creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

[UCI]I804:24011-200000279364

2020년 2월

석사학위 논문

운동하는 물체 주위 비압축성 열유동 해석을 위한 무격자법 기반의 시뮬레이션 기술 개발

조선대학교 대학원

선박해양공학과

고 석 원

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

운동하는 물체 주위 비압축성 열유동 해석을 위한 무격자법 기반의 시뮬레이션 기술 개발

Development of Simulation Technique Based on Gridless Method for Incompressible Thermal Flow around a Moving Body

2020년 2월 25일

조선대학교 대학원

선박해양공학과

고 석 원

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

운동하는 물체 주위 비압축성 열유동 해석을 위한 무격자법 기반의 시뮬레이션 기술 개발

지도교수 정 세 민

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함

2019년 10월

조선대학교 대학원

선박해양공학과

고 석 원

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

고석원의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교 수 윤 덕 영 (인)

위 원 조선대학교 교 수 권 영 섭 (인)

위 원 조선대학교 교 수 정 세 민 (인)

2019년 11월

조선대학교 대학원

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Contents

ABSTRACT ····· V

제1장 서론 ····· 1

제2장 수치해석기법 ····· 6

제1절 지배방정식 및 알고리즘 ····· 6

제2절 근사다항식 및 이동최소자승법 ····· 8

제3절 가중함수 및 점군 구성 ····· 10

제4절 포아송 방정식 ····· 14

제5절 이동 물체 처리기법 ····· 17

제3장 수치 시뮬레이션 ····· 18

제1절 열 확산 ····· 18

제2절 고정된 물체 주위 자연대류 ····· 20

1. 측면 온도차에 의한 자연대류 ····· 20

2. 사각 공동내의 가열된 원주에 의한 자연대류 ····· 23

제3절 이동하는 물체 주위 유동 ····· 29

1. 등속 이동하는 원주 주위 유동 ····· 29

2. 조화 운동하는 원주 주위 유동 ····· 33

제4장 결론 ····· 45

참고문헌 ····· 47

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Table Contents

Table 1 RMS errors between present computational results with analytic solutions ····· 18
Table 2 Comparison of maximum velocity position ····· 20
Table 3 Comparison of drag coefficients around a circular cylinder (Re=40) ····· 32
Table 4 Comparison of drag and lift coefficients, and Strouhal number ····· 32
Table 5 Simulation cases for oscillating motion ····· 33
Table 6 The typical flows patterns around a oscillatory cylinder depending on KC number and β (Tatsuno and Bearman, 1989) ····· 41

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Figure Contents

Fig. 1 Application of CFD for thermal flow problems in various fields ····· 1
Fig. 2 Comparison of gridless method and unstructured grid ····· 2
Fig. 3 Examples of simulations by Lagrangian gridless methods ····· 3
Fig. 4 Algorithm and procedures of the developed solver ····· 7
Fig. 5 Composition of weighting functions ····· 11
Fig. 6 Weighting function for up-wind ····· 12
Fig. 7 Schematic view of cloud composition ····· 13
Fig. 8 Comparisons of (a) contour maps of temperature at t =1s and (b) time histories of temperature at center point changing numbers of calculation points ····· 19
Fig. 9 Comparison of temperature contour maps by changing Rayleigh numbers(Top : Shi and Khodadadi.(2003), Bottom : present)) ····· 21
Fig. 10 Velocity contour maps by changing Rayleigh numbers ····· 22
Fig. 11 Comparisons of (a) distributions of calculation points and (b) v-velocity distribution along x-center line(x=0.5) ····· 24
Fig. 12 Comparison of temperature contour maps by changing Rayleigh numbers(left : Zhang et. al.(2016), right : present)) ····· 25
Fig. 13 Comparisons of temperature distributions at (a) x-center position (x=0.5), (b) y-center position(y=0.5) by changing Rayleigh numbers ····· 26
Fig. 14 Comparison of velocity contour maps by changing Rayleigh numbers (left : u-velocity, right : v-velocity) ····· 27
Fig. 15 Comparisons of v-velocity distributions at (a) x-center position (x=0.5), (b) y-center position(y=0.5) by changing Rayleigh numbers ····· 28
Fig. 16 The points distributions for simulation ····· 29
Fig. 17 Streamlines and pressure contour maps by changing Reynolds numbers ····· 31
Fig. 18 Comparison of pressure coefficients along cylinder surface when Re=40 and 100 32
Fig. 19 Snapshots of pressure contour maps at different time-steps when Re=100 and , KC=5 (left : Ghozlani, et al.(2012), right : present) ····· 35
Fig. 20 Comparison of u-, v-velocity distributions at x-center position(x=0.5) when Re=100 and KC=5 ((a) u-velocity, (b) v-velocity) ····· 36
Fig. 21 Comparison of mean drag coefficients by changing KC numbers ····· 37
Fig. 22 Comparison of time histories of drag coefficients by changing KC numbers ····· 38

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Fig. 23 Comparison of (a) drag coefficients and (b) inertia coefficients with other results versus KC numbers($\beta = 35$) ····· 39
Fig. 24 Classification of flows regime for oscillatory cylinder ····· 41
Fig. 25 Comparison of vorticity contour maps around a horizontally oscillating circular cylinder with fixing beta as 35 ····· 42

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

ABSTRACT

Development of Simulation Technique Based on Gridless Method for Incompressible Thermal Flow around a Moving Body

Ko Seokwon
Advisor : Prof. Jeong Se-Min, Ph.D.
Department of Naval Architecture & Ocean Engineering
Graduate School of Chosun University

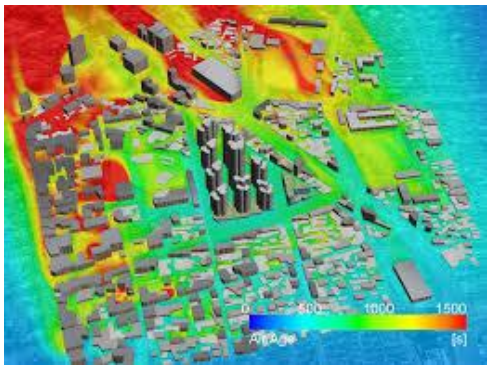
When performing CFD(Computational Fluid Dynamics) simulations, solvers and schemes with discretizing governing equations by FVM(Finite Volume Method) and adopting unstructured grids are generally used because of its advantage over the conventional approach using structured grid. However, the grid generation process can still be very time consuming and needs toughness for a complex geometry. Moreover, the convergence and accuracy of the simulation results are very much affected by the quality of the grid. On the contrary, the gridless (or meshfree) methods are feasible and robust for the problems with moving boundary and/or complicated boundary shapes, because these methods do not need to generate a grid system.

In this study, a newly-developed Eulerian gridless solver for the simulation of two-dimensional unsteady incompressible viscous thermal flows around a moving body in the low Reynolds number is introduced. The convection and diffusion equation of heat with adopting Boussinesq approximation is added to deal with heat transfer phenomena. For the implementation of a moving body, moving domain method based on ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian) technique is adopted. The spatial derivatives of governing equations are solved by WMLS(Weighted Moving Least Square) interpolations on a cloud of points. A Fractional time step method is adopted and the Poission equation for the pressure are solved by successively in the WMLS sense. Some benchmark simulations of the flows including heat transfer and a moving body are solved by the developed solver for the validation and the results are compared with analytic solution and those by experiments and other CFD simulations.

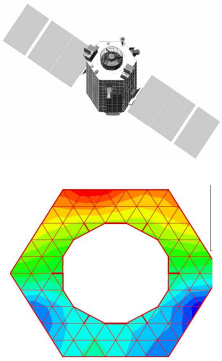
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제1장 서론

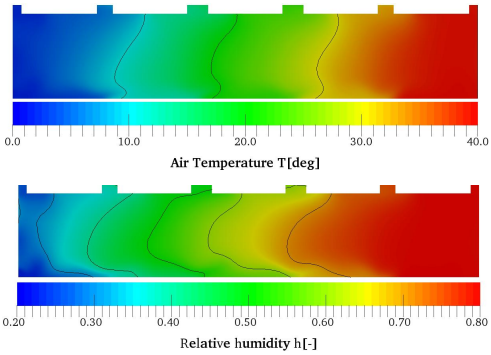
최근 컴퓨터 성능의 향상으로 전산유체역학(CFD; Computational Fluid Dynamics)을 비롯한 전산이용공학(CAE; Computational Aided Engineering)이 다양한 분야에서 활발히 활용되고 있다. CFD를 이용한 열유동(Thermal flows) 해석은 기계, 항공, 조선, 건축 및 환경 등 여러 산업분야에서 다양한 문제에 대해 수행되고 있으며, 최근에는 HVAC(Heat, Ventilation, Air-conditioning)과 같은 환기 문제뿐만 아니라, 건축 단지 부지의 환경영향 검토(Chang and Cho, 2017), 화재 시 건축물 내 열유동 해석(Kim, 2011), 인공위성 부품의 열제어를 위한 열전달 해석(Hyun and Lee, 2013), 자동차 엔진룸의 열유동 해석(Oh, 2007) 및 환경경도 바이옴 내의 온도 및 습도제어를 위한 시뮬레이션(Jeong, 2016)과 같은 복잡한 유동 및 높은 정도를 요구하는 해석들이 수행되고 있다.



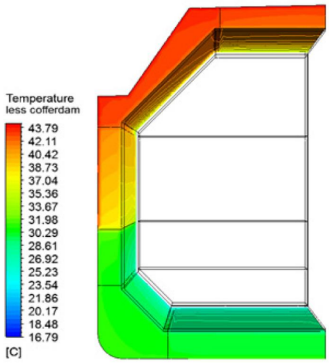
Chang and Cho, 2017



Hyun and Lee, 2013



Jeong, 2016



Jeong et al., 2017

Fig. 1 Application of CFD for thermal flow problems in various fields

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

특히, 조선·해양분야 관련하여 국제해사기구(IMO, International Maritime Organization)로부터 친환경 고효율 선박의 개발 필요성 증가와 LNG선 외부와 내부의 온도차에 의한 LNG 증발량(BOG, Boil-Off Gas)등과 같은 환경 기준이 강화 되면서, LNG탱크 내부, 탱크와 선체사이의 열유동 및 구조물 내의 열전달 해석을 통해 BOG를 정확하고 효율적으로 예측할 수 있는 연구(Jeong et al., 2017)들이 주목 받고 있다(Fig. 1). 또한, 해양 플랜트 및 표층의 높은 온도와 심해의 낮은 온도를 이용하여 발전하는 OTEC(Ocean Thermal Energy Conversion)에 관한 연구가 많이 수행되고 있다.

현재, 오일러리안 관점(Eulerian frame)에서의 CFD해석은 보편적으로 구조격자(Structured grid)와 비구조격자(Unstructured grid)로 나뉘어 수행된다. 구조격자는 비구조격자에 비해 물체 주위의 유동해석을 수행하였을 때, 상대적으로 높은 정확도를 가지지만 복잡한 형상을 구현하는 데 어려움이 있다. 이에, 최근에는 비구조격자 기반의 유한체적법(FVM, Finite Volume Method)를 이용하여 지배방정식을 이산화하는 수치해석 기법이 주로 사용되고 있다. 그러나 격자를 이용한 수치해석 기법을 수행하는 경우, 격자 질에 따라 계산의 정확도 및 안정성이 크게 달라지기 때문에 컴퓨터 성능이 향상된 현재까지도 정도 높은 격자를 생성하는 데 과도한 시간과 노력이 필요하다. 또한, 비선형성이 강한 자유수면을 고려한 유동 해석 혹은 물체의 운동을 고려해야 하는 해석은 격자를 움직이거나 재생성하여야 하므로 효율성이 매우 떨어지게 된다. 이로 인해, 최근까지도 무격자 해법(Gridless method)에 관한 연구가 지속적으로 연구되어 오고 있다(Fig. 2).

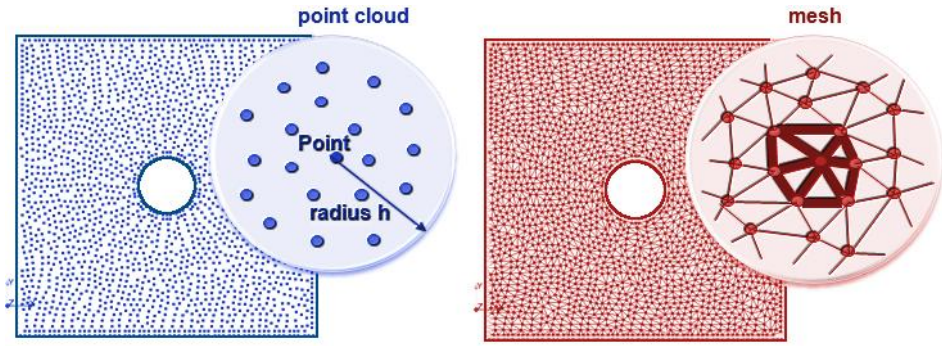
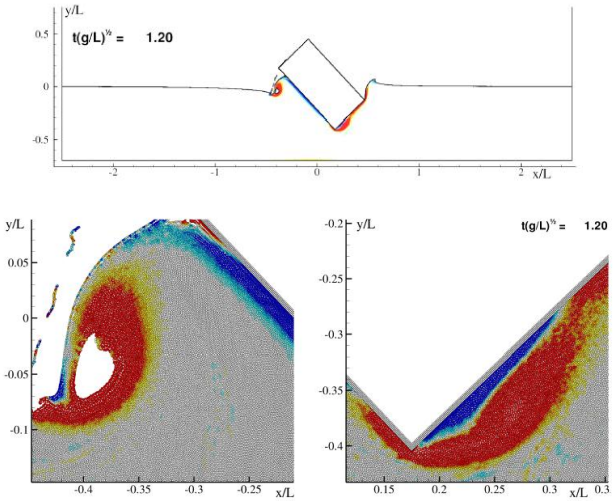


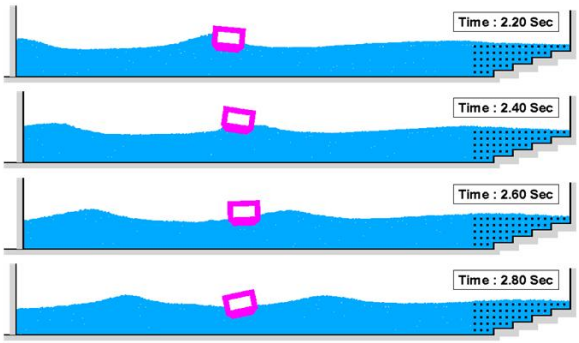
Fig. 2 Comparison of gridless method and unstructured grid
(Source : https://www.nogrid.com/)

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

무격자 해법은 격자와 격자사이의 정보가 유지되어야 하는 격자법과는 달리, 계산점의 공간미분을 근사할 때 주위 계산점들의 위치정보, 다시 말해 거리만을 필요로 한다. 무격자 해법은 크게 오일러리안 관점과 라그란지안 관점(Lagrangian frame)의 근사법으로 나누어진다. 라그란지안 관점의 근사법은 자유수면을 포함한 유동문제와 유체-운동 연성문제를 해석하는 데 많이 사용되고 있다(Fig. 3)(Hwang et al., 2013, Bouscasse et al., 2013 and Jeong et al., 2018). 이 근사법의 대표적인 방법으로는 SPH(Smooth Particle Hydrodynamics)(Monaghan, 1988)와 MPS(Moving Particle Simulation)(Koshizuka and Oka, 1996) 방법이 있다.



SPH(Bouscasse et al., 2013)



MPS(Jeong et al., 2018)

Fig. 3 Examples of simulations by Lagrangian gridless methods

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Batina et al.(1993)와 Onate et al.(1996)에 의해 알려진 오일러리안 관점에서의 무격자법은 격자를 생성할 필요가 없는 무격자법의 본래의 장점 이외에, 입자를 사용하는 라그란지안 관점의 무격자 해법에 비해 상대적으로 물체 주위에서의 정확도가 높은 해석이 가능하고, 이동하는 물체를 포함하는 유동해석도 상대적으로 수행하기 쉽다는 장점을 가진다. 이에, 오일러리안 관점의 무격자 해법에 대한 연구가 지속적으로 개발되어 오고 있고, 개발된 방법에는 FPM(Finite Point Method), MLPG법(the Meshless Local Petrov-Galerkin method), GC-LSM(Geometric Conservation-Least Square Method), hp-Cloud meshless법(Liszka, 1996) 등이 있다.

FPM은 1990년대 중반 Onate et al.(1996)에 의해 제안된 해법으로, 본래 불규칙 형상의 2차원 열전달 문제에 대해 FDM을 일반화시키기 위한 기술로 제안되었다(Chung, 1981). FPM은 테일러 급수를 통해 유도된 방법으로 LUKUM(Least Squares Kinetic Upwind Method) scheme을 이용하여 유동 현상을 해석하였다. LUKUM을 이용한 해석 예로는 Harish et al.(2006)는 q-LUKUM을 이용하여 무장의 6-DOF(6-Degree Of Freedom)을 해석하여 무장의 궤적과 표면에서의 압력분포를 실험결과와 비교하였다.

MLPG법은 유한요소법(FEM, Finite Element Method)를 기반으로 개발된 방법으로 편미분 방정식을 선형대수 개념으로 해석하는 weak form을 사용하였다. 이후, MLPG법을 기반으로 높은 정확도의 선형 포텐셜 문제를 풀기위해 LSWF(Local Symmetric Weak From) 개발되었다(Atluri and Zhu, 1998). 이는 Laplace와 Poisson 방정식을 다루는 문제를 해석하였을 때, 높은 수렴률과 정확한 미지 변수와 미분값이 정확, 다시 말해 계산의 높은 안정성과 정확성을 확인하였다. 이 방법을 이용하여 Lin and Atluri.(2001)은 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 유체역학 문제를 해석하였다.

Kartz and Jameson.(2009)는 수렴을 가속화하기 위해 Multicloud 방법을 이용하여 압축성 유동을 해석한 바 있다. GC-LSM은 Huh et al.(2018)이 기존 무격자 해법에서 존재하는 비보존 문제를 개선한 해법으로 압축성 유동해석을 FVM과 비교하여 높은 정확도와 수렴성을 가진다고 하였다. 이후, 현재까지 다양한 구조 및 유동해석을 위한 해석자가 개발되고 있다.

Faraji et al.(2018)등에 의해 개발되어진 CMDLSM법(a Collocated Mixed Discrete Least Squares Meshless method)은 질점과 Collocated 점이 공존하여 배경 격자가 필요하지 않은 MDLSM(Mixed Discrete Least Squares Meshless)방법에 Collocated 점을

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

추가하여 해석의 정확성이 향상되었다. 그러나 오일러리안 관점의 무격자해법 중 비정상 비압축성 해법에 관한 연구는 미비 하다.

본 연구에서는 2차원 비정상 비압축성 층류 점성 수치 시뮬레이션을 위해 개발된 무격자 해법(Jeong et al., 2009)을 기반으로 열전달(Heat transfer)과 물체의 이동을 동반한 해석이 가능하도록 확장하였다. 개발된 수치해석기법을 이용하여 검증계산을 수행하고 본 해법의 정확도를 확인하였다. 열전달 해법의 검증계산은 2차원 열확산을 해석해와 비교하여 나타내었고, 고정된 물체 주변의 열 유동 해석은 측면 온도차에 의한 자연대류 및 사각 공동내의 가열된 원주에 의한 자연대류를 해석 하였고, 이동하는 물체 주위의 유동 해석은 등속 이동하는 원주 주위 유동, 조화 운동하는 원주 주위 유동에 대한 수치 시뮬레이션을 수행하여 실험 및 다른 해석결과와 비교하여 나타내었다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제2장 수치해석기법

제1절 지배방정식 및 알고리즘

비압축성 점성 열유동 해석을 위한 지배방정식으로는 연속방정식과 부지네스크 근사(Boussinesq approximation)를 적용한 Navier-Stokes 방정식 및 온도의 이류·확산 방정식이다.

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + ((u - u_m) \cdot \nabla) u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + g\beta(T - T_0) \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (T \cdot \nabla) u = \alpha \nabla^2 T \tag{3}$$

여기서, u는 유체의 속도, t는 시간, u_m는 물체의 이동속도, p는 압력, ρ는 밀도, ν는 동점성계수, g는 중력가속도, β는 열팽창계수, T는 온도, T_0는 기준 온도, α는 열확산계수이다.

계산 알고리즘은 연속방정식을 보다 정확히 만족시키며 계산속도가 빠르다고 알려진 Fractional Step법을 채택하였고, 공간 미분은 가중 이동최소자승법 (WMLS, Weighted Moving Least Square)을 이용하여 이산화되고, 시간항에는 2차정도의 Adams-Bashforth법을 이용하였으며, 속도-압력 연성해석에 사용되는 포아송 방정식은 WMLS를 이용하여 이산화된다(Fig. 4).

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

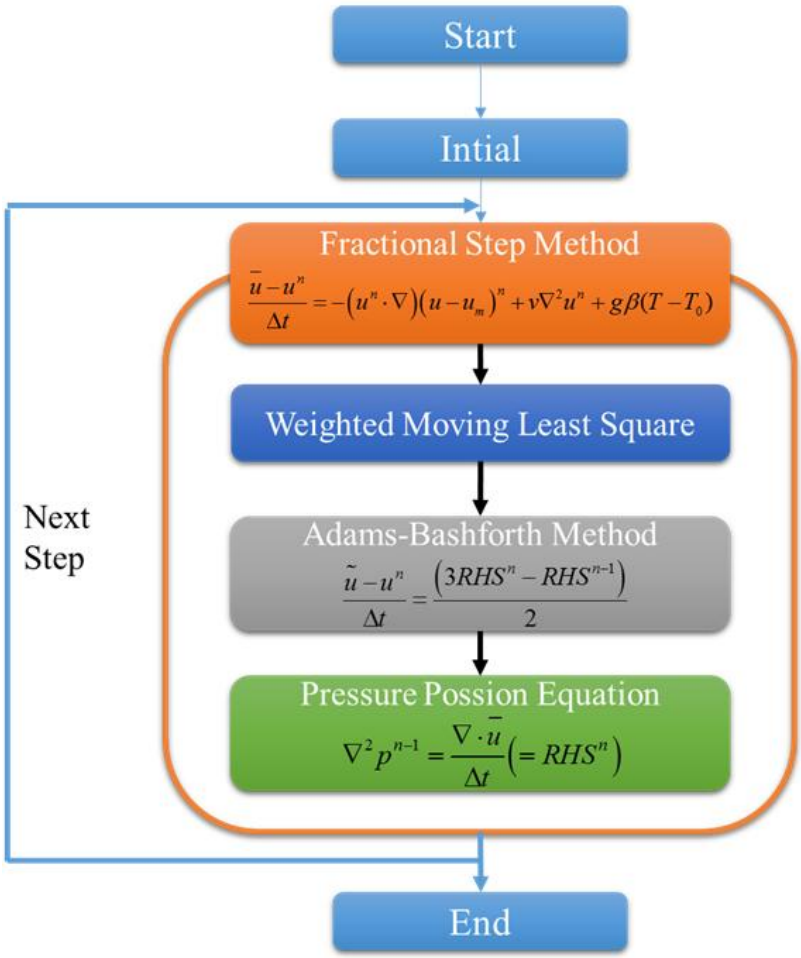


Fig. 4 Algorithm and procedures of the developed solver

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제2절 근사다항식 및 이동최소자승법

개발된 이동최소자승법 기반의 무격자 해법은 격자법과는 다르게 격자정보를 생성하지 않고 계산영역 내에 배치된 계산점에서의 물리량의 분포를 그 점 주변의 점군(Cloud)의 물리량으로부터 이동최소자승법의 다항식으로 근사한다. 즉, 주목점(i)의 영향반경(r_0, Effective radius)내에 존재하는 주변점군(j)에서의 물리량으로부터 다항식으로 근사한 후, 근사치와 실재치의 잔차(Residual)의 제곱이 최소가 되도록 계수를 구한다.

본 해법에서는, 한번에 2차 미분계수까지 구할 수 있는 2차 근사 다항식을 채용하였으며, 주목점 $i(x_i, y_i)$근방에서 물리량의 분포를 다항식으로 나타내면 식 (4)과 같다.

$$f^*(x_j, y_j) = f(x_i, y_i) + a_i \triangle x_j + b_i \triangle y_j + c_i \triangle x_j^2 + d_i \triangle x_j \triangle y_j + e_i \triangle y_j^2 \tag{4}$$

여기서, $\triangle x_j = x_j - x_i$, $\triangle y_j = y_j - y_i$이며, 우변에 나타나는 각 계수들은 물리량의 공간미분에 해당한다(식 (5)).

$$a = \frac{\partial f^*}{\partial x},\ b = \frac{\partial f^*}{\partial y},\ c = \frac{\partial^2 f^*}{2\partial x^2},\ d = \frac{\partial^2 f^*}{\partial x \partial y},\ e = \frac{\partial^2 f^*}{2\partial y^2} \tag{5}$$

식 (6)과 같이 근사 다항식에 의해 가정된 물리량 f_j^*와 실제의 물리량 f_j와의 잔차에 대한 자승의 합을 전 주변점에서 구하여, 이 잔차식이 최소가 되는 조건(식 (7))으로부터 식 (8)과 같은 연립방정식이 유도된다.

$$Q = \sum_j (f_j^* - f_j)^2 \tag{6}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a_i} = \frac{\partial Q}{\partial b_i} = \frac{\partial Q}{\partial c_i} = \frac{\partial Q}{\partial d_i} = \frac{\partial Q}{\partial e_i} = 0 \tag{7}$$

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$\mathrm{A}\begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \triangle x_j \triangle f_j \\ \sum \triangle y_j \triangle f_j \\ \sum \triangle x_j^2 \triangle f_j \\ \sum \triangle x_j \triangle y_j \triangle f_j \\ \sum \triangle y_j^2 \triangle f_j \end{pmatrix} \tag{8}$$

여기서, $\triangle f_i = f(x_j, y_j) - f(x_i, y_i)$이며, 계수행렬 A는 식 (9)와 같이 주어진다.

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} \sum \Delta x^2 & \sum \Delta x \Delta y & \sum \Delta x^3 & \sum \Delta x^2 \Delta y & \sum \Delta x \Delta y^2 \\ \sum \Delta x \Delta y & \sum \Delta y^2 & \sum \Delta x^2 \Delta y & \sum \Delta x \Delta y^2 & \sum \Delta y^3 \\ \sum \Delta x^3 & \sum \Delta x^2 \Delta y & \sum \Delta x^4 & \sum \Delta x^3 \Delta y & \sum \Delta x^2 \Delta y^2 \\ \sum \Delta x^2 \Delta y & \sum \Delta x \Delta y^2 & \sum \Delta x^3 \Delta y & \sum \Delta x^2 \Delta y^2 & \sum \end{pmatrix} \tag{9}$$

식 (8)에서 계수행렬 A의 역행렬을 구하면 미정계수 $a_i \sim e_i$, 즉 물리량에 관한 2차까지의 공간미분계수를 구할 수 있다. 특히, 계수행렬 A의 각 성분은 계산점 간의 거리만의 함수로 표현되므로, 계산점 분포가 변화하지 않는 경우에는 계수행렬 A 및 그 역행렬은 비정상계산을 하고 있는 사이에도 항상 일정 값을 유지하게 된다. 따라서, 계산기의 메모리가 허용하는 한, 비정상계산의 전처리로서 계수행렬 A의 역행렬을 미리 계산해 두면, 계산시간을 대폭 단축할 수 있다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제3절 가중함수 및 점군구성

최소자승법을 비롯한 각종 근사를 이용한 추정법에 있어서, 보간된 정보의 취득 방법은 매우 중요하며, 방법에 따라서는 계산이 불안정해져 진동현상을 야기하기도 한다. 추정오차를 최소화하기 위해서는 주목점과 가까운 주변점을 이용하는 것과 동시에; 일반적으로 초음속유동이 아니라면, 유동의 정보는 전 방향에서 전파되므로, 정보를 전 방향에서 얻는 것이 바람직하다. 이 두 가지 요구사항은 각 주목점의 주변점이 전 방향에 균등하게 분포되어 있을 경우는 만족이 되지만, 고 레이놀즈수 유동 등에서와 같이 고 종횡비 격자에 해당하는 계산점 분포의 경우, 두 가지 조건을 동시에 만족시킬 수는 없다. 본 연구에서는, 거리에 따라서 잔차에 가중을 부여하는 가중함수 최소자승법을 채택하였다. 가중함수 w_j를 적용한 잔차의 식 (9)과 최소화 조건인 식 (7)으로부터 식 (11)과 같은 연립방정식이 유도된다.

$$Q=\sum_j w_j(f_j^*-f_j)^2 \tag{10}$$

$$\mathrm{A}_w\begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \sum w_j\triangle x_j\triangle f_j \\ \sum w_j\triangle y_j\triangle f_j \\ \sum w_j\triangle x_j^2\triangle f_j \\ \sum w_j\triangle x_j\triangle y_j\triangle f_j \\ \sum w_j\triangle y_j^2\triangle f_j \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$\mathrm{A}_w=\begin{pmatrix} \sum w\Delta x^2 & \sum w\Delta x\Delta y & \sum w\Delta x^3 & \sum w\Delta x^2\Delta y & \sum w\Delta x\Delta y^2 \\ \sum w\Delta x\Delta y & \sum w\Delta y^2 & \sum w\Delta x^2\Delta y & \sum w\Delta x\Delta y^2 & \sum w\Delta y^3 \\ \sum w\Delta x^3 & \sum w\Delta x^2\Delta y & \sum w\Delta x^4 & \sum w\Delta x^3\Delta y & \sum w\Delta x^2\Delta y^2 \\ \sum w\Delta x^2\Delta y & \sum w\Delta x\Delta y^2 & \sum w\Delta x^3\Delta & & \end{pmatrix} \tag{12}$$

거리에 의존하는 가중함수를 채용한 WMLS법은, 주목점 i로부터 먼 위치에 있는 점의 영향을 최소화하여, 먼 점의 정보에 의한 악영향을 줄이면서, 모든 방향의 정보를 포착할 수 있게 한다. 또한, 가중함수도 계산점의 위치에만 의존하므로 계수행렬 A_w는 시간에 대해 일정하고, 이 경우도 전처리로서 역행렬을 미리 계산해서 기억해 둘 수 있다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

가중함수는 SPH에서의 커널함수, MPS에서의 가중함수와 마찬가지로 가우시안 분포, 다항식 분포 등 다양한 형태가 존재한다(Sakamoto et al., 2006). 본 연구에서는 몇 가지를 테스트를 수행한 후 임의의 분포에서도 안정적이고, 비교적 좋은 해를 얻을 수 있었던 아래 식과 같은 가중함수를 사용하였다(Fig. 5).

$$w_1(r) = \begin{cases} 1 & (r \le r_1) \\ \dfrac{2}{(r_0 - r_1)^3}(r - r_0)^2\left(r - \dfrac{3r_1 - r_0}{2}\right) & (r > r_1) \end{cases} \tag{13}$$

여기서, r은 주목점 i로부터 주변점 j까지의 거리, r_1은 기준거리, r_0는 영향반경으로 본 연구에서는 $r_0 = 2.5r_1$을 사용하였다. 단, 기준거리 r_1은 균일분포의 경우 계산점간의 거리($r_1 = \Delta x = \Delta y$)를, 비균일분포의 경우는 클라우드 내의 가장 먼 점까지의 거리를 $r_{\max}$라 할 때 이 값을 $\sqrt{2}$로 나눈 값($r_1 = r_{\max}/\sqrt{2}$)을 각각 사용하였다.

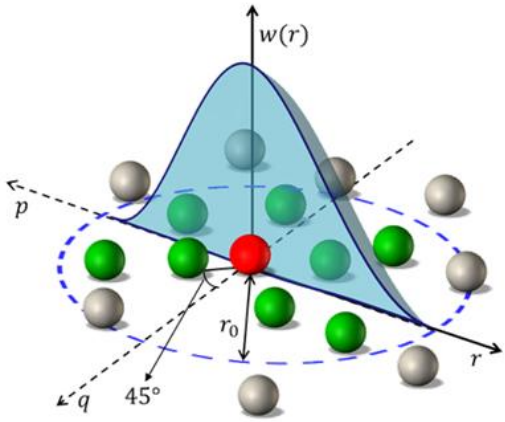


Fig. 5 Composition of weighting functions

Navier-Stokes 방정식의 대류항은 비선형 불안정성을 발생시킬 우려가 있으므로, 이 항의 평가가 중요하다. 무격자법의 경우, 최소자승법에 의한 미계수의 평가는 차분법의 중심차분에 상당하고, 레이놀즈수가 커짐에 따라 비선형 불안정성이 문제가 된다. 이 문제를 해결하는 방법으로, 인공점성항을 더하는 방법 (Batina, 1993), 라그란지안 해법의 ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)법으로 MPS에서 시도된 것 같이 흐

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

름방향의 국소 좌표계를 생성하는 MPS-MAFL(Meshless Advection using Flow-directional Local-grid)(Yoon et al., 2001)법 이나 국소 Spline을 이용하는 방법(Sakamoto et al., 2006) 등이 있으며, Ogawara and Iida.(1997)는 클라우드 내의 상류측에 존재하는 점을 중요시하는 가중함수를 식 (14)과 같이 제안하였다.

$$w_{up} = \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}}{|\mathbf{u}||\mathbf{r}|} \right) \right\}^p \tag{14}$$

이 가중함수의 값(가중치)은, 주변점이 주목점 i로부터 상류에 존재할 때(j_u)는 1, 하류에 위치할 때(j_d)는 0이 되며, 이는 중심차분에 인공점성항을 더하여 대류항의 계산안정화를 도모하는 격자기반의 상류차분기법과 동일하다. 또한, 상하류 유선상 이외의 주변점들에서는 상류측에서 멀어질수록 기여도를 줄이도록 하고 있으며, 이 기여도는 식 내의 지수값 p를 통해 조절하며, 지수 p에 의한 가중치의 차이를 Fig. 6에 보인다. p=1인 경우는, 격자법의 2차 상류차분에 상당하며, 이 가중함수의 사용으로 해가 안정되는 경향을 보이나, p를 크게 했을 때 압력의 체커보드 현상이 발생하는 경우도 있다(Yoon, 2001). 특히 랜덤분포와 같은 경우, MLS 계산에 필요한 주변점(예를 들어, 본 연구에서는 5점)이 확보되지 않을 수도 있으므로, 이에 대한 주의가 필요하다.

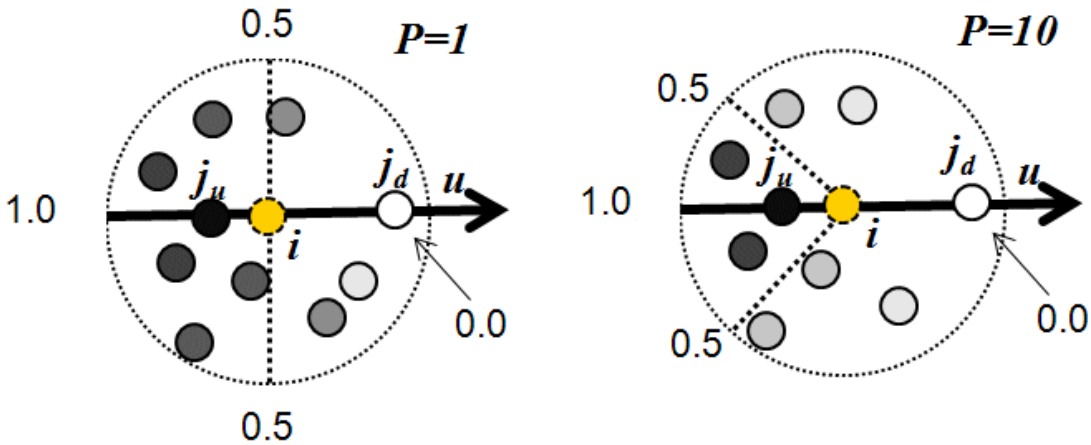


Fig. 6 Weighting function for up-wind

앞서 설명한 바와 같이, 유동의 정보는 전 방향에서 전파되어 오므로, 클라우드

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

내의 점들도 전 방향에서의 정보가 전파 가능한 상태로 배치되어야 한다. 본 연구에서는, 다음과 같이 클라우드를 4분할하는 방법(Bendez and Velazquez, 2004)을 이용하였다.

Fig. 7에서 보듯이, 우선 주목점 i에 가장 가까운 점 A_1을 찾은 후, 선분이 i-A_1이 45도를 이루도록 주목점 i를 중심으로 직교좌표 p-q 를 구성, 4개의 영역으로 분할한다. 여기서 국소적으로 사용되는 $p-q$ 좌표는 점 i를 원점으로 하는 데카르트 좌표 $\bar{x}-\bar{y}$의 회전이다. 각 사분면에 있어서 주목점 i에 가까운 점을 순서대로 2~3점 선택해 내고, 전체 사분면에서의 주변점들을 점 i의 주변점으로 한다. 본 연구에서는, 각 사분면에서 2점을 골라, 전체 8점으로 클라우드를 구성하도록 하였다.

설명한 구성법의 경우, 경계부근에서 각 사분면에 2점 이상이 포함되지 않는 경우가 발생한다. 이 때에는 $p-q$ 좌표계를 조금씩 회전시켜 자동으로 이 조건을 만족하도록 구성법을 개선하였다. 또한, 주변점 탐색의 고속화를 위하여, 배경격자를 구성, 입자번호를 격납시키는 방법을 이용하였다. 덧붙여, 계산에 포함되는 주변점을 8점으로 고정한 이유로서는 추후 병렬화 코드 등을 개발할 경우 각 점에서의 계산 부하를 가능한 균등하게 하여, 효율성을 향상시키기 위함이다.

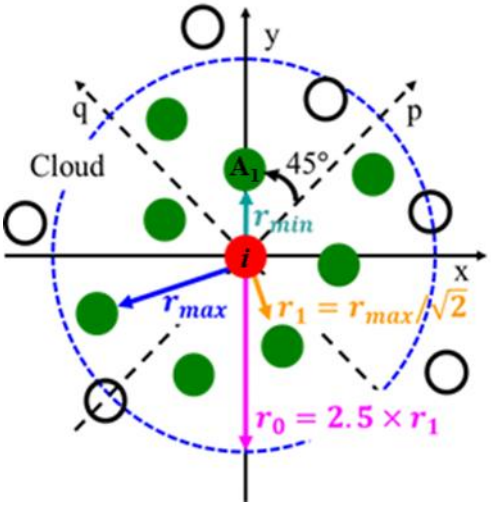


Fig. 7 Schematic view of cloud composition

제4절 포아송 방정식

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

비압축성 유체에 대한 무격자법 적용의 난제로서, 압력에 관한 포아송 방정식의 해법을 들 수 있다. 본 연구에서는, 차분법에 있어서의 SOR법(Successive Over Relaxation Method)과 같이 압력의 2계 미분계수를 주목점에서의 압력항과 주변점에서의 압력항으로 나누고, 완화 계수를 이용해서 압력을 축차갱신하는 무격자법 기반의 SOR법을 개발하였다.

임의로 배치된 각 계산점에 있어서, 시각 n에서의 포아송 방정식 (15)의 수렴계산을 행하여, 압력장을 구한다. 이 때, 우변항은 시각 n에서의 주목점 i주변의 속도장으로부터 구해지는 중간속도의 식 (16)에 의해 계산된다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot \bar{u}}{\Delta t} (= \mathrm{RHS}_i^n) \tag{15}$$

$$\frac{\bar{u} - u^n}{\Delta t} = -(u^n \cdot \nabla)(u^n - u_t) + \frac{1}{\nu} \nabla^2 u^n + g\beta(T - T_0) \tag{16}$$

이 때, 주목점 i의 주변점 j의 압력을 다음과 같이 가정한다.

$$p_j^* = p_i + a_i \Delta x_j + b_i \Delta y_j + c_i \Delta x_j^2 + d_i \Delta x_j \Delta y_j + e_i \Delta y_j^2 \tag{17}$$

주변점에서의 압력분포를 식 (17)로 가정한 후, 가정된 압력 p_j^*와 실제 값 p_j와의 잔차에 가중을 곱한 자승 합 Q가 최소가 되는 조건으로부터 식 (11)의 형태의 식이 유도되며, 이를 고쳐 써 보면 식 (18)과 같다.

$$\mathrm{A}_w \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ d_i \\ e_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j p_j \\ \sum w_j \Delta y_j p_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 p_j \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j p_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 p_j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sum w_j \Delta x_j \\ \sum w_j \Delta y_j \\ \sum w_j \Delta x_j^2 \\ \sum w_j \Delta x_j \Delta y_j \\ \sum w_j \Delta y_j^2 \end{pmatrix} p_i \tag{18}$$

식 (17)은 전 주변점 j에 관한 것이므로, 포아송 방정식의 해법에 사용되는 압력의

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2계 미분계수에 해당하는 c_i 및 e_i에 대해서 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_i = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \alpha_c - \beta_c p_i,\ e_i = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \alpha_e - \beta_e p_i \tag{19}$$

식 (18)의 계수행렬 $\mathrm{A_w}$의 역행렬을 B라고 하면, 계수 α와 β는 식 (20)과 같이 나타낼 수 있고, 이 식을 포아송 방정식인 식 (15)에 대입하여 p_i에 대하여 정리하면 식 (21)과 같으며, 이 p_i값을 식 (22)와 같이 완화계수에 의하여 갱신한다. 이 갱신된 값은, 이후의 주목점에서 같은 계산을 행할 때의 주변점의 값으로서 이용된다. 전 계산점에 대하여 같은 방식으로 갱신을 행하고, 전시간 스텝의 압력 p_i^{old}와 식 (21)의 잔차를 식 (23)으로부터 구한다.

$$\begin{pmatrix}\alpha_c\\ \alpha_e\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathrm{B}_{31} & \mathrm{B}_{32} & \mathrm{B}_{33} & \mathrm{B}_{34} & \mathrm{B}_{35}\\ \mathrm{B}_{51} & \mathrm{B}_{52} & \mathrm{B}_{53} & \mathrm{B}_{54} & \mathrm{B}_{55}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sum w_j \triangle x_j p_j\\ \sum w_j \triangle y_j p_j\\ \sum w_j \triangle x_j^2 p_j\\ \sum w_j \triangle x_j \triangle y_j p_j\\ \sum w_j \triangle y_j^2 p_j\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\beta_c\\ \beta_e\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathrm{B}_{31} & \mathrm{B}_{32} & \mathrm{B}_{33} & \mathrm{B}_{34} & \mathrm{B}_{35}\\ \mathrm{B}_{51} & \mathrm{B}_{52} & \mathrm{B}_{53} & \mathrm{B}_{54} & \mathrm{B}_{55}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sum w_j \triangle x_j\\ \sum w_j \triangle y_j\\ \sum w_j \triangle x_j^2\\ \sum w_j \triangle x_j \triangle y_j\\ \sum w_j \triangle y_j^2\end{pmatrix} \tag{20}$$

$$p_i = \frac{2(\alpha_c + \alpha_e) - \mathrm{RHS}_i^n}{2(\beta_c + \beta_e)} \tag{21}$$

$$p_i^{new} = (1-\omega)p_i^{old} + \omega p_i \tag{22}$$

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$\text{res}=\sqrt{\frac{\sum_i \left(p_i - p_i^{old}\right)^2}{\sum_i i}} \tag{23}$$

이 잔차가 기준값 이하일 때 갱신된 압력장을 포아송 방정식의 수렴해로 간주한다. 반면, 기준값을 상회하는 경우, 시간 스텝은 진행시키지 않고, 한 번 더 전체 계산점의 압력을 갱신시킨다. 따라서 이 경우, 식 (22) 및 식 (23)에 있어서의 p_i^{old}는 전 시간 스텝의 값이 아닌, 같은 시간 스텝 내에서 이전에 갱신된 값 p_i^{new}가 된다. 이처럼, 동일 시간스텝 내에서 반복계산을 행하는 것으로 포아송 방정식의 수렴해를 얻는다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제5절 이동 물체 처리기법

CFD 수행 시 이동 물체를 고려하는 기법에는 Overset mesh, Grid morphing등이 있다. 본 연구에서는 물체를 포함한 전체 도메인을 움직이는 Moving domain 방법을 이용하였다. Moving domain 방법은 이동 방법에 비하여 비교적 단순한 방법으로, Navier-Stokes 방정식의 대류항에 물체의 이동속도를 고려하였다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제3장 수치 시뮬레이션

제1절 열 확산

열대류가 존재하지 않고, 다시 말해 유동이 존재하지 않고, 열원의 분포가 $2\pi^2 \sin\pi x \sin\pi y$인 경우의 열확산 문제를 해석하여 해석해(Analytic solution)인 식 (24)와 비교하였다. 계산영역은 x, y 방향 모두 0~1.0m이며, 모든 경계면에서의 온도는 0K로 하였다. 계산점 분포(간격)의 영향을 확인하기 위하여, x, y방향으로 각각 20, 40, 80개의 계산점을 등간격으로 분포시킨 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

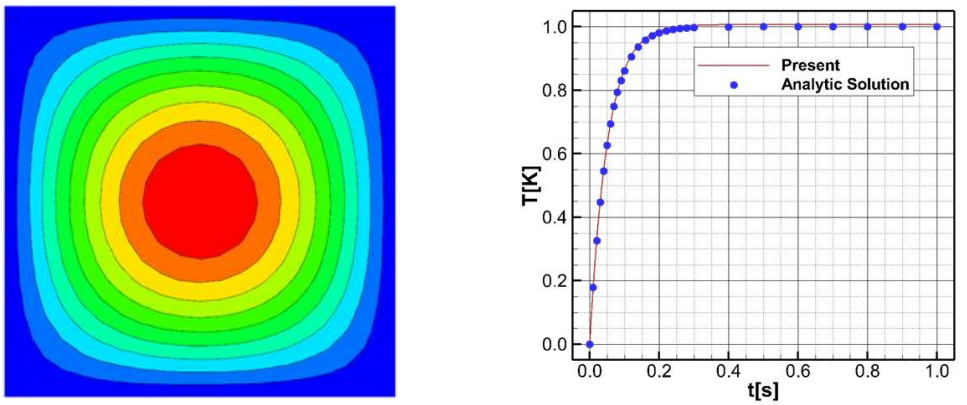
$$T(x,y,t) = (1 - e^{-2\pi^2 t}) \sin\pi x \sin\pi y \tag{24}$$

총 계산점 수 변화에 따른 t = 1.0s에서의 온도 분포와 계산 중심점에서의 온도변화를 해석해와 비교하여 Fig. 8(a)와 (b)에 각각 나타내었다. 격자수 변화에 의한 계산결과의 차이는 크지 않으며, t = 1.0s 일 때, 계산점 개수가 400개 인 경우에도 중심점에서의 해석해와 수치해의 상대오차는 약 0.04%로서 좋은 일치를 보이며, 같은 시간대에서 전체 계산점에서의 해석해와 수치해의 RMS(Root Mean-Square) 오차 또한 매우 작음을 알 수 있다(Table 1).

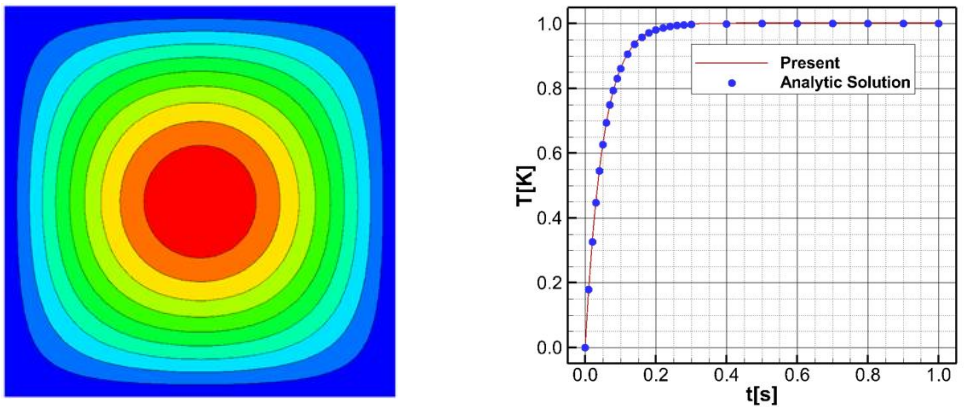
Table 1 RMS errors between present computational results with analytic solutions

	RMS error (%)
20 × 20	0.00358
40 × 40	0.00055
80 × 80	0.00021

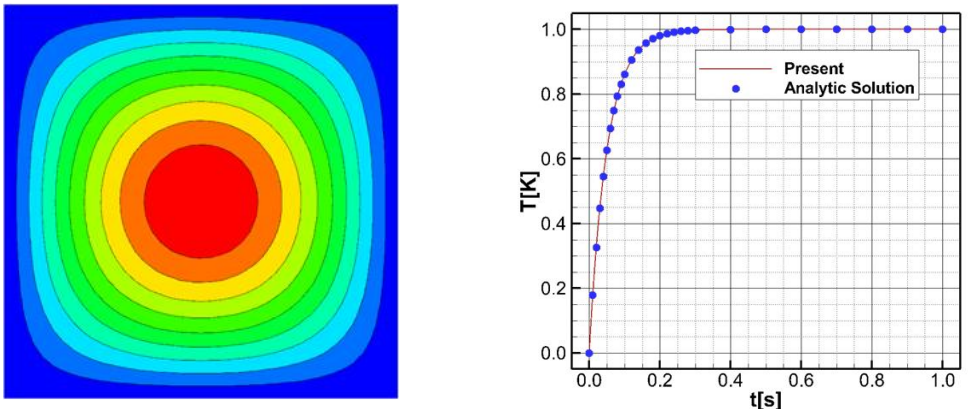
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY



Number of calculation points = 20 × 20



Number of calculation points = 40 × 40



Number of calculation points = 80 × 80

(a) (b)

Fig. 8 Comparisons of (a) contour maps of temperature at t =1s and (b) times histories of temperature at center point changing numbers of calculation points

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제2절 고정된 물체 주위 자연대류

1. 측면 온도차에 의한 자연대류

레일리 수(Rayleigh number) 변화에 의한 길이와 높이가 1.0m인 사각 공동내의 자연 대류의 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 속도와 압력에 대한 경계조건으로서는, 전 경계면에 No-slip조건과 Neumann조건을 부여하였다. 온도에 대해서는, 좌측 및 우측 경계면에는 각각 1K와 0K인 Dirichlet조건을, 이 외의 벽면에는 Neumann조건을 부여하였다. 시뮬레이션 수행 시, 플란틀 수(Prandtl number)는 0.707으로 고정하고, 그라스호프 수(Grashof number)의 변화에 의해 레일리 수가 변화되도록 하였다.

레일리 수 변화에 의한 온도분포를 Shi and Khodadadi.(2003)의 수치해석 결과와 비교하여 나타낸 Fig. 9을 보면, 정성적으로 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 10(a)와 (b)는 각각 u와 v분포를 나타내고 있는데, 레일리 수가 커짐에 따라 각각의 최대치가 나타나는 위치가 상하면과 양측면으로 이동하고 벽면 근처에서의 속도구배가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 각 속도 성분의 최대치($u_{\max}$와 $v_{\max}$)가 나타나는 위치인 $y_{u_{\max}}$와$x_{v_{\max}}$를 상용 CFD S/W인 ANSYS-Fluent를 이용해 수행한 결과와 비교하여 Table 2에 나타내었다. 최대 오차가 약 0.7% 미만으로 매우 잘 일치하고 있다.

Table 2 Comparison of maximum velocity position

Rayleigh number	$y_{u_{\max}}$		Error [%]	$x_{v_{\max}}$		Error [%]
	Fluent [-]	Present [-]		Fluent [-]	Present [-]	
10^4	0.8255	0.8263	0.09	0.1140	0.1133	-0.63
10^5	0.8926	0.8933	0.08	0.0669	0.06735	-0.49
10^6	0.9399	0.9400	0.00	0.0399	0.0399	0.07

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

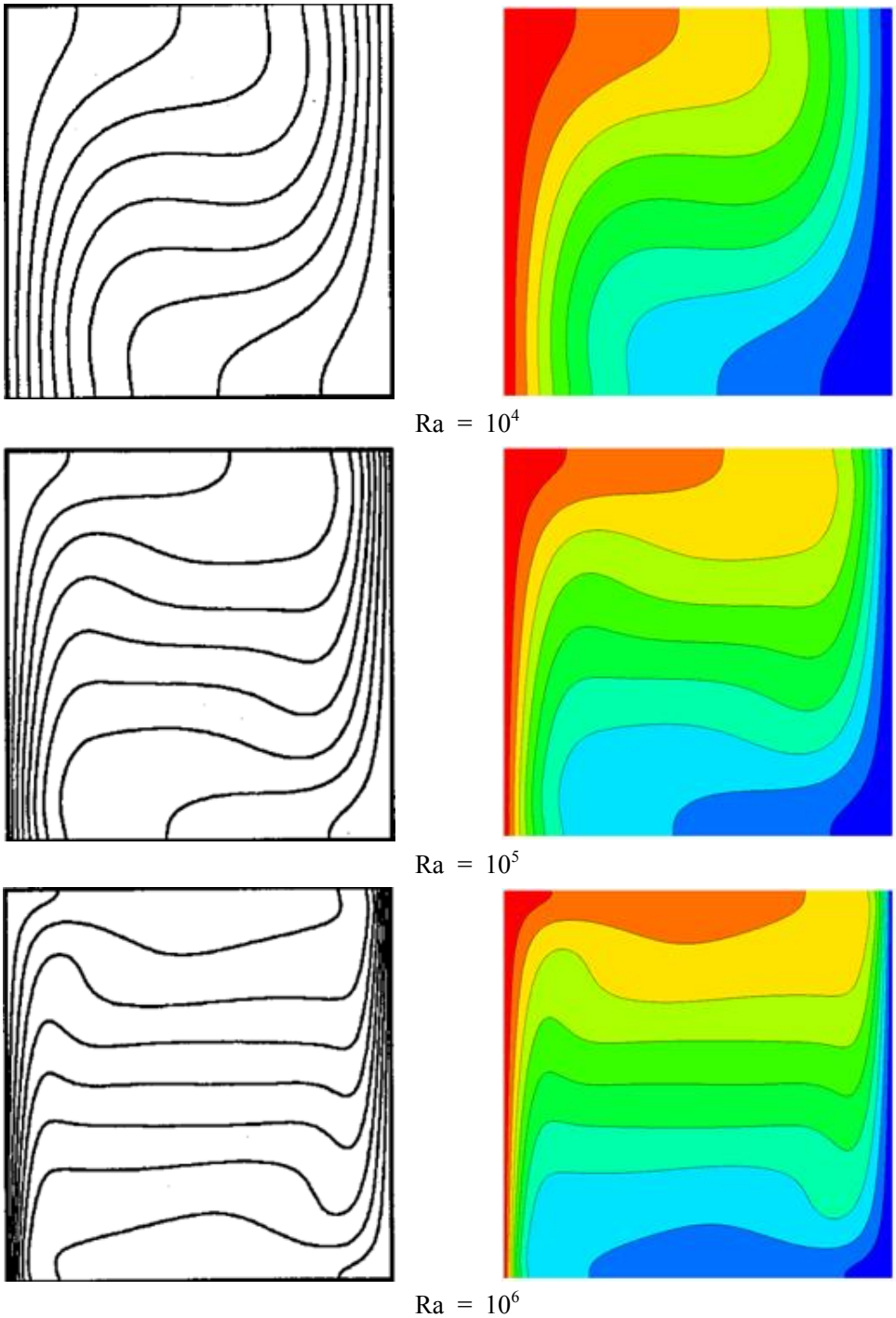


Fig. 9 Comparison of temperature contour maps by changing Rayleigh numbers(Top : Shi and Khodadadi.(2003), Bottom : present))

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

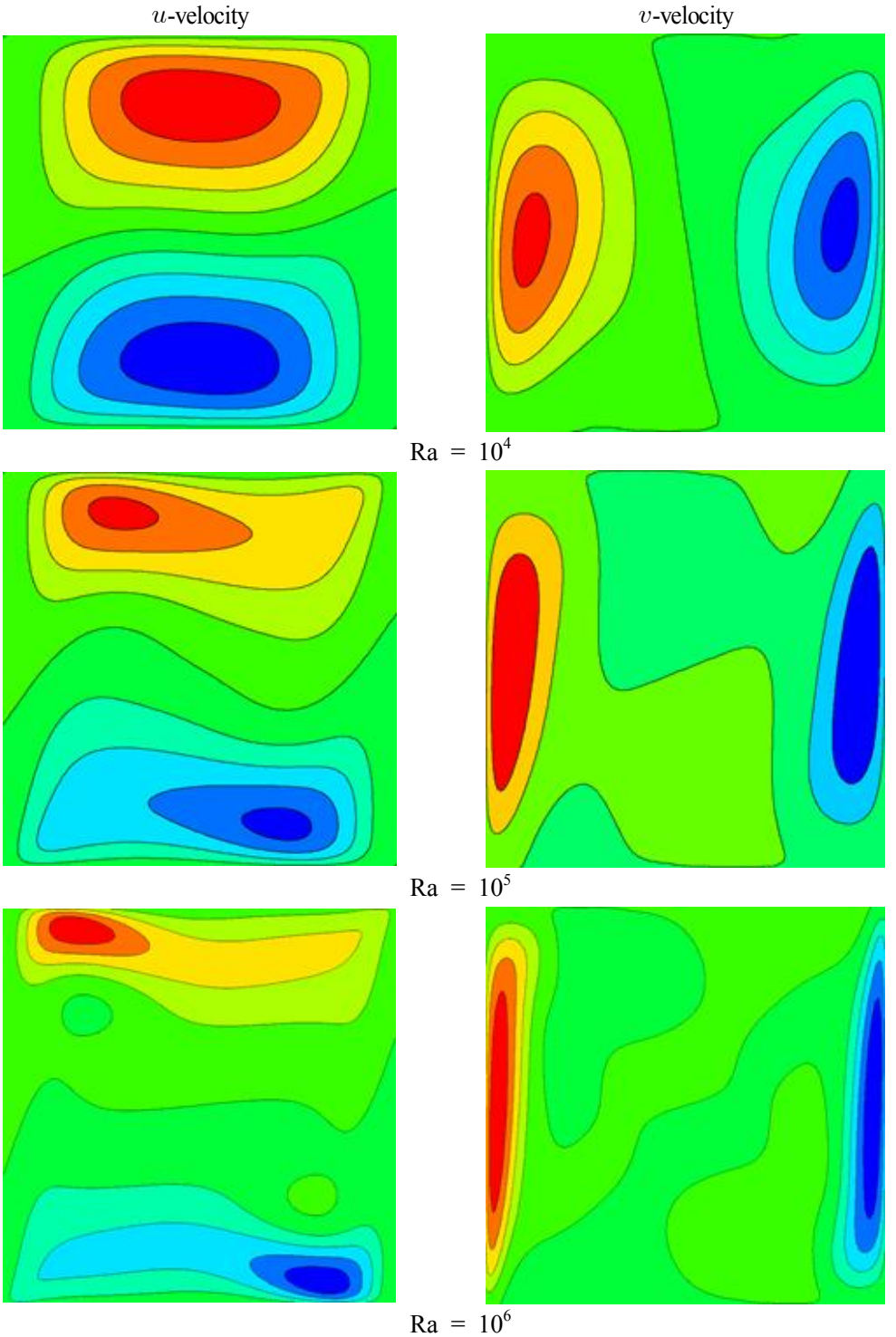


Fig. 10 Velocity contour maps by changing Rayleigh numbers

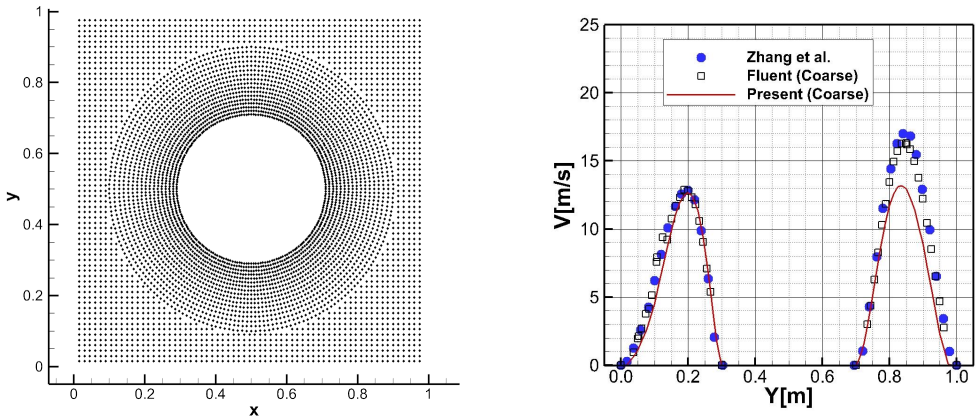
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2. 사각 공동내의 가열된 원주에 의한 자연대류

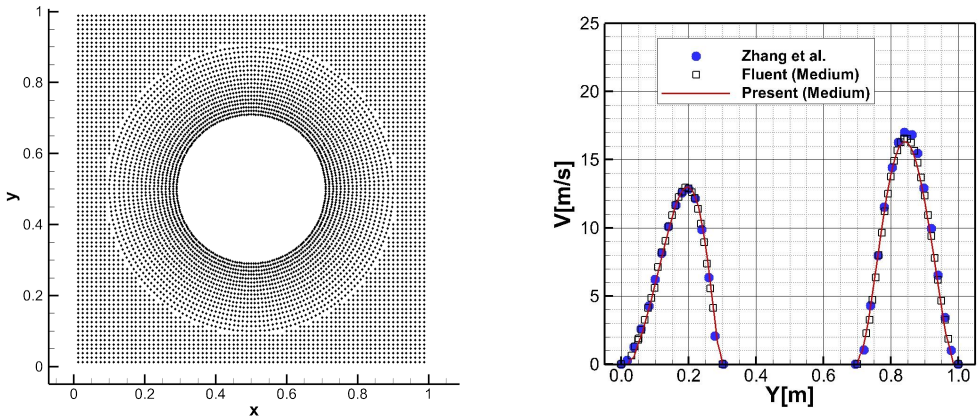
길이 및 높이가 1.0m인 사각 공동의 중심에 가열된 직경 0.4m의 원주가 존재하는 경우에 대한 열유동 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 속도와 압력에 대한 경계조건으로는 전 경계면에 No-slip조건과 Neumann조건을 부여하였고, 온도는 원주에 1K 벽면에 0K인 Dirichlet조건을 부여하였다. 계산점 분포 변경에 따른 수렴도를 확인하기 위하여, Fig. 11에 나타낸 3가지 분포((a) Coarse, (b) Medium 및 (c) Fine으로 표시)상에서 Ra=10^5인 경우에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 사각 공동내에 x 및 y 방향으로 각각 67개, 80개 및 100개의 계산점을 분포시킨 후, 원주 주위에 집중된 계산점을 추가 하였다. 이 후, 최초 배치한 계산점들 중 존재하는 영역 내의 점들을 제외시켜 사용한 총 계산점의 개수는 4,725개, 7,381개 및 9,166개이다. 해석 결과 중 민감도가 가장 큰 x방향 중심선상에서 (y방향 속도 성분인) v를 무격자법을 이용한 Zhang et al.(2016)의 해석결과 및 상용 Software인 ANSYS-Fluent를 이용한 결과와 비교하여 Fig. 11에 나타내었다. 계산점 분포가 Coarse인 경우에서도 전체적인 경향은 일치하나, 속도구배가 높은 곳에서는 비교적 정도가 낮음을 보인다. 그러나 Medium이상의 계산점 분포에서는 3가지 수치해석 결과가 동등한 수준을 가지는 것을 확인하였다.

계산점의 개수가 9,166개로 가장 많은 Fine 분포를 사용한 경우의 해석 결과를 앞에서 언급한 다른 수치 시뮬레이션 결과들과 비교하였다. 레일리 수 변화에 따른 온도분포를 Fig. 12에, x와 y방향 중심선 상에서의 온도는 Fig. 13에, x방향 속도 성분이 u와 y방향 속도 성분인 v의 속도 분포를 Fig. 14에, x와 y방향 중심선 상에서의 속도는 Fig. 15에 각각 나타내었다. Fig. 12에서 보이는 바와 같이 Rayleigh 수가 커질수록 전체적인 온도 분포는 원주 위쪽에서 높은 분포를 가지게 되는데, 이는 Fig. 14에서 보이듯 상대적으로 강한 상승기류를 보이고 원주 및 벽면에서 속도 구배가 커지는 것을 확인하였다. 이를 정량적으로 비교하기 위해 Fig. 12와 Fig.14에서 보이는 바와 같이 온도와 속도의 변화량이 큰 지점에서도 정성적으로나 정량적으로 잘 일치함을 알 수 있다.

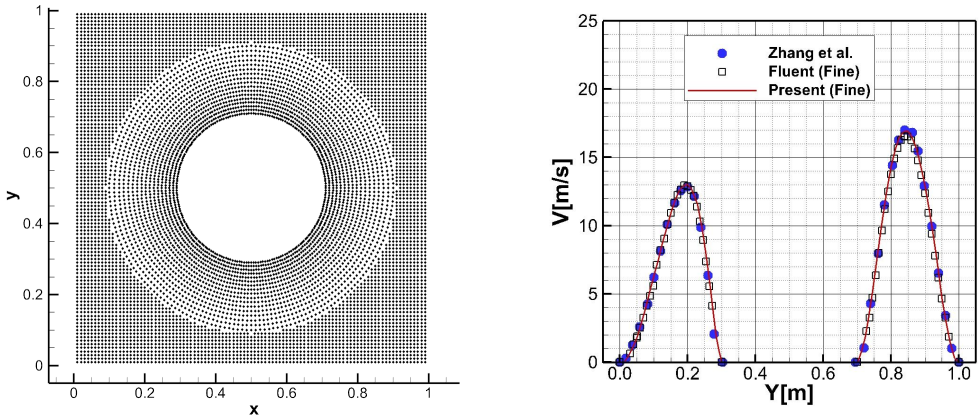
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY



Number of calculation points = 4,725,



Number of calculation points = 7,381



Number of calculation points = 9,166

(a) (b)

Fig. 11 Comparisons of (a) distributions of calculation points and (b) v-velocity distribution along x-center line(x=0.5)

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

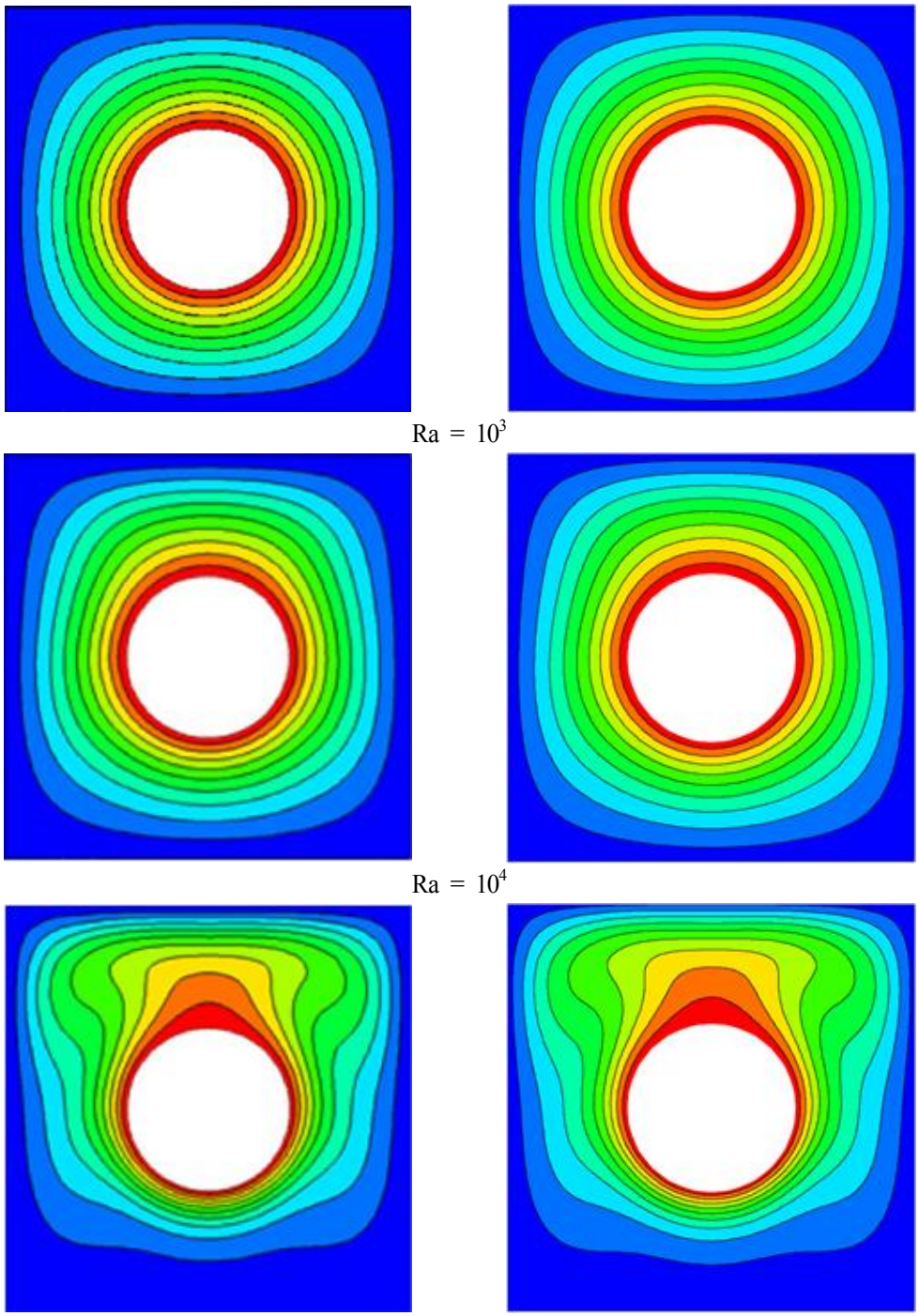


Fig. 12 Comparison of temperature contour maps by changing Rayleigh numbers(left : Zhang et al.(2016), right : present))

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

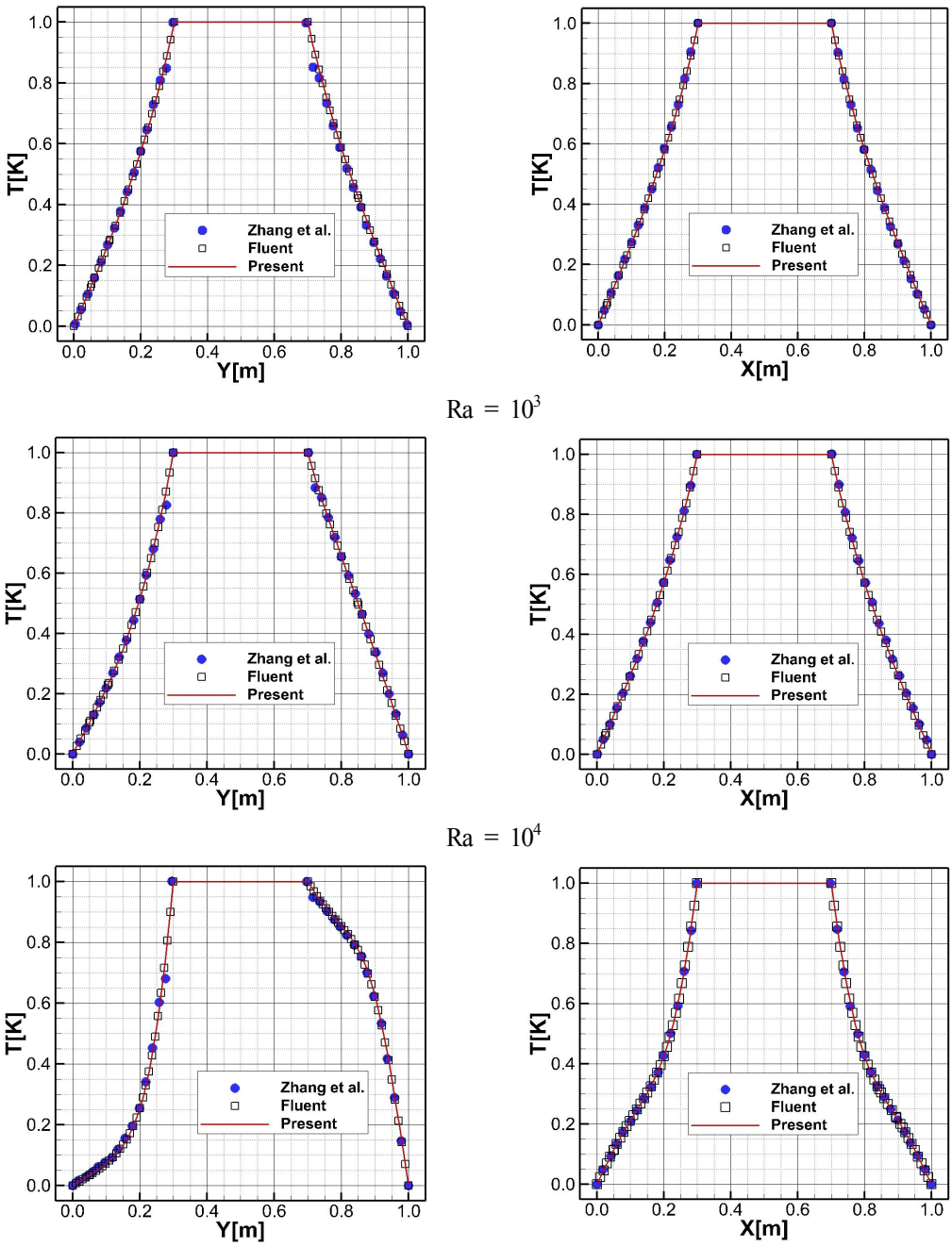


Fig. 13 Comparisons of temperature distributions at (a) x-center position (x=0.5), (b) y-center position(y=0.5) by changing Rayleigh numbers

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

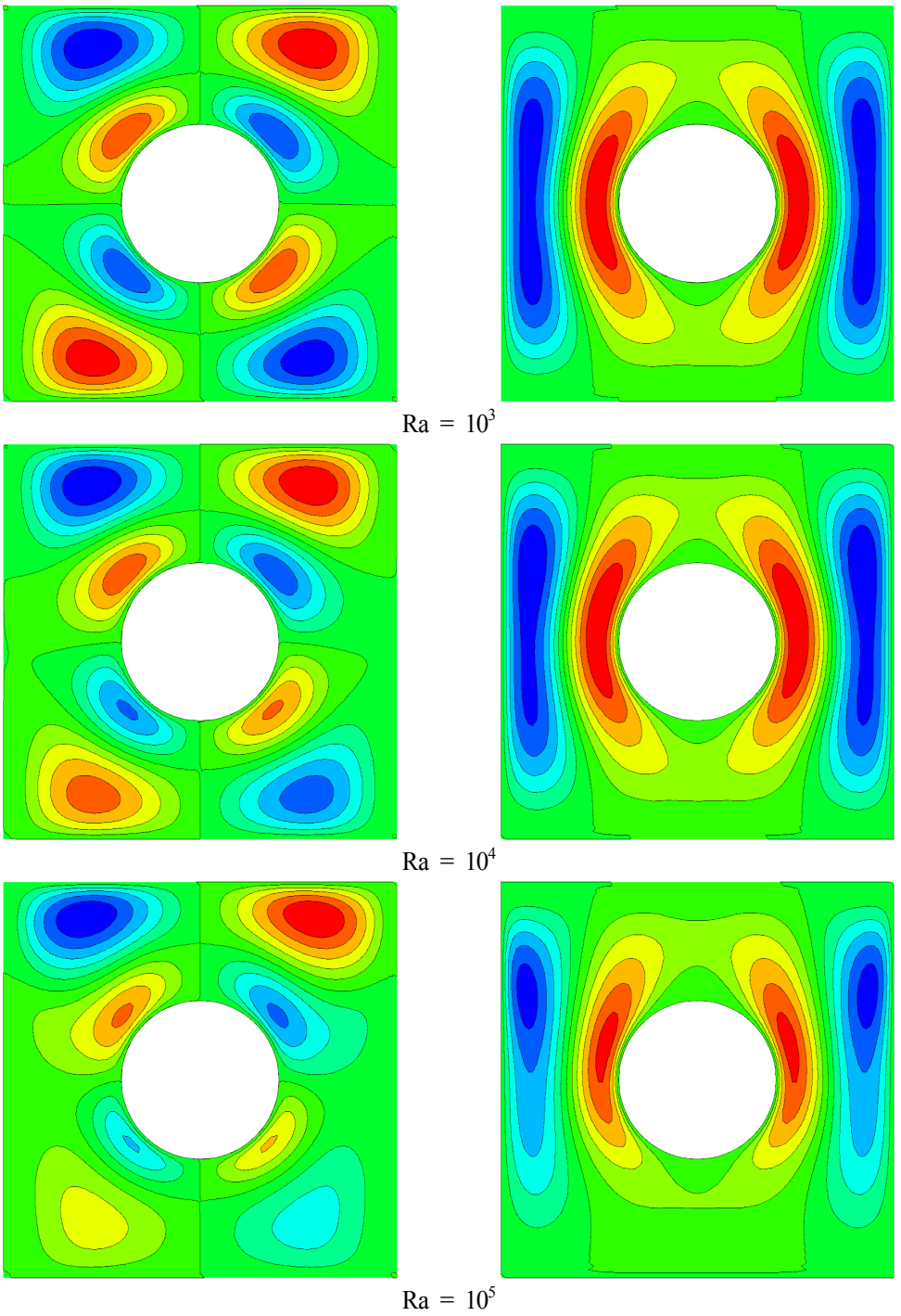
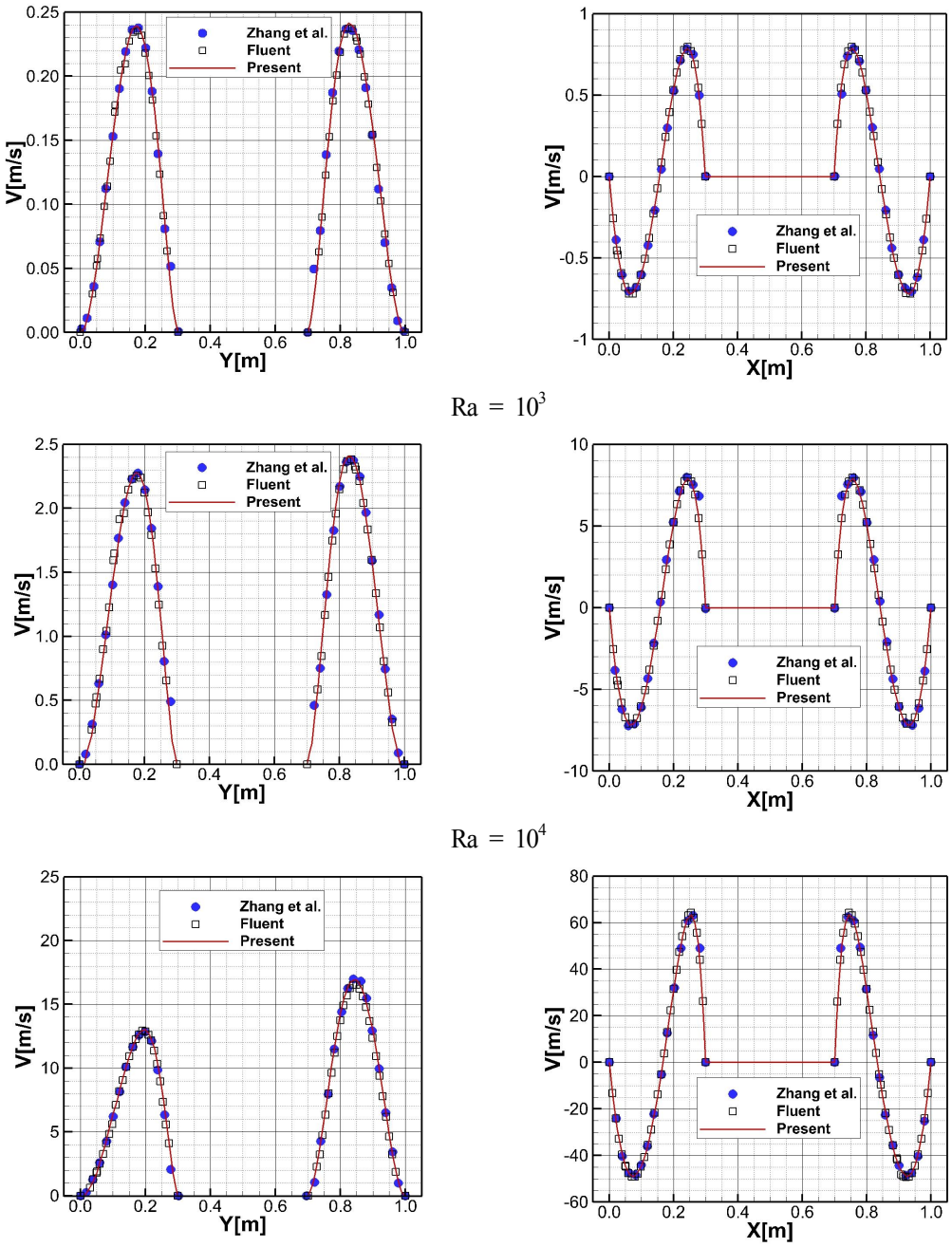


Fig. 14 Comparison of velocity contour maps by changing Rayleigh numbers (left : u-velocity, right : v-velocity)

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY



(a) (b)

Fig. 15 Comparisons of v-velocity distributions at (a) x-center position (x=0.5), (b) y-center position(y=0.5) by changing Rayleigh numbers

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제3절 이동하는 물체 주위 유동

1. 등속 이동하는 원주 주위 유동

개발된 수치해석기법을 이용하여, 등속 이동하는 원주 주위의 비정상 비압축성 층류 점성유동을 해석하였다. 원주의 직경(D)은 1이고, 해석 도메인은 원주 직경을 기준으로 유동방향(x)과 유동의 수직방향(y)으로 -30~30배로 설정하였다. 계산점 배치는 x와 y방향으로 각각 150개 계산점을 원주 주변에서 부터 계산점의 간격이 점차 커지도록 분포시킨 후, 원주 주위에 집중된 계산점을 추가하였으며, 원주 주위에 서중첩 되는 계산점들을 제외시켰다(Fig. 16).

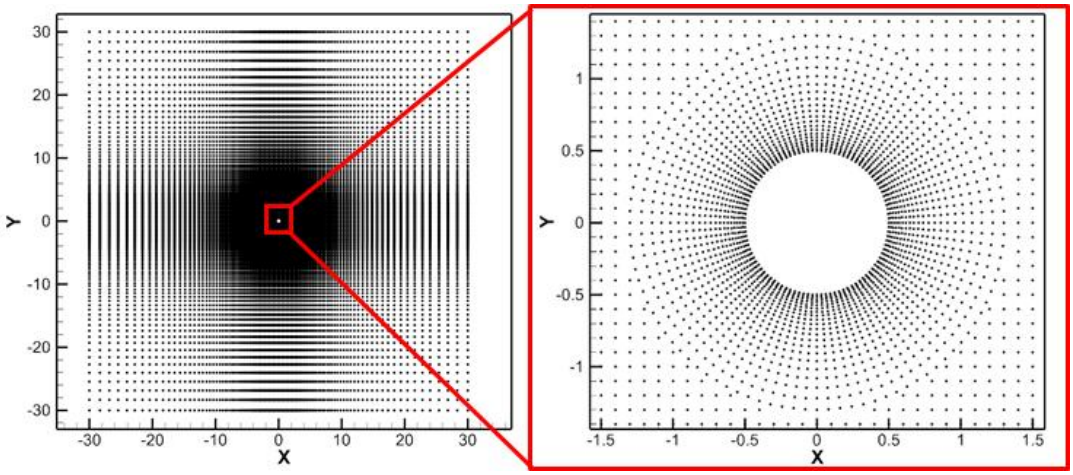


Fig. 16 The points distributions for simulation

유입, 유출 및 상하면 전면에 유체의 x, y속도 성분 u, v 모두 구배가 0인 Neumann조건을, 압력은 0인 Dirichlet 조건을 부여하였다. 물체 표면에서의 속도 경계조건은 No-slip조건을 부여하였다. 물체의 압력 경계조건은 경계면과 수직방향에 계산점을 분포시켜 경계점과 짝을 이루도록 하였고, 식 (25)를 만족하도록 하였다.

$$n \cdot \nabla p = n \cdot (\nu \nabla^2 u) \tag{25}$$

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

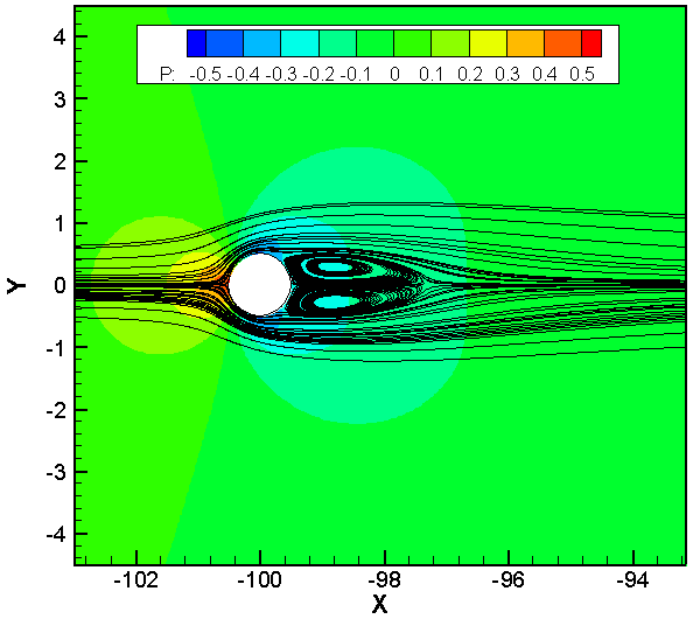
수치 시뮬레이션은 원주 후방에 부착된 와(vortex)가 한 쌍의 대칭을 이루는 것으로 알려진 Re=40인 경우와, 원주의 후방 상하 영역에서 주기적으로 와의 방출(shedding)현상이 일어나는 Re=100, 총 2가지 경우에 대하여 수행하였다. 원주 표면에서의 압력과 점성력을 고려한 2차원 응력텐서는 식 (26)과 같이 되고, 이를 원주 표면을 따라 적분하여 구한 양·항력을 $1/2\rho v^2 L$로 무차원 하였다.

$$\begin{bmatrix} -p+2\mu\frac{\partial u}{\partial x} & \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) & -p+2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{26}$$

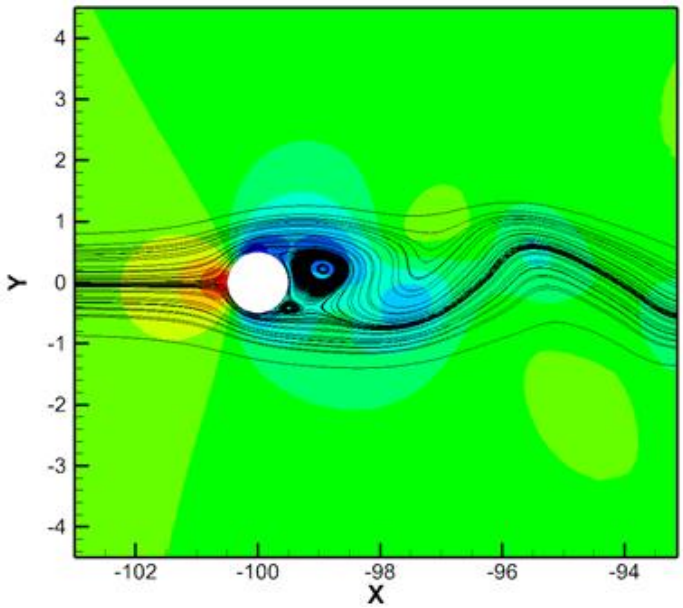
Re=40과 100의 경우의 원주 주변의 유선과 압력분포도를 Fig. 17에 나타내고 있다. Fig. 17(a)에서 보이듯 Re=40인 경우 원주 후면에서 한 쌍의 대칭인 와가 발생하는 준 정상 유동이 발생함을 확인 하였다. Re=100일 때 T=100s에서의 압력 분포와 유선을 나타낸 Fig. 17(b)를 보면 원주 후면에서 와가 방출됨을 알 수 있다. 물체 표면에서의 무차원 압력계수를 실험결과와 비교하였을 때 잘 일치한다(Fig. 18).

Re=40 경우의 항력계수를, Re=100인 경우의 양·항력계수 및 스트롤(Strouhal) 수를, 실험 및 다른 계산 결과와 비교하여 각각 Table 3과 4에 나타내었다. 다른 결과들과 좋은 일치를 보여, 본 계산 기법의 충분한 정확도를 갖는다고 판단하였다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY



(a) Re = 40



(b) Re = 100

Fig. 17 Streamlines and pressure contour maps by changing Reynolds numbers

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

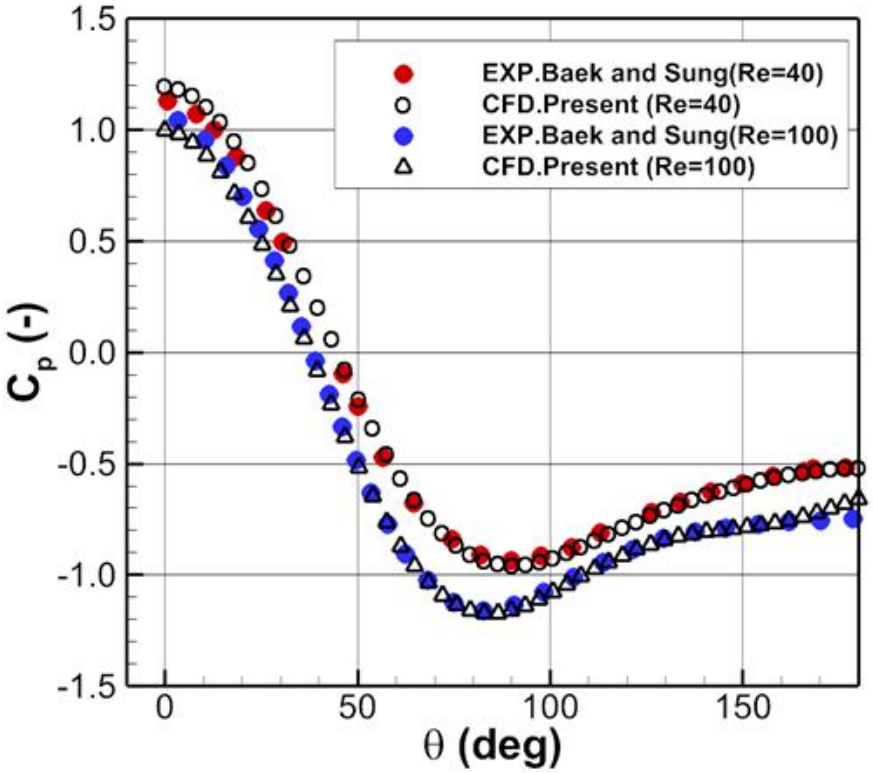


Fig. 18 Comparison of pressure coefficients along cylinder surface when Re=40 and 100

Table 3 Comparison of drag coefficients around a circular cylinder (Re=40)

	C_D[-]
EXP (Henderson, 1995)	1.54
CFD (Suckale, J., 2012)	1.54
CFD (Present)	1.538

Table 4 Comparison of drag and lift coefficients, and Strouhal number

	C_D[-]	C_L[-]	St[-]
CFD (Moon et al., 2005)	1.33	0.332	0.164
CFD (Sam et al., 2009)	1.33	0.312	0.164
CFD (Present)	1.34	0.330	0.167

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2. 조화 운동하는 원주 주위 유동

조화 운동하는 물체 주위 유동과 관련한 주요 무차원 계수는 KC수와 β로, 식 (27) 및 (28)과 같이 정의 된다.

$$KC = \frac{U_{\max} T}{D} \tag{27}$$

$$\beta = \frac{Re}{KC} = \frac{D^2}{\nu T} \tag{28}$$

여기서, $U_{\max}$는 조화 운동 최대 속도, T는 주기이고 D는 특성 길이로, 본 연구에서는 원주의 직경으로 하였다.

개발된 수치해석기법을 이용하여 조화 운동하는 원주 주위의 비정상 비압축성 층류 점성유동을 해석하였다. 해석 도메인 및 경계조건은 3절 1.과 동일하다.
조화 운동방법은 원형 원주의 중심(0, 0)을 기준으로 $\pm x$방향으로 운동하도록 하였으며, 원주 속도는 식 (29)로 설정하였다.

$$u(t) = U_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \tag{29}$$

해석 케이스는 해양 라이저가 조화 운동하는 경우 일반적으로 KC(Keulegan-Carpenter)≤30임을 고려하여, Re=100로 고정하고 KC수를 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 5, 6, 10, 15, 20 및 25로 변화시킨 경우와 β=35로 일정하게 하고 KC수 1, 2, 3, 4, 5 및 6으로 변경시킨 경우를 합하여, 총 17가지로 설정하였다(Table 5).

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Table 5 Simulation cases for oscillating motion

	KC number	Reynolds number	β
Case1	0.2	100	500
Case2	0.4		250
Case3	0.6		166.67
Case4	0.8		125
Case5	1.0		100
Case6	5.0		20
Case7	10.0		10
Case8	15.0		6.67
Case9	20.0		5
Case10	25.0		4
Case11	30.0		3.33
Case12	1	35	35
Case13	2	70	
Case14	3	105	
Case15	4	140	
Case16	5	175	
Case17	6	210	

Fig. 19에 Re=100, KC=5인 경우로 조화 운동하고 있는 원주 주위의 압력 분포를 다른 수치시뮬레이션 결과(Ghozlani et al., 2012)와 비교하여 나타내었다. 원주의 변위가 0일 때(Fig. 19(a)와 (c)), 원주의 이동 속도가 최대가 되고, 원주 이동 방향으로 높은 압력이 형성 된다. Fig. 19(b)와 (d)의 경우는 원주 변위 및 가속도가 최대일 때로, 원주의 변위가 $+x$로 최대인 경우에는 원주 왼편에, $-x$로 최대인 경우에는 원주 오른편에서 높은 압력을 보이고 있다. 또한, 최대 위치부근에서의 압력 분포가 찌그러지는 현상을 보이는데, 이는 물체는 정지하였지만 유체는 관성에 의해 계속 이동하게 되어 나타나는 현상으로 생각된다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

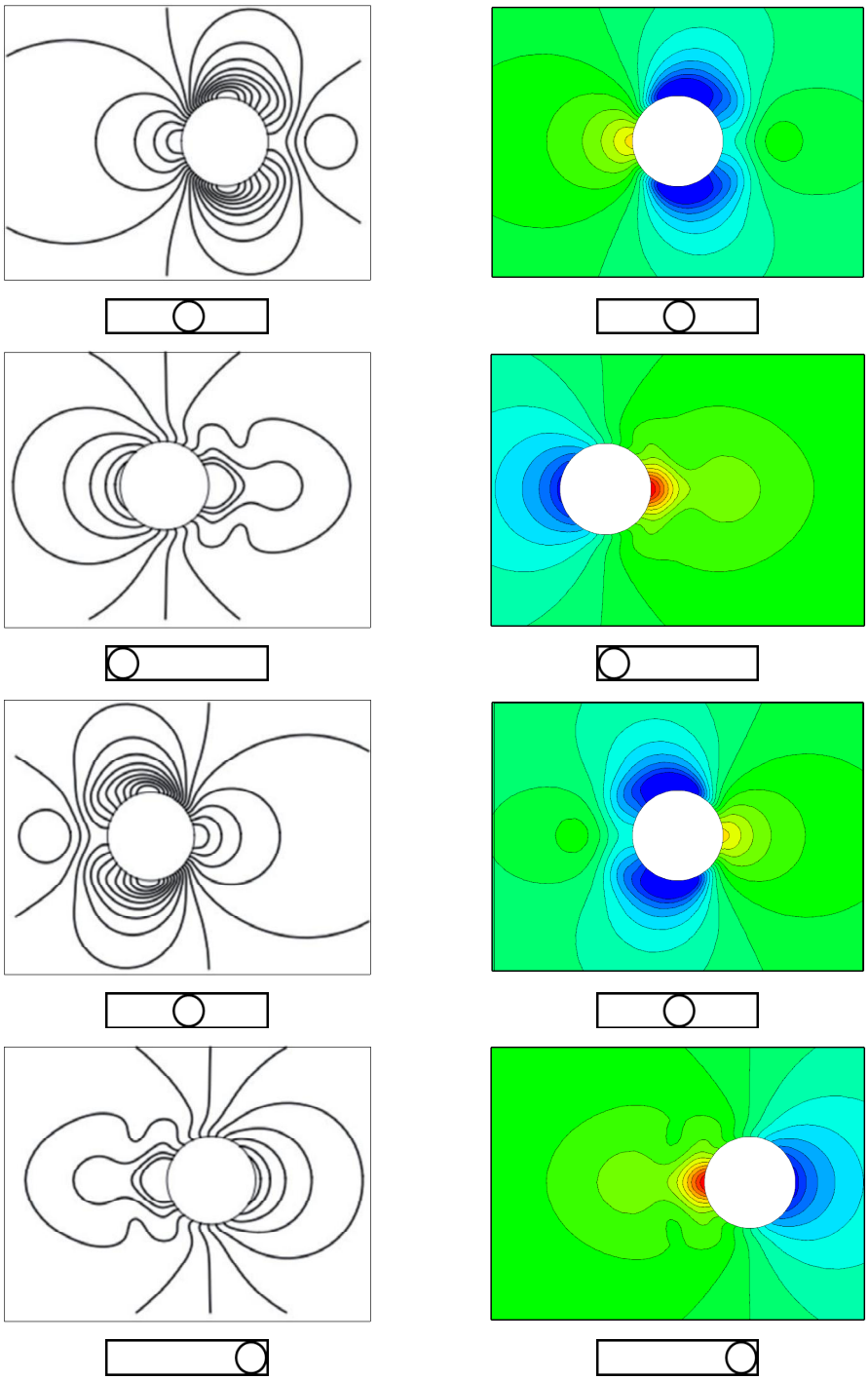
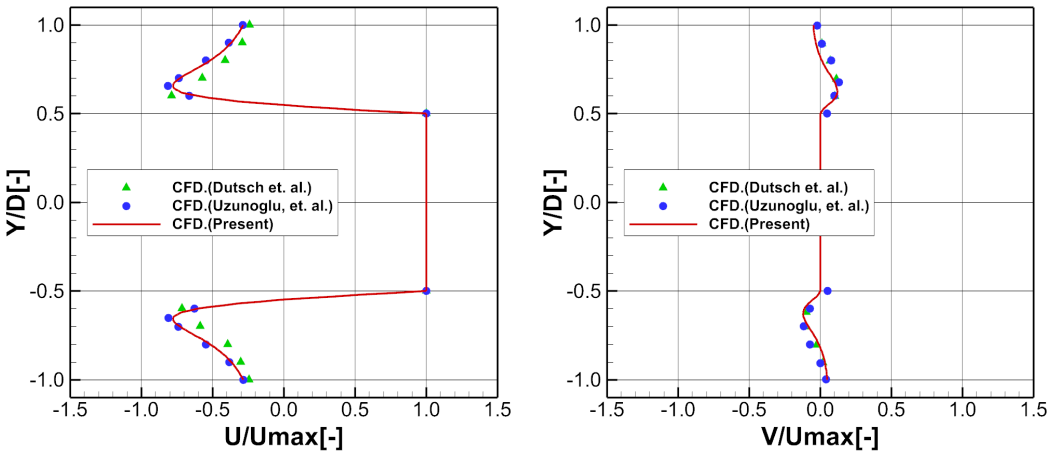


Fig. 19 Snapshots of pressure contour maps at different time-steps when Re=100 and KC=5(left : Ghozlani, et al.(2012), right : present)

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

해석기법의 정도를 보다 상세히 비교하기 위해 Re=100, KC=5인 경우에 x=0.5인 지점에서 y=-1~1까지의 u, v속도 분포를 Dutsch et al.(1998)의 FVM을 이용한 해석 결과와 Uzunoglu et al.(2001)의 BEM(Boundary Element Method)을 이용한 해석 결과와 비교 하여, Fig. 20에 나타내었다. 압력 및 속도 분포 모두 정성적, 정량적으로 좋은 일치를 보여, 본 해법이 높은 정도를 가지고 있음을 알 수 있다.



(a) (b)

Fig. 20 Comparison of u-, v-velocity distributions at x-center position(x=0.5) when Re=100 and KC=5 ((a) u-velocity, (b) v-velocity)

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Fig. 21은 전체 해석 케이스에 대한 KC수 변화에 따른 평균 항력계수를, Re=1000이고, KC=0.1, 1, 2, 4, 10, 13, 20의 7가지를 시뮬레이션을 수행한, Park et al.(2003)의 CFD결과와 비교하여 Fig. 21에 나타내었다. 평균 항력계수는 수행한 시뮬레이션 결과로부터 얻어진 항력계수의 시계열 데이터 중 마지막 5주기 사이의 최대/최소값의 평균치의 절대치중 높은 값을 결과 값으로 사용하였다. 두 결과 유사한 값을 보인다.

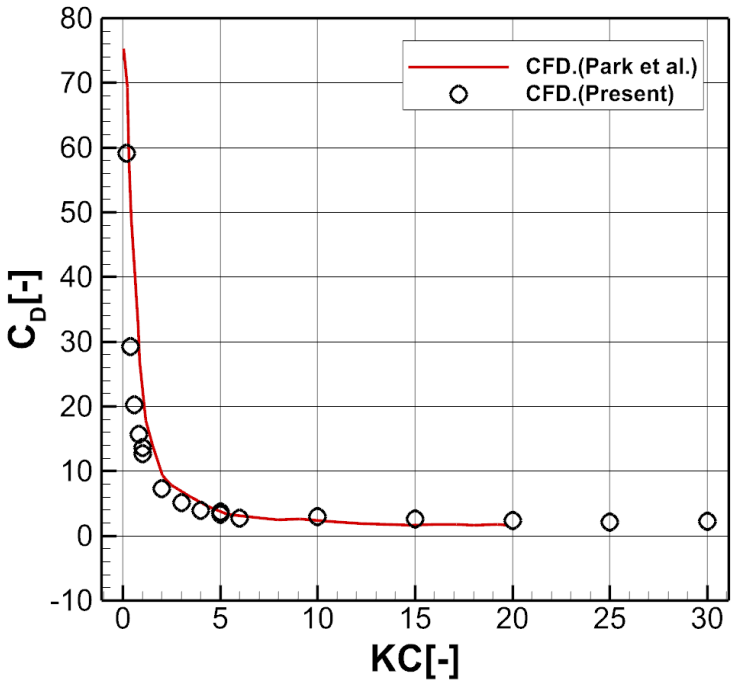


Fig. 21 Comparison of mean drag coefficients by changing KC numbers

다시 말해, 평균 항력계수는 KC수가 낮을수록 급격하게 증가하고, 높아질수록 일정값으로 수렴하는 경향을 보인다. 이는, 조화 운동하는 원주에 작용하는 힘은 물체의 이동속도가 0인 경우 관성력에 지배적이게 되고, 물체의 이동속도가 최대가 되는 경우에는 항력에 지배적이기 때문이다. 다시 말해, KC수가 작을 때는 원주의 이동 속도와 주기가 상대적으로 짧기 때문에 와가 원주에서 떨어지지 않고 부착된 상태로 운동하게 되어, 관성력이 중요하다. 반면, KC수가 커질수록 원주로부터 와가 떨어져 나가면서 와 흘림(Vortex shedding) 현상이 일어나기 때문에, 항력이 중요하게 된다. 이에, 관련 연구가 오래전부터 진행 되어져 오고 있다(Morison et al., 1950,

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Keulegan and Carpenter, 1958 and Sarpkaya, 1986).

조화 운동하는 원주에 작용하는 힘은 원주의 단위 길이당 항력과 관성력의 합으로, 식 (30)의 Morison 방정식으로 나타내어진다.

$$F(t) = C_m \rho V a(t) + \frac{1}{2} C_D \rho A u(t)|u(t)| \tag{30}$$

여기서 C_m은 관성력 계수, V는 원주의 부피, $a(t)$는 시간에 따른 가속도, A는 원주의 단면적이며, $u(t)$는 시간에 따른 속도이다.

Fig. 22는 와가 부착된 상태로 운동하는 KC=1(Re=35, β=35)과 와가 떨어져 나가는 KC=6(Re=210, β=35)인 경우에 대해, 시간을 주기로 무차원화한 항력계수 시계열을 나타내었다. 이는, KC수가 작은 경우에는 원주로부터 와가 방출되지 않기 때문에 원주에 작용하는 힘은 대칭이 되는 반면, KC수가 커질수록 와 흘림 현상이 발생하여 원주 주변에 복잡한 유동장을 형성할 뿐만 아니라, 원주로부터 와가 떨어져 나가면서 원주에 양력이 발생한다. 이로 인해, 항력계수의 최대값이 감소하며 두 개의 최대값이 존재하는 시계열 패턴이 나타난다.

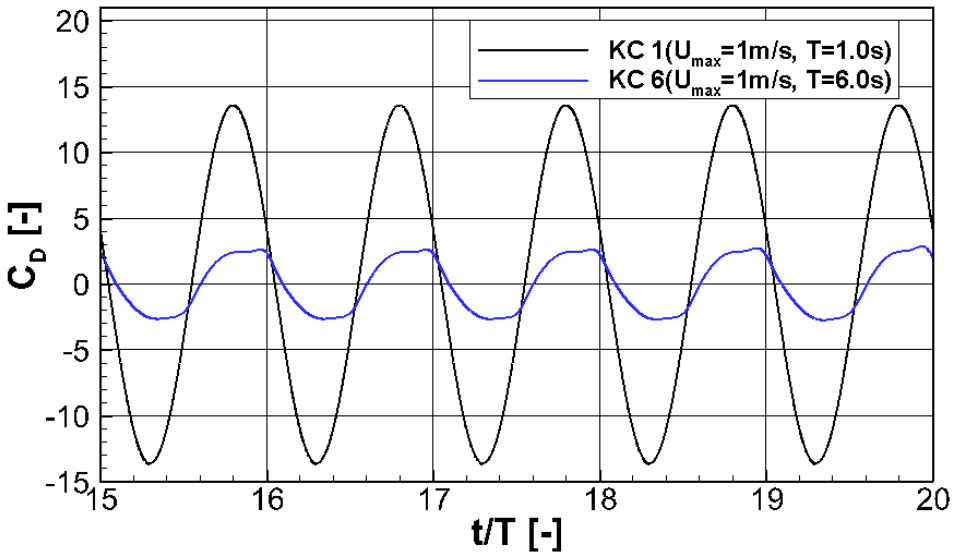


Fig. 22 Comparison of time histories of drag coefficients by changing KC numbers

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

조화 운동하는 원주에 작용하는 항력과 관성력 성분의 값을 결정하는 방법에는 Morison 방법, 푸리에 급수 접근(Fourier series approach), 최소자승법(Least-square method), 최대치법(Maximum value method)등이 있다. 본 연구에서는 가장 정확한 접근 방법으로 알려진 푸리에 급수 접근법을 이용하여, 항력 및 관성력을 추정하였다.

푸리에 급수 접근 방법은 Keulegan and Carpenter(1958)에 의해 알려졌으며, 이는 원주의 단위 길이당 힘을 Fourier 성분인 $\sin(\omega t)$와 $\cos(\omega t)$로 나타낸 후, Morison 방정식을 이용하여 추출된 계수인 항력계수와 관성력계수를 상수로서 구해지는 방법이다. Fourier 급수 접근 방법을 이용한 항력계수와 관성력계수는 각각 식 (31) 및 (32)와 같다.

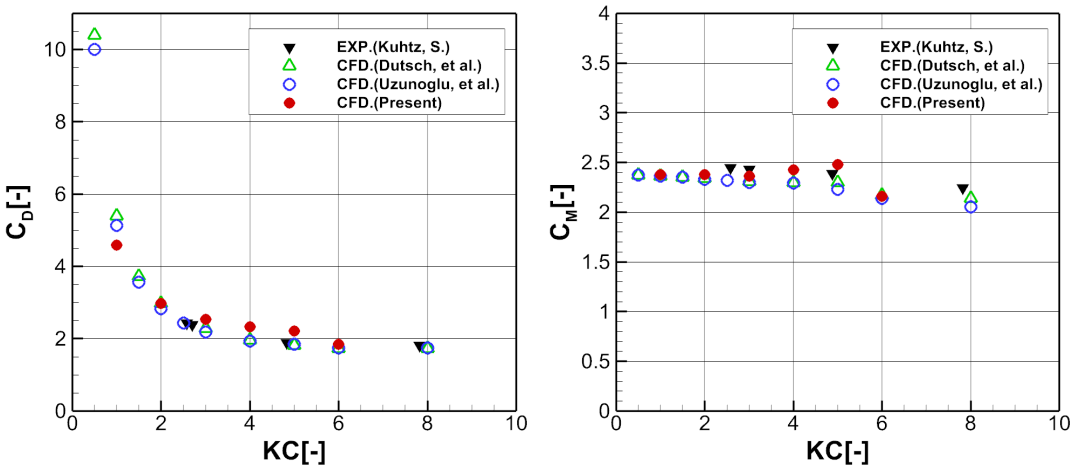
$$C_D = -\frac{3\pi}{4}A_1 = -\frac{3}{4}\int_0^{2\pi}\frac{F\cos\theta}{\rho U_{\max}^2 D}d\theta \tag{31}$$

$$C_M = \frac{2}{\pi^2}\frac{U_{\max}T}{D}B_1 = \frac{2}{\pi^3}\frac{U_{\max}T}{D}\int_0^{2\pi}\frac{F\sin\theta}{\rho U_{\max}^2 D}d\theta \tag{32}$$

여기서, A_1는 여현계수, B_1은 정현계수 및 $\theta = 2\pi t/T = \omega t$이다.

Fig. 23은 KC수와 Re수를 조합하여 β=35를 동일하게 한 경우에 대한 시뮬레이션 결과들로부터 항력계수와 관성력 계수를 추정하여 Kuhtz(1996)의 실험 결과, Dutsch, et al.(1998)의 FVM 결과 및 Uzunoglu et al.(2001)의 BEM 결과와 비교하고 있다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY



(a) (b)

Fig. 23 Comparison of (a) drag coefficients and (b) inertia coefficients with other results versus KC numbers($\beta = 35$)

항력계수를 비교하였을 때, KC수가 낮은 경우에는 다른 수치 시뮬레이션 결과에 비해 작게, KC수의 범위가 3<KC<5에서는 높게, 이 외의 KC수에서는 다른 결과와 비교적 잘 일치함을 보인다. 관성력계수의 경우, KC수가 낮은 경우와 높은 경우에는 비교적 잘 일치하고, KC수의 범위가 3<KC<5는 실험 및 다른 수치 시뮬레이션 결과에 비해 약간 큰 값을 보인다. 이는 실험과 다른 수치시뮬레이션은 외부 경계면을 벽으로 가정하였기 때문으로 생각된다.

앞서 언급한 바와 같이, KC수가 특정 값 이상에서는 원주로부터 유동박리가 생성되고, 원주 후면에서의 비대칭인 와가 나타나게 된다. 비대칭으로 방출된 와는 KC수 뿐만 아니라 레이놀즈수에도 관련이 있으며, 이 두 무차원수에 따라 주기적으로 생성되는 와는 강도 및 방향이 달라지면서 Re수와 KC수 혹은 β와 KC수에 따라 특정 유동 패턴이 발생된다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Fig. 24에 KC수 및 β에 의한 유동 패턴(Tatsuno and Bearmann, 1989)을 Table 6에 보이는 것과 같이 구분하고, 본 연구에서는 수행한 해석 조건을 "•" 으로 표시하였다.

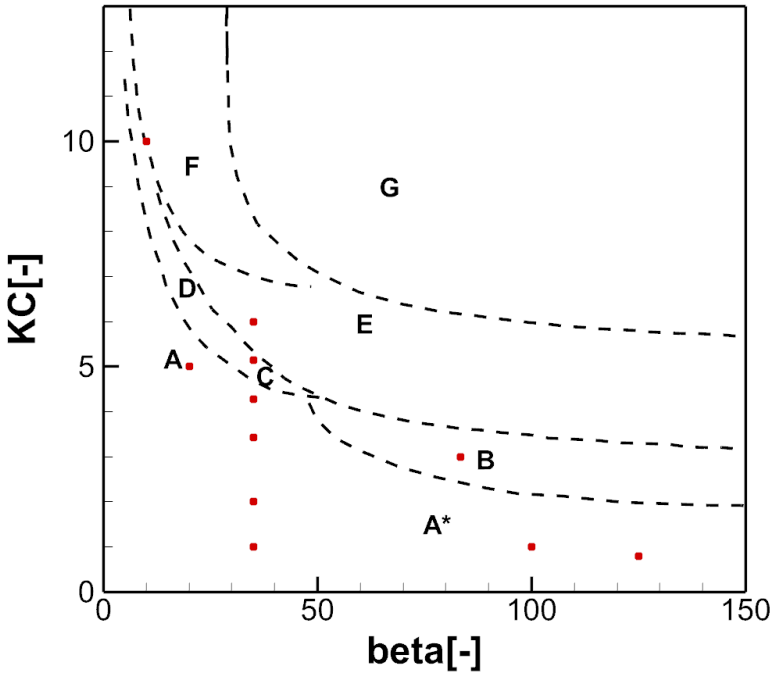


Fig. 24 Classification of flows regime for oscillatory cylinder

영역별 유동 패턴에 대해 설명하면, $\beta \geq 35$, KC≤5인 A*영역에서는 원주의 이동 속도와 주기가 짧기 때문에 원주의 운동에 의해 생성된 와가 떨어져 나가지 못하고 부착된 상태로 운동하게 된다. A영역은 A*에 비해 상대적으로 β가 작고, KC수가 높기 때문에 와 흘림 현상이 일어나게 되고, 이 때 와의 분포는 원주의 이동 반대 반대방향에서 한 쌍의 대칭인 와가 생성되고, 수평방향으로 대류하게 된다. B영역은 β가 50이상에서 형성되며 A*영역의 유동패턴과 비교하였을 때 원주에 의해 생성된 와는 더 크게 생성되지만, A*영역과 마찬가지로 와가 떨어져 나갈 시간이 부족하기 때문에 부착된 상태로 운동한다. C영역의 와도 분포는 초기에는 A영역과 같이 한쌍의 와가 생성되어 대류하는 분포를 보이지만, 조화 운동이 지속되면서 큰 와가 재 생성되어 분포하게 된다. D영역은 조화운동 방향으로 와가 생성되는 A*, A, B 및 C영역과는 다르게 조화운동 하는 경우 비스듬하게 와가 형성된다. 다시 말

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

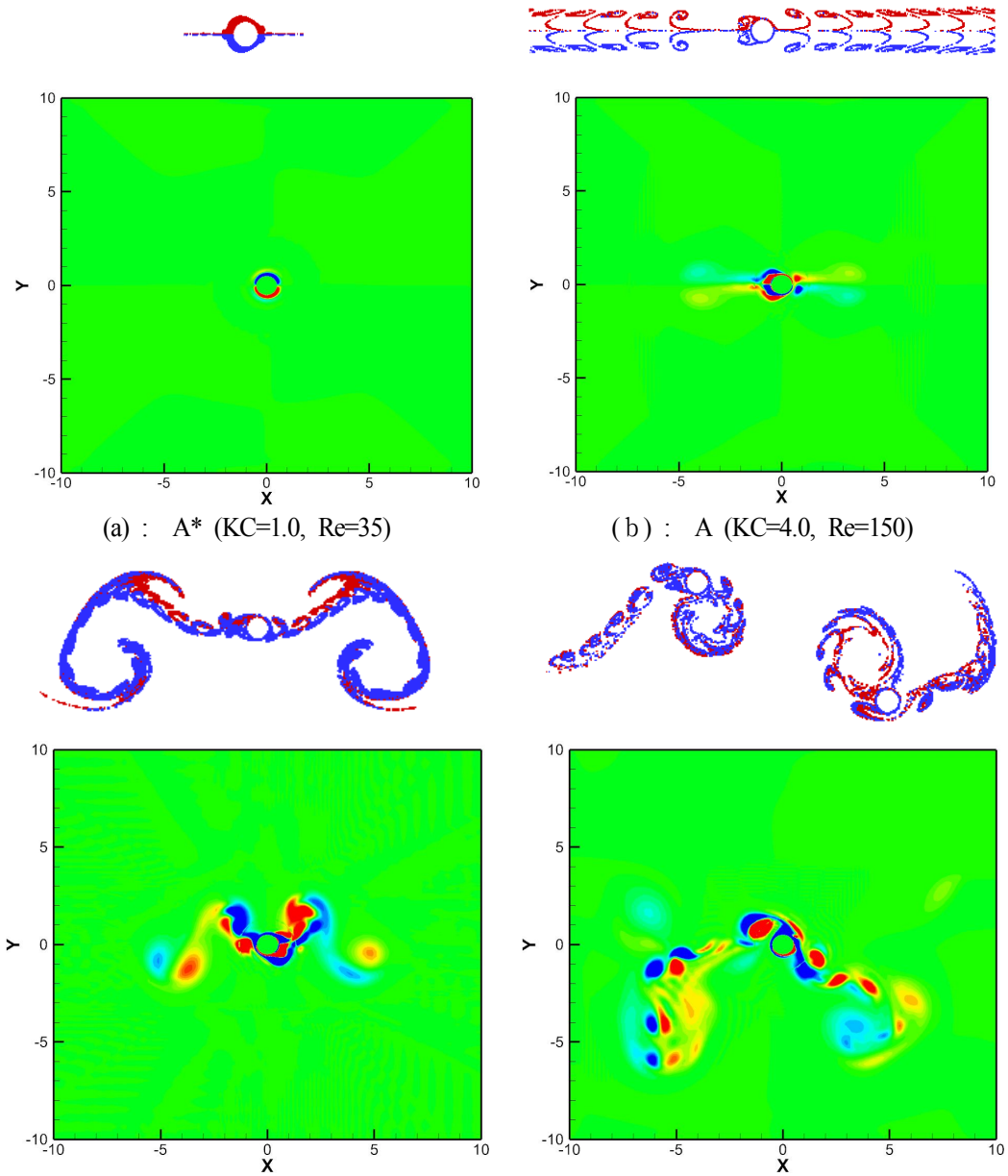
해, 와도 분포는 원주를 기준으로 대칭으로 형성되며, 원주의 이동방향에서 벗어나 위 혹은 아랫방향의 대각선으로 대류 하게 된다. E영역은 D영역과 유사하지만, 원주를 기준으로 불규칙하게 형성되어 한쪽방향 대각선으로 대류하게 된다. F영역에서의 와는 원주를 기준으로 대각선 방향으로 대류하는 와도분포를 보이고, G영역은 불규칙한 유동패턴을 보인다.

Table 6 The typical flows patterns around a oscillatory cylinder depending on KC number and β (Tatsuno and Bearman, 1989)

Regime	Principal feature
A*	No flow separation
A	Two vortices shed symmetrically
B	Longitudinal vortices
C	Rearrangement of large vortices
D	Flow convected obliquely to one side of the axis of oscillation
E	Irregular switching of flow convection
F	Flow convected diagonally
G	Irregular vortices pattern

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Fig. 25는 Fig. 24에서 나타낸 시뮬레이션 케이스 중 β가 35로 동일 한 경우에 유동패턴을 비교하기 위해 KC=1, 4, 5 및 6인 A*, A, C, E영역에서의 와도 분포를 Xiong, (2018)의 수치 시뮬레이션 결과와 비교하여 나타내고 있다.



(a) : A* (KC=1.0, Re=35)

(b) : A (KC=4.0, Re=150)

(c) : C (KC=5.0, Re=180)

(d) : E (KC=6.0, Re=210)

Fig. 25 Comparison of vorticity contour maps around a horizontally oscillating circular cylinder with fixing beta as 35

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

A*영역에 속하는 Fig. 25(a)를 보면 작은 와가 원주에 부착된 상태로 조화 운동하는 유동 패턴을 잘 표현 되고 있다. A영역에 속하는 Fig. 25(b)를 보면 원주 근처에서는 원주의 조화 운동 방향과 같은 수평 방향으로 와가 방출 되는 것을 확인 하였으나, Xiong(2018)의 결과와 비교 하였을 때, 조화 운동이 진행될수록 와가 대류 하지 않고 소멸되는 분포를 보이는데, 이는 레이놀즈수가 작기 때문에 와의 강도가 약할 뿐만 아니라, 본 해석에서 사용된 격자 구성이 원주에서 멀어지면서 $\triangle x$, $\triangle y$가 점차 커지므로 원주 근처에서는 와가 존재하지만 원주에서 멀어질수록 와가 소멸되는 분포를 보이는 것이라 생각된다. Fig. 25(c)와 (d)는 A영역과 같이 초기에는 대칭이 와가 원주 운동 방향에서 벗어나지 않고 대류가 일어나지만, 조화 운동이 지속되면서 와의 대류 속도보다 원주의 조화 운동 속도가 빠르기 때문에 원주의 운동이 와의 대류를 방해 하면서 와의 분포가 변형되는 것을 보인다. 전술의 상이점이 존재하지만, 조화 운동하는 원주 주위의 복잡한 유동현상을 전체적으로 잘 표현하고 있다고 판단된다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제4장 결론

본 연구에서는 비정상 비압축성 점성 층류 열 유동 해석을 위해 기 개발된 WMLS기반의 오일러리안 무격자 해법을 확장하여 물체의 이동을 포함한 해석이 가능한 수치해법을 개발하였다.

개발된 해석기법을 이용하여 다양한 검증계산을 수행하고, 그 결과를 해석해 및 다른 수치해석기법들과 비교하였다. 결과의 정성적 정량적 비교를 통해 본 해법이 만족스러운 정확도를 가지는 것을 확인하였다. 해석 결과는 다음과 같다.

1) 2차원 열확산 해석결과를 해석해와 비교했을 때, 열원이 존재하는 중앙점에서의 시간에 따른 온도분포의 차이는 최대 0.03%, 전체 계산점에서의 RMS error는 가장 적은 수의 계산점을 사용한 경우에도 약 0.004%에 불과하였다.

2) 2차원 측면 온도차 및 가열된 원주에 의한 자연대류 해석결과를 다른 수치 시뮬레이션 결과와 비교하였을 때, 온도 차가 (다시 말해 레일리 수가) 커지면서 발생하는 온도 및 유속 분포를 정성적으로 비교하였고, 최대 유속이 발생하는 위치를 정량적으로 비교하였다.

3) 등속 이동하는 원주 주위의 유동을 Re=40과 100인 경우에 대해 수치 시뮬레이션을 수행하였다. Re=40인 경우에 원주 후면에서 한 쌍의 와가 관측되는 유동 특성을 확인 하였고, 준 정상상태에서의 항력을 비교하였을 때, 0.1%의 차이를 보이고, Re=100인 경우, 평균 양·항력계수, 스트롤 수를 실험 결과 및 다른 수치시뮬레이션 결과와 각각 비교하였을 때, 정량적으로 일치하였다.

4) 주기 운동하는 원주 주위 유동에서는 KC수와 레이놀즈수 및 β에 따라 속도와 주기를 파라미터로 조합하여 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 수치 시뮬레이션으로부터 구해진 힘을 푸리에 급수 접근법을 이용하여 항력과 관성력으로 나누어 실험 및 다른 수치시뮬레이션 결과와 비교하였을 때, 관성력은 최대 약 10%, 항력은 최대 약 20%차이를 보였다. 또한 KC수와 β에 따라 변화하는 유동 패턴도 잘 표현됨을 확인하였다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

이후, 고 레이놀즈수 유동 해석을 위한 난류 모델 적용 및 비선형성이 강한 자유수면 고려하는 해법 개발에 대한 연구가 필요하며, 실제 현상과 유사한 해석 및 다양한 해석을 수행하기 위한 3차원 확장 적용에 대한 연구가 필요하다.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

참고문헌

1998, Atluri, S. N. and Zhu, T. “A New Meshless Local Petrov-Galerkin(MLPG) Approach in Computational Mechanics,” *Computational Mechanics*, Vol.22, No.2, pp.117-127

1993, Batina, T., “A Gridless Euler/Navier-Stokes Solution Algorithm for Complex Aircraft Applications,” *AIAA Paper* 93-0333.

2004, Bendez, B. and Velazquez, A., "Finite point solver for the simulation of 2-D laminar incompressible unsteady flows," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol.193, pp.825-848.

2013, Bouscasse, B., Colagrossi, A., Marrone, S. and Antuono, M., “Nonlinear Water Wave Interaction with Floating Bodies in SPH,” *Journal of Fluids and Structures*, Vol.42, pp.112-129

2017, Chang, N.I. and Cho, M.T., “An Analysis of Change of Wind Road and Heat Distribution due to Development of Green Building Complex,” *Proc. Architectural Institute of Korea*, Vol. 37, No. 2

1981, Chung, K.C., “A generalized finite-difference method for heat transfer problems of irregular geometries,” *Numerical Heat Transfer*, Vol.4, No.3, pp.345-357

1998, Dütsch, H., Durst, F., Becker, S., & Lienhart, H., “Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 360, pp.249-271

2018, Faraji, S., Kolahdoozan, M. and Afshar, M.H., “Collocated Mixed Discrete Least Squares Meshless (CMDLSM) method for solving quadratic partial differential equations,” *Scientia Iranica*, Vol.25, No.4, pp.2000-2011

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2012, Ghozlani, B., Hafsia, Z. and Maalel, K., "Numerical study of flow around an oscillating diamond prism and circular cylinder at low Keulegan-Carpenter number," *Journal of Hydrodynamics*, Vol.24, No.5, pp.767-775.

2006, Harish, G., Pavanakumar, M. and Anandhanarayanan, K., "Store Separation Dynamics Using Grid-Free Euler Solver," *24th AIAA Applied Aerodynamics Conference*.

1995, Henderson, R., "Details of the drag curve near the onset of vortex shedding," *Physics of Fluids*, Vol.7, pp2102-2104

2018, Huh, J.Y., Rhee, J.S., Kim, K.H. and Jung, S.Y., "New least squares method with geometric conservation law (GC-LSM) for compressible flow computation in meshless method," *Computers & Fluids*, Vol.172, pp.122-146

2013, Hwang, S.C., Park, J.C., Song, C.Y. and Kim, Y.H., "Development of Particle Simulation Method for Analysis of Fluid-Structure Interaction Problems," *Journal of Ocean Engineering and Technology*, Vol.27, No.2, pp.53-58

2013, Hyun, B.S. and Lee J.J, "Design and Analysis for Thermal Control on Low Earth Orbit Satellite," *Proc. Korean Society of Computational Fluids Engineering*, pp.30-32

2017, Jeong, H.W., Kim, T.H., Kim, S.S. and Shim, J.W., "Thermal Analysis of Insulation System for KC-1 Membrane LNG Tank," *Journal of Ocean Engineering and Technology*, Vol.31, No.2, pp.91-102

2009, Jeong, S.M., Park, J.C. and Heo, J.K., "Numerical study on two-dimensional incompressible viscous flow based on gridless method," *Journal of Computational Fluid Engineering*, Vol.14, No.4, pp.93-100

2016, Jeong, S.M., "Numerical Simulation on Control of Humidity and Air

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Temperature in the Gradient Biome", *Journal of Computational Fluids Engineering,* Vol. 21, No. 2, pp.32-39

2018, Jeong, S.M., Nam, J.W., Park, J.C. and Yun, S.M., "Application of Moving Particle Simulation for the Motion of a 2-D Floating body with Leaking Oil in Waves" *Journal of Advanced Engineering and Technology*, Vol.11, No.1, pp.33-43

2009, Katz, A. and Jameson, A., "Multicloud: Multigrid Convergence with a Meshless Operator," *Journal of Computational Physics*, Vol.228, No.14, pp.5237-5250

1958, Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H., "Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid," *Journal of Research of the National Bureau of Standards Research Paper,* Vol.2857, pp.423-440

2011, Kim, J.Y., "Assessment of Numerical Analysis of Thermal Flow Induced by Fire," *Proc. Korean Society of Computational Fluids Engineering*, pp.156-160

1996, Koshizuka, S. and Oka, Y., "Moving-Particle Semi- implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid," *Nuclear science and engineering*, Vol,123, pp.421-434

1996, Kühtz, S., "Experimental Investigation of Oscillatory Flow around Circular Cylinders at Low Beta Numbers," Ph.D. Thesis, University of London

2001, Lin, H., and Atluri, S. N., "The meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) method for solving incompressible Navier-Stokes equations," *CMES-Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol.2, No.2, pp.117-142

1996, Liszka, T.J., Duarte, C.A. and Tworzydlo, W.W., "hp-Meshless cloud method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.139, No.1-4, pp.263-288.

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

1988, Monaghan, J.J., “An Introduction to SPH,” *Computer physics communications*, Vol.48, pp.89-96

2005, Moon, J.K., Park, J.C., Yoon, H.S., Lee, B.H. and Chun, H.H., “Numerical Simulation on Laminar Flow past a Rotating Circular Cylinder,” *Journal of Ocean Engineering and Technology,* Vol.19, No.3, pp.1-10

1950, Morison, J. R., Johnson, J. W. and Schaaf, S.A., “The Force Exerted by Surface Waves on Piles,” *Journal of Petroleum Technology*, Vol.2, No.5, pp.149-154

1997, Ogawara, K. and Iida, S., "Upwinding of Least Square Convection Estimate for Unstructured Grids," *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.5, pp.1592-1596.

2007, Oh, K.T., Kim, J.H., Lee, S.W., Kim, Y.S., Ha, J.W. and Kang, W.K., “Automobile Underhood Thermal and Air Flow Simulation Using CFD,” *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol.12, No.1, pp.22-27

1996, Onate, E., Idelsohn, S. and Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. and Sacco, “A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.139, pp.315-346.

2003, Park, J.C., Chun, H.H. and Song, K.J., “Numerical SImulation of Body Motion Using a Composite Grid System,” *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol.40, No.5, pp.36-42

2006, Sakamoto, M. and Suzuki, K., “Simulation of Incompressible Separated Flows around a Body Using Gridless Method,” *Proc. 20th CFD Symposium of Japan*.

2009, Sam, R., Lee S.B., Lee, B.H. and Park, J.C. “Estimation of Hydrodynamic Coefficient for Low around Cylinders in Side-by-side Arrangement with Variation in

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Separation Gap," *Ocean Engineering*, Vol.36, pp.672-680

1986, Sarpkaya, T., "Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 165, pp.61-71

2003, Shi, X. and Khodadadi, J.M., "Laminar Natural Convection Heat Transfer in a Differentially Heated Square Cavity Due to a Thin Fin on the Hot Wall," *Journal of Heat Transfer*, Vol.125, No.4, pp-624-634

2012, Suckale, J., Nave, J.-C. and Hager, B.H., "Crystals stirred up: 1. direct numerical simulations of crystal settling in nondilute magmatic suspensions," *Journal of Geophysical Research: Planets*, 117

1990, Tatsuno, M., and Bearman, P. W., "A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and low Stokes numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.211, pp.157-182.

2001, Uzunoglu, B., Tan, M. and Price, W.G., "Low Reynolds Number around an Oscillating Circular Cylinder Using a Cell Viscous Boundary Element Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.50, pp.2317-2338

2001, Yoon, H.Y., Koshizuka, S. and Oka, Y., "Direct Calculation of Bubble Growth, Departure, and Rise in Nucleate Pool Boiling," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.27, No.2, pp.277-298

2016, Zhang, P., Zhang, X., Deng, J. and Song, L., "A numerical study of natural convection in an inclined square enclosure with an elliptic cylinder using variational multiscale element free Galerkin method," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.99, pp.721-737