creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

[UCI]I804:24011-200000265325

2016년 2월

석사학위 논문

미지의 제어입력계수를 갖는 세그웨이를 위한 모델-프리 제어기 설계

조선대학교 대학원

전자공학과

김 병 우

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

미지의 제어입력계수를 갖는 세그웨이를 위한 모델-프리 제어기 설계

A design of model-free controller for segway with unknown control coefficients

2016년 2월 25일

조선대학교 대학원

전자공학과

김 병 우

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

미지의 제어입력계수를 갖는 세그웨이를 위한 모델-프리 제어기 설계

지도교수 김 윤 태

이 논문을 석사학위신청 논문으로 제출함

2015년 10월

조선대학교 대학원

전자공학과

김 병 우

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

김병우의 석사학위논문을 인준함

위원장 조선대학교 교 수 최 현 식 (인)

위 원 조선대학교 교 수 반 성 범 (인)

위 원 조선대학교 교 수 김 윤 태 (인)

2015년 11월

조선대학교 대학원

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

목 차

LIST OF TABLES ..... Ⅲ
LIST OF FIGURES ..... Ⅳ
ABSTRACT ..... Ⅴ

제 1 장 서 론 1
제 1 절 연구 배경 및 목적 1
제 2 절 논문의 구성 3

제 2 장 세그웨이 모델링 4
제 1 절 BLDC 모터 역학적 모델 4
제 2 절 세그웨이 역학적 모델 6
1. 라그랑주 방정식 6
2. 세그웨이 역학적 모델 7

제 3 장 세그웨이에 대한 제어기 설계 및 안정도 판별 11
제 1 절 낮은 복잡도를 갖는 제어기 설계 및 안정도 판별 11
1. 리아프노프 안정성 이론 12

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2. 낮은 복잡도를 갖는 제어기 ····· 13
제 2 절 Nussbaum 이득 기법을 활용한 제어기 설계 및 안정도 판별 ····· 16
1. Known Control Coefficient를 고려한 제어기 설계 및 안정도 판별 ····· 16
2. Nussbaum 이득 기법 ····· 20
3. 미지의 제어입력계수를 고려한 제어기 설계 및 안정도 판별 ····· 21

제 4 장 시뮬레이션 결과 ····· 26
제 1 절 MATLAB을 통한 시뮬레이션 ····· 26
1. Known Control Coefficient를 고려한 제어기 시뮬레이션 ····· 27
2. 미지의 제어입력계수를 고려한 제어기 시뮬레이션 ····· 31
3. 제어기 성능비교 ····· 35

제 5 장 결 론 ····· 40

REFERENCE ····· 41
LIST OF PUBLICATION ····· 44
APPENDIX A ····· 45

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

LIST OF TABLES

표 4.1 BLDC 모터 매개변수 ····· 26
표 4.2 세그웨이 매개변수 ····· 26
표 4.3 Known Control Coefficient를 고려한 $\rho_{1,2}(t)$함수의 매개변수 ····· 27
표 4.4 미지의 입력계수를 고려한 $\rho_{1,2}(t)$함수의 매개변수 ····· 31

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

LIST OF FIGURES

그림 2.1.1 BLDC 구조 ····· 4
그림 2.1.2 DC 모터 시스템 ····· 5
그림 2.2.1 세그웨이 모델 ····· 7
그림 3.1.1 리아프노프 함수 ····· 11
그림 3.1.2 정의된 성능 함수를 이용한 예 ····· 13
그림 3.1.3 $y=\tanh(x/2)$의 그래프 ····· 15
그림 4.1.1 $\rho_1(t)$함수 그래프 ····· 28
그림 4.1.2 $\rho_2(t)$함수 그래프 ····· 28
그림 4.1.3 추종 오차 ····· 29
그림 4.1.4 ρ_1함수와 x_1-x_d의 그래프 ····· 30
그림 4.1.5 ρ_2함수와 $x_2-\alpha$의 그래프 ····· 30
그림 4.1.6 $\rho_1(t)$함수 그래프 ····· 31
그림 4.1.7 $\rho_2(t)$함수 그래프 ····· 32
그림 4.1.8 추종 오차 ····· 32
그림 4.1.9 ρ_1함수와 x_1-x_d의 그래프 ····· 33
그림 4.1.10 ρ_2함수와 $x_2-\alpha$의 그래프 ····· 34
그림 4.1.11 초기값 10° $(0.1745\,rad)$일 경우 성능비교 ····· 35
그림 4.1.12 초기값 20° $(0.3491\,rad)$일 경우 성능비교 ····· 35
그림 4.1.13 초기값 30° $(0.5236\,rad)$일 경우 성능비교 ····· 36
그림 4.1.14 초기값 40° $(0.6981\,rad)$일 경우 성능비교 ····· 36
그림 4.1.15 초기값 10° $(0.1745\,rad)$일 경우 기존 제어기와의 성능비교 ····· 37
그림 4.1.16 초기값 20° $(0.3491\,rad)$일 경우 기존 제어기와의 성능비교 ····· 38
그림 4.1.17 초기값 30° $(0.5236\,rad)$일 경우 기존 제어기와의 성능비교 ····· 38

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

ABSTRACT

A design of model-free controller for segway with unknown control coefficients

Kim, Byung Woo
Advisor : Prof. Kim, Youn Tae Ph.D.
Department of Electronic Engineering
Graduate School of Chosun University

The Segway is becoming more prevalent on urban sidewalks. In order to design the controller for Segway, the linear controllers such as PID and LQR were firstly proposed. These methods require the linearized model of Segway and thus, have the limit due to the narrow operating range. To solve this problem, various nonlinear control methods such as sliding mode control and adaptive control based on the backstepping technique were proposed. As it is well known, the backstepping technique requires the differentiation of virtual controls and this complicates the controller. Although the dynamic surface control method can remove the disadvantage of the backstepping technique, it is still complex because it should use the adaptive technique or neural network to deal with the uncertainties.

To reduce the complexity of the nonlinear control methods, a low-complexity control method was recently proposed. By using the prescribed performance function, it can adjust the transient and stead-state response. Further, it does not require the adaptive technique and neural network to compensate the uncertainties. Hence, the

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

controller can be implemented more simply. In this regard, several controllers for Segway were presented using this method. However, previous works assume that the unknown control coefficient is constant. This assumption is not applicable to real systems because it is time-varying. Thus, we need to relax this assumption.

Motivated by these observations, we propose a model-free controller for Segway in the presence of the unknown control coefficient and model uncertainties. Firstly, we employ the Nussbaum gain technique to deal with the unknown time-varying control coefficient. Then, the approximation-free controller using the prescribed performance function is designed to compensate the uncertainties. For the stability of the proposed scheme, we prove that all error signals of the closed-loop control system are bounded using the Lyapunov stability theory. Finally, the simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed control method.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제 1 장 서 론

제 1 절 연구 배경 및 목적

최근 현대사회에서 가장 큰 문제점은 에너지원과 환경오염에 관한 것이다. 인구의 증가와 산업의 발달로 인하여 더 많은 에너지원이 필요하게 되었으며, 이는 화석 연료 및 대기 중 이산화탄소 농도의 증가를 야기한다. 이를 해결하기 위해 대체 자원에 대한 연구 및 이동수단의 탄소 배출량을 줄일 수 있는 연구가 활발히 진행되고 있으며, 이와 관련하여 최근의 이동수단 시스템들은 친환경적이며, 고효율을 낼 수 있는 시스템으로 변화되는 추세이다. 현대인들이 많이 이용하고 있는 이동수단들은 자동차, 오토바이, 자전거를 손꼽을 수 있는데 이러한 이동수단들은 실내에서 이용이 불가능하며, 주정차가 쉽지 않다. 반면에 세그웨이(segway)는 실내외 이동이 용이하며, 무게가 가볍고 부피가 작기 때문에 주정차가 쉬우며, 어디든 들고 이동할 수 있다. 또한 전기 배터리를 사용하기 때문에 친환경적이며, 조작이 쉬워 남녀노소 누구나 이용이 가능하다는 장점이 있다. 모터의 성능에 따라 속력을 조절할 수 있고 가파른 언덕을 쉽게 오를 수 있기 때문에 레저용으로 이용이 가능하며, 차량이나 오토바이에 비해 좁은 골목길 이동이 가능하므로 기동성이 뛰어나 최근에는 경찰 및 군용으로까지 사용하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다[1].

세그웨이는 무게 추 또는 로봇의 몸체가 넘어지지 않게 제어하는 역진자 운동 시스템(inverted pendulum)[2]과 밸런싱 로봇 시스템(balancing robot)[3]으로부터 확장되어 무게 추와 로봇 대신 사람이 탑승하는 이동수단으로 변화된 것이다. 탑승자가 이동하기 위해 몸을 원하는 방향으로 기울이면 세그웨이는 탑승자가 넘어지는 것을 방지하기 위해 탑승자가 기울인 방향으로 이동하게 된다. 이를 위해서는 탑승자 무게중심의 기울어진 각도를 측정 할 수 있는 센서(sensor)와 이 각도가 일정 범위 이상을 벗어났을 때, 그 범위를 벗어나지 않게 하는 제어기가 필요하다. 기울기를 감지하는 센서로는 일반적으로 자이로(gyro)센서를 사용하며, 센서의 출력 값인 각속도를 적분하여 기울어진 각도를 검출한다. 하지만 자이로 센서는 각속도를 적분하기 때문에 오차가 누적되므로 시간이 지날수록 측정된 각도 값에 큰 오차를 발생시킬 수 있다. 이를 해결하기 위해 가속도 센서와 자이

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

로 센서를 융합하여 적분오차를 줄이는 연구가 진행되었다[4].

세그웨이를 제어하기 위해 연구된 제어기로는 여러 가지 형태의 제어기들이 있다[5-6,8-11,13]. 이러한 제어기들은 세그웨이의 탑승자가 넘어지지 않고 안전하게 이용할 수 있도록 제어기 성능에 있어서 안정성 및 빠른 반응속도를 요구한다. 세그웨이를 위한 제어기는 크게 선형 제어기와 비선형 제어기로 나뉜다. 선형 제어기는 PID[5]와 LQR[6] 기법들이 많이 사용되며, 제어기 형태가 단순하고 안정성이 뛰어난 장점이 있다. 그러나 선형 제어기를 설계하기 위해서는 비선형성을 갖는 복잡한 모델을 원하는 작동범위에서 선형화 작업을 해야 하기 때문에 비선형성이 큰 시스템에 대해서는 많은 오차가 발생하여 시스템이 불안정해질 수 있다는 단점이 있다[7]. 특히, 세그웨이는 도로사정에 따라 탑승자의 무게, 무게 중심과의 거리 등 세그웨이 시스템의 매개변수(parameter)들이 시간에 따라 변하고, 역학적 모델 자체가 비선형성 구간이 많아 선형 제어기를 사용하기에는 부적합하다. 이 문제를 해결하기 위해 다양한 비선형 제어기에 대한 연구가 제안되었으며, 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control)[8], 적응 제어(adaptive control)[9], 백스텝핑(backstepping)[10] 기법들이 제안되었다. 하지만 선형 제어기에 비해 비선형 제어기들은 설계 및 구조가 복잡하다는 단점을 가지고 있다. 특히 백스테핑 기법은 가상의 제어 입력을 미분해야하기 때문에 더욱 복잡하다. 동적 표면 제어(dynamic surface control)[11] 기법을 통해 백스텝핑 기법의 단점을 제거할 수 있지만 불확실성을 고려할 때 적응 제어나 신경망 회로(neural network)를 사용하기 때문에 여전히 제어기의 형태가 복잡하다는 단점을 가지고 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 최근 낮은 복잡도를 갖는 비선형 제어기에 대한 연구가 제안되었다[12]. 정의된 성능함수(prescribed performance function)를 사용하여 제어 성능의 과도응답(transient response)과 정상상태 응답(steady-state response)을 조절할 수 있으며, 불확실성을 보상하기 위해 적응 제어기와 신경회로망을 사용하지 않아도 되므로 다른 비선형 제어기에 비해 형태가 매우 간단하다. 이러한 장점으로 인하여 세그웨이와 비슷한 모델에 대한 연구[13]가 많이 진행되고 있으나 기존의 연구들은 대부분 미지의 제어입력계수(unknown control coefficient)가 상수라고 가정하였다. 실제 모델에서 미지의 입력 계수는 시간에 따라 변하기 때문에 이 문제를 해결하기 위한 설계 방법이 필요하다.

따라서 본 논문에서는 시간에 따라 변하는 미지의 입력 계수를 갖는 세그웨이

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

시스템을 위해 낮은 복잡도를 갖는 제어기 설계 방법을 제안한다. 시간에 따라 변하는 미지의 입력 계수는 일반적인 적응 제어 기법으로 다루기 어렵기 때문에 Nussbaum 이득 기법(Nussbaum gain technique)[14]을 이용하며, 모델 불확실성을 다루는데 있어서 제어기의 복잡도를 낮추기 위해 정의된 성능 함수를 이용하여 제어기를 설계한다. 제어기를 설계하는데 있어서 안정도를 보장하기 위해 리아프노프 안정성 이론(Lyapunov stability theory)을 이용하여 설계된 제어 시스템 내의 모든 오차들이 유계(bound)됨을 증명한다. 마지막으로 모의실험을 통해 설계된 제어기의 제어성능을 확인한다.

제 2 절 논문의 구성

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 세그웨이의 역학적 모델을 유도하고, 3장에서는 시간에 따라 변하는 미지의 입력 계수를 갖는 세그웨이를 위해 낮은 복잡도를 갖는 제어기를 설계한다. 4장에서는 설계한 제어기들의 성능을 확인해 보기 위해 모의실험 및 실제 실험을 통한 결과들을 보여준다. 마지막 5장에서는 결론을 맺는다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제 2 장 세그웨이 모델링

본 장에서는 제어기가 적용될 세그웨이 시스템의 역학적 모델을 구한다. 먼저 세그웨이의 구동부인 BLDC 모터에 대한 역학적 모델을 구하고, 세그웨이 시스템의 동역학을 구하기 위해 라그랑주방정식을 통해 유도한다.

제 1 절 BLDC 역학적 모델

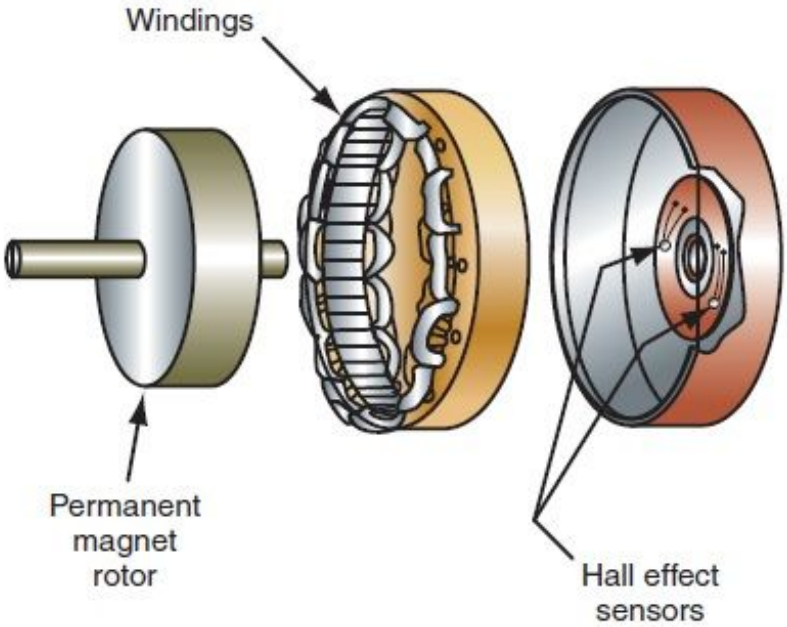

그림 2.1.1 BLDC 구조

BLDC(Brushless DC Motor)는 DC모터에서 브러시 구조를 없애고 정류를 전자적으로 수행하는 모터이며 그림 2.1.1과 같은 구조이다. BLDC 모터의 역학적 모델은 모터의 운동에 관한 물리적인 법칙을 수학적으로 표현한 식이며, DC 모터의 역학적 모델과 유사하다.그래서 일반적인 BLDC 모터의 역학적 모델은 아래와 같은 그림 2.1.2의 DC 모터 등가회로로 표현 가능하다.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

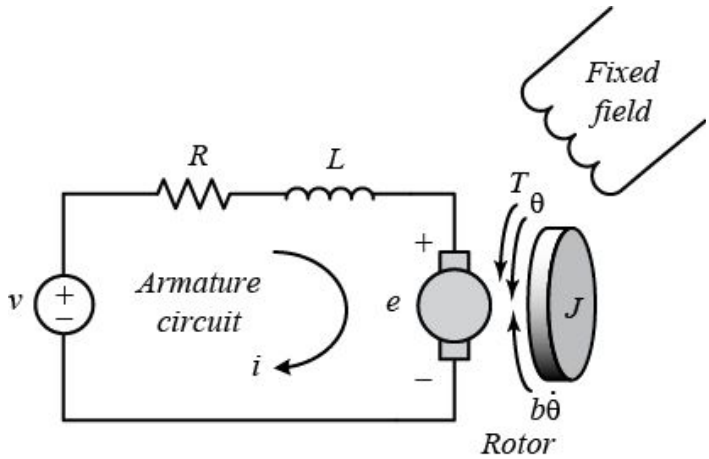

그림 2.1.2 DC 모터 시스템

DC 모터는 코일과 저항으로 구성되어 있는 전기계와 회전자 및 베어링으로 구성되어 있는 기계계로 구분할 수 있다.

각각의 계에 키르히호프의 법칙(Kirchhoff’s law)과 뉴턴의 법칙(Newton’s law)을 적용시키면 외란이 없다는 조건 하에 BLDC 모터는 다음과 같이 표현할 수 있다[15].

$$V(t) = L\frac{d}{dt}i(t) + Ri(t) + e(t) \tag{1}$$

$$e(t) = K_b\omega(t) \tag{2}$$

여기서 V는 전기계의 입력전압[V], L은 전기자 인덕턴스[H], e는 역기전력[V], R은 전기자 권선저항[Ω], i는 전기자 전류[A], ω는 회전자의 각속도[rad/s]이다. 식(1)과 (2)는 전기계의 총 전압은 코일 및 저항에 걸리는 전압 및 회전자의 회전으로 인하여 발생하는 역기전력의 합과 같다는 것을 의미하며, 이 때 발생하는 역기전력은 역기전력 상수 K_b를 기반으로 회전자의 각속도에 비례함을 나타낸다. 모터에 의해 발생하는 토크와 전류 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\tau(t) = K_t\, i(t) \tag{3}$$

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

여기서 τ는 모터 토크, K_t는 모터 토크 상수를 나타낸다. 식(1)에서 전기자 인덕턴스 L은 매우 작으므로 무시한다. 그러면 식(1)은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$i(t) = \frac{V(t) - K_b \omega(t)}{R} \tag{4}$$

식(3)에 식(4)를 대입하면 다음과 같은 전압과 토크의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\tau(t) = \frac{K_t}{R}(V(t) - K_b \omega(t)) \tag{5}$$

제 2 절 세그웨이 역학적 모델

1. 라그랑주 방정식

라그랑주 방정식(Lagrange equation)[16]은 운동계 시스템의 동역학 모델을 유도하기 위해서 사용한다. 라그랑주 역학에서 라그랑지안(Lagrangian)은 계의 운동에너지 T에서 위치에너지 U를 뺀 것으로 아래와 같이 정의한다.

$$L = T - U \tag{6}$$

식(6)과 같이 라그랑지안을 구한 후, 이를 아래와 같은 라그랑주 방정식에 대입하면 시스템의 동역학 모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} &= F \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \tau \end{aligned} \tag{7}$$

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

여기서 F는 선형 움직임을 위한 외부 힘이며, τ는 회전 움직임을 위한 외부 힘이다.

2. 세그웨이 역학적 모델

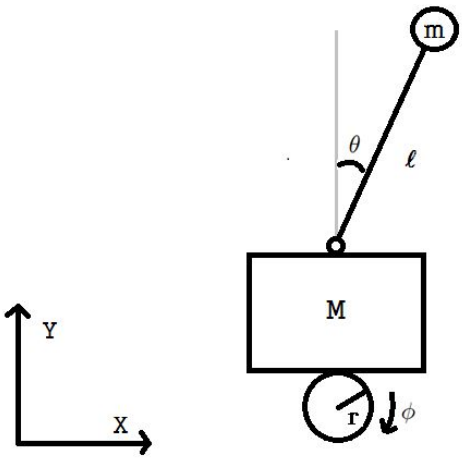

그림 2.2.1 세그웨이 모델

세그웨이 시스템의 역학적 모델은 역진자 운동시스템과 유사하기 때문에 그림 2.2.1을 통해 유도할 수 있다. 선형 운동(Linear motion)과 회전 운동(rotation motion)을 고려한 라그랑지안은 다음과 같다.

$$T_w = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\phi}^2$$

$$T_b = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}J_\theta\dot{\theta}^2$$

$$U = Mgr + mg\ell\cos\theta$$

$$L = T_w + T_b - U \tag{8}$$

여기서 M은 세그웨이 본체의 무게, m은 탑승자의 무게, l은 탑승자의 무게중심

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

과 본체와의 거리, θ는 무게중심이 기울어진 각도, r은 바퀴의 반지름, g는 중력가속도, v_1는 물체 M의 속력, v_2는 물체 m의 속력, T_1은 물체 M의 위치에너지, T_2는 물체 m의 위치에너지, $\dot{\phi}$는 바퀴의 각속도, $\dot{\theta}$는 무게중심이 기울어진 각도의 미분, J_ω는 바퀴의 관성모멘트, J_θ는 세그웨이 본체의 관성모멘트이다. 식(8)의 v_1과 v_2는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v_1 &= \dot{x} = r\dot{\phi} = r\omega \\ v_2^2 &= [\frac{d}{dt}(x+\ell\sin\theta)]^2 + (\frac{d}{dt}\ell\cos\theta)^2 = \dot{x}^2 + 2\ell\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + \ell^2\dot{\theta}^2 \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 x는 세그웨이의 이동거리이다. 식(8)에 식(9)를 대입하면 다음과 같이 세그웨이 모델의 라그랑지안이 유도된다.

$$L = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 + m\ell\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + \frac{1}{2r^2}J_w\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_\theta\dot{\theta}^2 - Mgr - mg\ell\cos\theta \tag{10}$$

세그웨이의 동역학 모델을 얻기 위해 식(10)의 라그랑지안을 식(7)의 라그랑주 방정식에 대입하면 다음과 같다.

$$(M+m+J_w/r^2)\ddot{x} + m\ell\ddot{\theta}\cos\theta - m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta = F \tag{11}$$

$$(m\ell^2 + J_\theta)\ddot{\theta} + m\ell\ddot{x}\cos\theta - mg\ell\sin\theta = 0 \tag{12}$$

세그웨이의 시스템은 이동거리 x는 제어하지 않고 기울어진 각도 θ를 제어하기 위한 시스템이기 때문에 가하는 힘 F와 기울어진 각도의 관계식을 알아내야 한다. 식(11)에 식(12)를 대입하면 $\ddot{\theta}$에 관한 식을 아래와 같이 유도할 수 있다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$\ddot{\theta} = \frac{p(mg\ell\sin\theta) - m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta + F}{h}$$
$$p = \frac{[(M+m) + J_w/r^2]}{m\ell\cos\theta}$$
$$h = p(m\ell^2 + J_\theta) - m\ell\cos\theta \tag{13}$$

식(13)의 시스템에서 입력은 F이며, 출력은 θ이다. 하지만 실제 시스템에서 F는 BLDC 모터로 인해 가해지는 힘이며, BLDC 모터에 가하는 전압이 세그웨이 시스템의 실제 제어 입력이다. 따라서 F와 전압과의 관계식을 유도하여 식(13)에 대입하여야 한다.

F와 전압과의 관계식을 알아보기 전에 먼저 토크 τ와 힘 F와의 관계식을 알아야 한다. 세그웨이 시스템이 필요로 하는 힘의 단위는 N이고, BLDC 모터의 토크는 단위가 $N \cdot m$이다. 따라서 토크와 힘의 관계는 다음과 같다.

$$\tau = r \times F \tag{14}$$

여기서 r은 회전축에서 힘을 가하는 위치까지의 변위이다. 식(14)에 식(5)를 대입하면 다음과 같은 전압과 힘에 대한 관계식을 유도할 수 있다.

$$F = \frac{K_t}{rR}(V - K_b\omega) \tag{15}$$

식(13)에 식(15)를 대입하면 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} = \frac{p(mg\ell\sin\theta) - m\ell\dot{\theta}^2\sin\theta}{h} + \frac{K_t V}{rhR} + d(t) \tag{16}$$

여기서 $d(t) = -\dfrac{K_t K_b \omega}{rhR}$ 이다.

가정 1 : 무게 중심이 기울어진 각도 θ는 $0 \le \theta < \pi/2$ 범위로 존재한다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

위의 가정에서 $\theta = \pi/2$일 때 탑승자가 쓰러진 상태이므로 본 논문에서는 $\theta < \pi/2$인 범위만 고려한다. 가정 1에 의해 $\cos\theta \neq 0$이고 모터의 각속도 ω는 하드웨어적인 한계가 존재하므로 식(16)에서 정의된 $d(t)$는 유계되어 있다고 할 수 있다.

비선형 제어기를 설계하기 위해 $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$로 정의하면 식(16)은 다음과 같은 상태 공간 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= A(x_1, x_2) + B(x_1)V + d(t) \end{aligned} \tag{17}$$

여기서

$$A(x_1, x_2) = \frac{p(mg\ell \sin x_1) - m\ell x_2^2 \sin x_1}{h},$$

$$B(x_1) = \frac{K_t}{rhR},$$

V는 모터 입력 전압이다. 식(17)에서 $B(x_1)$는 시간에 따라 변하는 제어입력계수이다. 다음 장에서는 이러한 시스템이 Known Control Coefficient일 경우와 미지의 제어입력계수일 경우에 대한 설계 방법을 순차적으로 설명할 것이다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제 3 장 세그웨이에 대한 제어기 설계 및 안정도 판별

이 장에서는 본 논문에서 제안된 제어기를 세그웨이에 적용하여 설계하는 과정을 설명한다. 제 1절에서는 비선형제어기의 안정성을 판별할 수 있는 리아프노프 안정성이론을 통해 낮은 복잡도를 갖는 제어기를 설계하는 방법에 대해 다루며, 제 2절에서는 식(17)의 시간에 따라 변하는 제어입력계수 $B(x_1)$를 알고 있는 경우(Known Control Coefficient)의 시스템을 고려한 낮은 복잡도를 갖는 제어기와 제어입력계수 $B(x_1)$를 알 수 없을 경우(Unknown Control Coefficient)의 시스템을 고려한 model-free 제어기의 설계한다.

제 1 절 낮은 복잡도를 갖는 제어기 설계 및 안정도 판별

1. 리아프노프 안정성 이론

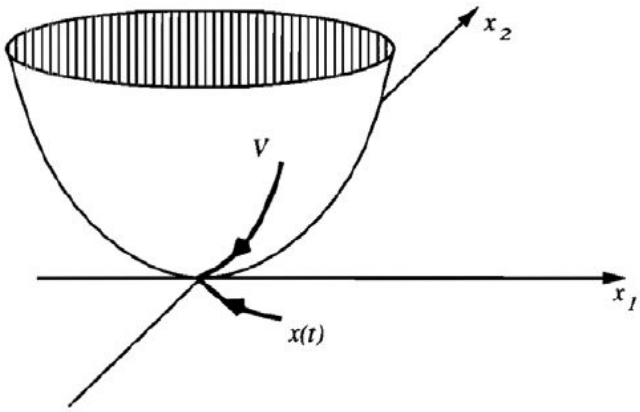

그림 3.1.1 리아프노프 함수

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

리아프노프 안정성(Lyapunov stability)은 동역학계의 평형점(equilibrium point)이 가질 수 있는 안정성 성질 가운데 하나이며, 그림 3.1.1와 같은 리아프노프 함수(Lyapunov function)를 선정하여 이론 1과 이론 2에 따라 비선형제어기의 안정성을 증명한다.

이론 1 지역적 안정성(Local stability)

만약 B_R이라는 원안에, 다음과 같은 연속적인 1차 편미분을 갖는 스칼라 함수(Scalar function) $V(x)$가 존재한다면

$$V(x) \text{ is positive definite (locally in } B_R)$$
$$\dot{V}(x) \text{ is negative semi-definite (locally in } B_R)$$

이때 평형점 0은 안정하다. 만약 B_R안에서 $\dot{V}(x)$이 음의 값을 갖는다면 점근적 안정성(Asymptotic stability)이라 한다.

이론 2 전체 안정성(Global stability)

다음과 같은 연속적인 1차 편미분을 갖는 스칼라 함수 $V(x)$가 존재한다면

$$V(x) \text{ is positive definite}$$
$$\dot{V}(x) \text{ is negative definite}$$
$$V(x) \rightarrow \infty \quad as \quad \| x \| \rightarrow \infty$$

이때 평형점은 안정하며, 전체 점근적 안정성(Globally asymptotic stability)이라 한다.

증명 : 참고문헌 [7] pp. 40-100 참조

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2. 낮은 복잡도를 갖는 제어기

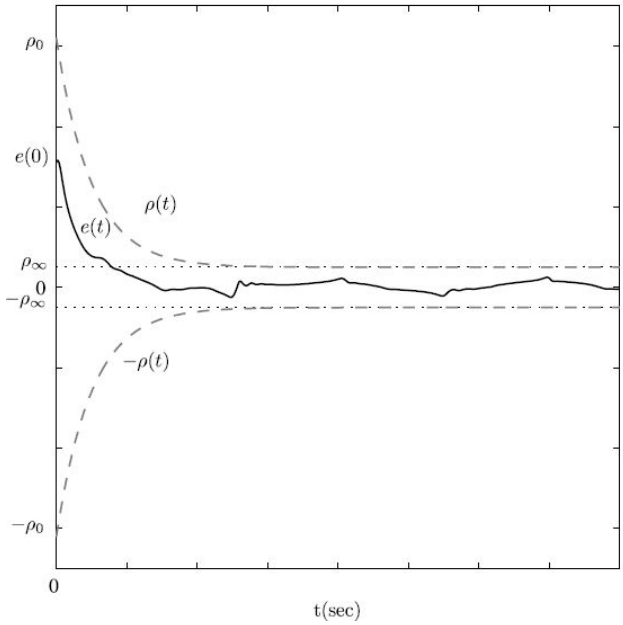

그림 3.1.2 정의된 성능 함수를 이용한 예

기존의 비선형 제어기들의 단점은 설계방식이 복잡하며, 리아프노프 함수를 어떻게 선정하느냐에 따라 제어 입력이 달라진다. 특히 MIMO(multi input multi output)시스템에서는 그 설계과정과 제어입력이 더욱 복잡해진다. 이러한 비선형 제어기의 단점을 보완하기 위해 정의된 성능 함수를 사용한 낮은 복잡도를 갖는 제어기가 소개되었다[12]. 이 연구의 제어기는 그림 3.1.2와 같이 원하는 기준값(desired value)과 출력 값의 오차(error)를 정의된 성능 함수($\rho - function$) 범위 안으로 유계시킨다.

따라서 이러한 낮은 복잡도를 갖는 제어기의 가장 큰 특징은 비선형 시스템 오차의 과도응답과 정상상태 응답을 정의된 성능 함수의 매개변수 조절을 통해 얻을 수 있으며, 제어기 설계 시 제어 입력이 간단하다는 것이다. 이러한 장점을 갖기 위해 다음과 같은 설계과정이 필요하다.

예를 들어 다음과 같은 n차 피드백(feedback) 시스템을 고려하자.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= f_i(x_1, ..., x_i, x_{i+1}), \quad i = 1, ..., n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, ..., x_n, u) \\ y &= x_1\end{aligned} \tag{18}$$

여기서 상태 x_i는 벡터이며, $x_i(0)$는 상태의 초기조건, u는 제어입력, f_i는 알 수 없는 비선형 함수(unknown nonlinear function)이지만 유계되어 있다.

원하는 기준값과 출력값의 오차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}E_1(t) &= x_1(t) - x_d(t) \\ E_i(t) &= x_i(t) - \alpha_{i-1}(t), \quad i = 1, ..., n-1\end{aligned} \tag{19}$$

여기서 x_d는 기준값, α_{i-1}는 가상제어입력(virtual control input)이다. 식(18)과 같은 시스템의 오차 E_i를 조절하기 위한 정의된 성능 함수의 구조는 다음과 같다.

$$\rho_i(t) = (\rho_i(0) - \rho_i(\infty))e^{-L_i t} + \rho_i(\infty), \quad i = 1, ..., n-1 \tag{20}$$

여기서 $E_i(0)$은 오차의 초기값, $\rho_i(0)$은 $\rho_i(t)$의 초기값, $\rho_i(\infty)$은 $\rho_i(t)$의 최종값, L_i은 상수이다. $\rho_i(0)$은 $\rho_i(0) > |E_i(0)|$ 의 조건을 만족해야 하며, $\rho_i(\infty) = \lim_{t \to \infty} \rho_i(t)$ 을 통해 오차의 최종값 범위를 결정할 수 있다.

식(18)을 위한 제어기를 설계하기 위해 다음과 같은 함수를 정의하자.

$$z_1(t) = \frac{E_1(t)}{\rho_1(t)}, \qquad \epsilon_1(t) = \ln\frac{1 + z_1(t)}{1 - z_1(t)} \tag{21}$$

$$z_i(t) = \frac{E_i(t)}{\rho_i(t)}, \quad i = 2, ..., n, \quad \epsilon_i(t) = \ln\frac{1 + z_i(t)}{1 - z_i(t)} \tag{22}$$

가정 2: 기준값 x_d는 미분 가능하며, 1차 미분 값 $\dot{x}_d$는 유계된다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

식(21)과 식(22)를 z_i에 관한 식으로 유도하면 다음과 같다.

$$z_i = \frac{e^{\frac{\epsilon_i}{2}} - e^{-\frac{\epsilon_i}{2}}}{e^{\frac{\epsilon_i}{2}} + e^{-\frac{\epsilon_i}{2}}}, \quad i = 1, \ldots, n \tag{23}$$

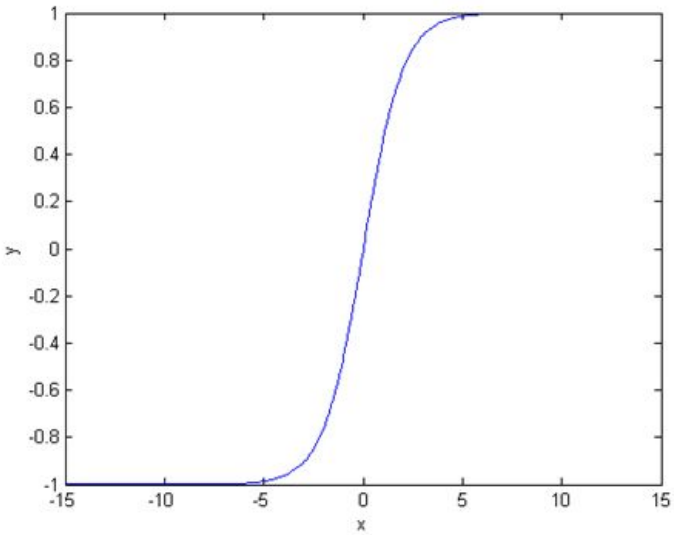

그림 3.1.3 $y = \tanh(x/2)$**의 그래프**

식(23)은 $z_i = \tanh(\epsilon_i/2)$ 와 같으며, 그림 3.1.3와 같은 그래프 특성을 갖는다.

만일 ϵ_i가 유계된다면, z_i는 $-1 \le z_i \le 1$인 범위안의 값을 가지게 되며 식(21)과 식(22)에 의해 $|x_1 - x_d| \le \rho_1$, $|x_i - \alpha_{i-1}| \le \rho_i$, $i = 2, \ldots, n$ 을 만족하게 된다. 따라서 오차가 정의된 성능함수 범위 안으로 유계된다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제 2 절 제어입력계수에 따른 제어기 설계 및 안정도 판별

1. Known Control Coefficient를 고려한 제어기 설계 및 안정도 판별

먼저 세그웨이 모델 식(17)의 입력 계수 $B(x_1)$를 알고 있다는 가정 하에 제어기를 설계해 보자. 기준값과 출력값의 오차를 제한시키기 위해 정의된 성능 함수를 아래와 같이 선정한다.

$$\begin{aligned}\rho_1(t) &= (\rho_1(0)-\rho_1(\infty))e^{-L_1 t}+\rho_1(\infty)\\ \rho_2(t) &= (\rho_2(0)-\rho_2(\infty))e^{-L_2 t}+\rho_2(\infty)\end{aligned} \tag{24}$$

여기서 $\rho_1(0) > |x_1(0)-x_d(0)|$, $\rho_2(0) > |x_2(0)-u_1(0)|$ 는 ρ함수의 초기값, L_1와 L_2는 ρ함수의 이득, $\rho_1(\infty)$와 $\rho_2(\infty)$는 ρ함수의 최종값이다. 각 상태의 오차는 다음과 같이 정의한다.

$$z_1(t) = \frac{x_1(t)-x_d(t)}{\rho_1(t)}, \qquad \epsilon_1(t) = \ln\frac{1+z_1(t)}{1-z_1(t)} \tag{25}$$

$$z_2(t) = \frac{x_2(t)-\alpha(t)}{\rho_2(t)}, \qquad \epsilon_2(t) = \ln\frac{1+z_2(t)}{1-z_2(t)} \tag{26}$$

여기서 k_1, k_2는 양수이며, $\alpha(t)$는 가상의 제어입력, x_d는 제어 기준값이며, 상수이다. x_1-x_d과 $x_2-\alpha$의 과도응답과 정상상태 응답은 앞에서 정의한 성능 함수의 매개변수 L_1, L_2, $\rho_1(0)$, $\rho_2(0)$, $\rho_1(\infty)$와 $\rho_2(\infty)$에 의해 조절이 가능하다.

제어기 설계를 위해 단계별로 다음과 같이 설계한다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Step 1 : ϵ_1에 대한 리아프노프 함수는 다음과 같이 선정한다.

$$V_1 = \frac{1}{2}\epsilon_1^2 \tag{27}$$

식(25)을 이용하여 식(27)을 시간에 따라 미분하면

$$\dot{V}_1 = \epsilon_1\dot{\epsilon}_1 = \delta_1\epsilon_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_d - z_1\dot{\rho}_1) \tag{28}$$

여기서 $\delta_1 = 2\cosh^2\epsilon_1/\rho_1 > 0$이다. 식(17)과 식(26)을 이용하면 식(28)은 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = \delta_1\epsilon_1(\alpha + z_2\rho_2 - \dot{x}_d - z_1\dot{\rho}_1) \tag{29}$$

가상 제어법칙 α는 다음과 같이 선정한다.

$$\alpha = -k_1\epsilon_1 \tag{30}$$

여기서 k_1은 양수이다. 식(30)을 식(29)에 대입하면

$$\dot{V}_1 = \delta_1\epsilon_1(-k_1\epsilon_1 + \tanh(\epsilon_2/2)\rho_2 - \dot{x}_d - \tanh(\epsilon_1/2)\dot{\rho}_1) \tag{31}$$

식(31)에서 가정 2와 ρ함수의 정의에 의해 $\dot{x}_d$, $\dot{\rho}_1$, ρ_2는 유계되어 있으므로 $|\tanh(\epsilon_2/2)\rho_2 - \dot{x}_d - \tanh(\epsilon_1/2)\dot{\rho}_1| \le \Phi_1$ 와 같은 양수 Φ_1가 존재한다. 따라서 식(31)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{V}_1 \le \delta_1(-k_1|\epsilon_1|^2 + \Phi_1|\epsilon_1|) \tag{32}$$

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

만약 $|\epsilon_1| > \Phi_1/k_1$ 이면, $\dot{V}_1 \le 0$ 을 만족하게 된다. 따라서 $|\epsilon_1| \le \bar{\epsilon}_1$ 로 유계되며, 여기서 $\bar{\epsilon}_1 = \max\left\{\epsilon_1(0), \frac{\Phi_1}{k_1}\right\}$이다. 이는 $\dot{\epsilon}_1$가 유계되어 있다는 것을 의미하며, α과 $\dot{\alpha}_1$도 유계됨을 의미한다.

Step 2 : ϵ_2에 대한 리아프노프 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V_2 = \frac{1}{2}\epsilon_2^2 \tag{33}$$

식(26)을 이용하여 식(33)을 시간에 따라 미분하면

$$\dot{V}_2 = \epsilon_2\dot{\epsilon}_2 = \delta_2\epsilon_2(\dot{x}_2 - \dot{\alpha} - z_2\dot{\rho}_2) \tag{34}$$

여기서 $\delta_2 = 2\cosh^2\epsilon_2/\rho_2 > 0$이다. 식(17)을 식(34)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_2 = \delta_2\epsilon_2(A + BV + d(t) - k_1\dot{\epsilon}_1 - z_2\dot{\rho}_2) \tag{35}$$

실제 제어입력은 다음과 같이 선정한다.

$$V = \frac{-k_2\epsilon_2}{B} \tag{36}$$

여기서 k_2는 양수이다. 식(36)을 식(35)에 대입하면

$$\dot{V}_2 = \delta_2\epsilon_2(A + d(t) - k_2\epsilon_2 - k_1\dot{\epsilon}_1 - z_2\dot{\epsilon}_2) \tag{37}$$

여기서 $A(x_1, x_2)$는 상태 x_1와 x_2에 따라 변하며, 식(25)와 식(26)의 대입을 통해

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$A(x_d+z_1\rho_1, \alpha+z_2\rho_2)$로 표현 가능하다. Step 1과 가정 1에 의해 α 및 $d(t)$가 유계되어 있고, x_d, z_1, z_2, ρ_1, ρ_2가 유계되어있기 때문에 A는 유계되며, $\dot{\rho}_2$ 또한 유계된다. 그러므로 $|A+d(t)-k_1\dot{\epsilon}_1-z_2\dot{\rho}_2| \le \Phi_2$ 와 같은 양수 Φ_2가 존재한다. 따라서 식(37)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{V}_2 \le \delta_2(-k_2|\epsilon_2|^2+\Phi_2|\epsilon_2|) \tag{38}$$

만약 $|\epsilon_2| > \Phi_2/k_2$ 이면, $\dot{V}_2 \le 0$ 을 만족하게 된다. 따라서 $|\epsilon_2| \le \overline{\epsilon_2}$ 로 유계되며, 여기서 $\overline{\epsilon_2} = \max\left\{\epsilon_2(0), \frac{\Phi_2}{k_2}\right\}$이다.

따라서 z_1과 z_2는 식(23)의 정의에 의해 $-1 \le z_1 \le 1$과 $-1 \le z_2 \le 1$의 범위에 있게 되며, 이는 $-\rho_1 \le x_1(t)-x_d(t) \le \rho_1$를 의미한다. 따라서 추종 오차인 $x_1(t)-x_d(t)$는 정의된 함수 범위 내에 있게 된다. 또한 식(24)에 정의된 함수의 매개변수의 조절을 통해 수렴 속도 및 최종값을 결정할 수 있으므로 추종 오차의 원하는 과도 응답 및 정상상태 응답 얻을 수 있다.

앞에서 Known Control Coefficient를 고려한 낮은 복잡도를 갖는 제어기는 시스템의 제어입력계수를 알고 있었기 때문에 설계가 매우 간단했다. 하지만 실제 시스템의 매개변수들은 근사치는 알기 쉽지만 정확한 값을 알아내기는 어렵다. 따라서 시간에 따라 변하는 미지의 제어입력계수를 갖는 실제 시스템모델에 적용 가능한 제어기를 설계해야한다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2. Nussbaum 이득 기법

비선형제어기를 설계할 때, 일반 매개변수가 시간에 따라 변하는 미지의 변수일 경우 제어기를 설계하는 것은 어렵지 않다. 그러나 제어입력계수가 시간에 따라 변하는 미지의 변수일 경우 제어기를 설계하는 것은 상당히 어려운 문제이다. 왜냐하면 원하는 출력을 얻기 위한 제어입력을 설계하였어도 시간에 따라 변하는 미지의 변수에 의해 제어입력 자체가 바뀌어버리기 때문이다. 이를 해결하기 위해 여러 연구가 제안되었고, 그 중 대표적인 방법으로 Nussbaum 이득 기법을 이용한 연구가 가장 많이 쓰인다. 이 절에서는 낮은 복잡도를 갖는 제어기에 Nussabaum 이득 기법을 적용시켜 시간에 따라 변하는 미지의 제어입력계수를 갖는 세그웨이 모델에 대한 제어기 설계를 제안하겠다.

Nussbaum 이득 기법은 Nussbaum 함수(function)이라 불리는 $N(\zeta)$을 이용하여 제어기를 설계한다. Nussbaum 함수는 아래와 같은 특성을 갖는 함수이다.

$$\lim_{s\to\infty}\sup\int_{s_0}^{s}N(\zeta)d\zeta=+\infty \tag{39}$$

$$\lim_{s\to\infty}\inf\int_{s_0}^{s}N(\zeta)d\zeta=-\infty \tag{40}$$

본 논문에서는 이 조건을 만족하는 Nussbaum 함수를 $N(\zeta)=e^{\zeta^2}\cos(\frac{\pi}{2}\zeta)$으로 고려한다. 이 함수를 이용하여 Nussbaum 이득 기법을 적용시키기 위해서는 아래와 같은 보조정리를 따라야 한다.

보조정리 1: $V(t)\geq 0,\ \forall t\in[0,t_f)$라면, $N(\zeta)$는 inequality에 따라 아래와 같이 유도된다.

$$V(t)\leq c_0+e^{-c_1t}\int_0^t b(\tau)N(\zeta)\dot{\zeta}e^{c_1\tau}d\tau+e^{-c_1t}\int_0^t\dot{\zeta}e^{c_1\tau}d\tau \tag{41}$$

여기서 c_0는 상수, $c_1>0$이며, $b(t)$는 시간에 따라 변하며 부호를 알 수 없는 매

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

개변수이다. 식(41)을 통해 t가 $[0, t_f)$에서 $V(t)$, $\zeta(t)$와 $\int_0^t b(\tau)N(\zeta)\dot{\zeta}d\tau$가 바운드 되어 있음을 알 수 있다

증명 : 참고문헌 [17] 보조정리 2 참조.

3. 미지의 제어입력계수를 고려한 제어기 설계 및 안정도 판별

시간에 따라 변하는 미지의 제업입력계수를 갖는 시스템을 고려한 model-free 제어기의 설계는 다음과 같다. 먼저 기준 값과 출력 값의 오차를 제한시키기 위해 정의된 성능 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$\begin{aligned} \rho_1(t) &= (\rho_1(0) - \rho_1(\infty))e^{-L_1 t} + \rho_1(\infty) \\ \rho_2(t) &= (\rho_2(0) - \rho_2(\infty))e^{-L_2 t} + \rho_2(\infty) \end{aligned} \tag{42}$$

여기서 $\rho_1(0) > |x_1(0) - x_d(0)|$, $\rho_2(0) > |x_2(0) - u_1(0)|$ 는 ρ함수의 초기값, L_1와 L_2는 ρ함수의 이득, $\rho_1(\infty)$와 $\rho_2(\infty)$는 ρ함수의 최종값이다.

제어기를 설계하기 위해 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$z_1(t) = \frac{x_1(t) - x_d(t)}{\rho_1(t)}, \qquad \epsilon_1(t) = \ln\frac{1 + z_1(t)}{1 - z_1(t)} \tag{43}$$

$$z_2(t) = \frac{x_2(t) - \alpha(t)}{\rho_2(t)}, \qquad \epsilon_2(t) = \ln\frac{1 + z_2(t)}{1 - z_2(t)} \tag{44}$$

여기서 k_1, k_2는 양수이며, $\alpha(t)$는 가상의 제어입력, x_d는 제어 기준값이며 상수이다. 제어기 설계를 위해 단계별로 다음과 같이 설계한다.

Step 1 : ϵ_1에 대한 리아프노프 함수는 다음과 같이 선정한다.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$V_1 = \frac{1}{2}\epsilon_1^2 \tag{45}$$

\

식(43)을 이용하여 식(45)를 시간에 따라 미분하면

$$\dot{V}_1 = \epsilon_1\dot{\epsilon}_1 = \delta_1\epsilon_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_d - z_1\dot{\rho}_1) \tag{46}$$

여기서 $\delta_1 = 2\cosh^2\epsilon_1/\rho_1 > 0$이다. 식(17)과 식(44)를 이용하면 식(46)는 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = \delta_1\epsilon_1(\alpha + z_2\rho_2 - \dot{x}_d - z_1\dot{\rho}_1) \tag{47}$$

가상 제어법칙은 다음과 같이 선정한다.

$$\alpha = -k_1\epsilon_1 \tag{48}$$

여기서 k_1은 양수이다. 식(48)을 식(47)에 대입하면

$$\dot{V}_1 = \delta_1\epsilon_1(-k_1\epsilon_1 + \tanh(\epsilon_2/2)\rho_2 - \dot{x}_d - \tanh(\epsilon_1/2)\dot{\rho}_1) \tag{49}$$

$\dot{x}_d$, $\dot{\rho}_1$, ρ_2가 바운드 되어있기 때문에, $|\tanh(\epsilon_2/2)\rho_2 - \dot{x}_d - \tanh(\epsilon_1/2)\dot{\rho}_1| \le \Phi_1$ 와 같은 양수 Φ_1가 존재한다. 따라서 식(49)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{V}_1 \le \delta_1(-k_1|\epsilon_1|^2 + \Phi_1|\epsilon_1|) \tag{50}$$

만약 $|\epsilon_1| > \Phi_1/k_1$ 이면, $\dot{V}_1 \le 0$ 을 만족하게 된다. 따라서 $|\epsilon_1| \le \bar{\epsilon}_1$ 로 유계되며, 여기서 $\bar{\epsilon}_1 = \max\left\{\epsilon_1(0), \frac{\Phi_1}{k_1}\right\}$이다. 이는 $\dot{\epsilon}_1$가 유계되어 있다는 것을 의미한다. 그러므로 α과 $\dot{\alpha}_1$도 유계되어있다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Step 2 : ϵ_2에 대한 리아프노프 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V_2 = \frac{1}{2}\epsilon_2^2 \tag{51}$$

식(44)을 이용하여 식(51)을 시간에 따라 미분하면

$$\dot{V}_2 = \epsilon_2\dot{\epsilon}_2 = \delta_2\epsilon_2(\dot{x}_2 - \dot{\alpha} - z_2\dot{\rho}_2) \tag{52}$$

여기서 $\delta_2 = 2\cosh^2\epsilon_2/\rho_2 > 0$이다. 식(17)을 식(52)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_2 = \delta_2\epsilon_2(A + BV + d(t)\ \ k_1\dot{\epsilon}_1 - z_2\dot{\rho}_2) \tag{53}$$

실제 제어입력은 다음과 같이 선정한다.

$$\begin{aligned} V &= N(\zeta)\eta \\ \eta &= k_2\epsilon_2 + \gamma\frac{\delta_2\epsilon_2}{2} \\ \dot{\zeta} &= \delta_2\eta\epsilon_2 \end{aligned} \tag{54}$$

여기서 k_2, γ는 양수이다. 식(53)에 식(54)를 대입하면

$$\dot{V}_2 = \delta_2\left[BN(\zeta)\eta\epsilon_2 + (A + d(t) - k_1\dot{\rho}_1 - z_2\dot{\rho}_2)\epsilon_2\right] \tag{55}$$

$\dot{\epsilon}_1$, z_2, $\dot{\rho}_2$, A와 $d(t)$가 유계되어 있기 때문에, $|A + d(t) - k_1\dot{\epsilon}_1 - z_2\dot{\rho}_2| \le \Phi_2$ 와 같은 양수 Φ_2가 존재한다. 따라서 식(55)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{V}_2 \le \delta_2(BN(\zeta)\eta\epsilon_2 + \Phi_2|\epsilon_2|) \tag{56}$$

보조정리 1을 적용하기 위해, 식(56)은 다음과 같이 유도된다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$\dot{V}_2 \le BN(\zeta)\delta_2\eta\epsilon_2 + \dot{\zeta} - \dot{\zeta} + \delta_2\Phi_2|\epsilon_2| \tag{57}$$

식(54)을 식(57)에 대입하면

$$\dot{V}_2 \le BN(\zeta)\dot{\zeta} + \dot{\zeta} - k_2\delta_2\epsilon_2^2 - \gamma\frac{\delta_2^2\epsilon_2^2}{2} + \delta_2\Phi_2|\epsilon_2| \tag{58}$$

식(57)은 Young의 부등식(Young inequality)에 따라 다음과 같이 유도된다.

$$\dot{V}_2 \le BN(\zeta)\dot{\zeta} + \dot{\zeta} - k_2\delta_2\epsilon_2^2 + C \tag{59}$$

여기서 $C = \Phi_2^2/2\gamma$이다. 식(51)에 의해 식(59)는 다음과 같다.

$$\dot{V}_2 \le -2k_2\delta_2 V_2 + [BN(\zeta)+1]\dot{\zeta} + C \tag{60}$$

식(60)의 양변에 $e^{2k_2\delta_2 t}$을 곱하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt}(V_2(t)e^{2k_2\delta_2 t}) \le [BN(\zeta)+1]\dot{\zeta}e^{2k_2\delta_2 t} + Ce^{2k_2\delta_2 t} \tag{61}$$

위 식(61)을 $[0,t]$에서 적분하면

$$V_2(t) \le V_2(0)e^{-2k_2\delta_2 t} + \int_0^t [BN(\zeta)+1]\dot{\zeta}e^{-2k_2\delta_2(t-\tau)}d\tau + \int_0^t Ce^{-2k_2\delta_2(t-\tau)}d\tau \tag{62}$$

식(62)는 보조정리 1에 따르면 $V_2(t)$, ζ, ϵ_2가 $[0, t_f)$에서 $t_f = \infty$일 때 유계되어 있음을 보장한다.

정리 1 : 식(17)의 세그웨이 모델을 고려하자. 만일 식(54)의 제어 입력이 가해진다면 제어 시스템의 모든 오차 ϵ_1과 ϵ_2는 모든 시간에 대해 유계되며, 이는 추

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

종 오차 $x_1(t)-x_d(t)$가 정의된 함수의 범위 내에 존재함을 의미한다. 또한 정의된 함수의 매개변수 값들을 조절하면 원하는 과도 응답 및 정상상태 응답을 얻을 수 있다.

증명 : 식(50)과 식(62)로부터 ϵ_1과 ϵ_2는 유계된다.

따라서 z_1과 z_2는 식(23)의 정의에 의해 $-1 \le z_1 \le 1$과 $-1 \le z_2 \le 1$의 범위에 있게 되며, 이는 $-\rho_1 \le x_1(t)-x_d(t) \le \rho_1$를 의미한다. 따라서 추종 오차인 $x_1(t)-x_d(t)$는 정의된 함수 범위 내에 있게 된다. 또한 식(42)에 정의된 함수의 매개변수의 조절을 통해 수렴 속도 및 최종값을 결정할 수 있으므로 추종 오차의 원하는 과도 응답 및 정상상태 응답 얻을 수 있다.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제 4 장 시뮬레이션 결과

이 장에서는 3장에서 설계된 제어기들의 성능을 검증하기 위해 모의실험을 하고 기존의 제어기들과의 제어성능 비교를 보여준다.

제 1 절 MATLAB을 통한 시뮬레이션

세그웨이 시스템을 모의실험하기 위해서 모델의 매개변수를 측정해야한다. 먼저 BLDC 모터(SQ-016)의 매개변수 측정값은 다음 표 4.1과 같다.

표 4.1 BLDC 모터 매개변수

기종	J	R	K_b	K_t
SQ-016	1.39 $kg\,m^2$	1.43 Ω	7.61 $Vsec/rad$	8.5 Nm/A

세그웨이에 대한 매개변수는 다음 표 4.2와 같다.

표 4.2 세그웨이 매개변수

기호	매개변수	수치
g	중력가속도	9.8 m/s^2
m	탑승자의 무게	70 kg
M	세그웨이 본체의 무게	20 kg
r	모터 바퀴의 반지름	0.08 m
ℓ	탑승자의 무게중심과 본체와의 거리	0.87 m
J_θ	세그웨이 본체의 관성	17.86 $kg\,m^2$
J_ϕ	모터 바퀴의 관성	0.06 $kg\,m^2$

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

이 절에서는 MATLAB을 통해 위와 같은 매개변수의 값들을 적용시켜 모의실험하기로 한다. 모의실험에서 샘플링타임(sampling time) $t_s = 0.1ms$ 이다.

1. Known Control Coefficient을 고려한 시뮬레이션

식(17)의 제어입력계수 $B(x_1)$에 대해서 측정이 가능하며 그 매개변수 값이 변하지 않는다는 가정 하에 설계된 제어기의 입력들을 시스템에 적용시켰을 때, θ가 원하는 기준 값 x_d로 수렴하게 하는 이득 값인 K_1과 K_2의 값과 ρ함수 매개변수의 값들을 설정해야한다. 기준값은 $x_d = 0^\circ$ 이다.

기준값과 θ의 차이인 오차를 제한시킬 정의된 성능함수 $\rho_{1,2}(t)$의 매개변수는 다음 표 4.3과 같다.

표 4.3 Known Control Coefficient를 고려한 $\rho_{1,2}(t)$함수의 매개변수

기호	파라미터	ρ_1	ρ_2
ρ_0	ρ함수의 초기값	1.57	5
ρ_∞	ρ함수의 최종값	0.02	0.5
L	ρ함수의 이득	2	10

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

표 4.3의 매개변수를 적용한 $\rho_1(t)$함수는 다음 그림 4.1.1과 같다.

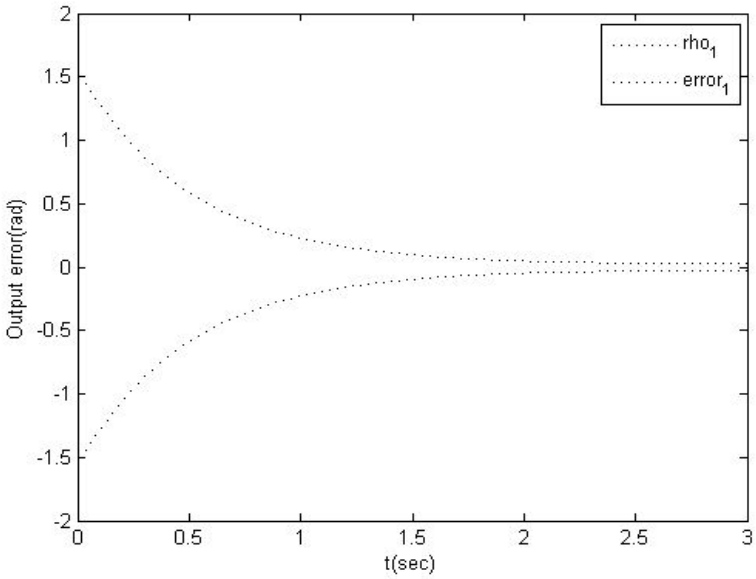

그림 4.1.1 $\rho_1(t)$함수 그래프

표 4.3의 매개변수를 적용한 $\rho_2(t)$함수는 다음 그림 4.1.2와 같다.

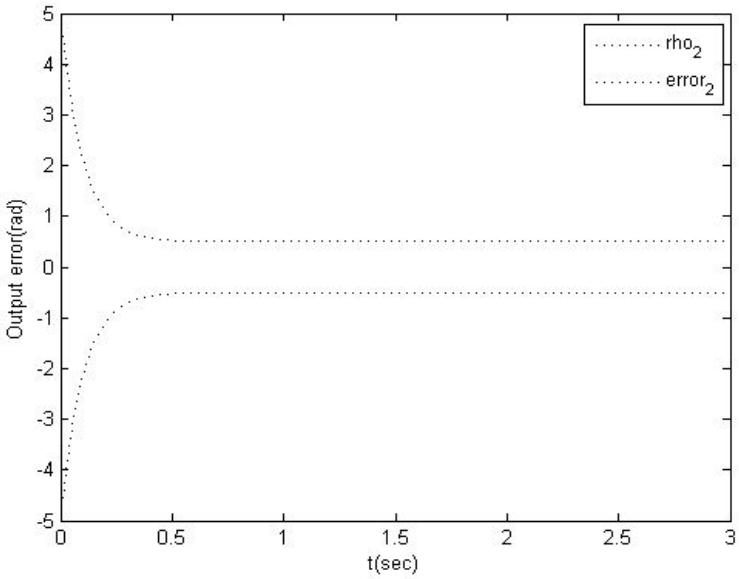

그림 4.1.2 $\rho_2(t)$함수 그래프

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

설계된 제어기의 가상제어입력 식(29)와 실제제어입력 식(35)의 제어기의 이득은 $k_1 = 5$, $k_2 = 25$ 로 선정하고, 설계된 제어기의 성능을 살펴보기 위해 세그웨이 초기의 기울어진 각도를 $\theta_0 = 20^\circ = 0.349\,rad$ 로 가정하고 모의실험을 하면 다음 그림 4.1.3과 같은 결과를 나타낸다.

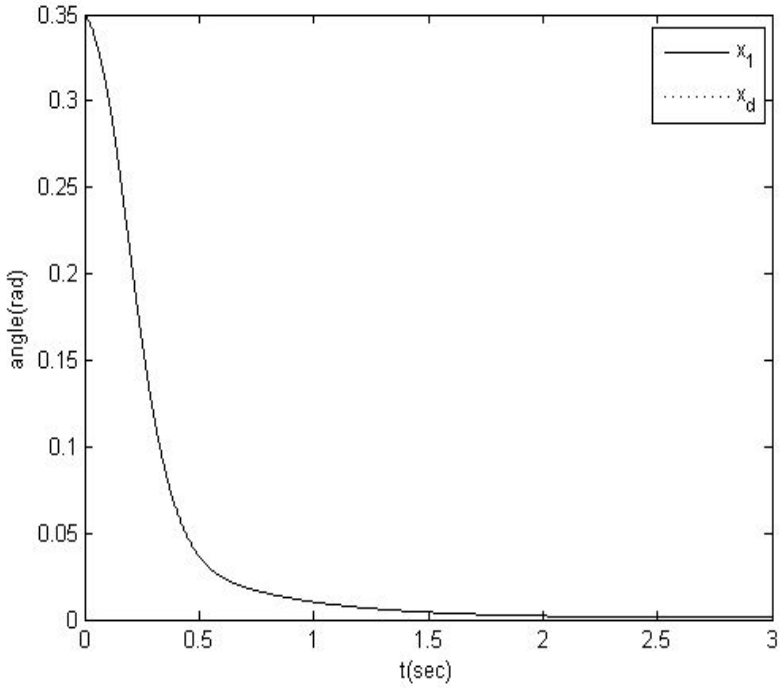

그림 4.1.3 추종 오차

그림 4.1.3에서 초기 20° 기울어진 세그웨이가 제어기를 통해서 오버슈트(overshoot)가 없고, 정정시간(settling time) 약 1초의 성능으로 원하는 기준값에 수렴하는 것을 볼 수 있다. 상태 x_1과 기준값 x_d의 오차 $x_1 - x_d$와 상태 x_2와 가상제어입력 α의 오차 $x_2 - \alpha$가 정의된 성능함수 $\rho_{1,2}(t)$ 안으로 유계되어 있음을 다음 그림 4.1.4와 그림 4.1.5에서 살펴볼 수 있다.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

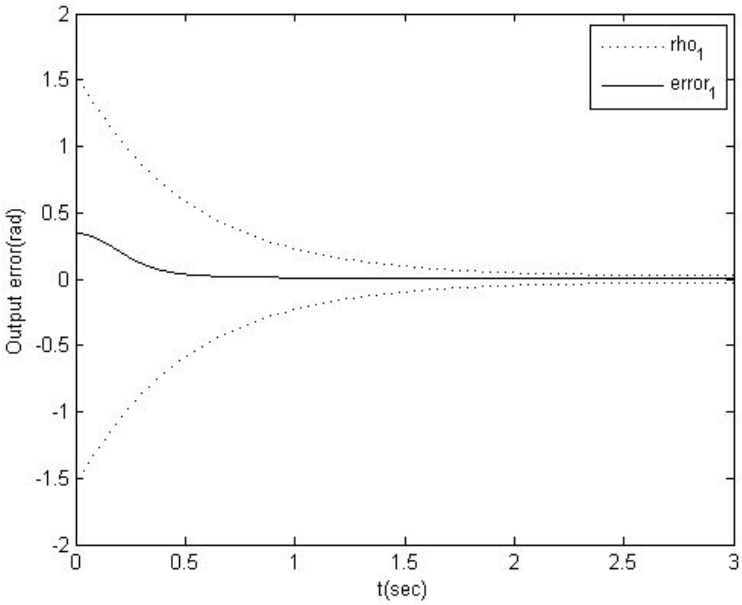

그림 4.1.4 ρ_1함수와 $x_1 - x_d$의 그래프

(점선 : ρ_1함수, 실선 : $x_1 - x_d$)

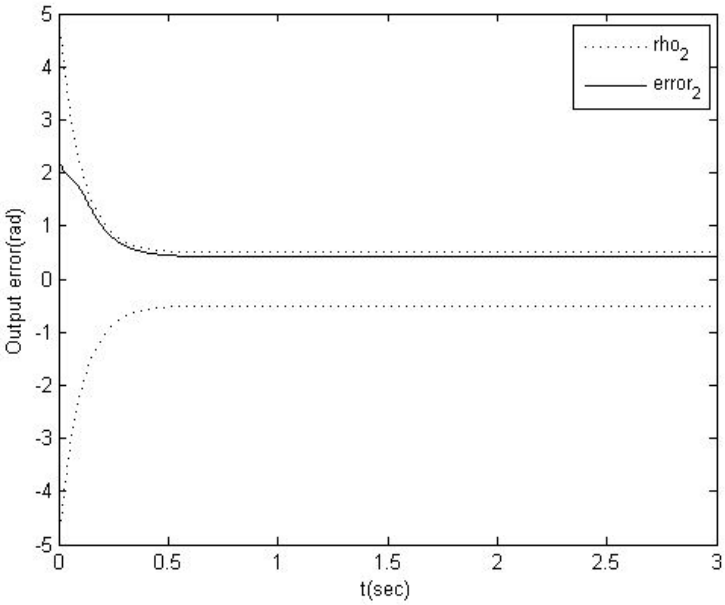

그림 4.1.5 ρ_2함수와 $x_2 - \alpha$의 그래프

(점선 : ρ_2함수, 실선 : $x_2 - \alpha$)

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2. 미지의 제어입력계수를 고려한 시뮬레이션

식(17)의 제어입력계수 $B(x_1)$은 실제시스템에서 외부 영향에 따라서 변할 수 있으므로 미지의 제어입력계수를 고려한 model-free 제어기를 위해 정의된 성능함수 $\rho_{1,2}(t)$의 매개변수는 다음 표 4.4와 같다.

표 4.4 미지의 입력계수를 고려한 $\rho_{1,2}(t)$함수의 매개변수

기호	파라미터	ρ_1	ρ_2
ρ_0	ρ함수의 초기값	1.57	5
ρ_∞	ρ함수의 최종값	0.02	0.5
L	ρ함수의 이득	2	10

표 4.4의 매개변수를 적용한 $\rho_1(t)$함수는 다음 그림 4.1.6과 같다.

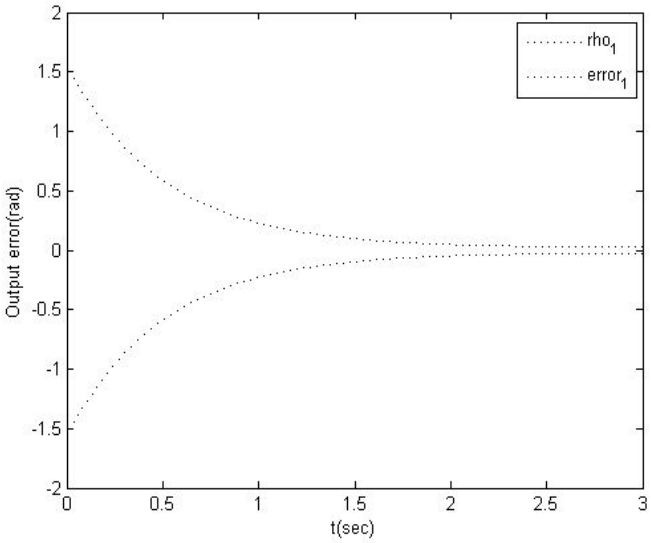

그림 4.1.6 $\rho_1(t)$함수 그래프

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

표 4.4의 매개변수를 적용한 $\rho_2(t)$함수는 다음 그림 4.1.7과 같다.

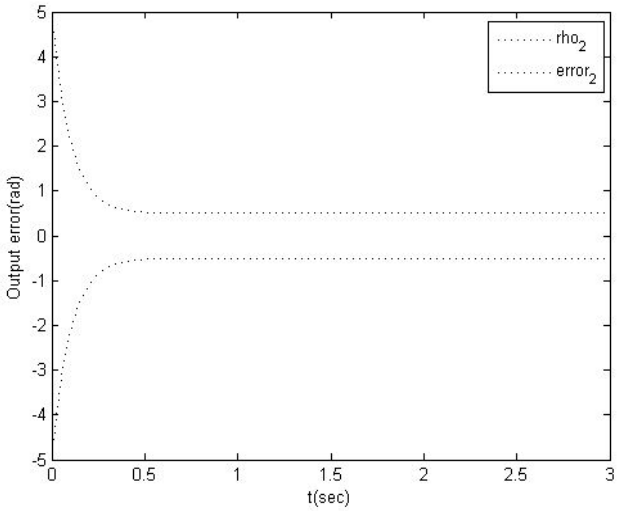

그림 4.1.7 $\rho_2(t)$함수 그래프

미지의 입력계수를 고려한 제어기의 가상제어입력 식(48)과 실제제어입력 식(54)의 제어기의 이득들은 $k_1 = 5$, $k_2 = 25$, $\gamma = 3$ 으로 선정하고, 세그웨이 초기의 기울어진 각도를 $\theta_0 = 20^\circ = 0.349\,rad$ 로 가정하고 모의실험을 하면 다음 그림 4.1.8의 결과를 나타낸다.

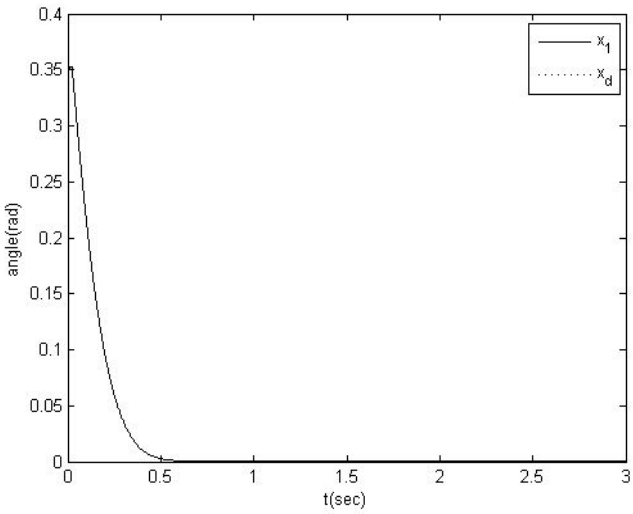

그림 4.1.8 추종 오차

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

그림 4.2.3에서 세그웨이의 기울어진 각도가 $0.349\,rad$에서 제어기에 의해 기준값 x_d로 오버슈트가 없고, 정정시간 약 0.5초의 성능으로 원하는 기준값에 수렴하는 것을 볼 수 있다. 상태 x_1과 기준값 x_d의 오차 $x_1 - x_d$와 상태 x_2와 가상제어입력 α의 오차 $x_2 - \alpha$가 정의된 성능함수 $\rho_{1,2}(t)$ 안으로 유계되어 있음을 다음 그림 4.1.9와 그림 4.1.10에서 살펴볼 수 있다.

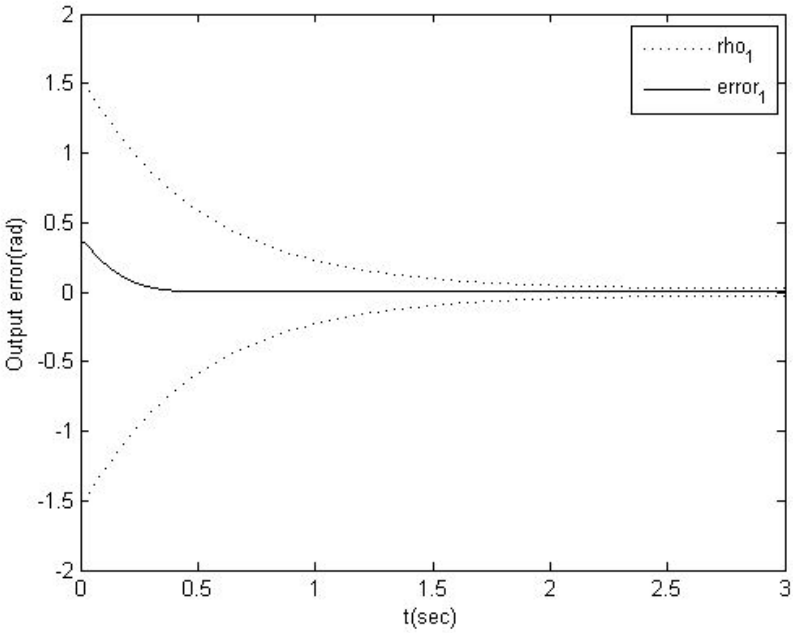

그림 4.1.9 ρ_1함수와 $x_1 - x_d$의 그래프

(점선 : ρ_1함수, 실선 : $x_1 - x_d$)

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

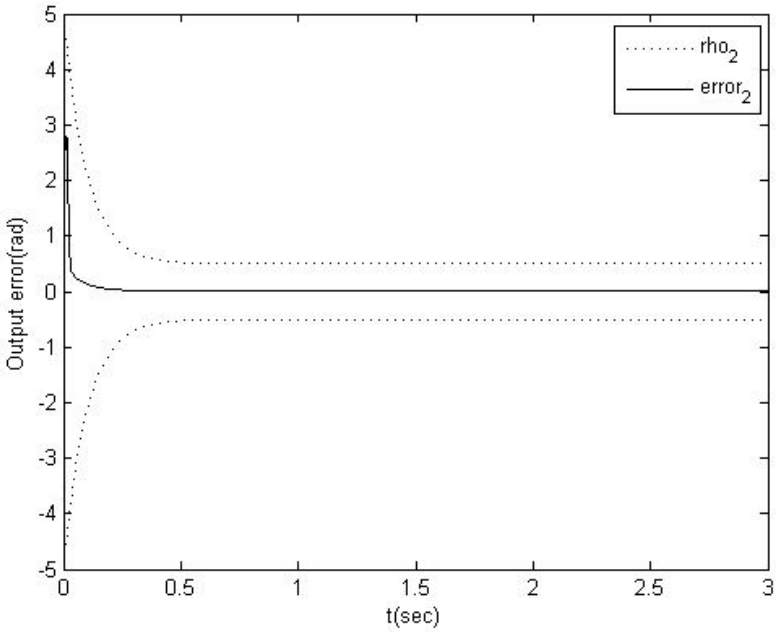

그림 4.1.10 ρ_2함수와 $x_2-\alpha$의 그래프

(점선 : ρ_2함수, 실선 : $x_2-\alpha$)

위의 모의실험 결과 추종 오차들이 정의된 함수내에 존재하고 0근처로 수렴하므로 설계된 제어 시스템은 미지의 입력계수 및 모델 불확실성이 존재하더라도 그 성능이 우수함을 알 수 있다.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

3. 제어기 성능비교

설계된 제어기들의 성능을 비교해보기 위해 여러 초기값의 상황에서 다음 그림 4.1.11-4.1.14와 같이 시뮬레이션 하였다.

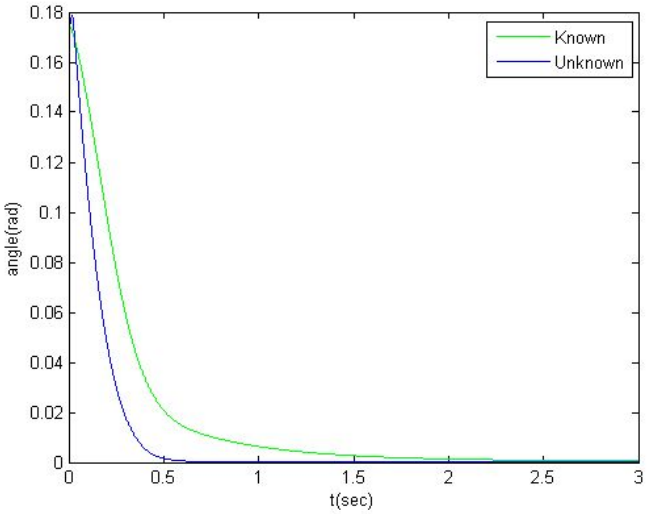

그림 4.1.11 초기값 10° $(0.1745\,rad)$일 경우 성능비교

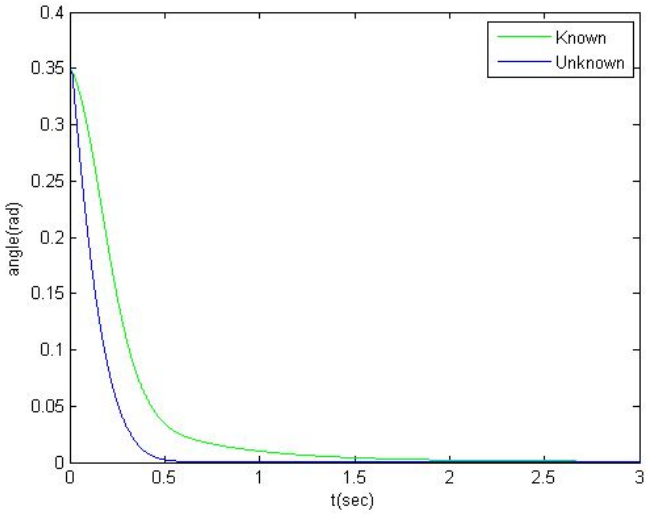

그림 4.1.12 초기값 20° $(0.3491\,rad)$일 경우 성능비교

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

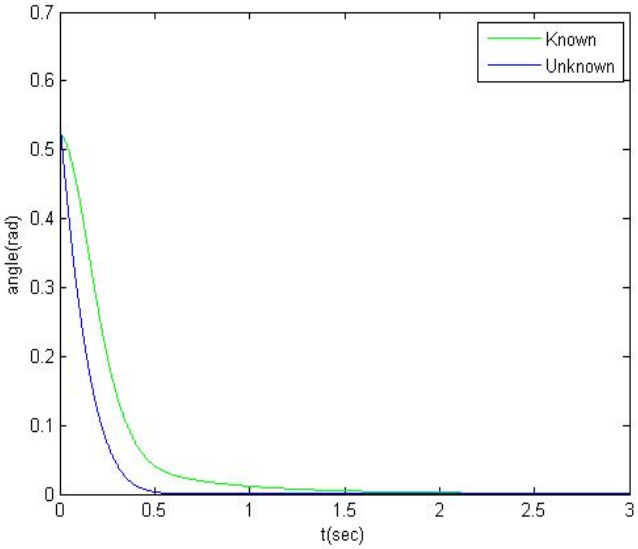

그림 4.1.13 초기값 30° $(0.5236\,rad)$일 경우 성능비교

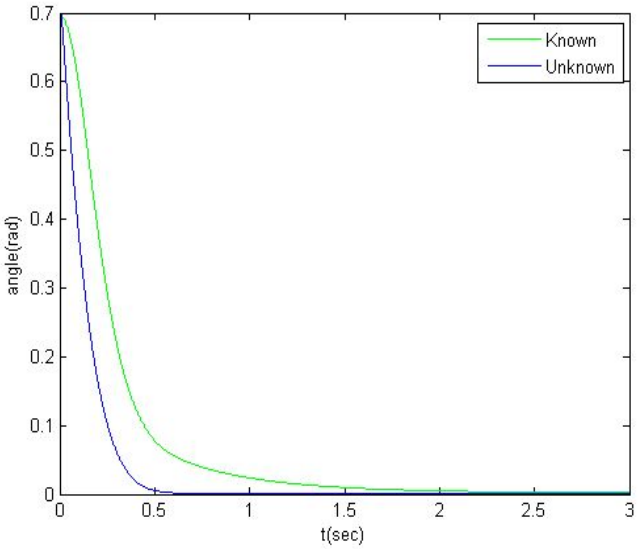

그림 4.1.14 초기값 40° $(0.6981\,rad)$일 경우 성능비교

세그웨이의 여러 초기값을 가정하여도 원하는 제어성능을 낼 수 있는 것을 살펴볼 수 있으며 Known Control Coefficient를 고려한 제어기보다 시간에 따라 변

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

하는 미지의 제어입력계수를 고려한 제어기의 성능이 더 뛰어남을 알 수 있다.

세그웨이를 위한 기존의 연구된 제어기들과의 성능비교를 위해 여러 초기값을 가정하여 제어기 설계[APPENDIX A]를 하였고, 시뮬레이션을 해본 결과 다음 그림 4.1.15-4.1.17과 같은 제어성능을 보였다.

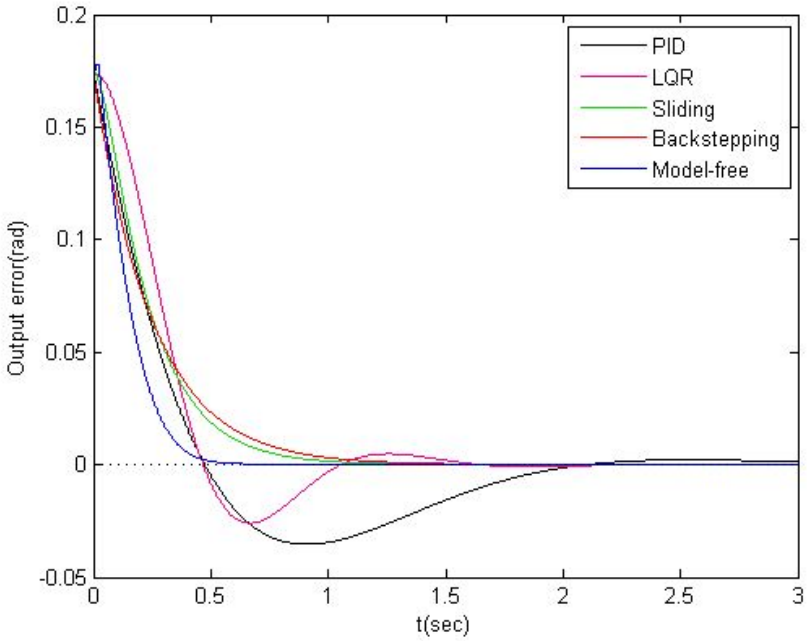

그림 4.1.15 초기값 10° $(0.1745\,rad)$일 경우 기존 제어기와의 성능비교

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

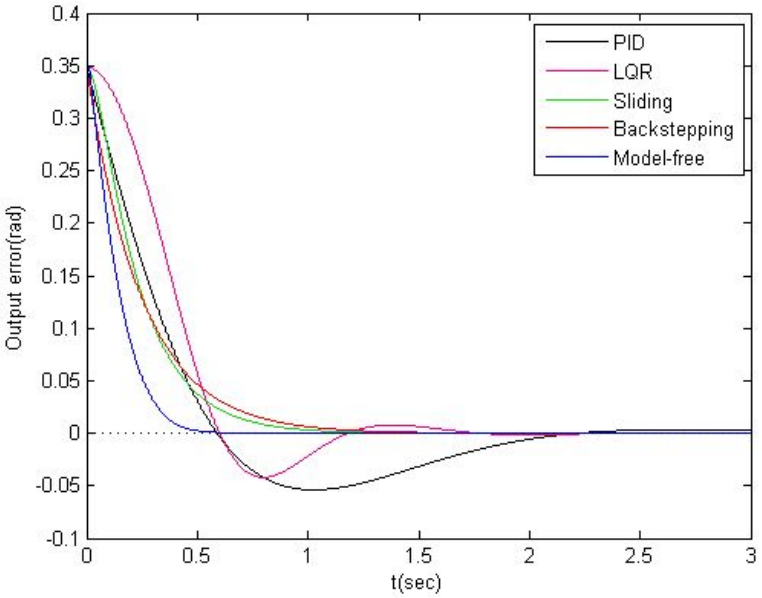

그림 4.1.16 초기값 20° $(0.3491\,rad)$일 경우 기존 제어기와의 성능비교

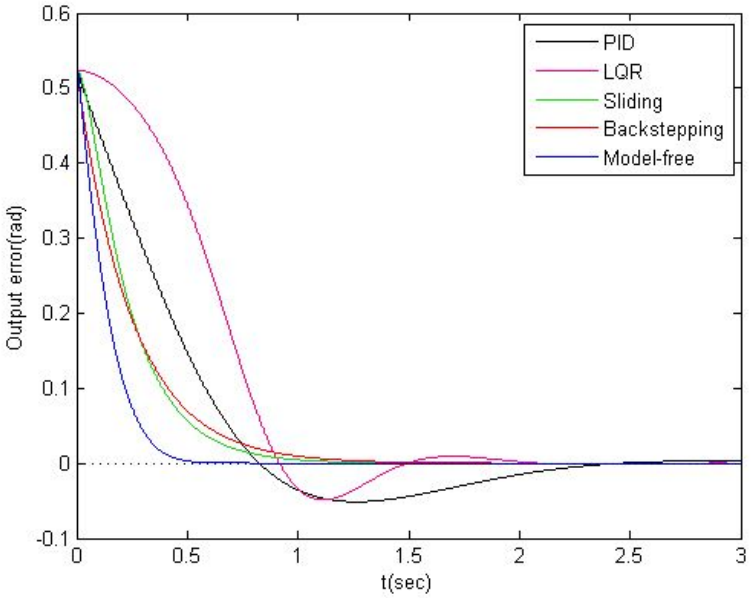

그림 4.1.17 초기값 30° $(0.5236\,rad)$일 경우 기존 제어기와의 성능비교

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

기존의 연구된 비선형제어기와 model-free 제어기는 초기치가 바뀌어도 일정한 정정시간을 유지하였다. 그러나 선형제어기는 초기치가 선형화 기준 (0°)으로부터 멀어질수록 오차가 발생하여 제어성능이 나빠졌으며, 초기치를 40° 이상으로 가정하였을 때는 발산하여 시스템이 불안정해졌다.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

제 5 장 결 론

본 논문에서는 세그웨이 모델링과 Known Control Coefficient와 미지의 입력계수를 갖는 세그웨이 모델을 제어하는 제어기 설계에 관한 내용을 다루고 있다. 미지의 입력계수를 갖는 세그웨이 모델을 제어하기 위해 Nussbaum 이득 기법을 이용하였으며, 비선형 제어기의 복잡성을 낮추기 위해 정의된 함수를 이용한 model-free 제어기를 설계하였다. 본 논문에서 제안된 제어기는 리아프노프 안정성 이론을 이용하여 설계하였으며, 그 결과 세그웨이 시스템의 모든 오차들이 정의된 성능 함수의 범위 내에 존재함을 증명하였다. 또한 정의된 성능 함수는 수렴 속도 및 최종값을 적절한 매개변수의 선택으로 조절 가능하므로 설계된 제어 시스템의 과도 응답 및 정상상태 응답을 원하는대로 조절 가능함을 보였다. 마지막으로 모의실험을 통해 Known Control Coefficient를 고려한 제어기와 시간에 따라 변하는 미지의 입력계수를 고려한 제어기들의 성능을 검증하였다. 설계된 두 제어기의 성능 비교를 위해 정의된 성능함수의 매개변수와 제어기 이득을 동일한 값으로 선정하였고, 다양한 초기치를 가정하여 시뮬레이션을 해보았다. 그 결과 미지의 제어입력계수를 고려한 model-free 제어기의 성능이 더 뛰어남을 보였다. 또한 기존 연구된 제어기들과의 성능비교를 위해 시뮬레이션을 해본 결과 기존의 연구된 제어기들 보다 본 논문에서 제안된 제어기의 제어성능이 더 우수함을 보였다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

REFERENCE

[1] Segway Human Transporter (2004). [Online]. Available http://www.segway.com

[2] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi and A. C. Rufer, "JOE: a mobile, inverted pendulum," *IEEE Trans. Industrial Electronics,* vol. 49, no. 1, pp. 107-114, Feb. 2002.

[3] NBot Balancing Robot, a two wheel balancing robot. (2003). [Online]. Available: http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/

[4] S. K. Hong, "Fuzzy logic based closed-loop strapdown attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV)," *Sensors and actuators A : Physical*, vol. 107, no. 2, pp. 109-118, Oct. 2003.

[5] O. Y. Chee and M. S. B. Abidin, "Design and development of two wheeled autonomous balancing robot," in SCOReD, Selangor, June. 2006, pp. 27-28.

[6] L. Sun, and J. Gan, "Researching of two-wheeled self-balancing robot base on LQR combined with PID," in *Intelligent Workshop on Intelligent Systems and applications*, Wuhan, May. 2010, pp. 1-5.

[7] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.

[8] J. Huang, Z. Guan, T. Matsuno, T. Funkuda, and K. Sekiyama "Sliding-mode velocity control of mobile-wheeled Inverted-pendulum systems," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 26, no. 4, pp. 750-758, July. 2010.

[9] X. Ruan, M. Ding, D. Gong, and J. Qiao "On-line adaptive control for inverted

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

pendulum balancing based on feedback-error-learning," *Neurocomputing*, vol. 70, no. 4-6, pp. 770-776, Jan. 2007.

[10] A. Benaskeur, and A. Desbiens, "Application of adaptive backstepping to the stabilization of the inverted pendulum," in *IEEE Canadian Conf. Electrical and Computer Engineering*, Waterloo, May. 1998, pp. 113-116.

[11] D. Swaroop, J. K. Hedrick, P. P. Yip, and J. C. gerdes, "Dynamic surface control for a class of nonlinear systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 45, no.10, pp. 1893-1899, Oct. 2000.

[12] C. P. Bechlioulis, and G. A. Rovithakis, "A low-complexity global approximation-free control scheme with prescribed performance for unknown pure feedback systems," *Automatica*, vol 50, no.4, pp. 1217-1226, Apr. 2014.

[13] C. Wang, and Y. Lin, "Adaptive dynamic surface control for MIMO nonlinear time-varying systems with prescribed tracking performance," *International Journal of Control*, vol. 88, no.4, pp. 832-843, Nov. 2014.

[14] R. D. Nussbaum, "Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control," *System and Control Letters*, vol. 3, no.5, pp. 243-246, Nov. 1983.

[15] H. S. Kang and D. H. Shin, "DC motor model parameter identification adjustment for motor controller design," *J. Korean Soc. Precis. Eng.*, vol. 31, no. 12, pp. 1147-1154, Dec. 2014.

[16] S. B. Niku, *Introduction to robotics, analysis, control, applications*, 2nd Edition, John Wiley&Sons, 2010.

[17] S. S. Ge, and J. Wang, "Robust adaptive tracking for time-varying uncertain nonlinear systems with unknown control coefficients," *IEEE Trans. Automatic*

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Control, vol. 48, no. 8, pp. 1463-1469, Aug. 2003.

dCollection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

LIST OF PUBLICATION

Conference

[1] Byung Woo Kim, S. J. Hwang and B. S. Park, "A low complexity control scheme for Segway," , *KIEE Summer Conference on Robotics and Automation*, Muju, July. 2015.

[2] Byung Woo Kim and B. S. Park, "Approximation-free Control for Segway with unknown control coefficient," , *International Symposium on Advanced Intelligent Systems*, Mokpo, Nov. 2015.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

APPENDIX A

식(17)과 같은 시간에 따라 변하는 미지의 제어입력계수를 갖는 시스템을 위한 제어기를 기존에 연구된 선형제어기와 비선형제어기로 설계할 경우 설계가 매우 어려워진다. 따라서 본 논문에서는 식(17) 세그웨이 시스템의 제어입력계수를 알고 있다고 가정하고 기존의 제어기들로 설계를 하였다.

PID 제어기

선형제어기로 시간에 따라 변하는 세그웨이 시스템을 설계하기 위해서는 선형화 과정이 필요하다. 본 논문에서 유도된 세그웨이 시스템을 선형화하면 다음 식(1)과 같다.

$$\dot{X} = AX + BV \tag{1}$$

여기서

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -p(\frac{Cmg\ell}{m\ell}) & 0 & 0 & -p\frac{K_t K_b}{rR} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ qmg\ell & 0 & 0 & q\frac{DK_t K_b}{m\ell rR} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ p\frac{K_t}{rR} \\ 0 \\ -q\frac{DK_t}{m\ell rR} \end{bmatrix},$$

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$C=(M+m+\frac{J_w}{r^2}),$$

$$D=(m\ell^2+J_\theta)\ ,$$

$$p=(m\ell-\frac{CD}{m\ell})^{-1}\ ,$$

$$q=(rm\ell-\frac{rCD}{ml})^{-1}\ ,$$

V는 모터 입력 전압이다.

식(1)에 대한 PID제어기의 입력은 식(2)와 같다.

$$V=K_p e+K_i\int e\,dt+K_d\frac{d}{dt}e \tag{2}$$

여기서 $K_p=1000,\ K_i=8,\ K_d=10$ 이며, $e=x_d-x_1$ 이다.

LQR 제어기

최적화기법 중의 하나인 LQR제어기의 제어이득은 다음 식(3)의 가중치를 적용시켜 MATLAB 함수로 유도하였다.

$$Q=\begin{bmatrix}900 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0.01 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0.1\end{bmatrix}\qquad R=5 \tag{3}$$

이때의 제어이득 K는 다음과 같다.

$$K=[-17.142\ \ -3.578\ \ \ 0.044\ \ -0.237]$$

식(3)의 가중치를 적용시킨 LQR제어기의 입력은 식(4)와 같다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$V = -KX \tag{4}$$

슬라이딩 모드 제어기

비선형제어기는 비선형시스템 선형화과정 없이 제어기를 설계한다. 먼저 슬라이딩 표면(Sliding surface)를 다음 식(5)와 같이 선정한다.

$$S = \dot{e} + \lambda e \tag{5}$$

여기서 $e = x_1 - x_d$이며, λ는 상수이다.

이러한 슬라이딩 표면을 통해 리아프노프 안정성 이론에 따라 제어기를 설계하면, 다음 식(6)과 같은 제어입력이 유도된다.

$$V = \frac{-p(mg\ell \sin x_1) + m\ell x_2^2 \sin x_1 - \lambda x_2 - K|S|}{Bh} \tag{6}$$

여기서

$$p = \frac{[(M+m) + J_w/r^2]}{m\ell \cos\theta},$$

$$h = p(m\ell^2 + J_\theta) - m\ell \cos\theta,$$

제어기의 이득 $K = 20$, $\lambda = 5$ 이다.

백스테핑 제어기

백스테핑 제어기 또한 선형화과정 없이 제어기를 설계하며, 가상의 제어입력 α와 실제 제어입력 V를 리아프노프 안정성 이론에 따라 설계한다. 설계된 제어입력은 식(7)과 같다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

$$\alpha = -K_1 e_1$$

$$V = \frac{-p(mg\ell \sin x_1) + m\ell x_2^2 \sin x_1 + \dot{\alpha} - K_2 e_2}{Bh} \tag{7}$$

여기서

$$p = \frac{[(M+m) + J_w/r^2]}{m\ell \cos\theta},$$

$$h = p(m\ell^2 + J_\theta) - m\ell \cos\theta,$$

$$e_1 = x_1 - x_d,$$

$$e_2 = x_2 - \alpha,$$

제어이득 $K_1 = 4,\ K_2 = 5$ 이다.

dCollection @ chosun