수 있기 때문이다. 같은 방법으로 평면을 채워나가면 정삼각형 쪽 맞추기가 된다. 여기서 3.3.3.3.3.3이란 한 꼭지점을 중심으로 연속적으로 6개의 정삼각형이 배열되는 것을 의미하며 다음에서 계속 사용한다.

정사각형 쪽 맞추기는 위의 방법과 마찬가지로 한 각이 $90°$ 이고 4개의 정사각형이 모여서 $360°$ 를 이룬다는 것에 착안하여 쪽 맞추기를 해보자.



<그림 3> 정사각형 쪽 맞추기

같은 방법으로 정육각형 쪽 맞추기도 가능하다.



<그림 4> 정육각형 쪽 맞추기

정오각형은 한 각의 크기가 108° 이므로 한 점을 중심으로 3개가 모이면 빈틈이 생기고, 4개가 모이면 겹치는 부분이 생기므로 쪽 맞추기가 불가능하다.

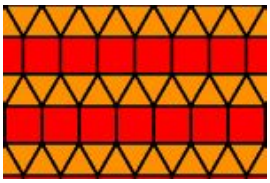
<그림 5> 쪽 맞추기가 불가능한 오각형

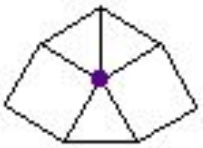
따라서 정다각형 중에서 쪽 맞추기가 가능한 것은 정삼각형, 정사각형, 정육각형의 세 종류밖에 없다.

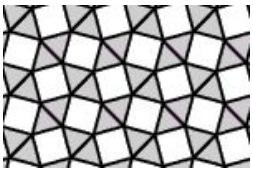
(2) 두종류를 사용한 정다각형 쪽 맞추기

두 종류 이상의 정다각형을 가지고 쪽 맞추기를 해보자. 단, 정다각형의 변의 길이는 각각 같아야 한다.

먼저 정삼각형과 정사각형으로 평면을 채우는 방법을 생각해보자. 한 점을 중심으로 몇 개의 정삼각형과 정사각형이 모여서 그 내각의 합이 360° 가 되어야 한다. 이 조건을 만족하는 것은 다음 두 가지 경우와 같다.

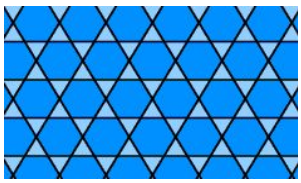




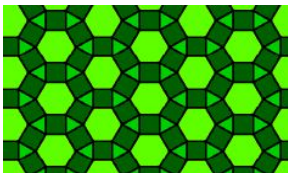


<그림 6> 정삼각형, 정사각형 쪽 맞추기

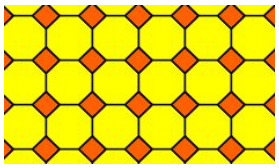
위에서 살펴보면 각 꼭지점에서 정다각형 배열 순서가 일정한 것을 알 수 있다. 이러한 쪽 맞추기를 준정다각형 쪽 맞추기(semiregular tessellation)라고 하는데 모두 8가지 경우가 알려져 있으며 나머지는 다음 그림과 같다.



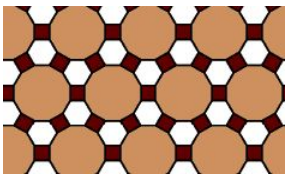
3.6.3.6



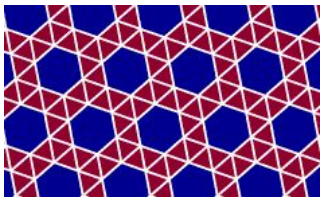
3.4.6.4



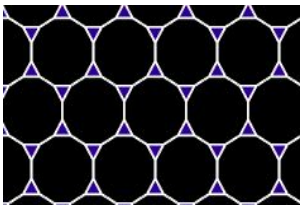
4.8.8



4.6.12



3.3.3.3.6

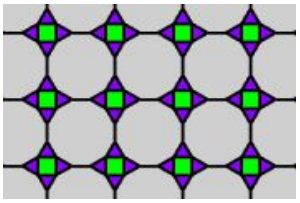


3.12.12

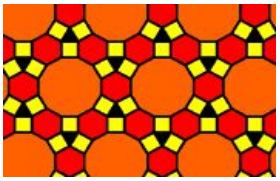
<그림 7> 두 종류를 사용한 정다각형 쪽 맞추기

(3) 반(demi)정다각형 쪽 맞추기

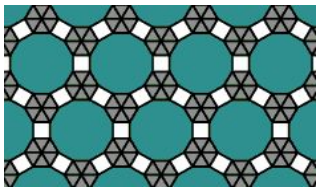
한편 정다각형의 배열 순서가 꼭지점마다 다른 쪽 맞추기도 가능하다. 아래 쪽 맞추기에서 서로 다른 배열로 구성된 두 종류의 꼭지점을 확인할 수 있다.



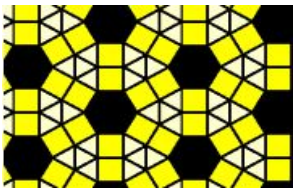
3.12.12 / 3.4.3.12



3.4.6.4 / 4.6.12



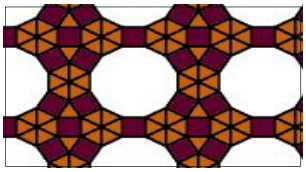
3.3.3.3.3.3 / 3.3.4.12



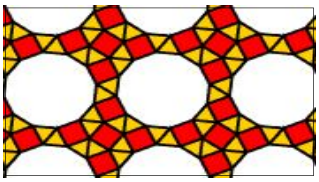
3.3.3.4.4 / 3.4.6.4

<그림 8> 반정다각형 쪽 맞추기

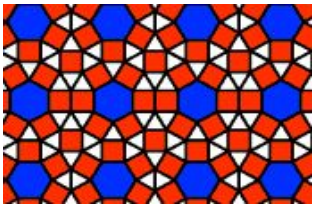
또한 세 종류의 서로 다른 배열을 가지는 꼭지점도 생각할 수 있다.



3.3.3.3.3.3 / 3.3.4.12 / 3.3.4.3.4

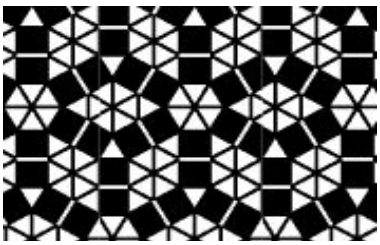


3.3.4.3.4 / 3.3.4.12 / 3.4.3.12

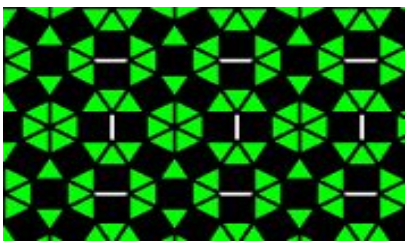


3.3.3.4.4 / 3.3.4.3.4 / 3.4.6.4

세 종류의 배열을 가지는 것들 중에는 두 가지 방법으로 쪽 맞추기가 가능한 것도 있다.



3.3.3.3.3.3 / 3.3.3.4.4 / 3.3.4.3.4

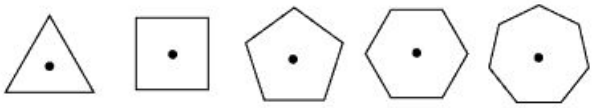


3.3.3.3.3.3 / 3.3.3.4.4 / 3.3.4.3.4

<그림 9> 반정다각형 쪽 맞추기

(4) 켤레(dual) 쪽 맞추기

쪽 맞추기 된 각 도형들의 무게중심을 찾아 그것들을 연결하면 새로운 쪽 맞추기를 만들 수 있는데, 이렇게 만들어진 것을 본래 쪽 맞추기의 켤레 또는 짝(dual)이라 한다.

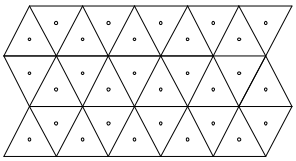


<그림 10> 도형의 무게중심

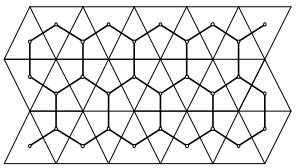
다음에서 켤레 쪽 맞추기가 만들어지는 과정을 볼 수 있다.

<그림 A>에서 각 도형의 무게 중심을 모두 찾아 선을 그으면 <그림 B>가 된다.

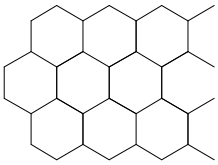
무게 중심선으로 이어진 것만 남기고 처음의 쪽 맞추기를 지우면 또 다른 쪽 맞추기 <그림 C>가 된다. 같은 방법으로 <그림 C>에서 <그림 A>도 만들 수 있다. 이렇게 해서 <그림 A>와 <그림 C>는 하나가 다른 하나의 켤레 쪽 맞추기가 된다.



<그림 A>



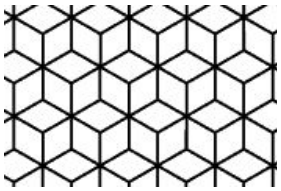
<그림 B>



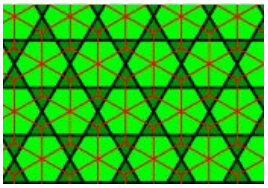
<그림 C>

<그림 A′>에서 각 도형의 무게 중심을 모두 찾아 선을 그으면 <그림 B′>가 된다.

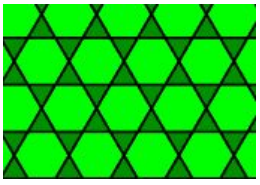
무게 중심선으로 이어진 것만 남기고 처음의 쪽 맞추기를 지우면 또 다른 쪽 맞추기 <그림 C′>가 된다. 같은 방법으로 <그림 C′>에서 <그림 A′>도 만들 수 있다. 이렇게 해서 <그림 A′>와 <그림 C′>는 하나가 다른 하나의 켤레 쪽 맞추기가 된다.



<그림 A′>



<그림 B′>



<그림 C′>

<그림 11> 켤레 쪽 맞추기

2) 다각형의 쪽 맞추기

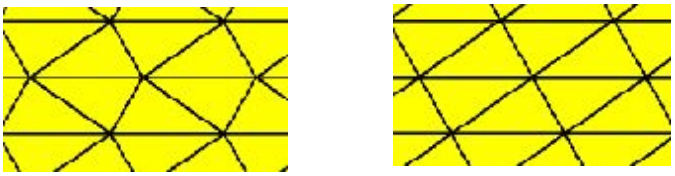
쪽 맞추기가 가능한 조건은 한 꼭지점을 중심으로 모인 다각형의 각들의 합이 360° 가 되는 것이다. 단, 길이가 같은 변끼리 접하도록 배열해야한다. 이러한 조건에 주목하면서 일반적인 다각형의 쪽 맞추기으로 확장한다.

(1) 삼각형 쪽 맞추기

모든 삼각형은 평면에서 쪽 맞추기가 가능하다. 왜냐하면 6개의 삼각형을 서로 길이가 같은 변들을 접하게 하면서 한 점을 중심으로 360° 가 되게 배열할 수 있기 때문이다.

임의의 합동인 삼각형을 가지고 생각해보면 아래 그림과 같이 길이가 같은 변들이 서로 접하면서 한 점을 중심으로 삼각형 6개가 꼭 맞도록 배열할 수 있다.

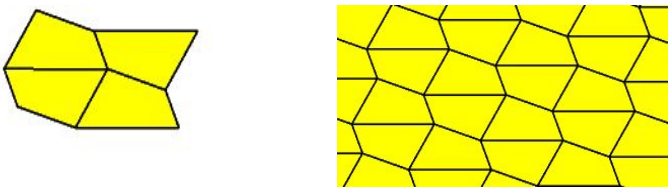
그리고 그 각각은 다음과 같이 쪽 맞추기 된다.



<그림 12> 삼각형 쪽 맞추기

(2) 사각형 쪽 맞추기

이제 임의의 합동인 사각형을 생각해 보자. 사각형의 경우 , 내각의 크기의 합이 360° 이므로, 한 점을 중심으로 네 개의 사각형을 접하는 변이 길이가 같고 360° 가 되도록 배열할 수 있다. 그리고 다음과 같은 쪽 맞추기가 된다.

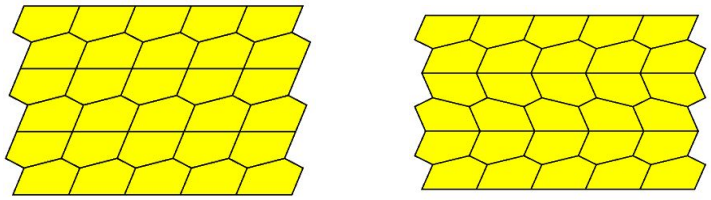


<그림 13> 사각형 쪽 맞추기

따라서 임의의 사각형도 쪽 맞추기가 가능하다.

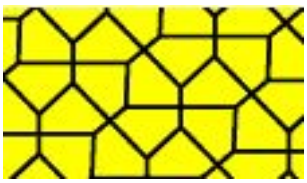
(3) 오각형 쪽 맞추기

임의의 오각형은 어떨까? 앞에서 정오각형은 한 각이 108° 이고, 그래서 한 점에 360° 가 되도록 배열할 수 없다는 것을 기억한다면, 모든 오각형들이 쪽 맞추기 가능한 것은 아니라는 사실을 알 수 있다. 하지만 쪽 맞추기 가능한 오각형들도 있다.



<그림 14> 쪽 맞추기가 가능한 오각형

오각형의 인접한 두 각의 합이 180° 일 때는 위와 같이 두 가지 방법으로 쪽 맞추기가 가능하다. 그리고 한 쌍의 평행한 모서리를 가진 임의의 오각형으로 쪽 맞추기가 가능하다. 오각형(볼록 오각형)은 14가지 종류의 쪽 맞추기가 가능하다고 밝혀졌으며 아직도 모든 종류의 오각형 쪽 맞추기가 알려진 것은 아니다.



<그림 15> 쪽 맞추기가 가능한 오각형

한편 육각형의 쪽 맞추기는 3가지 경우 밖에 없다는 것이 1918년에 증명되었다.

어떤 육각형이 쪽 맞추기가 되기 위해서는 마주보는 변들이 서로 평행하고 그 길이가 같다는 조건을 만족해야 한다.

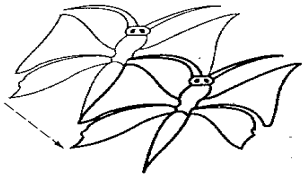
그리고 칠각형 이상의 다각형은 어떤 모양도 쪽 맞추기가 불가능하다는 것이 밝혀졌다. 이러한 쪽 맞추기는 공간으로 확장되어서 연구되고 있으며 앞으로도 더욱 연구해 볼만한 가치가 있다고 생각된다.

3. 쪽 맞추기에서 찾을 수 있는 수학적 성질

1) 평행이동(옮기기)

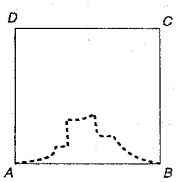
도형을 이루고 있는 모든 점이 한 방향으로 같은 거리만큼 움직이는 것을 '평행이동'이라고 하는데 이 때 평행이동 한 후의 도형은 원래의 방향과 크기가 변하지 않는다.

<평행이동(미끄러뜨리기)>

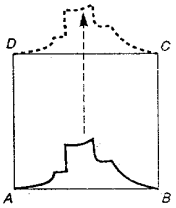


<에서 작품 속의 평행이동
(Schattschneider, 1995)>

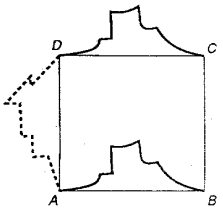
다음은 어떻게 평행이동을 이용하여 도형을 변형하고 예술적인 쪽 맞추기 작품을 만드는가를 순서대로 살펴보았다.



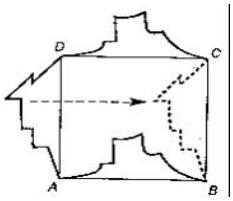
(1) 정사각형(평행사변형에서도 가능)에서 시작하여 점 A와 B를 곡선으로 연결한다(곡선은 마음대로 그릴수 있다).



(2) 기름종이나 투명한 플라스틱을 곡선 AB위에 놓아 펜으로 본을 뜬 다음 곡선 AB의 끝점이 변 CD와 일치하도록 투명한 용지를 옮긴 후 그 위에 곡선을 옮겨 그린다(평행이동이 이루어진다).



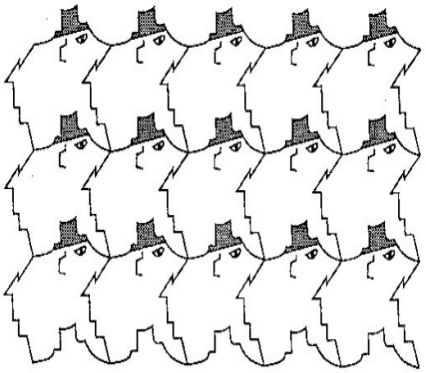
(3) 곡선 AD를 원하는 모양으로 그린다.



(4) 곡선 AD를 반대쪽 변 BC 위에 옮겨 그린다.

<평행이동
쪽 맞추기 단계>

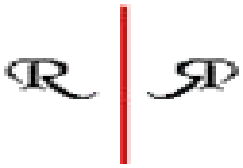
(5) 전 단계에서 완성된 모양을 본 뜬 후 다른 정사각형 에 옮겨 그린다. 모양의 내부를 색연필로 색칠하여 평행이동 쪽 맞추기를 완성한다.



<그림 16>
<평행이동 쪽 맞추기, 학생작품
(Serra, 1987)>

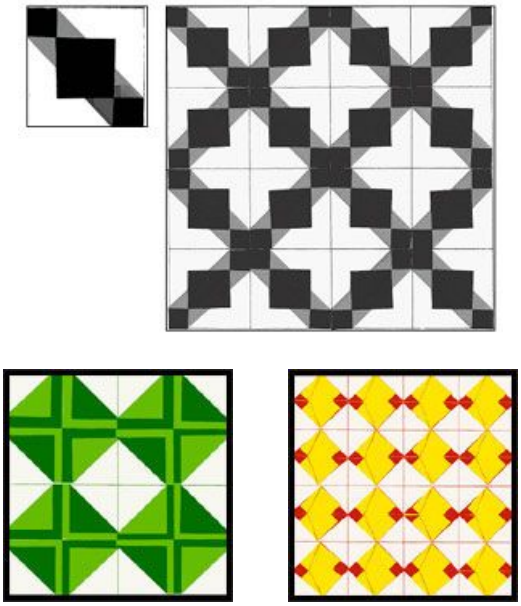
2) 대칭이동(반사)

도형을 이루는 모든 점을 마치 거울에 반사된 것처럼 주어진 선에 대해 뒤집는 것을 '반사'라 하며, 이 때 주어진 선이 '대칭축'이 되고 대칭축 위에 있는 점은 이동되지 않는다



<반사(대칭이동, 뒤집기)>

<에셔 작품 속의 반사
(Schattschneider, 1995)>



<그림17> 대칭을 이용한 쪽 맞추기

3) 회전이동(돌리기)

도형을 이루는 모든 점을 한 점을 중심으로 일정한 각만큼 옮기는 것을 '회전'이라고 하며 그 점을 '회전의 중심'이라고 하고, 회전의 중심은 이동되지 않는다.

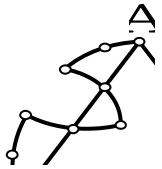
< 회전 (한 점을 중심으로 돌리기)>

<에셔 작품 속의 회전 (Schattschneider, 1995)>

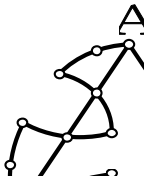
다음은 GSP를 활용하여 어떻게 회전을 이용하여 도형을 변형하고 예술적인 쪽 맞추기 작품을 만드는가를 순서대로 살펴보았다.

(1) 한 변을 변형시켜 꼭지점을 중심으로 회전시킨다.

① 정삼각형 ABC를 그리고 점 A와 B를 곡선으로 연결시킨다(점을 여러 개 찍어 3개씩 동시에 선택한 후 호를 그린다. 처음 선택한 점으로부터 양의 방향으로 세 점을 지나는 호를 그린다).

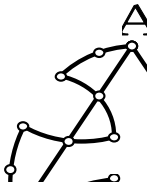


② 곡선 AB를 점 B를 중심으로 $-60°$ 만큼 회전 이동 시킨다.

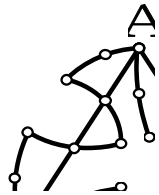


(2) 나머지 한 변의 꼭지점과 중점까지를 변형시켜 중점을 중심으로 회전시킨다.

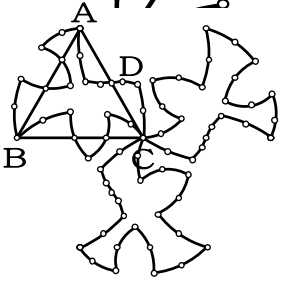
① 변 AC의 중점 D를 잡아 곡선 CD를 그린다.



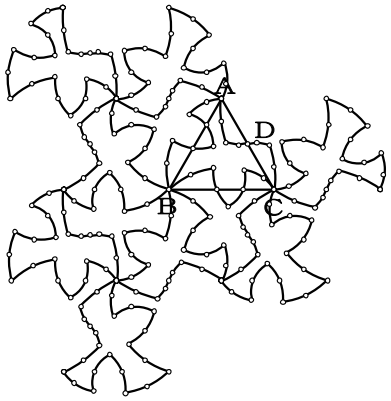
② 곡선 CD를 점 D를 중심으로 180° 회전시킨다.

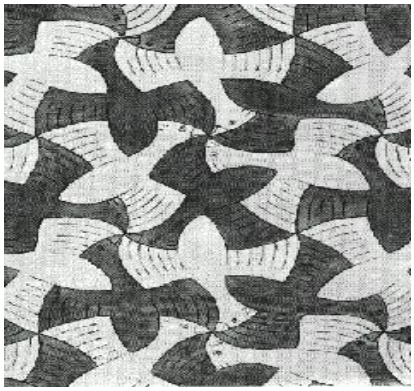


(3) 새 모양의 도형을 점 C를 중심으로 120° 만큼 2번 회전시킨다.



(4) (3)번에서 생긴 3마리의 새를 한 도형으로 선택하고 점 B를 중심으로 120° 만큼 회전이동을 2번 한다.



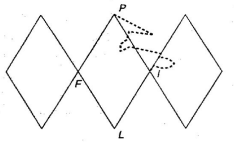


<그림 18>
<날아 다니는 물고기,
M. C. Escher>

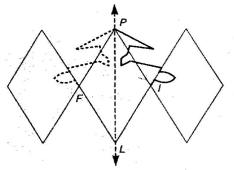
4) 대칭과 회전을 이용한 쪽 맞추기

다음에서 어떻게 대칭(반사이동)과 회전이동을 이용하여 도형을 변형하고 예술적인 쪽 맞추기 작품을 만드는가를 순서대로 살펴보자.

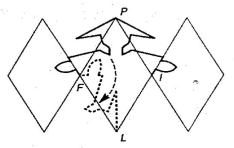
(1) 곡선 PI을 그린다.



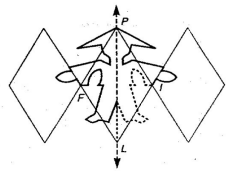
(2) 곡선 PI를 수직인 대칭축 PL에 대해 반사(대칭이동)시켜 곡선 PF를 만든다.



(3) 곡선 PF를 점 F에 관해 회전시켜 곡선 FL을 만든다.

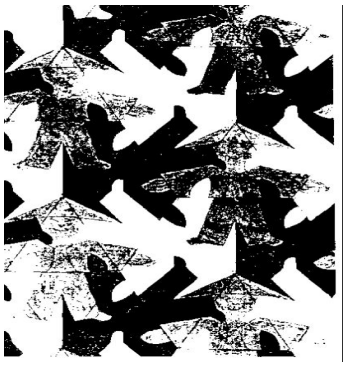


(4) 곡선 FL를 수직인 대칭축 PL에 대칭시켜 곡선 LI을 만든다.



<대칭(반사) 쪽 맞추기 단계 (Serra, 1987)>

(5) 전 단계에 완성된 모양을 다른 마름모에 옮겨 그리고 내부를 색칠하여 '반사 쪽 맞추기'을 완성한다.

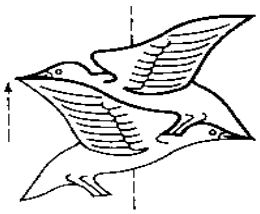


<그림 19> <사람의 형상, M. C. Escher(Serra, 1987)>

5) 미끄러짐 반사(뒤집어 옮기기)

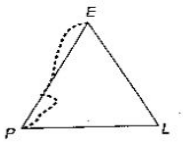
반사와 평행이동이 결합된 움직임도 가능하다. 즉, 주어진 도형을 대칭축을 따라 반사(뒤집기)한 후에 다시 평행이동(옮기기)시키는 것을 말하는데 이를 '미끄러짐 반사' 라 한다.

<미끄러짐 반사
(평행이동시킨 후 화살표와
평행인 직선에 반사시킴)>

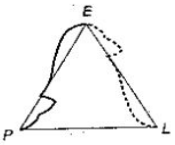


<에셔 작품 속의 미끄러짐
반사(Schattschneider, 1995)>

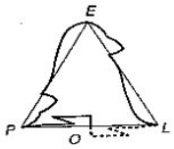
다음은 어떻게 미끄러짐 반사를 이용하여 도형을 변형하고 예술적인 쪽 맞추기 작품을 만드는가를 순서대로 살펴보았다.



(1) 선분 PE의 끝점끼리 연결시켜 곡선 PE을 만든다.



(2) 곡선 PE을 밑변 PL을 대칭축으로 하여 반사 시킨 후 선분 LE 위로 평행이동 시킨다(미끄러짐 반사).

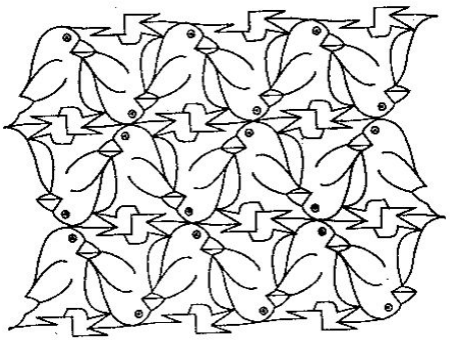


(3) 점 P에서 선분 PL의 중점 O까지의 새로운 곡선을 만들어 점 O를 중심으로 180도 회전시킨다.

(4) 전 단계의 변형된 도형을 펭귄 모양으로 꾸민다.

<미끄러짐 반사>

(5) 전 단계의 펭귄 모양을 미끄러짐 반사시켜 평면 전체로 확장시킨다.



<그림 20>
<미끄러짐 반사 쪽 맞추기,
학생작품(Serra, 1997)>

4. 쪽 맞추기를 활용한 수학 교수·학습의 실제

1) 지도대상

본 연구를 수행하기 위하여 연구대상으로 2003년 10월 광주광역시 동구에 위치한 C중학교 1학년 34명을 선정하여 4명 또는 5명씩 8조를 만들었다.

제 7차 수학과교육과정을 살펴보면, 쪽 맞추기를 통한 수학 학습이 가능한 내용이 7-나 과정 중 '평면도형' 단원에서 읽기 자료로 쪽 맞추기를 소개하고 있으므로 중학교 1학년 학생을 대상으로 하였다.

2) 수업 연구의 방법

본 수업의 목적은 학생들이 수학을 배울 때, 단순한 계산과정이나 이론만 접하는 수업이 아니라 직접 활동해 보고 그런 활동 속에서 수학적 개념을 익히고, 수학과목에 흥미를 느낄 수 있다는 것이다. 궁극적으로 학생들은 스스로 조작활동을 통해 발견된 사실을 말이나 글로 표현하며, 그 과정 속에서 학습한 개념·성질을 재구성하고, 도형의 개념과 규칙성 발견을 통한 수학의 아름다움을 인식할 수 있을 것이다.

수업에 들어가기 전에 먼저 수학에 대한 사전 검사를 실시하여 수학에 대한 흥미지수를 파악하고, 간단한 쪽 맞추기를 직접 만들어 보고, 여러 가지 쪽 맞추기를 소개 한 후 사후 검사를 통해 수학의 흥미정도를 분석하였다.

(설문지)

나의 수학에 대한 흥미, 태도 지수는?

이 설문지는 여러분의 생각을 알고 수학시간을 조금 더 즐거운 시간으로 만드는데 도움이 되는 기초자료를 조사하기 위한 것입니다. 빠짐없이 작성하여 주시기 바랍니다.

질문의 대답에는

전혀 그렇지 않다.	1번
그렇지 않다.	2번
보통이다.	3번
그렇다.	4번
매우 그렇다.	5번 에 ○ 표 하세요.

1. 나는 수학이 좋다. 1 2 3 4 5

2. 나는 수학시간이 좀 더 많았으면 좋겠다. 1 2 3 4 5

3. 나는 수학 문제를 풀면 즐겁다. 1 2 3 4 5

4. 나는 수학에 소질이 있는 것 같다. 1 2 3 4 5

5. 수학은 논리적으로 생각하는 것을 돕는다. 1 2 3 4 5

6. 수학은 앞으로 공부하는 데 꼭 필요한 과목이라고 생각한다.
1 2 3 4 5

7. 나는 중요한 수학적 개념이나 새로운 아이디어를 배우고 싶다.
1 2 3 4 5

8. 나는 수학시간에 배운 것을 응용해 보고 싶다. 1 2 3 4 5

(1) 수학적 흥미·태도 지수에 대한 결과 분석

수학적 흥미·태도 지수에 대한 사전 조사 결과는 <표 1>과 같다.

(백분율은 소수 둘째 자리에서 반올림하였음)

<표1> 수학 흥미·태도 지수 분석표

문 항	매우 그렇다		그렇다		보통이다		그렇지 않다		전혀 그렇지 않다	
	명	%	명	%	명	%	명	%	명	%
1	6	17.6	11	32.4	10	29.4	4	11.8	3	8.8
2	5	14.7	7	20.6	15	44.1	3	8.8	4	11.8
3	3	8.8	7	20.6	12	35.3	6	17.6	6	17.6
4	4	11.8	8	23.5	12	35.3	6	17.6	4	11.8
5	9	26.5	11	32.4	10	29.4	2	5.9	2	5.9
6	8	23.5	10	29.4	11	32.4	2	5.9	3	8.8
7	5	14.7	10	29.4	11	32.4	5	14.7	3	8.8
8	6	17.6	9	26.5	9	26.5	5	14.7	5	14.7

수학적 흥미·태도 지수를 조사한 결과 대부분의 학생들이 긍정적인 반응을 보였으며 특별히 수학을 싫어하거나 거부감을 느끼는 학생은 눈에 띄지 않았다.

'수학은 논리적으로 생각하는 것을 돕는다.'라는 문항과 '수학은 앞으로 공부하는 데 꼭 필요한 과목이라고 생각한다.'라는 문항에 대부분이 수긍하는 걸 보면 수학의 필요성을 다들 잘 알고 있고, 또한 실생활에 응용도 해보고 싶다는 반응도 볼 수 있었다.

수학 학습에 대한 흥미와 자신감과 같은 수학적 성향 및 태도는 수학 학습의 성취도와 깊은 관련성이 있으며, 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 길러주기 위해서는 학생의 수준에 맞는 내용을 자기 주도적으로 학습하여 성취감을 갖게 해야 할 것이고, 문제를 다양한 방법으로 해결하는 능력을 기르게 하여야 할 것이다.

(설문지)

쪽 맞추기 수업 후 흥미·태도 변화에 관한 조사

쪽 맞추기를 배우고 난 후 여러분의 수학에 대한 생각을 조사하는 설문지입니다. 빠짐없이 작성하여 주시기 바랍니다.

질문의 대답에는

전혀 그렇지 않다.	1번
그렇지 않다.	2번
보통이다.	3번
그렇다.	4번
매우 그렇다	5번 에 ○표 하세요

1. 나는 수학이 좋아졌다. 1 2 3 4 5

2. 나는 수학시간이 좀 더 많았으면 좋겠다. 1 2 3 4 5

3. 나는 중요한 수학적 개념이나 새로운 아이디어를 배우고 싶다.
1 2 3 4 5

4. 나는 수학시간에 배운 것을 응용해 보고 싶다. 1 2 3 4 5

5. 수학이 재미있는 과목이라고 생각한다. (그렇다, 아니다)
그렇다면 왜 그렇게 생각하는지 간단하게 서술하시오.

_____

_____

6. 이번 시간을 통해 수학적 개념을 배웠다. (그렇다, 아니다)
그렇다면 그 수학적 개념은 무엇입니까?

_____

_____

7. 이론수업보다 활동 위주의 수업이 많았으면 좋겠다. (그렇다, 아니다)

8. 수업 후 수학에 대한 나의 생각에 변화가 생겼다. (그렇다, 아니다)
그렇다면 왜 그렇게 생각하는지 간단하게 서술하시오.

9. 흥미있는 수업이 되려면 어떻게 하는 것이 좋을까요?
여러분의 생각을 적어주세요.

(2) 쪽 맞추기 수업 후 태도변화에 관한 결과분석

주어진 시간이 45분 수업에 2회로 제한되어 있어 1회 수업에서는 사전검사와 쪽 맞추기 용어에 관한 설명이 이루어 졌고 2회 수업에서는 간단한 쪽 맞추기 제작과 실생활에서 볼 수 있는 것들을 찾아 발표시킨 후 사후 검사가 실시되었다.

<표 2> 쪽 맞추기 수업 후 결과 분석

문 항	매우 그렇다		그렇다		보통이다		그렇지 않다		전혀 그렇지 않다	
	명	%	명	%	명	%	명	%	명	%
1	8	23.5	15	44.1	6	17.7	3	8.8	2	5.9
2	7	20.6	7	20.6	13	38.2	3	8.8	4	11.8
3	10	29.4	14	41.2	6	17.6	2	5.9	2	5.9
4	8	23.5	13	38.2	7	20.6	4	11.8	2	5.9

문항	질문내용	평가항목	인원	비율(%)
5	수학이 재미있는 과목이라 생각한다.	그렇다	24	70.6
		아니다	10	29.4
6	이번 시간을 통해 수학적 개념을 배웠다.	그렇다	26	76.5
		아니다	8	23.5
7	이론수업보다 활동 위주의 수업이 많았으면 좋겠다.	그렇다	30	88.2
		아니다	4	11.8
8	수업 후 수학에 대한 나의 생각에 변화가 생겼다.	그렇다	28	82.4
		아니다	6	17.6

쪽 맞추기를 소개한 후 아이들은 단어에는 생소해 했지만 굉장히 신기해하고 재미있어 했으며, 우리 주변에서 볼 수 있는 쪽 맞추기를 찾아내기도 했다.

설문조사는 사전검사에서 수학에 대한 흥미·태도 영역에 해당하는 4문항을 재조사하였으며, 5번~9번 문항까지는 학생들의 반응을 알 수 있도록 설

문 조사를 하였다.

학생들이 작성한 설문지를 분석한 결과 '나는 수학이 좋아졌다.'라는 문항에 '그렇다'라고 대답한 학생이 사전검사에서 50%이던 것이 67.6%으로 증가함을 알 수 있었고 이 수업을 통하여 수학에 대한 흥미가 조금은 증가한 것으로 나타났다.

'나는 수학시간이 좀 더 많았으면 좋겠다.'라는 문항에 '그렇다'라고 대답한 학생은 사전검사에서 35.3%이던 것이 41.2%로 약간의 증가를 보였으나 별 차이는 없었다. 이것은 과목 선호도의 차이라 판단된다.

'나는 중요한 수학적 개념이나 새로운 아이디어를 배우고 싶다.'라는 문항에 '그렇다'라고 대답한 학생이 사전검사에서 44.1%이던 것이 70.6%로 눈에 띄는 증가를 보였으며, 쪽 맞추기 수업이 이론적 접근이 아니라 스스로 생각해 보고 아이디어를 가지고 작품을 직접 만들어 봄으로써, 외우는 수학이 아니라 스스로 원리를 파악하여 개념을 이해하고 적용하는 부분에 더 많은 흥미를 느끼는 듯 했다.

'나는 수학시간에 배운 것을 응용해 보고싶다.'라는 문항에 '그렇다'라고 대답한 학생이 사전검사에서 44.1%이던 것이 61.7%로 증가함을 보였다. 이는 쪽 맞추기 수업 후 학생들이 우리 주변에서 수학을 쉽게 찾아볼 수 있고, 또 만들어 낼 수 있으며, 미술과도 관계 깊은 분야로 느꼈기 때문이라 생각된다.

'수학이 재미있다.'에 '그렇다' 라고 대답한 학생은 24명으로 전체의 70.6%를 차지하였다. 그 이유는 다음과 같았다.

- 원리와 개념을 익히면서 알아가는 즐거움이 있다.
- 계산하는 것은 싫지만 생각하는 것은 재미있다.
- 문제가 풀어지면 기분이 좋다.
- 쪽 맞추기를 배우고 나니 수학이 재미있어 졌다.

등의 의견이 있었다.

'이번 시간을 통해 수학적 개념을 배웠다.'에 '그렇다'라고 대답한 학생은 26명으로 76.5%로 나타났다. 그 이유로는 다음과 같다.

- 평행이동을 통하여 하나의 도형으로 평면을 가득 채울 수 있다.

· 규칙성과 반복성을 알 수 있었다.
· 평면을 빈틈없이 채울 수 있는 도형과 채울 수 없는 도형을 구별 할 수 있고 각의 특징을 알았다.

등의 의견이 있었다.

'이론수업보다 활동 위주의 수업이 많았으면 좋겠다.'에 '그렇다'라고 대답한 학생은 30명으로 88.2%나 되었다. 학생들은 이론수업만 하는 것보다는 컴퓨터를 사용한 수업이나 학생들 상호간의 토론과 협력학습 활동에 더 적극적인 것으로 나타났다.

'수업 후 수학에 대한 나의 생각에 변화가 생겼다.'에 '그렇다'라고 대답한 학생은 28명으로 82.4%로 나타났다. 그 의견으로는 다음과 같다.

· 그림 속에 수학이 숨어 있는 것을 알았다.
· 수학을 지루하다고만 생각했는데 수학을 알아갈수록 신기한 규칙이 있는 것 같다.
· 수학이 우리생활에서 많이 쓰이고 있는 것을 알았다.
· 쪽 맞추기를 통해 수학에 흥미를 갖게되었다.

등 쪽 맞추기를 접해보고 수학은 계산만 하는 과목이 아니라 신기하고 재미있으며 우리생활과 동떨어진 과목이 아니라 우리가 알게 모르게 얼마나 많이 사용하고 있는 지 느끼는 듯 했다.

5. 쪽 맞추기를 통한 학습 효과

수학과는 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다는 목표를 가지고 있다. 그러나 학교 교육은 지적능력을 기르는 데만 급급할 뿐 유연하고 다양한 사고 활동을 통하여 수학적 사고력과 창의력을 배양할 수 있는 부분을 간과하고 있는 게 사실이다.
이처럼 수학교육의 본래의 목적은 문제해결 능력을 기르고 흥미· 태도와 관련된 내용을 제시하고 있으나 대부분의 학생들은 수학을 매우 어렵고 부담스러우며 학습 부담이 큰 과목으로 느끼고 있다.

그러므로 쪽 맞추기를 수학교육에 도입함으로써 다음과 같은 효과가 있으리라 예상된다.

첫째, 학생들이 그래프의 평행이동을 잘 이해하지 못한 상황에서 x축 대칭 그래프와 y축 대칭 그래프를 그리는 것은 어려울 수 밖 에 없고, 그 다음 단계인 회전이동 역시 학생들은 이해하지 못할 것이다.
하지만, 쪽 맞추기를 배움으로써 수학적 대칭변환 개념인 평행이동, 대칭, 회전이동을 효과적으로 학습할 수 있을 것이다.

둘째, 쪽 맞추기를 통해 미술과 수학을 같이 활용해 배움으로써 쪽 맞추기 활동 이전보다 수학과 미술간의 관련성, 즉 수학 외적 연결성을 느낄 수 있는 기회가 될 것이다.

셋째, 학생들이 도형을 직접 작도하고 구성하는 과정을 통하여 머리 속으로 생각한 것을 그림이나 기호 뿐 아니라 이미지화된 시도를 통해 수학문제를 시각적인 접근방법으로 해결하는 능력을 기를 수 있을 것이며, 수학에 대한 흥미를 느낄 수 있는 중요한 계기가 될 것이다.

넷째, 쪽 맞추기에 관한 학습은 일반적인 수업에 비해 모형을 관찰하고 직접 만들어 보는 과정이 주를 이루는 만큼 소집단 수업에 적당할 것이며, 서로 의견을 교환하고 생각하는 과정에서 창의성 개발이 가능하며, 학생들이 자유롭게 탐구할 수 있는 기회를 제공하고 반복을 통하여 표현되는 복잡성을 탐구하는 기회를 가질 수 있을 것이다.

Ⅲ. 결론 및 제언

중등학교 학습 지도에서 쪽 맞추기를 활용한 교수·학습은 학생들에게 수학의 아름다움을 심어주는 동시에 수학의 심미성 인식에 대한 능력을 신장시키며, 중등기하의 주요 개념뿐 아니라 기본 성질 등에 대한 이해를 돕는다. 쪽 맞추기는 이미 다른 나라에서 활발히 연구되고 있으며 수업 현장에서도 비중 있게 다루어져 오고 있다. 우리 나라 경우에도 7차 수학과 교육과정의 운영에 따라 교육현장에서 쪽 맞추기 활용 학습이 초기단계를 맞이하고 있다.

따라서, 본 연구에서는 중등학교 기하학습지도에서 쪽 맞추기의 교육적 가치를 정립하고, 쪽 맞추기를 활용한 수학의 교수·학습을 통해 학생들의 수학적 흥미를 유발하는 것을 목적으로 하였다. 그런 이유에서 본 논문에서는, 먼저 쪽 맞추기의 종류를 살펴보고 수학적 개념을 정리하였으며, 수학과 교육과정 영역에서 쪽 맞추기를 활용하여 지도할 수 있는 수학활동의 예를 제시하였다.

또한 학생들은 쪽 맞추기 학습 자료를 해석, 분석하는 과정을 통해 여러 가지 수학적 개념과 호기심 및 수학적 창의성을 기를 수 있고, 쪽 맞추기 작품을 통해 수학적인 아름다움 뿐 아니라 수학 외적 연결성에 있어서 수학과 미술, 수학과 일상생활과의 연결성을 논의하고 확인할 수 있으리라 생각된다.

마지막으로 쪽 맞추기를 현장에서 효율적으로 활용하기 위해서는 우리나라 수학 교실에서 실제로 사용할 수 있는 지도안 개발과 이를 이용한 수업의 효과 검증 연구가 필요하며, 현재 연구된 쪽 맞추기는 대부분 평면에 국한되어 있으나 쪽 맞추기를 3차원 공간까지 확장하여 그 활용방안과 효율성에 대한 논의가 필요하리라 본다.

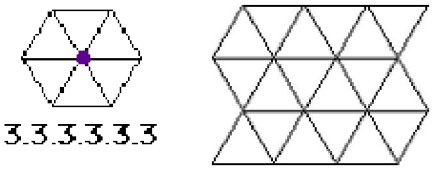
<참고 자료 - ppt 활용>

쪽 맞추기

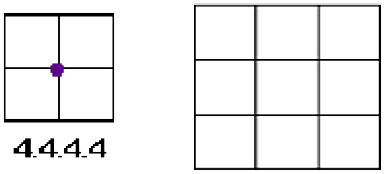
- 쪽 맞추기의 정의

: 어떤 틈이나 포개짐 없이 평면이나 공간을 도형으로 완벽하게 덮는 것을 말한다.

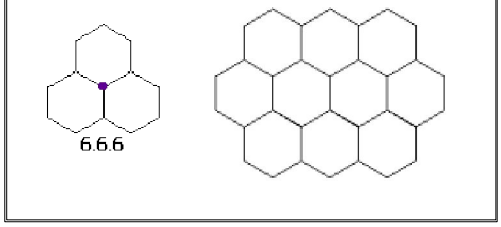
<<정삼각형을 사용한 쪽 맞추기>>



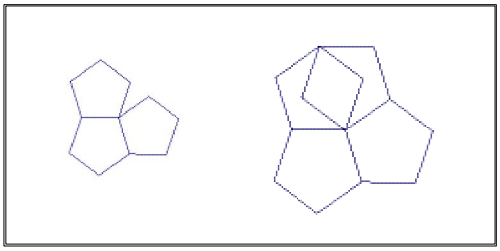
<<정사각형을 사용한 쪽 맞추기>>



<<정육각형을 사용한 쪽 맞추기>>



<<쪽 맞추기가 불가능한 정오각형>>



쪽 맞추기의 여러가지 작품들

역사속에서 찾을 수 있는 쪽 맞추기

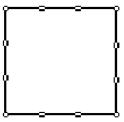
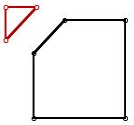
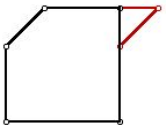
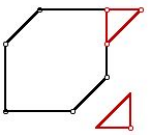
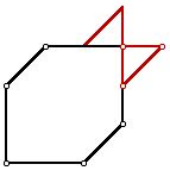
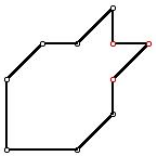
알함브라궁전

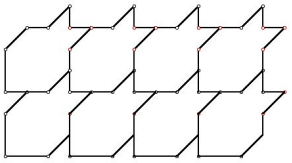
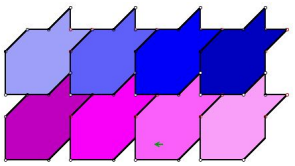
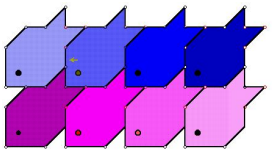
중국의 창

일본의 옷

스페인의 전통양식 창문

<활동지>

단 계	방 법	그 림
준비단계	작품을 완성시킬 스케치북, 가위, 풀, 자를 준비합시다. 그리고, 기본도형을 만들기 위한 깨끗한 종이를 준비합시다. 다음 단계를 따라해 보세요.	
1단계	스케치북이 아닌 작은 종이에 사각형을 하나 그려봅시다. 이것이 작품의 기본이 될 것입니다.	
2단계	사각형의 한 부분을 잘라내어 봅시다. 잘린 부분을 절대 버리지 마세요. 잘린 부분을 도형의 어디엔가 붙여 넣어야 하는 것이 쪽 맞추기의 기본입니다.	
3단계	잘라 놓은 면을 다른 쪽 면에 정확하게 붙여 놓습니다.	
4단계	2단계에서 처럼 또 다른 모서리 부분을 같은 크기로 잘라 내어 봅시다.	
5단계	잘라 놓은 면을 다른 쪽 면에 붙여 놓습니다. 3단계와 같습니다.	
6단계	마음에 들 때까지 4,5단계를 잘 반복해서 오른쪽 그림처럼 하나의 도형을 완성해 놓습니다.	

7단계	이제 작품을 만들어 봅시다.스케치북에 완성된 도형을 여백없이 촘촘히 이어 나갑니다.	
8단계	각 도형 속에다 자신이 원하는 색깔과 질감을 표현해 봅니다.	
9단계	세부 디자인을 할 차례입니다. 이 작품에는 눈동자를 그려 넣기로 하죠. 그러면 물고기로 변신한 작품을 감상할 수 있답니다.	

참고문헌

교육인적자원부(1997). 제7차 수학과 교육과정 [별책 8]. 교육부

김용운 · 김용국 (1991). 재미있는 수학여행. 서울: 김영사. 198-217

박경미 (2003). 수학비타민. 서울: 중앙 M&B. 91-102

박은영 (2002). 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 테셀레이션 교수 학습 자료 개발 및 활용방안 : 도형 영역과 규칙성과 함수영역을 중심으로. 광주교육대 교육대학원 석사학위 논문

박윤범, 박혜숙, 권혁천, 육인선(2000) 7-나 교사용 지도서

백희수 (2001). 수학 영재아를 위한 테셀레이션 학습지도 연구. 서강대학교 교육대학원 석사학위 논문

안재구 (1993). 생활에서 수학을 이해하는 책. 서울: 일월서각. 206-225

오혜원 (2000). 중학교 CA활동에서 테셀레이션 도입을 통한 기하 학습의 효과 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문

우정호 (2001). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부

유기조 (2003). 수학의 아름다운 형태. 서울: 경문사. 127-256

이찬규 (2001). 초등학교 기하 학습 지도에서 테셀레이션 활용 방안 연구, 인천교육대학교 교육대학원 석사학위 논문

전영아 (2000). 수학 교수-학습에서의 테셀레이션 활용 가능성 탐색 : '도형'과 '규칙성의 함수 영역'을 중심으로. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문

정시원 (2002). 수학교육에서 테셀레이션의 효과에 관한 연구. 성균관대학교 교육대학원 석사학위 논문

채희진 (1998). 기하영역에서의 수학외적 연결성에 관한 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문

채희진, 전영아, 오혜원 (1999). 새롭게 다가가는 평면도형 · 입체도형. 수학사랑.

황혜정 · 나귀수 · 최승현 · 박경미 · 임재훈 · 서동엽 (2001). 수학교육학 신론. 서울: 경문사

참고사이트

http://www.mathlove.org

http://mathstart.com

http://ftp.fractal.co.kr/fractal/tessellation/index.htm

http://dws.www.media.mit.edu/people/dws/papers/mathesis/