creative commons

COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:24011-200000266948
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

2018년 8월
교육학석사(수학교육전공)학위논문

<수학과제 탐구>과목 운영을 위한 과제 탐구 수업 모형 및 자료 개발 연구

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

김 주 미

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

<수학과제 탐구>과목 운영을 위한 과제 탐구 수업 모형 및 자료 개발 연구

A Study on the Development of Instruction Model on Task Inquiry and Materials for Subject of <Mathematical Task Inquiry>

2018년 8월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

김 주 미

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

<수학과제 탐구>과목 운영을 위한 과제 탐구 수업 모형 및 자료 개발 연구

지도교수 황 혜 정

이 논문을 교육학석사(수학교육전공)학위 청구논문으로 제출함.

2018년 4월

조선대학교 교육대학원

수학교육전공

김 주 미

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

김주미의 교육학 석사학위 논문을 인준함.

심사위원장 조선대학교 교수 안 영 준 (인)

심사위원 조선대학교 교수 이 관 규 (인)

심사위원 조선대학교 교수 황 혜 정 (인)

2018년 6월

조선대학교 교육대학원

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

목 차

목차 ····· i
표목차 ····· ii
도목차 ····· iii
ABSTRACT ····· iv

Ⅰ. 서론 ····· 1

Ⅱ. 이론적 배경 ····· 2
1. 수학적 과제 ····· 2
2. 탐구 수업 및 연구 윤리 ····· 4

Ⅲ. 연구 방법 ····· 5
1. 연구대상 및 과제 탐구 모형 ····· 5
2. 연구자가 제시한 과제 ····· 6
3. 연구대상자가 개발한 과제 및 설문 ····· 14

Ⅳ. 연구 결과 ····· 15
1. 모둠별 생성과제 ····· 15
2. 설문결과 ····· 21
가. 실험수업에 대한 태도 ····· 21
나. 교사의 수업운영을 위한 태도 ····· 22

Ⅴ. 결론 및 제언 ····· 23

참고문헌 ····· 26
부록목차 ····· 28

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

표 목 차

<표 Ⅲ-1> ····· 14

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

도 목 차

[그림 Ⅲ-1] ····· 6
[그림 Ⅲ-2] ····· 7
[그림 Ⅳ-1] ····· 15
[그림 Ⅳ-2] ····· 16
[그림 Ⅳ-3] ····· 17
[그림 Ⅳ-4] ····· 20

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

ABSTRACT

A Study on the Development of Instruction Model on Task Inquiry and Materials for Subject of <Mathematical Task Inquiry>

Kim Ju-mi
Advisor : Prof. Hye-Jeang Hwang Ph.D.
Major in Mathematics Education
Graduate School of Education, Chosun University

The subject of <Mathematical Task Inquiry> was introduced newly in the curriculum revised in 2015. The subject is dealt with after completing the subject of 'mathematics' to be dealt with in the tenth grade. Its main content is comprised of the understanding and learning of the purpose and procedure of inquiry task and of study ethics, and its educational goal is to enforce the prior mathematical knowledge and to obtain the ability to select interesting topics that combine mathematics with other subjects. However the textbook of the subject does not exist, and teachers should handle with the subject with responsibility for their own ways. Because of this reason, this study is to develop an instruction model on project(task) inquiry model and materials. Namely, according to the model, students is guided to select and decide the subject of the task, and develop the task for themselves, solve it with peers in cooperation, and announce the solution and their feelings. During those students'exploration and activities, the role of teachers is to guide students to

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

complete their work. At this time, I would like to conduct experiment lesson in order to help teachers to recognize <Mathematical Task Inquiry> course. The experimental class is conducted for 13 students (6 girls, 7 boys) in the 2nd grade of C mathematics education in the G district. After the class, the questionnaire is conducted for the students, . Ultimately, the results of this study will help teachers to understand the difficulties in the students' positions and to help them to carry out effective lessons in the <Mathematical Task Inquiry> course.

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

Ⅰ. 서론[1)]

수학과 교육과정은 2015년에 새롭게 개정되었는데 이 교육과정에서는 고등학교의 경우 선택과목의 영역이 다양화 되었다. 고등학교 1학년에서 보통교과 수학을 배우고 고등학교 2, 3학년은 보통 교과의 선택과목인 일반선택(수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분, 확률과 통계)과 진로선택(기하, 경제수학, 실용수학, 수학과제 탐구), 전문교과(심화수학1, 심화수학2, 고급수학1, 고급수학2)로 구성되어 자신의 적성과 진로에 따라 과목을 선택하여 배우게 된다. 특히 2015 개정 수학과 교육과정에서 처음 도입되는 진로선택과목인 <수학과제 탐구>는 공통과목인 <수학>을 학습한 후, 수학과제 탐구 방법을 익히고 자신의 관심과 흥미에 맞는 수학 과제를 선정하여 탐구하는 경험을 통해 수학과제 탐구능력을 향상시키기를 원하는 학생들이 선택할 수 있는 교과목으로 수학적으로 추론하고 의사소통하는 능력을 길러, 생활 주변과 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기르는 것을 목표로 한다(교육부, 2015).

<수학과제 탐구> 과목은 2015개정 교육과정에서 처음 도입되는 과목으로 학생들이 탐구 주제를 선정하여 탐구하는 수업방식으로 진행되기 때문에 수업을 이끌어 가는 교사의 역할이 중요한 과목이라고 할 수 있다. 하지만 이 신설 과목은 다른 과목들과 달리 교과용 도서가 개발되지 않고 성취기준 또한 수학내용을 기반으로 하는 다른 과목과 달라 이해하는데 쉽지 않아 교사가 수업을 진행하는데 어려움을 겪을 수 있다. 따라서 교육과정 성취기준을 토대로 효율적인 수업 방법이 이뤄지도록 <수학과제 탐구> 과목 운영에 대한 관심과 노력이 필요할 때이다.

수학 교과에서의 수학 과제에 대한 연구는 활발히 진행되어 왔다(김경자 역, 2000; 김성희, 방정숙, 2005; 이미연, 오영렬, 2007; 홍창준, 김구연, 2012; 권지현, 김구연, 2013; 김동준 외, 2015; 이경화, 김동원 역, 2016; NCTM, 1991, 2000; Hiebert & Wearne, 1993; Stein, Grover&Henningsen,1996). 즉, 학생들이 수학을 학습하기 위해 참여하는 여러 가지 활동들을 통틀어 수학적 과제로 정의하며(NCTM, 1991) 교실에서의 활동으로 그 목적은 학생들의 주의를 특정한 수학적 아이디어에 집중시키는 것으로 수업자료로 제시되는 것이라고 하였다(Stein, Grover&Henningsen,1996). 이미연, 오영렬(2007)은 논리적 사고 및 수학적 의사

1) 본 석사 학위 논문은 '2015 개정 <수학과제 탐구> 신설 과목 운영을 위한 과제 탐구의 수업 모형 및 자료 개발 연구' 논문을 토대로 수정·보완하여 작성하였다. 이 논문의 저자는 황혜정(조선대학교)와 김주미(조선대학교 대학원)이며, 이 논문은 한국수학교육학회가 주관하는 '수학교육논문집'에 실릴 예정이다. 이 논문의 최종 게재가 판정은 2018년 6월 22일에 이뤄졌으며, 논문 발행일은 2018년 9월 30일임.

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

소통을 요구하는 과제가 학생들의 수학적 개념과 아이디어 사이의 관계를 생각해 보고 실생활에 적용하는 기회를 제공하여 학생들의 문제 해결력과 탐구 능력을 증진시키므로 바람직한 수학적 과제를 선택은 매우 중요하다고 하였다.

한편 탐구 수업에 대한 다양한 학자들의 논의 중(박성익, 1999; 황혜정, 2002; 신현성, 2004; 박성선, 2011; 이동환, 2016; NRC, 1996; Silver, 1997; Kwon, 2005) Silver(1997)는 수학이나 다른 과목에서 탐구 지향 수업의 성격에 대한 명백한 일치는 없지만 수학에서 탐구적 방법의 일반적 특징만을 언급하였고, Ponte(2007)은 수학적 탐구를 주어진 상황을 관찰, 분석하여 수학적 문제로 설정하고 그 문제를 해결하기 위해 추측하고 검증하여 개선하는 과정을 반복하는 것이라 하였다(이동환, 2016, 재인용). <수학과제 탐구>과목의 특성상 탐구 활동의 통한 학생 중심의 수업으로 이루어지므로 신설과목의 안착을 위해 탐구 수업의 방향 제시가 필요 할 것이다.

지금까지 내용을 토대로 본 연구에서는 우선 2015 개정에 따른 수학과 교육과정의 신설과목인 <수학과제 탐구>의 교육 목적과 성취기준에 부합하는 과제 탐구 모형을 개발하고, 이에 근거하여 학생들로 하여금 탐구 과제의 주제를 선정하여 과제를 개발하고, 이를 해결하고 발표하는 전반적인 수업 과정을 제시하고자 한다. 이때, <수학과제 탐구>과목의 안착을 위해 교사의 인식에 도움이 되고자 실험수업을 실시하고자 한다. 실험수업은 G 지역에 위치한 C대학교 수학교육학과 2학년에 13명(여학생 6명, 남학생 7명)을 대상으로 진행하며, 수업 직후에는 학생들을 대상으로 설문을 실시하여 수업 전반에 관한 학생들의 의견을 수렴하고자 한다. 궁극적으로 본 연구의 결과를 통해 교사가 학생의 입장에서의 어려움을 이해하고 <수학과제 탐구>과목의 효율적인 수업을 진행하는데 도움이 되길 기대한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 과제

NCTM(1991)에는 학생들이 수학을 학습하기 위해 참여하는 여러 가지 활동들을 통틀어 수학적 과제로 정의하고 있다. 또, Artzt와 Armour-Thomas(2002)는 교사의 교수 관행 분석을 과제와 학습 환경, 담화를 통해 지식과 새로운 정보를 연관시켜 문제 해결에 능동적 참여의 기회를 제공하는 모든 행위를 수학적 과제라 하였다(이미연, 오영렬, 2007, 재인용). Stein, Grover&Henningsen(1996)은 수학적 과제를 교실에서의 활동이며 그 목적은 학생들의 주의를 특정한 수학적 아이디

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

어에 집중시키는 것이며 이것은 수업자료로 제시 되는 것으로 교사의 목표와 교과 내용의 지식, 학생에 대한 지식에 의하여 영향을 받는다고 하였다. 그리고 홍창준, 김구연(2012)는 수학 개념과 관련되고 학생들에게 의미 있으며 수학적 아이디어와 관련된 과제는 학생들에게 수학적 정보를 타인과 교환하고 실생활 혹은 다른 영역과 연결하는 능력 등을 발달시키게 되므로 수학 과제를 교실상황에서 이루어지는 수학학습 활동 중에서 학습자의 수학적 이해를 목적으로 하는 구체적인 활동이라고 하였다. 그러므로 수학적 과제는 학생의 학습활동과 밀접하게 연결된 자료로 학생은 과제를 해결하며 수학적인 이해를 발전시키므로 주어지는 과제는 수학적으로 가치 있어야 한다(권지현, 김구연, 2013). NCTM(2000)에서는 학생들의 참여와 도전에 가치 있는 수학적 과제는 호기심을 자극하여 수학에 관심을 갖도록 한다고 하였다. 또한, 적절하게 선택한 과제에 도전하고 해결하게 되면 학생들은 문제해결 능력에 자신감을 갖게 되고, 수학적 과제가 어려울지라도 매력적이고 보람을 느끼게 되어 수학에의 지속적인 참여를 이끈다고 하였다.

Christiansen과 Walther은 과제를 제공하고 그것을 중심으로 활동하는 동안 교사와 학생들 사이에 상호작용이 일어난다고 설명하였다(이경화, 김동원 역, 2016). 또, Stein & Kaufaman(2010)은 수학과제가 학생들의 학습과정에서 높은 인지적 수준을 유지하고 사고 과정에 집중하며 수학적 추론을 할 수 있도록 하는데 중요한 요인이 되고 교사가 교육과정을 실행하는 방법에도 영향을 끼친다고 하였다(김동준 외, 2015, 재인용). NCTM(1991)에 따르면, 과제는 학생들의 수학적 발달에 대한 지적인 맥락을 제공하였으며 가치 있는 수학적 과제는 다양한 학생들이 수학을 배울 수 있는 다양한 방법에 대한 지식을 포함하고 수학적 이해력과 능력을 계발, 문제 도출, 문제 해결, 수학적 추론, 수학에 대한 의사소통을 촉진해야 한다고 했다. 또한 논리적 사고 및 수학적 의사소통을 요구하는 과제는 학생들의 수학적 개념과 아이디어 사이의 관계를 생각해 보고 실생활에 적용하는 기회를 제공하여 학생들의 문제 해결력과 탐구 능력을 증진시키므로 바람직한 수학적 과제를 선택은 매우 중요하다(이미연, 오영렬, 2007).

다음으로 과제의 특징을 살펴보면 학생들의 사고방식에 영향을 미치고 그 과정에서 자신의 견해를 변화시킬 수 있으므로(Hiebert & Wearne, 1993) 과제를 선정함에 신중함을 기해야 하고 교사에게 있어서 과제를 선정하는 것은 매우 중요한 책임이 따르게 된다고 할 수 있다. 김경자 역(2000)에 따르면 교사는 수업목표와 가장 부합되는 학생의 진보와 능력이 가잘 잘 드러날 수 있는 과제를 최선의 것으로 선택해야 한다고 했다. 교사는 과제를 선정할 때 학생들이 무엇을 어떻게 할 것이지를 적절히 예상하고, 어떤 방법을 통해 해결할 것인지를 학생들과 간접적으로 혹은 직접적으로 의사소통하게 된다(김성희, 방정숙, 2005). 그러므로 좋은 과제를

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

선택하기 위해서는 첫째, 수행과제가 구제적인 수업목표와 일관되는가 둘째, 학생들이 학습을 통해 습득하기를 원하는 내용과 기능을 대표하는가 셋째, 학생들의 진보와 능력을 잘 드러내는가, 넷째, 실세계 맥락을 사용하고 있는가 다섯째, 간한문학적인 접근의 여지가 있는가 여섯째, 여러 가지 목적을 평가할 수 있도록 구조화되어 있는가를 고려해야 한다(김경자 역, 2000).

2. 탐구 수업 및 연구 윤리

신현성(2004)는 탐구와 발견을 현대 사회에 대처하기 위해 학교교육이 창조적 기능에 중점을 둔 정신활동으로 탐구 학습은 학생이 지식의 획득과정에 주체적으로 참여하여 자연 또는 사회를 조사하는 데 필요한 탐구 능력을 갖추고 발견하는 적극적 태도를 기르는 활동으로 보았다. National Research Council(1996)의 미국 과학교육규준(National Science Education Standard)에 따르면, 탐구는 관찰을 수반하는 다각적인 측면의 활동이며, 문제를 제기하고, 또 이미 알려진 것을 인지하도록 다양한 기저의 정보나 책들을 살펴보는 것으로 이미 알려진 것들을 확인하기 위해 책 및 기타 정보 출처, 연구계획, 실험적 증거로 알려진 것을 재검토, 자료의 수집, 분석과 자료해석, 해답, 해석, 예측, 결과에 관한 의사소통을 포함하는 많은 측면을 가지고 있는 활동이라고 하였다. 또, 박성익(1999)는 여러 학자들의 탐구에 대한 정의를 종합하여 “지식의 구조를 이루는 기본개념과 그 관계를 이해하고 미지의 세계를 탐구하며 문제를 해결하기 위한 지적인 활동으로써 타당한 지식을 찾아내기 휘하여 과학적으로 수행하는 논리적인 사고과정 또는 방법”이라고 하였다. 탐구학습은 수업 참여자인 학생의 적극적이고 능동적인 참여가 요구되고 교사가 제시한 상황에 의문을 갖고 자료를 논리적으로 수집, 분석하고 일반화된 결론을 도출해야 한다. 탐구 과정에서 학생과 교사는 고도의 상호작용 즉, 계속해서 질문하고, 생각하고 의심하고 탐색하는 과정에서 교사의 간섭을 최소한으로 하는 것이 중요하다(박성선, 2011).

Rowe(1997)은 탐구 지향 수업은 학생들의 개인적인 경험과 새로운 정보, 새로운 문제해결 방법 또는 지금까지 배우지 않은 해답을 발생시키는 학교 지식의 촉진을 위한 교사 실행으로 정의될 수 있다고 하였다(Kwon, 2005, 재인용). Silver(1997)는 수학이나 다른 과목에서 탐구 지향 수업의 성격에 대한 명백한 일치는 없지만 수학에서 탐구적 방법의 일반적 특징은 문제의 공식화와 해결에 대한 할 일을 선생님과 학생사이에 공유한다고 하였다. 또, Ponte(2007)은 수학적 탐구를 주어진 상황을 관찰, 분석하여 수학적 문제로 설정하고 그 문제를 해결하기 위해 추측하고 검증하여 개선하는 과정을 반복하는 것이라 하였다(이동환, 2016, 재

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

인용). 박성익(1999)는 탐구 수업을 “학생들로 하여금 교수-학습 활동에 적극적으로 참여하도록 유도함으로써, 학생들에게 지식이나 정보를 획득하고 조직하는 방법을 가르쳐 주는데 근본 취지를 두고 있는 교수-학습 활동”으로 정의하고 있다. 이러한 탐구 수업의 목적을 황혜정(2002)는 고등 정신 기능의 향상시키고 인지적 학습 활동을 통해 탐구 과정의 터득에 초점을 두고 있으며 다시 말해 학생들이 질문을 제기하거나 그에 대한 답을 찾아내는데 필요한 지적 훈련이나 기능을 개발시킬 수 있도록 학생들을 도움으로써 학생들에게 인지적 추론 능력을 신장 시켜 주는데 있다고 하였다.

한편 2005년 황우석 교수의 줄기세포 연구과정에서 2004년에 사이언즈 지에 게재했던 논문이 허구로 들어나면서 연구 윤리에 대한 관심이 집중되게 시작했는데 신설되는 <수학과제 탐구>과목의 성취기준에 연구 윤리에 대한 부분을 언급하고 있다. 이인재(2015)는 연구윤리를 연구자가 정직하고 정확하며, 성실한 태도로 바람직하고 책임 있는 연구 수행을 위해 지켜야 할 윤리적 원칙 또는 행동양식이라고 하였다. 연구윤리가 다루어야 할 범위가 국한(연구진실성 확보를 위한 위조, 변조, 표절 문제)된다면 너무 범위가 좁으므로 연구 윤리의 범위를 연구의 진실성, 공로배분의 공정성(논문 저자 표시 등),연구실 문화의 민주성, 특정 연구 대상이나 연구방법에서의 윤리성, 과학자의 사회적 책임성으로 보는 것이 적당하다(김길수, 2014, 재인용). 또 김길수(2014)는 연구수행에 적용할 보편적인 연구윤리를 찾는다는 것은 어려운 일이며 책임 있는 연구라 인정할 수 있는 행동은 학문별, 연구실별로 다를 수 있어 실제적으로 적용하는데 어려움이 있으므로 책임 있는 연구를 위해 연구자들이 지켜야할 핵심적인 원칙이 존재한다고 하였다. 연구윤리를 확보하기 위해서는 연구자가 절차적 투명성과 내용적 정직성을 확보하는 것이 필요하다. 이를 위해서 연구수행과 결과발표에 있어서 날 조, 변조, 표절 등 의도적인 연구부정행위에서 벗어나 연구자로서 정직성을 확보하는 것이 중요하다(신준석 이인재 노환진 외, 2012).

Ⅲ. 연구 방법

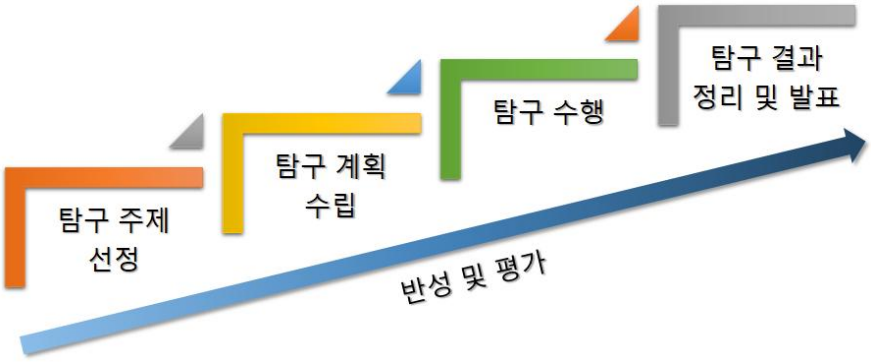
1. 연구 대상 및 과제 탐구 모형

본 연구는 G지역에 위치한 C대학의 수학교육과 2학년에 재학 중인 13명의 예비교사(여학생 6명, 남학생 7명)을 대상으로 수업을 실시하였는데, 이 학생들은 ‘수학과 교수·학습 방법’ 과목을 수강하고 있었다. 13명의 연구 대상자들을 4개의

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

모둠으로 구성하여 연구자가 수업을 직접 운영하였다. 본 연구는 학생들이 직접 과제를 개발하고 해결해 가는 과정에 중점을 두고 있으나 일반적으로 수업에 참여한 학생들이 과제를 개발하는 것에 익숙하지 않으므로 '과제 탐구 모형'을 제시하고 이 탐구 모형 절차에 따라 과제 개발 및 해결해 가도록 하였다. '과제 탐구 모형'은 <수학과제 탐구> 과목의 성취기준을 토대로 교육과정 문서에 명시된 '과제탐구 실행 및 평가' 영역의 내용을 근간으로 개발하였다. 교육과정 문서에 명시된 <수학과제 탐구>과목의 성취기준을 살펴보면 '과제탐구의 이해'와 '과제탐구 실행 및 평가'의 두 개 영역으로 구성되어 있으며 후자의 구체적인 내용은 다음과 같다. "수학과제 탐구의 실행 및 평가에서는 학생이 수학과제 탐구를 실제로 수행하는 과정으로, 수학과 연관된 주제 중 흥미와 관심이 있는 주제를 구체화하여 탐구 주제로 선정하고, 탐구 주제와 관련된 선행 연구를 검토한 후 적절한 탐구 방법을 선택하여 탐구 계획을 수립하고 계획에 따라 탐구를 수행한다. 그 결과를 정리, 분석, 해석하여 의미 있는 결론을 도출하여 산출물을 제작하고 발표한다. 탐구의 전 과정을 적절하게 평가하고 반성하여 학생들로 하여금 탐구 능력을 신장시키는 기회가 되도록 한다."(교육부, 2015, p. 135) 이를 바탕으로 개발된 4단계의 '과제 탐구 모형'은 [그림 Ⅲ-1]과 같다.



[그림Ⅲ-1] 과제 탐구 모형

2. 연구자가 제시한 과제

연구자는 실험수업을 시작하면서 <수학과제 탐구> 과목에 대해 전반전인 내용과 진행 과정을 설명하였다. 다음으로 '과제 탐구 모형'의 절차를 설명하고 이 절차에 따라 드론을 주제로 개발된 문제 [그림Ⅲ-2]를 제시하여 문제가 생성되는 절차와 해결해 가는 과정을 설명하여 학생들이 과제를 직접 개발하는데 어려움을 감소하고 절차에 익숙해지도록 하였다.

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

1. 탐구 계획 수립

(1) 문제 상황 제시

<일본의 지진 관련 뉴스>

일본의 한 도심지역에 지진이 일어났는데 위치의 특성상 고층 건물이 많아 건물이 많이 붕괴되었다. 고층 건물들이 한꺼번에 무너지면서 많은 사람들이 매몰이 되었으며, 지진의 여파로 많은 도로가 유실이 되어 그 지역이 고립 되었고, 이로 인해서 수많은 이재민이 발생하였다. 정부는 이 상황을 타개하기위해 재난 지역으로 구조대를 급파했다. 재난 지역을 찾은 구조대는 무너진 건물 틈 사이에서 사람들을 구하기 시작했다. 하지만 건물들의 틈이 너무 좁아 어느 위치에 사람이 매몰되어 있는지 잘 알 수 가 없었다. 또한 설상가상으로 재해 복구를 하던 도중 여진이 발생하여 남아 있던 유일한 도로마저 유실이 되었다. 이로 인해 지진이 일어난 곳에 있는 이재민들에게 전달될 구호물품의 전달이 어렵게 되었다. 현재 수도마저 끊겨 마실 물이 부족한 상황이며, 전염병까지 발생하여 비상약품이 필요한 현실이다.

이 뉴스를 본 다은이는 이러한 문제 상황을 어떻게 합리적으로 해결할 수 있을까 하고 인터넷 검색을 하던 중 자동으로 움직이는 '드론'에 대해 관심을 가지게 되었고, 그와 관련된 기사들을 접하게 되었다.

1) 신문 기사

<물품 배송용 드론>

새 노트북 1대를 실은 물품 배송용 드론이 정부 세종청사 위를 가뿐히 날아 물건을 무사히 배달했다. 도심 안에서 드론이 시범 배송에 성공한 건 처음이다. 25일 오후 2시, 국토교통부가 있는 정부세종청사 6동 우체국 앞 공원 잔디밭에서 8개의 프로펠러 날개를 단 드론이 이륙했다. 우편 마크를 부착한 드론은 울긋불긋 단풍으로 물든 나무들 위로 솟아오르더니 $10m$ 상공에서 국가보훈처·보건복지부·고용노동부 건물 앞을 통과하며 차례로 날아 13동 산업통상자원부 앞 공터 잔디 위에 가볍게 착륙했다. 드론이 날아간 총 거리는 약 $1km$다. '몬스터 $815A$' 라는 이름이 붙여진 이 물품 배송용 드론은 수동 원격조정 방식이 아니라 좌표 입력만으로 이륙에서부터 비행, 배송, 귀환 까지 전 과정이 완전 자동으로 이뤄지는, 기술적으로 한 단계 진보한 기기다.

<2017. 10. 25 한겨레신문>

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

2) 칼럼

<드론 사고위험?, 충돌회피 기술이 책임진다!>

- 드론 충돌회피 기술에 대한 국내 연구개발 최근 활발,
그러나, 특허전략이 동반될 필요성 절실 -

무인항공기 드론의 활용이 급증하면서 건물이나 공중설치물과의 충돌, 심지어 여객기와의 충돌 사고까지 우려되는 등, 드론의 안전한 운행에 대한 사회적 요구가 높아지고 있다. 이에 따라, 최근 무인 항공기 충돌회피 기술에 대한 관심 또한 고조되고 있다. 특허청(청장 최동규)에 따르면 드론의 충돌회피 기술과 관련된 특허출원은 과거 3년간(2009~2011)에는 8건에 불과하였으나, 드론의 대중화가 가속화 된 최근 3년(2012~2014)에는 21건으로 급증하여, 출원증가율이 163%에 달한다고 밝혔다. 이 중 약 70%가량의 특허 출원이 국내 연구진들에 의해 출원되어, 무인항공기 분야 차세대 핵심기술의 하나인 충돌 회피 기술에 대한 국내 기술개발이 최근 활발히 이루어지고 있다고 밝혔다.

<출처 : 특허심사3국 차세대수송심사과>

다음이는 구호물품을 전달하기 위해 헬기를 이용하는 것보다 자동으로 움직이는 드론을 이용하는 것이 더 합리적이라고 생각했다. 그리고 안전하게 무인 드론을 운행하려면 충돌회피기술이 필요하다는 것을 알게 되었다. **효율적인 드론의 운행 경로를 알아보도록 하자.**

2. 탐구 수행

(1) 무인 드론의 효율적인 기본 경로를 장애물의 유무에 따라 알아보고, 장애물이 있을 경우, 무인드론의 가장 효율적인 경로는 어떻게 정해야 할지 토의해보자.

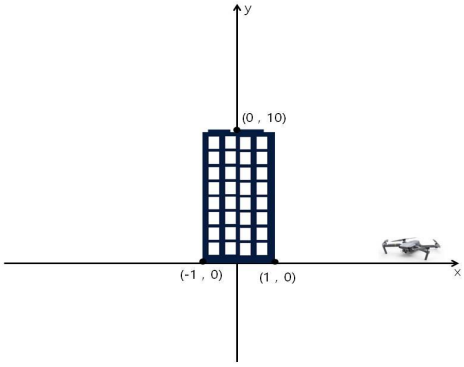
정답 : 장애물이 없을 경우, 무인드론의 경로는 일차함수로 표현할 수 있다.
장애물이 있을 경우, 무인드론의 경로는 이차함수로 표현할 수 있다.
장애물이 있을 경우 이차함수식 ($y = ax^2 + b$)을 이용해 장애물과 부딪히지 않는 가장 가까운 곡선을 그린다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

(2) 이차함수의 그래프 그리기

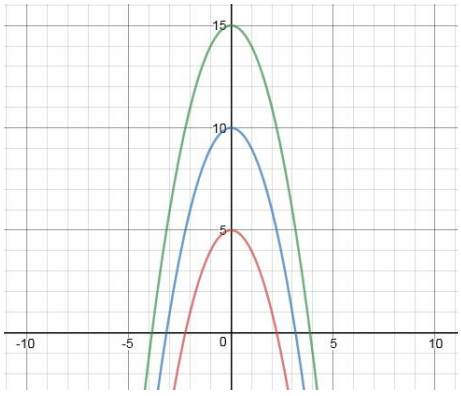
1) 다음과 같이 점 $(-1,0),(1,0),(-1,10),(1,10)$을 꼭짓점으로 하는 직사각형의 건물이 있다. 이 때, 주어진 이차함수의 그래프를 모두 그려보자.



$$y=-x^2+5,\quad y=-x^2+10,\quad y=-x^2+15$$

① 직사각형의 건물과 만나는 이차함수와 만나지 않는 이차함수를 분류해보자.

만나는 함수	만나지 않는 함수
$y=-x^2+5$ $y=-x^2+10$	$y=-x^2+15$



← 왼쪽 그림은 아래쪽 그래프부터 각각 $y=-x^2+5,\quad y=-x^2+10,\quad y=-x^2+15$ 의 그래프를 나타낸다.

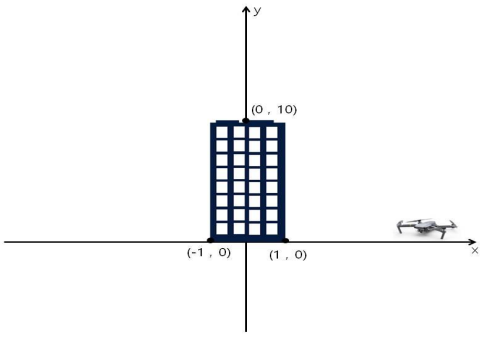
Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

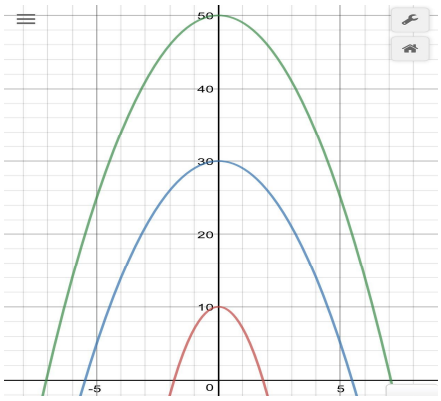
② 드론이 장애물을 피할 때 고려해야 하는 것은 무엇인지 ①을 이용하여 설명해보자.

정답 : 장애물의 가장자리를 나타내는 그래프와 드론의 이동경로를 나타내는 그래프에 교점이 없어야 한다.

2) 드론이 이차함수 $y=-3x^2+10$을 따라 움직인다고 할 때 직사각형의 건물을 피할 수 있는지 그려보고, 판단 해보자.



① 드론이 문제 2-2)에서 주어진 이차함수를 y축의 방향으로 20만큼, 40만큼 평행이동 할 때 그림을 그려보고, 직사각형의 건물을 피할 수 있는지 판단 해보자.



← 왼쪽 그림은 $y=-3x^2+10$의 그래프는 건물과 만나며
그 그래프를 y축의 방향으로 20만큼, 40만큼 평행이동 시킨 두 이차함수의 그래프는 건물과 만나지 않음을 보여준다.

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

② 드론이 $y=-3x^2+k$를 따라 움직인다고 할 때 직사각형의 건물을 피할 수 있는 k의 범위를 구해보자.

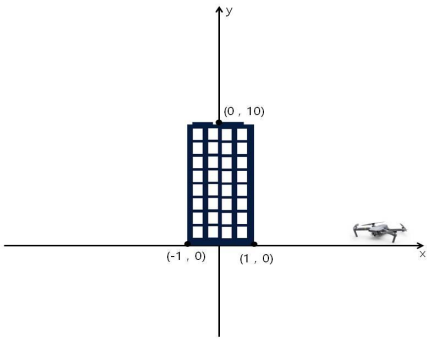
정답 : $k>13$, y절편인 k가 13보다 큰 값을 가지면 된다.

③ ② 에서 드론이 효율적으로 이동하려면 k는 어느 값에 가까워야 하는지 그 이유와 함께 설명해보자.

정답 : 드론이 효율적으로 이동하기 위해서는 건물과 최대한 가까이 지나가야 하므로 k가 13보다 크지만 13에 최대한 가까워야한다.

건물의 꼭짓점인 $(-1,10)$ 또는 $(1,10)$을 대입하면 k의 값이 13이 된다. 건물과 만나지 않으려면 $k>13$으로, k는 13에 가까워야 한다.

(3) 드론이 이차함수 $y=-ax^2+15$를 따라 곡선을 그리며 장애물(건물)을 피할 때 효율적인 경로 찾기 (건물의 크기는 그림과 같다.)



1) 드론이 $y=-ax^2+15$를 따라 움직인다고 할 때 건물을 피할 수 있는 a의 범위를 구해보자.

정답 : $a<5$

2) 1)에서 드론이 효율적으로 이동하려면 a는 어느 값에 가까워야 하는지 그 이유와 함께 설명해보자.

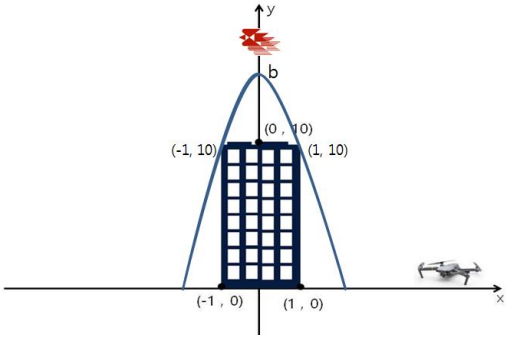
정답 : 드론이 효율적으로 이동하기 위해서는 건물과 최대한 가까워야 하므로 a가 5와 가까워야 한다.($a<5$)

건물의 꼭짓점인 $(-1,10)$ 또는 $(1,10)$을 대입하면 a의 값이 5가 된다. 건물과 만나지 않으려면 $a<5$으로, a는 5에 가까워야 한다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

(4) 드론이 이차함수 $y=-ax^2+b$ 를 따라 곡선을 그리며 장애물(건물)을 피할 때 효율적인 경로 찾기 (건물의 크기는 그림과 같다.)



상공 $15m$의 비행체로 인해 드론이 높이 $10m$의 건물 위와 $15m$의 비행체 사이를 움직일 수 있다.

이때, 드론이 지나는 그래프는 $y=-ax^2+b\ (a>0, b>0)$인데 드론이 건물과 부딪힌다고 할 때,

a의 최솟값을 b에 관한 식으로 나타내어보고 그 이유와 함께 설명하여 보자.

정답 : $a=b-10$

건물과 부딪히지 않으려면 b의 범위는 $10<b<15$이다. b는 고정 되었다고 생각하고 a를 변화시키면서 봐보자.

드론이 $(0,b)$를 지나고 건물과 부딪힐 때는 드론이 이동하는 이차함수의 그래프가 $(1,10),(-1,10)$을 지날 때이다.

그러므로 $y=-ax^2+b\ (a>0,\ 10<b<15)$ 에 $(1,10),(-1,10)$을 대입

$\rightarrow\ 10=-a+b$ (둘 다) $\rightarrow\ a=b-10$,

a가 커지면 그래프의 폭이 좁아져 건물의 벽면과 부딪히게 된다.

그러므로 $(1,10),(-1,10)$을 지날 때의 a가 가장 작다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

3. 탐구 결과

(1) 드론의 이동경로에는 어떤 것이 있는가?

정답 : 장애물이 없는 경우 ⇒ 일차함수
장애물이 있는 경우 ⇒ 이차함수

(2) 이차함수의 특징에는 무엇이 있는가?

정답 : 이차함수는 이차항의 계수와 y절편에 따라 그래프가 달라지며 그래프의 폭은 이차항의 계수, 그래프의 꼭짓점 위치는 y절편으로부터 영향을 받는다.

(3) 드론이 장애물을 피할 때 고려해야하는 것은 무엇인가?

정답 : 장애물을 피할 때 그려지는 이차함수의 폭과 y절편은 그 그래프 위를 지나는 두 점으로부터 추측할 수 있다는 점을 고려해야 한다.

(4) 드론이 장애물을 효율적으로 피해 이동하려면 어떤 경로를 선택해야 하는가?

정답 : 탐구활동 4번의 풀이를 참고하자.
드론이 $y=-ax^2+b$ 의 그래프를 따라 이동한다고 할 때,
꼭짓점이 (-1,10), (1,10) 인 장애물을 피한다고 하면 $b-a=10$ 이므로
기울기 -a 의 범위는 $10-b<-a<0$ 이고, y절편 b는 10+a 보다 커야한다.

(5) 드론이 재난현장 외에 실생활에서 적용될 수 있는 분야를 생각해 보자.

정답 : 직접 배송을 하기에 위험한 지역으로 배달, 정말 높은 고도에서 사진을 찍을 때 (헬리캠), 군사적 목적으로 적군을 탐색할 때 등

[그림Ⅲ-2]드론 생성 과제

또, 학생들이 직접 과제를 개발하기 전 드론 생성문제와 더불어 연구자가 '과제 탐구 모형'의 절차에 따라 개발한 스타이너 트리를 주제로 생성한 문제와 해결 과정을 설명하여 과제 개발 절차에 친숙해 지도록 하였다. 이때, 해당 문제는 <부록 1>에 제시되어 있다.

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

3. 연구 대상자가 개발한 과제 및 설문

연구자는 한 영역에서 문제의 다양성과 모둠별로 생성된 과제를 비교 가능하도록 학생들에게 탐구 영역을 함수로 제한하고 탐구 과제를 직접 선정하여 과제를 개발 및 해결하도록 하였다. 과제를 만들어 해결하는 과정이 학생들에 익숙하지 않아 어려움을 겪을 수 있어 인터넷과 교과서를 활용하도록 하였으며 주어진 매체를 이용할 때는 연구윤리에 어긋나지 않도록 반드시 출처를 밝히도록 지도하였다. 연구자는 학생들이 과제를 개발하고 해결하는 동안 순회하며 수학적 오류를 발견해 주거나 절차상의 어려움을 겪고 있을 때 직접 관여하였으며 모둠별 활동 중 어려움이나 궁금한 점이 있을 때 학생들은 실험 진행자에게 즉시 질문하여 해결할 수 있도록 하였다.

마지막으로 각 모둠별로 선정한 탐구 주제와 함께 생성과제를 해결하는 과정과 탐구결과를 발표하도록 하고 질의응답 시간을 가지면 실험수업을 마무리 하였다. 실험수업이 끝난 직 후 학생들에게 설문과 자유로운 토론을 통해 각각의 의견을 수렴하였다. 이때, 설문 문항 내용은 다음 <표 Ⅲ-1>와 같다.

<표 Ⅲ-1> 설문 문항 내용

문항 번호	설문 문항 내용
1	오늘 수업을 하면서 좋았던 점을 쓰시오.
2	오늘 수업을 하면서 어려웠던 점을 쓰시오.
3	<수학과제 탐구>과목을 원활히 운영하기 위한 교사의 역할은 무엇인지 쓰시오.

Collection @ chosun

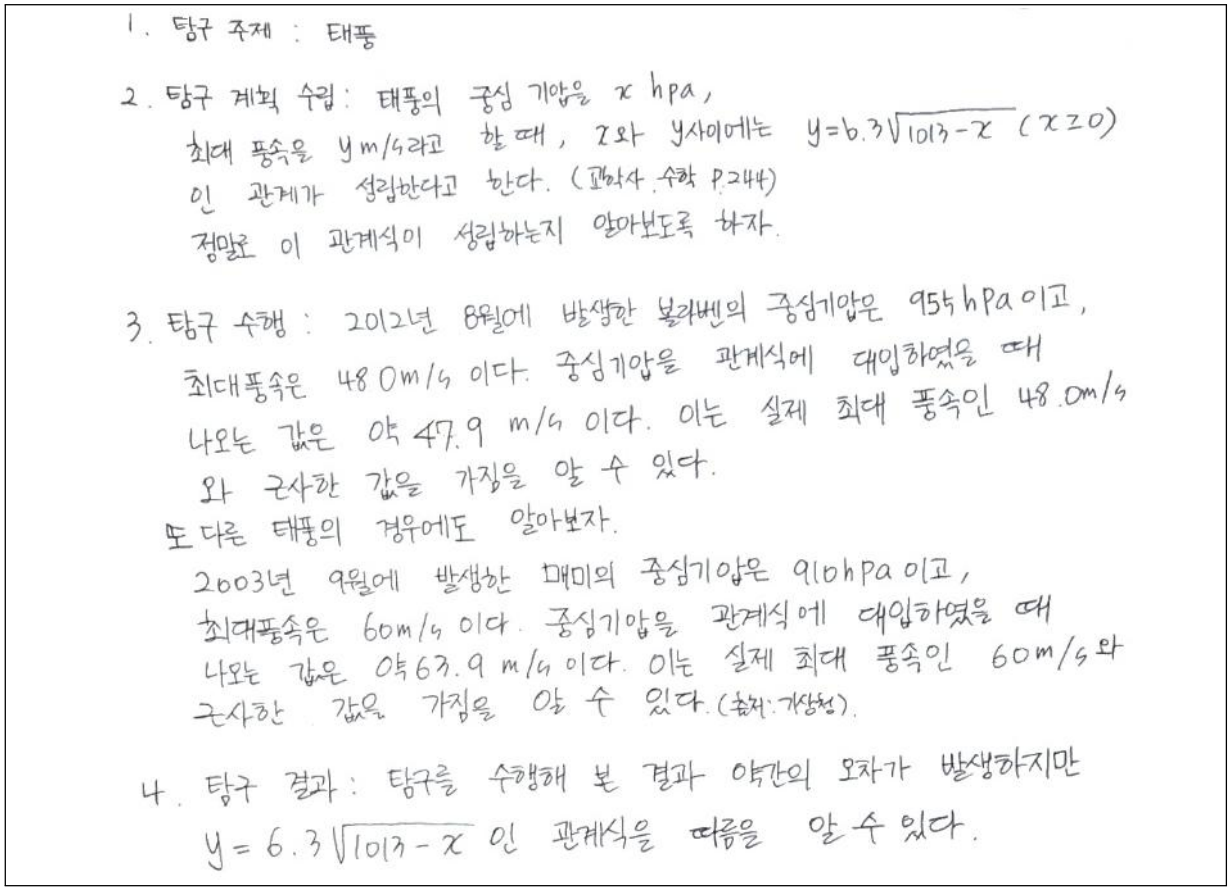
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

Ⅳ. 연구 결과

1. 모둠별 생성 과제

실험수업에서 학생들은 함수 영역에서 모둠별로 탐구주제를 선정하여 '과제 탐구 모형' 절차에 맞춰 과제를 개발하여 해결하는 과정을 거치도록 하였다. 각 모둠별로 선정한 주제는 태풍, 생물학적 지표, 스키드 마크, 공의 비거리였다.

먼저 A모둠은 탐구 주제를 태풍으로 선정하고 고등학교 교과서에 태풍의 중심기압(x)과 최대 풍속(y)의 관계를 나타낸 식에 실제 태풍에서도 관계식이 성립하는지 알아보는 탐구를 하였다. 이때 실제 태풍인 볼라벤과 매미의 중심기압과 최대 풍속을 기상청에 기록된 수치를 사용하여 관계식에 적용해 보는 탐구 활동을 통해 오차가 발생하기는 하지만 주어진 관계식($y = 6.3\sqrt{1013 - x}$)을 성립함을 알아보았다.[그림Ⅳ-1]


1. 탐구 주제 : 태풍

2. 탐구 계획 수립 : 태풍의 중심 기압을 x hpa,
최대 풍속을 y m/s라고 할 때, x와 y사이에는 $y=6.3\sqrt{1013-x}$ $(x \geq 0)$
인 관계가 성립한다고 한다. (교학사 수학 P.244)
정말로 이 관계식이 성립하는지 알아보도록 하자.

3. 탐구 수행 : 2012년 8월에 발생한 볼라벤의 중심기압은 954 hPa 이고,
최대풍속은 48.0 m/s 이다. 중심기압을 관계식에 대입하였을 때
나오는 값은 약 47.9 m/s 이다. 이는 실제 최대 풍속인 48.0 m/s
와 근사한 값을 가짐을 알 수 있다.
또 다른 태풍의 경우에도 알아보자.
2003년 9월에 발생한 매미의 중심기압은 910 hPa 이고,
최대풍속은 60 m/s 이다. 중심기압을 관계식에 대입하였을 때
나오는 값은 약 63.9 m/s 이다. 이는 실제 최대 풍속인 60 m/s와
근사한 값을 가짐을 알 수 있다. (출처: 기상청).

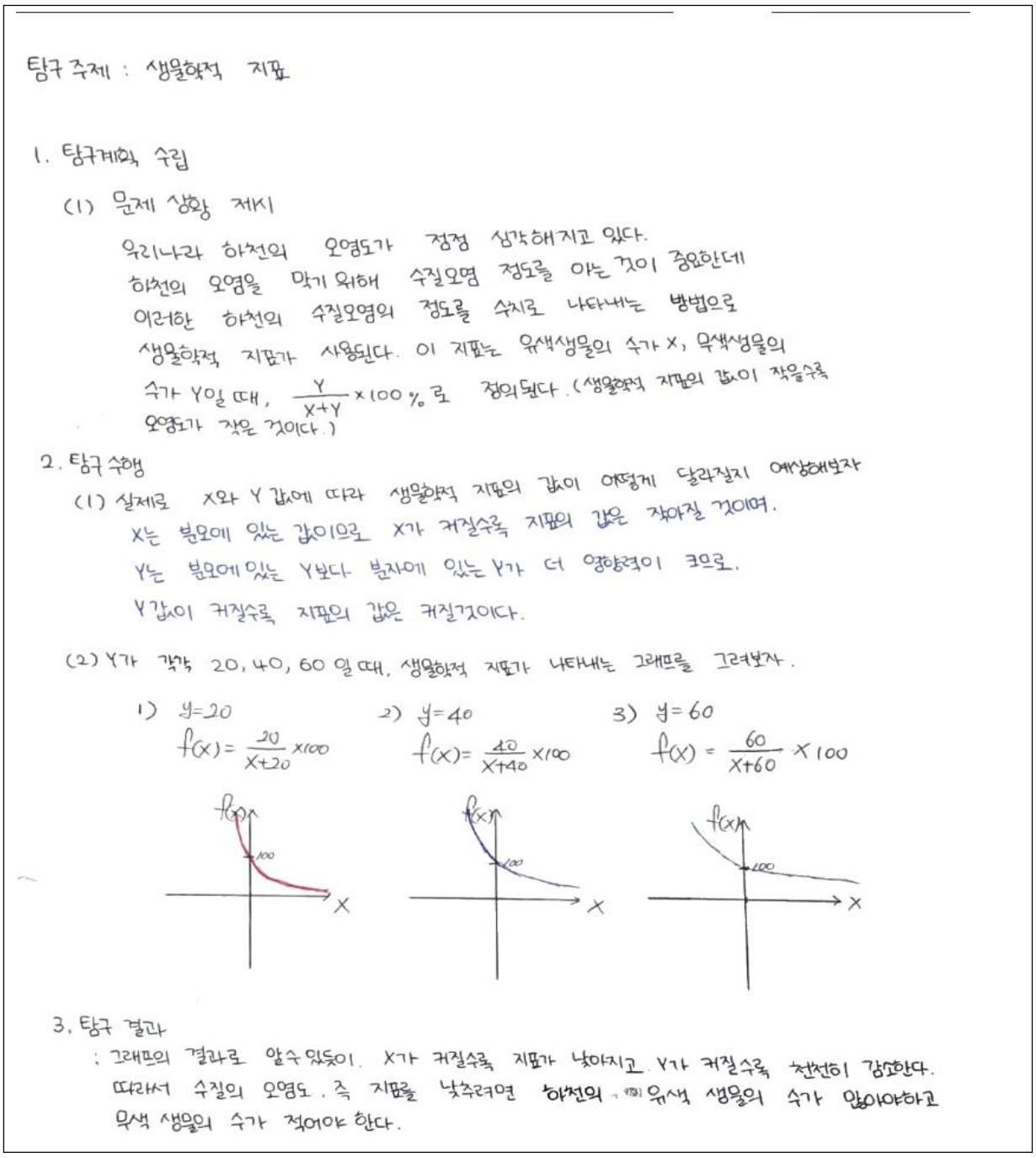
4. 탐구 결과 : 탐구를 수행해 본 결과 약간의 오차가 발생하지만
$y = 6.3\sqrt{1013 - x}$ 인 관계식을 따름을 알 수 있다.

[그림Ⅳ-1] A모둠 탐구 과제 수행 및 결과

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

두 번째 B모둠은 탐구 주제를 생물학적 지표로 선정하고 유색생물수(X)와 무색생물수(Y)를 이용한 생물학적 지표의 관계식($\frac{Y}{X+Y}\times 100(\%)$)을 이용하여 주어진 변수를 변화시켜가며 그래프를 그려 시각적으로 확인해 보고 수질오염도가 어떻게 변화하는지 알아보았다. 이때 핸드폰의 Desmos 프로그램을 이용하여 그래프를 그려보았다. [그림Ⅳ-2]



탐구 주제 : 생물학적 지표

1. 탐구계획 수립

(1) 문제 상황 제시

우리나라 하천의 오염도가 점점 심각해지고 있다.
하천의 오염을 막기 위해 수질오염 정도를 아는 것이 중요한데
이러한 하천의 수질오염의 정도를 수치로 나타내는 방법으로
생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색생물의 수가 X, 무색생물의
수가 Y일 때, $\frac{Y}{X+Y}\times 100\%$로 정의된다. (생물학적 지표의 값이 작을수록
오염도가 작은 것이다.)

2. 탐구 수행

(1) 실제로 X와 Y 값에 따라 생물학적 지표의 값이 어떻게 달라질지 예상해보자
X는 분모에 있는 값이므로 X가 커질수록 지표의 값은 작아질 것이며,
Y는 분모에 있는 Y보다 분자에 있는 Y가 더 영향력이 크므로,
Y값이 커질수록 지표의 값은 커질것이다.

(2) Y가 각각 20, 40, 60 일 때, 생물학적 지표가 나타내는 그래프를 그려보자.

1) $y=20$ $f(x)=\frac{20}{X+20}\times 100$

2) $y=40$ $f(x)=\frac{40}{X+40}\times 100$

3) $y=60$ $f(x)=\frac{60}{X+60}\times 100$

3. 탐구 결과

: 그래프의 결과로 알수있듯이, X가 커질수록 지표가 낮아지고 Y가 커질수록 천천히 감소한다.
따라서 수질의 오염도, 즉 지표를 낮추려면 하천의 유색 생물의 수가 많아야하고
무색 생물의 수가 적어야 한다.

[그림Ⅳ-2] B모둠 탐구 과제 수행 및 결과

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

세 번째 C모둠은 탐구 주제를 스키드 마크로 선정하고 자동차의 제동 직전 속력(V)를 스키드 마크 길이(S)와 도로의 마찰계수(F)를 이용하여 나타낸 식($V=\sqrt{254SF}$)을 이용하여 변수를 다양하게 변화 시켜 보면서 변수들 간의 관계를 알아보고 실생활에서 적용가능 한 상황을 알아보았다.[Ⅳ-3]

• 탐구 주제 : 스키드 마크

• 탐구 수행

달리는 자동차가 급제동하면 도로에 '스키드 마크'라고 하는 바퀴자국이 남는다.

제동 직전 자동차의 속력을 V km/h, 스키드 마크의 길이를 S m, 도로의 마찰계수를 F라고 할 때, 제동 직전 자동차의 속력을 다음 식을 이용하여 추정할 수 있다.

$$V = \sqrt{254SF}$$

(1) 두 대의 자동차가 동일한 속력으로 달리고 있다. 이 때 한 대의 자동차는 적은 도로를 달리고 있고, 다른 한 대의 자동차는 마른 도로를 달리고 있다. 이 때 적은 도로의 마찰계수는 0.5 이고, 마른 도로의 마찰계수는 0.7 이다. 어느 도로에서 더 긴 스키드 마크가 생기는지 답하시오.

i) 적은 도로

$$V = \sqrt{254 \times 0.5 \times S_{적}}$$

$$= \sqrt{127\, S_{적}}$$

$$\therefore S_{적} = \frac{V^2}{127}$$

ii) 마른 도로

$$V = \sqrt{254 \times 0.7 \times S_{마}}$$

$$= \sqrt{177.8 \times S_{마}}$$

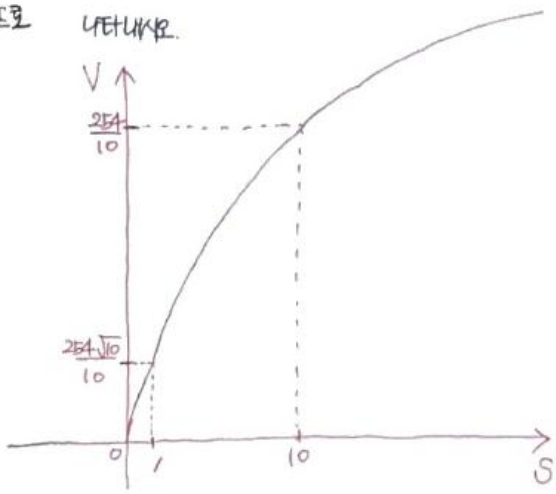
$$\therefore S_{마} = \frac{V^2}{177.8}$$

결론 : 적은 도로의 스키드 마크가 마른 도로의 스키드 마크 보다 더 길다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

(2) 어느 도로의 마찰계수가 0.254 이다. 그 때의 자동차 속력과 스키드 마크의 관계를 그래프로 나타내시오.



(3) (2)상황에서의 스키드 마크가 250m 일 때 그 때의 자동차 속력을 구하시오.

$S = 250 \quad F = 0.254$

$V = \sqrt{254 \times 250 \times 0.254}$

$= 127 (km/h)$

$\therefore$ 127 (km/h)

(4) 제한 속도가 127 (km/h) 이고 마찰계수가 0.254인 도로가 있다. 만약, 달리던 자동차가 급제동을 할 때, 생기는 스키드 마크의 길이가 얼마 이하여야 제한 속도를 준수하는가?

$V = \sqrt{254 \times 0.254 \times S}$

$= \frac{254}{10}\sqrt{\frac{1}{10}S} \leq 127$

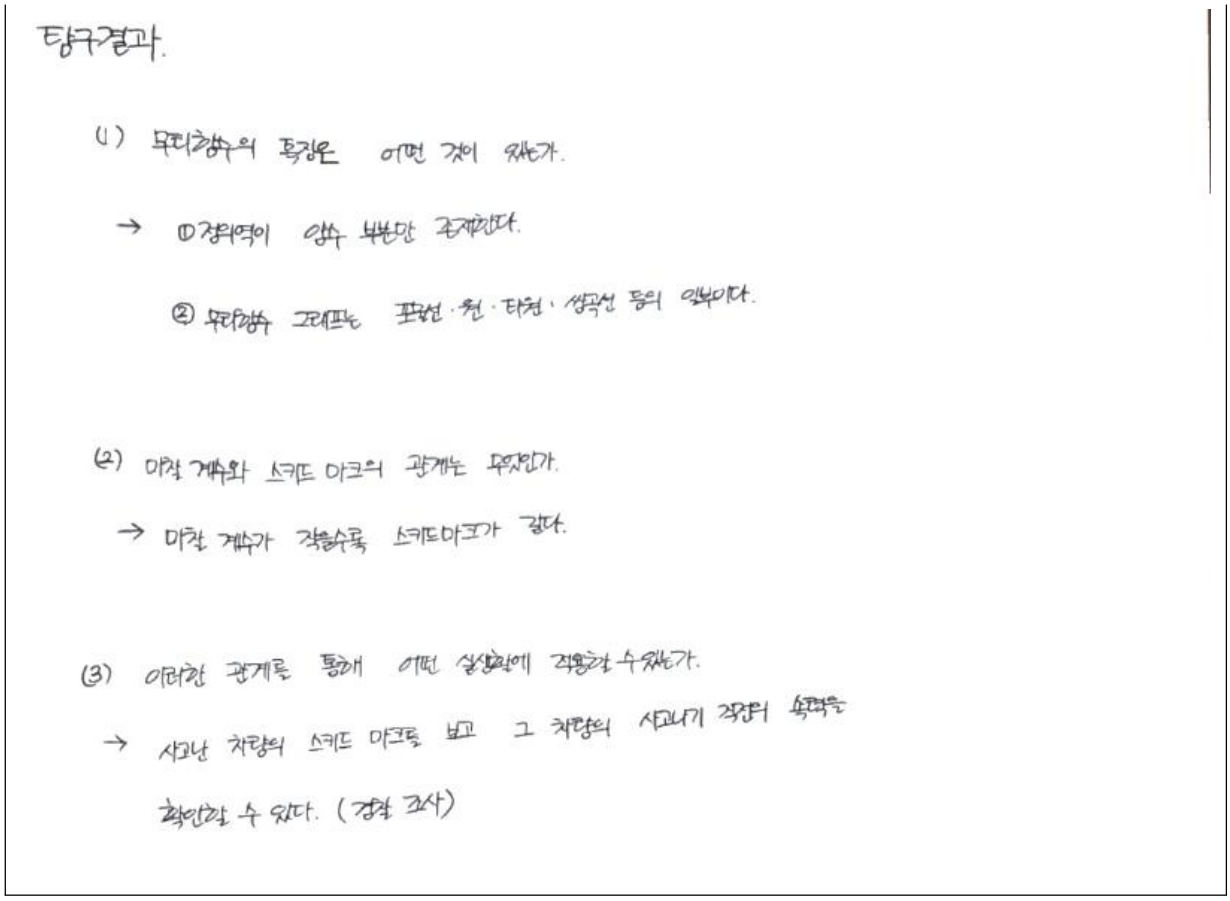
$\sqrt{\frac{1}{10}S} \leq 5$

$\frac{1}{10}S \leq 25$

$\therefore S \leq 250$

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY


탐구결과.

(1) 무리함수의 특징은 어떤 것이 있는가.

→ ① 정의역이 양수 부분만 존재한다.

② 무리함수 그래프는 포물선·원·타원·쌍곡선 등의 일부이다.

(2) 마찰 계수와 스키드 마크의 관계는 무엇인가.

→ 마찰 계수가 작을수록 스키드마크가 길다.

(3) 이러한 관계를 통해 어떤 실생활에 적용할 수 있는가.

→ 사고난 차량의 스키드 마크를 보고 그 차량의 사고나기 직전의 속력을 확인할 수 있다. (경찰 조사)

[그림Ⅳ-3] C모둠 탐구 과제 수행 및 결과

마지막으로 D모둠은 탐구 주제를 공의 비거리로 선정하고 실생활의 야구에서 타자의 평균 홈런 궤도를 나타내는 식($y=-\frac{1}{120}x(x-100)$)을 설정하여 변수를 변화를 주면서 타자와 펜스까지의 거리(x)와 야구장의 펜스의 높이(y)를 알아보는 탐구 활동을 통해 이차함수의 특징을 알아보았다.[그림Ⅳ-4]

Collection @ chosun

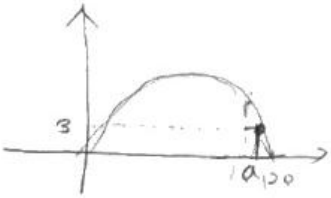
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

주제: 공의 비거리

계획수립: 모 야구구단이 야구장을 신축하려고 한다. 이구단 4번타자의 평균 홈런 궤도는 포물선 $y=-\frac{1}{120}x(x-120)$ (단, 원점은 타자) 라할때, 타자와 펜스까지의 거리와 펜스의 높이를 어떻게 정해야할까?

홈런의 비율을 높이려면

탐구수행: ① 펜스의 높이를 3m로 지었을때, 펜스와 타자까지의 거리를 a라하자.



$x=a$ 일때, $y=3$ 이면 펜스상단에 정확히 타구가 맞는다.

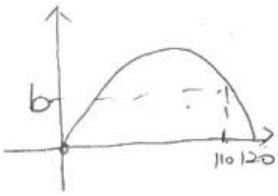
$\therefore f(a) \geq 3$ (단 a는 60보다 크다)

$-\frac{1}{120}a(a-120) \geq 3$, $a^2-120a+360 \leq 0$

$60 \leq a \leq 60+\sqrt{3600-360} \simeq 116.92$

∴ 펜스와 타자의거리는 116.92m 보다 짧아야한다.

② 타자와펜스의 거리를 110m라 지었을때, 펜스의높이를 b라하자.



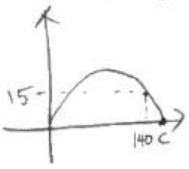
$b \leq f(110)$

$-\frac{1}{120} \cdot 110(110-120) \geq b$

$b \leq \frac{110}{12} \simeq 9.16$

∴ 펜스의 높이는 9.16 보다 낮아야한다.

③ 경기장의 끝까지의 거리가 140m 이고, 경기장 벽의 높이가 15m 일때, 타자가 장외홈런을 칠려면 비거리가 얼마가 나와야하는가?



$f(140) \geq 15$

$y=-\frac{1}{120}x(x-c)$

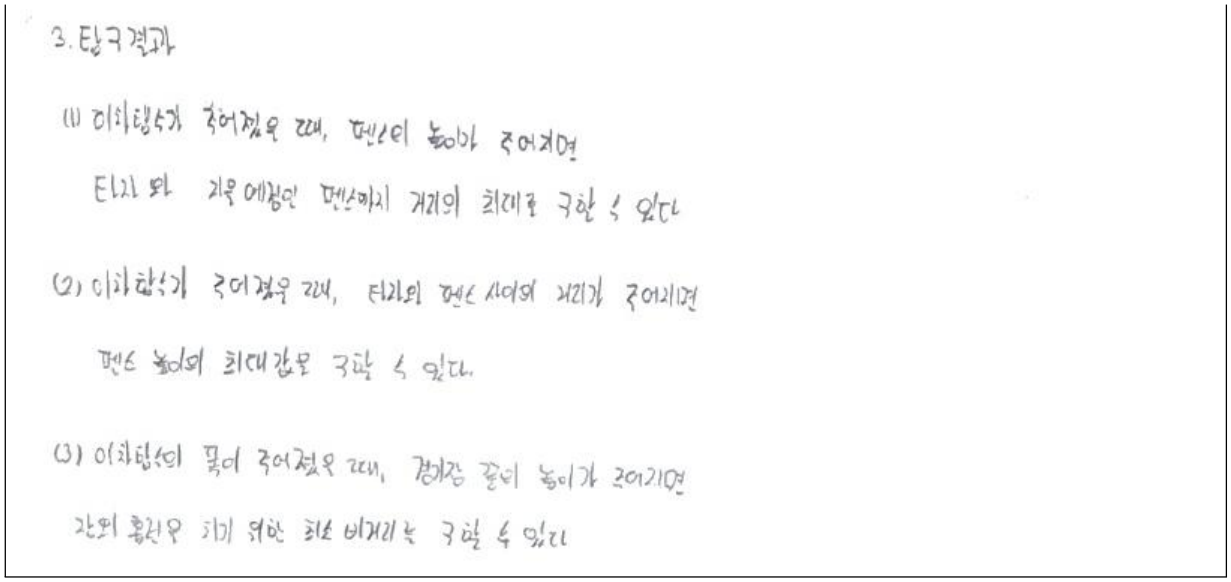
$15 \leq -\frac{1}{120} \cdot 140(140-c)$

$c \geq 140+\frac{96}{7} \simeq 152.85\ldots$

∴ 152.85m 이상 나와야한다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY


3. 탐구결과

(1) 이차함수가 주어졌을 때, 펜스의 높이가 주어지면
타자 와 지붕 에점인 펜스까지 거리의 최대를 구할 수 있다

(2) 이차함수가 주어졌을 때, 타자와 펜스 사이의 거리가 주어지면
펜스 높이의 최대값을 구할 수 있다.

(3) 이차함수의 꼭이 주어졌을 때, 경기장 끝의 높이가 주어지면
공의 홈런을 치기 위한 최소 비거리를 구할 수 있다

[그림Ⅳ-4] D모둠 탐구 과제 수행 및 결과

2. 설문 결과

가. 실험수업에 대한 태도

실험수업에서 과제를 해결하는 동안 느꼈던 점을 묻는 질문에 학생들은 기존의 강의식 수업 방식과 다른 새로운 수업 방식이었다고 하였고 직접 과제를 만드는 탐구 과정을 수행하여 결과를 도출해 내고 발표하는 과정이 수학적 지식을 익히는 것 뿐 만 아니라 수학 외적 지식도 알게 되어 좋았다고 하였다. 단순히 이론을 습득하는데 그치지 않고 실생활 속에 이론을 적용하고 활용해 보면서 수학의 원리를 이해하는데 도움이 되었다고 하였다. 또, 수학을 단순히 문제 풀기로만 생각했었는데 탐구수업 방식의 실험수업을 통해 주제를 직접 선정하고 탐구계획을 세우고 해결하는 과정을 경험하여 좋았고 실생활의 여러 부분에 다양한 방향과 방법으로 응용 및 적용 될 수 있다는 것을 알게 되어 수학의 필요성에 대해 깨닫게 되는 기회를 제공받아 흥미로웠다고 했다. 그리고 실생활 속에서의 함수에 대해 깊이 생각해 보는 계기가 되었고 다른 모둠의 발표를 통해 자신이 생각해 보지 못한 부분을 알게 되어서 좋았다고 하였다. 또한 선정한 주제를 집중적으로 탐구하는 과정에서 직접 인터넷을 이용하고 조원들과의 협력하여 여러 방향으로 다양하게 대화를 나누면서 문제를 만들고 해결해 보면서 문제해결력을 키울 수 있는 좋은 기회가 된 것 같다고 하였다. 실험수업과 같은 방식이 학생들의 흥미와 자발성을 높일 수 있을 것 같고 탐구 활동을 통해 수학 단원의 복습 차원에서도 수업의 활용도가 높을 것

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

같다고 했다. 학습수준이 중·하위권인 학생들에게도 수학에 대한 거부감을 줄이고 흥미를 유발 시킬 수 있는 수업 방식으로 수업의 참여도가 높을 것 같다고 하였다. 예비교사로서 기존의 강의식 수업 방식과 다른 새로운 교육방식을 배우고 딱딱한 수업이 아닌 능동적인 참여를 요구하는 수업방식을 알게 되어 좋았다고 하였다.

하지만 익숙하지 않는 수업 방식이고 매체를 활용한 예시를 참고하였으나 주어진 영역에 연계성을 고려하여 스스로 주제를 선정하는데 부담이 컸다고 하였다. 또 선정된 탐구 주제를 수행해 나가기 위해 과제를 만들어 내는 과정과 실생활의 문제에서 수학적 내용을 발견하는 과정이 어려웠다고 하였으며 주제를 선정하는 것도 쉽지 않는데 탐구 주제에 맞게 계획을 수립하고 해결하는데 시간이 부족하였다고 하였다. 그리고 모둠활동으로 이루어지는 수업이라 학생의 참여도에 따라 학습성취도가 다르고 다른 모둠의 탐구 과정을 발표를 통해 듣기는 하지만 다른 모둠의 주제에 대해서는 깊이 있게 학습 할 수 있는 기회를 제공받기에는 부족한 부분이 있는 것 같다고 하였다. 또한 학습수준에 따라 흥미도가 다를 것 같다고 하였는데 학습수준이 낮은 학생의 경우는 주어진 문제를 해결해 해는 방식이 아닌 매체들을 활용하여 직접 탐구하기 때문에 수학의 흥미를 높일 수 있지만 학습수준이 높은 학생의 경우는 기존의 설명식 수업방법으로 이론을 익히고 다양한 문제를 통해 심화의 기회를 제공받는 것을 선호할 것 같다고 하였다. 한편 처음 주제를 선정하는 것부터 어려움을 겪어 절차상 다음 단계로 넘어가기 힘들어 시작부터 포기하는 학생들이 있을 것 같고 교사가 '과제 탐구 모형'의 절차에 맞춰 개발된 과제를 예시로 제시했을 때 주어진 과제의 과정만을 따라하는 학생들이 있을 것 같다고 하였다. 학생들이 겪는 어려움이 학생이 주축이 되어 스스로 과제를 생성하고 해결하는데 익숙하지 않기 때문이라고 생각하여 낮은 학년부터(중학교)때부터 실험수업 방식의 탐구 활동을 하여 탐구 수업이 익숙해지도록 하는 것이 도움이 될 것 같다고 하였다.

나. 교사의 수업 운영을 위한 태도

교사가 <수학과제 탐구>과목을 운영하는 태도나 방식에 대한 질문에 '과제 탐구 모형'의 절차의 첫 단계인 탐구주제를 선정하는 것에 어려움이 있고 실험수업의 방식에 익숙하지 않으므로 처음 실험수업 방식을 접하는 학생들의 부담을 감소시키기 위해 주제를 선정할 때 학생들에게 전적으로 맡기기보다 교사가 개입하여 학생들과 함께 적절한 탐구 주제를 선정하는 것이 필요할 것 같다고 하였다. 이때 한 영역을 제시하기보다 영역을 축소하여 대단원 혹은 소단원을 안에서 탐구활동을 하는 것이 도움이 될 것이고 단원을 정함에 있어 학생들이 선호하는 단원에 편향되지 않도록 주의해야 한다고 했다. 또한 교사는 학생들의 참여도를 높이기 위한

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

방법(학생들의 수업에 집중하게 하는 법)을 계속적으로 모색할 필요가 있으며 <수학과제 탐구>과목의 수업은 기존의 설명식 수업 방식과 달라 학생들이 낯설어 할 수 있으므로 실험수업의 학생중심 수업방식에 익숙해지도록 충분한 자료를 제공하고 다양한 예시를 제시하도록 해야 할 것이라고 하였다. 그리고 공정한 평가를 위해 기준과 목표를 정하고 이것을 토대로 다양한 평가 방법을 모색해야 한다고 했다. 이때 작정된 평가 기준과 목표를 미리 학생들에게 공지 하는 것이 도움이 될 것 같다고 하였다. 또, 수업시간을 효율적으로 보낼 수 있도록 지도하고 모둠 활동 중 모든 모둠 원들이 참여할 수 있도록 격려해야 한다고 했다. 교사는 원할한 수업 진행을 위해 체계적인 수업진행 과정을 수립하고 순회를 하면서 학생들이 과제를 해결하는 데 도움이 되는 지속적인 발문을 통해 학생들이 주도적으로 수업에 참여할 수 있도록 해야 한다고 했다. 마지막으로 교사는 학생들이 지닌 정보에 대한 지식에 대한 오류를 발견해 주거나 필요한 지식을 꾸준히 제공해야 하므로 풍부한 지식을 가지고 있어야 할 것 같다고 했다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구 결과를 토대로 도출 될 수 있는 결론 및 시사점을 다음과 같이 제시한다.

첫째, 학생들이 과제를 개발하기 전 주제를 선정할 때 충분한 시간을 제공하도록 한다. 본 연구의 설문 결과 학생들은 수학 과목과의 연계성을 고려하여 주제를 선정하는데 시간이 많이 소요되고 어려웠다고 하였다. 그래서 교사가 적절한 탐구 주제를 학생과 함께 정하거나 영역을 좀 더 세분화 하여 단원을 축소하는 것이 좋을 것 같다고 하였다. 실험수업에서 탐구 주제를 선정하는 것은 '과제 탐구 모형'의 절차상 가장 처음이기 때문에 과제를 생성하고 해결하는데 중요한 역할을 하며 주제가 선정 되지 않으면 다음 단계로 넘어가는 것에 어려움을 겪는 것을 볼 수 있었다. 또 주제가 선정되더라도 수학과 연결하여 탐구계획을 세워 과제를 생성하고 해결하는 과정에서 주어진 영역을 벗어나거나 고등학교 수학과정에 넘어서는 부분이 있어 다시 주제를 재선정하는 모둠도 있었고 실험수업에서는 시간이 제한적이다 보니 주제를 선정하는 시간에 많은 부분을 할애 할 수 없어 학생들이 더욱 어려움을 겪었다. 따라서 학생들이 수업에 적극적으로 참여 할 수 있도록 흥미로운 주제를 선정하는데 충분한 시간을 제공하고 평소에 수학이 실생활에 적용되는 예를 찾아보고 학생들 사이에 공유하는 활동을 통해 탐구 주제를 선정하는 시간을 단축

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

할 수 있을 것이다.

둘째, 모둠별 활동으로 수업이 진행됨으로 모든 학생들이 수업에 참여 할 수 있도록 해야 한다. 본 연구의 설문 결과, 학생들은 모둠 원들과 다양한 방법으로 논의하며 과제를 해결해 나가는 과정이 좋았다고 하였다. 하지만 실제 수업에서 교사는 모둠 활동에서 제외되는 학생이 있을 수 있다고 판단하여 모든 모둠 원들이 탐구 활동에 참여하도록 격려해야 한다고 하였다. 실험수업에서 학생들은 모둠 활동을 하는 도중 한 학생에게 치중되어 과제를 해결하거나 수업과 관련 없는 이야기를 하는 경우도 있었다. 따라서 모든 학생들이 수업에 참여 할 수 있도록 교사는 순회하면 모둠별 활동을 관찰하여 수업 외의 이야기는 삼가도록 하고 모둠 활동에 참여 하지 못하는 학생에게 관심을 기울여 모든 학생이 수업에 적극적인 자세로 임하도록 지도하여야 할 것이다.

셋째, 학생들이 과제를 생성하고 해결하는 탐구 수업 방식에 익숙해지도록 해야 한다. 본 연구의 설문결과 학생들은 실험수업 방식이 기존의 강의식 수업방식과 달라 직접적인 수업에 참여로 흥미를 유발하고 다각도로 수학을 접할 수 있어 좋았다고 하였다. 교사는 실험수업의 방식을 익숙하지 않을 학생들을 위해 친숙해 질 수 있는 방법과 흥미를 유발할 수 있는 방법을 계속적으로 모색해야 한다고 했다. 실험수업에서 학생들 스스로 문제를 생성하고 해결하는 과정에 도움이 되도록 '과제 탐구 모형'을 제시하였지만 모형 절차에 익숙하지 않아 학생들의 어려움을 감소시키는데 부족한 부분이 있었다. 그래서 학생들에게 과제 탐구 모형의 절차를 예시를 통해 숙지하도록 하고 학생 스스로 단계에 맞춰 해결해 나갈 수 있도록 독려해야 할 것이다.

넷째, <수학과제 탐구>과목의 평가에 주의를 기울여야 한다. 본 연구의 설문 결과 교사는 평가에 대한 부분이 쉽지 않아 공정한 평가 기준을 정하는 것에 어려움이 있을 것 같다고 하였다. 2015 개정 교육과정에 따르면 <수학과제 탐구>과목의 평가는 최종 산출물뿐만 아니라 탐구 계획 수립 및 탐구 진행 과정, 연구 윤리 준수에 대한 평가도 실시하여 종합적인 학습 평가가 될 수 있게 하며 수업의 전개 국면에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가를 적절히 실시하되, 지속적인 평가를 통해 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다고 하였다. 또, 학생의 수학과제 탐구 학습 과정과 결과는 프로젝트 평가, 포트폴리오 평가, 관찰 평가, 면담 평가, 구술 평가, 자기 평가, 동료 평가 등의 다양한 평가 방법을 사용하여 양적 또는 질적으로 평가한다고 하였다. 하지만 정확한 평가 양식이 있지 않고 수업과정의 전반적인 평가가 이루어져야 하므로 객관성의 문제가 제기 될 수 있다. 그러므로 교사는 평가의 정확한 목표와 기준을 설정하여 객관적인 평가를 위해 방법에 대한 논의가 지속적으로 이루어져야 할 것이다.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

다섯째, 교사는 다양한 지식을 깊이 있게 습득하고 있어야 한다. 본 연구의 설문 결과 교사는 학생들에게 필요한 발문을 통해 학습동기를 유발해야 하며 학생들의 지식에 오류를 바로 잡아 줄 수 있어야 하므로 많은 지식을 가지고 있어야 한다고 했다. 실험수업에서 학생들은 과제를 개발하고 해결하는 과정에서 어려움을 수업 진행자에게 수시로 질문하였고 수업 진행자는 순회하면서 학생들의 탐구 과정을 살피고 학생들이 발견하지 못한 오류 부분을 지적하여 수정할 수 있도록 하였다. 학생들이 과제를 수행하는 과정에서 수학적 지식뿐 만 아니라 실생활에 적용된 다른 과목의 내용이나 문제 상황에 대한 지식을 질문하였는데 답하지 못하는 경우가 발생해서는 안 될 것이다. 그러므로 교사는 평소 실생활에 적용된 문제들을 다양하게 접해보고 문제 안의 내용에 대해 깊이 있게 알아보고 익혀 두는 것이 필요할 것이다.

끝으로, 본 연구에서는 탐구 과제의 주제를 선정하고 과제를 개발하는데 있어서 고등학교 2학년에 재학 중인 학생들을 연구 대상자로 삼지 않고 예비교사로 선정한 제한점을 지니고 있다. 하지만, 예비 교사가 직접적으로 <수학과제 탐구> 과목 운영하면서 학생들이 이 과목에서 겪게 될 어려움이나 문제점들을 실제로 체험해 보았다. 이를 통해 장차 수학 교사가 되어 이 과목을 운영하는데 주의를 기울여야 할 부분을 인지하고 학생들의 어려움을 해결하는 방법에 관심을 가져 실제 수업을 효율적으로 지도하는데 도움이 될 것이다.

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

참고문헌

권지현, 김구연. “중학교 수학교과서에 제시된 기하영역의 수학 과제 분석”. 『수학교육』, *52(1)*, 111-128, 2013.

교육부. 수학과 교육과정 (교육부 고시 제 2015-74호 별책8). 세종: 교육부, 2015.

김길수. “연구윤리 정착을 위한 정책방향에 관한 연구”. 『디지털융합복합연구』, *12(9)*, 35-35, 2014.

김동중, 배성철, 김원, 김다희, 최상호. “중학교 2학년 수학 교과서의 수학 과제 분석-스토리텔링 유형을 고려하여-”. 『수학교육논문집』, *29(3)*, 281-300, 2015.

김성희, 방정숙. “수학 교수·학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석-초등학교 ‘비와 비율’ 단원을 중심으로”. 『수학교육학연구』, *15(3)*, 251-272, 2005.

박성선. “수학적 탐구학습이 넓이공식의 학습에 미치는 효과”. 『초등수학교육』, *14(1)*, 43-55, 2011.

박성익. 탐구 수업 모형.『수업 모형의 이론과 적용』.서울특별시교육연구원, 1999.

신준석 이인재 노환진 외, 『(함께 나누는)연구윤리 이야기』. 연구윤리정보센터, 2012.

신현성. 『수학과 수업모형 및 설계』. 서울: 경문사, 2004.

이동환. “수학적 게임 변형을 통한 초등 예비교사의 수학적 탐구 경험”. 『수학교육학연구』, 26(1), 143-157, 2016.

이미연, 오영열. “수학적 과제가 수학적 의사소통에 미치는 영향”. 『수학교육학연구』, 17(4), 395-418, 2007.

홍창준, 김구연. “중학교 함수 단원의 수학과제 분석”. 『학교수학』, *14(2)*, 213-232, 2012.

황혜정. “수학 교과에서의 집단탐구식 수업 방법에 관한 고찰”. 『수학교육학연구』, *12(1)*, 1-16, 2002.

Hiebert, J., & Wearne, D.. Instructional, classroom discourse, and student's learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal, 30(2)*, 393-425, 1993.

Kwon, O. N.. Towards Inquiry-Oriented Mathematics Instruction in the University. Proceedings of KAIST International Symposium on

Collection @ chosun

조선대학교 CHOSUN UNIVERSITY

Enhancing University Mathematics Teaching. 2005.

National Research Council. *National science education standards*. Washington, DC: National Academy Press. 1996.

National Council of teachers of Mathematics. *Professional standard for teaching mathematics*. Reston, VA: The author. 1991.

National Council of teachers of Mathematics. *Principles and standard for school mathematics*. Reston, VA: The author. 2000.

Peter Sullivan, Doug Clarke & Barbara Clarke. *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. New York: Springer Verlag. 2013.

이경화, 김동원 역. 『수학 수업 이야기』. 서울: 경문사, 2016.

Silver, E. A. . Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Mathematics Education, 29(3)*, 75-80, 1997.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. . Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical used in reform classrooms. *American Educational Research Journal, 33(2)* , 455-488, 1996.

Joan L. Herman, Pamela R. Aschbacher,& Lynn Winters. A practical guide to alternative assessment. Alexandria, VA : Association for Supervision and Curriculum Development, 1992.

김경자 역.『수행평가 과제 제작의 원리와 실제』. 서울: 이화여자대학교, 2000.

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

부 록 목 차

<부록1> 스타이너 트리 문제 ····· 29

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

<부록1> 스타이너 트리 생성 과제

1. 탐구 계획 수립

요즘 코딩에 대한 관심이 높아지면서 우연히 보게 된 동영상에서 코딩 수업에 적용된 생소한 스타이너 트리를 접하게 된다. 스타이너 트리가 무엇인지 호기심을 갖게 되면서 그와 관련된 내용에는 어떤 것들이 있는지 관심을 가지게 되었다.

리나 누나는 차분히 지금까지 겪은 일을 말해 주었다.
“양 박사님과 나는 각 나라 대표들에게 메일을 보냈어. 양 박사님과 내가 우주선을 타고 Y0828로 먼저 가서 사람들이 Y0828로 올 수 있는 가장 안전한 길을 찾아서 전송하겠다고. 그들은 Y0828에 도착하면 꼭 통신하라면서 성공을 빌어 주었어. 무사히 도착은 했는데 예상하지 못한 상황이 온 거야.”
“지구와 통신이 어려웠나요?”
“아니, 우린 Y0828의 우두머리 푸리든의 세 번째 질문에 완벽한 답을 하지 못했어. 그래서 지구와의 통신을 허락받을 수 없었지. 그러던 중 어느 날 베타 버전으로 만든, 아직 완벽하지 않은 로디를 네가 켠 거야. 통신으로 내 음성을 지구에 보낼 수는 없었기에 저들 몰래 이진수와 그림으로 메시지를 보낸 거야. 그리고 결국 너와 로디가 이렇게 잘 찾아온 거고.”
“그나저나 양 박사님은 어디 계세요?”
“양 박사님은 푸리든에게 포로로 잡혀 있어. 저들 몰래 지구에 메시지를 보내려다 들키는 바람에…….”
“제가 세 번째 질문을 통과하면 양 박사님도 풀어 주겠죠?”
“그래, 나도 어서 양 박사님을 만나고 싶어. 이제 모든 게 너한테 달렸다.”
그때 Y0828의 수장 푸리든이 나타났다. 지구인보다 키가 훨씬 컸고 몸은 기계로 둘러싸여 있었다.
“우리 Y0828인들은 로봇과 인간이 결합된 사이보그로, 합리적이고 이성적이며 지구인보다 훨씬 똑똑하고 평화를 사랑해. 언제나 개인의 이익보다 행성 전체의 공익을 생각하며, 다들 맡은 바 임무를 성실히 수행하지.” 푸리든은 진이의 눈을 보며 말을 계속 이어 나갔다.
“우리가 왜 인간과 함께 살아야 하지? 이것이 나의 세 번째 질문이다. 너의 대답을 듣고 설득이 되면 지구인들을 받아 주겠다.”
“지구에는 70억 명이 넘게 살고 있어요. 당신들이 받아 주지 않으면 지구인은 모두 죽어요.”
“인간 멸망과 생존은 우리와 아무 상관없는 일이지. 하지만 네 대답을 듣고 생각해 보겠다.”
푸리든은 아무런 표정의 변화가 없었다. 진이는 지구에서 가족, 친구들과 함께 보냈던 순간들을 떠올리며 깊은 생각에 잠겼다. 그때 올리비아가 가만히 진이의

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

손을 잡았다. 순간 올리비아가 해 준 이야기가 떠올랐다.
“푸리든, 올리비아의 진짜 아버지는 지구에서 가장 유명한 천재 우주과학자였다죠? 올리비아가 빨리 늙는 병에 걸려서, 함께 오래 살 방법을 연구하다 5년 전에 Y0828을 발견했고, 인간의 유전자에 기계를 결합해 당신들, 사이보그를 만들었죠? 당신들은 올리비아를 보호하고 돌보기 위해 만들어진 존재란 걸 알아요. 올리비아에겐 어울려 살 친구도, 엄마 같은 존재도, 포근히 감싸줄 어른들도 필요하다고요. 지구인인 올리비아가 행복하기 위해서는 결국 사이보그가 아니라 지구인들이 필요해요.” 진이는 계속해서 말을 이어 나갔다.
“인간이 이기적일 때도 있지만 올바른 문화와 질서를 세우면 함께 살 수 있어요. 이성적이고 합리적인 당신들에게 우리 인간들의 따뜻한 마음과 감성이 합쳐지면 훌륭한 문명을 이루어 낼 수 있을 거예요. 인간과 기계를 합한 사이보그가 지향해야 할 점은 기계보다는 이상적인 인간이겠죠? 그럼 우리 인간들과 함께 살아봐요. 분명 사이보그들에게도 새로운 영감이나 교훈을 줄 수 있을지도 몰라요.” 푸리든은 말없이 고개를 끄덕였다.<끝>

‘초능력보다 코딩’(글・콘텐츠 양나리・임동준, 계림북스)

스타이너 트리란 무엇인가?

1800년대에 베를린 대학의 교수로 있던 스위스의 수학자 스타이너(J. Steiner, 1796-863)에 의해 연구되었고, 그의 이름을 따서 스타이너 트리라는 이름이 붙었다. 스타이너는 새로운 점을 넣음으로써 길이가 줄어들 수 있다는 점에 주목하였다.다시 말하면, 스타이너 트리 문제는 최단 거리로 연결하기 위하여 처음 주어진 점 외에도 새로운 점을 추가할 수 있으며, 이때 추가하는 점들을 스타이너 점
(Steiner points)이라 한다. 유선 통신선이나 도로, 철도 등 현실 세계에서 여러 형태의 연결 문제가 스타이너 트리 문제로 모델링 될 수 있으므로, 스타이너 트리 문제는 다양한 분야에서 활용되고 있다.

그렇다면 실생활에서의 스타이너 트리 문제를 찾아보고 해결해 보자.

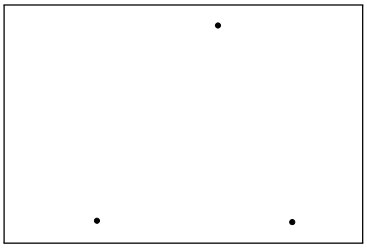
Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

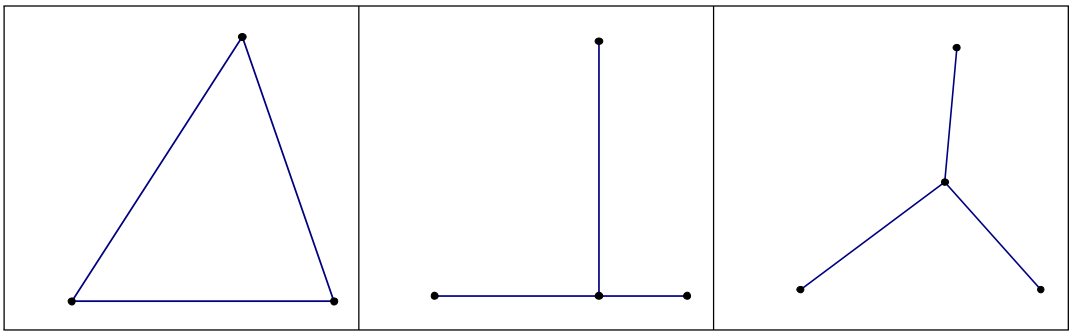
2. 탐구 수행

(1) 세 점의 경우의 스타이너 트리

1) 다음 주어진 세 점을 연결하는 방법을 찾으시오. (한 점 추가 가능)



<정답>



2) 1)의 세 점을 잇는 거리가 가장 짧은 경우는 무엇인가?

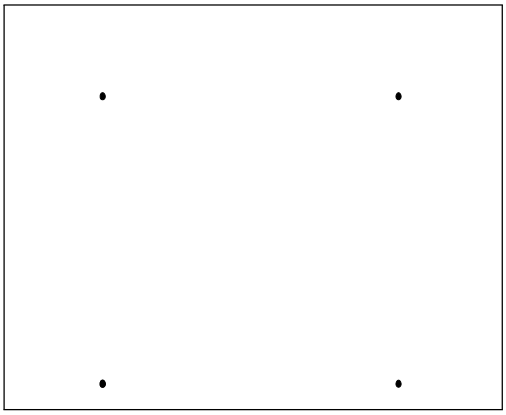
정답 : 세 번째 경우

Collection @ chosun

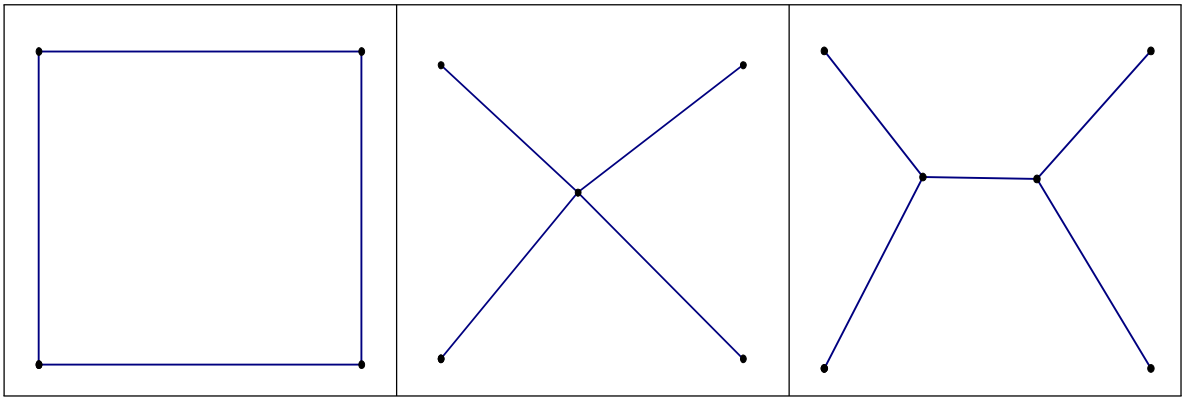
조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

(2) 네 점의 경우 스타이너 트리

1) 다음 주어진 네 점을 연결하는 방법을 찾으시오.



<정답>



2) 1)의 세 점을 잇는 거리가 가장 짧은 경우는 무엇인가?

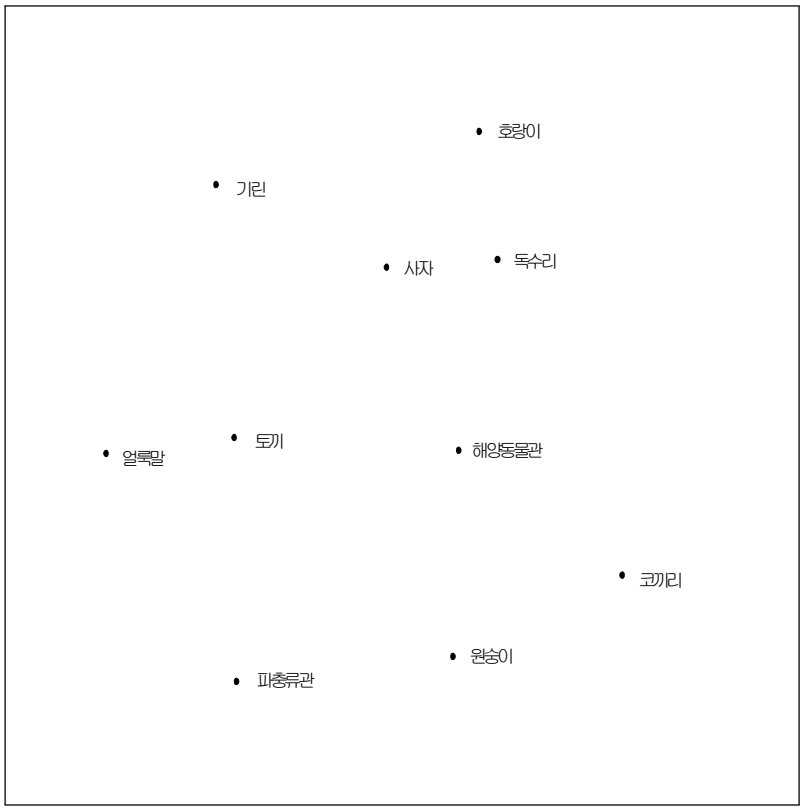
정답 : 세 번째 경우

Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

(3) 실생활 문제의 스타이너 트리

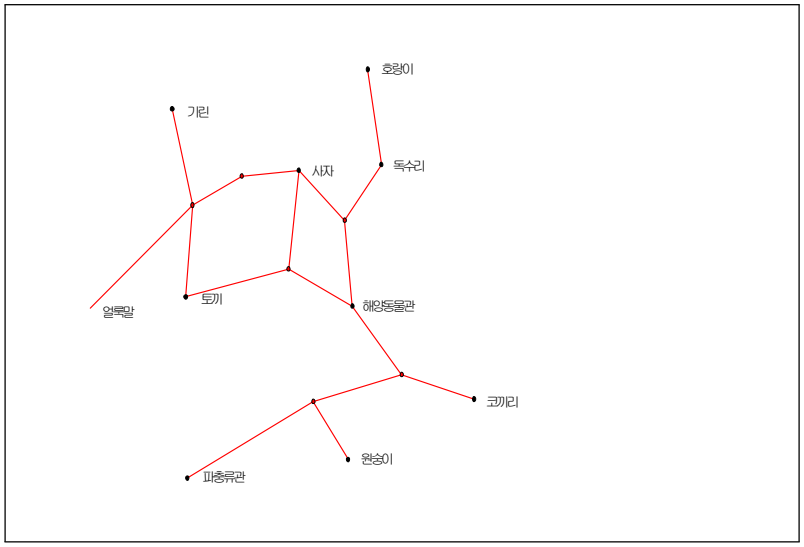
1) 올해 우리 지역에 새로운 동물원이 들어설 예정이다. 현재 동물의 종류와 위치는 결정되었지만, 전체 동물원을 연결하는 길을 만들기 위해 고심하고 있다고 한다. 동물원을 이용하는 사람들의 이동거리를 최소화하려면 길을 어떻게 만들어야 할까?



Collection @ chosun

조선대학교
CHOSUN UNIVERSITY

정답 예 (다양한 답이 나올 수 있음)



3. 탐구 결과

(1) 3개 이상의 점이 주어졌을 때 스타이너 트리를 이용하여 최소의 경로를 만들 수 있는가?

(2) 실생활에서 스타이너 트리를 이용한 다양한 예를 찾아보자.

정답 : 유선 통신선 연결, 지역간 도로 연결(정차역결정) 등..

Collection @ chosun