



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

2020년 2월

석사학위논문

다공성 매체에서의 유체 흐름에 대한 전산모사

조선대학교 대학원

첨단소재공학과

김 용 유

다공성 매체에서의 유체 흐름에 대한 전산모사

Simulation of fluid flow in porous media

2020년 2월 25일

조선대학교 대학원

첨단소재공학과

김 용 유

다공성 매체에서의 유체 흐름에 대한 전산모사

지도교수 김 희 수

이 논문을 공학 석사학위신청 논문으로 제출함.

2019년 10월

조선대학교 대학원

첨단소재공학과

김 용 유

김용유의 석사학위 논문을 인준함

위원장 조선대학교 교수 김 선 중 (인)

위 원 조선대학교 교수 장 희 진 (인)

위 원 조선대학교 교수 김 희 수 (인)

2019년 11월

조선대학교 대 학 원

목 차

LIST OF FIGURES	III
ABSTRACT	VII
제 1 장 서 론	1
제 2 장 이론적 배경	3
2.1 금속합금의 구조결합	3
2.2 유동해석	9
2.2.1 유체의 개요	9
2.2.1.1 뉴턴/비뉴턴 유체	9
2.2.1.2 유체 흐름에 대한 수치해석의 접근법	10
2.2.1.3 다공성 매체(Porous media)	11
2.2.2 무차원화와 상사법칙	14
2.2.3 지배방정식	16
2.2.3.1 연속방정식(질량 보존)	16
2.2.3.2 Navier-Stokes방정식(운동량 보존)	17
2.2.4 다아시의 법칙(Darcy's law)	18
2.2.5 포클헤이머의 법칙(Forchheimer Law)	19
2.2.6 코제니-카만 모델(Kozeny-Carman model)	20

제 3 장	계산 방법	22
3.1	모델 설명	22
3.2	지배방정식(무차원형)	23
3.3	전산모사 절차	24
제 4 장	결과 및 고찰	26
4.1	고체 입자의 형태와 배열에 따른 유체 흐름	26
4.2	고체 입자의 형태와 배열에 따른 압력분포	29
4.3	격자(Mesh) 검증	31
4.4	고체 입자의 형태와 배열에 따른 압력분포의 변화	32
4.5	고상률 및 레이놀즈 수의 영향	39
4.6	다아시 넘버(Darcy Number)	41
4.7	코제니-카만 모델과의 비교	42
4.8	선행연구와의 비교	46
제 5 장	결론	48
참고문헌		49

LIST OF FIGURES

Fig. 2.1 Cooling curves of (a) a pure metal, and (b) a typical binary alloy.	3
Fig. 2.2 (a) Schematic drawing of the mushy zone and (b) stream function of simulation in the mushy zone assumed as porous media.	4
Fig. 2.3 Formation of microshrinkages.	5
Fig. 2.4 Initial stage solidification of the alloy with composition C_0 . Solute redistribution caused by solute reject from the growing solid to the liquid($k < 1$).	6
Fig. 2.5 Schematic drawing of microsegregation and solute concentration profile of $k < 1$	7
Fig. 2.6 Schematic drawing of (a) Eulerian and (b) Lagrangian method.	10
Fig. 2.7 Transition from micro-scale to macro-scale using REV method.	13
Fig. 2.8 Surface tension at solid-liquid interfacial face in porous media[14,17].	14
Fig. 3.1 Simulation domain used in this study.	22
Fig. 3.2 Schematic drawing of artificially-constructed porous media made by (a) circular (hexagonal), (b) petal-shaped(tilted-quadratic), (c) circular(quadratic), and (d) circular(tilted-quadratic) particles.	23
Fig. 3.3 Flow chart of simulation process in this study.	25

Fig. 4.1 Plot of stream function of (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) particles at the condition of solid fraction 60 % and $Re = 1$ 26

Fig. 4.2 Stream function passed through the porous media with (a) circular(hexagonal), (b) petal-shaped(tilted-quadratic), (c) circular(quadratic), and (d) circular(tilted-quadratic) particles at the condition of solid fraction 60 % and $Re = 1$ 27

Fig. 4.3 Pressure distribution for porous media with (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) and (c) circular(quadratic) and (d) circular(tilted-quadratic) particles with conditions of solid fraction 60 % and $Re = 1$ 29

Fig. 4.4 Solid fraction(%) of (a) 20, (b) 40, (c) 60, (d) 80, and (e) 85 were represented by the change of pressure gradient according to the mesh size, respectively. Finally, (f) the saturation graph of mesh length according to solid fraction was obtained. 31

Fig. 4.5.1 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 10, (b) 15, (c) 20, and (d) 30. The solid fraction were controlled by size of circular particles. 33

Fig. 4.5.2 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 40, (b) 45, (c) 50, and (d) 60. The solid fraction were controlled by size of circular particles. 34

Fig. 4.6.1 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 10, (b) 15, (c) 20, and (d) 30. The solid fraction were controlled by interdistance between circular particles. 35

Fig. 4.6.2 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 40, (b) 45, (c) 50, and (d) 60. The solid fraction were controlled by interdistance between circular particles. 36

Fig. 4.7.1 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by petal-shaped particles(tilted-quadratic) at the condition of solid fraction(%) of (a) 10, (b) 15, (c) 20, and (d) 30. The solid fraction were controlled by size of petal-shaped particles. 37

Fig. 4.7.2 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by petal-shaped particles(tilted-quadratic) at the condition of solid fraction(%) of (a) 40, (b) 45, (c) 50, and (d) 60. The solid fraction were controlled by size of petal-shaped particles. 38

Fig. 4.8 Pressure gradient according to solid fraction when (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) particles were used. 39

Fig. 4.9 Pressure gradient versus Re for the (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped (tilted-quadratic) particles. 40

Fig. 4.10 Graph of Da according to solid fraction. The solid fraction were controlled by (a) size of circular particles(hexagonal), (b) interdistance between circular particles(hexagonal), and (c) size of petal-shaped particles(tilted-quadratic). 41

Fig. 4.11 Change of C for (a) circular(hexagonal) and petal-shaped(tilted-quadratic) particles and (b) configuration of circular particles according to solid fraction in Kozeny-Carman model. 43

Fig. 4.12 Change of (a) C and (b) Da for tilted-quadratic configuration according to solid fraction controlled by size of circular and petal-shaped particles. To determine C of

petal-shaped particles, the diameter in Kozeny-Carman model was applied in hydraulic diameter. 44

Fig. 4.13 Comparison of present study in Fig. 4.10 with Kozeny-Carman model according to solid fraction. C in Kozeny-Carman model was determined as $C = 150$ and 180 and Average in Fig. 4.11(a). 45

Fig. 4.14 Comparison of dimensionless permeability in present study (a) about configuration of circular particles and (b) Eq. (24)[7] and (c) various reported results[8,36]. 46

ABSTRACT

Simulation of fluid flow in porous media

Yong-You Kim

Advisor : Prof. Hee-Soo Kim, DPhil.

Dept. of Advanced Materials Engineering,

Graduate School of Chosun University

When the metal alloy solidifies, the segregation can occur due to the fluid flow between the dendrites in the mushy zone. The fluid flow in the mushy zone is regarded as the flow in the porous material by the Darcy's law which is applied to the Navier-Stokes equation since there are very few passages that can allow the fluid flow to occur. To verify the Darcy's law, which is used to calculate the permeability of fluid in the mushy zone, the permeability was calculated by simulating the phenomenon of the fluid flow passing through the artificially-constructed porous media without any assumption for the porous material. The solidification process of metal alloy was expressed by the change of solid fraction, and the solid fraction was controlled by varying size and interdistance of two-dimensional solid particles of various shapes forming the artificially-constructed porous media. The fluid flow in the porous media was assumed to be incompressible and laminar flow, and calculated by the continuity equation and the Navier-Stokes equation. As a result, the permeability calculated by the artificially-constructed porous media varied depending on the shape of solid particles assumed dendrites and control method of the solid fraction. To evaluate the reliability for the permeability calculated by the artificially-constructed porous media, it was compared with the theoretical permeability calculated by the Kozeny-Carman model. Summarizing the constants in the Kozeny-Carman model and expressing them as constant C , the constant C is usually defined as 150 or 180. However, in this study, the values of constant C for each solid fraction were different and determined by the dendritic shapes and configurations through the simulation of various conditions. After obtaining the

constant C and the average constant C for each solid fraction, respectively, the permeability of the artificially-constructed porous media was compared with the theoretical permeability obtained by applying the average constant C to the Kozeny-Carman model. In the case of using the average constant C , the theoretical permeability of Kozeny-Carman model was calculated incorrectly. However, in the case of using the constant C according to the shapes, configurations, and each solid fraction, almost accurate results can be obtained.

제 1 장 서 론

최근까지도 주조 제품을 생산할 때 발생하는 주조결함을 완벽하게 해결하지 못하고 있다. 주조결함이란 수축공(Shrinkage), 편석(Segregation), 기공(Porosity) 등 금속을 주조할 때 발생하는 현상이며 제품의 성능에 악영향을 미치는 경우가 대부분이다. 과거에는 실험을 통하여 주조결함을 개선하기 위해 노력해왔지만, 현대에 들어서 컴퓨터 전산모사(Simulation) 기술인 전산유체역학(Computation Fluid Dynamics)의 발전에 따라 주조결함의 예측이 훨씬 용이해졌다. 그렇기에 전산유체역학을 통하여 주조결함의 경향을 우선적으로 파악하여 실험을 위한 시간과 비용을 최소화할 수 있게 되었다. 본 연구의 목표는 전산유체역학을 통하여 주조결함의 경향을 예측하고 개선하기 위해, 주조결함에 영향을 주는 유체의 거동을 금속이 응고할 때에 적용하여 파악하는 것이다.

금속합금이 응고할 때, 핵생성 후 결정립 성장이 연속적으로 일어나면서 고액공존영역에서 수지상정이 발달한다. 고액공존영역으로 유체가 흐르는 능력은 수지상정 사이를 흐르는 유체의 투수율(Permeability)로 표현한다. 고액공존영역에서 유체의 거동은 미세한 수지상정으로 인해 실제로 유동이 일어날 수 있는 통로가 매우 작아지고, 그로 인해 유체의 투수율이 저하된다. 수지상정 사이의 공간에서 유체의 흐름이 원활하지 못하여 편석, 기공, 수축공 등의 미세결함이 발생할 수 있다[1].

고액공존영역내의 수지상정 사이를 흐르는 유체와 같이, 미세한 통로를 통과하는 유동은 다아시의 법칙(Darcy's law)에 의해서 다공성 매체에서의 유체 흐름으로 간주한다[2]. 따라서 본 연구에서는 고액공존영역에서의 유동 경향을 간접적으로 파악하기 위해서 다공성 매체에서의 유동을 전산모사하여 다아시의 법칙으로 투수율을 계산하였다. 그리고 계산된 투수율의 신뢰성을 평가하기 위해 유체의 투수율을 이론적으로 표현하는 코제니-카만 모델과 비교하였다. 이때 코제니-카만 모델의 상수 부분을 정리하여 상수 C로 표현하면 통상적으로 150 또는 180으로 가정한다. 그러나 최근 연구에서 상수 C는 고정되지 않고 달라진다는 것을 확인했다[3-8]. 따라서 전산모사 한 모델의 투수율에 대해서 코제니-카만 모델을 이용하여 평가할 경우, 평가의 신뢰성을 높이기 위해서 상수 C를 고정하지 않고 계산할 필요가 있다.

본 연구에서는 유체의 흐름에 따른 구조결함의 경향을 예측하는데 사용되는 다아시의 법칙을 검증하기 위하여 금속이 응고할 때를 가정한 모델에서 다공성 물질에 대한 가정 없이, 다양한 형태로 가정한 수지상정으로 [3,9] 구성된 인공적인 다공성 매체 사이로 유체가 통과할 때의 현상에 대하여 전산모사를 수행하였다. 금속의 응고 과정은 수지상정으로 가정된 고체 입자의 크기변화와 간격변화로 고상률의 변화를 표현하였고, 고체 입자의 형태와 배열에 따른 유체 내의 압력 변화를 통하여 다아시의 법칙과 비교하였다. 인공적인 다공성 매체의 투수율을 코제니-카만 모델과 비교하여 각각의 고상률에 따른 상수 C 의 값을 계산하였고, 선행연구의 상수 C 의 변화 경향과 함께 비교하였다.

제 2 장 이론적 배경

2.1 금속합금의 주조결함

금속이 응고할 때 수지상정이 발달하는 것에 대하여 크게 순금속과 금속합금, 이렇게 두 가지 경우를 고려한다. Fig. 2.1에서 보이는 바와 같이 순금속의 경우에는 열적 과냉(Undercooling)에 의해 특정 온도, 즉 녹는점(T_m)에서 핵생성이 발생한 후 수지상정이 연속적으로 발달하면서 응고가 진행되는 반면에, 금속합금의 경우에는 특정 온도 구간인 고액공존영역(Mushy zone)에서 조성적 과냉(Constitutional undercooling)에 의해 수지상정이 발달한다.

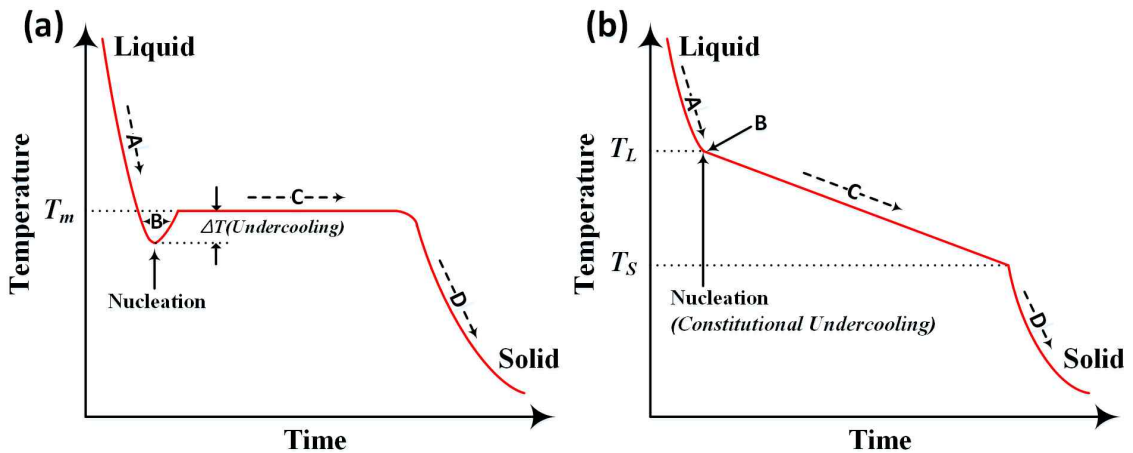


Fig. 2.1 Cooling curves of (a) a pure metal, and (b) a typical binary alloy.

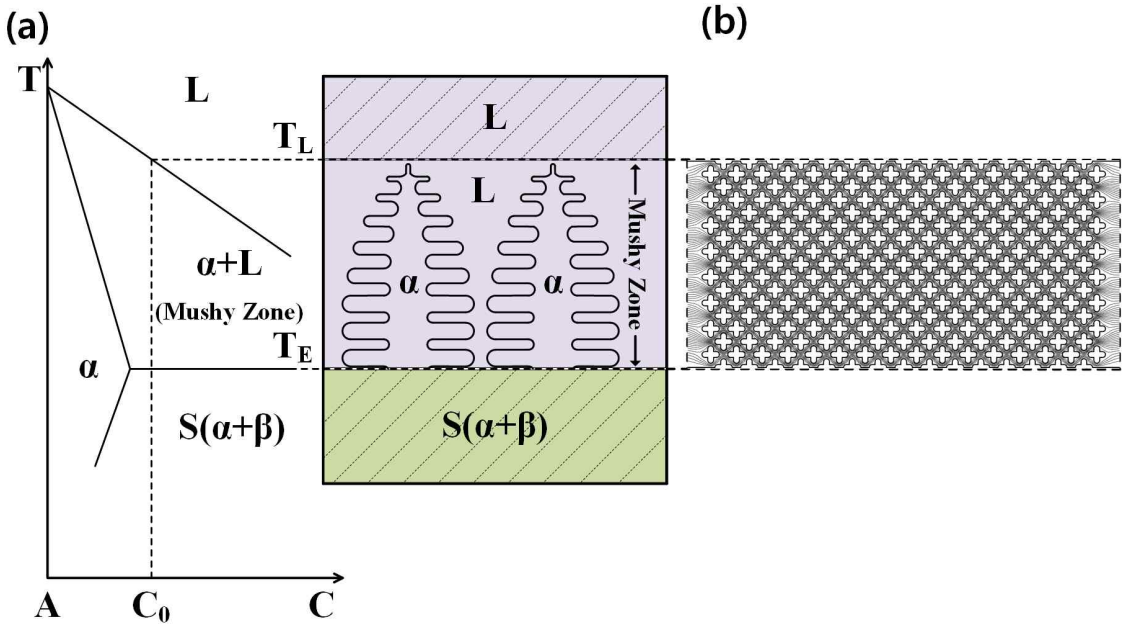


Fig. 2.2 (a) Schematic drawing of the mushy zone and (b) stream function of simulation in the mushy zone assumed as porous media.

Fig. 2.2에서 보이는 바와 같이 금속합금은 순금속과 다르게 고체와 액체가 공존하는 온도 구간인 고액공존영역이 존재하기 때문에, 발달한 수지상정으로 인해 용융 금속의 흐름이 원활하지 못하여 수축공(Shrinkage)/편석(Segregation) 등을 포함한 미세한 구조결함이 발생할 수 있으므로, 고액공존영역에서의 유체 흐름은 응고가 완료된 금속합금의 구조결함에 대해서 중요한 영향을 미친다. 고액공존영역에 대한 유체의 영향은 다음과 같다[10].

- 1) 수지상정의 형태 변형
- 2) 수지상정 가지의 분할/분리 등의 원인
- 3) 편석 등의 미세결함 발생
- 4) 고액공존영역의 두께에 영향을 미침

여기서 수축공이란, 대부분의 금속이 액체에서 고체로 상변화를 하는 과정에서, 액체와 고체의 밀도 차이로 인해 부피 감소가 발생하는데, 이로 인해 발생하는 결함이다. 부피 감소로 인한 수지상정의 수축을 보충하기 위해 유체가 약하게 흐르는데, 수지상정 사이의 공간이 가까워짐에 따라, 이 흐름이 억제되어 최종적으로 고체가 됐을

때 Fig. 2.3과 같은 작은 구멍을 남긴다.

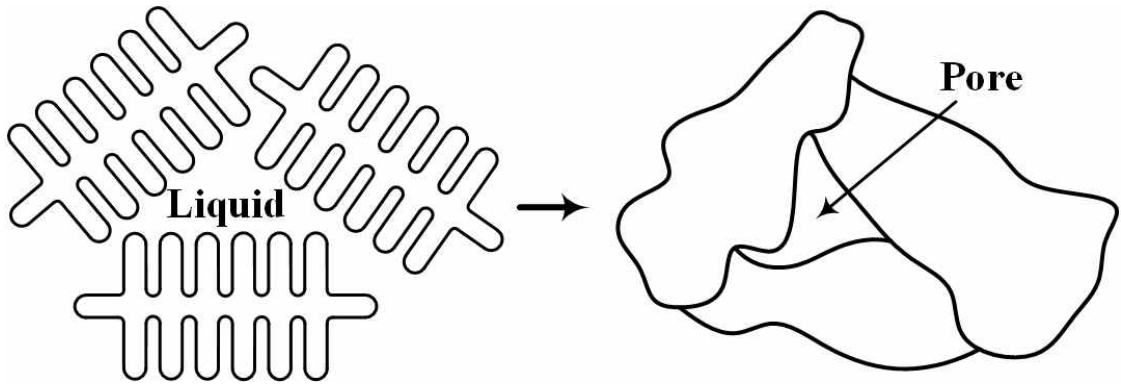


Fig. 2.3 Formation of microshrinkages.

편석은 금속합금의 응고시에 용질 재분배(Solute redistribution) 및 대류(Convection)에 의해서 시험편의 조성이 불균일하게 되는 것을 의미한다. 편석은 사실상 모든 주조공정에 존재하며, 주조 제품의 특성 및 후속 처리에 해로운 영향을 미친다.

주조결함의 형성 경향을 파악하기 위해서는 고액공존영역에 대한 이해가 필요한데, 고액공존영역의 형성 원리에 대해서 설명하기 전에 용질 재분배와 Scheil equation에 대해서 간단히 설명할 필요가 있다. Fig. 2.4를 통해서 용질 재분배가 발생하는 원인을 설명하였다.

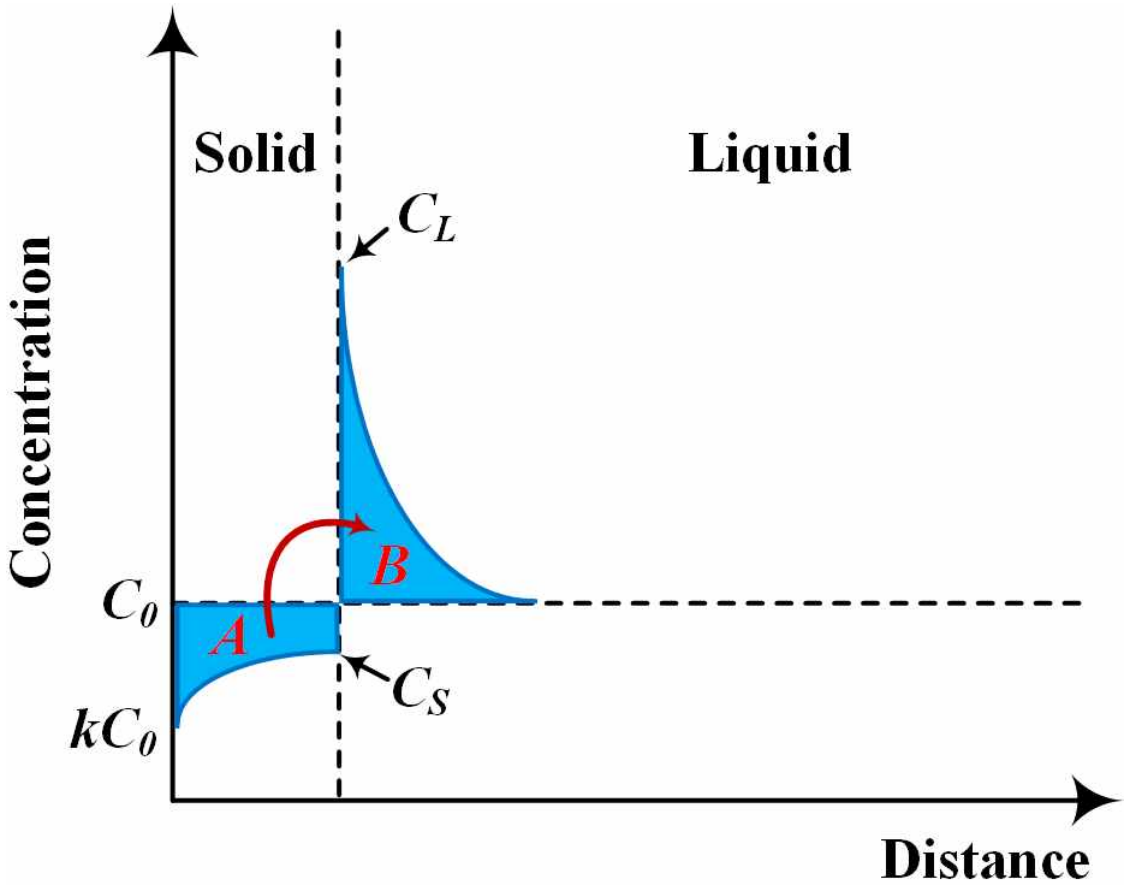


Fig. 2.4 Initial stage solidification of the alloy with composition C_0 . Solute redistribution caused by solute reject from the growing solid to the liquid($k < 1$).

Fig. 2.4는 응고의 초기 단계에서 금속합금의 조성의 변화를 표현한 것이다. 고체에서는 확산이 일어나지 않고, 액체에서는 제한적으로 확산이 일어난다고 가정한다면, C_0 의 조성을 갖는 금속합금의 경우, 응고 초기에 생성되는 고체는 kC_0 의 조성을 갖는다. 응고가 진행됨에 따라 고체의 조성은 C_0 에 근접하기 위해 계속 증가하고, 평형 분배 계수, k 가 일정하게 유지되어야 하므로 고체의 농도가 증가할수록 액체의 농도 또한 함께 증가한다. 이때 C_0 를 기준으로 고체 부분에서 손실되는 용질의 질량 A 가, 확산에 의해서 액체 부분에 추가되는 용질의 질량 B 가 되고, 질량이 보존되어야 하므로 A 와 B 의 질량은 같다. 이와 같이 고체에서 액체로 용질을 방출하는 것이 용질 재분배의 원리이고, 이러한 비평형 응고의 원리를 이용해서 Scheil equation을 다음과 같이

유도한다. 이때는 액체에서의 확산을 무제한으로 가정한다.

$$C_L = C_0 f_L^{k-1} \quad \text{or} \quad C_S = k C_0 (1 - f_s)^{k-1} \quad (1)$$

여기서 f_L 은 액상률, f_s 는 고상률을 나타낸다. 용질 재분배에 의한 편석의 발생을 설명하기 위해, 고체-액체 계면 부근에서의 농도 분포를 Fig. 2.5에 표현하였다.

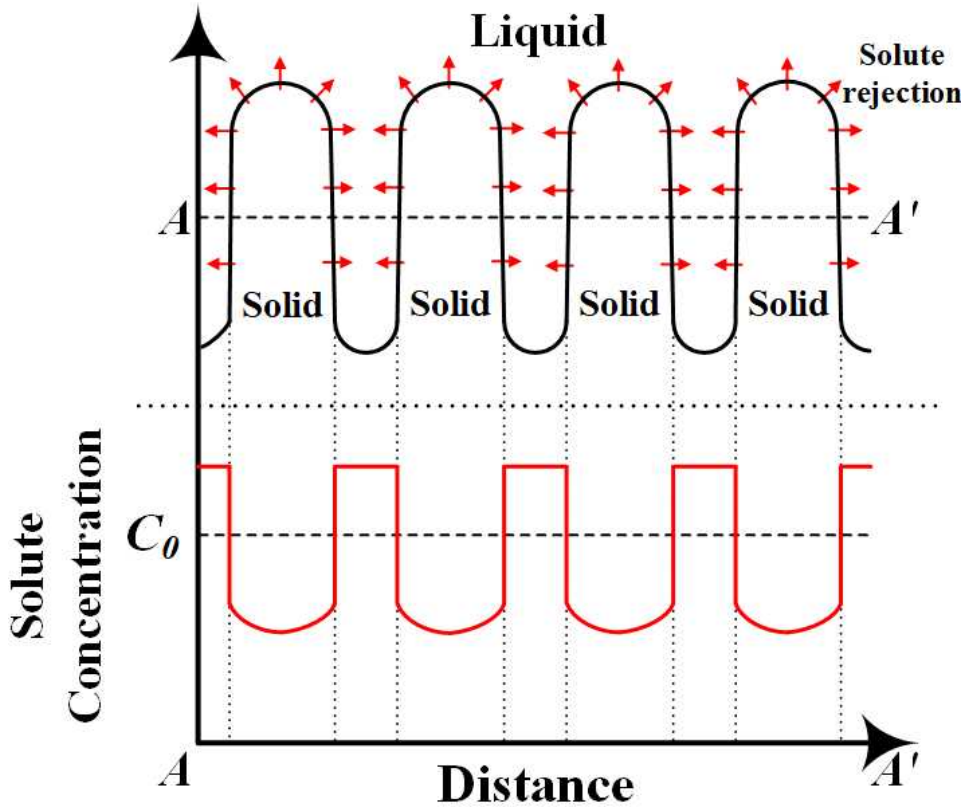


Fig. 2.5 Schematic drawing of microsegregation and solute concentration profile of $k < 1$.

Fig. 2.5의 농도 분포는 Eq. (1)인 Scheil equation으로 유추가 가능하다. k 가 1보다 낮을 경우, Fig. 2.5에서 그림으로 나타낸 바와 같이 용질 재분배에 의해서 고체에서 액체로 용질을 방출한다. 이에 따라 고체는 초기 농도인 C_0 보다 농도가 낮아지고, 액체는 C_0 보다 농도가 높아진다. 응고가 진행됨에 따라 고체가 성장하면서, 고체와 고

체의 사이에 있던 액체는 농도가 높은 상태로 응고가 되어 주변 부분보다 농도가 높아지게 된다. 그로 인해 수지상정 사이의 공간에서 편석이 발생하게 되는데, 이렇게 미세한 지역에서 발생하는 편석들을 크게 묶어서 미소편석(Microsegregation)이라고 한다.

그리고 고액공존영역은 다음과 같은 과정으로 형성된다. 금속합금의 응고시, 고체와 액체의 용질에 대한 용해도 차이로 인해 고체-액체 계면에서 용질 재분배가 발생한다. 이로 인해 고체-액체 계면에 근접한 액체 영역에서 Fig. 2.5에서 보이는 바와 같이 농도 경계층이 형성되고, 액상선의 온도를 낮추어 조성적 과냉을 발생시킨다. 조성적 과냉으로 인해 열역학적으로 불안정한 상태가 되고, 고체상과 액체상이 분리되어 세포상(Cellular) 또는 수지상정형(Dendritic type) 고액공존영역이 생성된다. 응고가 진행됨에 따라 방출된 용질과 열을 받아들이면서 안정적인 응고를 촉진하게 된다. 따라서 응고된 재료의 미세조직 및 조성 분포를 고려하기 위해서, 미세조직의 형성이 시작되는 고액공존영역에서의 열역학적/유체역학적 현상에 대해 이해하는 것이 중요하다 [11,12].

미세결함은 유체의 대류가 활발하지 못하면 더욱 발생하기 쉽기 때문에, 주조 제품의 성능에 해로운 영향을 주는 미세결함을 방지하기 위해서는 유체로 인한 영향 또한 고려하는 것이 중요하다. 실제로 고액공존영역에서 미세한 수지상정으로 인해 유동이 일어날 수 있는 통로가 매우 적아지기 때문에, 유체의 흐름이 원활하지 못하여 유체의 투수율이 저하되기 때문에 편석, 기공, 수축공 등의 다양한 미세결함이 발생할 수 있다[1]. 따라서 ‘2.2 유동해석’에서는 유체의 영향에 초점을 맞추기 위해, 금속이 응고할 때를 가정한 모델에서 다양한 형태로 가정한 수지상정의 [3,9] 사이로 흐르는 유체에 대해서 전산유체역학(CFD, Computational Fluid Dynamics)을 통하여, 유체의 흐름에 따른 주조결함의 경향을 예측하는데 사용되는 다아시의 법칙(Darcy’s law)과 비교하였다.

2.2 유동해석

2.2.1 유체의 개요

유체(Fluid)란, 전단응력(Shear stress)을 받았을 때 연속적으로 변형되는 물질이다. 고체의 경우, 전단응력을 받았을 때 어느 정도는 변형이 되지만, 그 이후부터는 변형에 대해서 저항을 한다. 그러나 액체와 기체 등의 유체는 전단응력을 받았을 때 시간의 흐름에 따라서 변형에 대한 저항 없이 연속적으로 변형된다.

2.2.1.1 뉴턴/비뉴턴 유체

유체는 크게 비뉴턴 유체(Non-newtonian fluid)와 뉴턴 유체(Newtonian fluid)로 나눌 수 있다. 비뉴턴 유체의 경우에는 전단응력이 변형률과 직접적으로 비례하지 않는다. 비뉴턴 유체의 점성은 응력에 의해서 변하기 때문에 강한 응력을 받으면 순간적으로 분자구조가 액체에서 고체로 바뀌는 경우도 있는 특수한 유체이다. 반면에 뉴턴 유체는 전단응력이 변형률과 선형적으로 비례한다. 그리고 그 비례상수는 점성 계수(Dynamic viscosity)로 표현할 수 있으며, 점성 계수는 응력과 무관하고, 압력 및 온도의 영향을 받는다. 따라서 뉴턴 유체에서 전단응력은 다음과 같이 정의한다[13].

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (2)$$

여기서 τ 는 유체에 작용하는 전단응력(Pa)이고, μ 는 유체의 점성 계수($\text{kg/m} \cdot \text{s}$ 또는 $\text{Pa} \cdot \text{s}$), du/dy 는 x 와 y 방향에 대한 속도 성분이 각각 u 와 v 일 때, 전단력에 수직인 방향의 속도기울기, 즉 전단변형률(s^{-1})이다.

위와 같은 정의는 비압축성 유동일 경우에만 적용이 가능하다. 비압축성 유동이란, 유체의 체적탄성계수를 무한대로 가정하여 유체의 밀도가 변하지 않는다고 가정하는 것이다. 이것을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$E_V = - \frac{dp}{dV/V} = \frac{dp}{d\rho_f/\rho_f} \quad (3)$$

여기서 E_V 는 체적탄성계수(Pa)이고, V 는 유체의 부피(m^3), p 는 유체의 압력(Pa), ρ_f 는 유체의 밀도(kg/m^3)이다. 일반적으로 유체는 압축이 되므로 V 가 포함된 부피 항의 앞에 - 부호를 붙인다. 체적탄성계수는 상대적으로 액체가 기체보다 크다. 그러므로 공학 문제에서는 액체의 체적탄성계수가 무한하다고 가정하여 밀도의 변화가 없다고 가정하고, 비압축성으로 취급하는 것이 가능하다. 기체의 경우도 체적탄성계수가 상당히 크기 때문에 통상적으로 마하(음속) 0.3이하의 속도에서는 비압축성으로 가정한다.

2.2.1.2 유체 흐름에 대한 수치해석의 접근법

유체의 흐름을 수치해석하기 위한 접근법은 크게 오일러리안(Eulerian) 기법과 라그랑지안(Lagrangian) 기법이 있다. 두 가지 접근법을 Fig. 2.6에 도식적으로 소개하였다.

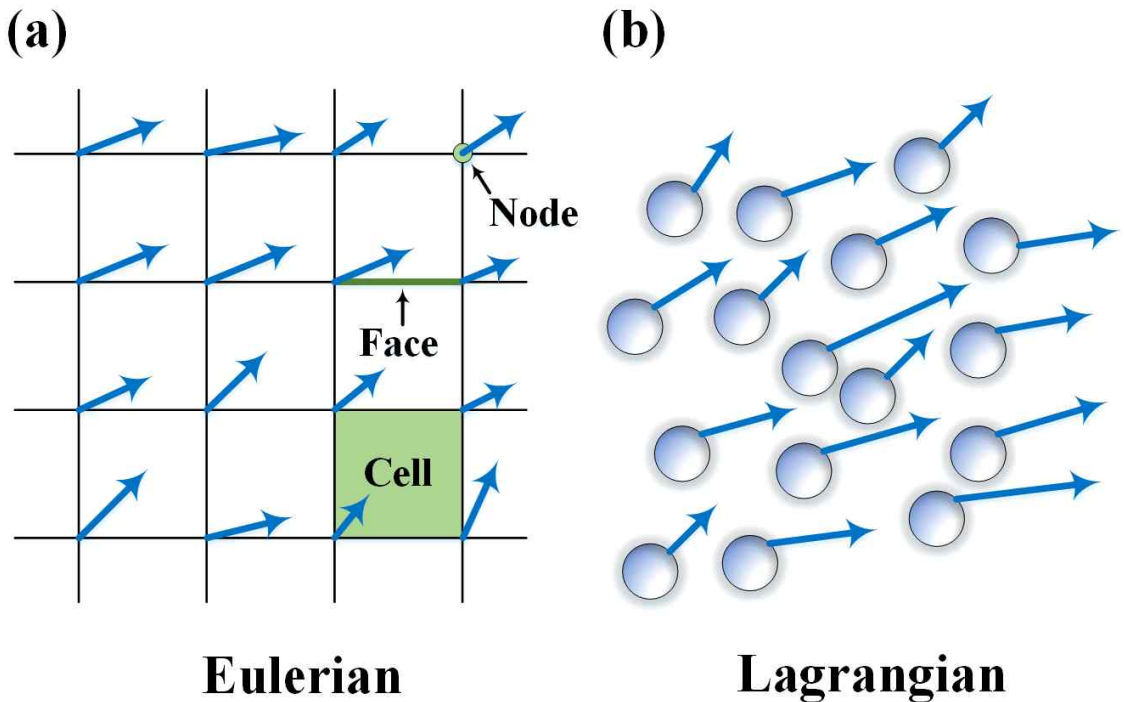


Fig. 2.6 Schematic drawing of (a) Eulerian and (b) Lagrangian method.

오일러리안 기법은 물성치를 공간과 시간의 함수로 기술한다. 즉, 유체 내의 고정된 공간상에서 일어나는 변화를 조사하는 방법이다. 2차원 유동일 경우, 위치 A에 대하여 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{V} = \vec{V}(x_A, y_A, t) \quad (4)$$

여기서 x, y는 공간좌표이고, t는 시간이다.

Fluent를 비롯한 다양한 CFD 소프트웨어는 해석을 위해서 격자(Mesh)를 생성해야 한다. 이 격자를 생성하는 과정이 오일러리안 기법을 적용하여 해석하기 위한 것이다. 모델에 격자를 생성하면 셀(Cell)들이 생성되는데, 그 셀들의 교점을 노드(Node)라고 하고, 이 노드라고 하는 고정된 좌표에서 계산이 진행되어 해석이 이루어진다. 본 연구는 격자 해석 방식을 사용하였기 때문에 오일러리안 기법으로 유도된 운동방정식을 사용하여 해석하였고, 이는 ‘2.2.3.2 운동량 보존 방정식’에서 다루도록 한다.

라그랑지안 기법은 개개의 유체 입자들의 움직임을 추적하는 방법이다. 유체 입자 A에 대해서 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{V}_A = \vec{V}_A(t) \quad (5)$$

과거에는 각 유체 입자들의 운동을 하나하나 고려하여 유체를 묘사하는 것이 거의 불가능했기 때문에, 일정부피의 평균값을 사용하여 유체의 거동을 묘사하였다. 즉, 연속체로 표현하였는데, 현대에는 CFD기술의 발달로 인해 분자동력학을 이용하여 유체 입자 하나하나의 거동을 묘사할 수 있는 소프트웨어가 상용화되었기 때문에 좀 더 정확한 해석이 가능하게 되었다.

2.2.1.3 다공성 매체(Porous media)

다공성 매체는 공극(Pore)을 포함한 고체 물질이므로 다공성(Porosity)이라는 특징을 갖기 때문에 유체가 통과할 수 있다. 예시로는 필터, 스펀지, 도자기, 토양 등이 있고, 다공성 매체는 공극의 크기, 공극률 등에 의해 구분된다. 여기서 공극은 고체에 의해서 점유되지 않은 부분을 말하며, 일반적으로 기체나 액체로 채워진다. 또한 공극률이란 공극을 지닌 다공성 매체에서 전체 매질의 부피에 대해 공극이 차지하는 부피를

말하고, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi = \frac{V_{Pore}}{V_{Solid} + V_{Pore}} = \frac{V_{Pore}}{V_{Total}} \quad (6)$$

여기서 ϕ 는 공극률이고, V_{Pore} 는 공극의 부피, V_{Solid} 는 고체의 부피, V_{Total} 은 전체 매질의 부피이다. 일반적으로 공극률과 투수율은 비례하는 경향이 있다. 공극률이 낮은 물질에서는 유체의 투수율이 낮아지기 때문에 유체가 통과하기 더 어렵고, 반대로 공극률이 높은 물질에서는 유체의 투수율이 높아지기 때문에 유체가 쉽게 통과한다. 즉, 공극률은 유체의 투수율에 대해서 중요한 고려 사항이다. 본 연구에서는 응고를 가정한 모델이므로 V_{Solid} 를 고상률로, V_{Pore} 은 유체가 흐를 수 있는 공간이기 때문에 액상률로 가정하였다.

공극의 크기는 유체역학적인 접근법을 결정한다. 일반적으로 공극의 크기가 작은 경우를 모세관공극(Capillary pore) 또는 미세공극(Micropore)이라고 부르고, 기존의 유체역학적 접근법인 오일러리안 또는 라그랑지안 기법 등으로 유동 현상을 설명한다. 그러나 공극의 크기가 큰 비모세관공극(Non-Capillary pore), 즉 대공극(Macropore)의 경우에는 복잡한 유동 경로와 다공성 매체의 복잡한 공간 분해능을 설명해야 하기 때문에 연속체(Continuum) 접근법을 사용할 필요가 있다[12].

여기서 연속체 접근법이란, 공극에서의 유동을 해석하기 위해 라그랑지안 기법에서 설명한 바와 같이, 일정부피의 평균값을 사용하여 유체 입자 수준의 크기를 공극 수준의 크기로 전환하는 것이다. 즉 부피평균화를 사용하여 유체의 거동을 묘사하는데, 이 과정을 REV(Representative Elementary Volume)라고 부르고 거시적인 규모의 유동을 묘사하기 위해서 필수적으로 고려해야 하는 유체의 기본적인 메커니즘이다 [14,15]. 본 연구에서 고체 입자의 전체 부피는 고상률로, 유체 입자의 전체 부피는 액상률로 부피평균화를 사용하여 거시적인 규모로 표현하였고, REV에 대하여 Fig. 2.7에 도식적으로 표현하였다.

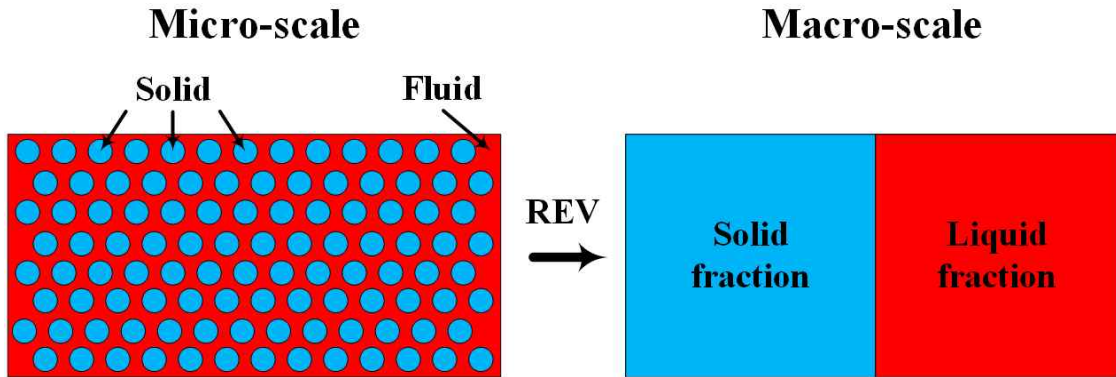


Fig. 2.7 Transition from micro-scale to macro-scale using REV method.

또한 고상률이 높아질수록 고체 입자들의 사이로 유체가 흐를 수 있는 통로가 좁아지기 때문에, 고체-유체 계면에서 모세관 압력(Capillary pressure)으로 인한 압력 점프(Pressure jump)가 발생하므로 이에 대해서 고려할 필요가 있다[16].

여기서 모세관 압력이란 고체-유체 계면에서 상호작용에 의해 발생하며, 좁은 고체 통로에서 다상 유동으로 인해 발생하는 표면장력을 말한다. 모세관 압력은 다음과 같이 정의한다.

$$p_c = p_n - p_w \tag{7}$$

여기서 p_c 는 모세관 압력(Pa)이고, p_n 은 비습윤상(Non-wetting phase) 압력(Pa), p_w 는 습윤상(Wetting phase) 압력(Pa)이다. Fig. 2.8에서 모세관 압력의 정의를 적용하여, 고체-유체 계면에서 작용하는 표면장력에 대해서 표현하였다.

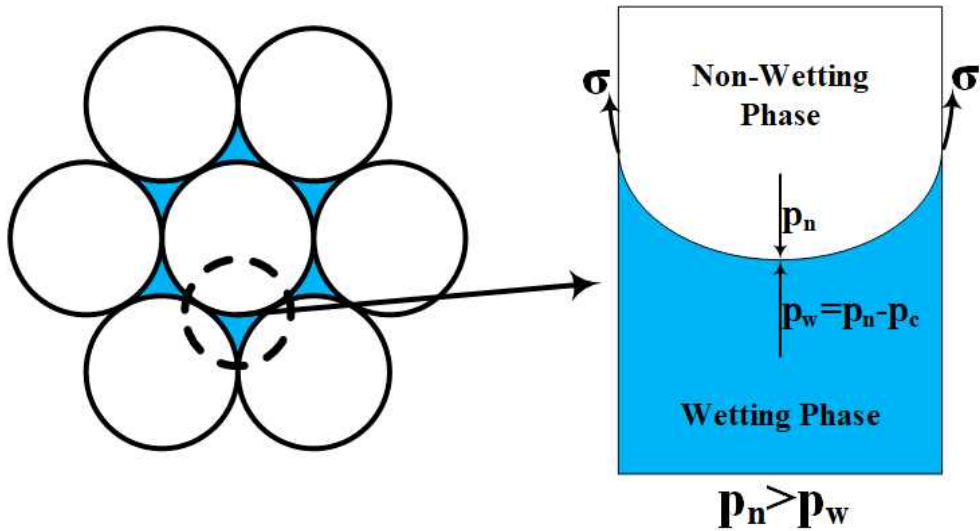


Fig. 2.8 Surface tension at solid-liquid interfacial face in porous media[14,17].

Fig. 2.8에서 σ 는 습윤상에 대한 표면장력(Pa)이고, 이 표면장력으로 인해 압력 점프(Pa)가 발생한다. 습윤상과 비습윤상 사이의 계면에서 평형 조건은 $p_n > p_w$ 이다. 이 압력의 차이는 습윤상-비습윤상의 계면에 걸쳐서 발생하는 표면장력에 의해 균형을 이루고, 계면의 곡률이 증가할수록, 습윤상의 크기가 감소할수록 압력의 차이가 커진다[16]. 이를 본 연구에 적용하여 비습윤상은 고체 입자로, 습윤상은 유체로 간주한다. 이와 같이 고체 입자 사이를 흐르는 유동은 모델 전체의 유동에 대한 거시적인 관점과 고체 입자 사이의 좁은 공간으로 흐르는 유동에 대한 미시적인 관점을 동시에 고려한다.

2.2.2 무차원화와 상사법칙

공학적인 문제를 해결하는 방법은 크게 이론적인 해석과 실험적인 해석을 사용한다. 이론적으로 해결하기 힘든 복잡한 문제는 보통 실험적으로 문제를 해결하는데, 경제적인 제한, 모델의 크기로 인한 제한, 정확도 등의 여러 가지 제한이 있기 때문에 원형을 대신해서 모형을 사용하여 실험을 한다. 이 모형을 원형과의 상사법칙이 만족하도록 설정하기 위해서 차원해석을 이해해야 한다.

차원해석을 간단하게 표현하면, 무차원수로 나타내어 해석에 필요한 변수들을 최소

화하기 위해 사용하는 방법이다. 실험에 필요한 변수들이 무엇인지 설정하는 것조차도 연구자의 경험과 물리법칙에 크게 의존하기 때문에, 변수를 설정하기가 쉽지 않다. 게다가 변수가 늘어날수록 실험 횟수가 증가하기 때문에, 이를 해결하기 위해 차원해석을 한다. 따라서 수많은 변수들을 다루는 대신에 무차원 변수들의 조합인 무차원수로 변수들을 통제한다. 본 연구의 계산 영역에서의 변수들은 다음과 같은 방법으로 무차원화하였다.

$$x^* = \frac{x}{L}, y^* = \frac{y}{L}, u^* = \frac{u}{V_f}, v^* = \frac{v}{V_f}, p^* = \frac{p}{\rho_f V_f^2} \quad (8)$$

여기서 u 와 v 는 각각 x 와 y 방향의 속도 성분이고, p 는 유체의 압력(Pa), ρ_f 는 유체의 밀도(kg/m^3)이다. 계산 영역을 무차원화하기 위하여 각 길이성분과 속도성분을 각각 계산 영역의 대표길이 L 과 대표속도 V_f 로 나눠서 단위를 제거한다.

모형은 원형과 비슷한 방식으로 거동하도록 설계할 필요가 있다. 그를 위해서 모형과 원형을 무차원화한다. 모형과 원형의 무차원 변수들의 크기는 다를지라도 함수의 형태가 똑같은 경우, 즉 무차원수로 표현했을 때 그 수가 같다면, 모형과 원형의 유동 특성이 같다. 이를 상사법칙이라고 하고, 기하학적으로 물체가 상사하다면, 역학적으로도 상사하게 된다는 의미이다. 상사법칙을 적용하기 위해 유동의 대표적인 무차원수인 레이놀즈 수(Re, Reynolds number)로 변수들을 통제하였다. 레이놀즈 수는 다음과 같이 정의한다.

$$Re = \frac{\rho_f V_f L}{\mu} \quad (9)$$

여기서 ρ_f 는 유체의 밀도(kg/m^3)이며, V_f 는 유체의 속도(m/s), L 은 계산 영역의 특성길이(m), μ 는 유체의 점성 계수($\text{kg/m} \cdot \text{s}$ 또는 $\text{Pa} \cdot \text{s}$)이다. 레이놀즈 수는 강제대류일 때 유체의 흐름 패턴을 예측하는데 도움이 되는 중요한 무차원수이다. 유체의 점성력에 대한 관성력의 비율을 나타내고, 통상적으로 $Re < 1000$ 이면 층류이고, $Re > 1000$ 이면 난류로 정의된다. 본 연구에 사용된 계산 영역의 경우는 고체 입자로 채워진 배관의 형태이기 때문에 통상적으로 레이놀즈 수를 다음과 같이 정의한다.

$$Re = \frac{\rho_f V_f D}{\mu} \text{ or } \frac{\rho_f V_f D}{\mu \phi} \text{ or } \frac{\rho_f V_f D}{\mu(1-\phi)} \quad (10)$$

여기서 D는 구형 입자의 대략적인 직경(m)이며, ϕ 는 공극률(Porosity)이다. 우변 첫 번째 항은 다양한 유형의 충전 및 유동층에 적합하고, 두 번째 항은 액체상에 적합하고, 세 번째 항은 유동층 데이터를 상호 연관시키기에 적합하다[18]. 그러나 Eq. (10)의 방식으로 레이놀즈 수를 정의할 경우, 계산 영역의 변수를 레이놀즈 수로 통제할 때, 고체 입자의 직경 D의 효과까지 레이놀즈 수에 포함되기 때문에 직경의 크기가 투수율에 미치는 영향을 측정할 수 없을 것이라고 판단하였다. 또한 공극률, ϕ 가 계산 영역의 액상률을 의미하기 때문에, 액상률이 투수율에 미치는 영향 또한 레이놀즈 수에 포함된다. 따라서 고체 입자의 직경의 효과와 액상률이 투수율에 미치는 영향을 측정하기 위해서 가장 일반적으로 사용되는 Eq. (9)의 방식으로 레이놀즈 수를 정의하였다.

2.2.3 지배방정식

유체는 질량을 가지므로 역학의 법칙에 따라서 운동한다. 따라서 유체의 속도와 압력장 등을 결정하기 위해서는 유체의 운동에 대해서 정의해야 한다. 질량 보존과 운동량 보존에 대해서 각각 연속방정식과 운동방정식(Navier-Stocks방정식)을 사용하여 정의하였다.

2.2.3.1 연속방정식(질량 보존)

연속 방정식은 유체의 운동 안에서 새롭게 생성되거나 소멸되는 것이 없을 때 질량이 보존된다는 의미이다. 정해진 공간에서 단위 시간당 유체의 유입/유출량이 같아야 한다는 질량 보존 방정식을 비압축성 유체에 적용하여 유도된 방정식이다. 이것을 미분방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f u) = 0 \quad (11)$$

여기서 ρ_f 는 유체의 밀도(kg/m^3)이고, t 는 시간(s), u 는 유체의 속도(m/s)이다. 본 연구의 모델은 정상 상태이고, 비압축성 유체의 모델이기 때문에 시간에 따른 밀도의 변화가 없으므로 좌변 첫 번째 항이 무시되어 다음과 같이 간소화된 형태로 표현할 수 있다.

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (12)$$

위 식은 속도장의 발산이 모든 지점에서 0이라는 것을 표현하는 것인데, 이는 물리적으로 국부적인 체적 팽창률이 0이라는 것이기 때문에 질량의 변화가 없다는 것을 의미한다. 이를 본 연구의 모델인 2차원 모델에 관하여 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

2.2.3.2 Navier-Stokes 방정식 (운동량 보존)

나비에-스톡스(Navier-Stokes) 방정식이란 유체의 운동량이 보존된다는 것을 표현한 방정식이다. 본 연구에서의 유체는 뉴턴 유체이기 때문에, 뉴턴의 2법칙을 유체 운동에 적용하여 다음과 같이 오일러리안 기법으로 유도된 Navier-Stokes 방정식을 얻는다.

$$\text{X방향: } \rho_f \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho F_x \quad (14)$$

$$\text{Y방향: } \rho_f \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho F_y$$

여기서 F_x 와 F_y 는 각각 x방향과 y방향에 대한 외력, 일반적으로 중력이다. Eq. (14)는 비압축성이고 점성이 일정한 유체에 사용할 수 있는 표현이다. 좌변은 국소가속도 항과 대류가속도 항으로 구성되어있고, 우변은 차례대로 압력(표면력), 전단응력(표면력), 체적력 등의 힘으로 구성되어있다. 본 연구의 모델은 정상 상태이고 중력의 영향을 무시하였으므로, 위 방정식에서 국소가속도 항과 중력에 의한 체적력 항을 무시하여 간소화하면 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\text{X방향: } \rho_f \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (15)$$

$$\text{Y방향: } \rho_f \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

여기서 좌변은 대류가속도 항이고, 우변은 각각 압력구배와 전단응력을 의미한다.

2.2.4 다아시의 법칙(Darcy's law)

고액공존영역내의 수지상정 사이를 흐르는 유체와 같이, 미세한 통로를 통과하는 유동은 미세한 다공성 매체에서의 유동과 동일한 법칙을 따르는 것으로 간주하고 다아시의 법칙을 사용하여 계산하는 것이 일반적이다[2]. 다아시의 법칙은 다공성 매체를 통과하는 유체의 흐름을 나타내는 방정식이며, 모래로 구성된 여과층을 통과하는 물의 흐름에 관한 실험 결과를 토대로 Henry Darcy에 의해서 공식화되었다. 다아시의 법칙은 Morris Muskat에 의해 중력을 고려하지 않은 형태로 개량되었으며, 다공성 매체를 통과하는 순간 유속(V_f)과, 유체의 점성(μ), 균질적인 침투가 가능한 매체에서 주어진 거리에 대한 압력강하(Δp) 사이의 단순한 비례관계를 투수율(K)로 표현한다 [19]. 중력을 무시한 상태의 등방성 다공성 매체의 경우, 다아시의 법칙은 다음과 같이 표시된다.

$$K = \frac{\mu}{\Delta p} V_f \quad (16)$$

$K(m^2)$ 는 고액공존영역에서 고상률과 고체 입자 배열의 함수라고 할 수 있다. 이를 무차원 형태로 표현하면 다음과 같이 표시된다.

$$Da = \frac{1}{Re \Delta p^*} \left(\frac{K}{L^2} = Da \right) \quad (17)$$

여기서 Da 는 무차원 형태의 투수율을 표현하는 다아시 수(Darcy number)이다.

이렇게 유도된 다아시의 법칙은 관성 또는 시간에 대한 의존효과가 무시된 형태이

다. 따라서 $Re < 1$ 에서만 정확한데, Da 는 다공성 구조에만 의존하고 유체 및 유동 특성과는 무관하므로 구조 단위에 대한 값이 일정해야하기 때문이다[20]. 그러나 본 연구와 같이 $Re \geq 1$ 의 경우, 다아시의 법칙에 관성 항인 포클헤이머 항이 추가되어 관성에 의한 영향도 고려하게 된다.

2.2.5 포클헤이머의 법칙 (Forchheimer Law)

$Re \geq 1$ 이상인 유동의 경우에는 관성효과가 흐름을 지배하기 시작하여 유속의 증가에 따른 유동 특성의 영향을 무시할 수 없게 된다. Philipp Forchheimer는 이러한 고속 유동의 관성효과를 설명하기 위해서 다아시의 법칙에 유체의 운동에너지를 나타내는, 관성 항인 포클헤이머 항을 포함하였다[21]. 따라서 포클헤이머는 다음과 같이 포클헤이머 방정식을 제안하였다.

$$\Delta p = \frac{\mu}{K} V_f + \beta \rho_f V_f^2 \quad (18)$$

여기서 β 는 포클헤이머 계수이다. 그리고 β 는 다음과 같이 제안되었다[22].

$$\beta = \frac{C_E}{\sqrt{K_I}} \quad (19)$$

여기서 C_E 는 Ergun 상수로서 관성효과를 설명하고, K_I 는 관성 투수율(Inertial permeability)이다. 관성 투수율은, 배관을 통과하는 점성 유동에 대해서 하젠-포아즈이유(Hagen-Poiseuille) 식을 기반으로 다음과 같이 표현한다.

$$K_I = A \cdot d^2 \quad (20)$$

여기서 A 는 흐름 경로의 배열과 관련된 무차원 상수이고, d 는 고체 입자의 평균 직경이다. 따라서 관성 투수율은 유체 및 유동 특성과는 무관하고 다공성 매체를 구성하는 고체 입자의 배열과 크기에만 의존한다고 가정한다[20].

Eq. (19)를 Eq. (18)에 적용하고 무차원 형태로 정리하면 최종적으로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta p^* = \frac{1}{ReDa} + \frac{C_E}{\sqrt{Da_I}} \quad (21)$$

C_E 는 고정된 상숫값이 아니라 관성효과에 의해서 얻어지는 변수이기 때문에 측정이 어렵다. 또한 유동 특성에 강하게 의존하는 C_E 는 층류 수준의 느린 유동일 때 매우 작아져서, C_E 가 포함된 우변 두 번째 항은 무시될 수 있다고 가정한다. 특히 본 연구는 응고가 진행 중인 것을 가정한 모델이다. 따라서 고상물의 변화가 뚜렷하므로, 다공성 구조에만 의존하는 Da_I 의 변화에 비해서, 층류일 때는 C_E 가 일정하게 유지된다고 볼 수 있기 때문에 [23] 관성효과인 C_E 의 변화가 상대적으로 무시된다. 따라서 본 연구에서는 β 항 부분을 고려하지 않고 투수율을 계산하였다.

2.2.6 코제니-카만 모델 (Kozeny-Carman model)

수지상정 사이를 흐르는 유체의 투수율을 표현하는 이론적인 방정식인 코제니-카만 모델(이하 KC 모델)은 다음과 같다.

$$K_{KC} = \frac{1}{kS_v^2} \frac{(1-f_s)^3}{f_s^2} \quad (22)$$

이 식에서 $K_{KC} (m^2)$ 는 KC 모델을 이용하여 계산한 투수율이고, Eq. (16)을 이용하여 계산한 K 에 대한 신뢰성을 평가하기 위해 사용된다. 그리고 k 는 코제니 상수, S_v 는 다공성 매체의 단위 면적당 고체의 표면적, f_s 는 고상률이다. 이 식은 등방성 다공성 매체에 사용되고, 카만의 모래 입자 실험에 의해 k 를 대략적으로 5라고 결정하였다 [24]. 평균 직경이 $d(m)$ 인 원형 수지상정이 등방성 다공성 매체 구조를 구성한다고 가정한다면, S_v 의 값은 $6/d$ 가 된다. 여기서 d 는 원형 수지상정의 직경이기 때문에, 원형이 아닌 복잡한 형태의 입자는 원형으로 가정하기 위해 수력학적 직경(Hydraulic diameter)을 적용하였으며, 표면적과 단면적의 비율로 나타낸다 [25]. KC 모델의 상수 부분을 정리하여 상수 C 라고 표현하면 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$K_{KC} = \frac{d^2}{C} \frac{(1-f_s)^3}{f_s^2}, \quad C = 36k \quad (23)$$

통상적으로 상수 C 는 150[22,26-29] 또는 180[6,30,31]이다. 그러나 최근 연구에서 KC 모델의 상수 C 는 고정되지 않고 달라진다는 것을 확인했다[3-8]. Khajeh와 Maijer는 원형으로 가정하지 않은 복잡한 형태의 3D 모델을 통해서 상수 C 가 180보다 더 낮다는 결과를 보였다[3,4]. 또한 Brown 등은 원형이 아닌 수지상정 형태의 모델을 통해서 상수 C 가 180보다 매우 낮은 것을 보였다[5]. Natsume 등의 연구에서는 복잡한 형태의 3차원 계산 영역에서 일차수지상간격과 이차수지상간격을 Eq. (22)의 k 에 적용하고 변형하여 전산모사 한 결과, 유체의 흐름 방향에 따라서 k 의 차이가 2배 이상 발생하였다[6]. Gebart는 상수 C 를 입자의 배열에 따라서 달라지는 함수로 가정하였고, KC 모델을 배열에 맞춰서 수학적으로 변형하여 원형으로 가정한 수지상정의 배열에 따른 투수율(K_{Gebart})을 다음과 같이 제안하였다[7].

$$K_{Gebart} = C_G \left(\sqrt{\frac{f_{s \max}}{f_s}} - 1 \right)^{\frac{5}{2}} R^2 \quad (24)$$

여기서 C_G 는 배열에 따라서 달라지는 상수이고, $f_{s \max}$ 는 최대 고상률, R 은 원형 고체 입자의 반지름(m)이다. Gebart는 원형 고체 입자의 육방(Hexagonal) 배열과 정사각형(Quadratic) 배열의 C_G 와 $f_{s \max}$ 를 각각 다르게 정의했으며 다음과 같다.

$$C_G = \frac{16}{9\pi\sqrt{6}}, f_{s \max} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \quad (Hexagonal) \quad (24-1)$$

$$C_G = \frac{16}{9\pi\sqrt{2}}, f_{s \max} = \frac{\pi}{4} \quad (Quadratic)$$

Khabbazi 등은 격자 볼츠만 법(Lattice Boltzmann Method)으로 구형 입자를 체심입방 구조로 배열하여 인공적인 다공성 매체를 구축하고 전산모사 한 결과, 상수 C 의 값은 고상률이 증가함에 따라 계속 감소하다가 특정 고상률을 기준으로 급격히 증가한다고 보고하였다[8]. 결론적으로 전산모사 한 모델의 투수율에 대해서 KC 모델을 이용하여 평가할 경우, 평가의 신뢰성을 높이기 위해서 상수 C 를 고정하지 않고 계산할 필요가 있다.

제 3 장 계산 방법

3.1 모델 설명

본 연구에서 사용된 모식도를 Fig. 3.1에 나타내었다. 고액공존영역에서의 유체의 압력을 계산하기 위하여 Fig. 3.1과 같은 단순한 형상의 2차원 시스템으로 정의하였다. 다공성 매체는 Fig. 3.2와 같이 인공적으로 구축된 2차원 원형 수지상정과 수지상정 형상을 통해 표현하였고, 배관의 중앙에 배치하였다. 고체 입자의 배열이 불규칙할 경우에는 유동방정식을 푸는 것이 어렵고, 고상률에 따른 투수율의 경향이 불규칙하게 계산되기 때문에 Fig. 3.2와 같이 균일한 배열의 구조를 통한 유동으로 가정하였다. 배관 형태를 통해 흐르는 유체는 용융 금속이라고 가정하였고, Fig. 3.1에서 보이는 바와 같이 주입구에서 유체가 들어와 다공성 매체를 관통하여 배출구로 빠져나가게 된다. 주입구에서 들어온 유체가 다공성 매체에 접근하기 전까지 완전히 발달한 유체로 만들기 위해서 유체를 안정화하기 위한 입구 영역을 적용하였다. 이때 다공성 매체에 접근하는 유체의 평균 속도 V_f 는 정해진 공간에서 단위 시간당 유체의 유입/유출량이 같아야 한다는 연속방정식을 비압축성 유체에 적용하여 계산하였고, Fig. 3.1에 나타내었다. 고액공존영역에서 고상률의 변화는 고체 입자의 크기와 간격을 제어하여 표현하였다.

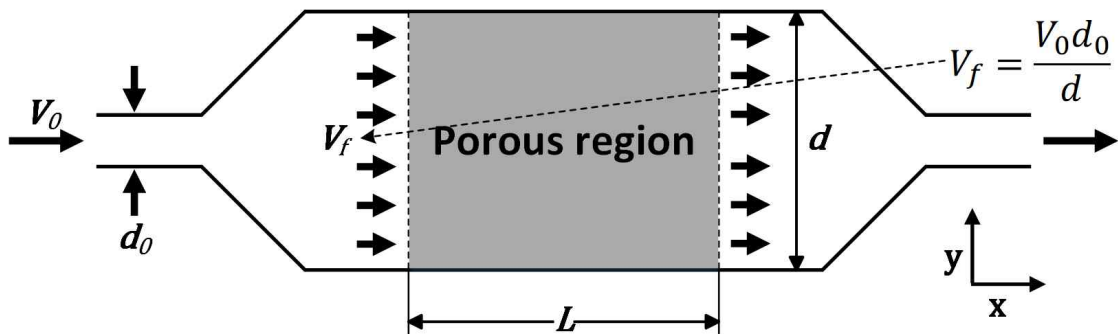


Fig. 3.1 Simulation domain used in this study.

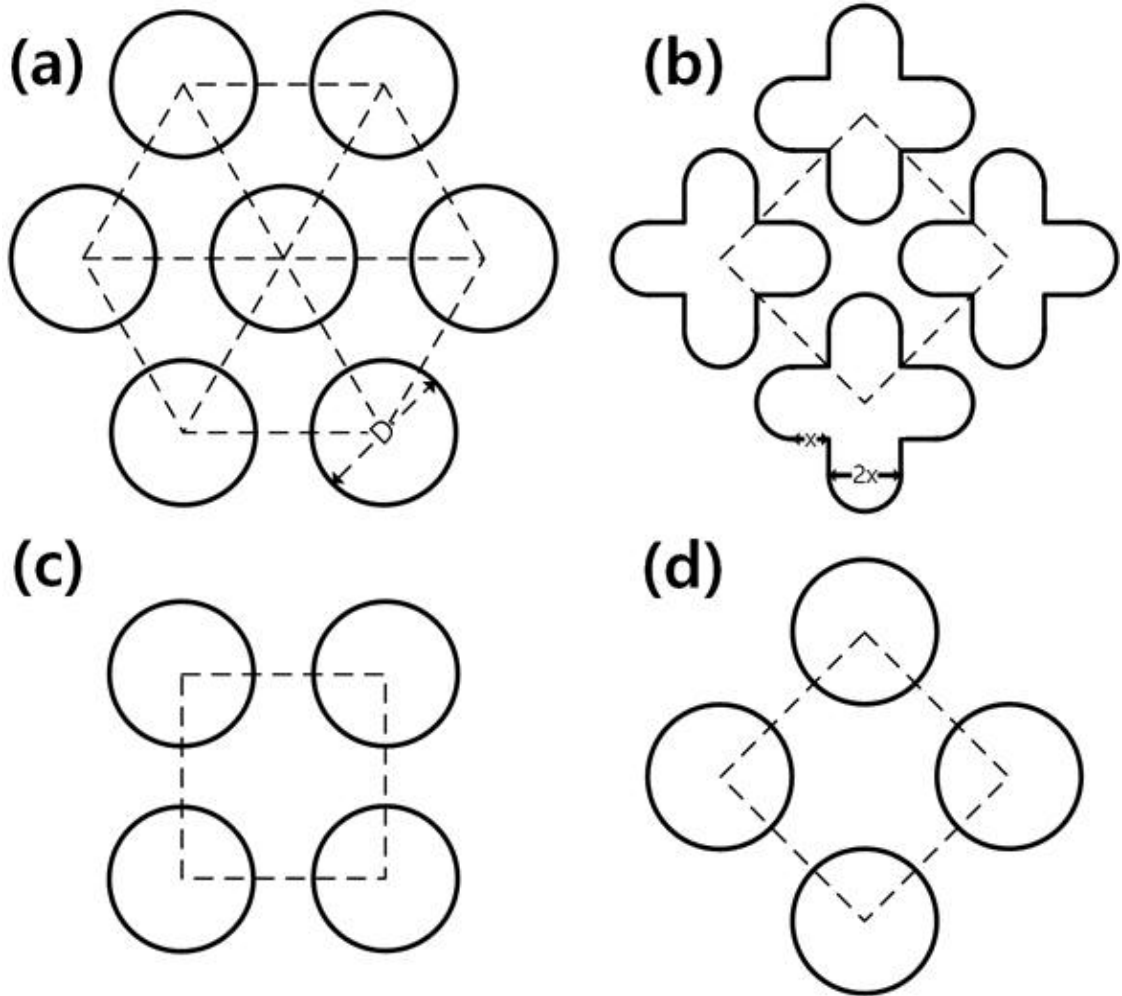


Fig. 3.2 Schematic drawing of artificially-constructed porous media made by (a) circular(hexagonal), (b) petal-shaped(tilted-quadratic), (c) circular(quadratic), and (d) circular(tilted-quadratic) particles.

3.2 지배방정식(무차원형)

본 연구에서 용융 금속의 흐름은 열전달을 고려하지 않은 정상상태의 비압축성 층류로 가정하였다. 인공적인 다공성 매체에서의 유체의 속도와 압력장을 결정하기 위해 일반적으로 사용하는 질량 보존을 나타내는 Eq. (13), 연속방정식과 운동량 보존을 나타내는 Eq. (15), Navier-Stokes방정식을 무차원화 형태로 변환하여 다음과 같이

정의하였다.

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (13-1)$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (15-1)$$

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right)$$

위의 지배방정식 Eq. (13-1), (15-1)은 ANSYS Fluent를 이용하여 계산하였다.

3.3 전산모사 절차

본 연구의 전산모사 절차를 Fig. 3.3에 순서도로 표현하였다. Fig. 3.3에서 보이는 바와 같이, 우선 해석할 모델을 만든 뒤에 모델을 수치해석 할 수 있도록 작은 격자 (Mesh)로 나눈다. 본 연구는 유한요소법(FEM)으로 수치해석하였기 때문에 격자의 생성이 필수적이다. 이 과정을 이산화(Discretization)라고 하는데, 컴퓨터는 0과 1로만 모든 것을 표현하기 때문에 컴퓨터가 모델을 인식할 수 있도록 아주 작게 분할하여 계산 지점(Node)을 만들고, 각 계산 지점에서 계산된 수치를 연결하여 모델 전체에 대해서 해석하기 위한 절차이다. 이때 격자를 크게 만들면 계산 지점의 연결이 매끄럽지 못하기 때문에 부정확한 해석 결과가 나올 수 있으며, 격자가 작을수록 계산 지점의 연결이 매끄럽게 되면서 해석 결과가 정확해진다. 격자 생성 후 해석을 위해 몇 가지 설정을 한다. 유속이 빠르지 않고, 열전달이 고려되지 않았기 때문에 비압축성 유체로 가정하여 Pressure-Based로 설정하였다. Solution 설정에서, 정상 상태로 계산하였기 때문에 Pressure-Velocity는 SIMPLE scheme으로 처리하였다. Spatial Discretization에서 Pressure는 혼합/다상 유동의 경우를 제외하면 기본적으로 Second Order를 사용하고, Momentum은 공간 정확도를 향상시켜 정밀한 해를 얻는데 사용되는 Second Order Upwind로 각각 설정하였다. 잔여 오차(Residuals)의 경

우, Pressure-Based Solver의 수렴 기준(Convergence Criterion)을 기본적으로 10^{-6} 으로 설정하기 때문에 연속방정식, Navier-Stokes방정식의 잔여 오차의 수렴 기준은 10^{-6} 으로 설정하였다[32]. 계산이 수렴되면 결과를 해석하고, 발산되면 격자 생성부터 다시 진행하였다.

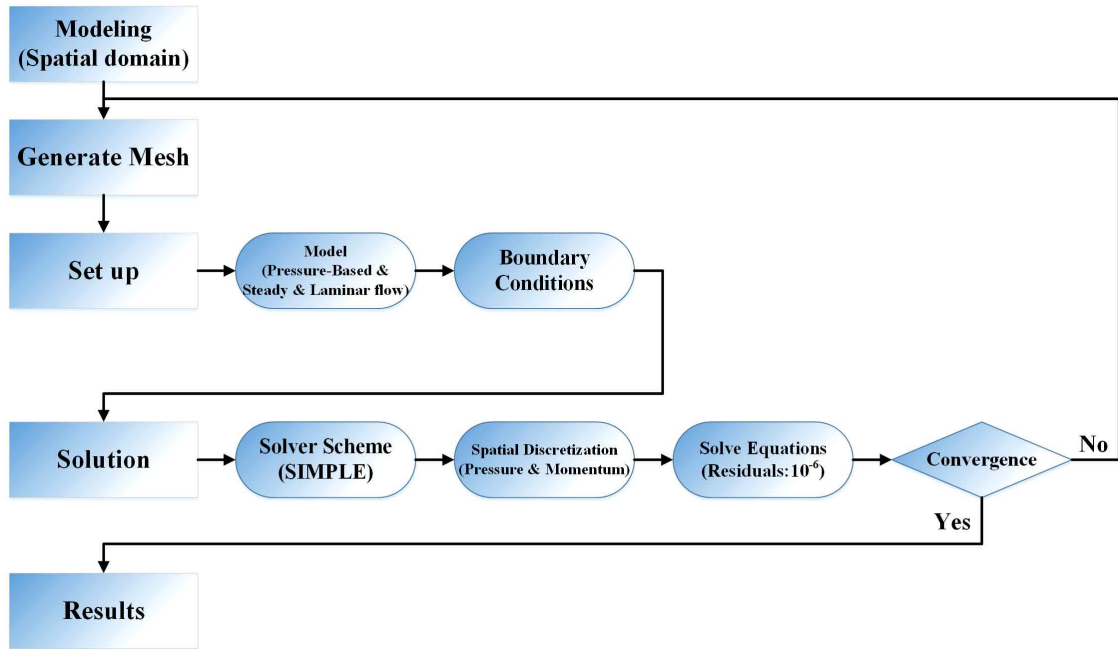


Fig. 3.3 Flow chart of simulation process in this study.

제 4 장 결과 및 고찰

4.1 고체 입자의 형태와 배열에 따른 유체 흐름

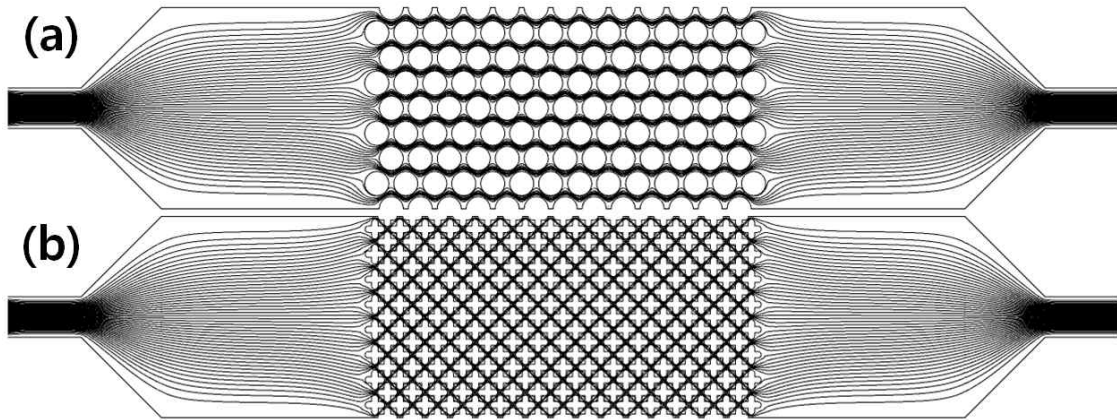


Fig. 4.1 Plot of stream function of (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) particles at the condition of solid fraction 60 % and $Re = 1$.

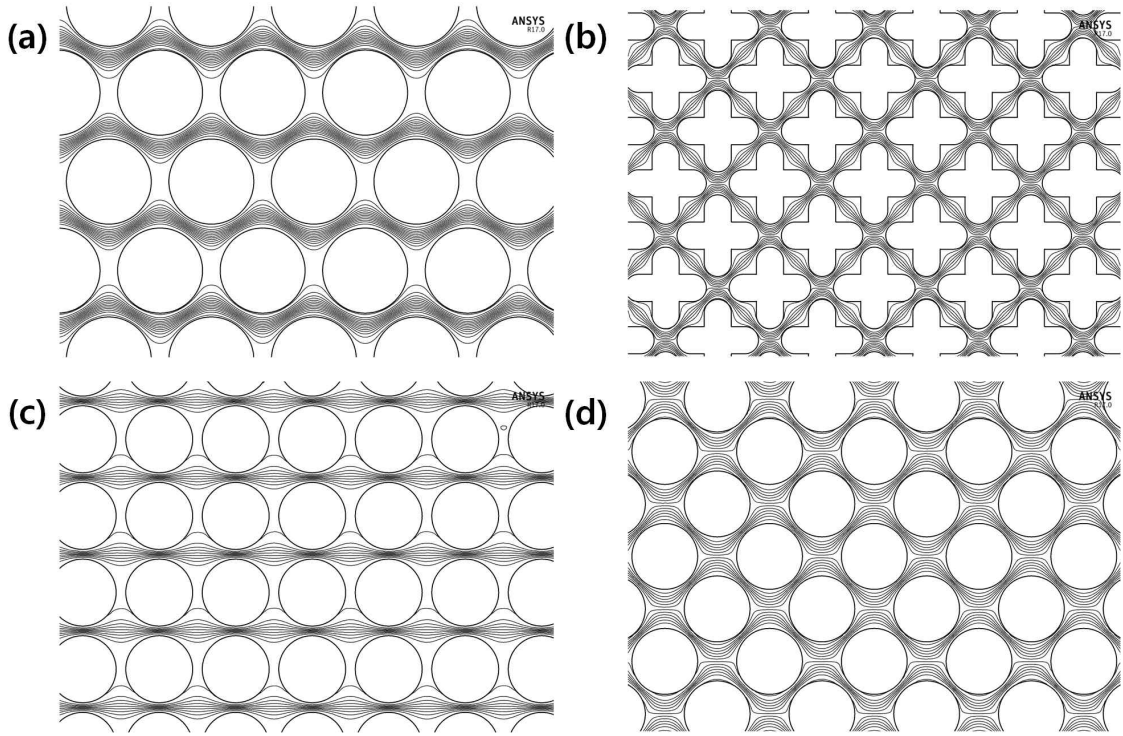


Fig. 4.2 Stream function passed through the porous media with (a) circular(hexagonal), (b) petal-shaped(tilted-quadratic), (c) circular(quadratic), and (d) circular(tilted-quadratic) particles at the condition of solid fraction 60 % and $Re = 1$.

Fig. 4.1은 인공적인 다공성 매체 사이로 흐르는 유동의 경향을 유선함수로 나타내었다. 비압축성 유체가 연속방정식을 만족할 때, 점들을 연결한 선인 유선이 형성되고, 이 선에 평행한 방향으로 유체가 흐르게 된다. 유선과 유선의 등고선 간격이 좁을수록 유동 속도가 높다는 것을 나타낸다. 유선 사이의 간격이 좁은 주입구와 배출구 부분은 상대적으로 유속이 높고, 다공성 매체에 접근하기 전까지 유동을 안정화하기 위해 적용한 입구 영역으로 인해 유동이 안정화하는 것을 볼 수 있다. 따라서 다공성 매체에서는 완전히 발달한 유동이 된다고 가정하였다.

Fig. 4.2는 원형 입자와 꽃잎형 입자로 구성된 다공성 매체에서의 유선함수를 나타낸 것이다. 고상률은 모두 60 % 정도이며 Re 는 1로 고정하였다. 이때 해석 시스템은 2차원으로 가정하였으므로, 각 입자의 형상은 수치상정의 단면이라고 간주할 수 있다.

유선함수의 등고선 간격이 좁을수록 유체의 속도가 높다는 것을 감안하면, Fig. 4.2(a)에서 나타낸 원형 입자의 경우, 가로 방향의 입자 사이에서 유체의 흐름이 거의 없고 입자 위 아래 부분에서의 흐름이 지배적이었다. 이러한 흐름은 Fig. 4.2(c)와 (d)에서 보이는 바와 같이 입자의 배열에 따라 달라질 수 있을 것이라고 예상되며, 유체의 주요한 흐름이 집중되어 있는 통로로 속도가 높아지며, 이러한 통로의 길이와 함께 압력강하의 원인이 된다고 판단된다. Fig. 4.2(b)에서는 꽃잎형 입자를 중심으로 주요 유체의 통로가 45° 로 기울어져 있어 모든 부분에서 유체가 균일하게 흐르지만, 꽃잎형 입자(수지상정)의 구석에서는 유체의 흐름이 거의 없음을 알 수 있고[33], 이로 인해 수지상정의 구석진 부분에서 구조결함이 집중될 것으로 예상된다. 이와 같이 유체의 흐름이 거의 없는 지역으로 인하여, 같은 입자 배열이지만 형태가 다른 Fig. 4.2(d)에 비해서 실질적인 60 %의 고상률보다 높은 겉보기 고상률이 나타날 것이라고 예상된다.

4.2 고체 입자의 형태와 배열에 따른 압력분포

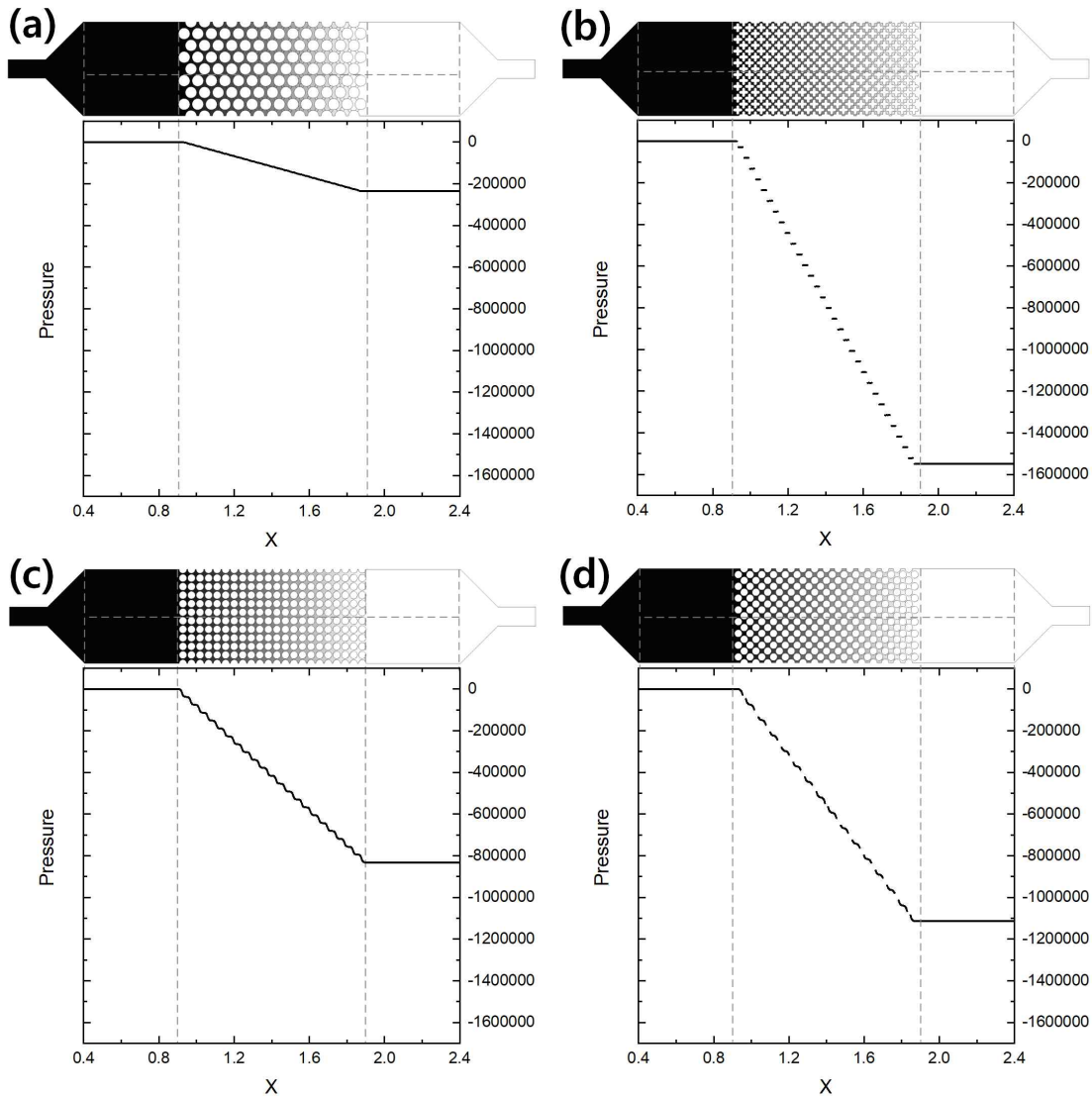


Fig. 4.3 Pressure distribution for porous media with (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) and (c) circular(quadratic) and (d) circular(tilted-quadratic) particles with conditions of solid fraction 60 % and $Re = 1$.

Fig. 4.3은 다양한 입자의 형태와 배열로 구성된 인공적인 다공성 매체에 대한 유체의 압력분포이고, 고상률은 모두 60 % 정도이며 Re 는 1로 고정하였다. Fig. 4.3의 모든 결과에 대해서, 비다공성 매체 영역에서는 유체의 압력이 균일하지만, 다공성 매체 영역에서는 다아시의 법칙과 같이 길이방향에 따라 압력분포가 선형으로 감소하였다. 이는 수지상정으로 가정된 고체 입자로 인하여 유체의 흐름이 방해받아 투수율의 변화로 인한 압력변화로 보인다. 다아시의 법칙을 적용하는데 필요한 수치는 다공성 매체의 압력구배이므로, Fig. 4.3의 그래프에 보이는 회색 점선으로 표시된 부분인 다공성 매체의 전면 부분과 후면 부분의 압력수치 차이만을 고려하여 압력구배를 결정하였다. 다공성 매체를 구성하는 고체 입자를 균일하게 배치하였기 때문에 특정 부분에서 압력이 더 높거나 낮은 현상 없이, Fig. 4.3에서 보이는 계산 영역과 같이 전체적으로 압력이 선형으로 감소한다. 그러므로 이러한 압력분포에서 얻어진 압력구배로 다아시의 법칙에 적용이 가능하다고 판단하였다. 전체적으로 압력분포의 경향은 거의 일치했으나, 고상률과 Re 가 일정함에도 불구하고 압력구배의 차이가 크다. 이는 다공성 매체를 구성하는 고체 입자의 배열과 형태에서 비롯된 것으로 판단된다.

Fig. 4.3(a), (c), (d)에서 입자의 형태가 같더라도 배열에 따라서 압력구배의 차이가 존재하고, (b), (d)에서 입자의 배열이 같더라도 형태에 따라서 압력구배의 차이가 존재했다. 수지상정의 형태로 가정된 Fig. 4.3(b)의 꽃잎형 입자 모델은 원형 입자보다 상대적으로 복잡한 형태로 인해 더 높은 겉보기 고상률로 간주되어 압력구배가 더욱 높았다.

4.3 격자(Mesh) 검증

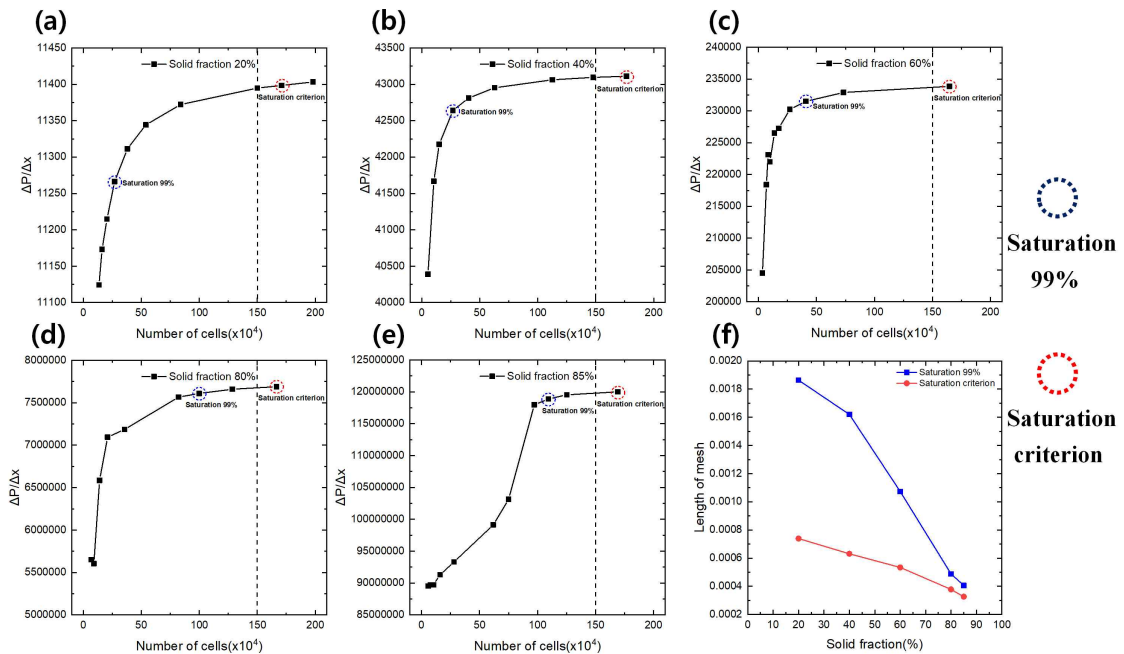


Fig. 4.4 Solid fraction(%) of (a) 20, (b) 40, (c) 60, (d) 80, and (e) 85 were represented by the change of pressure gradient according to the mesh size, respectively. Finally, (f) the saturation graph of mesh length according to solid fraction was obtained.

Fig. 4.4에서 신뢰할만한 격자의 크기 범위를 도출하기 위해서 격자의 크기를 변경하며 고상률(%) 20, 40, 60, 80, 85에 대한 압력구배를 계산하였다. Fig. 2.6(a)에서 전술한 바와 같이 각각의 노드(Node)에서 계산이 진행되어 모델 전체에 대한 해석이 수행되는데, 격자의 크기가 너무 크면 계산 시간은 짧지만 해석 결과를 신뢰하기 어렵고, 크기가 너무 작으면 해석 결과의 신뢰도는 높아지지만 계산 시간이 너무 길어질 수 있기 때문에 적절한 크기의 격자를 설정하는 것이 중요하다. Fig. 4.4의 그래프에서 가로축은 노드로 구성된 셀(Cell)의 개수를 나타내었는데, 전체적으로 셀의 개수에 따른 압력구배의 변화가 있고, 높은 고상률인 80-85 %에서는 그 변화가 더욱 심하다. 따라서 적절한 크기의 격자를 설정하기 위해 임의로 셀의 개수 150만개 이상의

압력구배를 포화기준으로 설정하고(Fig. 4.4 빨간 점선원), 압력구배의 차이가 포화기준과 1 %인 셀의 개수를 포화 99 %로 설정하였다(Fig. 4.4 파란 점선원). 그리고 격자의 크기를 계산하여 Fig. 4.4(f)에 각각의 고상률에 따른 적절한 격자의 크기 범위를 나타내었고, 모든 전산모사는 포화 99 %이상의 격자 크기 조건에서 계산되었다.

4.4 고체 입자의 형태와 배열에 따른 압력분포의 변화

Fig. 4.5는 원형 입자(크기변화), Fig. 4.6은 원형 입자(간격변화), Fig. 4.7은 꽃잎형 입자(크기변화) 모델이다. Fig. 4.5-4.7에서 인공적인 다공성 매체의 고체 입자로 인해 Fig. 4.3에서 전술한 바와 같이 다공성 매체의 압력분포를 선형으로 가정하여 점선으로 표현하였다. 그래프의 위에 있는 계산 영역은 $Re = 10$ 의 조건에서 얻은 압력분포 등고선이다. 등고선은 압력이 높으면 검은색, 압력이 낮으면 흰색이며 압력의 차이가 클수록 색상의 차이가 뚜렷하다. 고상률(%)은 각각 10, 15, 20, 30, 40, 45, 50, 60으로 고체 입자를 제어하였고, Re 는 각각 10, 25, 50, 100, 250, 500으로 제어하였다. 형태와 배열이 같은 원형 입자 모델이라도 크기변화 모델과 간격변화 모델의 사이에 압력구배의 차이가 있고, 형태와 배열이 다른 원형 입자(크기변화) 모델과 꽃잎형 입자(크기변화) 모델은 같은 크기변화 방식으로 고상률을 제어했지만 고상률이 높아질수록 압력구배의 차이가 크다. Fig. 4.5-4.7의 모든 모델에 대해서 고상률이 증가함에 따라 압력구배가 증가하는 것을 볼 수 있다. 또한 Re 가 증가함에 따라 압력구배가 낮아지는 것을 볼 수 있다. 고상률과 Re 에 따른 압력구배의 변화를 정리하여 각각 Fig. 4.8과 Fig. 4.9에 표현하였다.

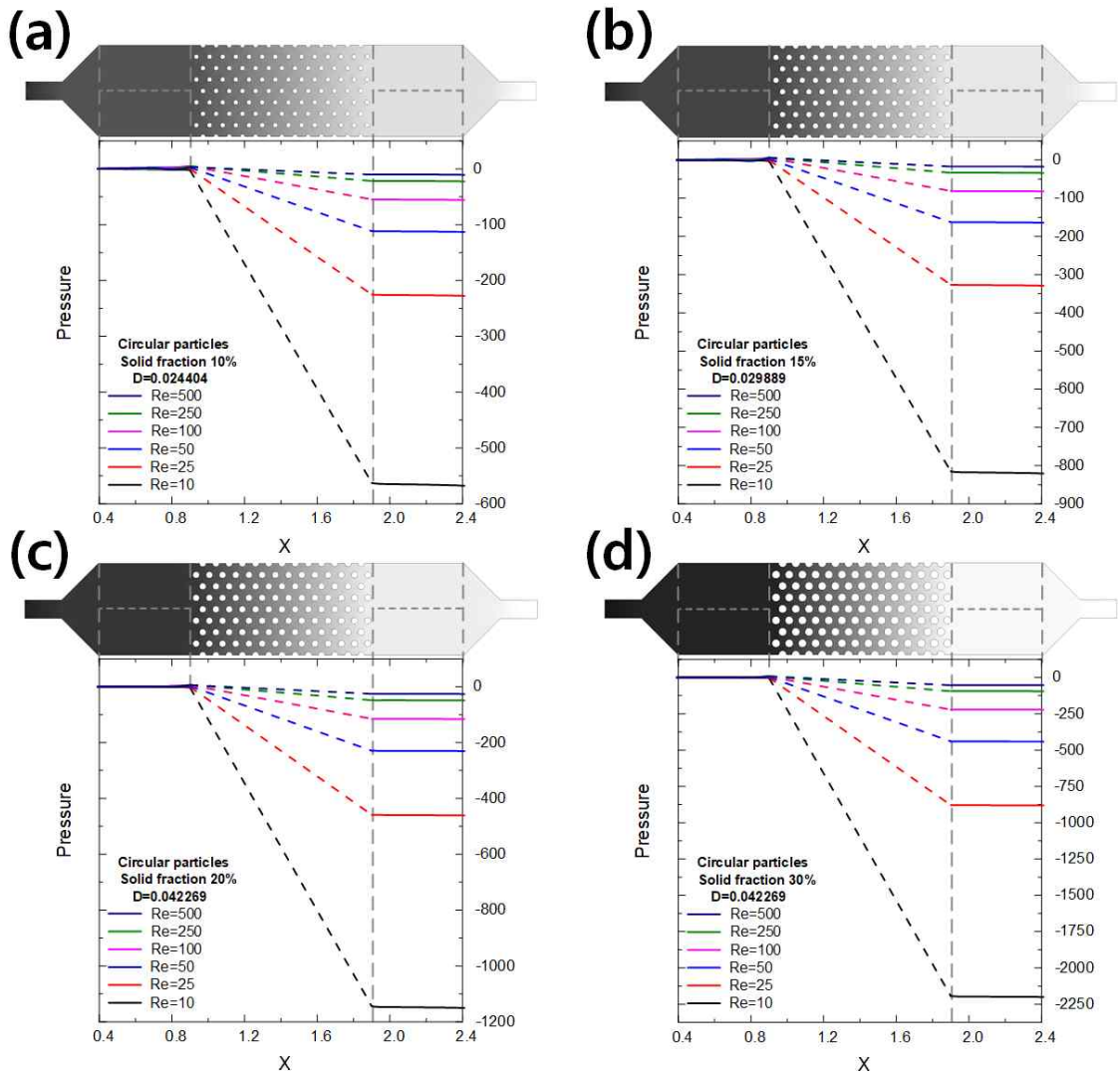


Fig. 4.5.1 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 10, (b) 15, (c) 20, and (d) 30. The solid fraction were controlled by size of circular particles.

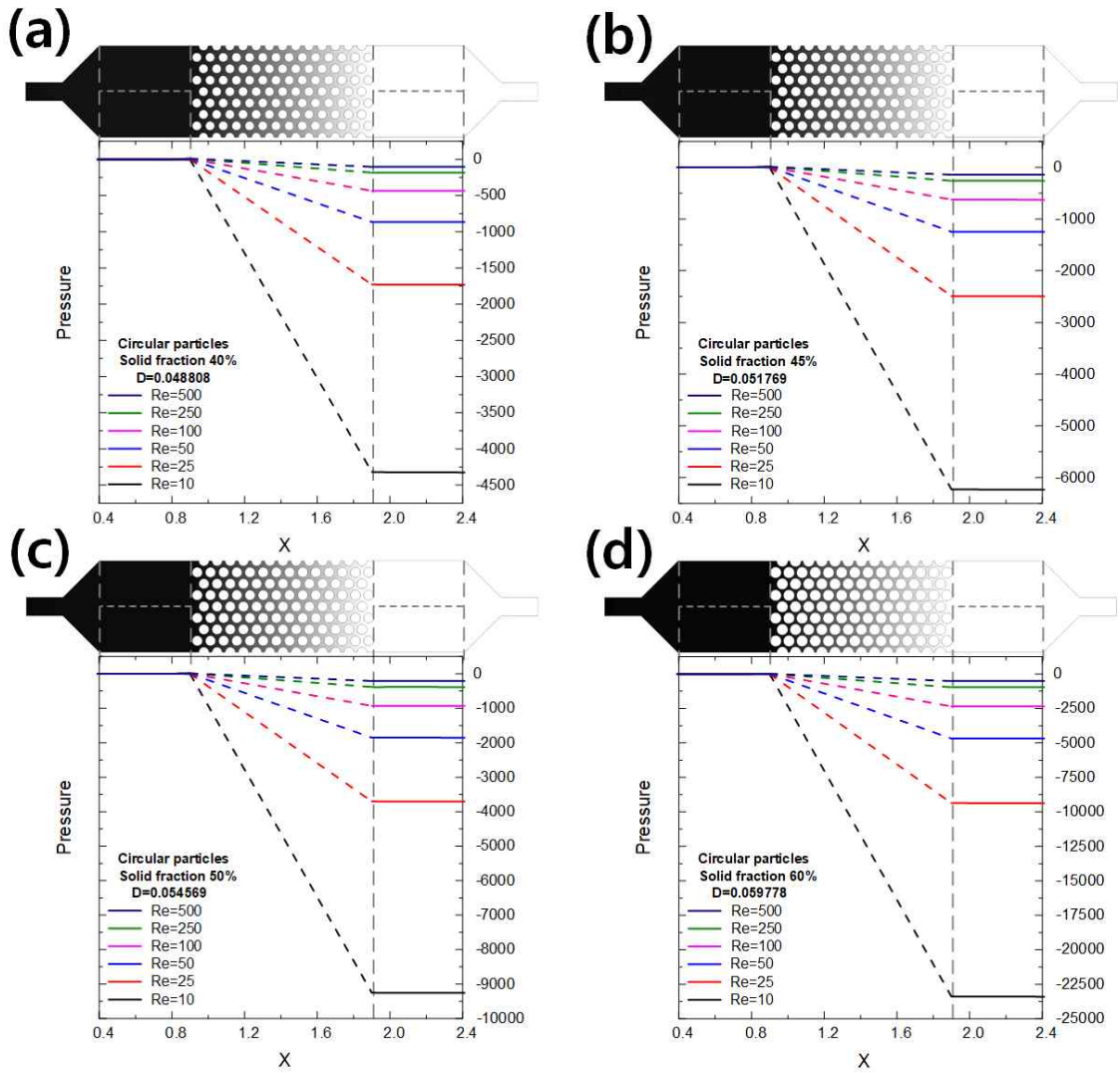


Fig. 4.5.2 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 40, (b) 45, (c) 50, and (d) 60. The solid fraction were controlled by size of circular particles.

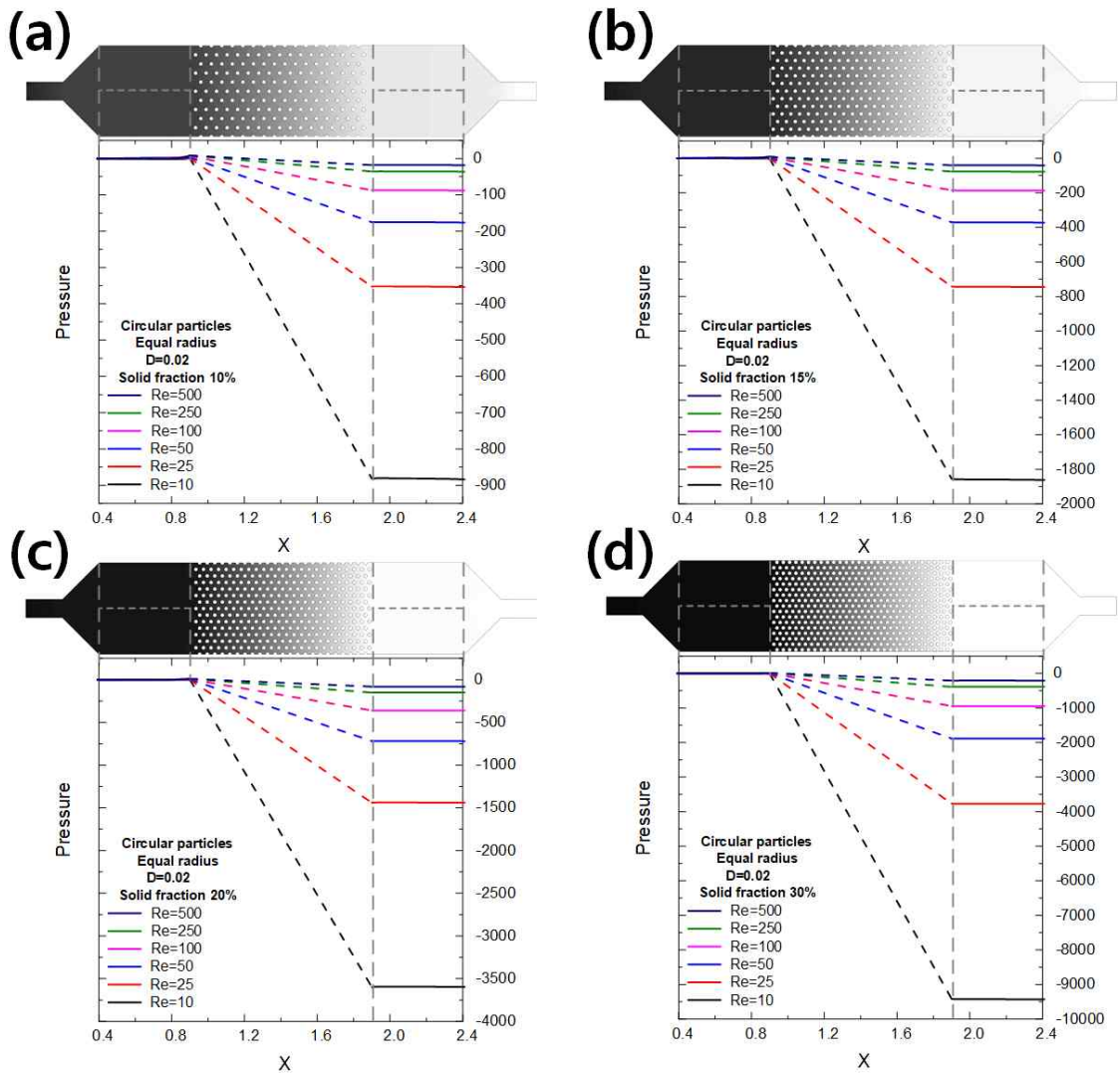


Fig. 4.6.1 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 10, (b) 15, (c) 20, and (d) 30. The solid fraction were controlled by interdistance between circular particles.

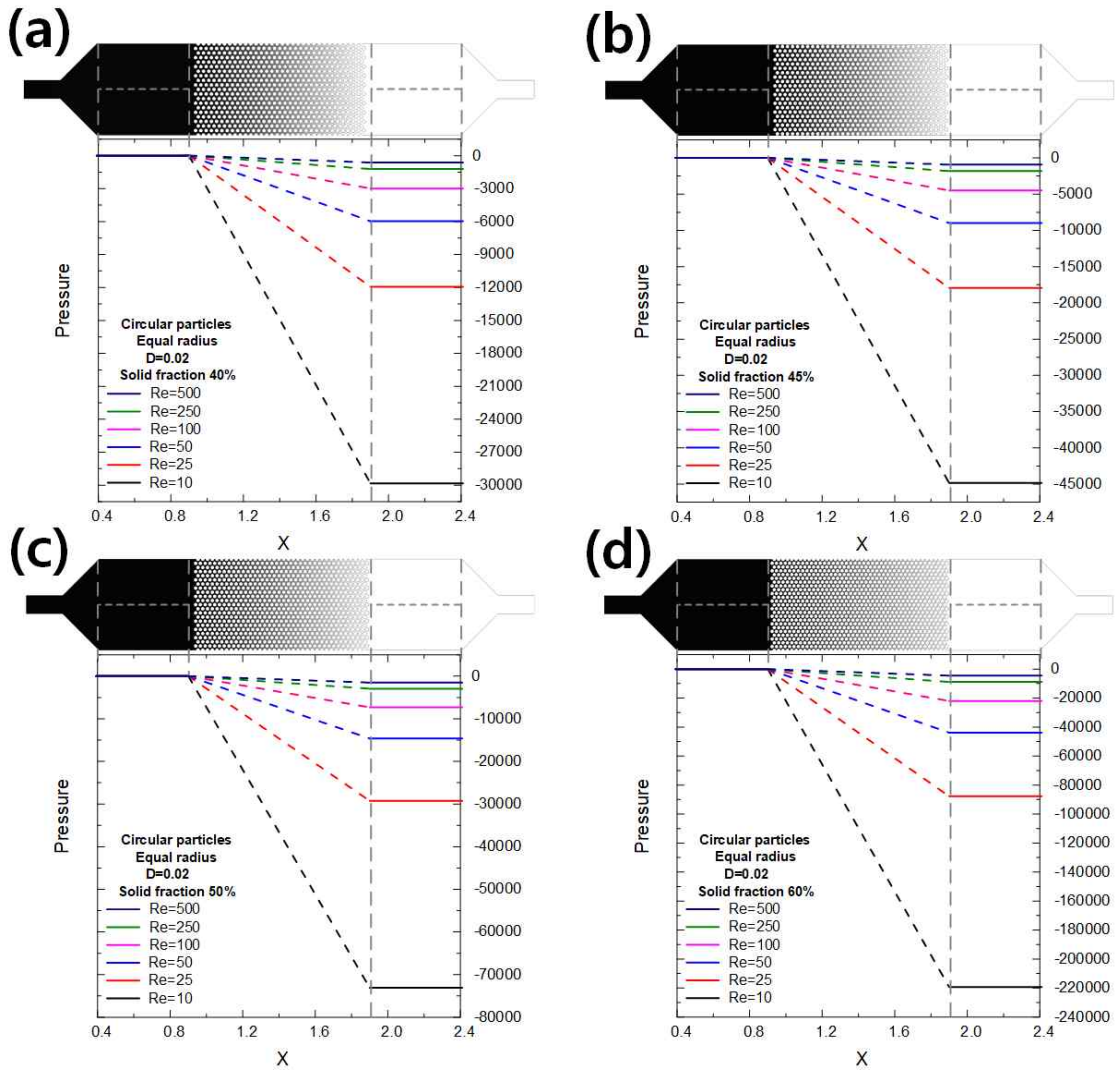


Fig. 4.6.2 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by circular particles(hexagonal) at the condition of solid fraction(%) of (a) 40, (b) 45, (c) 50, and (d) 60. The solid fraction were controlled by interdistance between circular particles.

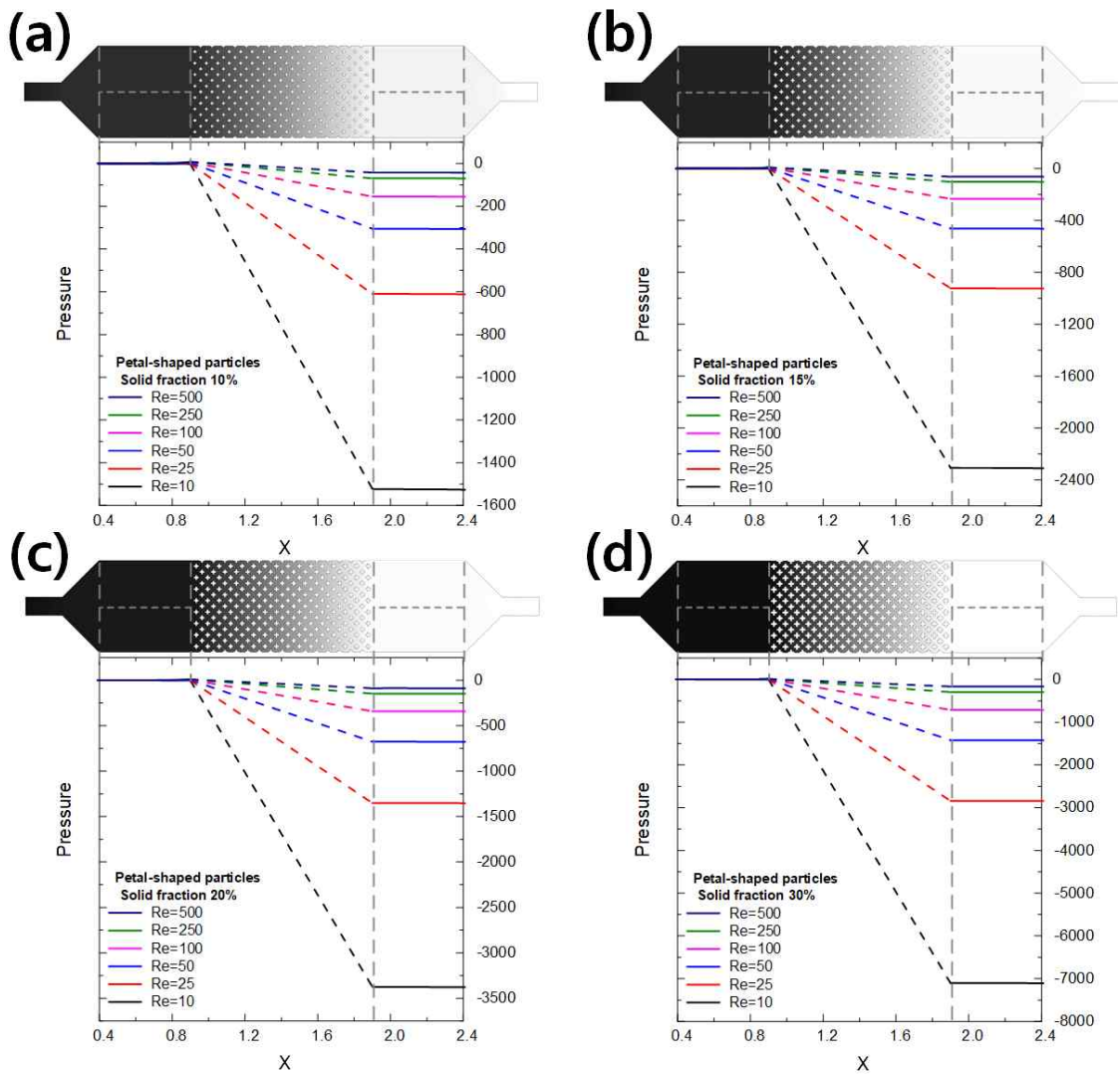


Fig. 4.7.1 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by petal-shaped particles(tilted-quadratic) at the condition of solid fraction(%) of (a) 10, (b) 15, (c) 20, and (d) 30. The solid fraction were controlled by size of petal-shaped particles.

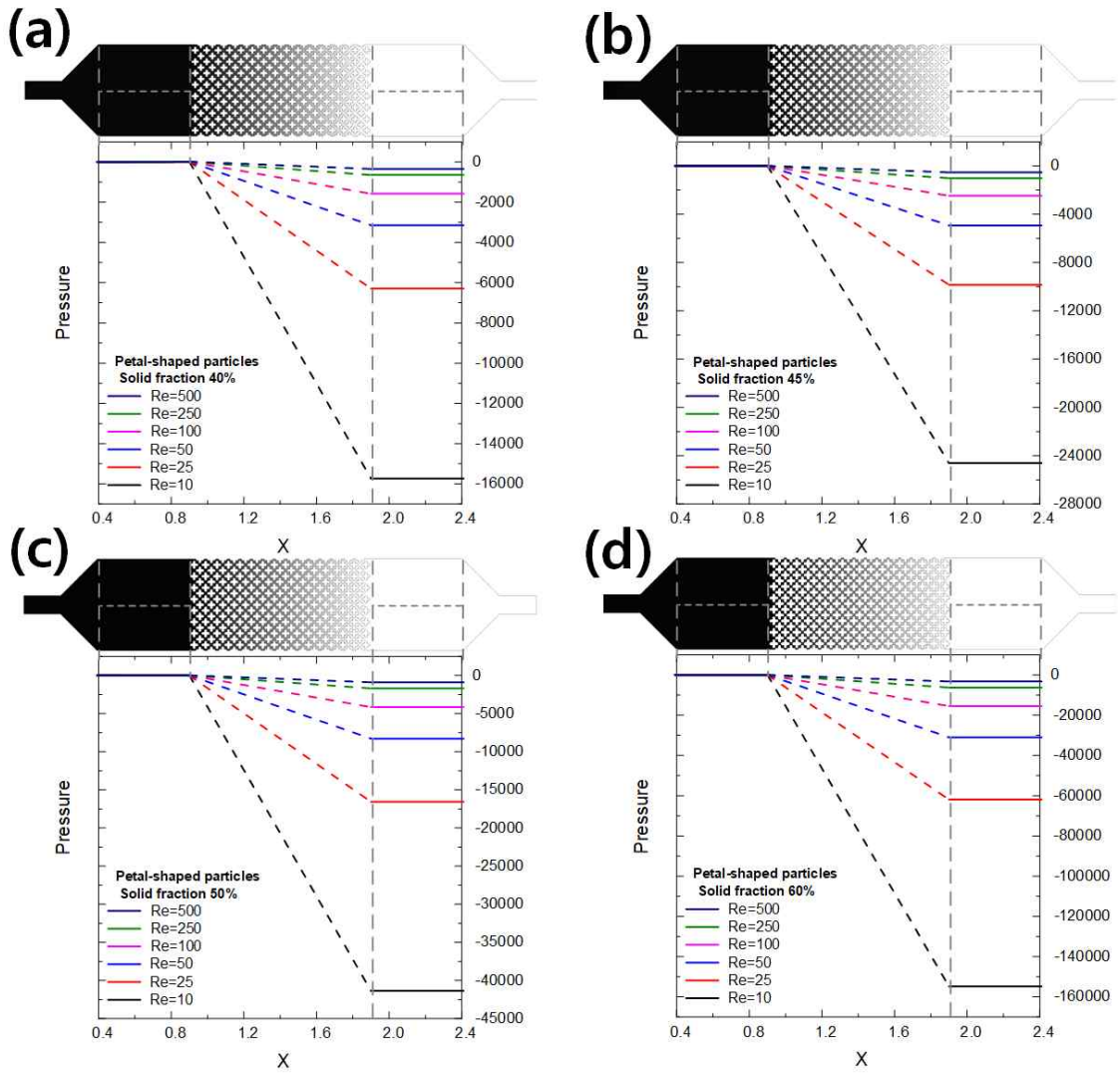


Fig. 4.7.2 Pressure distribution according to the change of Re for the artificial porous media made by petal-shaped particles(tilted-quadratic) at the condition of solid fraction(%) of (a) 40, (b) 45, (c) 50, and (d) 60. The solid fraction were controlled by size of petal-shaped particles.

4.5 고상률 및 레이놀즈 수의 영향

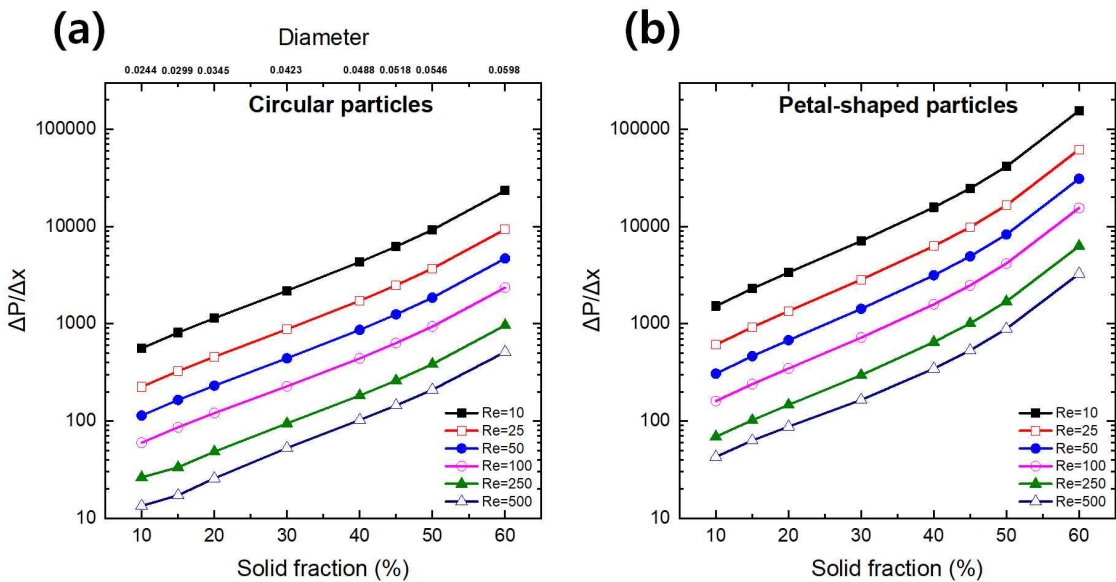


Fig. 4.8 Pressure gradient according to solid fraction when (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) particles were used.

Fig. 4.8에서 고상률과 Re의 여러 가지 조합에 따른 압력구배를 나타내었다. Fig. 4.8(a)와 (b)는 각각 원형과 꽃잎형 입자를 사용한 다공성 매체 모델을 나타낸 것이다. 전반적으로 고상률에 따라 압력구배가 대수척도(log-scale)상 선형에 가깝게 증가하는 것이 관찰되었다. 두 모델의 압력구배 경향은 유사했으나, 같은 고상률에 대하여 원형 입자보다 꽃잎형 입자의 경우에 압력구배가 더욱 높았다. 이는 전술한 바와 같이 꽃잎형 입자의 구석에서 유체의 흐름이 없으므로, 이 부분이 유체영역임에도 불구하고 고체 입자의 일부처럼 적용하기 때문이다. 다시 말하면, 단순한 원형 형태의 입자보다는 복잡한 수치상정으로 이루어져 있는 고액공존영역에서의 유체가 더 흐르기 어렵다는 것을 유추할 수 있다. 그러므로 복잡한 수치상정을 가정한 꽃잎형 입자로 이루어진 다공성 매체에서는 설정한 고상률보다 더 높은 겉보기 고상률을 나타낼 수 있으며, 이에 따라 압력구배가 증가한다고 할 수 있다.

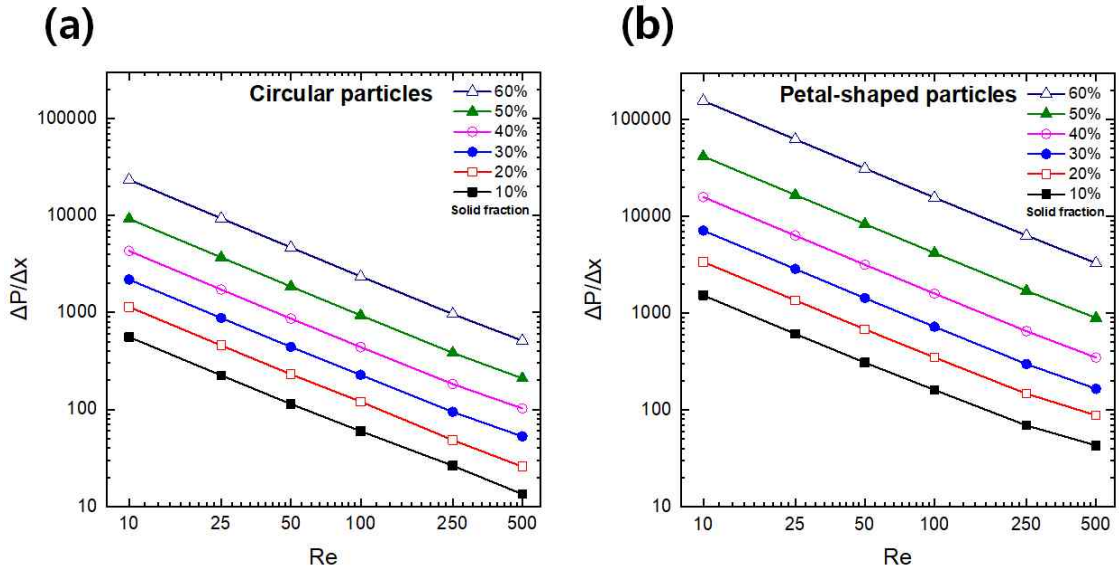


Fig. 4.9 Pressure gradient versus Re for the (a) circular(hexagonal) and (b) petal-shaped(tilted-quadratic) particles.

Fig. 4.9에서 Re 와 압력구배가 직선적인 반비례관계를 보인다. Eq. (17)의 무차원형 다아시의 법칙을 고려했을 때, Fig. 4.9의 그래프에서 Re 와 압력구배가 거의 정확히 반비례 관계이므로, 고상률의 변화가 없다면 Re 와 압력구배를 곱한 값이 일정하여 Da 가 일정하게 유지될 것으로 예상된다. 이는 고상률의 변화가 없다면 유동 특성인 Re 에 관계없이 Da 가 일정하게 유지되는 것을 의미한다.

4.6 다아시 넘버(Darcy Number)

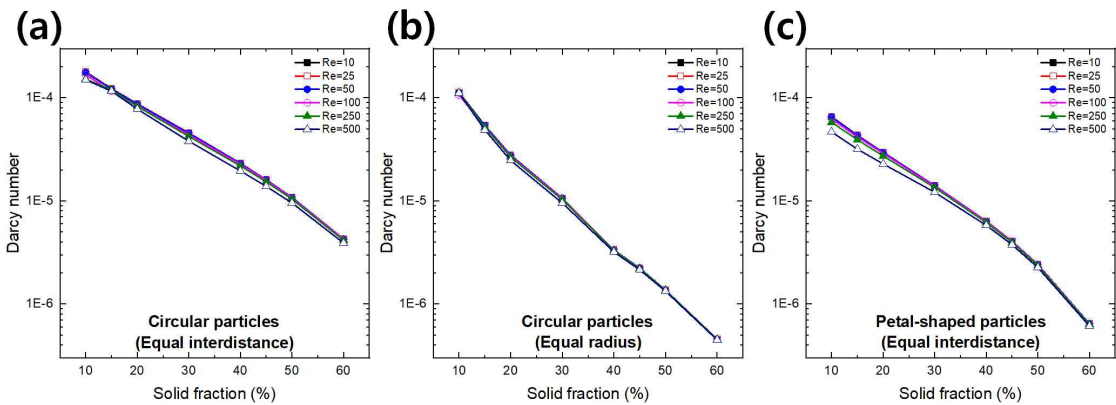


Fig. 4.10 Graph of Da according to solid fraction. The solid fraction were controlled by (a) size of circular particles(hexagonal), (b) interdistance between circular particles(hexagonal), and (c) size of petal-shaped particles(tilted-quadratic).

다아시 수(Darcy number) Da 는 거시적인 관점에서 $Da=K/L^2$ 으로 정의된다. Eq. (17)과 함께 각 계산결과로부터 Da 를 산출한 그래프를 Fig. 4.10에 나타내었다. 조건과 관계없이 고상률이 증가할수록 Da 가 감소함을 관찰하였다. 일정한 고상률에서는 Re 의 변화에 따른 Da 의 변화가 거의 없음을 알 수 있었다.

일반적으로 Da 는 다공성 구조에만 의존하고 유체 및 유동 특성과는 무관하여 구조에 대한 값이 일정하기 때문에, 다아시의 법칙은 $Re \leq 1$ 에서만 유효하다고 알려져 있다[20]. 그러나 본 연구와 같이 $Re > 1$ 이상인 경우에는 관성효과가 흐름을 지배하기 시작하여 유속의 증가에 따른 유동 특성의 영향을 무시할 수 없게 되고, 이러한 고속 유동의 관성효과를 설명하기 위해서 다아시의 법칙에 유체의 운동에너지를 나타내는 관성 항인 Eq. (18)의 포클헤이머 항을 고려한다[21]. 그러나 본 연구와 같이 용융 금속이라고 가정한 경우에는 고상률의 변화가 뚜렷하므로, 고상률의 변화에 비해서 관성효과의 영향을 상대적으로 무시할 수 있다고 가정하여 포클헤이머 항을 고려하지 않더라도 다아시의 법칙이 유효하다고 가정하였다. 또한 선행연구에서도 유체의 흐름이 층류일 때는 관성효과가 일정하게 유지되는 것이 유효하다고 하였다[23].

Re 가 500에 접근할 때, 높은 Re 로 인한 관성효과에 의해서 Eq. (21)의 C_E 가 증가하여 압력구배 또한 높아져서 Da 가 감소하지만 무시할 수 있는 정도의 변화이며, Eq. (20)에 의해서 고상률이 증가할수록 다공성 구조의 영향이 커지면서 유동 특성인 Re 에 의한 영향은 더욱 줄어들어서 Da 가 일정한 값에 수렴하는 것을 볼 수 있다. 따라서 응고를 가정한 모델에서는 고상률의 변화에 비해서 층류 수준의 유동 특성은 무시할 수 있다고 간주한다.

Fig. 4.10(a)와 (b)는 원형 입자 모델의 결과이고, Fig. 4.10(c)는 꽃잎형 입자 모델의 결과이다. 고체 입자로 고상률을 변화시키기 위하여 Fig. 4.10(a)와 (c)는 각각 원형 입자와 꽃잎형 입자의 간격을 동일하게 유지한 상태에서 크기를 변화시켰고, Fig. 4.10(b)의 경우에는 원형 입자의 크기를 동일하게 유지하고 개수와 간격으로 고상률을 변화시켰다. 동일한 원형 입자 모델인 Fig. 4.10(a)와 (b)를 비교하면, 고체 입자의 크기변화보다 간격변화가 Da 에 더 많은 영향을 주었다. 또한 입자 크기의 변화 방식으로 고상률을 변화시킨 Fig. 4.10(a)와 (c)를 비교하면, 원형 입자보다 꽃잎형 입자가 Da 에 더 많은 영향을 주는 것을 확인할 수 있었다.

4.7 코제니-카만 모델과의 비교

KC 모델과의 비교를 위하여 Eq. (23)의 K_{KC} 항에 본 연구의 투수율 결과를 적용하여 상수 C 를 계산하였다. Eq. (23)의 d 는 원형 입자의 직경이기 때문에, 꽃잎형 입자의 경우에는 원형이 아닌 형태를 원형으로 가정하기 위해 수력학적 직경(Hydraulic diameter)을 적용하고, f_s 는 고상률을 적용한다. 이 식을 통해 얻어진 C 의 값을 Fig. 4.11에 나타내었고, (a)는 원형 입자와 꽃잎형 입자 모델, (b)는 원형 입자의 배열에 대한 C 의 변화이다. 코제니-카만 모델(Eq. (23))에서는 상수 C 를 150 또는 180으로 고정하였다. 그러나, 본 계산결과에서는 고상률의 범위가 0~60 %일 때 일정한 값을 나타내지 않고, (a)는 110~260, (b)는 140~305의 분산된 값을 보였다. 모든 모델에 있어서 고상률에 따라 포물선과 유사한 함수 형태를 나타내었으며, 이는 Khabbazi 등의 연구결과와 유사하다[8].

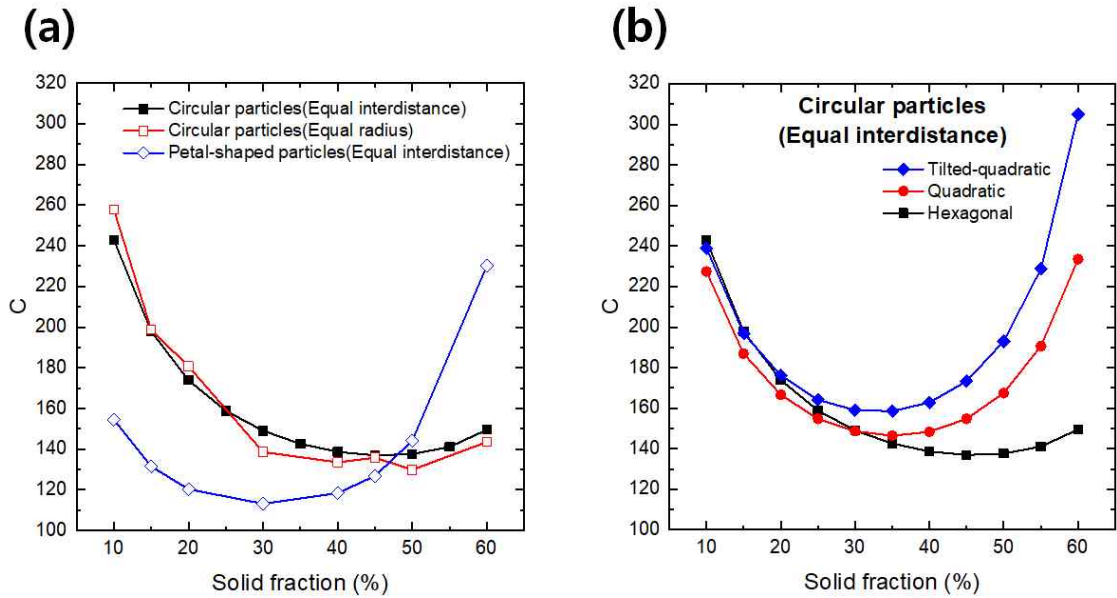


Fig. 4.11 Change of C for (a) circular(hexagonal) and petal-shaped(tilted-quadratic) particles and (b) configuration of circular particles according to solid fraction in Kozeny-Carman model.

Fig. 4.11(a)에서 원형 입자 모델의 경우에는 크기변화와 간격변화에 관계없이 서로 유사한 결과를 나타내었다. 비록 원형 입자의 간격변화 모델은 그래프의 기울기가 비교적 완만하지 않았으나, 이는 고체 입자의 개수와 간격으로 고상률을 표현하는 과정에서 발생하는 오차이며, 크기변화와 간격변화 모델은 같은 육방 배열을 이루기 때문에 고체 입자의 배열과 형태가 같다면 입자의 크기에 관계없이 상수 C 의 경향이 유사하고 편차도 낮을 것으로 판단한다.

꽃잎형 입자 모델의 경우, 원형 입자 모델과 동일한 방식으로 고상률을 제어했다라도 배열과 형태가 다르기 때문에 상수 C 의 변화 경향도 다르게 나타난 것으로 판단된다. 고상률이 50 % 이하일 때 꽃잎형 입자 모델에서의 C 가 원형 입자 모델의 경우보다 작는데, 이는 Khajeh와 Maijer의 연구와 일맥상통한다[4]. 그러므로 상수 C 에 영향을 미치는 것은 다공성 매체를 구성하는 입자의 배열과 형태로 결정된다고 판단한다.

Fig. 4.11(b)에서 입자의 배열이 상수 C 에 미치는 영향을 나타내었다. 원형 입자의 크기변화 방식으로 고상률을 변화시킨 육방 배열, 정사각형 배열, 45° 기울어진 정사

각형 배열의 모델에 대한 C 를 비교했을 때, 배열에 의해 C 가 변화하고 고상률이 증가할수록 C 의 차이가 크다. 동일한 입자 형태일 때 입자의 배열에 의해서 C 의 증가율이 변화하므로, 입자의 배열은 C 의 증가율에 영향을 미친다고 판단된다.

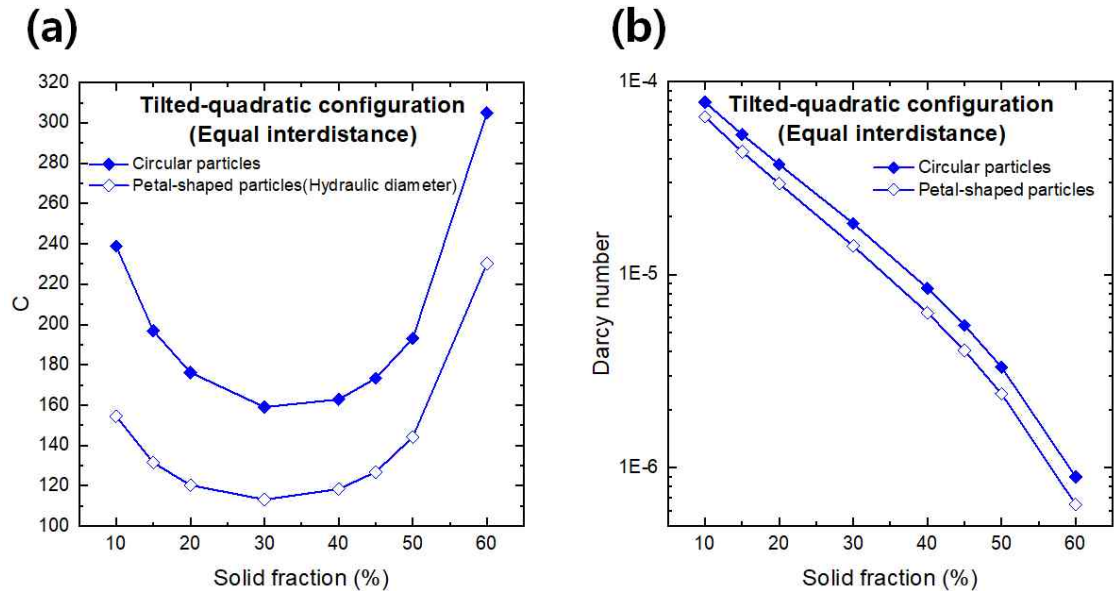


Fig. 4.12 Change of (a) C and (b) Da for tilted-quadratic configuration according to solid fraction controlled by size of circular and petal-shaped particles. To determine C of petal-shaped particles, the diameter in Kozeny-Carman model was applied in hydraulic diameter.

Fig. 4.12에서 입자의 형태가 상수 C 에 미치는 영향을 나타내었다. 입자의 크기변화 방식으로 고상률을 변화시킨 45° 기울어진 정사각형 배열의 원형 입자와 꽃잎형 입자 모델을 비교했을 때, 입자의 배열이 동일한 경우에는 입자의 형태에 의해서 C 와 Da 값의 높낮이가 변화하였다. 따라서 입자의 형태는 C 값의 높낮이에 영향을 미친다고 판단된다. Fig. 4.12(b)에서 꽃잎형 입자의 Da 가 원형 입자의 Da 보다 낮기 때문에, Eq. (23)에 의해서 Fig. 4.12(a)의 꽃잎형 입자의 C 가 원형 입자의 C 보다 높은 것이 적절하지만, 원형이 아닌 형태를 원형으로 가정하는 수력학적 직경의 적용으로 인해 발생하는 차이로 판단되며, (a)의 결과가 Khajeh와 Maijer의 연구결과와 일맥상통하므로 [4], 비록 차이는 있으나 수력학적 직경을 적용하는 것이 적합하다고 판단된다.

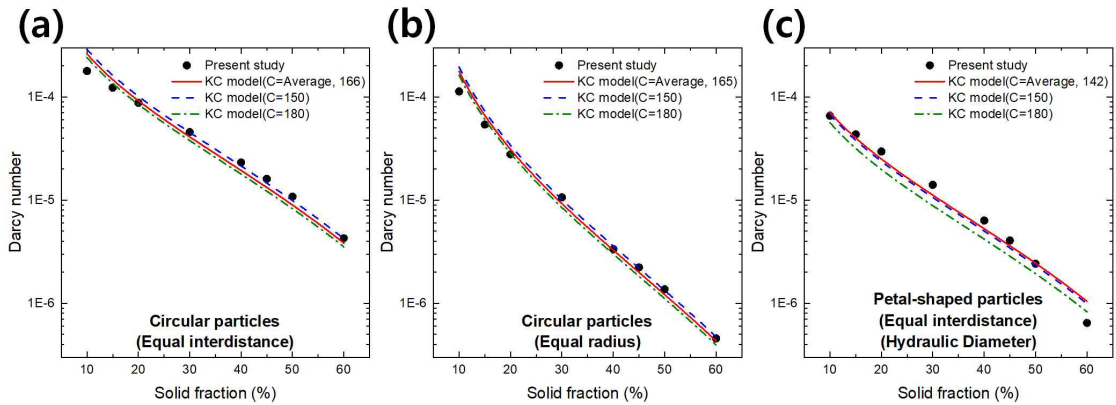


Fig. 4.13 Comparison of present study in Fig. 4.10 with Kozeny-Carman model according to solid fraction. C in Kozeny-Carman model was determined as $C = 150$ and 180 and Average in Fig. 4.11(a).

Fig. 4.10의 결과에 대해서, Fig. 4.11(a)에서 계산된 C 의 평균, $C=150$, $C=180$ 을 각각 KC 모델에 적용하여 Fig. 4.13에서 비교하였다. C 의 평균은 각각 원형 입자(크기변화) 166, 원형 입자(간격변화) 165, 꽃잎형 입자(크기변화) 142이다.

본 계산결과 Da 와 KC 모델이 전체적으로 유사한 경향을 보였으나[34], 고상률에 따라서 C 가 계속 변하기 때문에 그래프의 기울기가 서로 일치하지 않았다. 유동 특성이 고려되지 않는 KC 모델과 본 계산결과 Da 가 유사하므로 Da 는 고상률에만 의존한다는 것을 확인할 수 있다.

원형 입자 모델인 Fig. 4.13(a)와 (b)는 본 계산결과 Da 와 KC 모델의 그래프의 기울기가 비교적 일치했고, 상수 C 가 통상적으로 사용되는 150 또는 180 사이의 범위에 존재했으나, 꽃잎형 입자 모델인 Fig. 4.13(c)는 상수 C 가 원형 입자보다 낮으면서 전체적으로 경향의 차이가 심했다. 따라서 꽃잎형 입자 모델은 KC 모델로 Da 를 평가하기에는 표현식이 상당히 불확실한 것을 확인할 수 있다[4,5]. 또한 본 계산결과 Da 와 KC 모델의 그래프가 거의 일치하는 특정한 고상률 구간이 존재하고, 그 외의 구간은 불일치의 정도가 크다. 이는 KC 모델로 Da 를 평가할 때 유효한 고상률의 범위가 존재하기 때문으로 판단한다. Bayani 등의 연구결과를 살펴보면, 고상률에 따른 Da 의 그래프에서 고상률 50 %까지는 비교적 일정한 경향으로 Da 가 감소하였으나, 50 %에서 60 %가 될 때 Da 가 급격히 변화하는 현상을 볼 수 있었다[1]. 그리고 Ludwig 등의 연구에서 다른 선행연구들의 투수율을 비교한 결과, 마찬가지로 투수율

이 급격히 감소하는 고상률 구간이 존재하였다[35]. 또한 Natsume 등의 연구에서 많은 선행연구자들이 고상률의 구간별로 투수율을 평가하는 방정식을 다르게 구분하여 정의하였다고 보고하였다[6].

4.8 선행연구와의 비교

본 연구의 결과와 선행연구를 통해서 상수 C를 고정하고 계산하면 부정확한 투수율을 얻게 된다는 결론에 도달하게 된다. 원형이 아닌 수지상정의 형태에서는 C가 알려진 값보다 낮다는 연구를 시작으로[3-5], k를 변형하여 새로운 코제니-카만 모델식을 제안한 연구[6], 배열에 따라서 달라지는 상수 C를 수학적으로 계산하여 해당하는 배열에 맞는 상수 C를 제안하는 연구[7], 격자 볼츠만 법을 사용한 연구[8] 등 많은 선행연구를 통해서 상수 C를 고정하면 안 된다는 것을 주장하였다. 본 연구와 다른 선행연구의 상수 C의 변화 경향을 비교하기 위하여 투수율 결과를 Fig. 4.14에 나타내었다.

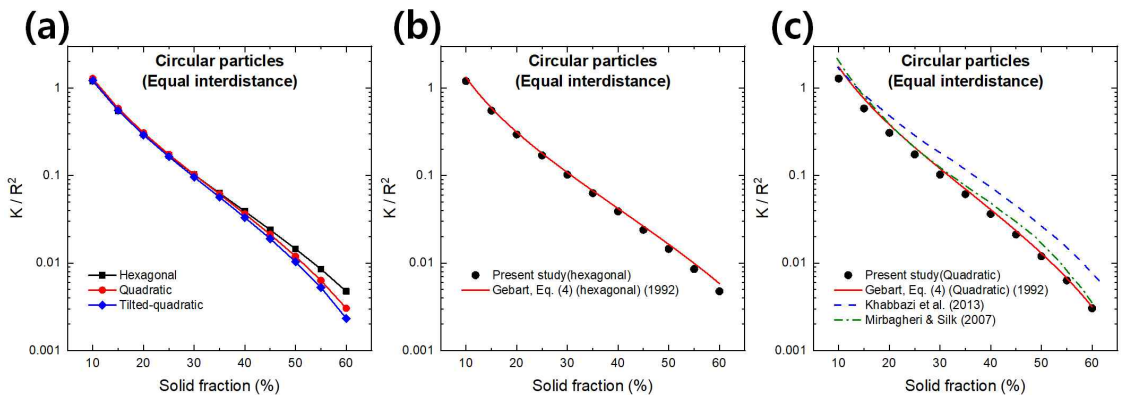


Fig. 4.14 Comparison of dimensionless permeability in present study (a) about configuration of circular particles and (b) Eq. (24)[7] and (c) various reported results[8,36].

선행연구와의 비교를 위하여 무차원형 투수율을 K/R^2 으로 정의하였고, Fig. 4.14에서 원형 입자의 크기변화로 고상률을 제어한 모델의 무차원형 투수율을 Eq. (24) 및 다른 선행연구의 모델과 비교하였다. Fig. 4.14(a)에서는 원형 입자의 배열에 따른 무

차원형 투수율을 표현하였다. 결과가 서로 유사했으나, 고상률이 증가할수록 육방 배열보다 정사각형 배열의 투수율이 더욱 급격하게 감소하였다. 해당 배열의 최대 고상률에 가까울수록 투수율이 급격하게 감소하는 것으로 판단되며, 이는 Gebart가 Eq. (24-1)에서 육방 배열은 약 90.69%, 정사각형 배열은 약 78.54%를 최대 고상률로 정의한 것과 일치한다[7]. 육방 배열 모델과 정사각형 배열 모델의 결과를 Eq. (24)과 비교하여 각각 Fig. 4.14(b)와 (c)에 표현하였고, 결과가 거의 유사한 것을 확인하였다.

Fig. 4.14(c)에서 Khabbazi 등의 결과(파란 파선)는 격자 볼츠만 법으로 구형 입자를 체심 입방 구조로 배열하여(3D) 인공적인 다공성 매체를 구축하고 계산한 결과이고, Mirbagheri와 Silk의 결과(초록 점-파선)는 원형 실린더의 정사각형 배열(2D)에 대한 계산 결과이다. 본 연구의 결과를 Khabbazi 등의 결과와 비교하면, 전체적으로 기울기가 유사했으나 본 연구는 2차원 모델이고 Khabbazi 등의 결과는 3차원 모델이기 때문에 Khabbazi 등의 결과가 더 높은 투수율을 보인다. 그래프 기울기의 경향은 유사하기 때문에 2차원과 3차원 모델의 C의 변화 경향이 유사하다고 판단한다. 본 연구의 결과를 Mirbagheri와 Silk의 결과와 비교하면, 본 연구와 같이 2차원 원형 입자를 동일하게 배열한 모델이기 때문에 유사한 결과를 보였다[36]. 이처럼 투수율을 평가하는 다양한 방정식의 상수 C를 배열과 형태에 맞게 설정함으로써 투수율에 대한 정확한 평가가 가능할 것으로 기대한다.

제 5 장 결 론

본 연구에서는 금속이 응고할 때, 구조결함에 영향을 미치는 유체의 투수율을 계산하기 위해 사용되는 다아시의 법칙을 검증하였다. 검증을 위해 다공성 물질에 대한 가정 없이, 다양한 형태로 가정한 수지상정으로 구성된 인공적인 다공성 매체 사이로 유체가 흐를 때를 전산모사하여 투수율을 계산하였다. 전산모사한 투수율의 검증을 위해 KC 모델로 계산한 투수율과 함께 비교하였다. 결론은 다음과 같다.

1. 수지상정의 구석진 부분은 유체의 흐름이 원활하지 못하여 구조결함이 집중될 것으로 예상된다.
2. 투수율에 영향을 미치는 정도는 원형 입자보다 꽃잎형 입자가, 입자의 크기변화보다 간격변화가 더 많은 영향을 미쳤다.
3. 투수율은 고상률에 크게 의존하므로 응고를 가정한 모델이 층류 유동일 때, 포클헤이머 항을 고려하지 않더라도 Re 의 변화에 따른 투수율의 차이가 거의 없기 때문에 다아시의 법칙 만으로도 유효한 결과를 얻을 수 있다.
4. 인공적인 다공성 매체와 KC 모델의 투수율이 유사한 경향을 보였으나, KC 모델에서 상수 C 의 값이 고상률에 따라서 계속 변하기 때문에 두 결과값이 일치하지 않았다.
5. 상수 C 는 다공성 매체를 구성하는 고체 입자의 형태와 배열에 의해서 결정된다.
6. 투수율을 평가하는 다양한 방정식의 상수 C 를 배열과 형태에 맞게 설정함으로써, 투수율에 대한 정확한 평가가 가능할 것으로 기대한다.

참고문헌

1. Bayani, Hossein, et al. "Simulation of unconstrained solidification of A356 aluminum alloy on distribution of micro/macro shrinkage." *Journal of Materials Research and Technology* 3.1 (2014): 55-70.
2. Apelian, D., M. C. Flemings, and R. Mehrabian. "Specific permeability of partially solidified dendritic networks of Al-Si alloys." *Metallurgical Transactions* 5.12 (1974): 2533-2537.
3. Khajeh, Ehsan, and Daan M. Maijer. "Permeability of dual structured hypoeutectic aluminum alloys." *Acta Materialia* 59.11 (2011): 4511-4524.
4. Khajeh, Ehsan, and Daan M. Maijer. "Permeability evolution during equiaxed dendritic solidification of Al-4.5 wt% Cu." *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 20.3 (2012): 035004.
5. Brown, S. G. R., et al. "Numerical determination of liquid flow permeabilities for equiaxed dendritic structures." *Acta materialia* 50.6 (2002): 1559-1569.
6. Natsume, Yukinobu, et al. "Quantitative Model to Determine Permeability for Columnar Dendritic Structures." *ISIJ international* 53.5 (2013): 838-847.
7. Gebart, B. Rikard. "Permeability of unidirectional reinforcements for RTM." *Journal of composite materials* 26.8 (1992): 1100-1133.
8. Khabbazi, A. Ebrahimi, J. S. Ellis, and A. Bazylak. "Developing a new form of the Kozeny-Carman parameter for structured porous media through lattice-Boltzmann modeling." *Computers & Fluids* 75 (2013): 35-41.
9. Wu, M., and A. Ludwig. "Modeling equiaxed solidification with melt convection and grain sedimentation—I: Model description." *Acta Materialia* 57.19 (2009): 5621-5631.
10. Wu, M., et al. "Importance of melt flow in solidifying mushy zone." *The Open Conservation Biology Journal* 2.1 (2010).
11. Yoshioka, H., Yukio Tada, and Yujiro Hayashi. "Crystal growth and its morphology in the mushy zone." *Acta Materialia* 52.6 (2004): 1515-1523.
12. Nield, Donald A., and Adrian Bejan. *Convection in porous media*. Vol. 3. New York: springer, 2006.

13. Poirier, David R., and G. Geiger, eds. *Transport phenomena in materials processing*. Springer, 2016.
14. Helmig, Rainer. *Multiphase flow and transport processes in the subsurface: a contribution to the modeling of hydrosystems*. Springer-Verlag, 1997.
15. Vafai, Kambiz. *Handbook of porous media*. Crc Press, 2005.
16. Das, Malay K., Partha P. Mukherjee, and Krishnamurthy Muralidhar. *Modeling Transport Phenomena in Porous Media with Applications*. Springer International Publishing, 2018.
17. Jambhekar, Vishal A. "Fochheimer porous-media flow models-numerical investigation and comparison with experimental data." Master's thesis, *Universität Stuttgart, Stuttgart, Germany*. <http://www.hydrosys.uni-stuttgart.de/institut/hydrosys/publikationen/paper/2012/JambhekarMaster.pdf> (2011).
18. Dwivedi, P. Niffe, and S. N. Upadhyay. "Particle-fluid mass transfer in fixed and fluidized beds." *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 16.2 (1977): 157-165.
19. Liu, Mingchao, et al. "Evaporation limited radial capillary penetration in porous media." *Langmuir* 32.38 (2016): 9899-9904.
20. Ozgumus, Turkuler, Moghtada Mobedi, and Unver Ozkol. "Determination of Kozeny constant based on porosity and pore to throat size ratio in porous medium with rectangular rods." *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* 8.2 (2014): 308-318.
21. Teng, H., and T. S. Zhao. "An extension of Darcy's law to non-Stokes flow in porous media." *Chemical Engineering Science* 55.14 (2000): 2727-2735.
22. Ergun, Sabri. "Fluid flow through packed columns." *Chem. Eng. Prog.* 48 (1952): 89-94.
23. Balhoff, Matthew, Andro Mikelić, and Mary F. Wheeler. "Polynomial filtration laws for low Reynolds number flows through porous media." *Transport in Porous Media* 81.1 (2010): 35.
24. Carman, Philip Crosbie. "Fluid flow through granular beds." *Trans. Inst. Chem. Eng.* 15 (1937): 150-166.
25. Munson, Bruce R., Young, Donald F., Okiishi, Theodore H., and Huebsch, Wade W.

- Fundamentals of Fluid Mechanics, Sixth Edition.* John Wiley & Sons, Inc., 2009.
26. Jain, Ashok K., and Suddhasatwa Basu. "Flow past a porous permeable sphere: hydrodynamics and heat-transfer studies." *Industrial & Engineering Chemistry Research* 51.4 (2011): 2170-2178.
 27. Huang, Chen-En, Shan-Wen Du, and Wen-Tung Cheng. "Numerical investigation on hot metal flow in blast furnace hearth through CFD." *ISIJ international* 48.9 (2008): 1182-1187.
 28. Založnik, Miha, and Hervé Combeau. "Thermosolutal flow in steel ingots and the formation of mesosegregates." *International Journal of Thermal Sciences* 49.9 (2010): 1500-1509.
 29. Jourabian, Mahmoud, et al. "Melting process in porous media around two hot cylinders: Numerical study using the lattice Boltzmann method." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 509 (2018): 316-335.
 30. Pak, Afshin, et al. "CFD modeling of porous membranes." *Desalination* 222.1-3 (2008): 482-488.
 31. Koshikawa, Takao, et al. "Experimental study and two-phase numerical modeling of macrosegregation induced by solid deformation during punch pressing of solidifying steel ingots." *Acta Materialia* 124 (2017): 513-527.
 32. ANSYS Fluent-Release 17.0, Fluent Theory Guide, ANSYS Inc.
 33. Li, Zhilin, et al. "A least squares augmented immersed interface method for solving Navier–Stokes and Darcy coupling equations." *Computers & Fluids* 167 (2018): 384-399.
 34. Sistaninia, M., et al. "Three-dimensional granular model of semi-solid metallic alloys undergoing solidification: Fluid flow and localization of feeding." *Acta Materialia* 60.9 (2012): 3902-3911.
 35. Ludwig, A., et al. "3D Lattice Boltzmann flow simulations through dendritic mushy zones." *Engineering Analysis with Boundary Elements* 45 (2014): 29-35.
 36. Mirbagheri, S. M. H., and J. Silk. "Simulation of Si concentration effect on the permeability for columnar dendrite structures during solidification of Al–Si alloy." *Materials & design* 28.1 (2007): 356-361.